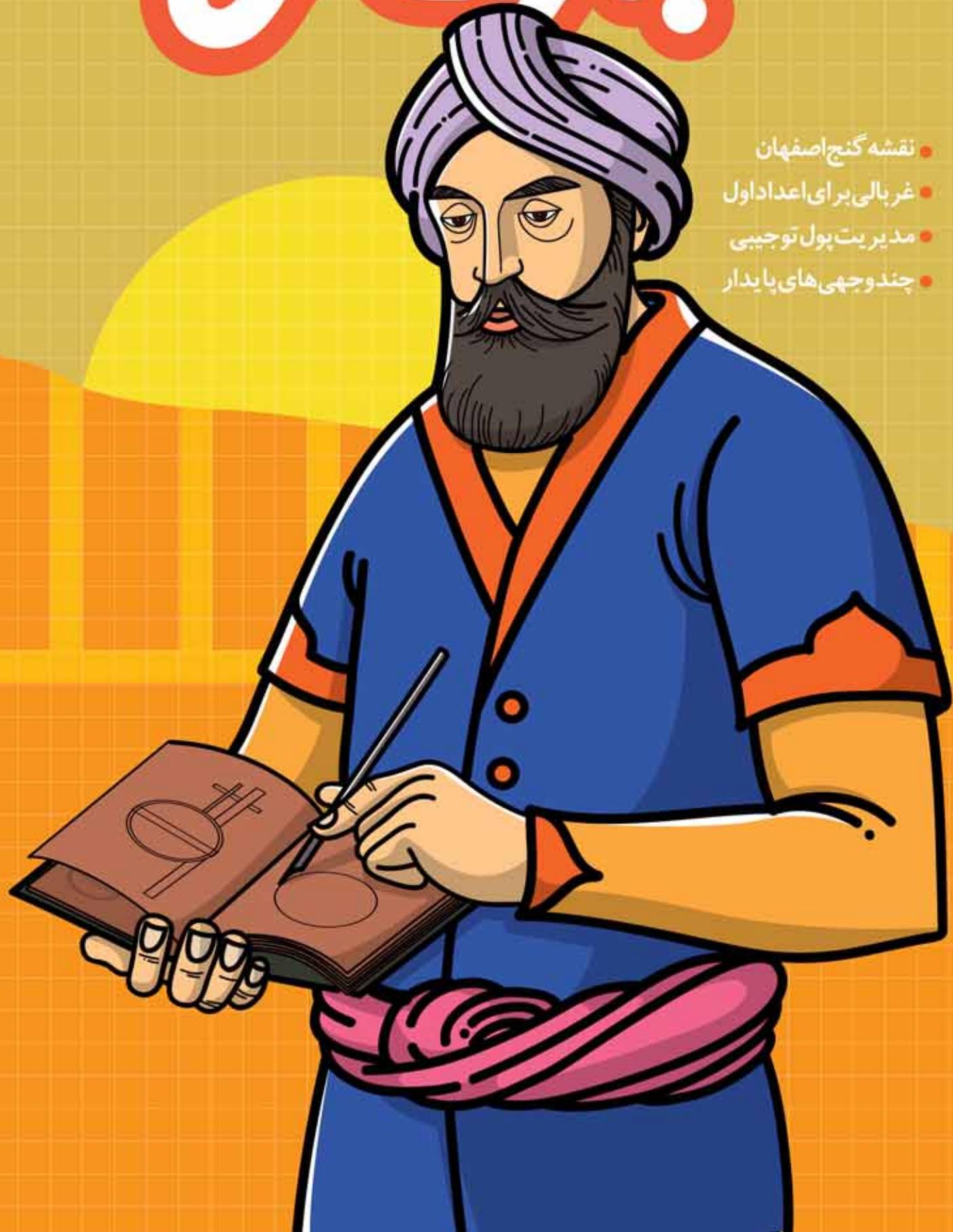


The logo for Zisra TV features a large, stylized orange 'Z' and 'S' intertwined. Below the 'S' is a purple heart with a white outline. To the left of the 'Z', there is a small circular seal containing the word 'Zisra' in a stylized font, with 'TV' written below it.



- نقشه گنج اصفهان
 - غربالی برای اعداداول
 - مدیریت پول توجیبی
 - چندوجهی های پایدار



زیست‌بوم و نمودار "ون" در مجموعه‌ها

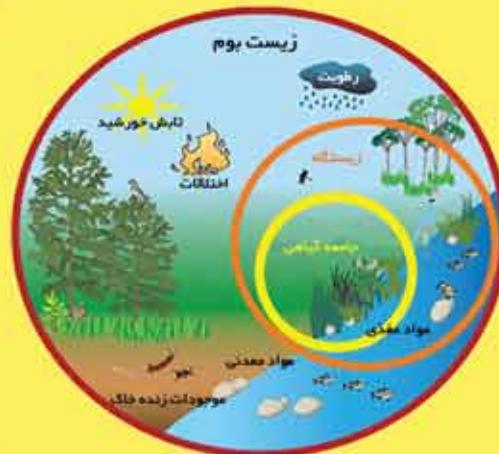


بامداد
و محیط‌زیست

زیست‌بوم، یا اکوسیستم، یعنی مجموعه‌ای از موجودات که با هم و با فضای اطراف در ارتباط‌اند. در تصویر مقابل یک اکوسیستم را ملاحظه می‌کنید. در دایره زرد گیاهانی که در کنار آب می‌رویند و مواد غذایی مورد نیاز این مجموعه گیاهی دیده می‌شود. دایره نارنجی زیستگاهی است شامل مجموعه‌ای از گاهان و جانوران و مواد غذایی این موجودات که وابسته به آب هستند. دایرة قرمز شامل جانوران خشکی و مجموعه عوامل مهم برای حیات، شامل رطوبت و تابش خورشید و حتی اتفاقات غیرقابل پیش‌بینی است.

می‌بینید که می‌توان زیست‌بوم‌ها را با نمودارهای ون مجموعه‌ها تشانداد و در ترتیب‌بزیر مجموعه‌های آن زیست‌بوم را نیز دید. یکی از زیست‌بوم‌های ایران، دریاچه ارومیه، است این زیست‌بوم را در نمودار ون مقابل می‌توان مدل سازی کرد. در دایرة قرمز، بارندگی و افزایش دما و دخالت‌های انسانی بر کل مجموعه تأثیر گذار بوده است.

برای مطالعه ادامه مطلب، به صفحه ۳ جلد مراجعته کنید



ریاضیات به درد بخور، ریاضیات به درد نخور!

از خیلی وقت پیش، یعنی از همان سنین نوجوانی که همسن وسال شما بودم، از درس ریاضی خوشم می‌آمد؛ از حل کردن مسئله‌ها، از ساده کردن عبارت‌های طولانی جبری، از نوشتن تقسیم‌های عددی بزرگ بر یکدیگر و بعد بررسی درستی تک‌تک مراحل محاسبه، و از نظم و ارتباط منطقی که در درس‌های هندسه می‌دیدم. اما از همان زمان و البته بعدتر - وقتی خودم معلم ریاضی شدم - از دوستان - یا از شاگردانم - این سؤال را می‌شنیدم و می‌شنوم که:

«اصلاً این ریاضیات به چه درد می‌خورد؟»

من ریاضیات را دوست داشتم، فارغ از اینکه به این موضوع فکر کنم که به چه درد می‌خورد. ولی برای دوستان من و برای شاگردانم مهم بوده و هست که بدانند، ریاضیاتی که خودشان یا فرزندانشان در مدرسه می‌خوانند، موضوع به درد بخوری است و تلاشی که برای یادگیری آن می‌شود، به هر حال ارزش خود را دارد. نمی‌دانم پاسخ شما به این سؤال چیست، ولی من پاسخ‌هایی مانند این‌ها را زیاد شنیده‌ام:

«ریاضیات به هیچ درد نمی‌خورد!» «ریاضیات فقط به درد کم شدن معدل و نمره‌ها می‌خورد!» «ریاضیات ذهن را باز می‌کند.» «هر کس ریاضیات بخواند، در زندگی موفق‌تر است!» «ریاضیات اختراع معلم‌های است برای اینکه با تکالیف آن، وقت دانش‌آموزان را پر کنند!» و ... شاید برای کسانی که چنین پاسخ‌هایی می‌دهند، تجربه‌ای جز این‌ها وجود نداشته است که بتوانند غیراحساسی تر و علمی‌تر به این سؤال پاسخ دهند. بهنظر من برای یافتن پاسخ قانع کننده، شاید بهتر باشد اول برای خودمان مشخص کنیم که منظورمان از «به درد بخور بودن» چیست تا بهتر بتوانیم درباره ریاضیاتی که در مدرسه باید یاد بگیریم، تعیین تکلیف کنیم! دادستی ترین تعریف از «به درد بخور بودن» می‌تواند این باشد که مستقیماً در زندگی خودمان یا اطرافیانمان به کار برود. برای اینکه بتوانیم با این ملاک، به درد بخور بودن ریاضیاتی را که در مدرسه خوانده‌ایم، بررسی کنیم، باید با دقیق‌تری به کارها و اطرافیان نگاه کنیم. بعضی از کارهایی که خودمان یا آدمهای اطرافیان - که حاصل کار آن‌ها مورد استفاده ما قرار می‌گیرد - انجام می‌دهند، ماهیت ریاضی دارد؛ از همان ریاضیاتی که این هفت هشت سال در مدرسه خوانده‌اید. بنها، نجارها، آشپزها، خیاطها و خیلی‌های دیگر، در کارشان از ریاضی استفاده می‌کنند، ولی شاید آن قدر کارهایشان را عادی و به صورت روزمره انجام می‌دهند که در نگاه اول متوجه نمی‌شویم دارند از ریاضیات استفاده می‌کنند. حتی خود شما هم در کارهایی مثل مدیریت پول توجیبی تان، یا تصمیم‌گیری برای پس‌انداز پول‌هایتان، یا خرید کردن یا کارهایی از این دست، می‌توانید از ریاضیات مدرسه‌ای تان استفاده کنید. ما در مجله رشد برهان متوسطه اول تلاش می‌کنیم همین جنبه‌های ساده و دمدمستی از کاربردهای ریاضیات را در اطراف یا زندگی روزمره شما، در مطالب ستون «ریاضیات و کاربرد» تا حد امکان با بیان ساده آشکار کنیم و جنبه‌های پیدا و پنهان از ریاضیات را که در مشاغل، در اقتصاد خانواده و در اشیاء اطراف، مثل کاشی‌کاری‌های هندسی وجود دارند، نشان دهیم. امیدوارم پس از خواندن این مطالب شما هم بتوانید پاسخ مناسبی به این سؤال بدھید که: «ریاضیات به چه درد می‌خورد؟»



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

نقشه گنجه اصفهان

زهره
پندی



نگاهی به مقیاس نقشه بیندازید: این مقیاس
عنی هر ۲ سانتی‌متر نشان‌دهنده ۵۰۰ کیلومتر است. با این
حساب می‌توانیم طول و عرض کشورمان را بطور تقریبی روی
نقشه حساب کنیم:

می‌خواهیم با کمک «نقشه گوگل» (GoogleMap)، «خانه ریاضیات اصفهان» را که اولین خانه ریاضیات در ایران است، پیدا کنیم. در قدم اول ایران را جستجو می‌کنیم. ایران روی صفحه پدیدار می‌شود. به طوری که همه نقشه روی صفحه دیده شود. این وب‌گاه برای آنکه ایران را در میان همسایه‌هایش نمایش دهد، نقشه کوچکی از آن را نمایش داده است! اما چقدر کوچک؟





10 km



با کمک تساوی کسرها می‌توانیم حساب کنیم که هر ۱ سانتی‌متر نقشه نشان‌دهنده چند کیلومتر است:

$$\frac{۲\text{cm}}{۵۰.\text{km}} = \frac{۱\text{cm}}{۲۵۰۰.\text{m}}$$

می‌توانیم از تساوی کسرها استفاده کنیم، چون می‌دانیم، نقشه با یک نسبت کوچک شده است. این نسبت همان مقیاس نقشه است. مقیاس نقشه بالا را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\frac{\text{طول در نقشه}}{\text{طول واقعی}} = \frac{۲\text{cm}}{۵۰.\text{km}} = \frac{۰/۰۲\text{m}}{۵۰۰۰.\text{m}} = \frac{۱}{۲۵۰۰\dots}$$

وقتی می‌گوییم مقیاس نقشه $\frac{۱}{۲۵۰\dots}$ است، یعنی هر ۱

واحد طول روی نقشه نشان‌دهنده 25000000 واحد طول واقعی است. حالا اصفهان را پیدا می‌کنیم و می‌کوشیم مقیاس نقشه را طوری تغییر دهیم که کل شهر و اطراف آن در صفحه پدیدار شود:





مقیاس چه تغییری کرده است؟ هر _____ سانتی‌متر نشان‌دهنده چه طولی است؟ مقیاس این نقشه را به این صورت محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{طول در نقشه}}{\text{طول واقعی}} = \frac{2\text{cm}}{10.\text{km}} = \frac{0./0\text{m}}{10000.\text{m}} = \frac{1}{500000}$$

راستی اگر می‌خواستیم با همین مقیاس کل ایران را نمایش دهیم، باید طول صفحه را چندبرابر می‌کردیم؟ برای پاسخ دادن به این سؤال باز هم از تساوی کسرها استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\text{طول در نقشه}}{\text{طول واقعی}} = \frac{1}{500000} = \frac{2\text{m}}{1000000\text{m}}$$

طول و عرض ایران تقریباً ۱۰۰۰ کیلومتر است، یعنی ۱۰۰۰۰۰۰ متر و با این مقیاس در ۲ متر نمایش داده می‌شود. برای آنکه خانه ریاضیات و اطراف آن را در صفحه ببینیم، چه کار باید بکنیم؟ نقشه را کوچک کنیم یا بزرگ؟ مقیاس را کم کنیم یا زیاد؟



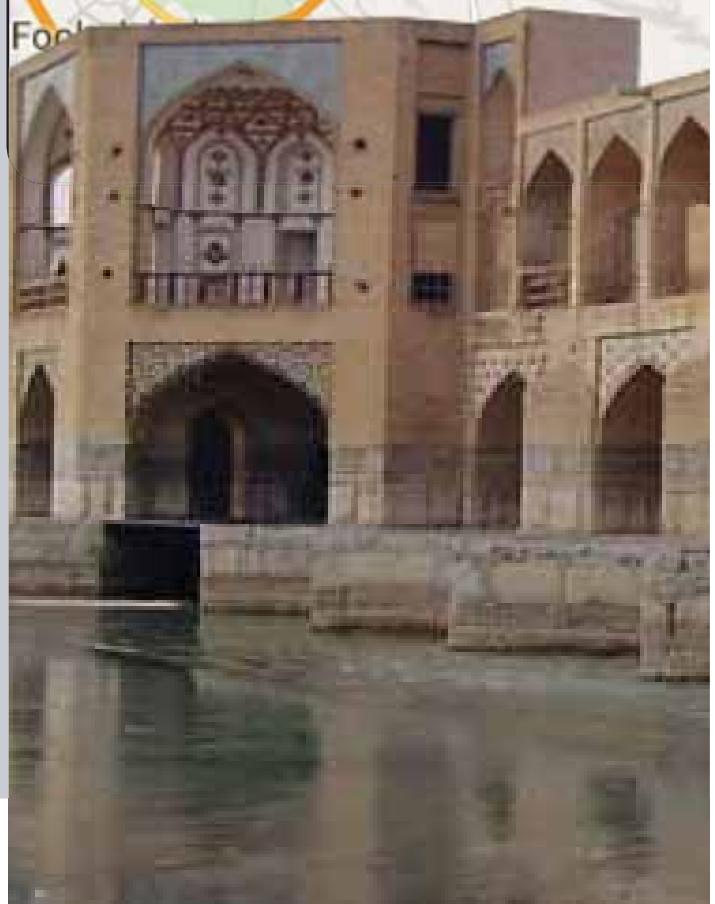
هر _____ سانتی‌متر نشان‌دهنده چه طولی است؟
هر ۱ سانتی‌متر چطور؟
فاصله خانه تا ایستگاه اتوبوس روی نقشه تقریباً چند سانتی‌متر است؟

فاصله واقعی خانه تا ایستگاه اتوبوس تقریباً چند متر است؟
مقیاس این نقشه را هم محاسبه کنید.

