



برهان

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی
دفتر انتشارات و فناوری آموزشی
www.roshdmag.ir

دوره بیست و پنجم
شماره ۴۵/۱۱۵
دی ماه ۱۳۹۸
۲۶۰۰۰ ریال

۴

جاده بی پایان تاریخ ریاضی

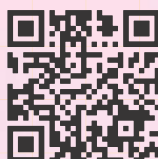
مطالعه تاریخ ریاضیات، چیزهای
زیادی به ما می آموزد، اینکه
ریاضی دانان در چه شرایطی علم
را پیش برده اند و اینکه نقش
ریاضی دانان ایرانی در این پیشبرد
چه بوده است؟
یادداشت سردبیر را بخوانید



جعبه سازی بازیگامی



برای مشاهده
مراحل ساخت
جعبه، نشانک مقابل
را اسکن کنید.



تاریخ ریاضی در جاده بی پایان

تصویرگر: حسین یوزباشی

● می فهمیم که روش حل بسیاری از مسئله‌ها در طول تاریخ خیلی شبیه به روش‌هایی است که امروز من و شما با دانش ریاضی‌مان برای حل مسئله‌ها به کار می‌بریم. منتها احتمالاً روش نوشتن و علامت‌های آن‌ها با روش نوشتن و علامت‌های ریاضی امروزی متفاوت بوده است. ● در دوره‌هایی از تاریخ، ریاضی‌دان‌های ایرانی اثرات بسیار مهمی در پیشرفت علم ریاضی و نجوم در دنیا داشته‌اند و قرن‌ها بعد آثار و کتاب‌های آن‌ها به زبان‌های اروپایی ترجمه شد و دانش ایران به غرب راه یافت و تا حدی در دانش آن‌ها تأثیر گذاشت. این موضوع‌ها اعتمادبه‌نفس ما را بالایی برند؛ هم اعتمادبه‌نفس شخصی‌مان را و هم اعتمادبه‌نفس ملی ما را. به گذشته خودمان افتخار می‌کنیم و خودمان را دست کم نمی‌گیریم. اما یک موضوع را هم نباید فراموش کنیم؛ اینکه دچار غرور دروغین نشویم. با نگاهی به گذشته و با شناخت واقعی خودمان، برای رسیدن به قله‌های بالاتری از دانش حرکت کنیم. در این راه هم از آنچه تاریخ درباره زندگی ریاضی‌دان‌های قدیم می‌گوید، الگو بگیریم، و هم از زندگی معاصرانی مانند دکتر مهدی بهزاد و دکتر مریم میرزاخانی. مطالب مربوط به تاریخ و ریاضیات را در این دوره از مجله و دوره‌های قبل‌تر که در آرشیو مجلات رشد در www.rosdmmag.ir در دسترس است، بخوانید.

سر بلند باشید / سپیده چمن آرا

نمی‌دانم شما هم مانند من گاهی به این فکر می‌کنید که این کسانی که اسمشان ریاضی‌دان است، چه جور آدم‌هایی هستند؟ اصلاً آدمیزاد هستند؟! چگونه می‌توانند این مسئله‌های دشوار را حل کنند؟ چگونه الگوهای ریاضی را کشف و درستی موضوع‌ها را اثبات می‌کنند؟ چگونه علم و ریاضیات را پیش می‌برند؟ اگر تاریخ بخوانیم، و اگر بتوانیم شرایط را در زمان و مکان تحلیل کنیم، شاید جواب پرسش‌های بالا را بیابیم. ریاضی‌دان‌ها در طول تاریخ مسائلی را حل کرده‌اند و هنوز هم حل می‌کنند. وقتی تاریخ می‌خوانیم، هم می‌فهمیم آن مسئله‌ها از کجا به وجود آمده‌اند، هم متوجه می‌شویم چرا حل آن مسئله‌ها اهمیت داشته است، هم می‌بینیم چرا برای حل آن‌ها به دانش ریاضیات نیاز بوده است، و هم روش حل آن‌ها را درمی‌یابیم. از همه مهم‌تر، می‌فهمیم که: ● ریاضی‌دان‌ها هم آدم‌هایی مثل بعضی از ما بوده‌اند و هستند.



تصویرگر: حسین یوزباشی هوشمند حسن نیا

آفتاب پرست‌های هم‌نهشت



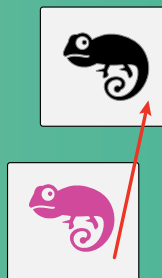
تصویر ۱

آفتاب‌پرست‌های تصویر ۱ همه روی صفحه‌های طلّقی هم‌اندازه کشیده شده‌اند. با یک نگاه می‌توانید تشخیص دهید که همه آن‌ها هم‌نهشت هستند. یک بار با هم دوره کنیم که هم‌نهشت بودن یعنی چه: وقتی می‌گوییم آفتاب‌پرست‌های تصویر ۱ هم‌نهشت هستند، منظورمان این است که می‌توانیم کاری کنیم که همه آن‌ها روی هم منطبق شوند. مثلاً می‌توانیم کاری کنیم که همه آن‌ها روی آفتاب‌پرست سیاه بیفتند. اما این سؤال پیش می‌آید که: چه کار باید بکنیم که هر کدام از آفتاب‌پرست‌ها روی آفتاب‌پرست سیاه بیفتند؟

اطمینان از هم‌نهشتی در یک مرحله!

کار برای آفتاب‌پرستِ صورتی از همه ساده‌تر پیش می‌رود. چون بدون چرخاندن یا هر کار دیگری، فقط کافی است آن را جابه‌جا کنیم تا روی آفتاب‌پرستِ سیاه بیفتد! مثل تصویر ۲. اما آیا بقیهٔ آفتاب‌پرست‌ها را هم می‌شود با جابه‌جا کردن، روی آفتاب‌پرستِ سیاه منطبق کرد؟ به نظر می‌آید که بقیهٔ آفتاب‌پرست‌ها غیر از جابه‌جایی به یک کارِ دیگر هم احتیاج دارند، نه؟

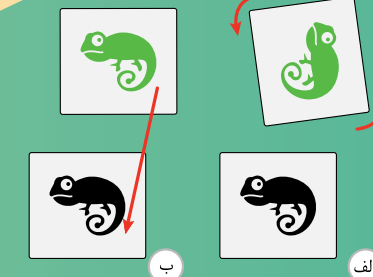
تصویر ۲



اطمینان از هم‌نهشتی در دو مرحله!

اگر بخواهیم آفتاب‌پرستِ سبز را روی آفتاب‌پرستِ سیاه منطبق کنیم، لازم است که: اول کمی آن را بچرخانیم تا با آفتاب‌پرستِ سیاه هم‌راستا شود (مثلاً دهان‌های آن‌ها با هم هم‌راستا شود یا لبهٔ طلق‌ها در یک راستا بایستند). سپس آن را جابه‌جا کنیم تا روی آفتاب‌پرستِ سیاه بیفتد. خب! خیلی هم سخت نبود! به آفتاب‌پرست‌های تصویر ۱ نگاه کنید و بگویید کدام آفتاب‌پرست‌ها را می‌توانیم با همین روش روی آفتاب‌پرستِ سیاه بیندازیم؟

تصویر ۳



آفتاب‌پرستِ ناجورا!

