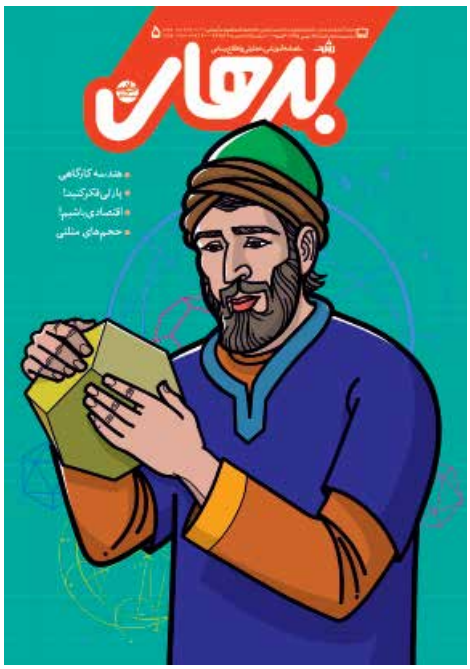
هُوَ الحسیب

وزارت آموزش و پرورش/سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
www.roshdmag.ir/دفتر انتشارات کمک آموزشی
دوره بیست‌ودوم/شماره۸۷/بهمن۱۳۹۵/۴۰صفحه/۱۰۰۰۰ریال
۵
ISSN:1735-4943

رشد ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی
برهان
ریاضی دوره اول متوسطه

مدیر مسئول: محمد ناصری/ سردبیر: سپیده چمن‌آرا/ مدیر داخلی: حسین نامی ساعی
هیئت تحریریه: آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم، حمیدرضا امیری، سید امیرحسین بنی جمالی
زهره پندی، نازنین حسن نیا، محدثه کشاورز اصلانی، حسین نامی ساعی
همکاران این شماره: جعفر اسدی گرمارودی، هوشمند حسن‌نیا، حسام سبحانی طهرانی، داوود معصومی مهوار
ویراستار: بهروز راستانی
طراح گرافیک: حسین یوزباشی
با تشکر از همکاری پری حاجی‌خانی
نشانی دفتر مجله: تهران، ایرانشهر شمالی، پلاک ۲۶۶/ صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶
تلفن: ۹-۸۸۸۳۱۱۶۱ داخلی ۳۷۵ / نمابر: ۸۸۳۰۱۴۷۸
تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۸۸۳۰۱۴۸۲، کد مدیر مسئول: ۱۰۲ / کد دفتر مجله: ۱۱۳
کد مشترکین: ۱۱۴ / تلفن امور مشترکین: ۶ و ۷۷۳۳۶۶۵۵ roshdmag:
وب گاه: www.roshdmag.ir/ رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir
وبلاگ اختصاصی مجله: weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaiee
شمارگان: ۲۲۰۰۰ نسخه/چاپ: شرکت افست(سهامی عام)

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



روی جلد: **ابوالوفا بوزجانی** /پشت جلد را نیز ببینید.

یادداشت سردبیر
هندسه دور و بَر ما/ سپیده چمن‌آرا/۲

ریاضیات و مَدرسه
بهترین فوتبالیست جهان کیست؟/ جعفر اسدی گرمارودی/۳
چرا عبارت‌های جبری را ساده می‌کنیم؟/ آمنه ابراهیم زاده طاری، بهزاد اسلامی مسلّم/ ۶
بردارهای جئوجبرایی/ سید مهدی بشارت/ ۲۷
جمع‌های تکراری/ شراره تقی دستجردی/ ۳۰

گزارش
هندسهٔ کارگاهی/ تنظیم: سپیده چمن‌آرا/ ۸

ریاضیات و کاربرد
نقش‌های گچی اوستا حسین/ جعفر اسدی گرمارودی/ ۱۰
خرید باصرفه: جنس ایرانی یا جنس خارجی؟/ سپیده چمن‌آرا / ۱۲
هنر دَوَران/ کیان کریمی خراسانی/۱۴
رمز مورد علاقه/ آروین سهامی / ۱۶

ریاضیات و تاریخ
از پی‌پولیس تا فی‌پولیس/ حسام سبحانی طهرانی/ ۱۸

ریاضیات و بازی
FUTOSHIKI / محدثه کشاورز اصلانی / ۲۲
HANJIE/محمود داورزنی / ۲۴
پازل بیشتر حل کنیم/ ۲۶

ریاضیات و مسئله
کی می‌تونه حل کنه؟/ آمنه ابراهیم زاده طاری/ ۱۷
پاسخ کی می‌تونه حل کنه؟+ پاسخ پازلی فکر کنید/ ۳۲

ریاضیات و سرگرمی
شعبده‌بازی با تاس/ هوشنگ شرقی/ ۳۳
با کاغذ و تا مکعب کلمبوس بسازیم/ داوود معصومی مهوار/ ۳۶
حجم‌های مثلثی/ محبوبه رمضانی، حمید قراکوزلی/ ۳۸

معرفی سایت
معادلهٔ خط را پیدا کن، امتیاز بگیر!/ زهرا صباغی/۴۰

ریاضی دانان ایرانی
ابوالوفا بوزجانی/ نازنین حسن نیا/ رو و پشت جلد

ریاضیات و محیط زیست ما
نقشه‌های توپوگرافی/ ژما جواهری پور/ صفحات داخل جلد

قابل توجه نویسندگان و مترجمان؛
مطالبی که برای درج در مجله می‌فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات دریافتی بازگردانده نمی‌شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله‌ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف مجله عبارت اند از: گسترش فرهنگ ریاضی/ افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت‌های دانش‌آموزان در راستای برنامه درسی/ توسعه تفکر و خلاقیت/ توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن/ توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن‌ها / توجه به محاسبه‌های ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی‌های ذهنی دانش‌آموزان/ توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی/ توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن‌آوری/تقویت باورها و ارزش‌های دینی، اخلاقی و علمی.

خوانندگان رشد برهان متوسطه اول؛ شما می‌توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید:
تهران؛ صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۵۸۷۵
تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

هندسه دور و بَرِ ما

«هندسه» یکی از شاخه‌های مهم علم ریاضی است. در هندسه، شکل‌ها بررسی می‌شوند و خاصیت‌های آن‌ها و ارتباط‌هایی که بین این خاصیت‌ها وجود دارد، کشف و از آن‌ها استفاده می‌شود. در هندسه، **نقطه** کوچک‌ترین جزء تشکیل‌دهندهٔ شکل‌هاست. از به هم چسبیدن این نقطه‌های کوچک، خط‌ها، صفحه‌ها و رویه‌ها، و حجم‌ها ساخته می‌شوند. نمی‌دانم آیا تاکنون در کلاس ریاضی دربارهٔ این موضوع صحبت شده است که نقطهٔ واقعیِ واقعی، هیچ اندازه‌ای ندارد؟ می‌دانید این حرف یعنی چی؟ یعنی هیچ چیزی ندارد که قابل اندازه گرفتن باشد. نه طول دارد، نه سطح دارد، نه حجم دارد و نه هیچ‌چیز دیگر! ممکن است برای اینکه شما حسی از نقطه به دست آورده باشید، به شما گفته باشند که «نقطه از برخورد نوک یک مداد خیلی خیلی نوک‌تیز روی یک کاغذ به دست می‌آید.» ولی امروزه می‌دانیم که اگر همین اثر برخورد را زیر یک میکروسکوپ بگذاریم، اندازه‌ای دارد و شکلی و در واقع از تعداد خیلی خیلی خیلی زیادی نقطهٔ واقعی تشکیل شده است! همین موضوع دربارهٔ **خط** و **صفحه** هم وجود دارد. یک خطِ واقعی از کنار هم قرار گرفتن تعداد بسیار بسیار زیاد نقطه‌ها تشکیل شده است که طول بسیار بسیار بلندی دارد، ولی هیچ ضخامتی ندارد! تنها قطعات محدود از یک خط، دارای اندازهٔ «طول» هستند که با واحدهایی مثل متر و سانتی‌متر اندازه‌گیری می‌شوند. یک پاره‌خط واقعی، فقط از یک جهت قابل اندازه‌گیری است: طول آن. ضخامت آن صفر است!

صفحهٔ واقعی که اوضاعش پیچیده‌تر می‌شود. باز هم از کنار هم قرار گرفتنِ تعداد بسیار بسیار زیادی نقطه‌ها، صفحه‌هایی تشکیل می‌شود که از دو جهت، تا هرجا که تصور کنید ادامه دارند، ولی هیچ ضخامتی ندارند. بخش‌هایی از روی صفحه را می‌توان با شکل‌هایی مثل دایره، مثلث و... محدود کرد که دارای مساحت محدود و قابل اندازه‌گیری است. خب، این وضعیت شکل‌های واقعی در هندسه است. ولی از همین هندسه، برای بررسی فضای پیرامون ما و شکل‌هایی که اشیای اطراف ما دارند، استفاده می‌شود. این وسط همیشه چند سؤال جدی وجود دارد:

- آیا اصلاً نقطهٔ واقعی وجود دارد؟
- آیا خط، یا صفحه‌ها و رویه‌های واقعی در این دنیا وجود دارند؟
- چه‌طور ممکن است، نقطه‌هایی که هیچ اندازه‌ای ندارند، کنار هم طوری قرار گیرند که پاره‌خط یا سطح‌های قابل اندازه‌گیری به وجود آورند؟ و بالاخره، این فکر ممکن است به ذهن برسد که: «حتی اگر یک جایی، نقطه، خط و صفحهٔ واقعی وجود داشته باشند، با توجه به اینکه اشیای دور و بر ما حتی در ریزترین ابعادشان، مثل اتم‌ها، الکترون‌ها و ذرات نانو، اندازه‌هایی دارند که با ابزارهای پیشرفتهٔ امروزی قابل اندازه‌گیری و تعیین هستند، پس، هیچ‌وقت در دور و بر خودمانِ نقطه و خط و صفحهٔ واقعی نخواهیم داشت.» و شاید با این صحبت‌ها و فکرها به این نتیجه برسیم که: «این هندسه، اصلاً به درد بررسی دنیای اطراف، نمی‌خورد و هیچ کاربردی ندارد!»

ولی واقعیت این است که این‌طور نیست! این هندسه که در مدرسه می‌خوانیم و ریاضی‌دان‌ها هم قرن‌هاست روی آن کار کرده‌اند، با تمام محدودیت‌هایی که خودش دارد (مثلاً اینکه هندسهٔ اقلیدسی فقط دربارهٔ فضاهای بدون انحنا است، در حالی‌که فضای واقعی کیهان، انحنا دارد) و محدودیت‌هایی که دنیای اطراف ما دارد (مثلاً اینکه خط و نقطهٔ واقعی واقعی در اطراف ما وجود ندارد و هنوز با حواس ما درک نشده است)، برای مدل‌سازی تمام شکل‌های اطراف ما و فضای بی‌کران کیهان، (البته به کمک شاخه‌های دیگری از علم ریاضی) کاملاً قابل استفاده است. به علاوه، هم اطلاعات مفیدی در اختیار دانشمندان علوم کیهان‌شناسی قرار می‌دهد و هم در حد زندگی روزمره، صنایع، مهندسی و ... به‌کار رفته است و می‌رود. اگر دوست دارید با کاربردهای هندسه در زندگی و دور و برتان بیشتر آشنا شوید، مطالب مربوط به «کاشی‌کاری» را در این دوره و مطالب ستون «ریاضیات و کاربرد» و «ریاضیات و هنر» دورهٔ گذشتهٔ مجله را که در آرشیو مجلات رشد به نشانی www.roshdmag.ir موجودند، ببینید.

سردبیر

جعفر اسدی گرمارودی

بهترین فوتبالیست جهان کیست؟ MESSI RONALDO

اشاره

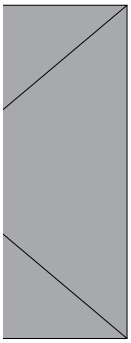
طی سه سال گذشته، مقالات متعددی که ارتباط ورزش با ریاضیات را نشان می‌دادند، در این مجله چاپ شده است. رقابت دو ستارهٔ این روزهای فوتبال، رونالدو و مسی، و معرفی بهترین بازیکن جهان در سال ۲۰۱۶ بهانه‌ای شد که در این شماره به این دو بازیکن بپردازیم. این دو بازیکن در این مناظرهٔ فرضی، برای یکدیگر کُری می‌خوانند. به ریاضیات نهفته در این مناظره، توجه کنید.

مجری: با سلام خدمت دوستان عزیز، رقابت بین رونالدو و مسی در تیم‌های «بارسلونا» و «رئال‌مادرید» امسال نیز مثل سال گذشته دیده می‌شود. بعد از معرفی بهترین بازیکن جهان در سال ۲۰۱۶ فرصتی شد تا مناظره‌ای بین این دو ترتیب بدهیم.

رونالدو: سلام. بهتری
امســـال در نهایت تی
چه مقام‌هایی کسب
برای من ســـال خوبی
اروپا.

مسی: سلام. برای مر
آمریکا دوم شدیم، ول

رونالدو: اگر از موفقی
ستونی رسم کنیم، س
خواهد بود.



مجری: البته دوم شـ
فقط مربوط به ســـال
جهانی

ی **شبّده‌چی**[۳] گفته: «الگو
وجه کنیم، می‌بینیم که در
نســـه تا قبل از فینال یورو

لی جالب بود!

قابتی که بین شـــما دو نفر
دار، الگو و جدول مسابقات
منون هستیم.
شما.

۲

ســـوم شـــد. در حالی‌که اگر دوم
ان قهرمانی قرار داشتند. پرتغال با
که هیچ تیم مدعی وجود نداشت.
ها، بعضی از آن‌ها به‌عنوان مدعی
ی آلمان، ایتالیا، فرانسه، پرتغال و
جام ملت‌های اروپا ۲۰۱۶ بودند.
۳ برهان متوسطه اول.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

چرا عبارت‌های جبری را ساده می‌کنیم؟

آمنه ابراهیم‌زاده طاری
بهزاد اسلامی مسلّم

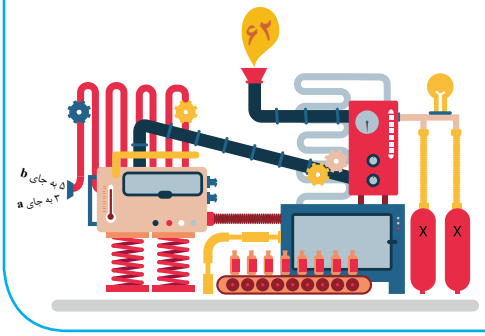
خسته شـــدیم! هزار تا تمرین حل کردیم که «عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید!» خب این کار چه فایده‌ای دارد؟ چرا باید این‌همه وقت بگذاریم و این کار را یاد بگیریم و تمرین کنیم؟

کاملاً به شما حق می‌دهیم که این سؤال‌ها را بپرسید. به همین دلیل سعی می‌کنیم در ادامه پاسخی قانع‌کننده به این سؤال بدهیم که چرا ساده کردن عبارت‌های جبری کاری ارزشمند و مفید است.

قبل از هر کاری، دو کلمه دربارهٔ ساده کردن عبارت‌های جبری بگوییم. با یک مثال بحث را جلو می‌بریم:

عبارت جبری $۳a+۷b-۵a-۳b+۶b+۶a$ مثل هر عبارت جبری دیگری، شبیه یک دستگاه یا ماشین است.

می‌توانیم به این ماشین بگوییم به جای a و b چه عددهایی قرار دهد. ماشین این کار را می‌کند و مقدار عبارت جبری را به ما می‌دهد. مثلاً اگر به ماشین بگوییم به جای a و b عددهای ۳ و ۵ را قرار دهد، ماشین به ما عددِ ۶۲ را می‌دهد.



اگر عبارت جبری را ساده کنیم، به عبارت $۴a+۱۰b$ می‌رسیم. درواقع ماشین ساده‌تری درست کرده‌ایم که دقیقاً عین ماشین قبلی کار می‌کند و اگر به این ماشین، عددهای ۳ و ۵ را به جای a و b قرار دهد، به همان عدد ۶۲ می‌رسد.

یک‌وقت خیال نکنید فقط در مورد $a=۳$ و $b=۵$ عین ماشین قبلی کار می‌کند ها! هر دو عدد دیگری هم که جای a و b قرار دهیم، عددی که دو ماشین به ما می‌دهند یکسان است.

حالا با سه مسئله سعی می‌کنیم به سؤال‌های شما در ابتدای مقاله پاسخ دهیم.

مسئلهٔ یک. به عبارت جبری زیر توجه کنید:

$$۳۶۵x-۹۵y-۲۰۱x+۱۴۲y-۴۶y-۱۰۲x-۶۳x$$

در این عبارت، به جای x عدد ۱۳۹۵ را قرار دهید و به جای y عدد ۱۳۹۶ را بگذارید. مقدار عبارت چند می‌شود؟

حتماً قبول دارید که پاسخ دادن به این مسئله وقت‌گیر است و باید کلی محاسبه بکنیم. چه کنیم که ساده‌تر به پاسخ برسیم؟ راهش این است: «ساده کردن عبارت جبری‌مان.» وقتی آن را ساده کنیم، به عبارت $y-x$ می‌رسیم. یعنی به ماشینی که عین ماشین مسئله کار می‌کند، اما ساده‌تر است. حالا شما بگویید پاسخ مسئلهٔ یک چیست؟!

مسئلهٔ دو. دوستم برایم این معما را تعریف کرد:
«عددی در نظر گرفته‌ام.
آن را در ۵ ضرب کردم.
به حاصل ۷ تا اضافه کردم.
به نتیجه عددم را اضافه کردم.
جواب را با ۹ جمع کردم.
به نتیجه، دوبرابر عددم را اضافه کردم.
حاصل برابر صفر شد!
اگر گفتی عددم چند بوده است!»
به من کمک کنید معما را حل کنم.

عدد دوستم را x در نظر می‌گیریم. حالا می‌توانیم توضیحات معما را با معادله‌ای مشخص کنیم:

$$5x+7+x+9+2x=0$$

چه بد! حل کردن این معادله سخت است. اما صبر کنید... عبارت جبری معادله‌مان را ساده می‌کنیم و به عبارت $8x+16$ می‌رسیم. ماشین‌های $5x+7+x+9+2x$ و $8x+16$ دقیقاً مثل هم کار می‌کنند. یعنی اگر به جای x عددی بگذاریم و مقدار یکی صفر شود، مقدار دیگری هم حتماً صفر می‌شود. چه خوب! پس کافی است معادلهٔ $8x+16=0$ را حل کنیم. حل این معادله هم که دیگر کاری ندارد!

مسئلهٔ سه. عبارت جبری زیر را ببینید:

$$7c+5a-3b-12a+12b-2a-8b-4c$$

به‌جای a، b و c فقط اجازه داریم عددهای دورقمی متفاوت قرار دهیم. یعنی a، b و c نباید با هم برابر باشند.
چه عددهایی جای آن‌ها بگذاریم که مقدار عددی این عبارت جبری، بیشترین مقدار ممکن شود؟

شاید صورت مسئله کمی سخت باشد. پس کمی توضیح می‌دهیم. اگر به جای a، b و c به ترتیب عددهای ۱۰، ۱۵ و ۷۰ را قرار دهیم، حاصل این عبارت جبری می‌شود ۱۳۵.
آیا می‌توانیم عددهای بهتری هم انتخاب کنیم؟ یعنی عددهایی که باعث شوند مقدار عبارت جبری ما بیشتر از این هم بشود.
پاسخ دادن به مسئلهٔ سه به همین شکلی که هست، خیلی سخت است. چه کنیم؟ خُب، ساده‌اش کنیم!
با ساده کردن عبارت جبری مسئلهٔ سه، به عبارت $-9a+b+3c$ می‌رسیم. حالا مسئله آسان‌تر شده است! چرا؟ چون دقیقاً همان سه عددی که باعث شوند عبارت $-9a+b+3c$ بیشترین مقدار شود، همان سه عددی هستند که عبارت $7c+5a-3b-12a+12b-2a-8b-4c$ را به بیشترین مقدارش می‌رسانند. پس حالا قرار است در عبارت $-9a+b+3c$ به جای a و b و c عددهای دورقمیِ متفاوت بگذاریم. ضمناً می‌خواهیم حاصل تا حد امکان عددی بزرگ شود.