راستی شاید شهر شما هم خانه ریاضیات داشته باشد. فهرست خانه‌های ریاضیات را می‌توانید در آدرس زیر ببینید:

<http://www.mathhouse.org/VisitorPages>Show.aspx?ItemID=856>

خوب است به نزدیک‌ترین خانه ریاضیات به محل سکونتتان بروید و از برنامه‌های آن مطلع شوید. اگر به شهر اصفهان رفتید هم سری به اولین خانه ریاضیات ایران بزنید! این خانه فعالیت‌های متنوعی در زمینه ترویج ریاضی انجام می‌دهد.



عدد زیهای اول

بهزاد اسلامی مسلم

- آیا عدد ما بر ۲ بخش‌پذیر است؟
- آیا عدد ما بر ۳ بخش‌پذیر است؟
- آیا عدد ما بر ۴ بخش‌پذیر است؟
- آیا عدد ما بر ۵ بخش‌پذیر است؟
- آیا عدد ما بر ۶ بخش‌پذیر است؟

۹۹

همین طور ادامه می‌دهیم. کم کم به عددهای سه رقمی می‌رسیم:

- آیا عدد ما بر ۱۰۰ بخش‌پذیر است؟
- آیا عدد ما بر ۱۰۱ بخش‌پذیر است؟
- آیا عدد ما بر ۱۰۲ بخش‌پذیر است؟

۹۹

کار همچنان ادامه دارد! عددهای چهار رقمی:

- آیا عدد ما بر ۱۰۰۰ بخش‌پذیر است؟
- آیا عدد ما بر ۱۰۰۱ بخش‌پذیر است؟
- آیا عدد ما بر ۱۰۰۲ بخش‌پذیر است؟

...

چرا عددهای اول مهم‌اند؟

عددهای اول در ریاضی خیلی مهم‌اند، زیرا با استفاده از آن‌ها چیزهای زیادی را می‌توانیم بفهمیم. بگذارید مثالی بزنم: معنای «تجزیه به عددهای اول» را به یاد دارید؟ اگر هر عددی، مثلاً عدد عجیب 19896124221 را به عددهای اول تجزیه کنید و نتیجه را به من بگویید. من فوراً به شما می‌گویم چند تا شمارنده دارد!

گاهی لازم است از شخصی به شخصی دیگر پیامی مهم و محترمانه برسد. مثلاً در زمان جنگ که برنامه‌های ارتش نباید فاش شود، ممکن است پیام بین راه، به دست نیروهای دشمن بیفتد. پس باید طوری نوشته شود که کسی جز اشخاص جبههٔ خودی معنای آن را نفهمند. به این کار «رمزگاری» می‌گویند. یکی از روش‌های رمزگاری، آر.اس. ای «نام دارد. در این روش، به دو تا عدد اول خیلی بزرگ نیاز داریم. خیلی خیلی خیلی خیلی بزرگ! همین طور که می‌بینید، عددهای اول در غیر از ریاضی هم کاربرد دارند.

حالا این عددهای اول مهم و عزیز را چگونه باید بین این همه عدد پیدا کنیم؟ آیا دنبال سوزن در انبار کاه می‌گردیم؟

پیدا کردن عددهای اول

عدد اول یعنی عددی که دقیقاً دو تا شمارنده دارد: ۱ و خودش. پس اگر بخواهیم ببینیم عددی اول هست یا نه، باید بفهمیم چند تا شمارنده دارد. اگر دیدیم سه تا یا بیشتر از سه تا شمارنده دارد، اول نیست.

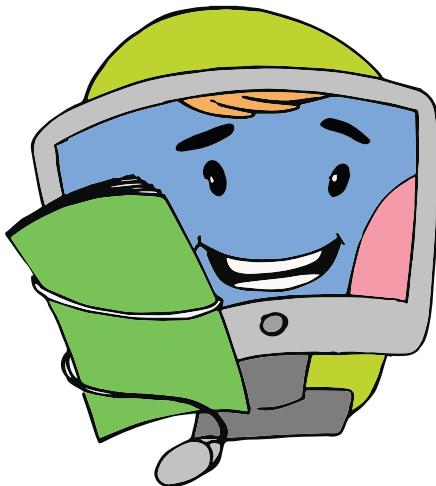
فرض کنید عدد ما 27591444869 باشد. آیا اول است یا نه؟ باید ببینیم چند شمارنده دارد. بر ۱ و خودش که بخش‌پذیر است. تا اینجا شد دو تا شمارنده. حالا بقیه شمارنده‌ها! چون سرعت محاسبه رایانه از ما خیلی بیشتر است، از او می‌خواهیم جواب سؤال‌های زیر را پیدا کند:



اصلًا لازم نیست بخش پذیری 27591444869 را بر همه عددها بررسی کنید! به جای این کار، ابتدا جذر 27591444869 را حساب کنید. تقریباً 166106 می‌شود.

حالا فقط به فکر بخش پذیری عددتان بر عددهای 2 تا 166106 باشید، آن هم فقط بر عددهایی که اول اند. اصلًا لازم نیست عددهای دیگر را بررسی کنید. اگر بر هیچ یک از این عددهایی که گفتیم بخش پذیر نبود، خیالتان جمع! عددتان اول است.

اما مشکل که دو تا شد! حالا عددهای اول از 2 تا 166106 را چطور پیدا کنیم؟ نگران نباشید، این کار لازم نیست! به رایانه می‌گوییم بخش پذیری 27591444869 را بر همه عددهای 2 تا 166106 بررسی کند؛ چه آن‌هایی که اول اند و چه آن‌هایی که نیستند. کمی بیشتر طول می‌کشد اما اشکالی ندارد! همان‌طور که گفتم، با رایانه من این کار فقط 124 ثانیه طول کشید. رایانه اطلاع داد که عددمان بر هیچ یک از عددهای 2 تا 166106 بخش پذیر نیست. پس ما می‌فهمیم که 27591444869 اول است.



چرا روش طولانی این قدر طول کشید و تمام هم نشد، اما با روش کتاب هشتمن خیلی زود به جواب رسیدیم؟ زیرا در روش طولانی، باید بخش پذیری عددمان بر بیش از 10 میلیارد عدد را بررسی می‌کردیم! در روش کتاب هشتمن، فقط با حدود صدهزار تا عدد کار داشتیم. پس تعداد محاسباتمان تقریباً یکصدهزارم تعداد محاسبات روش طولانی بود! نفس‌هایتان را در سینه حبس کنید: با رایانه من که روش سریع را در 124 ثانیه به پایان رساند، روش طولانی بیش از سه ماه طول خواهد کشید! بزرگ‌ترین عدد اولی که ریاضی‌دانان تا حالا پیدا کرده‌اند، بیش از $22,000,000$ رقم دارد (بادتان باشد که عدد ما فقط 11 رقم داشت!) حدس می‌زنید اگر از روش طولانی استفاده می‌کردند، بعد از چند قرن می‌فهمیدند که این عدد اول است؟

تاژه اول کار است! حالا باید برویم سراغ عددهای پنج رقمی، بعد شش رقمی‌ها، بعد هفت رقمی‌ها، هشت رقمی‌ها، نه رقمی‌ها، ده رقمی‌ها و یازده رقمی‌ها!



این کار از رایانه هم زمان خیلی زیادی می‌برد. از رایانه‌ام خواستم این کار را انجام دهد. نیم ساعت است که مشغول است و هنوز خبری از جواب نیست!



اما من از کتاب ریاضی هشتمن کمک گرفتم و پاسخ را با رایانه در 124 ثانیه پیدا کردم؛ چیزی در حد جادوگری! اگر گفتید چطوری! از کتاب ریاضی هشتمن یاد گرفته‌اید که:



حده درست برای رمز چمدان

هوشمند حسن نیا



چقدر احتمال دارد که با اولین حدس بتوانیم رمز چمدان سبز را پیدا کنیم؟

چمدان سبز رنگ، مثل همه چمدان‌های دیگر با یک رمز دو رقمی باز می‌شود. اگر اعداد روی قفل را درست تنظیم کنیم، قفل آن باز می‌شود. چمدان نارنجی کمی غیر معمول است. برای قفل این چمدان، دو رمز دو رقمی انتخاب شده است که اگر روی هر کدام از آن‌ها تنظیم کنیم، قفل باز می‌شود. متاسفانه رمز هر دو چمدان را فراموش کرده‌ایم!

۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۰۰	۰۱	۰۲	۰۳	۰۴	۰۵	۰۶	۰۷	۰۸	۰۹
۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹
۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹
۴۰	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹
۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹
۶۰	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹
۷۰	۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹
۸۰	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹
۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹

نفر اول:

کاری نداردا رمز این چمدان یکی از ۱۰۰ عدد مقابل است. پس احتمال اینکه اولین تلاشمان موفق باشد، $\frac{1}{100}$ است.

نفر دوم:

من یک جور دیگر فکر کردم.
هر کدام از رقمهای میان ۰ تا ۹ انتخاب می‌شوند.
احتمال اینکه رقم اول را درست انتخاب کنیم، $\frac{1}{10}$ است.
برای رقم دوم هم همین طور. یعنی احتمال اینکه رقم دوم را درست انتخاب کنیم هم $\frac{1}{10}$ است.
بنابراین احتمال اینکه در اولین تلاش رمز را پیدا کنیم برابر است با،

$\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$.

جواب من هم $\frac{1}{100}$ به دست آمد.



نفراول:
راه من این بار هم همان است.
دروتا از عددهایی که گفته بودم به عنوان رمز انتخاب شده است.
من یک عدد شناسی را امتحان می‌کنم.
پس احتمال اینکه اولین تلاش موفق باشد، $\frac{2}{100}$ است.

در مورد چمدان نارنجی
چه می‌توانید بگویید؟



نفر دوم:
و اما راه من.
باز هم هر کدام از رقم‌ها از میان ۰ تا ۹ انتخاب می‌شوند. بنابراین احتمال اینکه دو رقم اول را درست انتخاب کنیم، $\frac{2}{10}$ است. برای دو رقم دوم هم همین طور، یعنی احتمال اینکه رقم دوم را درست انتخاب کنیم هم $\frac{2}{10}$ است.
بنابراین احتمال اینکه در اولین تلاش رمز را پیدا کنیم برابر است با:
 $\frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$.
جواب من این بار $\frac{4}{100}$ است.

با راه حل این دو نفر برای چمدان سبز موافقید؟
پاسخ آن‌ها با هم برابر شد، جواب شما هم همین است؟
در مورد چمدان نارنجی چطور؟ چرا جواب‌ها با هم فرق کردند؟
راه حل کدام‌شان درست است؟

پند و اندرز

به تعداد آمدهای روی زمین، راه اشتباه برای یک مسئله احتمال وجود دارد راهی را در پیش بگیرید که از درستی آن مطمئن هستید. دو راهی که مطرح شد، دو راه حلی است که دانش‌آموزها زیاد در کلاس مطرح می‌کنند. راهی که نفر اول در پیش گرفته، مستقیماً به مفهوم احتمال مربوط است. او تعداد حالت‌های ممکن را شمرده و بعد تعداد حالت‌های مطلوب را تقسیم بر تعداد حالت‌های ممکن کرده است. راهی که نفر دوم در پیش گرفته است چطور؟ همان‌طور که می‌بینید، راهی مانند راه نفر دوم ممکن است گاهی درست از آب در بیاید، ولی بعضی وقت‌ها هم اشتباه می‌شود.

فرض کنید ۷۶ و ۲۹ دو رمزی باشند که چمدان نارنجی را باز می‌کنند. در این صورت راه حل نفر دوم، انگار دو حالت اضافه را هم در نظر گرفته است! یکی از این دو حالت اضافه را من می‌گویم:
نفر دوم ۲۶ را هم به عنوان رمز در نظر گرفته است.
می‌توانید حدس بزنید که چه حالت دیگری را هم اضافه در نظر گرفته است؟ می‌توانید در ذهنتان دنبال کنید که چرا این اتفاق افتاد؟ شاید اگر به جدول حالت‌های بالا نگاه کنید، موضوع برایتان روشن‌تر شود.

توصیه جدی ما این
است که از راه‌هایی
مثل راه نفر دوم
استفاده نکنید!



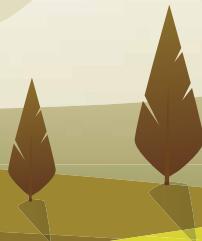
این زمین چند

یکی از مسائلی که بشر در طول تاریخ همواره با آن درگیر بوده، اندازه‌گیری سطح یک قطعه زمین است. مسئله وقتی مهم می‌شود که قطعه زمین، شکل نامنظم داشته باشد. چرا که موقع اجاره زمین، پرداخت حقوق کارگران یا پرداخت هزینه شخم که موضوع جنبه مادی پیدا می‌کند و به روش واحدی دقیق نیاز است. کشاورزانی را در نظر بگیرید که در کنار رود «کارون» کشاورزی می‌کنند و سیلابی شکل زمین‌های آن‌ها را به هم می‌زند. حال پس از فرونشستن سیلاب زمین‌ها چگونه تقسیم شوند؟

در گذشته در روستای ما (قشلاق نفر) و سایر روستاهای شهرستان گرمسار، واحد اندازه‌گیری مساحت زمین «من» بود که همان واحد وزن و معادل سه کیلوگرم است. مثلاً می‌گفتند این زمین چهل من است.



هنوز هم زمین‌هایی به اسم «سی منه» و «چهل منه» در روستای ما و سایر روستاهای گرمسار معروف هستند. در دوران نوچوانی برای من سؤال بود که چگونه یک زمین با این همه خاک می‌تواند فقط ۴۰ من یا ۵۰ من باشد! بزرگ‌تر که شدم فهمیدم که زمین چهل منه، یعنی اینکه برای کاشت گندم در این زمین به چهل من گندم معادل ۱۲۰ کیلوگرم گندم نیاز است.





دمَن است؟

قاسم حسین قنبری

دبیر ریاضی سمنان

تا سال‌ها برای من سؤال بود که آیا این واحد، پایه علمی دارد یا خیر. اما بعد از تحصیل بیشتر و آشنایی بیشتر با مفهوم محاسبه مساحت دریافتتم که روستاییان به این روش مسئله شکل هندسی نامنظم زمین را به جای محاسبه مساحت آن، با شکلی عملی و با استفاده از مقدار گندم موردنیاز برای کاشت آن، حل می‌کنند.

فرض می‌کنیم که در هر 20 سانتی‌متر مربع یک دانه گندم کاشته شود. پس در یک متر مربع 5000 دانه گندم کاشته می‌شود. وزن هر هزار دانه گندم عددی بین 21 تا 45 گرم است. اگر وزن هر هزار دانه را به طور میانگین 30 گرم فرض کنیم، در هر متر مربع 15 گرم گندم کاشته می‌شود. یعنی در هر هکتار که 100000 متر مربع است، 1500 کیلوگرم گندم کاشته می‌شود که معادل 50 من است.

در حال حاضر کسی از این روش استفاده نمی‌کند. چرا که کشاورزها تحصیل کرده‌اند، زمین‌های



کشاورزی بزرگ‌تر و شکل آن‌ها منظم شده، کشاورزی کمی صنعتی شده و به واحدهای دقیق‌تری نیاز است. توجه کنید که با این روش نمی‌توان مساحت یک استخر را محاسبه کرد، زیرا امکان اندازه‌گیری سطح استخر با این روش وجود ندارد. هم چنین توجه کنید که این واحد، یک واحد محلی برای اندازه‌گیری سطح زمین است. چون حاصل خیر بودن یا نبودن زمین در وزن دانه‌های گندم اثر می‌گذارد و این موضوع دقت کار را تحت تأثیر قرار می‌دهد.





GPS

امروزه کشاورزانی که با مسئله اندازه‌گیری زمین روبه‌رو هستند، برای اندازه‌گیری مساحت زمین بیشتر از «GPS» استفاده می‌کنند که از دقت بسیار بالایی برای محاسبه مساحت قطعه‌های بزرگ زمین برخوردار است و این کار را خیلی راحت انجام می‌دهند. کافی است با این دستگاه که تقریباً اندازه تلفن همراه است،



یک بار به طور کامل دور زمین بچرخید. تا یک منحنی بسته ایجاد شود و دستگاه مساحت را حساب کند. لازم به ذکر است که دقت این روش برای قطعه زمین‌های کوچک پایین است و هنوز از همان روش قدمی استفاده می‌شود. برای پی بردن به اهمیت روش GPS، فرض کنید کشاورزی زمین خود را با تراکتور اجاره‌ای شخم زده است. هنگام پرداخت کرایه تراکتور، کشاورز قصد دارد مساحت زمین را کمتر، و راننده تراکتور می‌خواهد مساحت آن را بیشتر محاسبه کند. با وجود این دستگاه مسئله به سرعت و دقت حل می‌شود و از بسیاری از اختلاف‌ها جلوگیری به عمل می‌آید.