از میان آفتاب‌پرست‌های تصویر ۱ فقط یکی از آن‌هاست که با چرخاندن و جابه‌جا کردن، روی آفتاب‌پرستِ سیاه منطبق نمی‌شود. حتماً آن آفتاب‌پرستِ ناجور را پیدا کرده‌اید! بله. هر قدر هم تلاش کنید، با چرخاندن و جابه‌جا کردن نمی‌توانید آفتاب‌پرستِ آبی را روی آفتاب‌پرستِ سیاه بیندازید. قبل از اینکه بقیهٔ متن را بخوانید، کمی فکر کنید و ببینید آفتاب‌پرستِ آبی چه فرقی‌هایی با بقیه دارد. قیافهٔ آفتاب‌پرستِ آبی با بقیهٔ آفتاب‌پرست‌ها مو نمی‌زند؛ پس چرا نمی‌توانیم با چرخاندن و جابه‌جا کردن آن را روی آفتاب‌پرستِ سیاه بیندازیم؟ من دو تفاوتِ بین آفتاب‌پرستِ آبی و بقیهٔ دوستانش می‌بینم: ۱. اگر مجله را مقداری در دستتان بچرخانید که پاهای آفتاب‌پرستِ آبی، رو به پایین باشد، می‌بینید که این آفتاب‌پرست دارد به سمتِ راست نگاه می‌کند. اما اگر همین کار را برای بقیهٔ آفتاب‌پرست‌ها انجام دهید، خواهید دید که همهٔ آن‌ها به سمتِ چپ نگاه می‌کنند. ۲. به پیچشِ دمِ

آفتاب‌پرست‌ها نگاه کنید. همهٔ دم‌ها به‌صورتِ ساعت‌گرد پیچ خورده‌اند، اما دمِ آفتاب‌پرستِ آبی برعکس پیچ خورده است. به نظر شما باید چه کار کنیم که این مشکل‌ها حل شوند؟

اطمینان از هم‌نهشتی در سه مرحله!

احتمالاً متوجه شده‌اید که آفتاب‌پرستِ آبی به غیر از چرخاندن و جابه‌جا کردن، به یک کارِ دیگر هم نیاز دارد. یک کاری شبیه کاری که در تصویر ۴ می‌بینید.

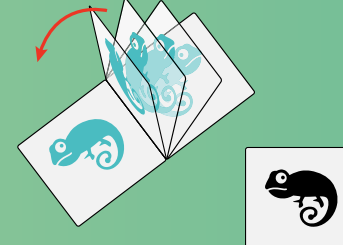
تصویر ۴



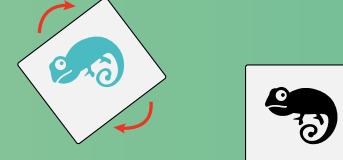
اول از همه، ما باید طلقِ آفتاب‌پرستِ آبی را پشت‌ورو کنیم. با این کار هر دو تفاوتِ او با بقیهٔ آفتاب‌پرست‌ها از بین می‌رود. بنابراین برای اینکه آفتاب‌پرستِ آبی را روی آفتاب‌پرستِ سیاه بیندازیم، لازم است سه مرحله کار انجام دهیم (تصویر ۵):

- اول آن را پشت‌ورو کنیم؛ ● بعد آن را مقداری بچرخانیم؛
- در نهایت با یک جابه‌جایی مناسب، دو آفتاب‌پرست را بر یکدیگر منطبق کنیم.

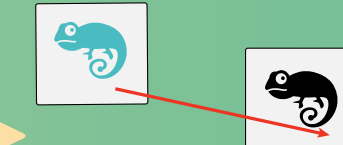
الف



ب



ج



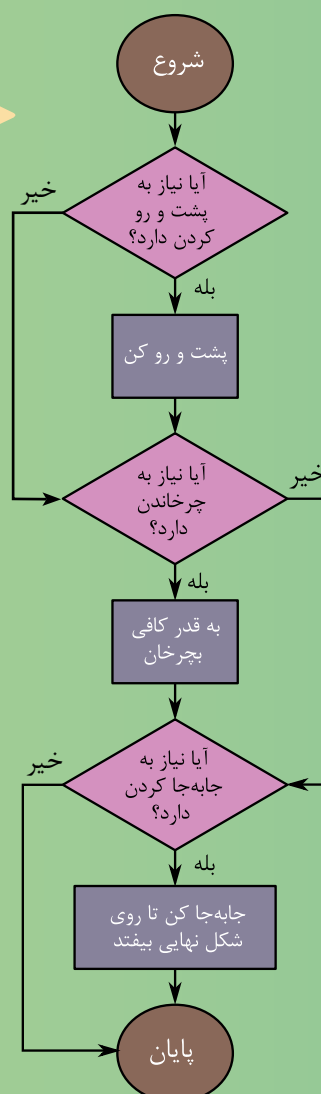
تصویر ۵

یک تکه طلق بردارید و یک کپی از یکی از آفتاب‌پرست‌ها روی آن بکشید. هر جوری که دوست دارید روی صفحه قرار دهید و بدون اینکه به آن دست بزنید، در ذهنتان تصور کنید که چند مرحله لازم است تا بتوانید آن را روی آفتاب‌پرستِ سیاه منطبق کنید.

یک الگوریتم خوب!

دیدیم که آفتاب‌پرست‌های هم‌نهشت را در یک، دو یا نهایتاً سه مرحله می‌توانیم روی هم منطبق کنیم. در هر کدام از مرحله‌ها یکی از کارهای «پشت‌ورو کردن»، «چرخاندن» یا «جابه‌جایی» را انجام می‌دهیم. برای منظم‌تر کردن فرایندی که به‌صورت مفصل در صفحهٔ قبل دیدید، کافی است به نمودار ۱ نگاه کنید. نمودار ۱ همهٔ کارهای لازم را برای منطبق کردن دو آفتاب‌پرست در خود جای داده است. هیچ‌جا در نمودار اسمی از آفتاب‌پرست نمی‌بینید، چون در واقع این الگوریتم فقط برای آفتاب‌پرست‌ها نیست. اگر به جای آفتاب‌پرست، تعدادی عنکبوت به شما داده شده بود (به این شرط که عنکبوت‌ها همگی با هم هم‌نهشت باشند)، باز هم می‌توانستید با الگوریتم مقابل، آن‌ها را یکی‌یکی روی هم منطبق کنید. بله! اگر به شما تعدادی مسواک، قندان، دوزنقه یا... داده شده بود (یادتان نرود که شکل‌ها باید هم‌نهشت باشند)، باز هم الگوریتم مقابل راه‌گشا بود.

نمودار ۱

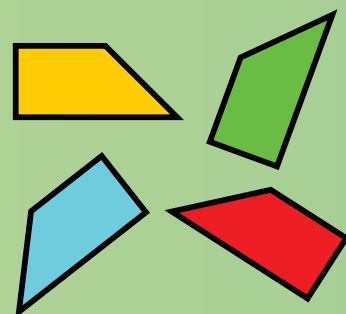


نیاز به پشت‌ورو کردن دارد؟

از میان همهٔ مرحله‌هایی که در الگوریتم نمودار ۱ می‌بینید، دشوارترین مرحله، همان جایی است که باید به سؤال «آیا نیاز به پشت‌ورو کردن دارد؟» پاسخ دهید. بیایید یک بار دیگر سری به آفتاب‌پرست‌ها بزنیم. بین آفتاب‌پرست‌های تصویرهای قبل، آفتاب‌پرستِ آبی تنها موردی بود که به پشت‌ورو کردن نیاز داشت. ما این موضوع را از روی «جهت نگاه» و «پیچشِ دم» او فهمیدیم.

اما همیشه که با آفتاب‌پرست‌ها روبه‌رو نیستیم! اگر قرار باشد یک دوزنقه را روی دوزنقهٔ هم‌نهشتِ دیگری منطبق کنیم، چطور باید بفهمیم که نیاز به پشت‌ورو کردن دارد یا نه؟ حتماً حواستان هست که دوزنقه‌ها به جایی نگاه نمی‌کنند و پیچشِ دُمشان را هم نمی‌توان بررسی کرد!