راهنمایی :
✓ ترجیح می‌دهید به جای a عددی کوچک بگذارید یا بزرگ؟
✓ در مورد b و c چطور؟ بزرگ یا کوچک؟
✓ ترجیح می‌دهید عدد b بزرگ‌تر باشد یا c؟

پاسخ‌ها: **مسئلهٔ ۱:** ۱؛ **مسئلهٔ ۲:** ۲-؛
مسئلهٔ ۳: $a=10$، $b=98$، $c=99$

کارگاه هندسه

تنظیم: سپیده چمن‌آرا

آقای **بنیامین لاهوتی** معلم ریاضی است؛ یک معلم ریاضی که همواره دوست دارد دانش‌آموزانش با علاقه و انگیزه ریاضی ـ به‌خصوص هندسه ـ را بخوانند؛ نه از روی اجبار یا به‌دلیل حرف‌های دیگران. او خودش در رشتهٔ مهندسی عمران ـ گرایش نقشه‌برداری ـ در دانشگاه تحصیل کرده است، ولی اکنون مهندسی را کنار گذاشته و دوباره به ریاضی بازگشته و دبیر ریاضی شده است.

آقای لاهوتی دربارهٔ نقشه‌برداری می‌گوید:

«در رشتهٔ نقشه‌برداری باید به هر نقطه روی زمین مختصات داد و موقعیت نقاط را نسبت به هم معلوم کرد. باید هندسهٔ هر سازه را روی زمین مشخص ساخت. وقتی که پشت دوربین نقشه‌برداری می‌ایستادم، تازه می‌فهمیدم که آن هندسه که در مدرسه می‌خواندیم، به چه کار می‌آید و آن مسئله‌ها که هر از گاهی از آن‌ها فرار می‌کردیم، چه کاربردهایی دارند. اگر هندسه نبود، هیچ پل، جاده، سد، زیرگذر، روگذر، کانال و هر سازه‌ای که از آن‌ها استفاده می‌کنیم هم نبود. فکر می‌کنم که همین دلیل برای ضرورت آموزش هندسه کافی باشد.»

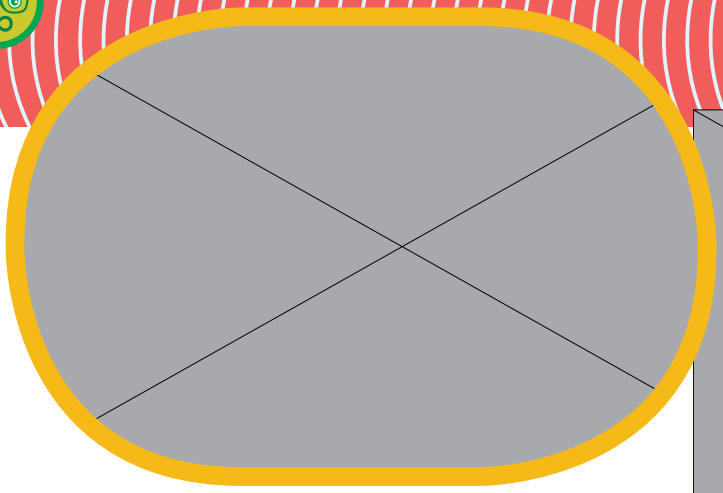
او برای آنکه یادگیری هندسه را برای دانش‌آموزان خود شیرین‌تر کند، از حس خودش پشت دوربین نقشه‌برداری ایده گرفته است: «یادم آمد که روی زمین بود که به هندسه بیش از پیش علاقه‌مند شدم. باید به دنبال راهی می‌گشتم که این راه‌های ترسیم روی زمین قدرت خود را نشان بدهند. اینجا بود که ایدهٔ کارگاه هندسه در ذهنم متولد شد. دانش‌آموزان را به گروه‌های متفاوت تقسیم کردم. سپس این مراحل را برای کارگاه هندسه طراحی کردم و در روزهای بعد در حیاط مدرسه این ایده را اجرا کردیم.»

گام اول: طرح یک مسئلهٔ هندسی

«یکی از مسائلی که برای این قسمت در نظر گرفتم، رسم یک شش‌ضلعی منتظم بود. چگونه می‌توان با داشتن دو رأس از یک شش‌ضلعی منتظم چهار رأس دیگر از این شش‌ضلعی را پیدا کرد؟»

گام دوم: حل مسئله توسط دانش‌آموزان روی کاغذ

«دانش‌آموزان تنها با استفاده از راست‌کش (استفاده از خط‌کش بدون قسمت مدرج آن) و پرگار باید این مسئله را حل می‌کردند. استفاده



از نقاله، گونیا و سایر وسایل اندازه‌گیری مجاز نبود. مزیت این روش آن بود که باید از ویژگی‌های شکل‌های هندسی استفاده می‌کردند، با کاربرد این ویژگی‌ها آشنا می‌شدند و از آن‌ها ایده می‌گرفتند.

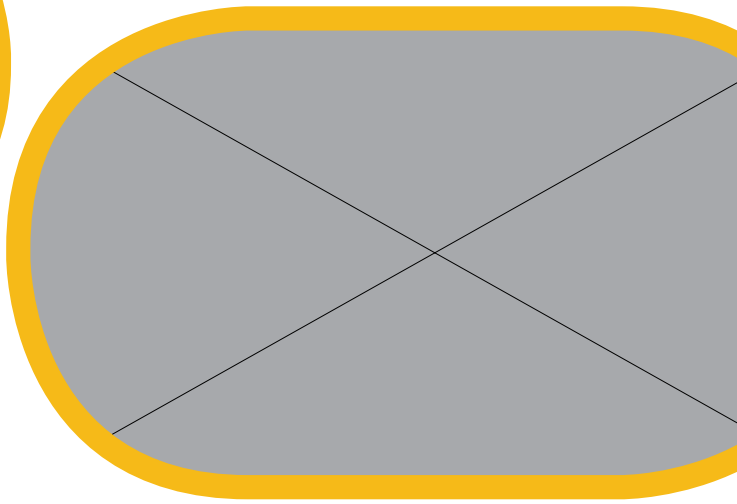
در مورد این مسئله، اینکه هر شش‌ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است، برای بسیاری از دانش‌آموزان الهام‌بخش بود.»

گام سوم: طرح مسئله روی زمین

«باید آن مسئلهٔ هندسی روی زمین شبیه‌سازی می‌شد. جای نقطه روی کاغذ را میخ روی زمین می‌گرفت. جای پرگار هم ریسمان و گچ به دست می‌گرفتند. دو نقطه روی زمین به هر گروه داده شد که همان دو رأس یک شش‌ضلعی منتظم بودند. حال دانش‌آموزان تنها با استفاده از چکش، میخ، نخ، گچ و کاتر (بدون استفاده از متر) باید چهار رأس دیگر این شش‌ضلعی را روی زمین پیدا می‌کردند.»

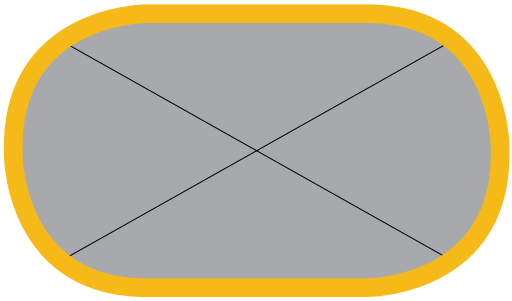
گام چهارم: کار عملی دانش‌آموزان با توجه به ایده‌های خودشان

«دانش‌آموزان دست به‌کار شدند و ایده‌های خود را عملی کردند و چهار رأس دیگر این شکل را روی زمین پیاده کردند.»

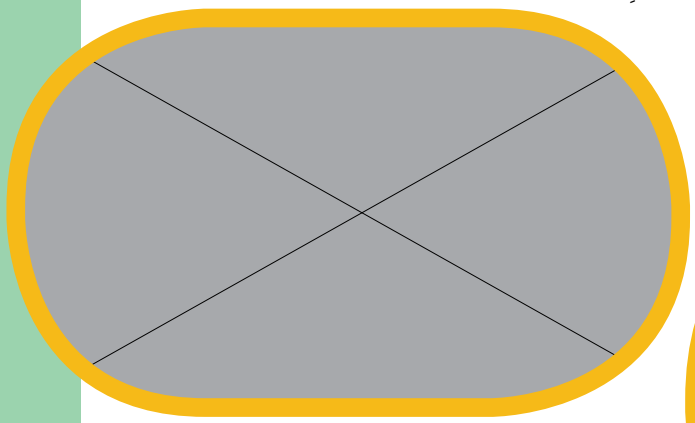


گام پنجم: مترکشی، محاسبهٔ میزان خطا و رتبه‌بندی گروه‌ها براساس میزان خطاها

«به کمک بعضی از دانش‌آموزان به مترکشی کارهای بچه‌ها پرداختیم.



بچه‌ها بی‌صبرانه مشتاق شنیدن نتایج بودند. در نهایت یکی از گروه‌ها در کمال ناباوری تنها با مجموع خطای ۲ سانتی‌متر در طول ضلع‌های این شش‌ضلعی منتظم، توانست مقام اول این رقابت را کسب کند. توجه کنید که در ابعاد بزرگ، ۲ سانتی‌متر در کلِ محیط شش‌ضلعی، خطای قابل قبولی است.



اولین جلسهٔ کارگاه هندسه به پایان رسید. در این روز من و بچه‌ها از هندسه لذت بردیم و دانش‌آموزان با دیدی متفاوت به خانه‌هایشان برگشتند.»

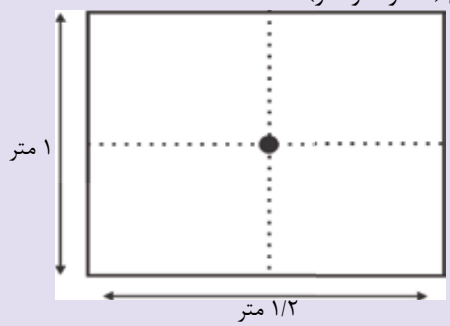
نقش‌های گچی اوستا حسین

گزارش و عکس: جعفر اسدی گرمارودی

«گچ‌بری» را می‌توان یکی از هنرهای وابسته به هنر معماری دانست و همان‌طور که از نامش پیداست، مادهٔ اصلی به‌کار رفته در آن گچ است. گچ به‌دلیل داشتن خاصیت شکل‌پذیری، چسبندگی، رنگ مطلوب، کاربرد آسان، فراوانی و ارزانی، کاربرد زیادی در هنرهای تزئینی دارد. موضوعی که در این گزارش به آن می‌پردازیم، طرح (یا نقشه) هندسی به‌کار رفته توسط گچ‌کار است. به این منظور با اوستا حسین برمکی وارد گفت‌وگو شدیم. او دو طرح گچ‌بری دور لامپ روی سقف را که تمام شده بود، به من نشان داد. (شکل‌های ۱ و ۲). مبنای سؤال‌هایم را طرح شکل ۲ قرار دادم.

● برهان: **اولین کار برای ایجاد چنین طرحی چیه؟**

○ **اوستا حسین:** سقفی که طرح گچ‌بری روی آن شکل می‌گیرد، مستطیل است. مرکزش توسط برق‌کار برای قرار دادن روشنایی (معمولاً لوستر) آماده شده است.



شکل ۳

● **برق‌کار مرکز سقف اتاق را چطور پیدا می‌کند؟**

○ وسط دو طول مستطیل سقف را ریسمان می‌زند (منظور از ریسمان زدن رسم یک خط است). وسط دو عرض سقف اتاق را هم همین‌طور. محل تقاطع این دو خط مرکز مستطیل است. (مرکز سقف اتاق را در شکل ۳ ببینید.)

پی‌نوشت برهان: مرکز مستطیل با رسم دو قطر مستطیل هم به دست می‌آید.

● **خُب؛ با فرض این که برق‌کار این کار را به درستی انجام داده، بعد چه کار می‌کنید؟**

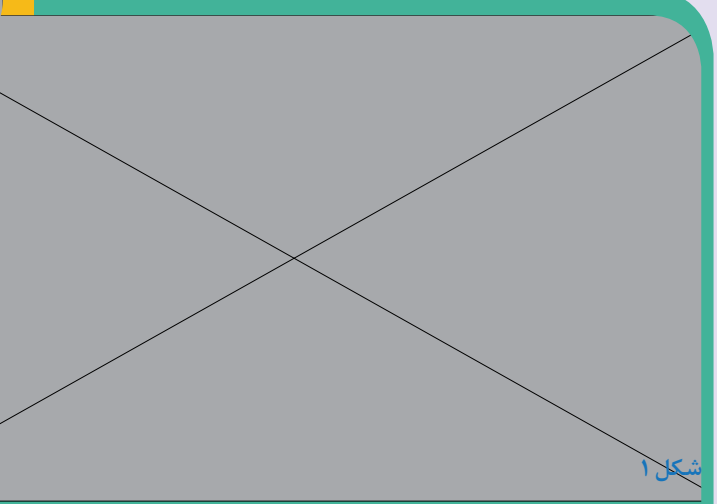
○ حول این لامپ، یک مستطیل ایجاد می‌کنم.

● **به موازات طول و عرض اتاق؟**

○ بله.

● **اندازهٔ ابعاد مستطیل را چطور تعیین می‌کنید؟**

○ برای سقفی به اندازهٔ ۲۰ مترمربع، طرح دور لامپ را حدود ۰/۸ مترمربع در نظر می‌گیرم و برای طرحی که حدوداً ۴۰ مترمربع است، ابعاد ۱/۲ و ۱ متری را در نظر گرفتم (شکل ۳).

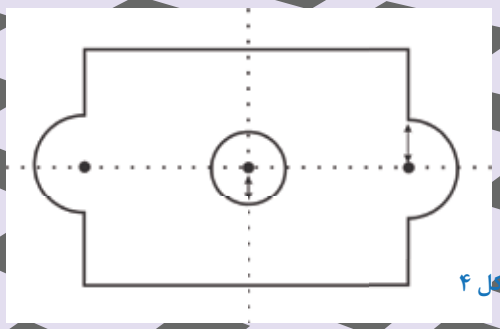

شکل ۱

● **یعنی مساحت طرح حدوداً ۱/۲ مترمربع خواهد بود. ولی چرا این اندازه‌ها؟**

○ براساس تجربه این اندازه‌ها را تعیین می‌کنیم که مستطیل ایجاد شده نسبت به سقف نه زیاد بزرگ به‌نظر برسد و نه زیاد کوچک.

● **بعدش؟**

○ وسط دو طول و دو عرض را تعیین می‌کنیم. به مرکز وسط عرض‌ها دو نیم‌دایره به شعاع ۴۰ سانتی‌متر به سمت بیرون مستطیل رسم می‌کنیم (شکل ۴). به مرکز مستطیل نیز دایره‌ای به شعاع ۳۰ سانتی‌متر رسم می‌کنیم. شعاع دایره را طوری انتخاب می‌کنیم که دایرهٔ مرکز مستطیل کوچک نباشد و از طرف دیگر، زیاد بزرگ هم نباشد تا لامپ‌های طرح در فضای نامناسب قرار بگیرند (لامپ‌های شکل ۱ را ببینید).



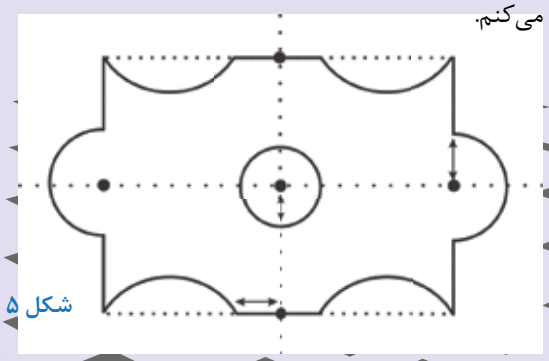
شکل ۴

● **دایره‌ها را چطور رسم می‌کنید؟**

○ به کمک پرگارهای گچ‌بری.

● **فکر می‌کنم نوبت ایجاد کمان‌ها در دو طول مستطیل باشد...**

○ بله. محل کمان با فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متر از وسط طول مستطیل که تعیین کرده بودم، شروع می‌شود و تا رأس مستطیل ادامه دارد (شکل ۵). چهار تا از این کمان‌ها رسم می‌کنم.



شکل ۵

● **این کمان‌ها نیم‌دایره نیستند، درست است؟**

○ مرکز کمان‌ها بیرون مستطیل هستند. اگر نیم‌دایره باشند، زیبایی طرح از بین می‌رود.

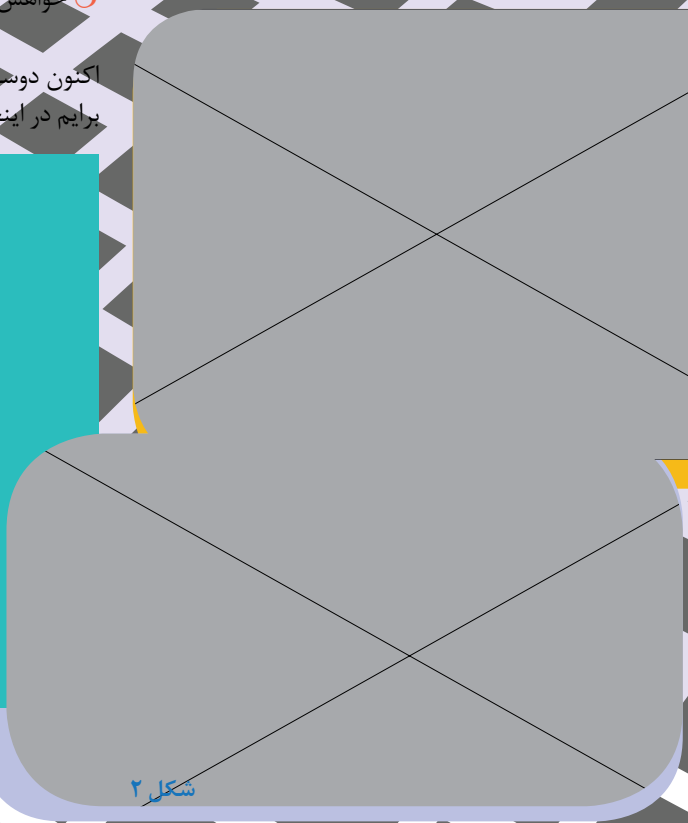
● **اوستا حسین، به تقارن در کارهایتان دقت کردید؟**

○ نه، حواسم نبود.

● **ادامهٔ کار به هنر اوستا در استفاده از گچ مربوط می‌شود که خارج از بحث این گزارش است. از اینکه به سؤال‌های ما پاسخ دادید، سپاس‌گزارم.**

○ خواهش می‌کنم.

اکنون دوستان من، شما روش ترسیم طرح گچ‌بری شکل ۱ را برایم در اینجا بنویسید.