استاد عین‌الله پله می‌سازد

داود معصومی مهوار



تا مانند شکل ۱ خطچین‌های کمکی را بکشد و نقطه C را نشانتان بدهد. اما استادان سنگ کار در ساختمان‌ها خودشان این کار را می‌کنند. به ساختمانی نیمه کاره رفتیم که استاد عین‌الله در آنجا مشغول کار بود. و با ایشان به گفت و گو نشستیم.

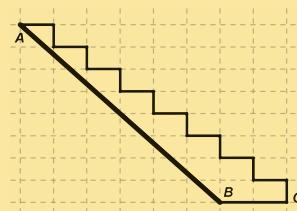
شاید تا به حال در ساختمانی نیمه کاره، اسکلت راه‌پله را دیده باشید. خیلی ساده دو تیر آهن موازی با شیبی تندر و برابر کنار یکدیگر کار گذاشته می‌شوند. بین دو تیر آهن آجرهای مانند سقف کار می‌شود و بعد روی این آجرها سنگ پله نصب می‌کنند. در شکل ۱ پاره خط AB همان دو تیر آهن است که از زاویه دید ما یکی دیده می‌شوند.

● **برهان:** «اگر کسی ندانسته نصب پله را آغاز کند، به چه مشکلاتی برمی‌خورد؟»

● **استاد عین‌الله:** «ممکن است که مثلاً پله پنجم یا ششم گیر کند و قابل نصب نباشد. یعنی در دل اسکلت فرو برود. (گرفتاری ۱)

همچنین ممکن است که آخرین پله به پاگرد بالا نرسد و یک پله اضافه لازم شود. یعنی پاگرد بالایی بالاتر از کف طبقه بالا خواهد ایستاد! (گرفتاری ۲)

شاید هم اشتباه خیلی بزرگ نباشد، ولی باز هم کار شکسته بسته انجام شود! مثلاً ممکن است



شکل ۱

حالا اگر شما بخواهید پله‌ها را کار بگذارید چه می‌کنید؟ شک نکنید، باید پله‌ها را از پایین به بالا کار بگذارید. در این صورت نخستین پله را کجا می‌گذارید؟ نقطه C را چگونه می‌پاییم؟

شاید از مهندسی کمک بخواهید





از صحبت‌های استاد عین‌الله فهمیدیم که در گرفتاری دوم، جای درست شروع این پله‌ها یعنی نقطه C ندانسته رها شده است و پله‌ها را از نقطهٔ جلوتری (یعنی نقطه D) شروع کرده‌اند. بنابراین انتهای پله هشتم به پاگرد بالا (نقطه A) نرسیده است. بدترین چاره این است که پله نهم را کار بگذارند. در این صورت پاگرد از کف کل طبقهٔ بالا یک پله بلندتر خواهد بودا (راستش پت و مت هم چنین دسته گلی به آب نداده‌اند!) الان تنها چاره این است که کف پله هشتم را آن قدر بزرگ‌تر بگیریم که به انتهای پله‌ها (یعنی نقطه A) برسد اگر کمی هوشیار‌تر بودیم و هنگام کار گذاشتن پله پنجم، با کشیدن یک شکل،

عقبت کار را می‌دیدیم، طول آخرین پله (یعنی AE) را بین کف پله‌های پنجم تا هشتم پخش می‌کردیم. این جوری بدوارگی پله هشتم از بین می‌رفت و در عوض همهٔ پله‌های پنجم تا هشتم هر کدام به اندازهٔ یک چهارم طول آخرین پله (یعنی AE) بزرگ‌تر می‌شدند.

گویا کمی به طرز فکر درست استاد نزدیک شده‌ایم. اگر از همان شروع کار شکل درستی بکشیم، یا مانند استاد کار، در ذهن خودمان آغاز تا انجام کار را تجسم کنیم، می‌توانیم طول AE را بین کف هر هشت پله تقسیم کنیم. در این صورت کار درست پیش خواهد رفت و پله‌ها یکسان

خواهند بود. ولی کمی صبر کنید! اگر کف پله‌ها را ۴۲ سانتی‌متر در آوردیم چه؟ کجا چنین پله بزرگی کار می‌کنند؟ باز هم که کار خراب است.

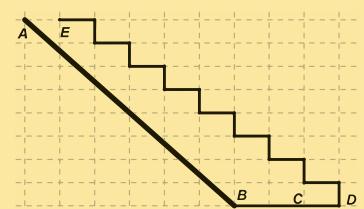
برهان: «معمولًاً کف پله‌ها چه اندازه است؟»

کف برخی از پله‌ها را کوچک‌تر بگیرند. در این صورت هنگام پایین آمدن از پله‌ها، پشت پای آدم ناخواسته به پله‌ها می‌خورد یا ممکن است ارتفاع پله‌ها را برابر نگیرند. در این صورت هنگام پایین آمدن از پله‌ها پای آدم به پله کوتاه‌تر کوییده شود یا آدم از روی پله بلندتر سُر بخورد. خلاصه همهٔ کار نصب پله، ضرب و تقسیم و محاسبات ریاضی است. اصلاً نباید ندانسته دست به کار شد.»

گرفتاری‌های ۱ و ۲ در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند.

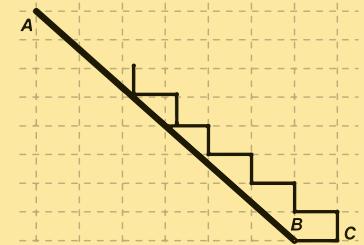


شکل ۲



شکل ۳

● استاد عین‌الله: «در اولین گرفتاری، تا پلهٔ چهارم کار خوب پیش رفته است. اما پلهٔ پنجم توقع دارد که از تیرآهن اسکلت و آجرهای آن پایین‌تر برودا پله‌های ششم، هفتم و هشتم پرتوque تر نیز هستند! فرار از این گرفتاری هم، بسیار بی‌قواره و بدتر کیب است. گاهی برای جا دادن پلهٔ پنجم آن را روی کف پلهٔ چهارم می‌گذارند.»

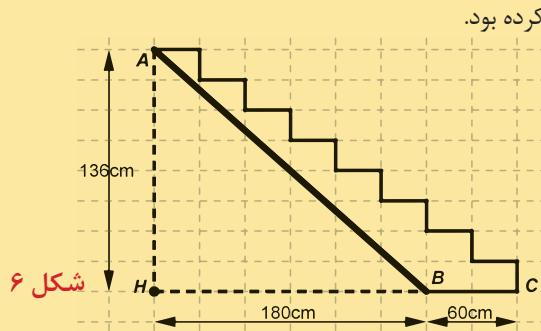


شکل ۴

چنان‌که استاد گفت، کسی که از این پله‌ها پایین می‌آید، با رسیدن به این جور پله‌ها پشت پایش به پله‌ها می‌خورد.

● استاد عین‌الله: «راه فرار دیگر این است که به جای کم کردن کف پلهٔ چهارم، ارتفاع پلهٔ پنجم را زیادتر کنند.» این کار را در ذهن خودتان تجسم کنید و انجام دهید. سپس برای خودتان یک شکل بکشید و نتیجه را ببینید. شکل را با آنچه تجسم کرده بودید، مقایسه کنید.





اکنون شما دست به کار شوید:

۱. ارتفاع پله‌ها را همان ۱۷ سانتی متر بگیرید، ولی کف پله‌ها را ۳۳ سانتی متر فرض کنید. محاسبه کنید و بینید پله نخست را کجا باید کار بگذارید؟
 ۲. ارتفاع پله‌ها را ۱۶ سانتی متر بگیرید و کف پله‌ها را ۳۰ سانتی متر فرض کنید. محاسبه کنید و بینید پله نخست را کجا باید کار بگذارید؟
 ۳. تعداد پله‌ها را ۹ تا بگیرید. ارتفاع پله‌ها را حساب کنید. کف پله‌ها را نیز ۳۰ سانتی متر بگیرید. جای پله نخست را پیدا کنید.
 ۴. اگر تعداد پله‌ها را ۹ تا بگیریم، آیا کف پله‌ها را می‌توانیم هرجور که خواستیم کم بگیریم؟ کمترین مقدار برای کف پله‌ها چقدر است؟
- محاسبه و کار گذاشت پله‌های راه پله جزئیات مهم دیگری نیز دارد. فکر کنید. شاید وقتی دیگر به آن‌ها بپردازیم.

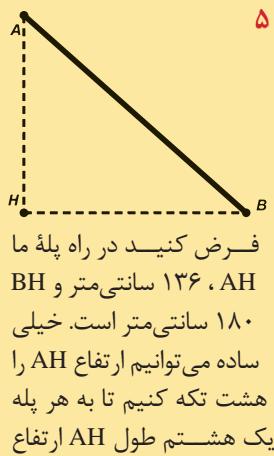
● استاد عین‌الله: «پله خوب باید ۱۷ تا ۲۰ سانتی متر ارتفاع و ۳۰ تا ۳۵ سانتی متر کف داشته باشد.»

پس موضوع به همین سادگی نیست. استانداردهای در این باره هست. گویا هنوز مسئله را درست درک نکرده‌ایم.

هوش و حواس خود را جمع‌وجور کنید. چند تا پله لازم داریم؟ کف هر پله چقدر است؟ ارتفاع هر پله چقدر است؟ نخستین پله را کجا باید کار بگذاریم؟ تازه داریم صورت مسئله را پیدا می‌کنیم.

پرسش‌های کلیدی بالا نشان می‌دهند که همه‌چیز بستگی به نقطه‌های A و B و فاصله افقی و عمودی این دو نقطه (و نه فاصله مستقیم آن دو) دارد.

شکل ۵



ارتفاع هر پله

$$136 \div 8 = 17 \text{ سانتی متر}$$

ارتفاع خوبی است. اگر می‌خواستیم

هفت پله کار بگذاریم، ارتفاع هر پله کم و

بیش $19/5$ سانتی متر می‌شود و باز هم بدبود. ولی

شش پله یا کمتر خوب نیست. برای ۱۰ یا ۹ یا ۶ یا ۵ پله

ارتفاع هر پله را پیدا و بررسی کنید.

کف پله‌ها نیز به همین سادگی پیدا می‌شوند:

$$\text{کف پله: سانتی متر } 180 \div 8 = 22.5$$

ایراد کار کجاست؟ کف پله اصلاً مناسب نیست $22/5$ سانتی متر

خیلی کم است! شکل ۶ را با کار استاد عین‌الله یعنی شکل ۱ مقایسه کنید. کف پله را می‌توانیم بیشتر بگیریم. مثلاً اگر کف

پله را ۳۰ سانتی متر بگیریم با داشتن هشت پله، مجموع کف

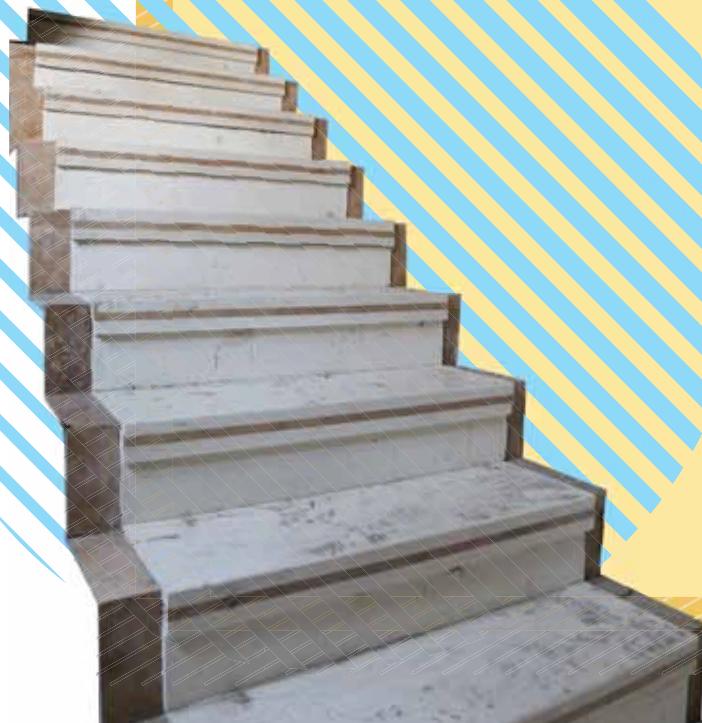
پله‌ها با هم 240 سانتی متر می‌شود. در این صورت، جای کار

گذاشتن پله نخست را یافته‌ایم! طول HB برابر 180 سانتی متر

است. ولی مجموع کف پله‌ها با هم 240 سانتی متر است. یعنی

از B باید به اندازه 60 سانتی متر دور شویم و پله نخست را کار

بگذاریم. این کاری است که استاد به خوبی محاسبه و پیدا





اقتصادی باشی!

مدیریت پول توجیبی

سپیده چمن آرا



بیشتر ما، هر هفته یا هر ماه، پول ثابتی از پدر یا مادرمان برای خرچ‌های مربوط به خودمان می‌گیریم. این «پول توجیبی» ماست. این مبلغ ثابت هفتگی (یا ماهانه) درآمد ما به شمار می‌رود. از طرف دیگر، خرچ‌هایی که طی هفته (یا ماه) می‌کنیم، مانند پرداخت کرایه تاکسی و اتوبوس، پول لوازم التحریر، پول بستنی و شکلات و... هزینه‌های ما هستند.

پول توجیبی هفتگی من ۳۵ هزار تومان است که هر شنبه صبح، وقتی از خواب بیدار می‌شوم، آن را کنار تختم می‌بینم. من می‌خواهم پول توجیبی‌ام را مدیریت کنم:

جدول ۱. هزینه‌های ثابت هفتگی من

ردیف	موضوع	مبلغ (به تومان)	شرح محاسبه
۱	رفتوآمد به مدرسه با اتوبوس	۷۵۰۰	۵ روز به مدرسه می‌روم. رفت ۷۵ تومان، برگشت ۵*۷۵=۳۷۵ تومان.
۲	رفتوآمد به کلاس زبان با تاکسی	۴۰۰۰	۳ روز به کلاس زبان می‌روم. رفت ۱۰۰۰ تومان، برگشت ۱۰۰۰ تومان: ۴*۱۰۰۰=۴۰۰۰
۳	خرید صحنه از بوفه مدرسه	۹۵۰۰	۵ روز صحنه می‌خورم. یک شیرکاکانو ۱۰۰ تومان، یک کیک ۸۰۰ تومان: ۹۵۰۰=۵*۱۶۰۰
۴	شارژ تلفن همراه	۵۰۰۰	
۵	جمع کل	۲۶۰۰۰	

؟ آیا شما هم می‌توانید هزینه‌های ثابت هفتگی (یا ماهانه) خود را محاسبه کنید و مجموع آن را به دست آورید؟

به جز این‌ها، من گاهی برای خودم و دوستانم بستنی، کیک یا شکلات می‌خرم، یا اگر مداد، خودکار یا پاک کنم تمام شود،

جدول ۲. هزینه‌های متغیر من در چهار هفته مهرماه

ردیف	هزینه‌ها	مبلغ (به تومان)	شرح محاسبه
۱	۳ تا بستنی ۱۵۰۰ تومان	۴۵۰۰	۳*۱۵۰۰=۴۵۰۰
۲	۱ خودکار ۲۰۰۰ تومانی ۱ لاک غلطگیر ۴۰۰۰ تومانی	۶۰۰۰	۲۰۰۰+۴۰۰۰=۶۰۰۰
۳	دوبار سوار شدن به تاکسی	۲۰۰۰	۲*۱۰۰۰=۲۰۰۰
۴	۳ تا کیک ۵۰۰ تومانی ۴ تا بستنی ۱۰۰۰ تومانی	۵۵۰۰	(۳*۵۰۰)+(۴*۱۰۰۰)=۵۵۰۰
	میلگین	۴۵۰۰	۴۵۰۰=(۴۰۰۰+۶۰۰۰+۲۰۰۰+۵۰۰۰):۴

هزینه‌های ثابت - هزینه‌های متغیر



بخشی از پول توجیبی هفتگی من، صرف رفت‌وآمد من با اتوبوس به مدرسه و رفت‌وآمد من با تاکسی به کلاس زبان و بخشی نیز صرف خرید خوراکی از بوفه مدرسه می‌شود. این «هزینه‌ها» هر روز و هر هفته وجود دارند. این‌ها «هزینه‌های ثابت» من طی یک هفته است. در جدول ۱ این هزینه‌ها و شرح محاسبه آن‌ها و مجموع آن را برای یک هفته می‌بینید.