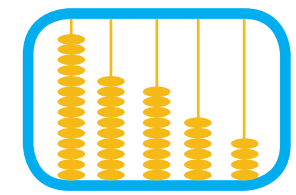
اگر فکر می‌کنید با خواندن ادامهٔ این مقاله، پاسخ سؤال بالا را پیدا خواهید کرد، سخت در اشتباه هستید! پس بهتر است دست به کار شوید. دوزنقه‌های تصویر ۶ (که همه هم‌نهشت‌اند) را نگاه کنید. اگر قرار باشد آن‌ها را روی دوزنقهٔ زرد منطبق کنید، کدام‌ها به پشت‌ورو کردن نیاز دارند؟



یک توصیفِ عجیب: دوزنقه‌ها مثل آفتاب‌پرست‌ها نیستند که به جایی نگاه کنند، اما «جهت نگاه آفتاب‌پرست‌ها» را به‌عنوان یک ایده در نظر بگیرید. شاید همان ایده برای دوزنقه‌ها و حتی هر شکل دیگری، جواب‌گو باشد!

یک توصیفِ عجیبِ دیگر: دوزنقه‌ها متأسفانه دُم هم ندارند که به پیچشِ آن توجه کنیم، اما باز هم ایدهٔ آن را دست‌کم نگیرید! به ایده‌ها فکر کنید و آن‌ها را گسترش دهید. این همان کاری است که ریاضی‌کارها انجام می‌دهند.

حتماً متوجه هستید که «جابه‌جا کردن»، «چرخاندن» و «پشت‌ورو کردن» همان تبدیل‌های هندسی معروف، یعنی «انتقال»، «دوران» و «تقارن» هستند. شما بارها آن‌ها را در کتاب‌های درسی دیده‌اید. حالا جملهٔ زیر را بخوانید و فکر کنید که با آن موافقید یا نه: «اگر دو شکل هم‌نهشت (هر جای صفحه و با هر زاویه‌ای) داشته باشیم، مطمئناً می‌توانیم با ۱ یا ۲ یا نهایتاً ۳ تبدیل هندسیِ متوالی، آن‌ها را بر هم منطبق کنیم.»



● داود معصومی مهوار قسمت چهارم

چگونه درست محاسبه کنیم؟

محاسبه آسان تر با ساده کردن

عملیات ساده سازی کسر زیر را ببینید.

$$\frac{25 \times (2+7)}{84+21} = \frac{25 \times 2 + 25 \times 7}{105} = \frac{50 + 175}{105} = \frac{225}{105} = \frac{45}{21} = \frac{15}{7}$$

را حل الف

شاید به نظر همه چیز درست بیاید و مشکلی در این راه حل نبینید. اما این راه حل گرچه درست است ولی مناسب نیست. در محاسبات باید تا می توانیم با عددهای بزرگ کار نکنیم و هر هنگام که ممکن بود، ساده سازی را انجام بدهیم تا با عددهای کوچک تر کار کنیم. مثلاً در راه حل بالا در همان تساوی نخست، پخش کردن ضرب ۲۵ در مجموع ۲+۷ کار مناسبی نیست. زیرا در محاسبات ما عدد ۲۲۵ را وارد خواهد کرد. در صورتی که عدد ۲۵×۹ نمایش دیگری از همان عدد ۲۲۵ است که به صورت حاصل ضرب عددهایی کوچک تر نوشته شده است. این عددهای کوچک تر برای عملیات ساده سازی مناسب تر هستند.

خلاصه اینکه عدد ۲+۷ یا همان ۹، به ۳ بخش پذیر است و عددهای ۸۴ و ۲۱ در مخرج نیز هر دو به ۳ بخش پذیراند. پس برای ساده کردن کسر بالا بهترین کار این است که در همان آغاز، تکلیف این ۳ را روشن کنیم. ببینید.

$$\frac{25 \times (2+7)}{84+21} = \frac{25 \times 9}{3 \times 28 + 3 \times 7} = \frac{(25 \times 3) \times 3}{3 \times (28+7)} = \frac{25 \times 3}{28+7}$$

الان با عددهایی سر و کار داریم که یک سوم عددهای راه حل الف هستند. ضرب و تقسیم و کار با عددهای کوچک بهتر و ساده تر است و احتمال اشتباه در کار با این عددها کم تر است. در ادامه باز هم همین روش را ادامه می دهیم. ۲۵×۳ را به همین صورت نگه می داریم و به جای آن ۷۵ نمی گذاریم. ببینید.

$$\frac{25 \times 3}{28+7} = \frac{25 \times 3}{35} = \frac{5 \times 5 \times 3}{5 \times 7} = \frac{5 \times 3}{7} = \frac{15}{7}$$

به همان نتیجه رسیدیم. شاید راه حل همان کمی هم طولانی تر باشد ولی احتمال خطا و اشتباه در این راه حل بسیار کمتر است. یک بار دیگر راه حل جدیدمان را یک جا ببینیم.

$$\frac{25 \times (2+7)}{84+21} = \frac{25 \times 9}{3 \times 28 + 3 \times 7} = \frac{(25 \times 3) \times 3}{3 \times (28+7)} = \frac{25 \times 3}{28+7}$$

$$= \frac{25 \times 3}{35} = \frac{5 \times 5 \times 3}{5 \times 7} = \frac{5 \times 3}{7} = \frac{15}{7}$$

را حل ب

خلاصه یادتان باشد. هر هنگام که توانستید، عبارت ها و عددها را ساده کنید تا با عددهای کوچک تر کار کنید. زیرا وقتی با عددهای بزرگ کار می کنید به احتمال بیشتری خطا خواهید داشت. حالا شما دست به کار شوید و حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{32+40}{2 \times 28} + \frac{15}{21}$$

چگونه درست بنویسیم؟

با منظم نوشتن، به نتیجه درست برسیم

این مسئله ساده و راه حلی را که برای آن نوشته شده است، ببینید.

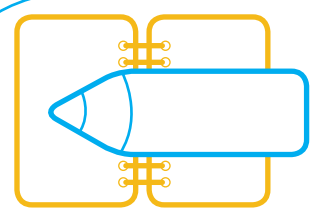
$$\begin{aligned} \frac{725}{525} + \frac{1}{5} &= \frac{145}{105} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{145}{105} + \frac{1}{5} = \frac{145}{105} + \frac{21}{105} \\ &= \frac{166}{105} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9} \end{aligned}$$

بدخطی و کج و کوله نویسی گاهی دردسر می سازد. نوشته بالا بدخط نیست، ولی بی حوصله و سرسری نوشته شده است. جوری که کم کم عددها عوض شده اند! در گام هایی که عدد $\frac{725}{525}$

ساده شده است، عدد $\frac{1}{5}$ کم کم به عدد $\frac{1}{2}$ تبدیل شده است. در بخش هایی که این کسر نوشته شده است، اندازه و جای خط کسری اصلی کم کم تغییر کرده تا این اشتباه کامل شده

است. توجه کنید که در کسر $\frac{1}{2}$ صورت کسر $\frac{1}{2}$ و مخرج آن ۵ است، ولی در کسر $\frac{1}{2}$ صورت کسر عدد یک و مخرج آن $\frac{2}{5}$ است. می بینید؟

$\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{5}$ دو عدد متفاوت هستند. هر دو را ساده می کنیم تا بهتر ببینید:



قسمت چهارم ● داود معصومی مهوار

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 2} = \frac{5}{4}$$

حالا راه حل اصلاح شده را ببینید. این نسخه فقط کمی منظم تر است:

$$\begin{aligned} \frac{725}{525} + \frac{1}{5} &= \frac{145}{105} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{145}{105} + \frac{1}{5} = \frac{145}{105} + \frac{21}{105} \\ &= \frac{166}{105} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9} \end{aligned}$$

حالا شما نوشته زیر را به دقت بخوانید و اشتباه آن را بیابید و اصلاح کنید:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{45} + 8\sqrt{10} &= 2\sqrt{45} + 8\sqrt{10} \\ &= 2\sqrt{45} + 8\sqrt{10} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{45} + 8 \times 5\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{45} + 40\sqrt{2} = 2\sqrt{9 \times 5} + 40\sqrt{2} \\ &= 2 \times 3\sqrt{5} + 40\sqrt{2} = 6\sqrt{5} + 40\sqrt{2} = 46\sqrt{2} \end{aligned}$$

همیشه به چیزی که می نویسید، فکر کنید. سر و ته نوشته خود را بخوانید و ورنه انداز کنید تا اشکال های احتمالی نهفته در آن را بیابید.