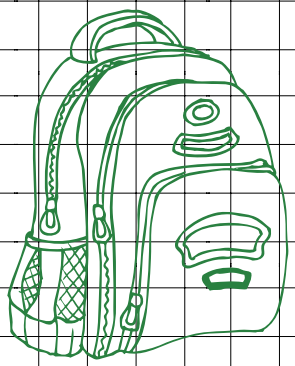
شکل ۲

اقتصادی باشیم

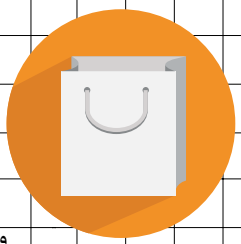
خرید باصرفه

جنس ایرانی یا جنس خارجی؟

سپیده چمن‌آرا



وقتی می‌خواهید خرید کنید،
مثلاً یک کیف مدرسه بخرید،
چگونه تصمیم می‌گیرید که چه کیفی بخرید؟
خرید کدام کیف برای شما «باصرفه‌تر» است؟



خرید کدام کیف باصرفه‌تر است؟

تعیین اینکه یک خرید باصرفه چیست، به عوامل زیادی بستگی دارد. بگذارید با همان مورد «کیف» موضوع را کمی بازتر کنم. یک مجموعه از ملاک‌ها برای خرید کیف مدرسه، می‌تواند شکل، اندازه، و کارامدی آن باشد. اینکه مثلاً به شکل کوله‌پشتی باشد یا دسته داشته باشد، به قدر کافی برای کتاب‌های مدرسه جا داشته باشد، برای انواع لوازم‌التحریر یا سایر لوازم ضروری و مورد نیاز مدرسه جیب‌های مناسب داشته باشد و از این قبیل موارد.

یک مجموعه ملاک دیگر می‌تواند جنس کیف و کیفیت دوخت آن؛ کلفتی پارچهٔ استفاده شده در کیف، استحکام نخ‌هایی که با آن کیف دوخته شده، استحکام خود کیف و از این قبیل موارد باشد.

ملاک دیگری که شاید در وهلهٔ اول بسیاری از ما آن را در نظر می‌گیریم، قیمت جنس است. برای من و شمای خریدار، جنس ارزان‌تر خُب به‌صرفه‌تر به‌نظر می‌رسد. اما ممکن است کیفی ارزان باشد ولی کوچک باشد، یا پارچه‌اش نازک باشد، یا تعداد جیب‌های کمتری داشته باشد، یا اصلاً رنگش مناسب مدرسه نباشد! می‌بینید که انتخاب جنسی برای یک خرید باصرفه، به عوامل متعددی بستگی دارد.

بیایید شاخص تعریف کنیم!

برای اجناسی مانند کیف و کفش و لباس، که ملاک‌های مشابهی برای انتخاب آن‌ها وجود دارد، شاید بتوان با استفاده از نسبت $\frac{\text{قیمت}}{\text{کیفیت}}$، شاخصی برای باصرفه بودن خرید تعیین کرد.

برای تشکیل این نسبت، باید به جای صورت و مخرج آن، یعنی **قیمت** و **کیفیت**، عدد بگذاریم. عدد قیمت که معلوم است. ولی برای تعیین کیفیت یک جنس چه عددی بگذاریم؟

همان‌طور که دیدیم، ملاک‌های خرید متفاوت‌اند و لذا «کیفیت» نیز برای افراد مختلف معنای متفاوتی دارد. من دوام یک کیف را ملاک کیفیت آن انتخاب می‌کنم و دوام آن را براساس مدت زمانی که سالم می‌ماند و از آن می‌توان به خوبی استفاده کرد، تعیین می‌کنم.

من کیفی به مبلغ ۵۶۰۰۰ تومان خریدم که یک سال برایم کار کرد. دوستم کیفی به مبلغ ۱۲۰۰۰۰ تومان خرید و دو سال از آن استفاده کرد. خرید کدام‌یک از ما به‌صرفه‌تر بوده است؟

من: $\frac{۵۶۰۰۰}{۱۲}$
(مخرج کسر را به «ماه» نوشتم!)
دوستم: $\frac{۱۲۰۰۰۰}{۲۴}$
$\frac{۶۰۰۰۰}{۱۲} = \frac{۱۲۰۰۰۰}{۲۴} < \frac{۵۶۰۰۰}{۱۲}$

پس خرید من به‌صرفه‌تر بوده است، چون پول کمتری در زمان مشابه داده‌ام. یا:

من: $\frac{۵۶۰۰۰}{۱}$
(مخرج کسر را به «سال» نوشتم.)
دوستم: $\frac{۱۲۰۰۰۰}{۲}$
$۶۰۰۰۰ = \frac{۱۲۰۰۰۰}{۲} < ۵۶۰۰۰$

جنس ایرانی یا جنس خارجی؟ مسئله این است!

در خرید اجناس خارجی، طرف‌داران این اجناس ادعا می‌کنند که کیفیت جنس به قیمت آن می‌ارزد. معنی این جمله باید مشخص شود. اگر منظور این باشد که با وجود اینکه بهای بیشتری برای خرید این اجناس می‌پردازیم، ولی کار بیشتری از این اجناس می‌کشیم و دوام آن‌ها بیشتر است (در مورد اجناسی مثل کیف، کفش و لباس)، پس با کسرِ $\frac{\text{قیمت}}{\text{کیفیت}}$ که در بالا معرفی کردم، می‌توانیم درستی این ادعا را بررسی کنیم.

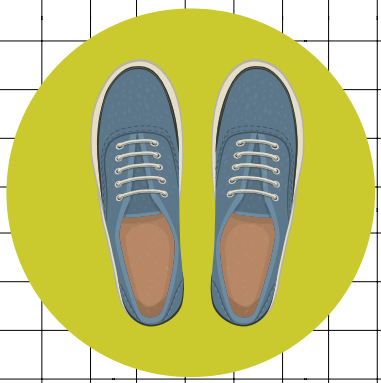
مثال من و دوستم که نمونه‌ای از خرید جنس ایرانی ارزان‌تر (ولی با کیفیت نسبتاً خوب) و جنس خارجیِ گران‌تر (و با کیفیت ظاهراً بهتر) بود، نشان می‌دهد که خیلی وقت‌ها، اگر جنس ایرانی نیز از کیفیت نسبتاً خوبی برخوردار باشد، واقعاً نمی‌صرفد که جنس خارجی خریداری کنیم؛ هرچند که به‌نظر برسد دوام آن جنس بیشتر است. مگر اینکه همهٔ جنس‌های ایرانی از نظر دوام و کیفیت واقعاً بد باشند، که هم من و هم شما می‌دانیم که این‌طور نیست!

در خرید جنس‌های کشورهایی همچون چین، گاهی وضع برعکس است. این اجناس به‌دلیل آنکه توسط کارگر ارزان و با مواد اولیهٔ ارزان و بی‌کیفیت تولید می‌شوند، ارزان‌تر از اجناس ایرانی موجود در بازار هستند. در این حالت نیز باید دید که آیا خرید جنس ارزان چینی به‌صرفه‌تر از خرید جنس ایرانی است؟

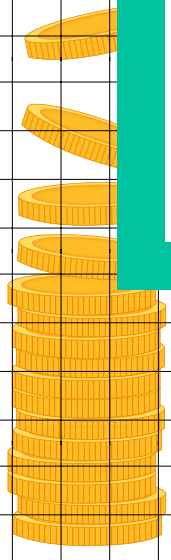
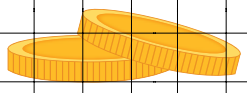
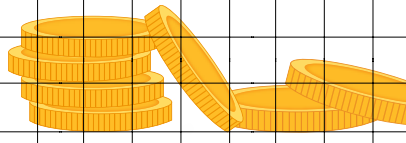
کفش چینی: قیمت ۲۸۰۰۰ تومان
دوام: ۶ ماه

کفش ایرانی: قیمت ۸۲۰۰۰ تومان
دوام: بیش از دو سال!

$\frac{۸۲۰۰۰}{۲۴} \; ? \; \frac{۲۸۰۰۰}{۶}$



اکنون شما بگویید آیا خرید جنس چینی به‌صرفه است؟!

هنر دَوَران

کیان کریمی خراسانی

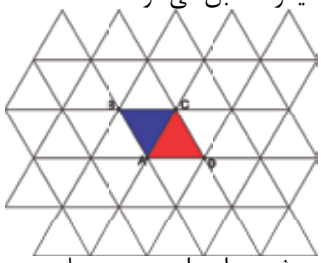
در مطالب قبلی که در شماره‌های ۸۳ و ۸۵ چاپ شدند، سه شیوه برای ساخت الگوهای کاشی‌کاری متناوب معرفی شد:

۱. ساخت الگو به کمک انتقال؛

۲. ساخت الگو به کمک دوران؛

۳. ساخت الگو به کمک تقارن.

در آنجا، به روش ساخت به کمک انتقال پرداخته شد. در این مقاله به روش ساخت به کمک دوران می‌پردازیم. قبلاً با «هندسهٔ پس‌زمینه در کاشی‌کاری» آشنا شده‌ایم. برای روش دوران هم به این هندسه نیاز داریم، ولی همهٔ الگوها از این روش به دست نمی‌آیند. در اصل در پس‌زمینه‌هایی به‌کار می‌آیند که این شرط را داشته باشند: «دو کاشی مجاور را بتوان با یک دوران حول یکی از رأس‌های مشترکشان بر هم منطبق کرد». مثلاً در هندسهٔ پس‌زمینهٔ زیر که از مثلث‌های متساوی‌الاضلاع تشکیل شده است، مثلث‌های ABC و ACD با دوران ۶۰° حول نقطهٔ A بر یکدیگر منطبق می‌شوند.

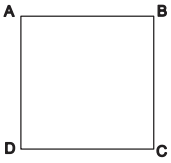


سعی داریم روش دوران را در هندسه‌های پس‌زمینهٔ زیر یاد بگیریم:

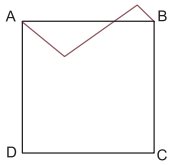
- با مربع‌ها؛
- با مثلث‌های متساوی‌الاضلاع.

ابتدا کاشی‌کاری به کمک دوران با هندسهٔ پس‌زمینهٔ مربعی را بررسی می‌کنیم.

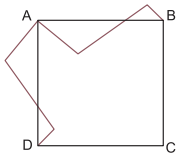
۱. یک مربع را در نظر می‌گیریم.



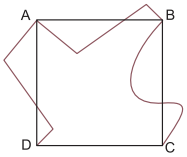
۲. یک منحنی (یا خط شکسته) از A به B رسم می‌کنیم.



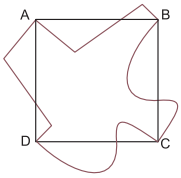
۳. منحنی رسم شده را حول نقطهٔ A به اندازهٔ ۹۰° دوران می‌دهیم.



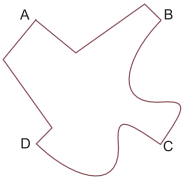
۴. یک منحنی دیگر از B به C رسم می‌کنیم.



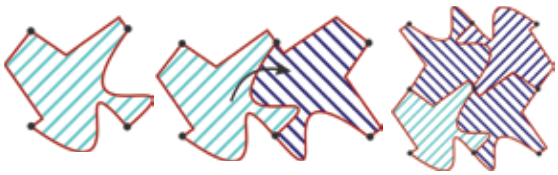
۵. منحنی رسم شده را حول نقطهٔ C به اندازهٔ ۹۰° دوران می‌دهیم.



۶. اکنون یک کاشی جدید داریم که رأس‌های A، B، C و D در آن مشخص شده‌اند.

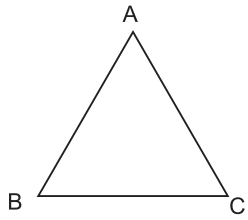


۷. با کاشی به دست آمده، می‌توان یک الگوی کاشی‌کاری درست کرد. روش چیدن آن‌ها به این شکل است که ابتدا یک کاشی را قرار می‌دهیم. سپس هر کاشی را به اندازهٔ ۹۰° حول یکی از رأس‌ها دوران می‌دهیم. دقت کنید که هیچ جایی «خالی»[1] نمی‌ماند و در هیچ جایی «هم‌پوشانی»[2] وجود ندارد.

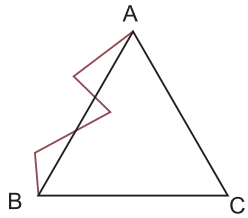


اکنون کاشی‌کاری به کمک دوران با هندسهٔ پس‌زمینهٔ مثلثی (متساوی‌الاضلاع) را بررسی می‌کنیم.

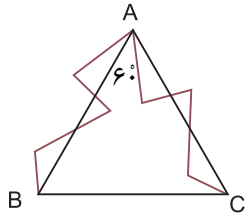
۱. یک مثلث متساوی‌الاضلاع را در نظر می‌گیریم.



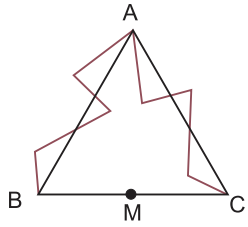
۲. یک منحنی (یا خط شکسته) از A به B رسم می‌کنیم.



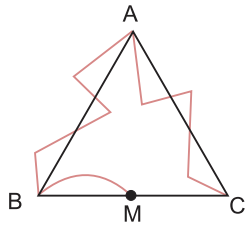
۳. منحنی رسم شده را حول نقطهٔ A به اندازهٔ ۶۰° دوران می‌دهیم.



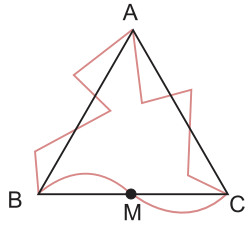
۴. نقطهٔ وسط ضلع BC را پیدا می‌کنیم و آن را M می‌نامیم.



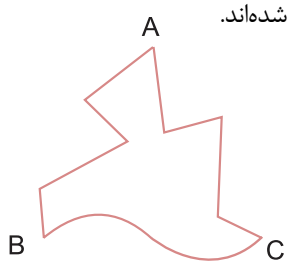
۵. یک منحنی از B به M رسم می‌کنیم.



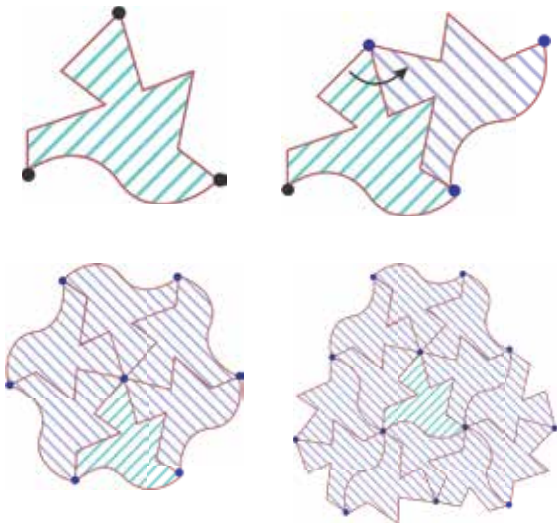
۶. قرینهٔ منحنی رسم شده را نسبت به نقطهٔ M رسم می‌کنیم.



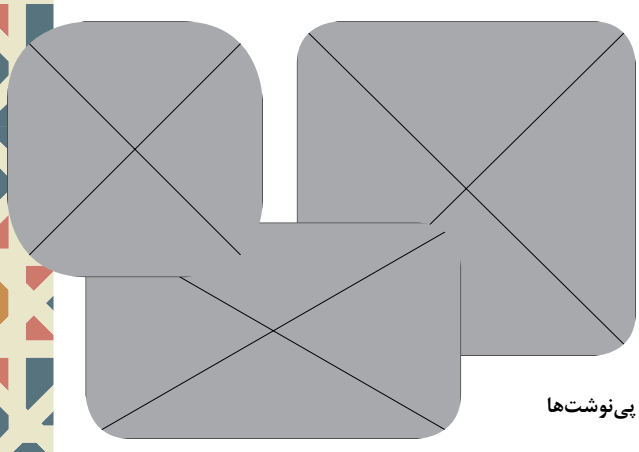
۷. اکنون یک کاشی جدید داریم که رأس‌های A، B و C در آن مشخص شده‌اند.



۸. با کاشی به دست آمده می‌توان یک الگوی کاشی‌کاری درست کرد. روش چیدن آن‌ها به این شکل است که ابتدا یک کاشی را قرار می‌دهیم. سپس هر کاشی را به اندازهٔ ۶۰° حول یکی از رأس‌ها دوران می‌دهیم. دقت کنید که هیچ جایی خالی نمی‌ماند و در هیچ جایی هم‌پوشانی وجود ندارد.



در شکل‌های زیر، نمونه‌های زیبایی از کاشی‌کاری به کمک دوران را می‌بینید.



پی‌نوشت‌ها

1. Gap / 2. Overlap

رمز مورد علاقه

آروین سهامی
دانش‌آموز پایهٔ هشتم، دبیرستان انرژی اتمی امیرآباد شمالی، تهران

چند وقت پیش برای سفر چمدانی خریدم. این چمدان قابلیت رمزگذاری داشت، رمز آن به صورت ۳ عدد بود که اگر هر سه عدد را در جای درست خود می‌گذاشتم، در چمدان باز می‌شد، من نحوهٔ تغییر رمز چمدان را از فروشنده یاد گرفتم و از آن موقع به بعد، فکر و ذکرم شده بود انتخاب رمزی برای چمدان که کسی نتواند آن را حدس بزند.

دفعهٔ اول چون عدد مورد علاقه‌ام ۵ بود، رمز را ۵۵۵ گذاشتم، و سپس چمدان را به مادرم دادم تا آن را باز کند و رمز مرا حدس بزند. مادرم هم به‌طور ناباورانه‌ای، در همان تلاش اول رمز را حدس زد! بنابراین با خودم فکر کردم که بهتر است یک رمز شانسی انتخاب کنم. ولی بعد به این نتیجه رسیدم که رمز شانسی فایده‌ای ندارد، زیرا ممکن است آن را فراموش کنم. پس کمی فکر کردم و بعد به این نتیجه رسیدم:

ابتدا کلمه‌ای، مثلاً نامتان را در نظر بگیرید. سپس آن را به سه حرف خلاصه کنید (برای مثال، سه حرف اول اسمتان)، مثلاً چون نام من **آروین** است، این‌گونه عمل کردم:

Arvin⇨A-R-V

حال برای تمام حرف‌ها عددی در نظر بگیرید:

A=۰	B=۱	C=۲	D=۳	E=۴	F=۵	G=۶	H=۷
I=۸	J=۹	K=۱۰	L=۱۱	M=۱۲	N=۱۳	O=۱۴	P=۱۵
Q=۱۶	R=۱۷	S=۱۸	T=۱۹	U=۲۰	V=۲۱	W=۲۲	X=۲۳
						Y=۲۴	Z=۲۵

به جای هر یک از حرف‌های انتخاب شده، عدد می‌گذاریم:

A- R- V :۰-۱۷-۲۱

اما از آنجا که اعداد دو رقمی (در مثال، مانند ۱۷ و ۲۱) را نمی‌توان در رمزی سه رقمی گنجاند، با مشکلی روبه‌رو می‌شویم که به این صورت حل می‌شود:

عدد مورد علاقه‌تان را در نظر بگیرید (**این عدد باید بین ۱ تا ۱۰ باشد**). اعداد دو رقمی بالا را بر آن تقسیم کنید و باقی‌مانده را به دست آورید، سپس باقی‌مانده را به جای عدد اصلی بگذارید.