آن‌ها را خریداری می‌کنم. بعضی روزها هم که دیرم شده باشد، به جای اتوبوس با تاکسی به مدرسه می‌روم. این هزینه‌ها که در هفته ثابت نیستند و بنا به ضرورت یا انتخاب من انجام می‌شوند، هزینه‌های «متغیر» نام دارند. در جدول ۲ هزینه‌های متغیر چهار هفته مهرماه مرا می‌بینید. همان‌طور که در جدول نیز دیده می‌شود، حتی مجموع هزینه‌های متغیر در یک هفته نیز تغییر می‌کند.



من، با میانگین گرفتن از هزینه‌های متغیر چهار هفته مهرماه، برآورده از هزینه‌های متغیر هفتگی خود به دست می‌آورم و به کمک آن می‌توانم هزینه‌های ماههای بعد را نیز تا حدودی پیش‌بینی کنم.
اگر شما هم دوست دارید، جدول هزینه‌های متغیر خود را در ماه آبان تهیه کنید و از جمع هزینه‌های خود در ۳۰ روز ماه آبان، میانگین بگیرید. یعنی جمع کل هزینه‌ها را بر عدد ۳۰ تقسیم کنید. به این ترتیب شما هم برآورده از هزینه‌های خود در یک روز خواهید داشت.



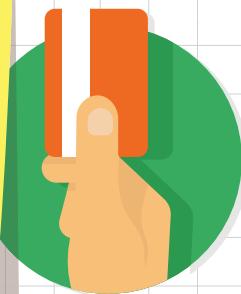
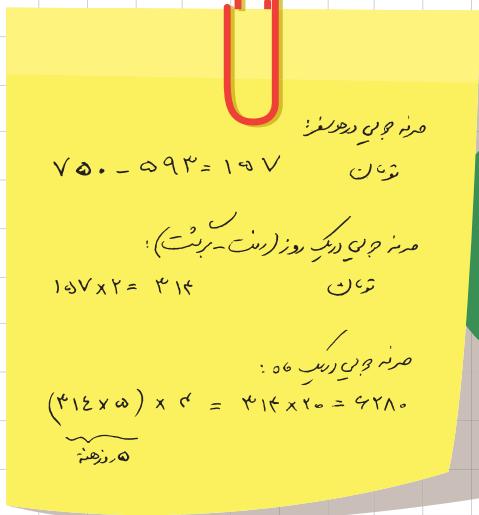
صرفه‌جویی - پس انداز

مدتی است می‌خواهم برای خودم یک گردنبند بخرم که قیمت آن ۳۵ هزار تومان است. خوب واضح است که با این پول توجیبی که من می‌گیرم، و هزینه‌هایی که دارم، نمی‌توانم آن را بخرم. ولی راههای زیر برای صرفه‌جویی و پس انداز پول برای خرید این گردنبند به ذهنم رسید:

- استفاده از کارت‌بلیت به جای پرداخت نقدی کرایه اتوبوس:



- خرید اینترنتی شارژ تلفن همراه به جای خرید نقدی:



جدول تعرفه‌های شارژ تلفن همراه	
هزینه پرداخت اینترنتی	مبلغ شارژ
۵۰۰۰ ریال	۴۷۵۰۰ ریال
۱۰۰۰۰ ریال	۹۵۰۰۰ ریال
۲۰۰۰۰ ریال	۱۹۰۰۰۰ ریال



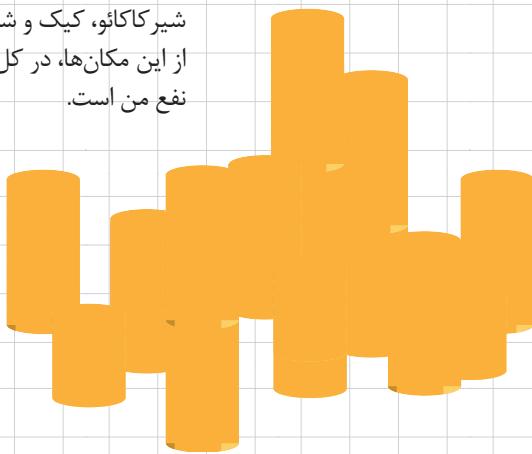
در هر ۵ هزار تومان خرید شارژ، ۲۵۰ تومان به نفع من خواهد بود. من در هر هفته ۵ هزار تومان شارژ می‌خریدم. بنابراین با خرید اینترنتی شارژ در یک ماه، ۱۰۰۰ تومان صرفه‌جویی خواهم کرد. تا اینجا در ماه حدود ۷ هزار تومان صرفه‌جویی می‌شود و باید ۵ ماه صبر کنم تا پول این گردنبند جور شود!



- خرید از مراکز عمده‌فروشی یا میدان‌های

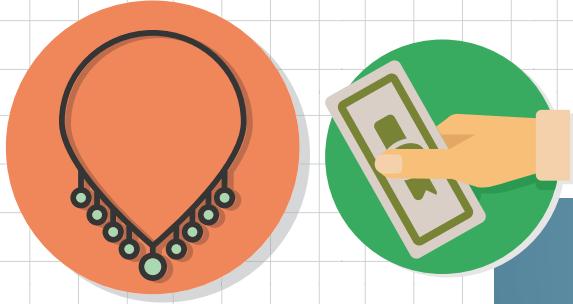
میوه و ترهبار شهرداری:

در این مراکز، بین ۵ تا ۱۰ درصد اجناس ارزان‌تر از قیمت برچسب روی کالا فروخته می‌شوند. بنابراین خرید آب‌میوه، شیرک‌کاکائو، کیک و شکلات و سایر تنقلات از این مکان‌ها، در کل حدود ۱۰ درصد به نفع من است.





؟ به نظر شما چگونه می‌توانم بفهمم با این کار، چه مبلغی در ماه صرفه‌جویی خواهم کرد؟



$$\text{مبلغ مصرفی هر روز} = \text{هزینه هر روز} + \text{مبلغ هزینه ای سایر}$$

$$= 10000 + (9500 \times 4) = 138000$$

$$= 138000 \times 10\% = 13800$$

۴۰۰ از کجا آمد؟

جاهای خالی را با استفاده از اطلاعاتی که از هزینه‌های من دارید چگونه تکمیل می‌کنید؟



موحدی (تومان)	تاریخ	روز
	۹۵/۸/۱	شنبه
	۹۵/۸/۲	یکشنبه
	۹۵/۸/۳	دوشنبه
	۹۵/۸/۴	سهشنبه
	۹۵/۸/۵	چهارشنبه
	۹۵/۸/۶	پنجشنبه
	۹۵/۸/۷	جمعه
	۹۵/۸/۸	شنبه
	۹۵/۸/۹	یکشنبه
	۹۵/۸/۱۰	دوشنبه
	۹۵/۸/۱۱	سهشنبه
	۹۵/۸/۱۲	چهارشنبه
	۹۵/۸/۱۳	پنجشنبه
	۹۵/۸/۱۴	جمعه
	۹۵/۸/۱۵	شنبه
	۹۵/۸/۱۶	یکشنبه
	۹۵/۸/۱۷	دوشنبه
	۹۵/۸/۱۸	سهشنبه
	۹۵/۸/۱۹	چهارشنبه
	۹۵/۸/۲۰	پنجشنبه
	۹۵/۸/۲۱	جمعه
	۹۵/۸/۲۲	شنبه
	۹۵/۸/۲۳	یکشنبه
	۹۵/۸/۲۴	دوشنبه
	۹۵/۸/۲۵	سهشنبه
	۹۵/۸/۲۶	چهارشنبه
	۹۵/۸/۲۷	پنجشنبه
	۹۵/۸/۲۸	جمعه
	۹۵/۸/۲۹	شنبه
	۹۵/۸/۳۰	یکشنبه

- شما چه راههای دیگری به من پیشنهاد می‌کنید تا بتوانم در هزینه‌هایم صرفه‌جویی کنم و زودتر پول آن گردانید را جمع کنم تا گردانید گران‌تر نشده است!



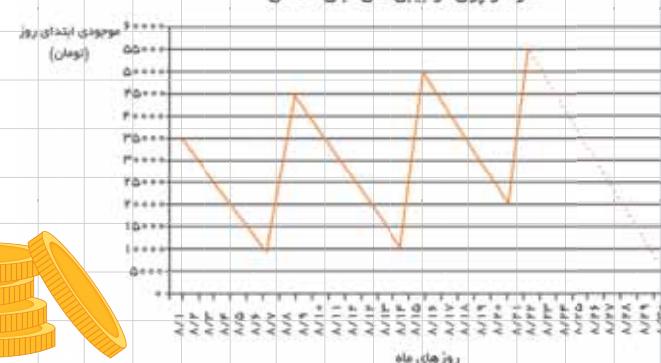
نمودار بکشیم

در جدولی مشابه جدول مقابل، در ابتدای هر روز از ماه آبان، موجودی خودتان از پول توجیبی‌ها بایتان را بنویسید.

شما نمودار «موجودی هر روز» خود را با دقت برای یک ماه رسم کنید. نمودار آن ممکن است شبیه نمودار زیر شود.

چه نظمی در آن می‌بینید؟ قله‌های نمودار مربوط به چه روزهایی است؟ در اثر چه اتفاقی، قله‌های نمودار هر بار بالاتر می‌رود؟ یا هر بار پایین‌تر می‌رود؟

نمودار پول توجیبی‌های آبان ماه عن





شبکهٔ ملی مدارس در رشد برهان

زهرا صباغی

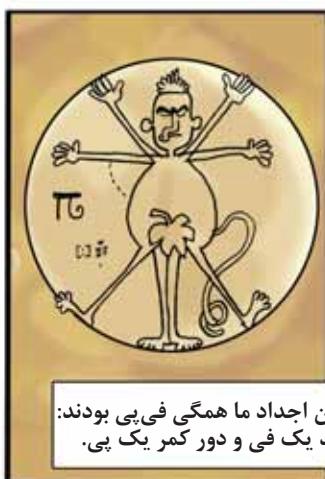
دوستان عزیز حتماً نام «رشد» را شنیده‌اید. اگر فراموش کرده‌اید، همین الان روی جلد مجله را نگاه کنید. حتّماً «رشد برهان» را می‌بینید. «شبکهٔ رشد»، شبکهٔ ملی مدارس است و فعالیت‌هایی برای دانش‌آموزان انجام می‌دهد. اگر به سایت www.roshd.ir مراجعه کنید، می‌توانید بیشتر با فعالیت‌های این شبکه آشنا شوید. با ورود به این وب‌گاه در بالای صفحه عنوان‌های متفاوتی را مشاهده می‌کنید. در این شماره می‌خواهم شما را با قسمت‌های گوناگون «رسانه‌های آموزشی» آشنا کنم. روی «رسانه‌های آموزشی» کلیک کنید. در این صفحه موضوعات درسی نوشته شده‌اند. روی هر کدام که دوست دارید، کلیک کنید. پس از ورود به این قسمت می‌توانید پایه تحصیلی مورد نظر خود را انتخاب کنید و کلید جستجو را بزنید. در قسمت پایین تمام فایل‌ها با ویژگی خواسته شده شما نشان داده می‌شوند و می‌توانید با کلیک روی هر کدام وارد آن بشوید. شما می‌توانید به راحتی از بازی‌ها، انیمیشن‌ها و فایل‌های صوتی و تصویری که در این وب‌گاه به زبان فارسی گذاشته شده‌اند، استفاده کنید.





دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

آخرين فبي



تصویرگر: سام سلماسی
نویسنده: حسام سبحانی طهرانی

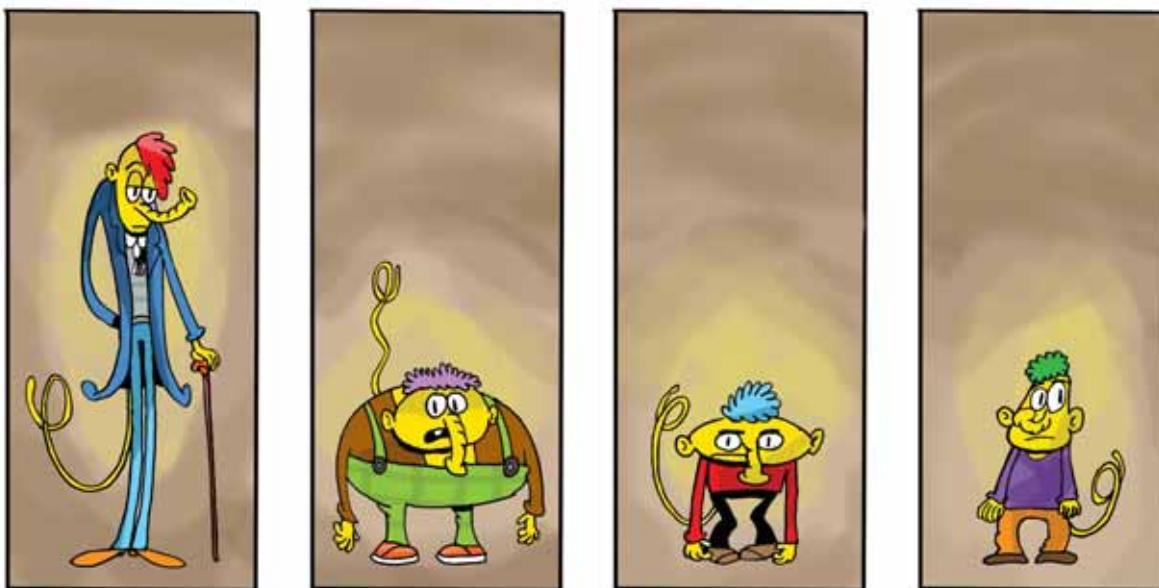




بی، عدد گنگی است که از تقسیم محیط دایره بر قطر آن به دست می‌آید. هنوز مشخص نیست که عدد پی برای نخستین بار در چه زمانی و توسط چه کسی به دست آمد، اما نشانه‌های آن در لوح‌های قدیمی بابل، پاپیروس‌های مصری و اهرام مصر دیده می‌شود. مقدار تقریبی این عدد، $\frac{3}{14}$ است. نزدیک به ۶۰۰ سال پیش، دانشمند بزرگ ایرانی، غیاث الدین جمشید کاشانی، موفق شد این عدد را تا ۱۶ رقم اعشار به طور صحیح بیان کند.



فی، عدد گنگی است که از رابطه $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$ به دست می‌آید که پس از جای‌گذاری آن به رابطه $\varphi^2 = 1 + \varphi$ می‌رسیم. همچنین می‌توانیم فی را به صورت کسر مسلسل $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{\dots}}}$ تعریف کنیم. مقدار تقریبی این عدد، $1/618$ است.





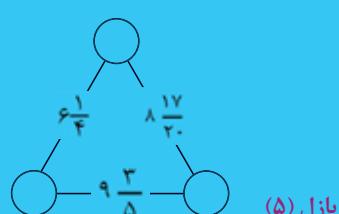
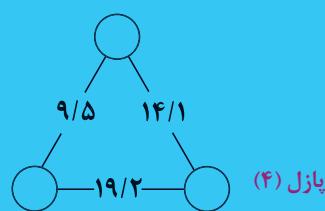
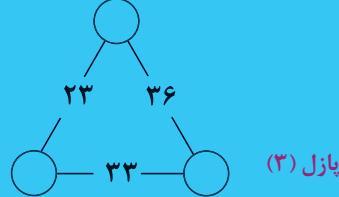
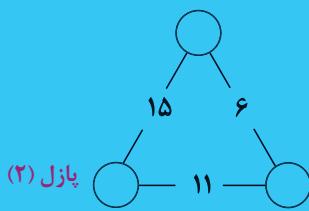
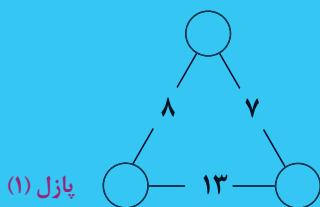
بازار فکری

چند ضلعی های بازی

محمود داورزنی

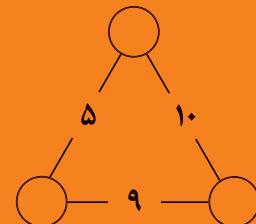


اینک شما سعی کنید پازل های مثلثی زیر را حل کنید:

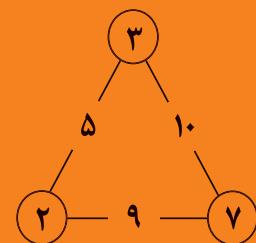


در شماره گذشته مجله، علی‌بابا برای باز کردن در غار جواهرات، روشی برای حل این پازل بیان کرد. در این شماره، روش دیگری برای حل این پازل به شما معرفی می‌کنیم و با پازل‌های بیشتری آشنا می‌شویم.