در جست‌وجوی رقم‌های گم شده هرتیه ای برای یک رویا

متن: حسام سبحانی طهرانیه
عکس: اعظم لاریجانی - طراحی: نسام سلماطیه
مشاور ریاضیه: محمد ططیه



دست‌سازه‌هایی برای کلاس ریاضی هوشمند حسن‌نیا، ایرج نوروزی

بَساز بَبر کلاس

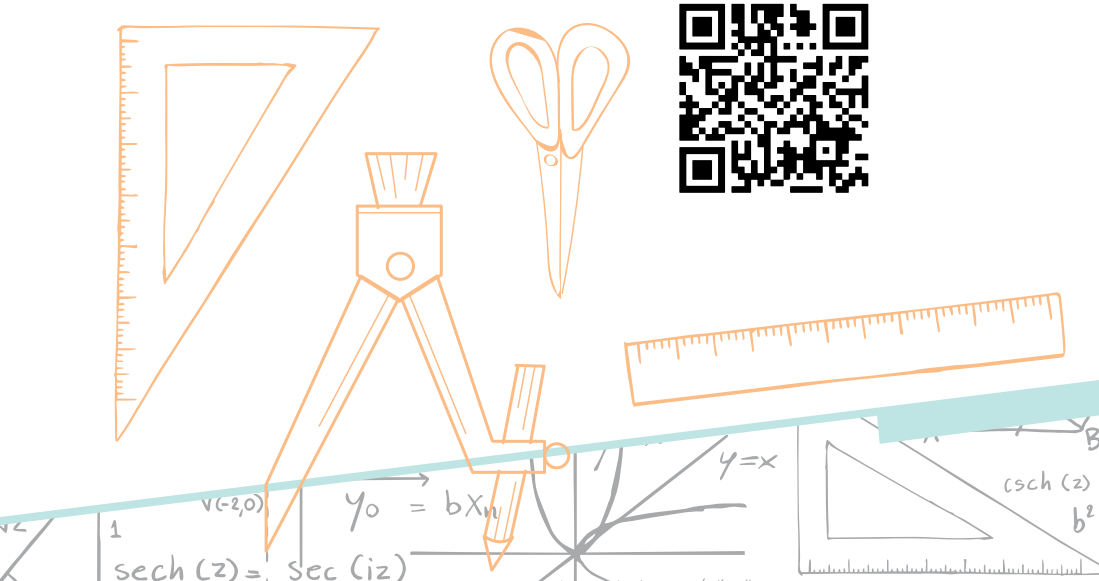
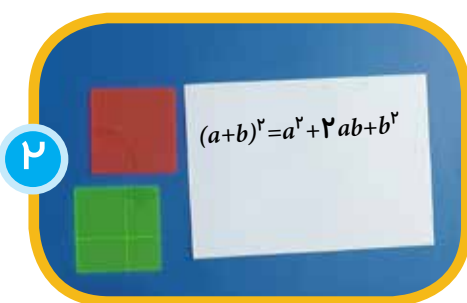
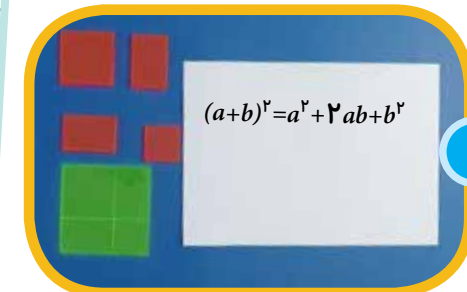
• بین و فکر کن

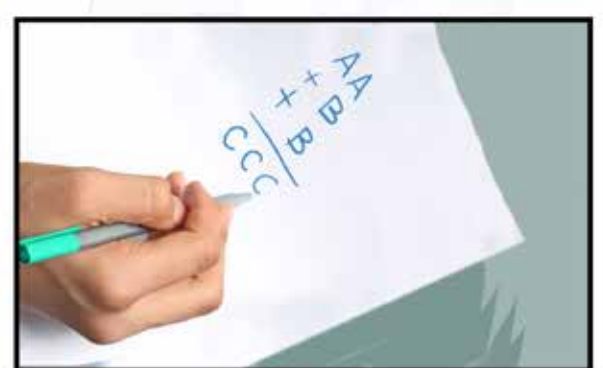
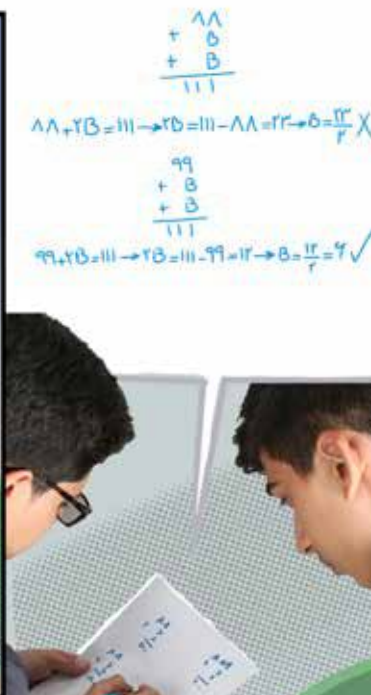
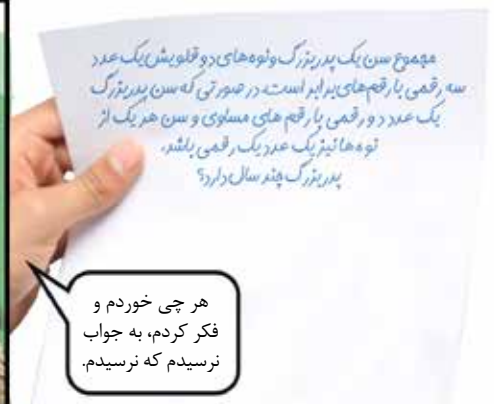
• در کتاب درسی کلاس نهم با اتحادها آشنا می‌شوی:
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
«اتحاد مربع دوجمله‌ای» یکی از اتحادهایی است که در
سال نهم دیده‌ای. شکل‌های ۱ و ۲ چه ربطی به اتحاد مربع
دوجمله‌ای دارند؟
• آیا می‌توانی اندازه‌ی a و b را در این شکل‌ها مشخص
کنی؟

• بساز و ببر

شاید اگر یک بار این دست‌سازه را بسازی و با خودت به
کلاس ببری، دیگر هیچ‌وقت خودت و هم‌کلاسی‌هایت
اتحاد مربع دوجمله‌ای را فراموش نکنید!

با دنبال کردن نشانک زیر خواهی دید که این ابزار
چگونه درستی اتحاد را نشان می‌دهد.