برای مثال:

عدد مورد علاقه = ۵

۱۷← عدد باقی‌مانده در تقسیم ۱۷ بر ۵ (عدد مورد علاقه)=۲

۲۱← عدد باقی‌مانده در تقسیم ۲۱ بر ۵ (عدد مورد علاقه)=۱

پس A -R-V = ۱- ۲- ۰

به این ترتیب می‌توان از یک کلمه عددهای کاملاً شخصی ساخت، زیرا عدد مورد علاقهٔ شما مال خود شماست و می‌تواند با افراد دیگر تفاوت داشته باشد. در ضمن، کلمهٔ مورد انتخاب شما نیز مخصوص شماست.

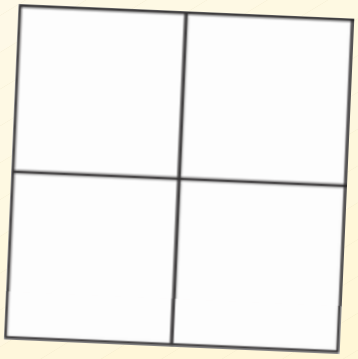
گرچه ما در اینجا با سه رقم رمز ساختیم، اما می‌توان با این روش و به همین سادگی با n رقم نیز همین کار را کرد. قطعاً رمزهایی به شدت پیچیده‌تر از این شیوهٔ رمزگذاری نیز وجود دارند، اما اکثر آن‌ها به درد کارهای روزمره نمی‌خورند و همین سادگی است که باعث مناسب بودن این رمز می‌شود. به طوری که هرگاه رمزتان را از یاد ببرید، می‌توانید دوباره با همین شیوه آن را بازیابی کنید. روش‌های دیگری نیز برای این کار هست:

از آنجا که عدد رمز شما، با عدد رمز بعضی از حرف‌های دیگر نیز یکسان است، می‌توان با به خاطر داشتن هر یک از این کلمات، رمز را بازیابی کرد. مثلاً A-R-V با K-M-L، P-R-Q، U-W-V، F-H-G، برابر است، پس هرگاه هر یک از این مجموعه حروف را به یاد داشته باشید، می‌توانید رمز مورد نظر را هم بیابید.

کی می‌تونه حل کنه؟!

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

۱ می‌خواهیم خانه‌های مربع زیر را با یکی از دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم. به چند حالت می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟ حالت‌هایی را که با دوران دادن مربع به هم تبدیل می‌شوند، یک حالت در نظر بگیرید.



۲ می‌توانیم با اضافه کردن هفت علامت به‌علاوه یا منها کاری کنیم که تساوی زیر برقرار باشد:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹=۱۰۰

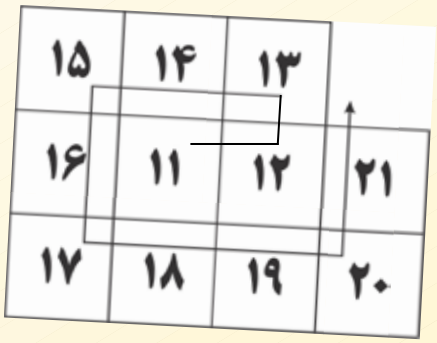
نگاه کنید:

۱+۲+۳-۴+۵+۶+۷۸+۹=۱۰۰

حالا به جای هفت علامت، از سه علامت استفاده کنید، طوری که باز هم تساوی برقرار باشد.

۳ کیلومترشمار یک کامیون عدد ۱۵۹۵۱ را نشان می‌دهد. راننده با خود فکر می‌کند: «این عدد از دو طرف به یک شکل خوانده می‌شود. حتماً خیلی طول می‌کشد تا دوباره این اتفاق بیفتد.» ولی دو ساعت بعد دوباره کیلومترشمار عددی را نشان می‌دهد که از دو طرف به یک شکل خوانده می‌شود. سرعت کامیون چند کیلومتر در ساعت است؟

۴ روی مربعی، عدد ۱۱ را نوشته‌ایم. بعد هر بار مربعی کنار مربع قبلی کشیده‌ایم و یک عدد به عدد قبلی اضافه کرده‌ایم تا مارپیچی شبیه شکل زیر ایجاد شود. به قطر مربوط به اعداد ۱۱، ۱۳ و ۱۷ دقت کنید. اولین عدد مرکب که روی این قطر می‌نویسیم، چند است؟



از پی‌پولیس تا فی‌پولیس

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی
تصویرگر: سام سلیمی

فی‌پولیس (شهر فی) که آدم‌ها به آن آکروپولیس (شهر لبه) می‌گویند، از سال‌های خیلی دور محل زندگی فی‌پی‌ها بود.

در شمارهٔ قبل دیدی که این آقای شبّده‌چی مزاحم آمد و خیلی‌ها را نسبت به حرف‌های من دربارهٔ پی‌پولیس (به قول شما آدم‌ها پرسپولیس یا تخت جمشید) به شک انداخت. اما حالا آمده‌ام سراغ فی‌پولیس (به قول شما آدم‌ها، آکروپولیس) با کلی مستندات. مطمئنم این دفعه شکست می‌خورد!

اما تقریباً ۱۰۰ سال پس از ساخت پی‌پولیس در ایران، فی‌پی‌های یونانی حسودی کردند و آن‌ها هم فی‌پولیس را کامل‌تر کردند! این بار با کلی فی اضافه.

پدربزرگم معتقد بود که فی‌دیاس راز نسبت طلایی (فی) را در پارتنون می‌دانست، اما به کسی نگفت. ولی باجناق شوهر دخترعموی پدرشوهر عمه‌ام معتقد بود که او همین‌طور حسی و تجربی به این ابعاد رسیده. من که حق را به پدربزرگم می‌دهم. باید حق را به فامیل نزدیک داد!

چند معمار و در رأس آن‌ها فی‌دیاس (عجیبه که اسم این را آدم‌ها عوض نکردند) کلی بنا و مجسمه به این شهر فی افزودند.

و مهم‌ترین آن‌ها معبد «پارتنون» بود.

چون در زمان حیات فی‌دیاس هیچ‌کس نرفت صاف و پوست‌کنده ماجرا را از او بپرسد،

بعد از مرگش پی‌لاتون (که از سر دشمنی با فی‌پی‌ها بعضی آدم‌ها اسمش را پلاتو و بعضی دیگر افلاتون گذاشتند)، در آموزشگاهش به سراغ این راز رفت.

در آکادمی پی‌لاتون، بحث‌های علمی مهمی دربارهٔ فلسفه، منطق، ریاضی و به ویژه هندسه می‌شد.

مثل آموزشگاه‌های کنکور امروزی آدم‌ها نبود که گزینه‌ها را مهندسی معکوس می‌کنند!

یکی از مهم‌ترین شاگردان پی‌لاتون، ائودوکسوس بود که در جوانی به آتن آمد تا وارد آکادمی شود. لازم هم نبود کنکور بدهد.

چون آکادمی خوابگاه نداشت و ائودوکسوس هم توان گرفتن هتل نداشت، در کلبهٔ کوچکی کنار بندر که از آکادمی هم دور بود، زندگی می‌کرد.

همین‌ها باعث شد که مغز ائودوکسوس تصمیم به فرار بگیرد.

و حتی پول اتوبوس فی‌آرتی هم نداشت.

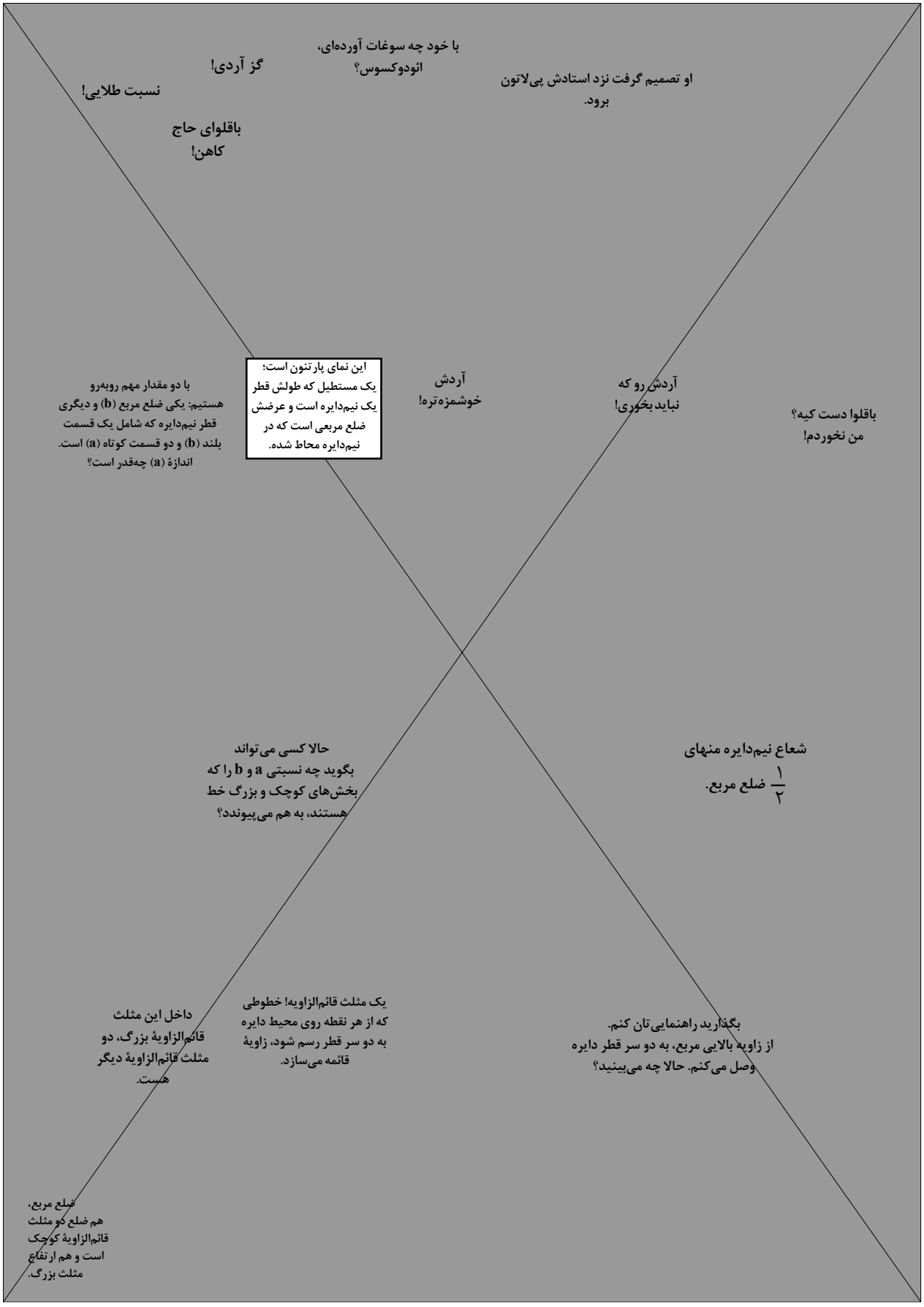
البته در آنجا ائودوکسوس و مغزش کلی چیز یاد گرفتند.

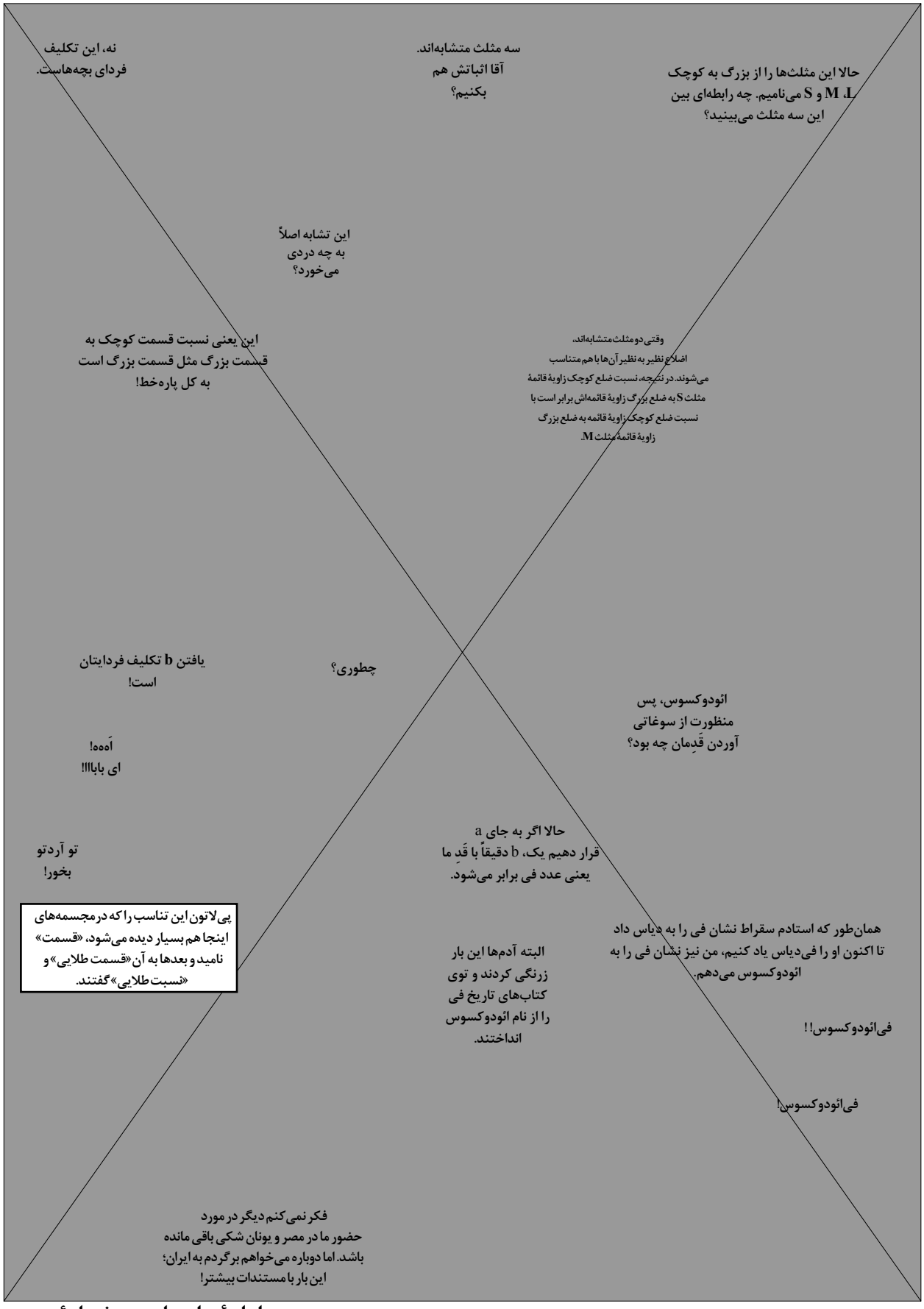
و برگشت به یونان و آموزشگاه زد و کارش گرفت. حالا به خاطر سوادش بود یا تیپش نمی‌دانم.

!!!!

؟؟؟؟

!!!!


با خود چه سوغات آورده‌ای، ائودوکسوس؟
گز آردی!
نسبت طلایی!
او تصمیم گرفت نزد استادش پی‌لاتون برود.
باقلوای حاج کاهن!
این نمای پارتنون است؛ یک مستطیل که طولش قطر یک نیم‌دایره است و عرضش ضلع مربعی است که در نیم‌دایره محاط شده.
آردش خوشمزه‌تره!
آردش رو که نباید بخوری!
باقلوا دست کیه؟ من نخوردم!
با دو مقدار مهم روبه‌رو هستیم: یکی ضلع مربع (b) و دیگری قطر نیم‌دایره که شامل یک قسمت بلند (b) و دو قسمت کوتاه (a) است. اندازهٔ (a) چه‌قدر است؟
حالا کسی می‌تواند بگوید چه نسبتی a و b را که بخش‌های کوچک و بزرگ خط هستند، به هم می‌پیوندد؟
شعاع نیم‌دایره منهای $\frac{۱}{۲}$ ضلع مربع.
یک مثلث قائم‌الزاویه! خطوطی که از هر نقطه روی محیط دایره به دو سر قطر رسم شود، زاویهٔ قائمه می‌سازد.
داخل این مثلث قائم‌الزاویهٔ بزرگ، دو مثلث قائم‌الزاویهٔ دیگر هست.
بگذارید راهنمایی‌تان کنم. از زاویه بالایی مربع، به دو سر قطر دایره وصل می‌کنم. حالا چه می‌بینید؟
ضلع مربع، هم ضلع دو مثلث قائم‌الزاویهٔ کوچک است و هم ارتفاع مثلث بزرگ.



ادامهٔ داستان در شمارهٔ بعد...

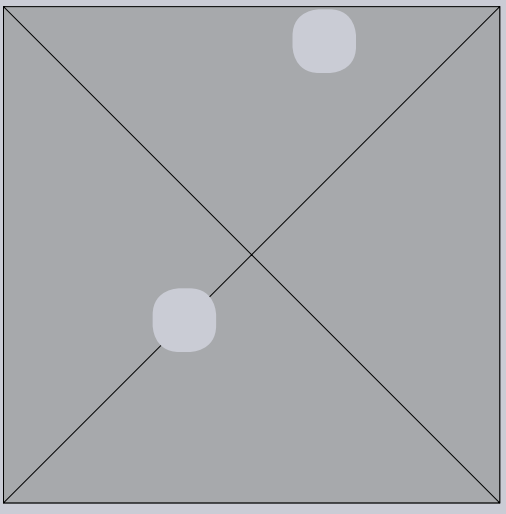
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

FUTOSHIKI

محدثه کشاورز اصلانی

بازی فکر کنید

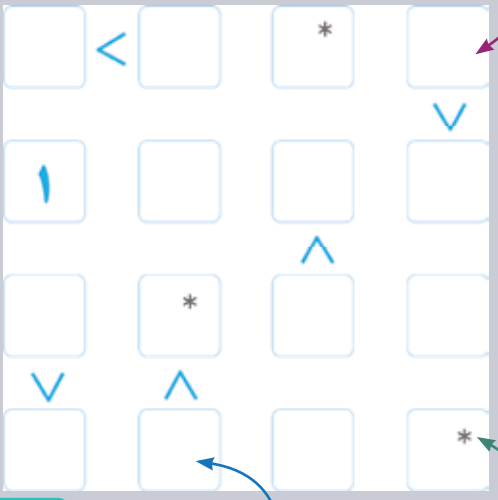
- هر پازل فوتُشیکی از خانه‌هایی تشکیل شده که بین بعضی از آن‌ها، علامت‌هایی هست.
- همهٔ خانه‌های این پازل باید با اعدادی بین ۱ تا ۴ پر شوند.
- هر عددی در هر **ردیف** و هر **ستون** فقط باید یک بار تکرار شود.
- رابطه‌های > («بزرگ‌تر است از») و < («کوچک‌تر است از») رابطهٔ بین خانه‌های کنار هم را نشان می‌دهد.
- هر پازل فقط یک جواب درست دارد و می‌توانید آن را بدون حدس زدن حل کنید.



FUTOSHIKI (۱)

برای این که ببینی من این پازل را چگونه حل کردم، مراحل زیر را دنبال کن. توضیحات هر مرحله را به ترتیب شماره‌ها بخوان.

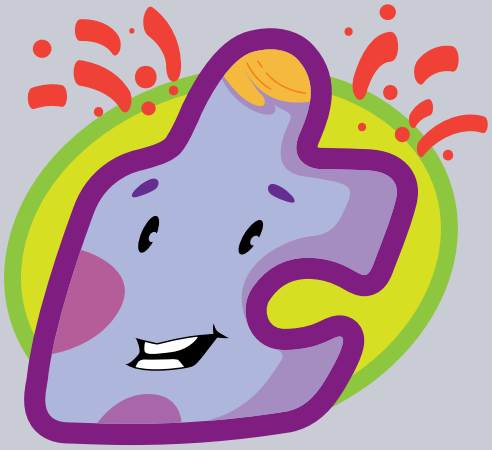
۱. در این ردیف، خانهٔ آخر نمی‌تواند ۱ باشد، چون در ستونش ۱ دارد. خانه‌های اول و سوم هم نمی‌توانند یک باشند، چون باید از خانهٔ مقابلشان بزرگ‌تر باشند و ۱ از همه کوچک‌تر است. پس تنها گزینه‌ای که می‌ماند خانهٔ * است.