پازل زیر، یک مثلث است که روی هر ضلع آن عددی نوشته شده است:



برای حل این پازل باید در دایره‌های خالی رأس‌ها عددایی بنویسیم، به طوری که مجموع اعداد دو سر هر ضلع، با عدد نوشته روی آن ضلع برابر باشد. پاسخ پازل بالا چنین است:

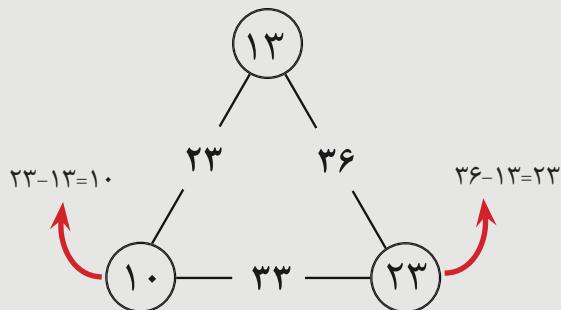


$$2a - 3 = 23$$

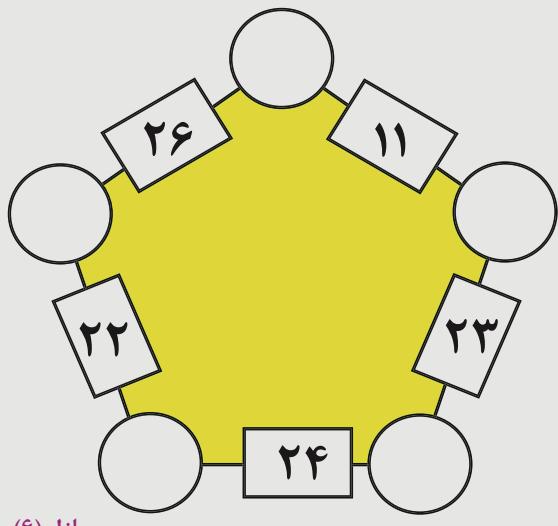
$$2a = 23 + 3 = 26$$

$$a = 26 \div 2 = 13$$

حالا دیگر بقیه دایره‌ها معلوم می‌شود:



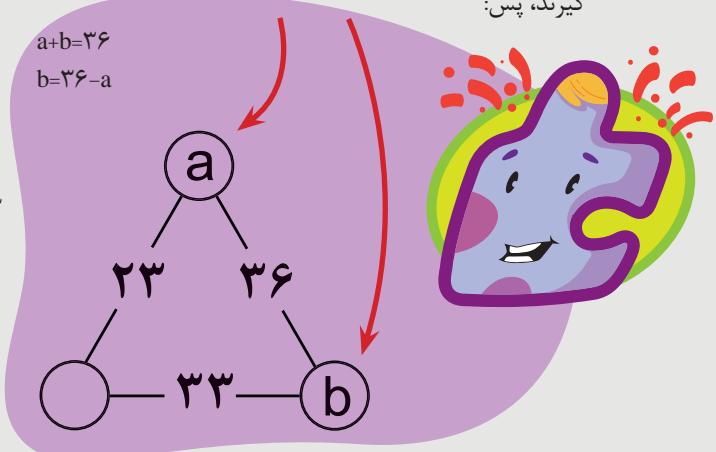
اکنون تلاش کنید پازل چندضلعی زیر را (با همان قانون که مجموع اعداد روی رأس‌ها، با اعداد روی ضلع‌ها برابر باشد) حل کنید:



یکی از راه‌های حل کردن این پازل‌ها، حدس و خطاست:
عددهای را حدس بزنیم و اگر درست نبودند، آن‌ها را با عدهای بهتری جایگزین کنیم!

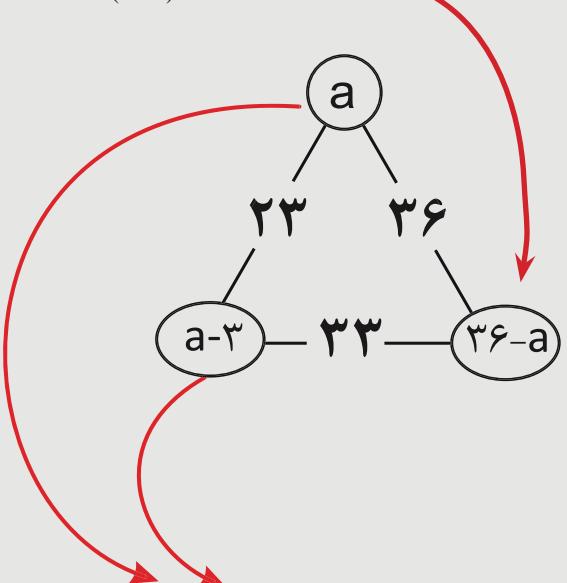
شاید برای حل پازل‌های (۱) و (۲) و حتی پازل (۳) این روش بد نباشد، ولی من که نتوانستم پازل (۴) را با این روش حل کنم! شما چطور؟

اکنون پازل (۳) را با روش دیگری حل می‌کنیم:
فرض کنیم عدهای a و b در دایره‌های دو طرف ضلع ۳۶ قرار گیرند، پس:



به همین ترتیب دایره سوم باید $33-b$ باشد، یا:

$$33-b = 33-(36-a) = 33-36+a = a-3$$



از دو دایره دو طرف ضلع ۲۳ داریم:

$$a+(a-3)=23$$



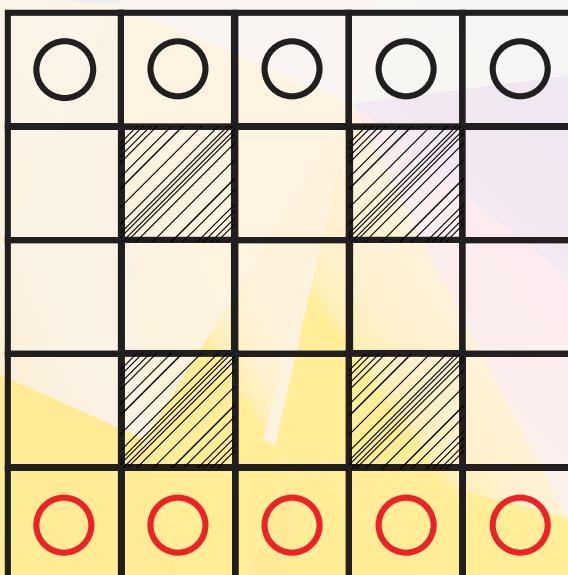
باهم به پیش

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

«باهم به پیش» یک بازی دونفره است. برای این بازی به یک برگ کاغذ و ۱۰ مهره از دو رنگ متفاوت نیاز دارید. مانند شکل مقابل، روی برگ کاغذ جدولی بکشید و مهره‌هایتان را در خانه‌های مشخص شده قرار دهید.

هر رنگ متعلق به یکی از بازیکنان است. هر بازیکن باید در نوبت خودش دو تا از مهره‌هایش را در یک جهت یکسان به اندازه یک خانه حرکت دهد. مهره‌ها را می‌توانید به جلو، عقب، چپ یا راست و یا به صورت سورب حرکت دهید. مهره‌ها اجازه ندارند از روی هم بپرنند.

در یک خانه نباید بیش از یک مهره قرار بگیرد. به خانه‌های هاشورخورده هم نباید مهره‌ای وارد شود. چه کسی بازی را می‌برد؟ کسی که بتواند هر پنج مهره‌اش را به ردیف مقابل منتقل کند. پس حالا این شما و این هم بازی باهم به پیش!





ایده‌های متین

ازمیان نامه‌های شما



چند وقت پیش، نامه‌ای به دستمن رسید از بهشهر مازندران. در این نامه دوست نوجوانمان، متین کلاکر که در پایه پنجم دبستان غیردولتی فردوسی تحصیل می‌کرد – و الان باید دانش‌آموز پایه هفتم باشد – برایمان ایده یک بازی ریاضی را نوشته بود. ایده او چنین بود:

جفت عددهای (۰، ۹)، (۱، ۸)، (۲، ۷) و (۳، ۶) را در نظر بگیرید. مجموع هر جفت از این اعداد، ۹ است. حال دو عدد را در نظر بگیرید، مثل ۴۲ و ۳۶.

$$۳۶+۴۲=۷۸$$

مجموع ارقام حاصل جمع را حساب کنید (اگر نتیجه آن، یک رقمی نشد، باز هم مجموع ارقام حاصل جمع ارقام را حساب کنید و این کار را آن قدر ادامه دهید که حاصل، یک عدد یک رقمی بشود):

$$78 \rightarrow 7+8=15 \rightarrow 1+5=6$$

اکنون یکی از جفت عددهای بالا را – که مجموعشان ۹ است – انتخاب کنید و هر یک را با یکی از اعداداتان جمع کنید. مثلاً (۲، ۷)، و دوباره حاصل جمع اعداد جدید را به دست آورید:

$$(36+7)+(42+2)=43+44=87$$

و دوباره مجموع ارقام:

$$87 \rightarrow 8+7=15 \rightarrow 1+5=6$$

باز هم ۶ شد!

باید با اعداد دیگری امتحان کنیم:

$$739+253=992 \rightarrow 9+9+2=20 \rightarrow 2+0=2$$

$$(739+5)+(253+4)=1001 \rightarrow 1+0+0+0+1=2$$

باز هم مجموع ارقام حاصل جمع‌ها، یکسان شد.

این موضوع برای هر دو عدد با هر تعداد رقم، درست است:

$$4+7=11 \rightarrow 1+1=2$$

$$(4+3)+(7+6)=7+13=20 \rightarrow 2+0=2$$

یا:

$$3478254+1258=3479512 \rightarrow 3+4+7+9+5+1+2=31 \rightarrow 3+1=4$$

$$(3478254+0)+(1258+9)=3479521 \rightarrow 3+4+7+9+5+2+1=31 \rightarrow 3+1=4$$

بد نیست بدانید که این جفت عددها را، اگر از دو عددی که جمع زدیم نیز کم کنیم، باز هم مجموع رقم‌های حاصل جمع اعداد

جدید با مجموع رقم‌های حاصل جمع اعداد اصلی‌مان یکی خواهد بود:

$$79+95=174 \rightarrow 1+7+4=12 \rightarrow 1+2=3$$

$$(79-3)+(95-6)=165 \rightarrow 1+6+5=12 \rightarrow 1+2=3$$

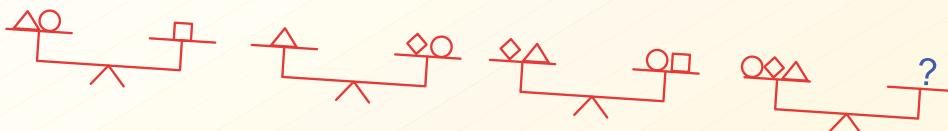
متین در نوشته خود، چیزی درباره دلیل درستی این امر ننوشته است، ولی حتماً در ذهن اکثر شما این سؤال ایجاد شده است که چرا چنین چیزی اتفاق می‌افتد؟ خوب است روی آن فکر کنید و دلایل خود را برای ما بفرستید.



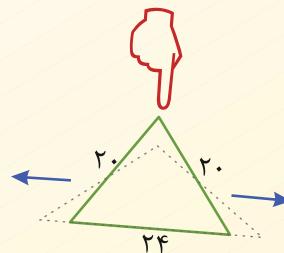
کی می تونه حل کنه؟!

● آمنه ابراهیم‌زاده طاری

- ۱ در شکل زیر چهار ترازوی دو کفه‌ای در حالت تعادل می‌بینید. می‌خواهیم به جای «؟» از یک یا چند وزنهٔ دایره‌ای استفاده کنیم. آیا این کار ممکن است؟ اگر بله، به چند وزنهٔ احتیاج داریم؟



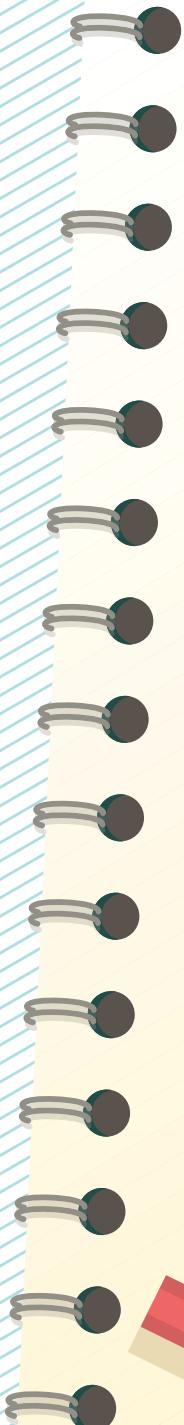
- ۲ دو میله به طول ۲۰ سانتی‌متر را به کشی به طول ۲۴ سانتی‌متر وصل کرده‌ایم تا مثلثی مانند شکل زیر درست شود. با فشار دادن رأس بالایی مثلث، طول کش زیاد می‌شود و مثلث تغییر می‌کند. مساحت مثلث ابتدا زیاد می‌شود و بعد دوباره کم می‌شود. بیشترین مساحتی که مثلث پیدا می‌کند، چند سانتی‌متر مربع است؟



- ۳ می‌خواهیم جدول زیر را پر کنیم، به طوری که عدد هر خانه از جدول، میانگین دو عدد داخل خانه بالای و پایینی‌اش باشد. همچنانی عدد هر خانه برابر با میانگین دو عدد خانه‌های سمت چپ و راستش باشد. به جای x چه عددی باید بگذاریم؟

1		
4		25
7		x
10		36

- ۴ در کاسه‌ای ۷۵ آبنبات هماندازه ریخته‌ایم. از بین این آبنبات‌ها، ۲۰ تا قرمزنده، ۲۵ تا آبی‌اند و ۳۰ تا هم سبزند. بدون نگاه کردن به آبنبات‌ها، باید چند تا از آن‌ها را از کاسه خارج کنیم تا مطمئن باشیم دست کم سه آبنبات سبز از کاسه خارج کرده‌ایم؟





۱۹ کیلویی رهیاری‌ها کجاست؟

محدثه کشاورز / زهره پندی
بهزاد اسلامی

روز شنبه بیست و پنجم اردیبهشت ماه ۱۳۹۵ به «مجتمع آموزشی رهیار» در منطقه ۲ تهران رفتیم و با ۱۰ نفر از دانش‌آموزان کلاس هشتم در گروههای دونفره مشغول حل یک مسئله شدیم. مسئله ما این بود:

تعدادی وزنه داریم با جرم‌های ۱ کیلوگرمی، ۲ کیلوگرمی، ۳ کیلوگرمی و... ۴۱ کیلوگرمی. اما وزنه ۱۹ کیلوگرمی نداریم (چند تا وزنه داریم؟) می‌خواهیم این وزنه‌ها را به دو دسته با جرم‌های مساوی تقسیم کنیم. چه راه حلی پیشنهاد می‌کنید؟

برای کمک به حل مسئله تعدادی کارت هم با خودمان برده بودیم که هر کدام نماد یک وزنه بودند و روی آنها مقدار جرم وزنه نوشته شده بود.

بیشتر گروه‌ها توجهشان به دو تایی‌هایی جلب شد که مجموع جرم‌شان ۴۲ است؛ مثلًا ۴۱+۱ و ۴۰+۲ و... چههای مشغول درست کردن دسته‌های ۴۲ کیلوگرمی شدند تا هر کدام از آن‌ها را در یک گروه قرار دهند. اما وقتی به ۱۹ رسیدند، متوقف شدند! (حالا باید چه کار می‌کردند؟)

یک گروه وقتی دیدند ۱۹ را باید با ۲۳ جمع کنند تا ۴۲ شود، از ۲۳ تا ۲۰ را گذاشتند کنار تا بینند باید با آن‌ها چه کار کنند. آن‌ها گفتند نمی‌شود با این چهار وزنه دو تا دسته ۴۲ کیلویی درست کرد، اما می‌شود دو تا دسته ۴۳ کیلویی درست کرد. بنابراین دو دسته ۲۳+۲۰ و ۲۲+۲۱ را درست کرند و هر کدام را در یک طرف قرار دادند.