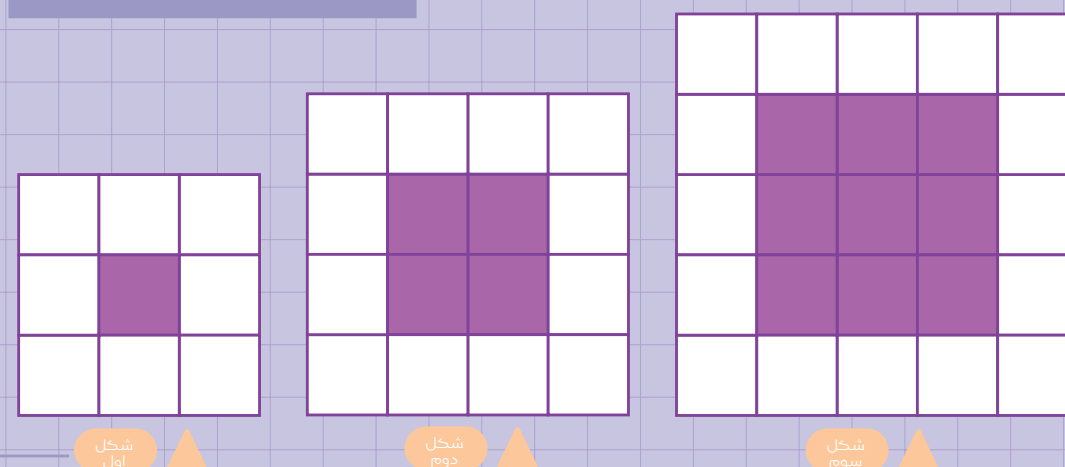




یک مسئله چند راه حل

جعفر اسدی گرمارودی

مسئله: الگویی مطابق شکل زیر درست کرده‌ایم. برای ساختن بیستمین عضو این الگو، چند مربع سفید کوچک لازم است؟



شکل اول

شکل دوم

شکل سوم

راه حل اول: با استفاده از الگوهای مربعی

با مشاهده روند الگو، شکل‌های مربعی می‌بینیم: یک مربع کلی داریم که درونش یک مربع بنفش است. بنابراین برای به‌دست آوردن مربع‌های سفید کوچک، مساحت این دو مربع اصلی و بنفش را از هم کم می‌کنیم. برای نظم بهتر و به‌دست آوردن الگو، جدول زیر را تشکیل می‌دهیم.

شماره شکل	۱	۲	۳	...	۲۰
مساحت کل مربع	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 5 = 25$	...	$22 \times 22 = 484$
مساحت مربع بنفش	$1 \times 1 = 1$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 3 = 9$	...	$20 \times 20 = 400$
اختلاف مساحت کل مربع و مربع بنفش (تعداد مربع‌های کوچک سفید رنگ)	$9 - 1 = 8$	$16 - 4 = 12$	$25 - 9 = 16$	...	$484 - 400 = 84$

طبق جدول روند الگو، شکل ۲۰ام از ۸۴ مربع کوچک سفید رنگ تشکیل خواهد شد.

راه حل دوم: با کمک اضلاع مربع

چهار مربع کوچک در گوشه هر الگو را سبز رنگ می‌کنیم و کنار می‌گذاریم. اکنون در هر ضلع مربع، تعدادی مربع کوچک سفید قرار دارد که تعدادشان با شماره شکل الگو برابر است.

بنابراین در شکل بیستم، در هر ضلع مربع، ۲۰ مربع کوچک قرار می‌گیرد که با چهار مربع سبز رنگ در گوشه‌های آن، تعداد مربع‌های کوچک برابر خواهد بود با:
 $(4 \times 20) + 4 = 84$

راه حل سوم: با استفاده از جدول و مضرب‌های ۴

در هر شکلی از الگو، تعداد مربع‌های سفید را می‌شماریم و در جدول زیر یادداشت می‌کنیم و ارتباط بین آن‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

با توجه به اینکه در هر بار، تعداد مربع‌ها ۴ تا ۴ تا افزایش می‌یابد می‌توان نتیجه گرفت با مضرب‌های ۴ در ارتباط است. بنابراین ردیفی به عنوان «مضرب ۴» به جدول اضافه می‌کنیم تا عددهای الگو را با آن مقایسه کنیم و در نهایت تعداد مربع‌های کوچک در شکل بیستم را تعیین کنیم.

شماره شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد مربع‌های کوچک سفید	۸	۱۲	۱۶	۲۰

$\begin{matrix} \nearrow & \nearrow & \nearrow \\ +4 & +4 & +4 \end{matrix}$

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	...	۲۰
مضرب‌های ۴	۴	۸	۱۲	۱۶	...	۸۰
تعداد مربع‌های کوچک سفید	۸	۱۲	۱۶	۲۰	...	$80 + 4 = 84$

$\begin{matrix} \nearrow \\ +4 \end{matrix}$

در پایان، سه نکته قابل اشاره است:

۱. راه حل دوم، نمایش هندسی راه حل سوم است.
۲. اگر در راه حل‌های اول و سوم (یا دوم)، عبارت‌های جبری الگو را بنویسیم باید همگی یکی باشند. (امتحان کنید).
۳. اگر راه حل دیگری داشتید می‌توانید آن را به رایانامه borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir بفرستید.

شکل اول

شکل دوم

شکل سوم

احتمالاً **اسم دیجی کالا** را شنیده‌اید که یکی از بزرگ‌ترین فروشگاه‌های اینترنتی ایران است و به‌عنوان یک نهاد دانش بنیان، از فکر و تلاش متخصصان و دانشمندان ایرانی در آن استفاده می‌کنند. ما شک نداشتیم در قسمت‌های گوناگون آن، به صورت جدی از ریاضی استفاده می‌شود. به همین خاطر تماس گرفتیم و مهمان‌شان شدیم و سؤال‌هایمان را پرسیدیم. از دل گفت‌وگوی ما با آن‌ها، چهار مطلب برای برهان به دست آمد که این متن، چهارمین مقاله از این سلسله مقاله‌هاست. باقی مقاله‌ها را می‌توانید در شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ مطالعه کنید تا هم ببینید که چگونه ریاضیات در بسیاری از چیزهایی که همه روزه با آن‌ها سر و کار داریم، نقش دارد و هم ببینید که چگونه فکر و تلاش ایرانی می‌تواند با به‌روزترین علوم در دنیا همگام شود. در خلال گفتگوها، از شیوه‌های نظردهی کاربران در مورد هر کالا صحبت شد و پرسیدیم که در یک فروشگاه اینترنتی چه‌طور باید کالاهای مناسب‌تر را انتخاب کرد.

آمار و اعتماد

• هوشمند حسن‌نیا

با آمار و ریاضی اعتماد مردم را می‌سنجیم

• یکی از تفاوت‌های فروشگاه‌های اینترنتی و فروشگاه‌های معمولی این است که وقتی می‌خواهید کالایی را از یک فروشگاه اینترنتی بخرید، می‌توانید بازخورد افراد دیگری را که قبلاً از آن کالا استفاده کرده‌اند، مشاهده کنید. دیدن بازخورد دیگران به شما کمک می‌کند که خرید مناسب‌تری داشته باشید.

• **برهان:** منظور تان امتیازی‌ست که کاربران دیگر به کالا می‌دهند؟

• بله. یکی از روش‌های ثبت بازخورد، امتیاز دادن است. اگر تا به حال تجربه خرید از یک فروشگاه اینترنتی را داشته‌اید، حتماً دیده‌اید که به هر کالا، امتیازی بین یک تا پنج داده شده است که معمولاً با ستاره‌های رنگی نشان داده می‌شود. این ستاره‌ها مشخص می‌کند که به‌طور میانگین، کاربران دیگر چه امتیازی داده‌اند. مثلاً کالایی که یک ستاره دارد، از نظر کاربران قبلی چندان رضایت‌بخش نبوده و کالایی که ۴/۵ ستاره دارد، انتظار اکثر کاربران را برآورده کرده است.

• **برهان:** بنابراین دیدن امتیاز هر کالا می‌تواند به ما کمک کند که بهتر خرید کنیم. اما گفتید که یکی از روش‌های ثبت بازخورد، امتیاز دادن است. آیا راه دیگری هم وجود دارد؟

• بله. برای هر کالا جایی هم اختصاص داده شده که خریداران می‌توانند نظرشان را به صورت مکتوب بنویسند. درست است که خواندن همه‌ی نظرهای کاربران دیگر ممکن است خیلی زمان‌بر باشد، اما در مقابل، عموماً این نظرها حاوی نکته‌هایی هستند که نمی‌توان آن‌ها را با امتیاز دادن، مطرح کرد. مثلاً فرض کنید که یک نفر برای کفشی که خریده است می‌نویسد «برای من که در یک کارگاه صنعتی کار می‌کنم، این کفش عالی‌ست چون بسیار مقاوم است اما آن را در جاهای خیس نپوشید چون ضد آب نیست». خب این توضیح را هیچ‌وقت نمی‌شود با امتیازدهی به خریدار بعدی منتقل کرد.