مرحلهٔ اول

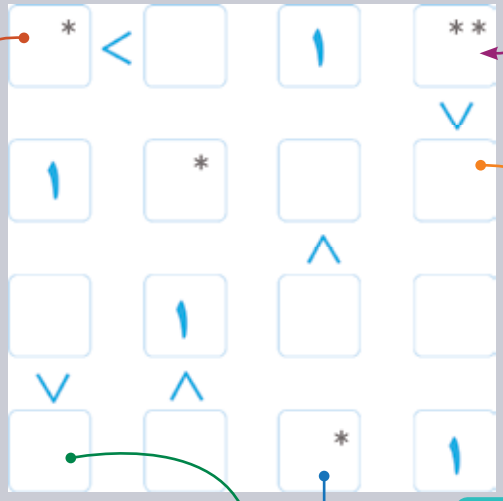
۲. در این ستون دو خانهٔ بالایی نمی‌توانند ۱ باشند، چون در ردیفشان ۱ داشته‌اند. بین دو خانه‌ای هم که می‌مانند، طبیعی است که ۱ باید در خانهٔ * قرار بگیرد.

۳. با توجه به اینکه در هر ردیف و هر ستون هر عدد فقط باید یک بار تکرار شود، پس این خانه آخرین خانه‌ای است که باید در آن عدد ۱ قرار بگیرد.



FUTOS

۱. در این ردیف خانه‌های اول و سوم باید از خانهٔ مقابلشان بزرگ‌تر باشند. چون جای ۱ها معلوم شده و عدد ۲ فقط از ۱ بزرگ‌تر است، پس نمی‌تواند در این خانه‌ها قرار بگیرد. تنها جای ممکن برای ۲ در این ردیف خانهٔ * است.



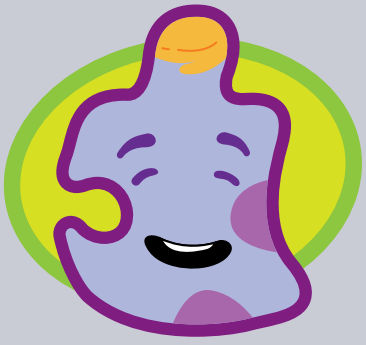
مرحلهٔ دوم

۳. در این ردیف خانه‌های اول و دوم باید از خانهٔ مقابلشان کوچک‌تر باشند، پس عدد ۴ نمی‌تواند در این خانه‌ها قرار بگیرد. پس باید در خانهٔ * قرار بگیرد.

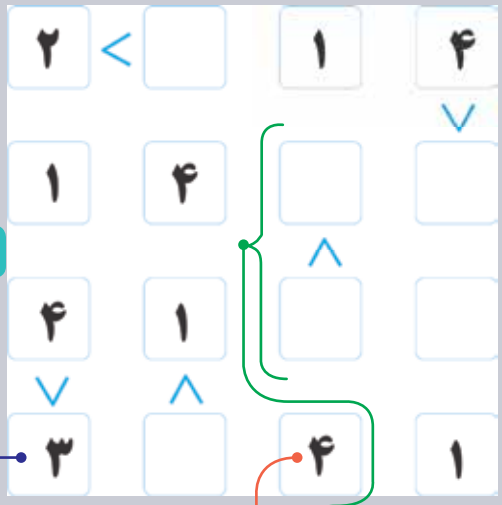
۵. آخرین خانه‌ای که عدد ۴ باید در آن قرار بگیرد، همین خانه * است.

۲. با معلوم شدن جای ۲ در این ستون، جای ۳ و ۴ هم معلوم می‌شود.

۴. با معلوم شدن جای عدد ۴ در ردیف دوم و سوم، در این ردیف هم تنها جای ممکن برای عدد ۴، خانهٔ ** است.



۱. جای ۳ هم در این ردیف خالی است.

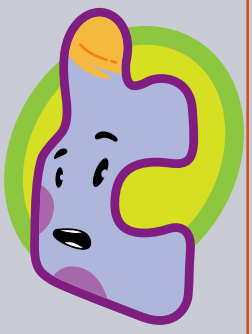


مرحلهٔ سوم

۲. جای ۲ در این ردیف خالی است.

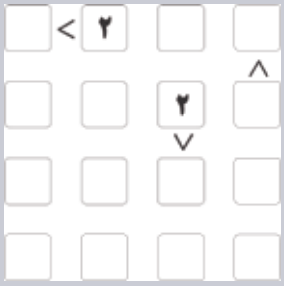
۳. جای ۲ و ۳ با توجه به علامت در این ستون معلوم است.

۴. در آخرین مرحله، خانه‌های خالی در این دو ردیف خالی هم اعداد مناسب را می‌گذاریم.

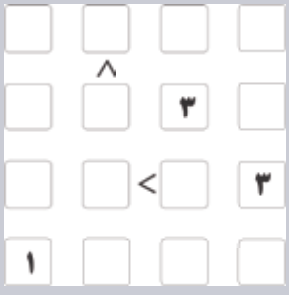


در زیر تعدادی پازل حل نشده برای تو آورده‌ایم. اگر دوست داری پازل‌های بیشتری حل کنی، صفحهٔ ۲۷ را هم ببین. هم‌چنین می‌توانی به سایت www.krazydad.com مراجعه کنی.

FUTOSHIKI (۲)



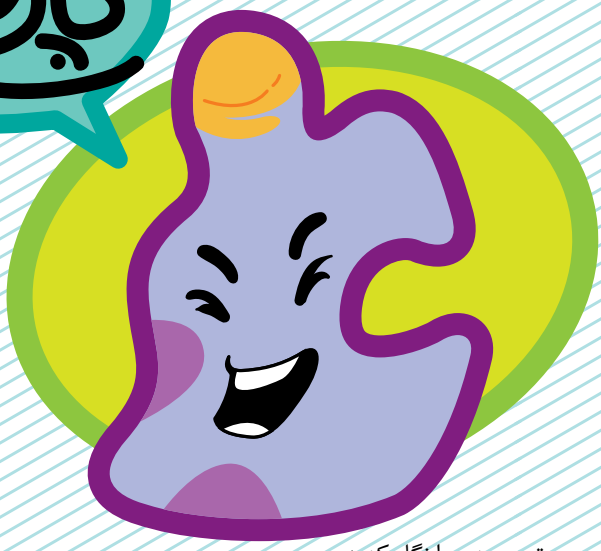
FUTOSHIKI (۳)



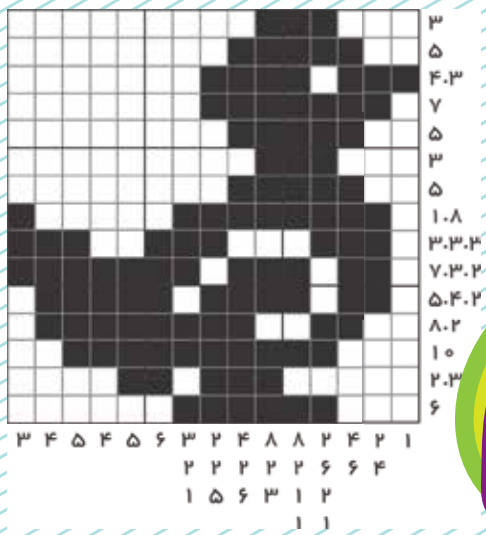
پازل فکر کنید

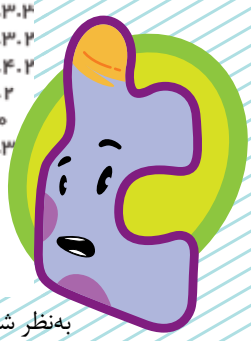
JIE (NONOGRAM)

محمود داورزنی

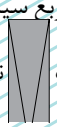


تصویر زیر را نگاه کنید.



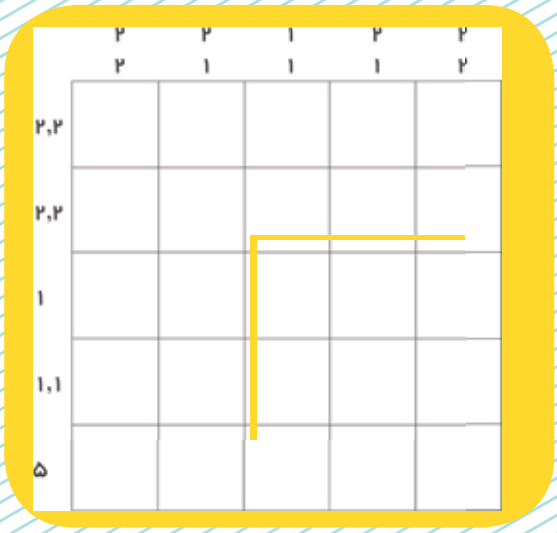


به‌نظر شما، عددهایی که‌پایین هر ستون و کنار هر سطر نوشته شده‌اند، چه ارتباطی با ستون یا سطر مربوطه دارند؟

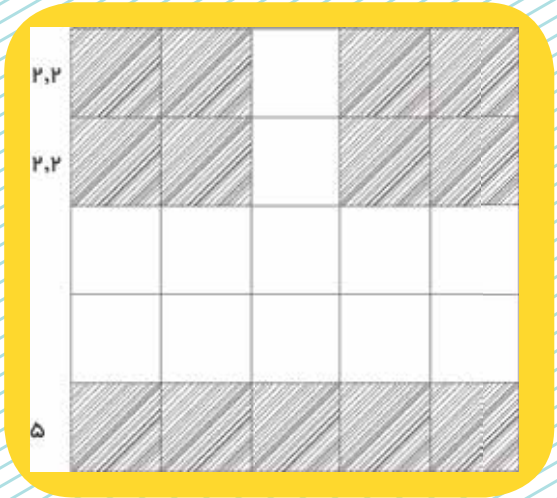
همان‌طور که ممکن است حدس زده باشید، عددهای پایین هر ستون (یا سطر) تعداد مربع‌های سیاه شده در آن ستون (یا سطر) است. مثلاً زیر ستون دوم (از چپ) عدد ۴ نوشته شده و در همین ستون، ۴ مربع سیاه شده وجود دارد. یا زیر ستون هفتم، عددهایی به صورت  نوشته شده‌اند که نشان می‌دهد که در این ستون از بالا به پایین به ترتیب، ۳، ۲ و ۱ خانه سیاه شده‌اند و بین آن‌ها حداقل یک مربع سفید وجود دارد.

اکنون فرض کنید همهٔ خانه‌های این جدول، سفید باشند و فقط عددهای کنار هر سطر و پایین هر ستون داده شده باشند. آیا می‌توانید با همین قانون، مربع‌ها را سیاه کنید تا تصویر اولیه مشخص شود؟

اکنون که قانون بازی را یاد گرفتید، لازم است بدانید که این‌گونه جدول‌ها همیشه یک جواب دارند. یعنی نمی‌توان با حدس و گمان و بدون در نظر گرفتن سطر یا ستون‌های دیگر، به سرعت جدول را پر کرد. برای پر کردن این جدول عجله نکنید. بیایید با هم پازل زیر را حل کنیم.

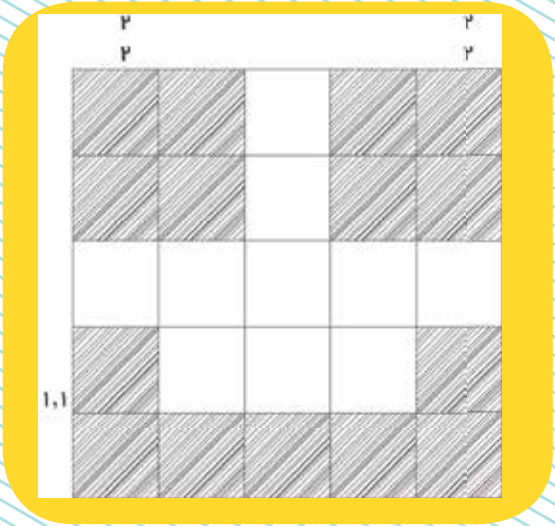


در پازل ۱، سطرهای اول، دوم و پنجم را فقط به صورت زیر می‌توان کامل کرد.

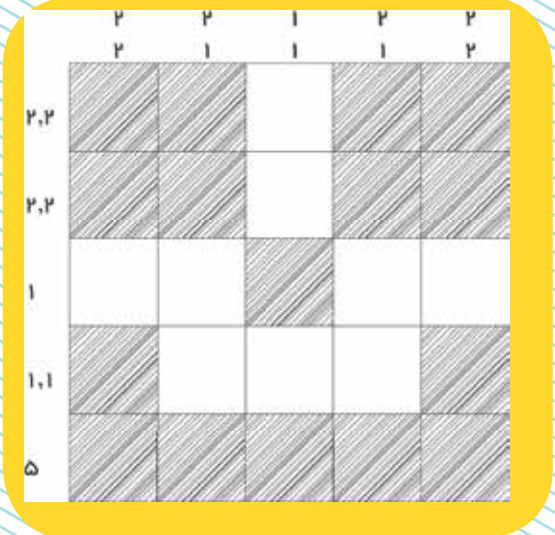


با این کار ستون دوم و ستون چهارم نیز کامل شده است. اکنون می‌توانیم ستون اول و پنجم را نیز کامل کنیم.

HAN



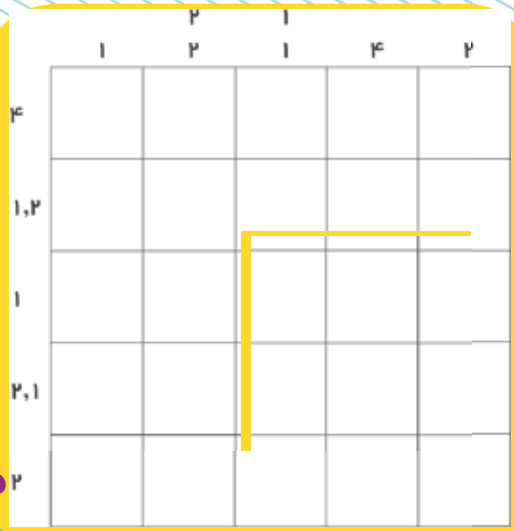
سطر چهارم باید با ۱ و ۱ پر شود که این کار خودبه‌خود انجام شده است و فقط باید سطر سوم (۱) و ستون سوم را کامل کنیم. باید یک مربع را در سطر سوم سایه بزنیم و با این کار ستون نیز به صورت درمی‌آید. این کار با سایه زدن مربع وسط انجام می‌شود.

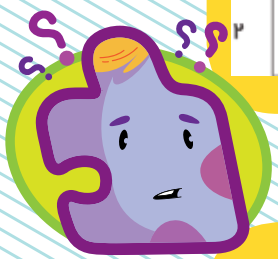


و همان‌طور که می‌بینید، پازل، کامل شده است.

اکنون نوبت شماست که پازل زیر را با رعایت قانون بازی حل کنید.

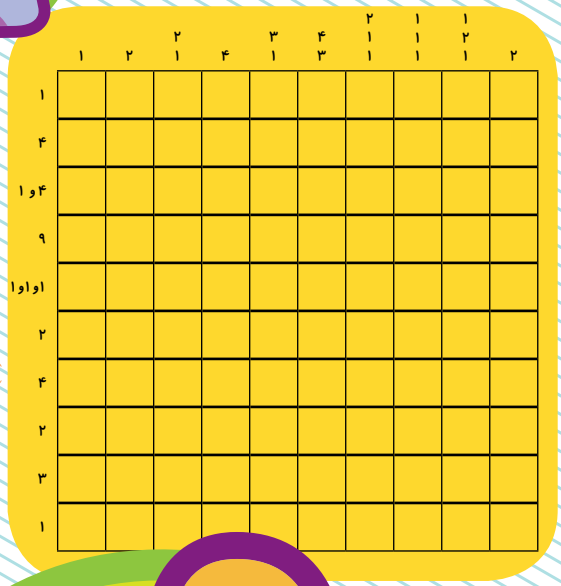
HANJIE (۲)

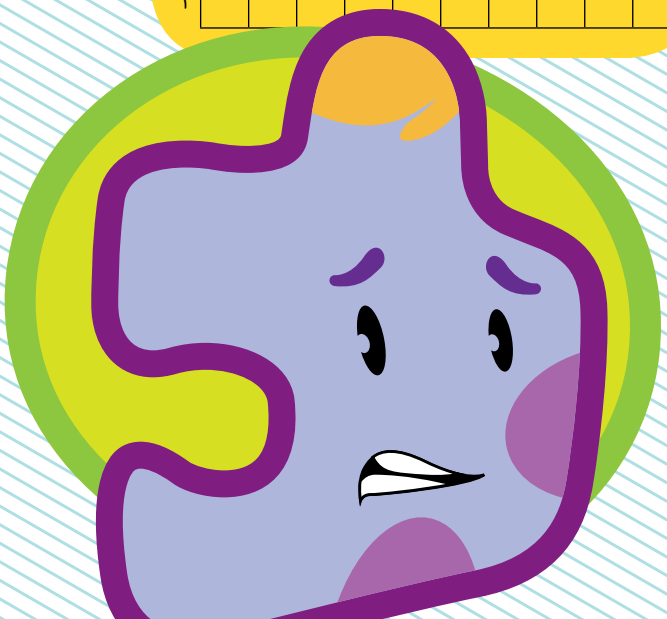


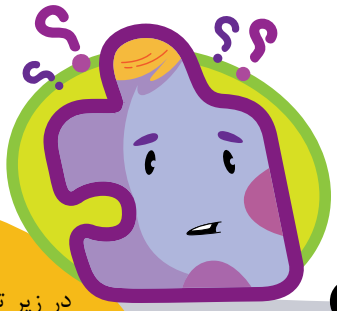


با کمی دقت بیشتر، پازل بعدی نیز حل می‌شود.
صفحهٔ ۲۷ را نیز ببین.

HANJIE (۲)

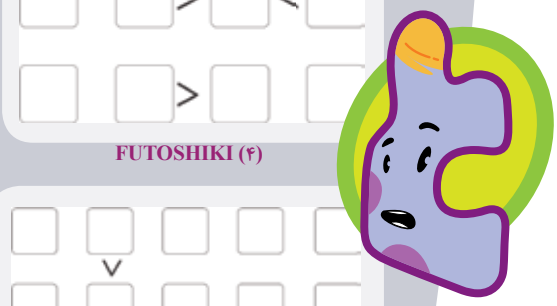




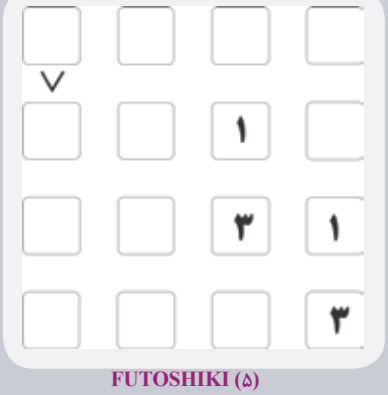


بیشتر پازل حل کنیم

در زیر تعدادی پازل FUTOSHIKI حل نشده آورده‌ایم. توجه کنید که در پازل‌های با ابعاد بزرگ‌تراز ۴، قوانین بازی دقیقاً همان است، فقط اعدادی که باید استفاده کنیم تغییر می‌کنند. مثلاً در مورد پازل‌های ۵ در ۵، باید از اعداد ۱ تا ۵ برای پر کردن پازل استفاده کنیم.