۱	۴۱		۲	۴۰
۳	۳۹		۴	۳۸
۵	۳۷		۶	۳۶
۷	۳۵		۸	۳۴
۹	۳۳		۱۰	۳۲
۱۱	۳۱		۱۲	۳۰
۱۳	۲۹		۱۴	۲۸
۱۵	۲۷		۱۶	۲۶
۱۷	۲۵		۱۸	۲۴
۲۰	۲۲		۱۹	۲۳

یک گروه دیگر دیدند همه دسته‌های را می‌شود درست کرد و فقط ۲۳ و ۲۱ تنها می‌مانند! ۲۳ تنهاست چون هم دسته‌اش (یعنی ۱۹) نیست و ۲۱ هم تنهاست، زیرا برای اینکه به عدد ۴۲ برسد، باید با خودش جمع شود، اما دو تا ۲۱ نداریم. آن‌ها ۲۱ و ۲۳ را در یک دسته قرار دادند. جمع دو عدد هر دسته ۴۲ بود، اما در این دسته مجموع ۴۴ شده بود. آن‌ها دسته‌ها را در دو طرف قرار دادند. طرف چپ دو کیلو سنتگین تر بود.



یک گروه دیگر از اول طور دیگری عمل کردند. آن‌ها مجموع کل اعداد ۱ تا ۴۱ را حساب کردند (۸۶۱) و ۱۹ را از آن کم کردند (۸۴۲) و با این حساب به این نتیجه رسیدند که مجموع جرم وزنهای هر گروه باید نصف ۸۴۲ باشد، یعنی ۴۲۱ کیلوگرم باشد. این بچه‌ها ۴۲۱ را این‌طور دیدند:

$$10 \times 42 + 1 = 421$$

بنابراین تصمیم گرفتند ۱۰ تا دسته ۴۲ کیلوگرمی درست کنند و بعد ۱ را به مجموع آن‌ها اضافه کنند. این بچه‌ها مجموع جرم وزنهای گروه دیگر را نشمردند، چون مطمئن بودند وقتی در یک گروه ۴۲۱ کیلوگرم داشته باشیم، در گروه دیگر هم حتماً ۴۲۱ کیلوگرم باقی مانده است.

همه گروه‌ها مسئله را حل کرده بودند و آماده بودند که درباره راه حل‌ها گفت و گو کنند! همه راه حل‌ها در جمع به‌طور خلاصه مطرح شدند. برای آنکه انگیزه بیشتری برای بحث روی راه حل‌ها فراهم شود، کمی صورت مسئله را تغییر دادیم و از بچه‌ها خواستیم طوری وزنهای را به دو گروه تقسیم کنند که وزنهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ کیلوگرمی همه در یک گروه باشند. اکثر گروه‌ها به کمک راه حل‌های قبلی به حل مسئله جدید پرداختند و بدین ترتیب حل مسئله و بررسی راه حل‌ها و بحث پیرامون آن‌ها ادامه داشت.

بچه‌های یک گروه که ابتدا وزنهای را این‌طور تقسیم‌بندی کرده بودند:

۱	۴۱		۲	۴۰
۳	۳۹		۴	۳۸
۵	۳۷		۶	۳۶
۷	۳۵		۸	۳۴
۹	۳۳		۱۰	۳۲
۱۱	۳۱		۱۲	۳۰
۱۳	۲۹		۱۴	۲۸
۱۵	۲۷		۱۶	۲۶
۱۷	۲۵		۱۸	۲۴
۲۰	۲۲		۲۰	۲۲
مجموع		۴۲۲	مجموع	

حالا تصمیم گرفتند وزنهای ۲ و ۴ کیلوگرمی را به گروه سمت راست ببرند. اما دیدند بهتر است به همراه وزنهای ۲ و ۴، هم‌دسته‌ای هایشان (یعنی ۴۰ و ۳۸) را هم به گروه سمت راست انتقال دهند. با این کار دو تا دسته



۱	۴۱		۲	۴۰
۳	۳۹		۴	۳۸
۵	۳۷		۶	۳۶
۷	۳۵		۸	۳۴
۹	۳۳		۱۰	۳۲
۱۱	۳۱		۱۲	۳۰
۱۳	۲۹		۱۴	۲۸
۱۵	۲۷		۱۶	۲۶
۱۷	۲۵		۱۸	۲۴
۲۰	۲۲		۱۹	۲۳
مجموع		۴۲۲	مجموع	

به همین دلیل، برای آنکه دو طرف مساوی شود، وزنه یک کیلویی را از سمت چپ به سمت راست بردند.
(چرا برای جبران ۲ کیلو اختلاف، کافی است وزنه یک کیلویی را از سمت سنگین‌تر به سمت سبک‌تر ببریم؟)

۱	۴۱		۲	۴۰
۳	۳۹		۴	۳۸
۵	۳۷		۶	۳۶
۷	۳۵		۸	۳۴
۹	۳۳		۱۰	۳۲
۱۱	۳۱		۱۲	۳۰
۱۳	۲۹		۱۴	۲۸
۱۵	۲۷		۱۶	۲۶
۱۷	۲۵		۱۸	۲۴
۲۰	۲۳		۱۹	۲۳
مجموع		۴۲۱	مجموع	

۱	۴۱		۲	۴۰
۳	۳۹		۴	۳۸
۵	۳۷		۶	۳۶
۷	۳۵		۸	۳۴
۹	۳۳		۱۰	۳۲
۱۱	۳۱		۱۲	۳۰
۱۳	۲۹		۱۴	۲۸
۱۵	۲۷		۱۶	۲۶
۱۷	۲۵		۱۸	۲۴
۲۰	۲۲		۱۹	۲۳

بدین ترتیب مسئله‌ها حل شدند، اما گفت و گو پیرامون روش‌های حل و تغییر صورت مسئله ادامه داشت. بعضی از مسئله‌های تغییر یافته در اینجا آمده‌اند:

- اگر بخواهیم همه وزنه‌های ۱ تا ۱۰ کیلویی در یک طرف باشند، چه تغییری باید ایجاد کنیم؟
- می‌خواهیم کمترین تعداد ممکن وزنه را در طرف چپ و بیشترین تعداد ممکن را در طرف راست داشته باشیم! چند وزنه در هر طرف خواهیم داشت؟

شما هم به این مسئله‌ها فکر کنید و بکوشید راه حل‌های متفاوتی برای هر یک از آن‌ها ارائه دهید.



۴۲ کیلوگرمی را به گروه راست انتقال داده بودند و حالا می‌توانستند دو تا دسته ۴۲ کیلوگرمی دیگر را از گروه سمت راست به گروه سمت چپ ببرند.

۱	۴۱		۲	۴۰
۳	۳۹		۴	۳۸
۵	۳۷		۶	۳۶
۷	۳۵		۸	۳۴
۹	۳۳		۱۰	۳۲
۱۱	۳۱		۱۲	۳۰
۱۳	۲۹		۱۴	۲۸
۱۵	۲۷		۱۶	۲۶
۱۷	۲۵		۱۸	۲۴
۲۰	۲۲		۱۹	۲۳

گروهی دیگر که راه حلشان در مسئله اول به همان ترتیب بود، تصمیم گرفتند وزنه‌های ۴ و ۲ کیلویی را به طرف راست ببرند و معادل آن را از راست به چپ منتقل کنند. اما وزن ۶ کیلویی هم در سمت چپ بود. آن‌ها راه حلشان را با اضافه کردن یک وزن ۲۳ کیلویی به وزنه‌های ۲ و ۴ کیلویی تکمیل کردند.

يعنى $4+2=6$ کیلو را به سمت راست بردند و به جای هر سه تای این‌ها یک وزن ۲۹ کیلویی را از راست به چپ منتقل کردند.



شاراوه دستجردی

راز اع ماشین حساب دوست داشتنی من



آن موقع که من بچه‌تر بودم، توی همه خانه‌ها ماشین حساب نبود، اگر هم بود، توی خانه و مدرسه خیلی اجازه استفاده از آن داده نمی‌شد. ما باید همه محاسبات را با همان شیوهٔ سنتی قلم و کاغذ انجام می‌دادیم. برای همین اگر یکوقت ماشین حساب می‌آمد دستم، با کلی هیجان شروع می‌کردم به وارد کردن اعداد و اعمال که البته محدود می‌شد به جمع و تفریق و ضرب و تقسیم و منتظر نتایج عجیب این محاسبات بودم... الان خب اوضاع خیلی برای شما بچه‌ها فرق کرده است و دسترسی به ماشین حساب شده مثل آب خوردن.

برای همین می‌خواهم توی هر قسمت با عنوان «ماشین حساب دوست داشتنی من» نتایج جالبی را که می‌توانید با ماشین حساب خودتان به دست بیاورید، برای شما عزیزانم بیاورم. البته دوست دارم که شما هم در مورد چرایی این نتایج بیشتر فکر کنید و اگر دلایلی برای درستی یا نادرستی ایده‌هایی که مطرح می‌شوند دارید، برای ما بفرستید.

با آرزوی شادی برای شما

هم‌سن شما که بودم، وقتی می‌خواستم شماره‌های تلفن دوستانم یا فامیل‌ها رو حفظ کنم، سعی می‌کردم ارتباطی بین رقم‌ها پیدا کنم (آخه می‌دونید، زمانی که من بچه‌تر بودم، این همه فناوری نبود که بتونم شماره رو توی گوشی تلفن خونه یا تلفن همراه ذخیره کنم). برای همین مجبور بودم شماره‌های زیادی رو حفظ کنم، یکی از این شماره‌ها ۲۲۱۱۲۲ بود. این یکی از بهترین شماره‌هایی بود که تا آن زمان دیده بودم. به یاد سپردنش هم به نظر سخت نمی‌رسید. آخه همون طور که خودتون هم تا حالا متوجه شدید، عدد ۲۲۱۱۲۲ متقارنه، یعنی فرق نمی‌کنه که رقم‌های این عدد رو از چپ به راست بخونیم یا از راست به چپ. یاد می‌یاد، یک بار که داشتم ارقامش رو بررسی می‌کردم، به ذهنم رسید که بیام و این شماره رو از وسط دو قسمت کنم: ۲۲۱ و ۱۲۲. بعد این دو تا عدد رو جمع کردم... وااای خدای من، چه جالب، ۳۴۳ خودش دوباره یک عدد متقارنه. خیلی هیجان‌زده شدم. خیلی تند یک عدد سه رقمی دیگه نوشتم. ۴۲۱. وارون این عدد می‌شد ۱۲۴. این بار جمع این دو تا عدد می‌شد: ۵۴۵. دوباره یک عدد متقارن دیگه!



داد متقارن

به نظرم رسید که این موضوع باید برای هر عدد دیگهای هم درست باشه که... ناگهان تلفن خونه به صدا درآمد. خب من به جای اینکه گوشی را بردارم، متحیر ارقام شماره تلفن شدم: ۶۸۲۲۸۶. یه عدد متقارن دیگه!... اما خب...

همیشه همه حدس‌های ما درست از آب درنمی‌آیند!

$$682+286=968$$

اصلًاً متقارن نیست.

حتماً برای شما هم مشخص است که چرا این اتفاق افتاده. جمع رقم‌های دوم از ۱۰ بیشتر شده و بنابراین جمع رقم‌های سوم از جمع رقم‌های اول یکی بیشتر می‌شه. سال‌ها گذشته و من حالا می‌دونم که حدسم اگرچه دقیقاً درست نبوده، اما تقریباً درست بوده! حتماً تعجب کردید که چرا می‌گم تقریباً.

خب بیایید این کار رو ادامه بدیم. یعنی با عدد به دست آمده همین آزمایش رو انجام بدیم. یادتون باشه که دوست خوبیون ماشین حساب می‌تونه محاسبات رو خیلی سریع تر انجام بده.

$$869+968=1837$$

$$7381+1837=9218$$

$$8129+9218=17347$$

$$74371+17347=80708$$

بالاخره بعد از پنج بار تلاش به یک عدد متقارن دیگه رسیدیم. جالبه، مگه نه؟!

دوستان خوبیم از توون می‌خوام که با ماشین حسابتون، با اعداد دیگهای که دوست دارید، این آزمایش رو انجام بدین و ببینید که آیا شما هم در آخر می‌تونید به یک عدد متقارن برسید یا نه. اگر مثلای پیدا کردید که این خاصیت رو نداشت، حتماً برای ما بفرستید. اگر هم دلیلی دارید که فکر می‌کنید همیشه بعد از یک یا چند مرحله به یک عدد متقارن می‌رسیم، حتماً دلیل‌تون رو برای ما بفرستید. شاد باشید.





پاسخ کی می تونه حل کنه؟!

در حالتی که زاویه A برابر 90° باشد، ارتفاع دقیقاً برابر سانتی‌متر می‌شود پس در این حالت ارتفاع CH بیشترین مقدار ممکن را دارد و مساحت مثلث برابر است با:

$$\frac{1}{2} \times 2 \cdot \times 2 \cdot = 2 \cdot \cdot$$

جواب: ۳۸

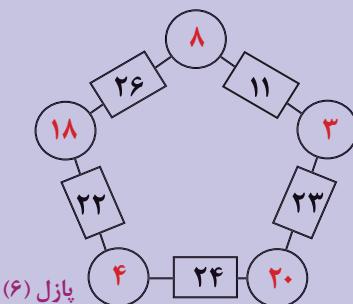
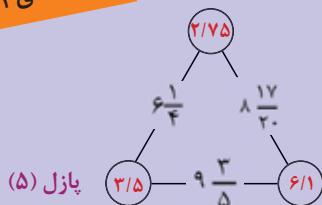
راه حل: در خانه بین عدد های ۱۰ و ۳۶ باید میانگین آن ها، یعنی ۲۳ را بنویسیم. در خانه گوشة پایین سمت راست باید عددی بنویسیم که میانگین آن با ۲۳ بشود ۳۶. پس دنبال عددی هستیم که اگر با ۲۳ جمع شود برابر ۷۲ بشود؛ یعنی ۵۱. حالا x به راحتی به دست می آید. کافی است میانگین ۵۱ و ۲۵ را به دست بیاوریم که می شود ۳۸.

$$25+20+3=48$$

۴۸

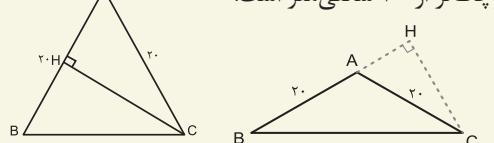
پازلی فکر کنید

از صفحه‌های ۲۴ و ۵۰ مجله



۱ جواب: ۶ تا.
 راه حل: طبق اطلاعات مسئله می دانیم: $\square = \triangle + \circlearrowleft$ و $\triangle = \diamond \square$ ، پس: $\square = \circlearrowleft \diamond \square$. همین طور می دانیم: $\diamond \triangle = \square \square$ ، پس: $\diamond \diamond \square = \square \square \square \diamond$. و اگر از دو طرف تساوی آخر، یک \diamond و یک \square کم کنیم، داریم: $\diamond \diamond = \square \square$ از طرف دیگر می دانیم: $\triangle = \square \square \square$ ، پس: $\triangle = \diamond \square \square$. بنابراین: $\diamond \diamond \triangle = \square \square \square \square \square \square$

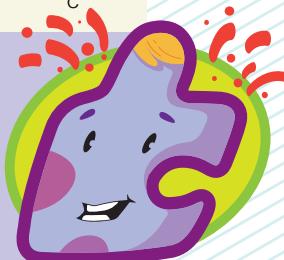
۲۰۰ سانتی متر مربع جواب: برای پیدا کردن مساحت مثلث می‌توانیم ارتفاع وارد
بر یکی از ساق‌های ۲۰ سانتی متری را رسم کنیم. اگر زاویه A زاویه‌ای تند و یا باز باشد، ارتفاع CH یکی از اضلاع مثلثی قائم‌الزاویه با وتری به طول ۲۰ سانتی متر خواهد شد. پس حتماً
کوچک‌تر از ۲۰ سانتی متر است.



```

graph TD
    Bazal((بازل)) --- A[A]
    Bazal --- B[B]
    A --- Pazal((پازل))

```





از رو طکانزد ردی شود

آن شب خسته از کار روزانه به خانه آمدم و مثل هفتة قبل مهمان داشتیم. همان بچهها جمع بودند. با دیدن من یک صدا دم گرفتند: «عمو ریاضی! بازی، بازی!» و من که خیلی خسته بودم، گفتم: «حالا نمی‌شه امشب رو بی خیال بشید؟!» بچه‌ها فریاد زدند: «نه، نه، باید یه کاری برامون بکنی!» و من با میلی گفتم: «خیلی خب» و با عجله یک ورق روزنامه را رو به آن‌ها گرفتم، تا کردم و با انگشتمن آن را ببریدم و دو تکه کردم. بعد هر دو تو تکه را دوباره تا زدم و با انگشتمن پرش دیگری زدم و این کار را چند بار انجام دادم. بعد به کاغذ کوچک و قطوری که در دست داشتم، فوت کردم و آن را باز کردم و به سرعت بازسازی کردم! رضا، یکی از بچه‌ها، با فریاد گفت: «این حقه‌بازیه! من راهش رو بلدم. ما از این بازی‌ها نمی‌خواهیم. عمو اگه راست می‌گی، بگو اون خردۀ کاغذهای توی مشتت چیه!» من با خنده گفتم: «راست می‌گه، این فقط یه جور تردستیه که اگه فرصت شد، بعداً برآتون شگردش رو می‌گم! اما حالا یه شعبدۀ بازی واقعی برآتون دارم که به ریاضیات هم مربوط می‌شه.»