• **برهان:** بنابراین باید یادمان باشد که قبل از خرید، امتیاز کالا را ببینیم و نگاهی هم به نظرات خریدان قبلی بیاندازیم. دقیقاً. اما نکته‌ای که خیلی مهم است و گاهی نادیده گرفته می‌شود، تعداد کسانی‌ست که بازخورد داده‌اند.

تعداد بازخوردها و مسئله «اعتماد»

در حین گفت‌وگو، شنیدیم که موقع بررسی امتیاز یک کالا، باید به تعداد نفراتی که بازخورد داده‌اند هم توجه کرد. اما چرا؟

در تصویر زیر، دو گوشی تلفن همراه می‌بینید که در هر کدام، تعداد افرادی که امتیاز داده‌اند و میانگین امتیاز آن‌ها درج شده است.

فرض کنید ویژگی‌های فنی و ظاهری هر دو گوشی، از نظر شما قابل قبول بوده و قیمت‌شان هم با هم برابر است. شما قرار است بر اساس امتیازها، گوشی خود را انتخاب کنید.

گوشی سمت راست را انتخاب می‌کنید که ۳ نفر به آن امتیاز داده‌اند و میانگین امتیازشان ۳/۵ بوده ؟

یا گوشی سمت چپ را انتخاب می‌کنید که ۱۱۰ نفر به آن امتیاز داده‌اند و میانگین امتیازشان ۳/۴ بوده ؟

شاید به صورت حسی بتوانید به سؤال بالا جواب بدهید. اما می‌خواهیم کمی دقیق‌تر بررسی کنیم.

امتیاز گوشی سمت راست، اندکی بیشتر از امتیاز گوشی سمت چپ است اما این اختلاف ناچیز است. پس اجازه بدهید کمی در مورد تعداد نفراتی که امتیاز داده‌اند فکر کنیم.

می‌دانیم که هر کسی با معیارهای خودش امتیاز می‌دهد. مثلاً ممکن است بعضی از افراد، «خیلی سخت‌گیر» بوده و امتیاز کمی به گوشی داده باشند یا برعکس، ممکن است عده‌ای «خیلی سهل‌گیر» بوده و امتیاز بالایی داده باشند.

• ۳ نفر به گوشی سمت راست امتیاز داده‌اند. اگر فقط یکی از آن‌ها «خیلی سخت‌گیر» یا «خیلی سهل‌گیر» بوده باشد، امتیازی که برای گوشی درج شده، چندان قابل اعتماد نیست.



چون نظر همان یک نفر، تأثیر به‌سزایی در میانگین امتیازها دارد.

• اما در میان ۱۰۹ نفری که به گوشی سمت راست امتیاز داده‌اند، احتمالاً چند نفری «خیلی سخت‌گیر» و چند نفری «خیلی سهل‌گیر» وجود داشته‌اند که نظر آن‌ها تقریباً با هم خنثی شده و اگر تعداد «خیلی سخت‌گیرها»، یک یا دو نفر بیشتر یا کمتر از تعداد «خیلی سهل‌گیرها» بوده باشد، باز هم نظرشان تأثیر چشمگیری در میانگین امتیازها ندارد (چون تعداد افراد زیاد است!).

بنابراین بهترین حرفی که می‌توانیم بزنیم این است که: میانگین امتیازهای گوشی سمت راست، اندکی بیشتر از میانگین امتیازهای گوشی سمت چپ است اما با توجه به تعداد نفرات، امتیاز گوشی سمت راست چندان قابل اعتماد نیست! (ممکن است خیلی کم یا خیلی زیاد نمایش داده شده باشد). حالا شاید روشن شده باشد که موقع خرید یک کالا، هم باید به امتیازها نگاه کنیم و هم به تعداد کسانی که امتیاز داده‌اند. ضمن اینکه شاید خواندن نظرهای مکتوب دیگر کاربرها هم حاوی نکته‌های ویژه‌ای باشد.

ممکن است پیش از خواندن این صفحه، در مواجهه با مسئله گوشی‌های بالا، با خودتان فکر می‌کردید که «به سه نفر که نمی‌شود اعتماد کرد!».

در این متن تلاش کردیم کمی دقیق‌تر موضوع را بررسی کنیم. اما هنوز خیلی راه مانده تا بتوانیم ادعا کنیم که یک حرف مستدل (با دلیل) ریاضی زده‌ایم. کسی که کمی بیشتر از شما «احتمال» می‌داند، می‌تواند استدلال دقیقی ارائه کند و توضیح دهد که چرا به امتیاز گوشی سمت راست نمی‌شود اعتماد کرد. اگر دوست دارید متوجه شوید که چه‌طور این موضوع به «احتمال» مربوط می‌شود، پیشنهاد می‌کنم سؤال زیر را بخوانید و فکر کنید که آیا ارتباطی بین این سؤال و مسئله انتخاب گوشی‌های بالا می‌بینید؟

نیمایک چرخنده داشت و آن را ۳ بار چرخاند. ۲ بار قرمز آمد و ۱ بار سفید.

مینا هم یک چرخنده داشت و آن را ۳۰۰۰ بار چرخاند. حدوداً ۲۰۰۰ بار قرمز و ۱۰۰۰ بار سفید آمد.

ما چرخنده‌های مینا و نیمایا ندیده‌ایم. اما شاید بتوانید حدس بزنید که چرخنده‌های‌شان چه شکلی هستند. شکل هر کدام از چرخنده‌ها را بکشید.

موقع کشیدن چرخنده‌ها، به کدام مورد بیشتر شک داشتید؟

۴. به خانه محمد منصور که می‌رسیدی، وی را می‌دیدی کچل گشته، اما در حال کشیدن نفس راحت، چرا که انبوهی از کتاب‌های ابن‌سینا را جلوی عمرین ابراهیم گذاشته و این اولین باری است که عمرین ابراهیم به حد وفور اقباع گشته و چنان در کتاب‌ها غرق شده که کمتر سؤال می‌پرسد.

۷. تا می‌آمدی خودت را آماده مصاحبه با این نوجوان نابغه نیشابوری کنی، می‌فهمیدی که باروبندیش را جمع کرده و برای کسب علم به سمرقند مهاجرت کرده.

۸. آن وقت به دلیل نبودن راه آهن و قطار تندرو تا سمرقند، مجبور به استفاده از راه خاکی و شتر کندرو می‌شدی و وقتی بعد از چندین روز به سمرقند می‌رسیدی و سراغ عمرین ابراهیم را می‌گرفتی، او را ناشناخته می‌یافتی و در حالی که ناامیدانه قصد بازگشت داشتی، چشم‌ت به کتاب جبر و مقابله می‌افتاد و اولش خیال می‌کردی همان کتاب خوارزمی است، تا اینکه نام عمر خیام را می‌دیدي و بعد از کلی پرس‌وجو می‌فهمیدی که وی را در سمرقند لقب خیام داده‌اند. [احتمالاً بخاطر پدرش که خیمه‌دوز بوده.]

ایم که گوی گرفتاری
دیدي که چگونه کور به راه افتی

۱۰. اما آنقدر کتاب جبر و مقابله خیام را جذاب می‌یافتی که بی‌خیال تصقیب و گریز می‌شدی و مشغول دیدن نخستین روش حل معادله درجه سوم و نخستین بسط دو جمله‌ای و تعیین ضرایب آن (همان مثلث خیام- پاسکال امروزی) و چندین و چند ابداع دیگر می‌شدی و همزمان خبرهای دیگری از خیام می‌شنیدی که بعد از قورت دادن کتاب‌های کتابخانه بلخ، به دعوت جلال‌الدین ملک شاه به اصفهان رفته و در آنجا تقویم جلالی را تهیه کرده که هنوز هم دقیق‌ترین تقویم دنیاست و دوباره به نیشابور برگشته و به نجوم و پزشکی و ریاضیات و فلسفه و موسیقی پرداخته و حتی شعر هم می‌گفته.