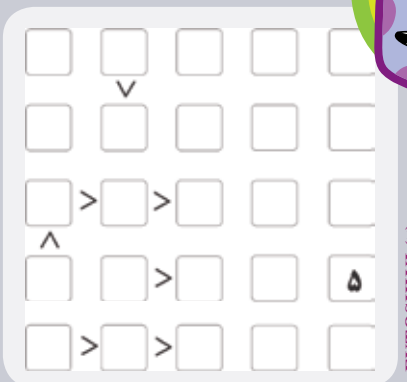


FUTOSHIKI (۴)



FUTOSHIKI (۵)

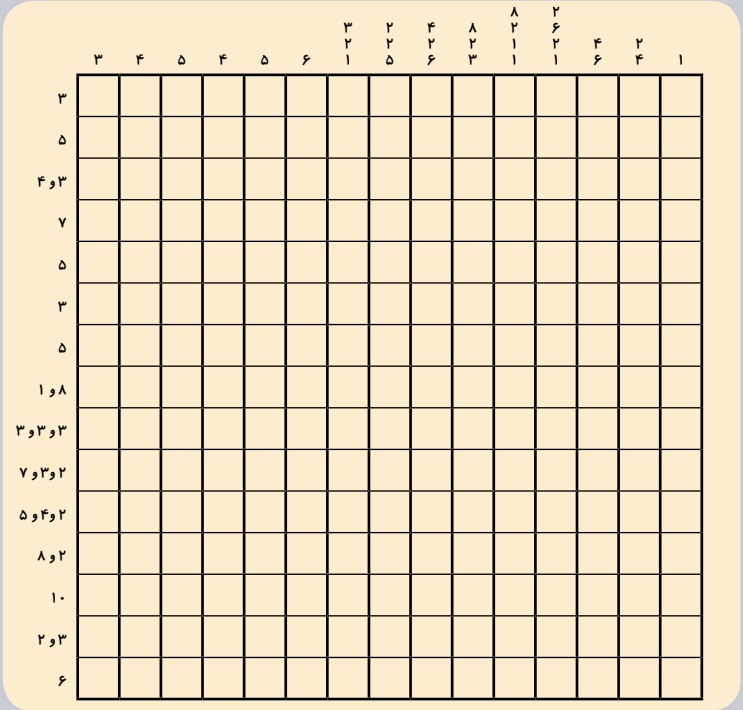
FUTOSHIKI (۶)



FUTOSHIKI (۷)

FUTOSHIKI (۸)

در پازل زیر، خانه‌های سفید را طوری سیاه کن که تعداد خانه‌های سیاه در هر سطر و هر ستون، با عددهای نوشته شده کنار آن سطر یا بالای آن ستون برابر باشد.



HANJIE (۴)

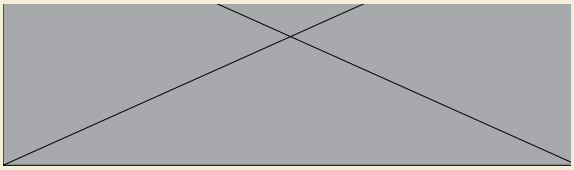
پروژه‌های جئوجبرایی!

بُردارهای جئوجبرایی

سیدمهدی بشارت

کار در کلاس

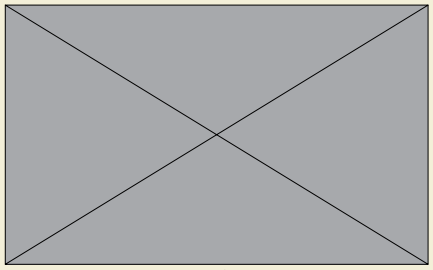
در هر شکل، بردار c را برحسب بردارهای a و b بنویسید.



شکل ۱ شکل ۲ شکل ۳

شکل ۱ خیلی ساده است و همه می‌دانند که جوابش می‌شود. ولی دو شکل دیگر چندان ساده نیستند.

اول برویم سراغ شکل ۳. می‌خواهیم بدانیم بردار c مجموع چند برابر a و چند برابر b است. دو محور سیاه، نظیر همان محورهای مختصات در شکل ۱ هستند و بردار نیستند! باید بردار c را روی این دو راستا تجزیه کنیم. یعنی از سر بردار c موازی هرکدام از محورهای سیاه خطی رسم کنیم تا متوازی‌الاضلاع مورد نظرمان تشکیل شود. خب زود باشید، خط‌کش و مداد بردارید و موازی بکشید.



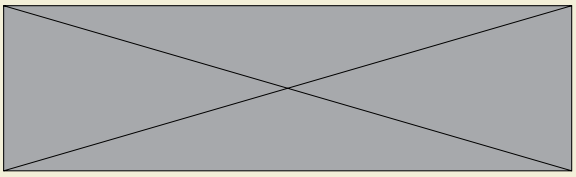
می‌بینید که مشکلاتی وجود دارند:

اول اینکه وقتی از سر c خطی موازی بردار b رسم می‌کنیم، محور پایینی را قطع نمی‌کند. اشکالی ندارد، خودمان محور پایین را ادامه می‌دهیم.

۶÷۲/۵=۳/۶

پس:

حالا برویم سراغ شکل ۲. باز هم باید بردار c را روی امتداد بردارهای a و b تجزیه کنیم. خودمان امتداد بردارهای سبز را رسم می‌کنیم! محور سیاه را من رسم کردم و آن یکی را هم ادامه دادم.



باز هم یک مشکل! وقتی از سر c موازی بردار b می‌کشیم، از کادر شطرنجی کتاب بیرون می‌زند! خب برای اینکه بتوانیم مشکل را حل کنیم، باید با ابزارهای دقیق شکل را رسم کنیم.

پس می‌بینید که کار با بردارها دقت ترسیمی زیادی می‌خواهد. برای همین است که درس بردار برگهٔ شطرنجی لازم دارد و دقت زیادی در اندازه‌گیری و موازی کشیدن.

به همین دلیل خیلی وقت‌ها بچه‌ها حوصلهٔ این همه دقت را ندارند و با این درس خیلی حال نمی‌کنند!

به مدد رایانه

من پیشنهاد خوبی برای شما دارم: با نرم‌افزاری کار کنید که هم دقت لازم را دارد، هم کار با آن لذت‌بخش است، هم خیلی چیزهای دیگر!

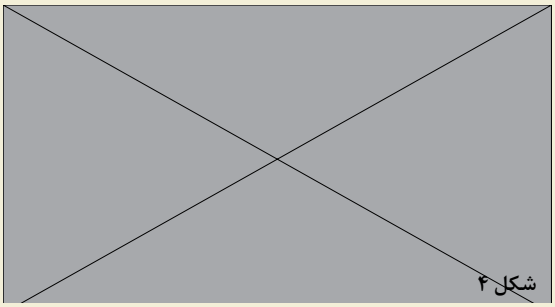
احتمالاً اسم آن را شنیده‌اید: «جئوجبرا».

فعلاً همین‌قدر بگویم که یک نرم‌افزار کاملاً رایگان است و از سایت خودش به نام «geogebra.org» به راحتی دانلود می‌شود.

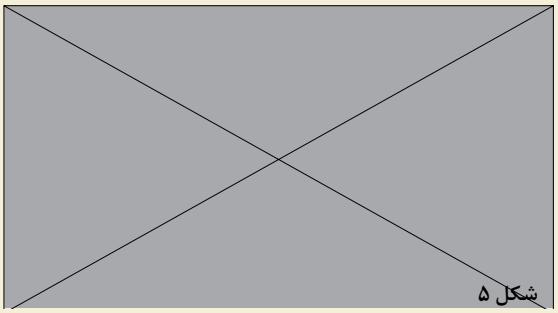
جمع جئوجبرایی دو بردار

برای اینکه بتوانیم با این نرم‌افزار کار کنیم، مسئلهٔ خودمان را کنار می‌گذاریم و از جاهای آسان‌تر شروع می‌کنیم؛ از رسم

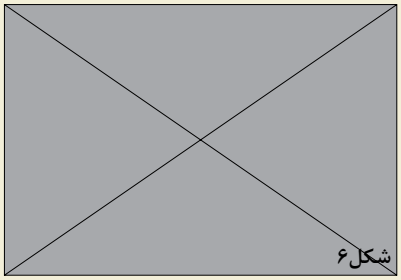
جمع بردارها. برنامه را که باز می‌کنید، صفحه‌ای که در شکل ۴ می‌بینید، باز می‌شود.


شکل ۴

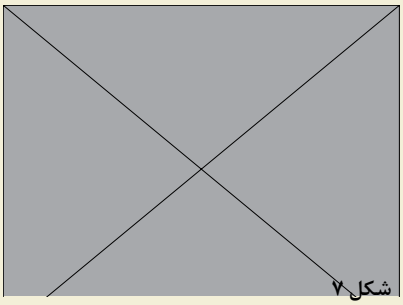
با این دکمه‌ها (شکل ۵) می‌شود خطوط شطرنجی و محورهای مختصات را آورد یا بُرد.


شکل ۵

گوشهٔ هر آیکون مثلث کوچکی هست که با کلیک روی آن «منو» باز می‌شود. بردار را از اینجا انتخاب کنید (شکل ۶).


شکل ۶

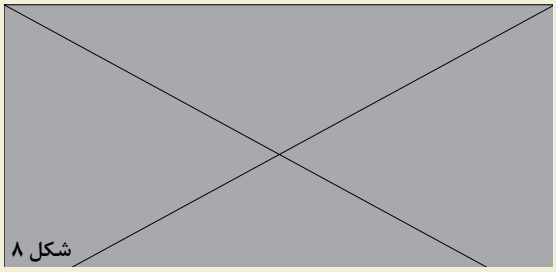
مطابق شکل ۷، دو بردار بکشید که از یک نقطه شروع شوند.


شکل ۷

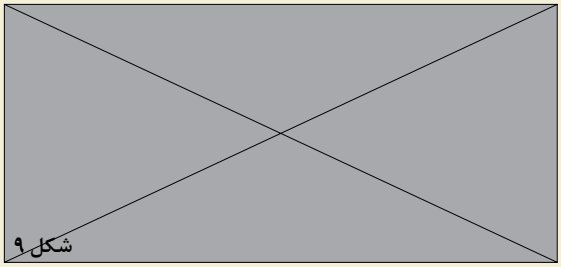
چه جالب! در ستون سمت چپ، هم مختصات نقطه‌ها و هم مختصات بردارها نوشته شده است. البته کمی با مختصاتی که ما می‌نویسیم فرق دارد. ما مختصات بردار را داخل کروشه می‌نویسیم، ولی اینجا داخل پرانتز است و اشکالی هم ندارد.

حالا چطور جمع بزنیم؟ شما می‌دانید که برای این کار باید یک متوازی‌الاضلاع درست کنیم. یعنی از نقطهٔ B موازی بردار AC و از نقطهٔ C هم موازی بردار AB خطی بکشیم.

بیایید قبل از ادامهٔ کار زبان برنامه را فارسی کنیم (شکل ۸). مواظب باشید، چیز دیگری را نزنید؛ شاید بیفتید وسط آفریقا! حالا بهتر شد. فقط همه چیز از راست به چپ شد!

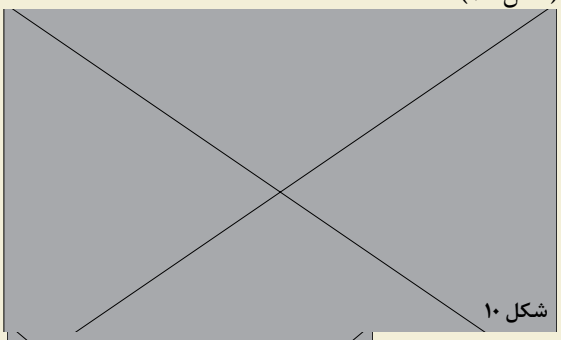

شکل ۸

کشیدن خط‌های موازی روی کاغذ دردسر است، ولی اینجا به آسانی انجام می‌شود. مثلث گوشهٔ آیکون را که بزنید، منویی باز می‌شود که دومین مورد آن برای کشیدن خط‌های موازی است.

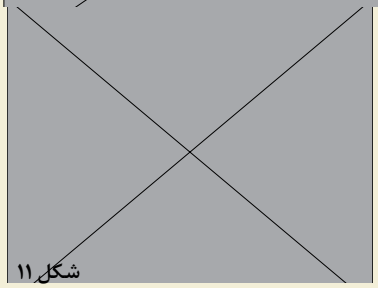

شکل ۹

یک مزیت جئوجبرا این است که ماوس را روی هر آیکونی نگه دارید، توضیحات لازم را می‌دهد. ببینید برای خط موازی چه گفته است؟ (شکل ۹)

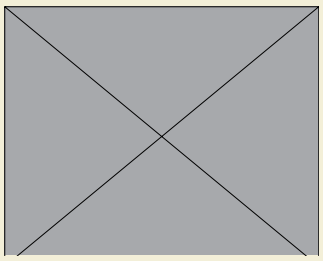
یعنی کافی است شما روی نقطهٔ C و سپس بردار AB کلیک کنید تا یکی از دو خط موازی که می‌خواستید، رسم شود (شکل ۱۰).


شکل ۱۰

آن یکی را هم رسم کنید. حالا محل برخورد این دو خط را با آیکون «نقطهٔ تقاطع» به دست آورید (شکل ۱۱).

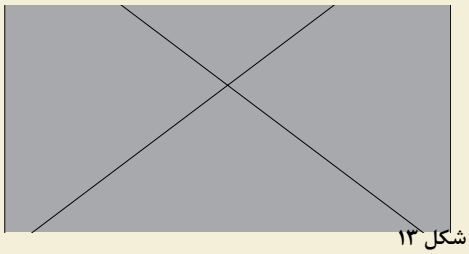

شکل ۱۱

رسیدیم به آخر کار و بردار AD جواب ماست (شکل ۱۲).



شکل ۱۲

تمام لذت کار اینجاست که شما فقط یک حالت را رسم نکرده‌اید، بلکه با تغییر دادن نقاط B و C می‌توانید جمع هر دو برداری را که خواستید به دست آورید. برای این کار اول باید روی آیکون جابه‌جایی کلیک کنید.



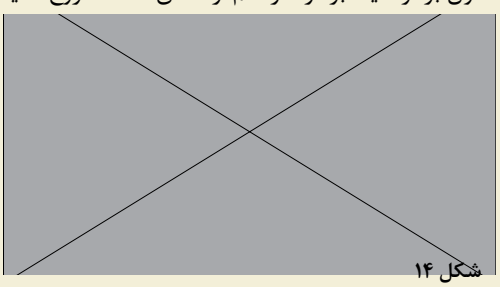
شکل ۱۳

برگردیم به مسئلهٔ شکل ۲. داشتیم این مسئلهٔ کتاب را حل می‌کردیم که به مشکلاتی برخوردیم. وقتی خط‌های موازی را می‌کشیدیم از کادر می‌زد بیرون و... برای رسم دقیق‌تر می‌خواهیم به سراغ جئوجبرا برویم. بیایید قدم‌هایی را که باید طی کنیم، بشماریم.

قدم اول: رسم بردارهای a، b و c./ **قدم دوم:** رسم امتداد بردار a و b و تجزیهٔ بردار c روی این امتدادها / **قدم سوم:** تشخیص اینکه هرکدام از این مؤلفه‌های تجزیه شدهٔ بردار c چند برابر بردارهای a و b هستند.

قدم اول

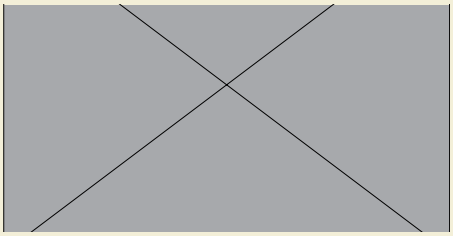
بردار a را رسم کنید. چون طول بردار b برابر با ۰/۵ است، قرقرهٔ ماوس را آن‌قدر بچرخانید تا بزرگ‌نمایی صفحه در حدی بشود که فاصلهٔ خطوط شطرنجی ۰/۵ واحد بشود. البته با استفاده از آیکون بزرگ‌نمایی هم می‌شد این کار را کرد. اکنون بردار b را از نقطهٔ شروع بردار a رسم کنید و دوباره اندازهٔ تصویر را به حالت اول برگردانید. بردار c را هم از همان نقطه شروع کنید.



شکل ۱۴

احتمالاً بردارهای شما به نام‌هایی که می‌خواهید نیستند. روی هر بردار راست کلیک کنید و با گزینهٔ «تغییر نام» آن‌ها را a، b و c بنامید.

همچنین می‌توانید رنگ بردارها را تغییر دهید. وقتی روی هر بردار کلیک می‌کنید، بالای صفحهٔ ترسیم آیکون‌هایی ظاهر می‌شوند که به کمک آن‌ها می‌توان رنگ و ضخامت هر شکل را تغییر داد. بردارهایتان را کمی ضخیم کنید. اگر نقاط دو سر بردارها خیلی بزرگ‌اند، می‌توانید آن‌ها را هم کوچک کنید. پیشنهاد می‌کنم محورهای مختصات را پنهان کنید، چون قرار است روی محورهای دیگری تجزیه کنیم.



شکل ۱۵

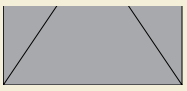
قدم دوم

با استفاده از آیکون خط‌های گذرنده از دو سر بردارهای a و b را رسم می‌کنیم. حالا بردار c را روی این دو خط تجزیه می‌کنیم (شکل ۱۵). یعنی از سر بردار c خطی موازی بردار a می‌کشیم تا یکی از این دو خط را قطع کند. همان‌طور که از قبل می‌دانید، باید از آیکون استفاده کنیم. خط موازی بردار b را هم می‌کشیم تا آن یکی را قطع کند. این خط‌ها را خط‌چین و نقاط تقاطعشان را با معلوم می‌کنیم.

اگر اسامی نقطه‌ها یا بردارها جاهایی خوبی نیستند، آیکون جابه‌جایی را انتخاب کنید و اسامی را جابه‌جا کنید.

قدم سوم

حالا باید تشخیص دهیم AF چند برابر بردار a است. با کمی دقت متوجه می‌شویم برابر است. راه دیگر تشخیص نسبت AF به a این است که در نوار ورود (پایین پایین!) تایپ کنید: AF/AB و دکمهٔ «Enter» را بزنید. آن‌وقت عدد ۳/۲۵ در پنجرهٔ عبارات جبری ظاهر می‌شود. چون AF در خلاف جهت a است، باید به آن علامت منفی بدهیم. معلوم است که AE هم پنج برابر AC است. با این حساب خواهیم داشت:



خب، این کار هم به آخر رسید. باز هم شما اکنون ابزاری در دست دارید که با آن می‌توانید، هر مسئله‌ای شبیه این مسئله را حل کنید و بردار c را برحسب بردارهای a و b بنویسید.

جمعه

ماشین‌حساب دوست‌داشتنی من

قبلاً هم گفته بودم کـــه وقتی بچه‌تر بودم، یکی از تفریحاتم با ماشین‌حساب، جمع چندین و چندبارهٔ یک عدد بـــا خودش یا یـــک عدد دیگر بـــود. اما دلیلش! خوب من آدم نســـبتاً تنبلی هســـتم و این یکی از ســـاده‌ترین آزمایش‌هایی بود که می‌شد با ماشین‌حســـاب انجام داد. چرا که به جز بار اول که باید دکمهٔ جمع را بزنم، برای دفعه‌های بعدی فقط کافی بود هر بار دکمهٔ مساوی را می‌زدم و این‌طوری سرعت انجام آزمایشم خیلی زیاد می‌شد.