● هوشنگ شرقی



چگونگی انجام کار

انجام این کار خیلی ساده است. کافی است روی کاغذ برش‌هایی به صورت شکل صفحه مقابل انجام دهید. وقتی هنوز مبتدی هستید، می‌توانید این خطوط را قبل از برش روی کاغذ رسم کنید. ولی به تدریج نحوه برش را می‌آموزید و بدون مقدمه می‌توانید آن را انجام دهید. با کم کردن فاصله خطوط و زیاد کردن برش‌ها می‌توانید سوراخ را بزرگ و بزرگ‌تر کنید، به طوری که دو نفر یا بیشتر و یا اشیای بزرگ را از آن عبور دهید! البته روش‌های مشابه دیگری هم وجود دارند.

تاریخچه و منطق ریاضی این شعبدۀ بازی

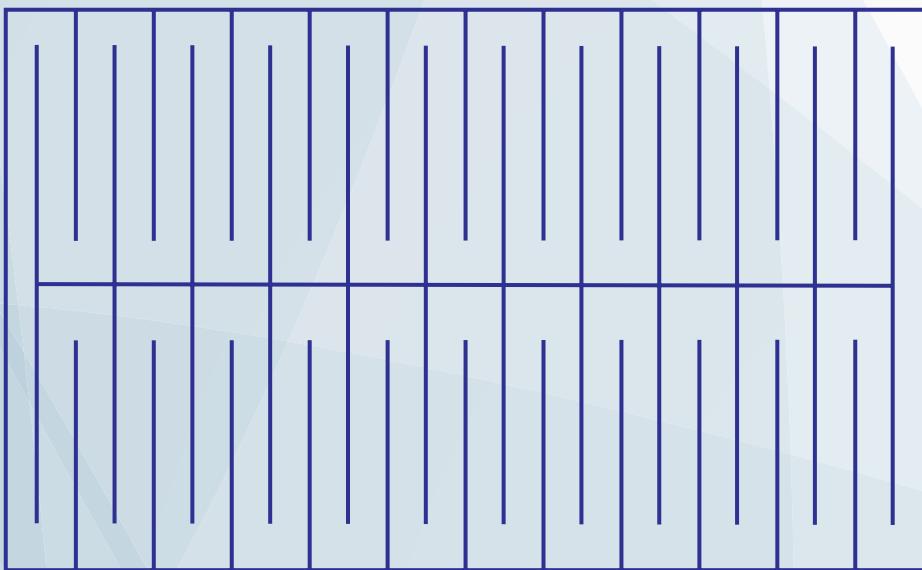
شاید ژاپنی‌ها که سابقاً دیرینه‌ای در انجام انواع بازی با کاغذ را دارند و «اوریگامی» از ابداعات آن‌هاست، با این بازی هم آشنایی داشته‌اند. ولی نخستین بار به صورت مدون این مسئله در یکی از المپیادهای ریاضی جمهوری‌های شوروی سابق در حدود نیم قرن پیش مطرح شد. در سال ۱۹۸۱، یکی از ریاضی‌دانان معاصر روسیه، نیکلای بوریسویچ واسیلی اف^۱ آن را در کتابش به نام «آمادگی برای المپیادهای ریاضی» که به همراه سه نفر دیگر نوشته بود، ارائه کرد. این کتاب، مجموعه‌ای از بسیاری مسائل و معماهای جذاب ریاضی است که زنده‌یاد پرویز شهریاری در سال ۱۳۶۹ آن را به فارسی ترجمه کرد.^۲ این مسئله، اولین مسئله این کتاب است!

منطق ریاضی
نهفته در این مسئله، به
از آن به نام «توبولوژی»^۳
مربوط می‌شود. توبولوژی
به طور خلاصه به هم‌ارزی

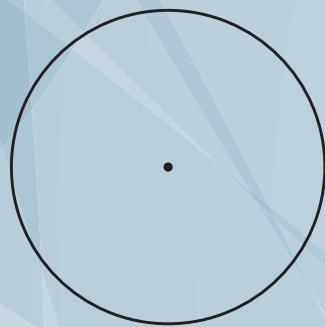
بعد یک ورق کاغذ A4 از کیفم درآوردم و به بچه‌ها گفتم: «آیا کسی از شما می‌تونه تو این ورق سوراخی درست کنه که من بتونم از توی اون رد بشم؟!؟» رضا باز هم فریاد زد: «عمو اذیتمون نکن، باز یه کلکی تو کارتنه! لابد می‌خوای بگی... چه می‌دونم مثلاً سایه‌ام از توش رد شد و یا عکس خودتو از تو سوراخ رد کنی و از این جور چیزا!» اما من خیلی جدی گفتم: «نه اصلاً این طور نیست. خود خودم با همین جسم فیزیکی، از توی اون سوراخ، تمام قد عبور می‌کنم!»

بچه‌ها شروع کردند به همهمه کردن و من از فرصت استفاده کردم تا بروم لباس عوض کنم. چند دقیقه بعد به جمع بچه‌ها برگشتم و گفتم: «خب چی شد؟ موفق شدید؟» و همه گفتند: «غیرممکنه! عمو اگه راست می‌گی خودت این کار رو بکن!» گفتم: «باشه» و شروع کردم باقیچی و کاغذ ورقتن و در نهایت یکی از بچه‌ها را صدا زدم و گفتم کاغذ را نگه دار تا من از سوراخ توی آن عبور کنم! بچه‌ها با هیجان بسیار تشویقم کردند و از من خواستند روش این کار را برایشان توضیح دهم.





قلمتون رو از روی کاغذ بردارید؟»



بچهها شروع کردند به همهمه کردن: «عمو باز هم یه کلک تو کارت هست!» و من گفتم: «شاید ولی کاملاً واقعی است!» آنها گفتند: «کی جوابشو می‌گی؟» گفتم: حالا فکر کنید تا هفته بعد! (دادستانشو تو شماره آینده می‌گم!)

پرسیدند: «به ریاضیات هم مربوط می‌شه؟» و من گفتم: «هر چیزی که با خودکار و کاغذ ربط داشته باشد، به ریاضیات مربوط می‌شه!»

پی‌نوشت‌ها

۱. شگرد کار خیلی ساده است: به جای یک ورق روزنامه، در واقع دو ورق شبیه هم (مثل صفحه نیازمندی‌ها) در دست دارم که با مهارت ونمود می‌کنم یک ورق است! وقتی آن را تا می‌زنم فقط یکی از آنها را با انگشت می‌برم!

2. Nicolai Borisovich Vassiliev (1940_1998)

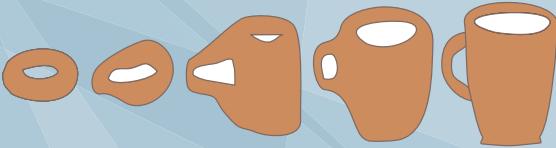
۳. واسیلی اف، نیکلای بوریسویچ (۱۹۴۰_۲۰۱۳). آمادگی برای المپیادهای ریاضی. ترجمه پرویز شهریاری، انتشارات فاطمی. تهران.

۴. Topology در لغت به معنای مکان‌شناسی است. ریشه‌های اولیه این بحث در مقاله‌ای از هانسی پوآنکاره (۱۸۵۴_۱۹۱۲) به نام «آنالیز مکان» دیده می‌شود.

شکل‌های هندسی برمی‌گردد که با فشردن و کشیدن شکل‌های دیگر به وجود می‌آیند. برای مثال، از نظر توبولوژی، دایره، بیضی و مثلث همه با هم معادل‌اند! زیرا اگر فرض کنید یک مثلث از یک سیم فلزی انعطاف‌پذیر درست شده باشد، بدینه‌ی است که با کشیدن سیم به اطراف، می‌توانید آن را به یک دایره و یا یک بیضی تبدیل کنید:



در فضای توبولوژیک هم، همین‌طور است. مثلاً یکی از مسائل فانتزی در توبولوژی، هم‌ارز بودن فنجان چای و پیراشکی است!



بنابراین به لحاظ توبولوژیک، ممکن است که لبه‌های کاغذ را از اطراف بدون آنکه کاغذ پاره شود، چنان گسترش داد که سوراخی در وسط آن درست شود که یک نفر از آن عبور کند! دیدید که شد!

دادستان ادامه دارد!

بعد از آنکه بچه‌ها از این شعبده‌بازی حسابی لذت بردن، به عنوان حسن ختم از آن‌ها خواستم به این معما هم فکر کنند: یک برگ کاغذ A4 دیگر درآوردم و به آن‌ها نشان دادم و گفتم: «ایا می‌تونید با یه خودکار روی این کاغذ یک دایره (دقت در رسم مهم نیست) و یک نقطه در مرکز اون بکشید، بدون اینکه



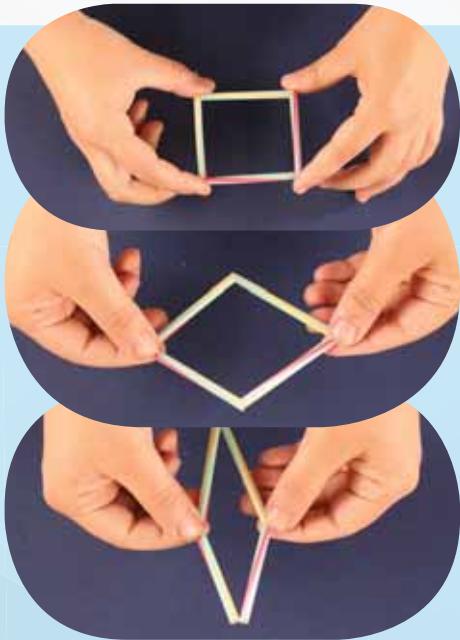
چهارچههای هندسی پایدار

دست‌سازه‌های ریاضی

محبوبه رمضانی
حمید فراکوزلی

با هر سه عدد که در نابرابری مثلث صدق کنند، می‌توان یک و تنها یک مثلث ساخت. این موضوع راز پایداری مثلث‌ها بود. در حالی که در چند ضلعی‌هایی با تعداد ضلع بیشتر، این قاعده برقرار نیست. یعنی با چهار عدد که شرایط ایجاد یک چهارضلعی را دارند، انواع متفاوتی از چهارضلعی ساخته می‌شود. چهار عدد در صورتی می‌توانند طول اضلاع یک چهارضلعی باشند که مجموع هر سه تای آن‌ها از عدد چهارم بزرگ‌تر باشد. اگر بخواهیم پایداری‌ای را که در مثلث هست، در چهارضلعی هم ایجاد کنیم، باید حداقل یکی از قطرهای چهارضلعی را تعیین کنیم. که این بار نیز در واقع مثلث به فریاد ما می‌رسد. چون با رسم قطر، دو مثلث تشکیل می‌شود که پایداری ایجاد می‌کند و البته طول قطری که در نظر می‌گیریم، تعیین کننده نوع چهارضلعی خواهد بود.

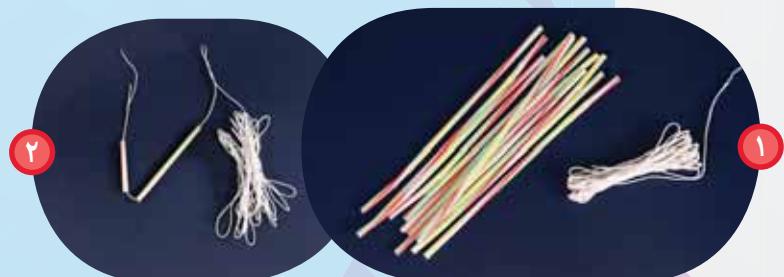
در ادامه اهمیت این موضوع را با ساخت چندوجهی‌های فضایی با همان ابزار ساده‌کش و نی نشان خواهیم داد. چندوجهی یک شیء هندسی در فضای سه‌بعدی است که وجهایی صاف و ضلع‌هایی واقع بر خط راست دارد.



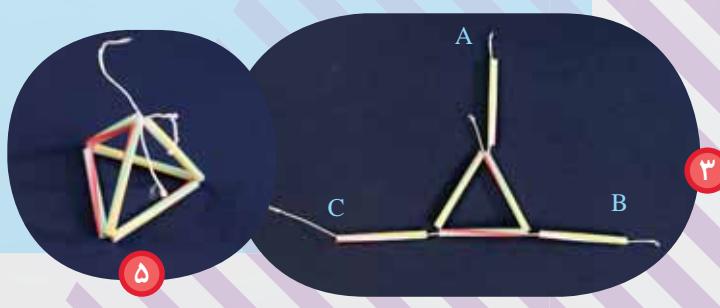
ابزار و مواد لازم:

کش قیطانی، نی، قیچی و خط‌کش

چهارچههی منتظم چهار رأس و شش یال دارد که هر وجه آن یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. ابتدا با استفاده از قیچی شش قطعه نی را که با خط‌کش به اندازه ۱۰ سانتی‌متر اندازه گرفته‌ایم، می‌بریم و کش را مطابق شکل ۲ از درون آن‌ها عبور می‌دهیم.



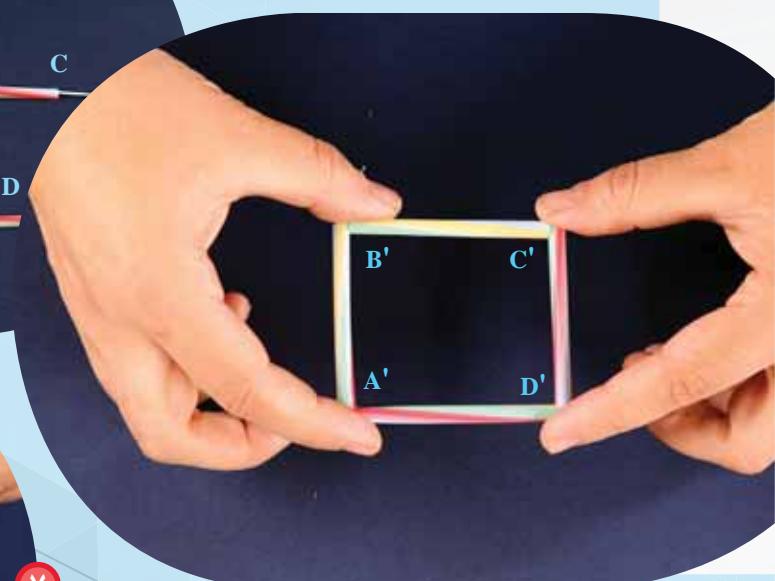
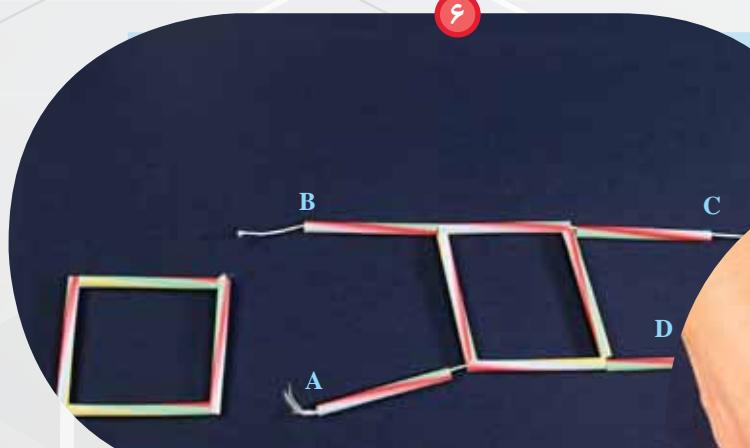
سپس نقاط A، B و C را به هم می‌رسانیم و با کش گره می‌زنیم. در این صورت یک چهارچههی منتظم و با استحکام خوب داریم.