۱۱. همان‌طور که شعرهای زیبایش را توی ذهنت مرور می‌کردی، چشم‌ت می‌افتاد به این مسئله که عددی را بیایید که مجذور عکس آن به اضافه دو برابر عکس آن، مساوی يك و يك‌چهارم می‌شود؛ و چون از راه حل خیام سر در نمی‌آوردی که نه x دارد و نه y و پر از جمله‌های طولانی پیچیده است، قلم به دست می‌گرفتی و می‌نوشتی:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} = \frac{1}{4}$$

$$y^2 + 2y = \frac{5}{4}$$

$$y^2 + 2y + 1 = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}$$

$$(y+1)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \begin{cases} y+1 = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2 \\ y+1 = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{5}{2} \Rightarrow x = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

۹. همین‌که نشانی‌اش را در سمرقند می‌یافتی، می‌فهمیدی که از آنجا هم اسباب‌کشی کرده؛ البته نه برای اینکه صاحبخانه جوابش کرده که بخاطر استفاده از کتابخانه پررونق بلخ و علم‌آموزی بیشتر!

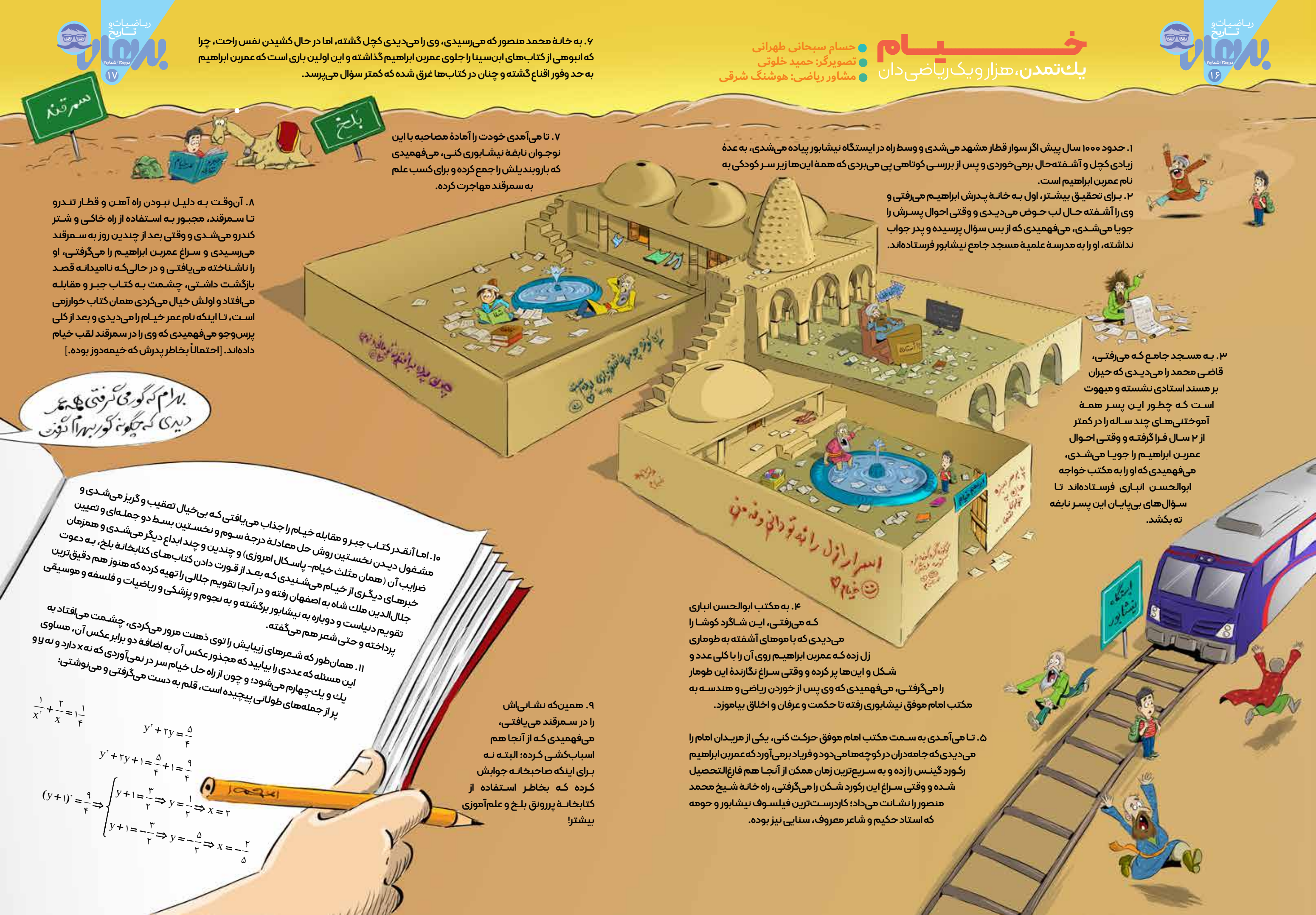
۱. حدود ۱۰۰۰ سال پیش اگر سوار قطار مشهد می‌شدی و وسط راه در ایستگاه نیشابور پیاده می‌شدی، به عده زیادی کچل و آشفته‌حال برمی‌خوردی و پس از بررسی کوتاهی پی می‌بردی که همه این‌ها زیر سر کودکی به نام عمرین ابراهیم است.

۲. برای تحقیق بیشتر، اول به خانه پدرش ابراهیم می‌رفتی و وی را آشفته‌حال لب حوض می‌دیدي و وقتی احوال پرسش را جویا می‌شدی، می‌فهمیدی که از بس سؤال پرسیده و پدر جواب نداشته، او را به مدرسه علمیه مسجد جامع نیشابور فرستاده‌اند.

۳. به مسجد جامع که می‌رفتی، قاضی محمد را می‌دیدي که حیران بر مسند استادی نشسته و مبهوت است که چطور این پسر همه آموختنی‌های چند ساله را در کمتر از ۲ سال فرا گرفته و وقتی احوال عمرین ابراهیم را جویا می‌شدی، می‌فهمیدی که او را به مکتب خواجه ابوالحسن انباری فرستاده‌اند تا سؤال‌های بی‌پایان این پسر نابغه ته بکشد.

۴. به مکتب ابوالحسن انباری که می‌رفتی، این شاگرد کوشا را می‌دیدي که با موه‌های آشفته به طوماری زل زده که عمرین ابراهیم روی آن را با کلی عدد و شکل و این‌ها پر کرده و وقتی سراغ نگارنده این طومار را می‌گرفتی، می‌فهمیدی که وی پس از خوردن ریاضی و هندسه به مکتب امام موفق نیشابوری رفته تا حکمت و عرفان و اخلاق بیاموزد.

۵. تا می‌آمدی به سمت مکتب امام موفق حرکت کنی، یکی از مریدان امام را می‌دیدي که جامه‌دران در کوچه‌ها می‌دود و فریاد برمی‌آورد که عمرین ابراهیم رکورد گینس را زده و به سریع‌ترین زمان ممکن از آنجا هم فارغ‌التحصیل شده و وقتی سراغ این رکورد شکن را می‌گرفتی، راه خانه شیخ محمد منصور را نشانت می‌داد؛ گاردست‌ترین فیلسوف نیشابور و حومه که استاد حکیم و شاعر معروف، سنایی نیز بوده.