اگر دوســـت دارید، شما هم امتحان کنید: مثلاً ابتدا عدد ۳ را وارد کنید. بعد دکمهٔ + و بعد دوباره عدد ۳. حالا دکمهٔ مساوی را بزنید و از این به بعد هر بار فقط دکمهٔ مســـاوی را بزنید. نتایجی که هر بار در صفحهٔ نمایش نشان داده می‌شود، به این صورت است:

۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ...

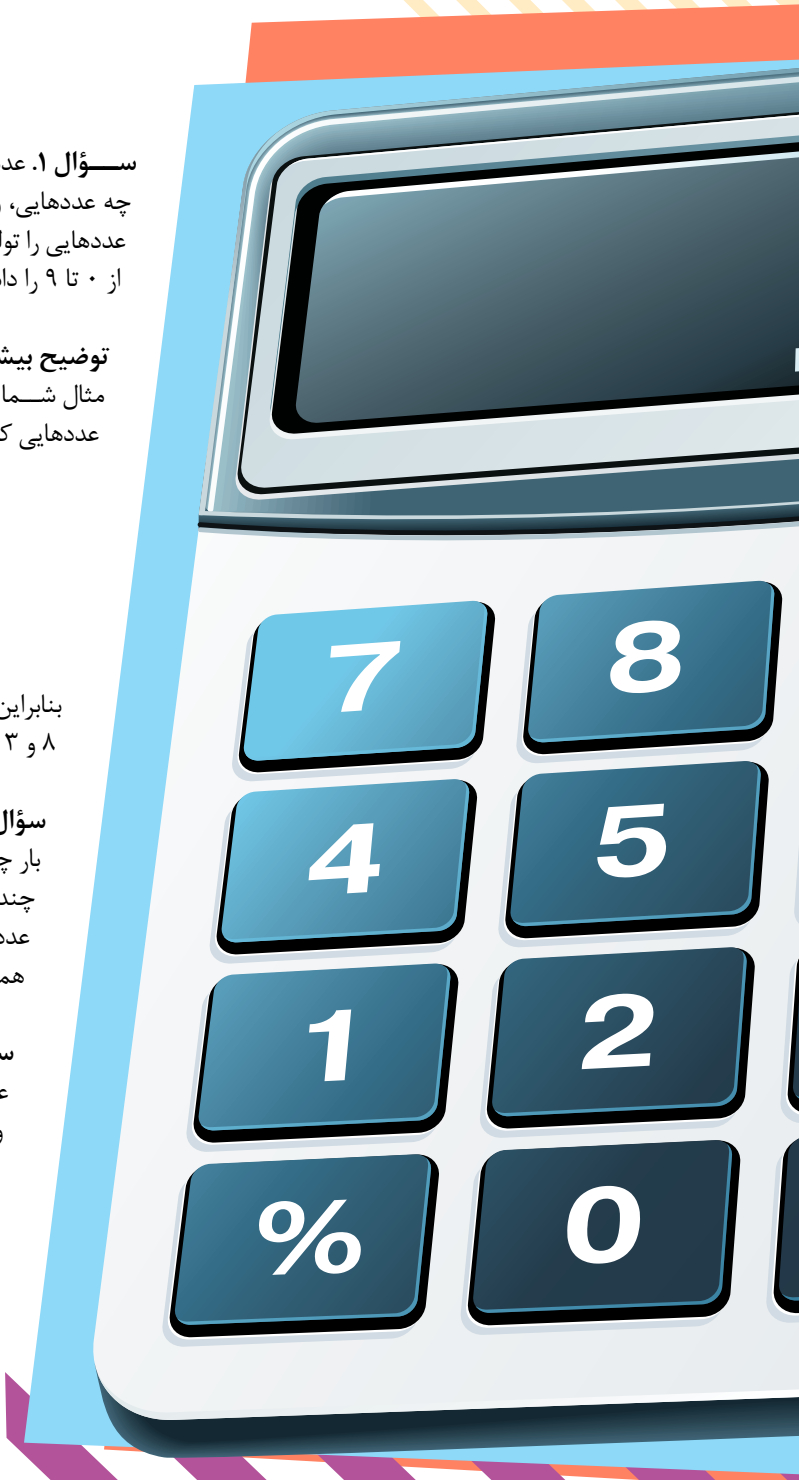
خب طبق معمول دوست داشتم یکان‌های عددهای تولید شده را بررسی کنم.

در مطالب قبلی «ماشین‌حساب دوست‌داشتنی من»، دیدید که وقتی یک عدد را با ۵ یا ۲ جمع می‌کنید، یکان‌هـــا مرتباً تغییر می‌کنند؛ اما همیشـــه عددهای خاصی هستند. برای مثال، پس از چند بار جمع کردن عـــدد ۵ با عدد ۳ دیدم که یکان‌ها همیشـــه یکی در میان ۳ و ۸ هستند. یا پس از چندین بار جمع کردن عدد ۲ با عدد ۴ دیدم که یکان‌ها همیشـــه ۶، ۸، ۰، ۲ و ۴ هستند.

خب حالا از شـــما می‌خواهم که ماشین‌حساب‌هایتان را بیاورید تا با هم چند آزمایش انجام بدهیم و شـــما بتوانید به سؤال‌هایی که در ادامه خواهم پرسید، پاسخ دهید.

ای تکراری

شراره تقی دستجردی



سؤال ۱. عدد ۳ را در نظر بگیرید. به نظر شما عدد ۳ با چه عددهایی، وقتی که چندین بار جمع شود، می‌تواند عددهایی را تولید کند که رقم‌های یکانشان، همهٔ رقم‌های از ۰ تا ۹ را داشته باشد؟

توضیح بیشتر: با توجه به آنچه که گفته شد، برای مثال شما می‌دانید که آن عدد نمی‌تواند ۵ باشد، زیرا عددهایی که تولید می‌شوند، به ترتیب برابر هستند با:

۳+۵=۸
۸+۵=۱۳
۱۳+۵=۱۸
۱۸+۵=۲۳
۲۳+۵=۲۸
...

بنابراین رقم‌های یکان اعداد به دست آمده فقط ۸ و ۳ هستند.

سؤال ۲. این بار عدد ۱۴ را در نظر بگیرید. این بار چه عددهایی هستند که وقتی با عدد ۱۴، چندین و چند بار جمع می‌شوند، می‌توانند عددهایی را تولید کنند که رقم‌های یکان آن‌ها همهٔ رقم‌های ۰ تا ۹ را شامل بشود؟

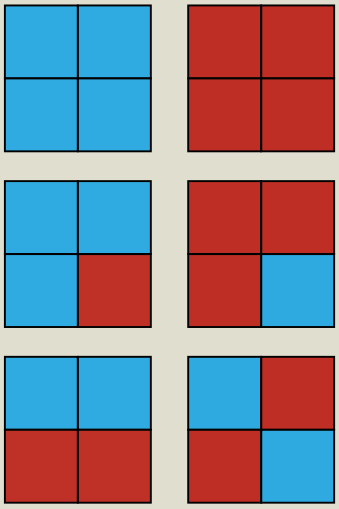
سؤال ۳. آیا می‌توانید بگویید به‌طور کلی چه عددهایی با چه عددهای دیگری اگر چندین و چند بار جمع بشوند، این اتفاق برای یکان‌های عددهای تولید شده می‌افتد؟

دوستان خوبم منتظر جواب‌های شما هستیم تا راه‌حل‌های درست شما را به اسم خودتان در مجله منتشر کنیم. با آرزوی شادی برای شما.

پاسخ کی می‌تونه حل کنه؟!

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

۱ پاسخ: ۶ تا



۲ پاسخ:

۱۲۳-۴۵-۶۷+۸۹=۱۰۰

۳ پاسخ: ۵۵ کیلومتر بر ساعت

راه‌حل: دفعهٔ بعد که عدد کیلومترشمار از دو طرف به یک شکل خوانده شود، عدد ۱۶۰۶۱ خواهد بود. در این فاصله، کامیون ۱۵۹۵۱-۱۶۰۶۱=۱۱۰ کیلومتر راه طی کرده است. پس سرعت کامیون ۵۵ کیلومتر بر ساعت است.

۴ پاسخ: ۱۲۱

راه‌حل: روی این قطر اعداد زیر به ترتیب نوشته می‌شوند:

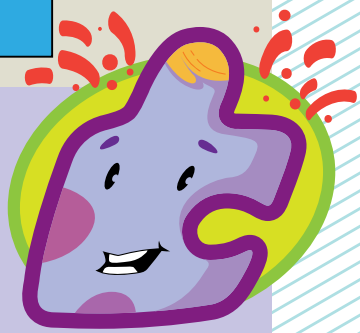
۱۱، ۱۳، ۱۷، ۲۳، ۳۱، ...

اختلاف هر دو عدد پشت سر هم روی این قطر، هر بار ۲ واحد بیشتر می‌شود. پس ادامهٔ اعداد به این شکل است:

۳۱، ۴۱، ۵۳، ۶۷، ۸۳، ۱۰۱، ۱۲۱

پاسخ پازلی فکر کنید

از صفحه‌های ۲۳ و ۲۶ مجله



FUTOSHIKI (۵)

۳	۱	۴	۲
۲	۳	۱	۴
۴	۲	۳	۱
۱	۴	۲	۳

FUTOSHIKI (۴)

۴	۲	۱	۳
۳	۱	۴	۲
۱	۳ >	۲ <	۴
۲	۴ >	۳	۱

FUTOSHIKI (۳)

۳	۲	۱	۴
۲	۴	۳	۱
۴	۱ <	۲	۳
۱	۳	۴	۲

FUTOSHIKI (۲)

۱ <	۲	۴	۳
۳	۱	۲	۴
۴	۳	۱	۲
۲	۴	۳	۱

FUTOSHIKI (۸)

۲	۱	۴	۳	۵
۱	۵	۲	۴	۳
۴	۳	۱	۵	۲
۳	۲	۵	۱	۴
۵ >	۴	۳	۲	۱

FUTOSHIKI (۷)

۱	۵	۴	۳	۲
۲	۱	۵	۴	۳
۳ >	۲ >	۱	۵	۴
۴	۳ >	۲	۱	۵
۵ >	۴ >	۳	۲	۱

FUTOSHIKI (۶)

۵	۳	۴ >	۲	۱
۴	۱	۳	۵	۲
۲	۵	۱	۳ <	۴
۱	۴ <	۵	۴	۳
۳	۲ >	۲	۱	۵

شعبده‌بازی

هوشنگ شرقی

آن شـــب باز هم بچه‌ها در یک مهمانی دیگـــر، دور هم جمع شـــده بودند و همه چشم‌انتظار شـــعبده‌بازی دیگری از «عمو ریاضی»شـــان بودند. من هم رو به جمع و خیره به چشـــمان مشتاق آن‌ها ایستاده بودم.

ـ خب بچه‌ها، کی ماجرای دو هفته پیش رو که برای آخرین بار دور هم بودیم، یادشه؟

سهراب بـــا لبخند گفت: «عمو من یادمه و روی اون موضوعی که گفتین هم فکر کردم و حاضرم الان شـــعبده‌بازیمو شـــروع کنم!»

گفتم:«عجب! آفرین پس بیا جلو و شروع کن».

ســـهراب به سرعت جلو آمد و رو به بچه‌ها گفت: «خب بچه‌ها، سریع‌تر یه برگ کاغذ و یه خودکار آماده کنید».

بچه‌ها هم به سرعت دستور او را اجرا کردند. بعد ادامه داد: «یه عدد ســـه رقمی دلخواه روی کاغذ بنویسید که همهٔ رقم‌هاش تکراری نباشند».

و بچه‌ها شروع به نوشتن کردند. کمی بعد سهراب گفت: «حالا مقلوب این عدد رو بنویســـید و این دو عدد رو از هم کم کنید. مثلاً اگـــه ۳۲۵ رو انتخاب کردید، باید ۵۲۳ رو ازش کم کنید: ۵۲۳-۳۲۵.»

بچه‌ها ســـرگرم کار شـــدند و کمی بعد، سهراب رو به **علی** که جلو نشســـته بود گفت: «علی، رقم یکان عددی که به دســـت اومد، چیه؟»

و علی گفت: «هفت.»

سهراب فوری گفت: «جواب می‌شه ۲۹۷!»

علی با تعجب گفت: «درسته، از کجا فهمیدی؟!»

ســـهراب بدون اینکه جواب او را بدهـــد، رو به **سیاوش** گفت: «مال تو چی، رقم یکان عددی که آخر به دست آوردی چیه؟»

او گفت: دو و سهراب گفت: «پس حاصل تفریقت می‌شه ۷۹۲!»

و سیاوش با ســـر تأیید کرد. به همین ترتیب سهراب در میان تعجب همه، توانســـت حاصل تفریق دو عـــدد را در مورد همهٔ بچه‌ها به درستی بگوید. بچه‌ها از سهراب خواستند روش کارش را توضیح دهد.

ســـهراب با خنده گفت: «کاری نداره. من بعد از ســـفارش عمو تو جلســـهٔ قبل، رفتم خونه و عددهای ســـه رقمی زیادی رو از

مقلوبشون کم کردم و نتیجه رو دیدم؛ مثل این نمونه‌ها.»
و روی تختهٔ وایت‌بردی که روی دیوار بود، این‌ها را نوشت:

۸۳۲ -	۶۲۳ -	۵۹۱ -
۲۳۸	۳۲۶	۱۹۵
۵۹۴	۲۹۷	۳۹۶

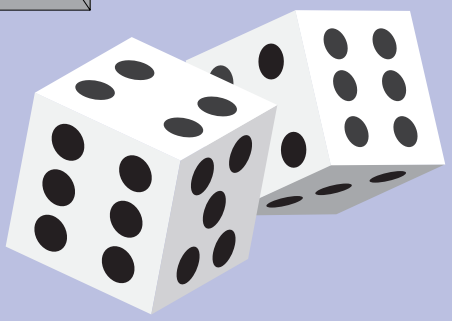
و ادامه داد: «همون‌طور که می‌بینید، همیشه رقم وسط ۹ می‌شه و جمع دو رقم دیگه هم ۹ می‌شه! پس وقتی شما رقم یکان رو می‌گید، من اون رو از ۹ کم می‌کنم و رقم صدگان رو پیدا می‌کنم. رقم دهگان هم همیشه ۹ می‌شه! به همین سادگی!»
پرسیدم: «دلیلش رو هم می‌دونی؟» و او گفت نمی‌داند. گفتم: «خب در مورد دلیلش شاید بعداً چیزهایی بهتون گفتم. اما حالا بذارید به شعبده‌بازی امشب برسیم که خیلی جالبه.»
تاس سفیدرنگی از جیبم درآوردم و ادامه دادم: «برای کارم به یه تاس دیگه هم نیاز دارم.»
و **محسن**، پسر صاحب‌خانه، دوید و رفت و کمی بعد با یک عدد تاس سیاه‌رنگ برگشت. تاس را از او گرفتم و بعد هر دو تاس را به علی دادم و رفتم گوشهٔ سالن روی یک صندلی نشستم و از همان جا گفتم: «خب علی همون جا جلوی چشم همه، تاس‌ها رو بریز روی میز. معلومه که من از اینجا نمی‌تونم اونارو ببینم.»
علی این کار را کرد و گفت: «خب عمو حالا چی‌کار کنم؟»
گفتم:«به تاس‌ها دست نزن. فقط روی کاغذت در حضور بچه‌ها عملیاتی رو که می‌گم انجام بده و دقت کن که اشتباه نشه: عددهای روی دو تاس رو با هم جمع کن و حاصل‌جمع رو در دو ضرب کن.»
کمی صبر کردم تا علی کارش را انجام دهد و بعد ادامه دادم: «حالا عدد روی تاس سفید رو در ۱۸ ضرب کن و حاصل‌ضرب رو با عدد قبلی جمع کن.»
کمی بعد علی گفت: «انجام شد!»
و بچه‌ها درستی کار را تأیید کردند. گفتم: «خب جواب چیه؟»
همه با هم گفتند: «۸۴!»
بعد من گفتم: «علی جان! تاس سفید رو بردار و عدد اون طرفش رو که روی میزه و دیده نمی‌شه، ببین!»

علی این کار را ک
«عدد سه نیست؟»
و علی گفت: «درس
و من ادامه دادم:
تاس سیاه رو برد
عدد زیرشو نگاه ک
ببین پنج نیست؟»
و باز بچه‌ها فریاد
زدند: «درسته،
آفرین عمو!» و
همگی تشویقم
کردند و گفتند:
«راهش چیه عمو!
از کجا فهمیدی،
به ما هم یاد بده!»

روش کار و منطق ریاضی شعبده‌بازی با تاس‌ها

ـ ببینید بچه‌ها
فرض کنید ع
روی تاس سفید
با حرف a و برای
سیاه با حرف b
بدیم. خب ما a رو
کردیم و حاصل رو
کردیم و بعد با ۸a
ببینیم نتیجه چی
نوشتم):

$$۸a=۲۰a+۲b$$



«خب این ۱۰a+b شما رو
ازه؟»
ی پچ‌پچ کردنـــد و چیزی
ادامه دادم: «خب یه کمی
ن کنم. وقتی می‌نویســـیم
ی (و روی تخته نوشتم:۵۶)
ی ۵ و ۶ چه ربطی با مقدار

گفتنـــد: «رقم‌های یکان و
دهگان هستند!»
من گفتـــم: «خب آره،
ولی غیر از اون!»
ســـهراب گفت: «۵۶
برابره با ۱۰ تا ۵ و ۶
تا ۱.»
ـ آفرین! مثل این‌ها:
... و ۷۵=۱۰×۷+۵ و
۸۳=۱۰×۸+۳
ـــب حالا می‌تونیـــد بگید
۱۰a+b با چی برابره؟
و ســـهراب فوری گفت:
«آره عمو، یعنی عدد
دو رقمـــی که رقم
دهگانـــش a و
رقـــم یکانش b
باشد!»
ـ آفریـــن،
درســـته. من
عدد رو با $\overline{ab}$
نشون می‌دهم
که البتـــه با a
ضرب در(a×b)
فرق داره! بنابراین
حاصل‌جمـــع آخـــر
مساوی $\overline{۲ab}$ می‌شه.
یعنی دو برابر یه عدد دورقمی که رقم دهگانش عدد روی تاس سـفید و رقم یکانش عدد روی تاس ســیاهه! پس وقتی شما جواب آخرو که ۸۴ بود به من گفتید، من اونو نصف کردم و به عدد ۴۲ رســیدم. پس عدد روی تاس سفید، چهار و عدد روی تاس سیاه، دو می‌شه!
در اینجـــا، **ترانه** دخترم به آرامی گفت: «اما چطوری عددهای زیر تاس‌ها رو گفتید؟!»
ـ اونـــم کاری نداره! اگه با دقت به تاس‌هـــا نگاه کنید، متوجه می‌شـــید که عددهای هر دو وجه روبه‌رو، در هر تاس همیشه مجموعشون ۷ می‌شه. یعنی یک و شیش روبه‌روی هم هستند و همین‌طور تا آخر. پس وقتی عددهای رویی چهار و دو باشند، عددهای زیری سه و پنج هستند. جالبه، نه؟!
بچه‌ها خندیدند و دوباره با کف زدن تشویقم کردند. بعد سهراب گفت: «راستی عمو، نمی‌خواید دربارهٔ دلیل درستی حدس من در مورد عددهای سه رقمی بگید؟»
گفتم: «حالا که وقت شامه! زیاد توضیح نمی‌دم، اما روی تخته با زبون ریاضی می‌نویســـم. خودتـــون کمی دقت کنید متوجه می‌شید!» و این‌ها را روی تختهٔ وایت‌برد نوشتم:

$$b-۱+۱۰=b+۹$$

$$\uparrow$$

$(a-۱)$	$(b-۱)$	$(۱۰+c)$
$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
a	b	c
$-\ c$	b	a
$(a-c-۱)$	۹	$(۱۰+c-a)$

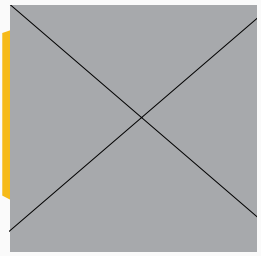
و $a-c-۱+۱۰+c-a = ۹$

ـ پس رقم وسط همیشه ۹ و مجموع دو رقم اول و سوم نیز همیشه ۹ می‌شه...
و به سرعت به طرف میز شام دویدم!