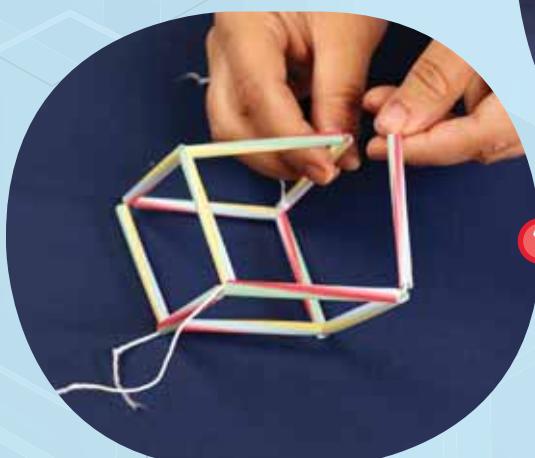


۶

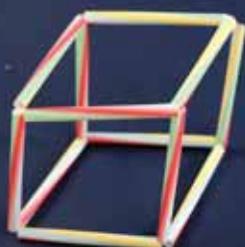
حال یک شش وجهی منتظم (مکعب) می سازیم.



۷



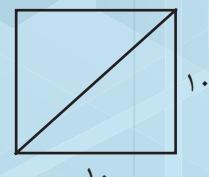
۸



۱۲ قطعه نی هر کدام به اندازه 10 سانتی متر می بربیم و مطابق شکل ۶، کش را از میان آنها عبور می دهیم. سپس با کش نقطه A را به A' , B را به C' , C را به D' و D را به A' گره می زنیم.

در این صورت یک مکعب خواهیم داشت. با توجه به ابزار به کار برده شده، شکل از استحکام خوبی برخوردار نیست. با اندک فشاری زاویه ها در گنج تغییر می کنند و از حالت مکعب خارج می شوند. زیرا این خاصیت استحکام و پایداری مخصوص مثلث است. حال به نظر شما چه کنیم که این مکعب نیز دارای استحکام و پایداری شود؟ باز هم باید از مثلث استفاده کنیم. به این صورت که در هر وجه، قطر مربع را که اندازه آن با توجه به رابطه **فیثاغورس** به دست می آید، اضافه کنیم.

هر قطر $\sqrt{2} \cdot 10$ یا حدوداً $14/5$ سانتی متر است.

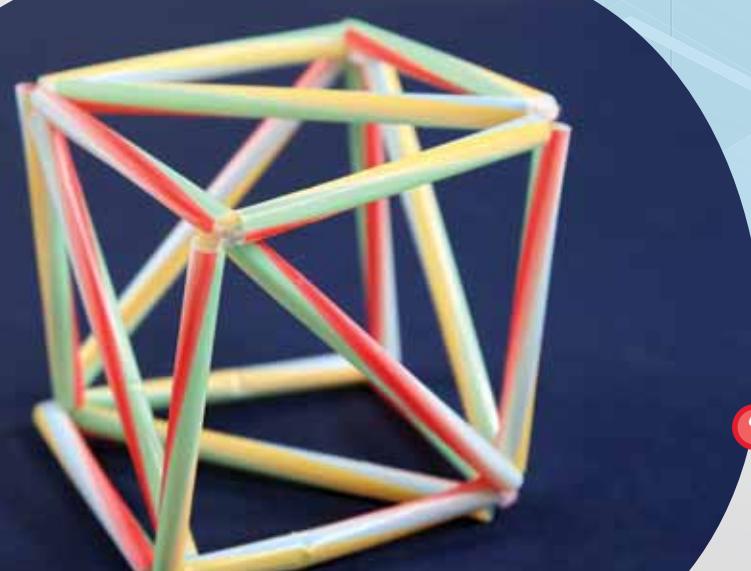


۱۰

۱۰

به طوری که در هر گنج، زوایا قائمه خواهند ماند و شکل نیز استحکام خواهد داشت (شکل ۹).

۹





بدون چسب هرم ناقص بسازیم

داؤد معصومی مهوار

می خواهیم به کمک کاغذ و تا این هرم ناقص را بسازیم.
دست به کار شوید:

۸. تصویر ۸ را خواهیم داشت. رأس پایین مثلث پایینی را روی رأس بالای مثلث بالای قرار می دهیم و کاغذ را تا می کنیم.

۹. حالا سه تای آخر را کمی باز می کنیم.

۱۰. اگر لبه های کاغذ را کنار هم قرار دهیم، تا اینجا یک چهاروجهی منتظم ساخته ایم.

۱۱. سه تای آخر را کامل باز می کنیم. شکل (۱۱) را خواهیم داشت. اکنون باید وسط سه پاره خط نقطه چین (سیاه نگ) را پیدا کنیم. با خط کش و سطح پاره خط ها را پیدا کنید و مانند شکل علامت بزنید. حالا گوشة پایینی مثلث را روی وسط پاره خط نقطه چینی که روبرویش است، بگذارید و کاغذ را تا بزنید.

۱۲. تصویر ۱۲ را خواهیم داشت.

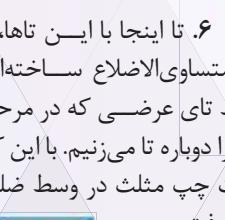
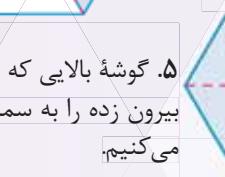
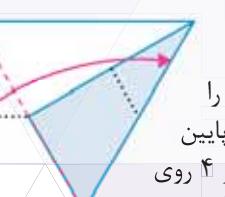
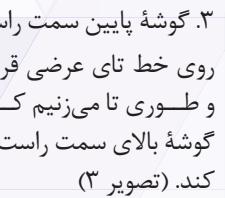
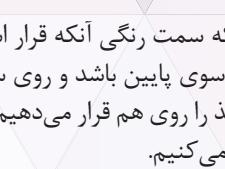
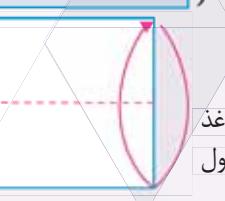
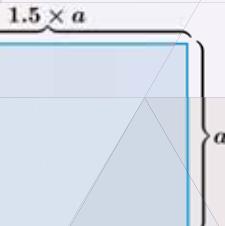
۱۳. همان کار مرحله ۱۱ را برای دو گوشة دیگر مثلث هم انجام دهید.

۱۴. گوشة سمت چپ مثلث را مانند شکل بلند کنید.

۱۵. گوشة سمت راست مثلث را بلند کنید. مثلث کوچکی را که در گوشة چپ قرار دارد، از شکافی که با پیکان نشان داده شده است، به زیر مثلث کوچک گوشة سمت راست بفرستید. دقت کنید برای اتصال دو مثلث چسب لازم نیست، چون زیر مثلث سمت چپ یک شکاف (جیب) قرار دارد. مثلث سمت راست را درون آن جای دهید.

۱۶. اکنون گوشة پایینی را بلند کنید. مانند مرحله پیش، مثلث پایینی را از شکاف زیر مثلث سمت چپ رد کنید و آن را درون شکاف (جیب) جای دهید.

۱۷. چهاروجهی منتظم ناقص شما آماده است.



۱. برای ساخت این حجم یک کاغذ مستطیل شکل لازم داریم که طول آن $1/5$ برابر عرض آن باشد.

۲. کاغذ را برمی گردانیم، طوری که سمت رنگی آنکه قرار است پس از درست شدن حجم دیده شود، به سوی پایین باشد و روی سفید آن به سمت بالا لبه بالای و پایینی کاغذ را روی هم قرار می دهیم. کاغذ را از عرض تا می زنیم و سپس تا را باز می کنیم.

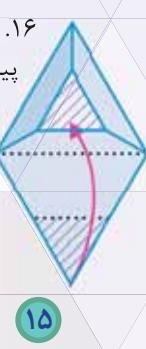
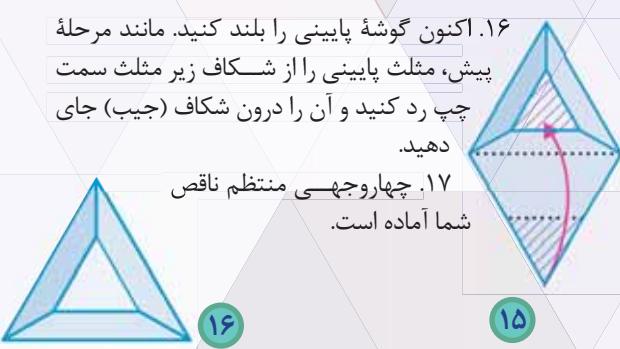
۳. گوشة پایین سمت راست کاغذ را روی خط تای عرضی قرار می دهیم و طوری تا می زنیم که خط تاز گوشة بالای سمت راست کاغذ عبور کند. (تصویر ۳)

۴. خط نقطه چین قرمز در لبه کاغذ است. از روی آن کاغذ را می زنیم. به این ترتیب گوشة پایین سمت چپ کاغذ، مانند تصویر ۴ روی نوک پیکان قرار خواهد گرفت.

۵. گوشة بالایی که از لبه کاغذ بیرون زده را به سمت پایین تا می کنیم.

۶. تا اینجا با این تاهای یک مثلث متساوی الاضلاع ساخته ایم. از روی خط تای عرضی که در مرحله ۲ زدیم، کاغذ را وباره تا می زنیم. با این کار گوشة بالا سمت چپ مثلث در وسط ضلع روبروی آن جای خواهد گرفت.

۷. در راستای لبه کاغذ که در تای قبل داریم، این تای جدید را می زنیم. حالا گوشة سمت راست بالای مثلث هم روی وسط ضلع روبرویی اش جای خواهد گرفت.



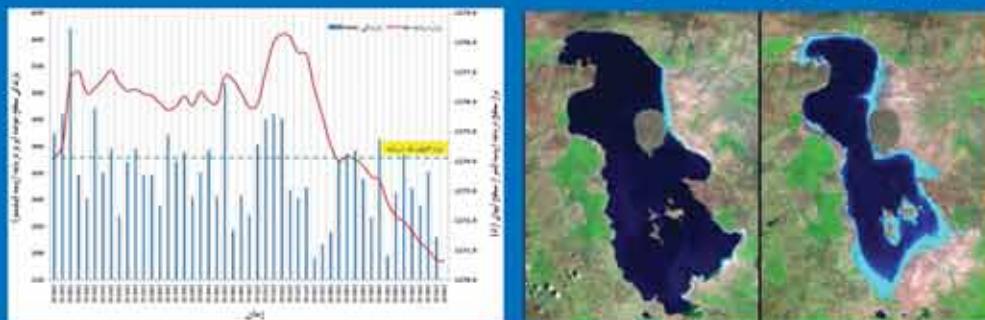
دریاچه ارومیه؛ زیست‌بوم در حال نابودی

ژما جواهری پور



دریاچه ارومیه، بزرگ‌ترین دریاچه داخلی ایران و دومین دریاچه بزرگ آب شور دنیاست. زیست‌بوم دریاچه ارومیه فقط شامل رودخانه‌هایی که آب دریاچه را تأمین می‌کنند و جانورانی که در آن زندگی می‌کنند، نیست و بلکه این زیست‌بوم با مجموعه بزرگ‌تری که شامل زیست‌بوم‌های اطراف دریاچه، اعم از انسان‌ها و پوشش گیاهی و جانوری است، ارتباط دارد.

هر تغییری در دریاچه ارومیه تأثیری مستقیم بر سایر زیست‌بوم‌ها خواهد گذاشت. تلاشی که برای احیای دریاچه ارومیه در چند سال اخیر انجام شده، به این دلیل است که از بین رفتن دریاچه ارومیه مشکلات غیرقابل جبرانی برای زندگی و حیات سایر مجموعه موجودات زنده خواهد گذاشت.



می‌بینید که میزان بارندگی طی سال‌های اخیر کاهش یافته و با بستن سد روی رودخانه‌ها، میزان آب ورودی به دریاچه ارومیه کم شده (اختلالات) و دریاچه کوچک و کوچک‌تر شده است. پس مجموعه اصلی، یعنی زیست‌بوم، در حال نابودی است و این یعنی از بین رفتن تمامی زیرمجموعه‌های آن.

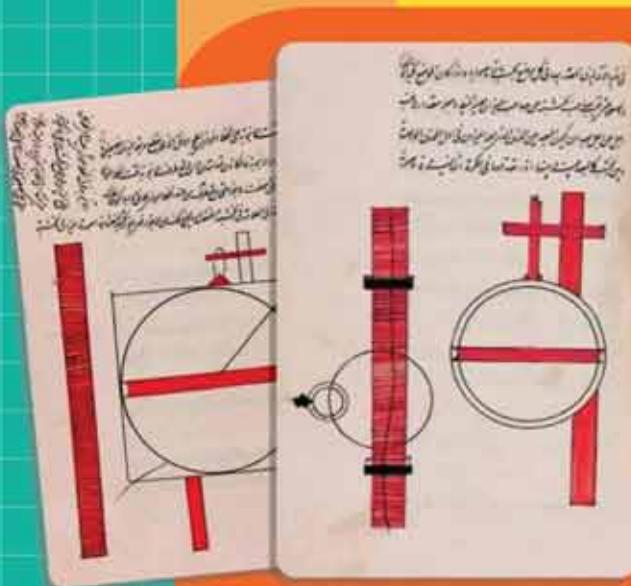
از مجموعه‌ها و زیست‌بوم‌های محل زندگی خود تصویر بگیرید، زیرمجموعه‌های آن را تعیین کنید، اشتراک یین آن‌ها را مشخص سازید و نمودار و نمودار و نآن‌ها را رسم کنید.

ابو محمد الکرجی

نازنین حسن نیا

ابوبکر بن محمد بن الحسن الحاسب الکرجی، ریاضی دان و مهندس ایرانی قرون چهارم و پنجم هجری قمری است. او هم زمان با دانشمندان به نامی مانند فارابی، کوشیار گیلانی، ابن سینا، ابو ریحان بیرونی و زکریای رازی می زیست و در زمان خود خیلی مشهور نشد ولی سال‌ها بعد، دانشمندان غربی با بررسی آثار او، پی به استعداد و ارزش کارهای او بردند. کرجی علاوه بر این، کتاب‌های بسیاری در علم ریاضی دارد. "الفخری" و "تفییس البدیع فی الحساب" دو تا از معروف‌ترین آنها است. الفخری درباره جبر است و دارای مطالبی است که در کتاب‌های جبر پیش از او نیامده است مانند ضریب‌های توان‌های دوچمراهی ها و حل معادلات درجه دوم. هم‌چنین، بسیاری معتقدند که ریاضی دان مشهور ایتالیایی، فیبوناتچی، بسیاری از ایده‌های خود را از کارهای کرجی در کتاب تفییس البدیع فی الحساب گرفته است. آنچه کرجی را از سایر ریاضی دانان ایرانی متمایز می‌کند این است که او در نوشه‌های ریاضی خود، از هیچ رقمی استفاده نکرده و اعداد را با حروف نوشته است (مانند صد و بیست و هشت) همین موضوع سبب شده که او نتواند از روش‌های خوارزمی و دیگران برای محاسبات خود استفاده کند.

یادگار ماندگار



کرجی را "مهندس آب" می‌نامند زیرا مهارت خاصی در شناخت رفتار مایعات (یعنی علم هیدرولیک) داشت و روش‌های متنوعی برای هدایت و استخراج آب‌های زیرزمینی یا هدایت آب از سرچشمه‌اش به مکانی در فاصله دور می‌شناخت. او این دانش را با معرفی ابزارهای لازم و روش نگهداری این ابزارها در کتاب "آنیات المیاه المخفیة" (یعنی استخراج آب‌های پنهانی) گرد آورد.



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)