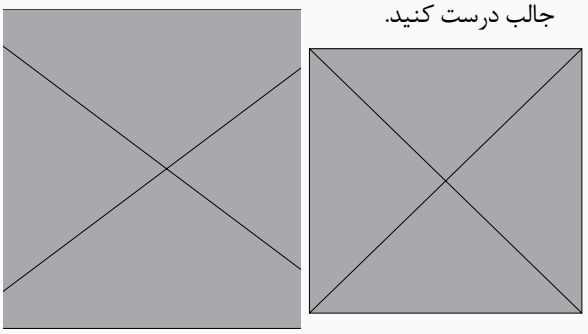
با کاغذ و تا مکعب کلمبوس بسازیم

داوود معصومی مهوار

می‌دانید
با کاغذ
و تا بسازید؟



این‌ها چند نمونه از سازه‌هایی هستند که می‌توانید با این مکعب جالب درست کنید.

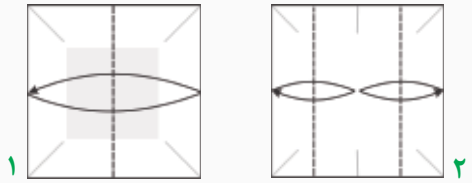


پیش از دیدن راه درست کردن این مکعب، خودتان برای ساختن آن تلاش کنید.

یک راه خوب برای درست کردن مکعب کلمبوس این است که ابتدا یک مکعب ساده (بدون چسب) بسازید و سپس با تغییر بخش‌هایی از آن، یک مکعب کلمبوس درست کنید.

ساخت یک مکعب ساده

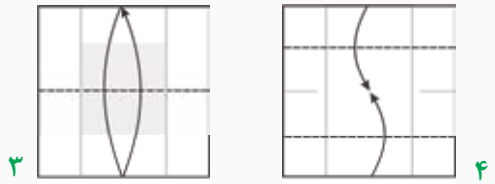
● ۱. یک تکه کاغذ مربع‌شکل بردارید. خط وسط مربع را با تا زدن پیدا کنید.



● ۲. با دو تا، دو ضلع روبه‌روی مربع را روی خط وسط بیندازید. خط تاها را مرتب و عمیق ایجاد کنید.

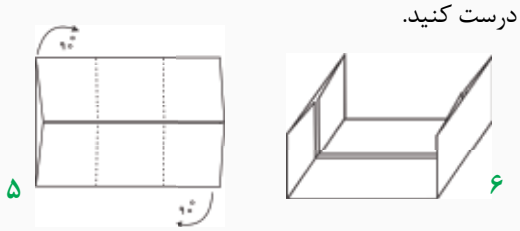
● ۳. دو تای قبلی را باز کنید. خط وسط دیگر مربع را هم با تا مشخص کنید.

● ۴. با دو تا، دو ضلع دیگر مربع را هم روی خط وسط مربع بیندازید.



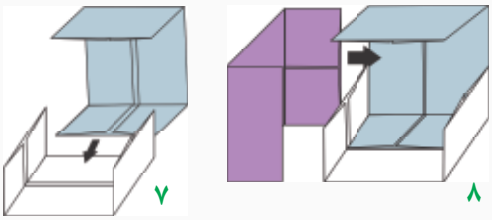
● ۵. از روی خط تاهای مرحلهٔ ۲، دو زاویهٔ قائمه بسازید.

● ۶. این شکل را خواهید داشت. حالا شش تا از سازهٔ شکل ۶ درست کنید.

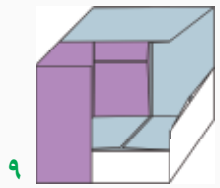


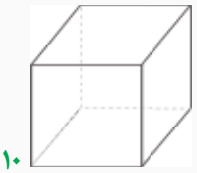
● ۷. دو تا از این سازه‌ها را این جوری کنار هم بگذارید.

● ۸. سومی را هم این‌جوری با دست کنار هم بگذارید.



● ۹. سه سازه را مانند شکل در هم فرو کنید.


۹

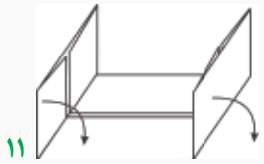

۱۰

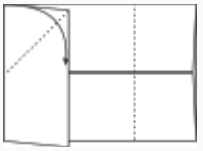
● ۱۰. سه سازهٔ دیگر را یکی یکی، مانند همین سه تا، اضافه کنید تا مکعب کامل درست شود.

ساخت مکعب کلمبوس

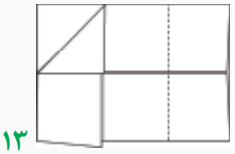
اکنون برای درست کردن مکعب کلمبوس سه تا از سازه‌های شکل ۶ را بردارید و مرحله‌های ۱۱ تا ۱۵ را روی آن‌ها انجام دهید.

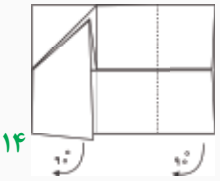
● ۱۱. مانند شکل، یک تا را باز کنید و یکی را ببندید.
● ۱۲. این شکل را خواهید داشت.


۱۱


۱۲

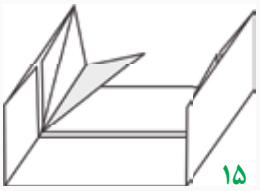
● ۱۳. گوشهٔ بالا سمت چپ را در راستای یک زاویهٔ ۴۵ درجه تا بزنید.


۱۳

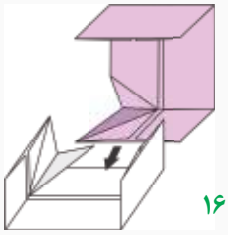

۱۴

● ۱۴. تایی را که در مرحلهٔ ۱۳ درست کرده‌اید، به سمت تو برگردانید.

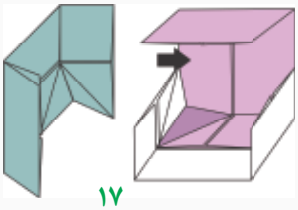
● ۱۵. تاها را باز کنید. سازهٔ جدید آماده است. سه تا از این‌ها درست کنید.

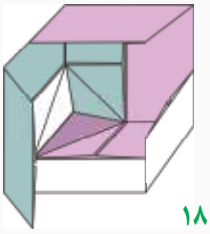

۱۵

● ۱۶. دو تا از سازه‌های شمارهٔ ۱۵ را مطابق شکل ۱۶ کنار هم قرار دهید.


۱۶

● ۱۷. سومی را هم مطابق شکل ۱۷ با دست کنار دیگران بگذارید.
● ۱۸. سه سازه را مانند شکل در هم فرو کنید.


۱۷


۱۸

● ۱۹. به همان روشی که در ساخت مکعب ساده به‌کار بردید، سه سازهٔ سادهٔ دیگر (شکل ۶) را به این‌ها اضافه کنید و مکعب کلمبوس خود را کامل کنید.

منبع

http://www.ghadam.com

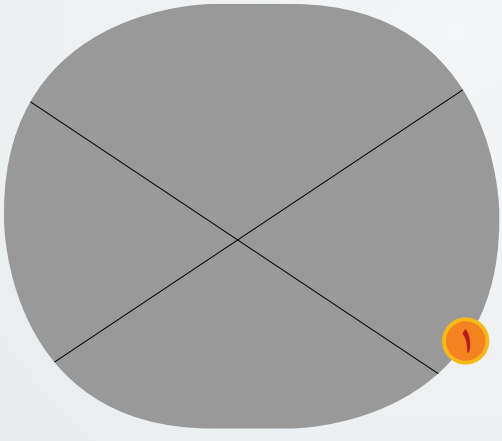
حجم‌های مثلثی

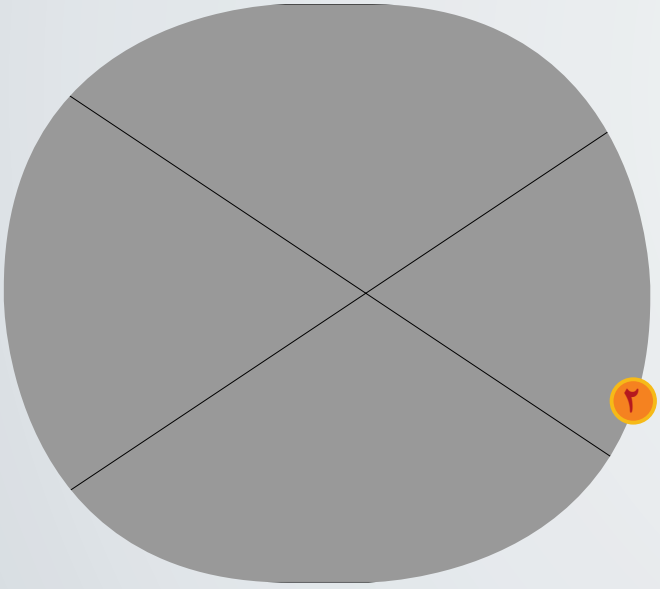
محبوبه رمضانی، حمید قراکوزلی

در شمارهٔ قبل به این مطلب اشاره کردیم که تعداد چندوجهی‌های منتظم محدود است و فقط با مثلث متساوی‌الاضلاع، مربع و پنج‌ضلعی منتظم می‌توان آن‌ها را ساخت. چندوجهی‌های منتظمی که می‌توان با مثلث متساوی‌الاضلاع بنا کرد، عبارت‌اند از: چهاروجهی منتظم، هشت‌وجهی منتظم و بیست‌وجهی منتظم که البته در مورد چهاروجهی منتظم در شماره قبل صحبت کردیم. در این قسمت می‌خواهیم به ساخت هشت‌وجهی و بیست‌وجهی منتظم بپردازیم.

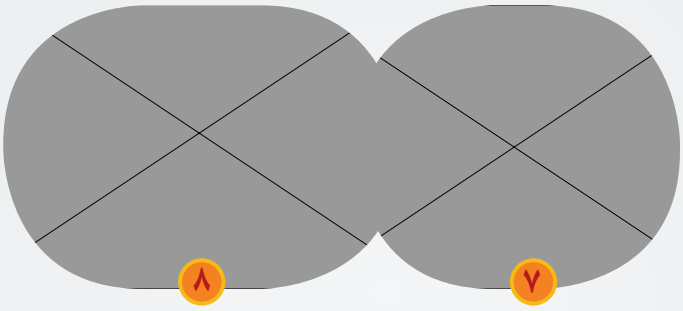
ابتدا تعدادی نی به اندازهٔ یکسان برش بزنید. برای ساخت هشت‌وجهی منتظم ابتدا با عبور دادن کش از نی‌ها و گره زدن دو سر کش یک مربع بسازید. این مربع درواقع مقطعی از چهاروجهی است. سپس روی دو ضلع متقارن مربع دو مثلث ایجاد کنید و نوک مثلث‌ها را به هم برسانید و به کمک یک تکه کش آن‌ها را به صورتی که در شکل (۱) می‌بینید، گره بزنید.

در ادامه برای بار دوم، روی دو ضلع مقابل مربع دو مثلث دیگر بسازید و سپس نوک مثلث‌ها را به هم برسانید و گره بزنید؛ به صورتی که در شکل‌های ۳ تا ۶ می‌بینید. به این ترتیب یک هشت‌وجهی منتظم زیبا و پایدار خواهید داشت (شکل ۲).

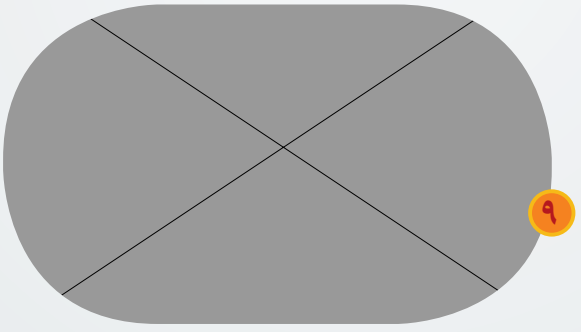




برای ساخت بیست‌وجهی منتظم باز هم تعدادی نی به اندازهٔ یکسان ببرید. با عبور دادن کش از نی‌ها، دو کنج جداگانه، به طوری که هر کنج از پنج مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل شود، ایجاد کنید (شکل ۷).

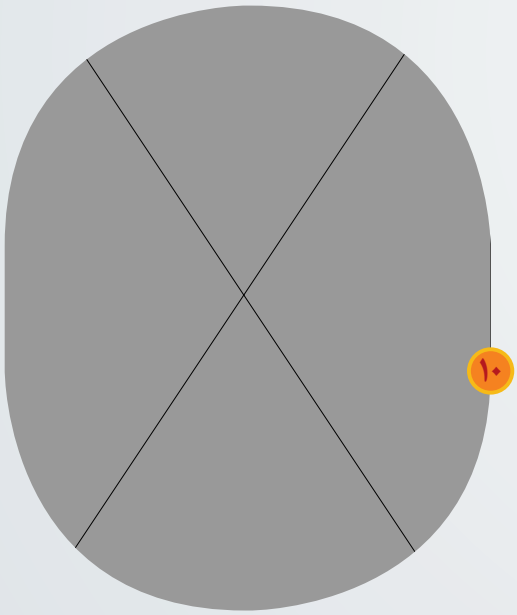


روی اضلاع بیرونی یکی از کنج‌ها پنج مثلث متساوی‌الاضلاع (مانند شکل ۸) بنا کنید.



حال نوک هر دو مثلث مجاور را به هم نزدیک کرده و به هر دو گوشهٔ مجاور یک کنج باقی‌مانده از شکل ۷ برسانید و با استفاده از کش گره بزنید؛ مانند شکل ۹.

با ادامهٔ این کار یک بیست‌وجهی منتظم زیبا و پایدار خواهید داشت (شکل ۱۰). شکل فضایی ایجاد شده را به زمین، به سمت یکدیگر یا به این‌طرف و آن‌طرف پرتاب کنید. خواهید دید هیچ تغییری در شکل آن ایجاد نخواهد شد. این یعنی شکل شما از استحکام خوبی برخوردار است. این استحکام به خاطر تغییر نکردن زاویه‌ها در کنج‌هاست و این مطلب هم مدیون شکل مثلث است.



معادلهٔ خط را پیدا کن، امتیاز بگیر!

زهرا صباغی

دوستان عزیز، سایت «www.hoodamath.com» جزو بهترین سایت‌های بازی ریاضی است. شما با مراجعه به این سایت می‌توانید در همهٔ بخش‌های ریاضی، بازی‌های هیجان‌انگیز و جذابی را پیدا کنید. ما در اینجا سه بازی از بازی‌های مناسب برای دورهٔ متوسطهٔ اول را معرفی می‌کنیم. هنگامی که وارد سایت می‌شوید، می‌توانید با انتخاب «high school games» وارد این بازی‌ها شوید.

۱. Slope intercept surround

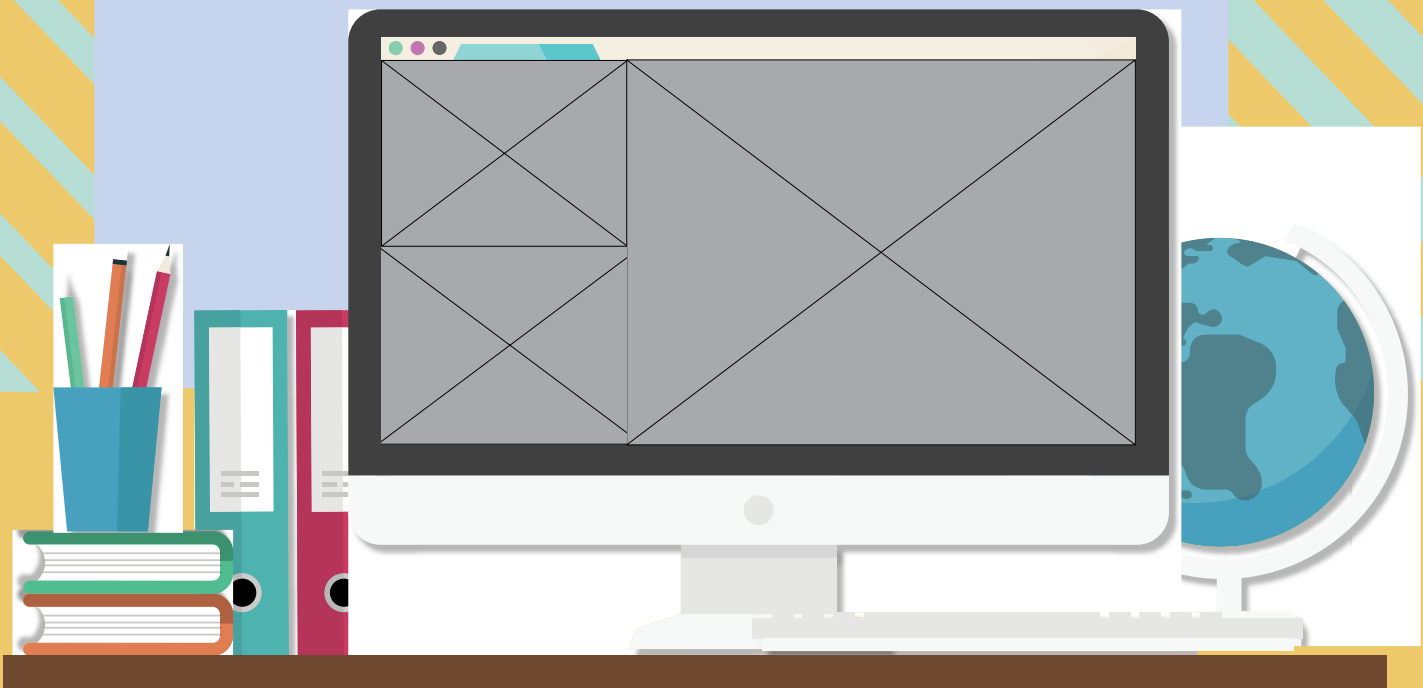
روی صفحهٔ مختصات یک قسمت آبی وجود دارد که به وسیلهٔ دو خط محدود شده است. شما باید معادلهٔ این دو خط را پیدا کنید تا بتوانید امتیاز بگیرید.

۲. Target SOE

دو معادله در یک دستگاه به شما داده می‌شود. باید دستگاه معادلات را حل کنید و مقادیر مجهول را به دست آورید. برای حل دستگاه می‌توانید با حرکت ماوس در پایین معادله‌ها، محاسبات خود را انجام دهید. نیازی به کاغذ و قلم ندارید.

۳. Transformation golf

در صفحهٔ مختصات دو گوی به رنگ‌های سفید و سیاه وجود دارند. شما باید با انتقال، دوران و یا بازتاب، گوی سفید را روی گوی سیاه قرار دهید.



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)