نوبت استراحت نوبت بازی

ریاضی و جام حذفی ● جعفر اسدی گرمارودی

تصویرگر: حسین یوزباشی

یادآوری: مسابقه‌های ورزشی به شیوه‌های متفاوتی برگزار می‌شوند. سه شیوه معمول برگزاری آن‌ها عبارتند از:

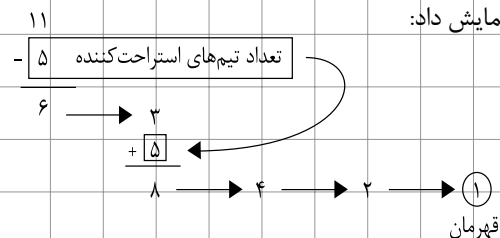
۱. **دوره‌ای یا همان لیگ:** مانند لیگ‌های ورزشی کشور خودمان که همه تیم‌ها با هم مسابقه می‌دهند. ۲. **حذفی:** برای تعیین تیم قهرمان در هر مرحله تیم بازنده از مسابقه‌ها حذف خواهد شد. برگزاری مسابقه‌های ورزشی جهانی در رشته‌های انفرادی (مانند کشتی، تکواندو و ...) و جام‌های حذفی فوتبال هر کشور به این صورت است. ۳. **ترکیب دوره‌ای و حذفی:** مانند جام‌های جهانی فوتبال که ابتدا تیم‌ها در گروه‌ها به صورت دوره‌ای با هم مسابقه می‌دهند. سپس تیم‌های برتر گروه‌ها به صورت حذفی تا تعیین قهرمان با هم رقابت می‌کنند. همان‌طور که می‌دانید، وقتی قرار است مسابقه‌ها به صورت حذفی برگزار شوند، بهتر است تعداد تیم‌ها توانی از دو باشد؛ مثلاً ۴، ۸، ۱۶ و ... در این صورت نمودار برگزاری مسابقه‌ها متقارن خواهد بود و برنامه‌ریزی مسابقه‌ها دارای نظم بیشتری است. همان‌طور که در مراحل حذفی جام‌های جهانی فوتبال و جام ملت‌های قاره‌ها، برنامه‌ریزی مسابقه‌ها به گونه‌ای است که بعد از مراحل گروهی، تعداد تیم‌ها توانی از دو باشد. اما همیشه به این صورت قابل برنامه‌ریزی نیست. برای مثال، برای جام حذفی فوتبال ایران تعداد تیم‌های شرکت‌کننده توانی از دو نیست، یا اگر برای مسابقه‌های فوتبال بین مدرسه‌های یک شهر فراخوان داده شود، تعداد تیم‌ها بستگی به تعداد شرکت‌کنندگان خواهد داشت. در این صورت برنامه‌ریزی مسابقه‌ها به چه صورت خواهد بود؟ در این مطلب، این موضوع را با ۱۱ تیم بررسی می‌کنیم.

قرار است در یک جام حذفی ۱۱ تیم حضور یابند. ابتدا چالش برنامه‌ریزی مسابقه‌ها را بررسی می‌کنیم. سپس با رسم نمودار شاخه‌ای^۱، جدول بازی‌ها را طراحی می‌کنیم.

برای برگزاری این دوره از مسابقه‌ها می‌باید طی یک مرحله و با حذف بعضی تیم‌ها، تعداد تیم‌ها به صورت توانی از دو درآید. بنابراین همه تیم‌ها در این مرحله مسابقه‌ای نخواهند داشت. تیم‌هایی که بازی نخواهند داشت، به اصطلاح می‌گویند استراحت دارند. رسیدن تعداد تیم‌ها به توانی از دو، به دو روش انجام می‌شود:

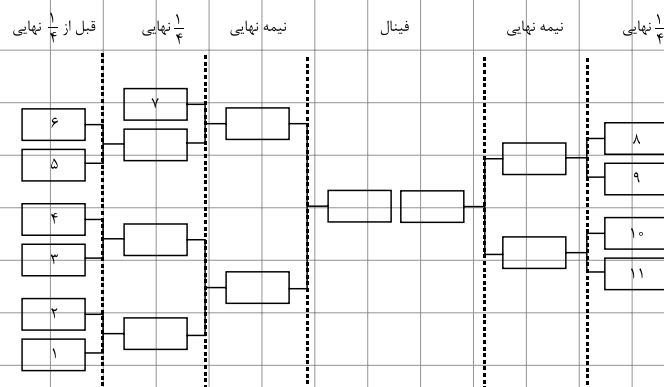
۱. با استفاده از توان پایین‌تر برای تعیین تعداد تیم‌های حذف شده

نزدیک‌ترین توان دو و کمتر از ۱۱، عدد ۸ (۲^۳) است. بنابراین سه تیم باید حذف شوند. برای اینکه سه تیم حذف شوند، نیاز است سه مسابقه برگزار کنیم. پس ۶ تیم^۲ از ۱۱ تیم با هم مسابقه خواهند داد و پنج تیم دیگر در این مرحله استراحت خواهند کرد. نام این مرحله را می‌توانیم «مرحله قبل از یک چهارم» بنامیم. از شش تیم، طی سه مسابقه سه تیم برنده به مرحله بعد صعود می‌کنند و با پنج تیم استراحت‌کننده، هشت تیم مرحله یک چهارم نهایی را تشکیل خواهند داد. به‌طور خلاصه این فرایند را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:



۲. با استفاده از توان بالاتر برای تعیین تعداد تیم‌های استراحت‌کننده

به تعداد تیم‌های استراحت‌کننده توجه کنید. ارتباطی با نزدیک‌ترین توان ۲ و بیشتر از ۱۱، یعنی عدد ۱۶ می‌بینید. اگر تعداد تیم‌ها را از توان بیشتر (۱۶) کم کنیم، تعداد تیم‌های استراحت‌کننده به دست می‌آید. برگزارکنندگان مسابقه‌های ورزشی از این شیوه هم برای برنامه‌ریزی و طراحی مسابقه‌ها استفاده می‌کنند. یعنی با به دست آوردن اختلاف تعداد تیم‌ها از توان بالاتر دو، تعداد تیم‌های استراحت‌کننده در اولین مرحله به دست می‌آید. نمودار زیر نحوه برگزاری این مسابقه‌ها را به نمایش گذاشته است. محل قرارگیری ۱۱ تیم در جدول با شماره مشخص شده است.



تذکر: چیدمان ۱۱ تیمی که با شماره در جدول چیده شده‌اند، یک مدل پیشنهادی است.

پی‌نوشت‌ها

۱. برای بررسی بیشتر می‌توانید به مطالب «بازی» حذف می‌شی!!!، مندرج در شماره ۷۲، آبان ماه ۱۳۹۴، مراجعه کنید.

۲. برای بررسی بیشتر می‌توانید به مطلب «نمودار شاخه‌ای»، مندرج در شماره ۹۸، اردیبهشت ۱۳۹۷، مراجعه کنید.

۳. انتخاب این شش تیم می‌تواند براساس قرعه‌کشی انجام شود، یا اگر از قبل یک رتبه‌بندی از تیم‌ها وجود داشته باشد، شش تیم آخر انتخاب شوند.





برف قله دماوند چقدر آب دارد؟

نغمه حاجی صادق / نازنین حسن نیا

آب قله برفی

۲ برف منبع بسیار مهمی در پر شدن سفره‌ها و مخزن‌های آب زیرزمینی است. آبی که از ذوب شدن برف به دست می‌آید، آب شیرین است. بخشی از این آب روی زمین جاری می‌شود و رودخانه‌ها و جویبارها را زنده نگه می‌دارد. بخشی از آن هم در خاک فرو می‌رود (نفوذ می‌کند) و سفره‌ها و مخزن‌های آب زیرزمینی را پر آب می‌کند. تحقیقات نشان می‌دهند، آب آشامیدنی یک میلیارد نفر از مردم زمین، از آب شدن برف‌ها تأمین می‌شود.

۳ جالب است بدانید، وقتی مقداری برف آب می‌شود، حجم آن کم می‌شود. دلیل این اتفاق شکل بلورهای برف است که باعث می‌شود ذرات ریز برف از هم فاصله بگیرند و نتوانند مانند مولکول‌های آب نزدیک به هم قرار بگیرند. وقتی برف آب می‌شود، این شبکه بلوری از بین می‌رود و مولکول‌ها به هم نزدیک‌تر می‌شوند. پس آبی که به دست می‌آید، کم‌حجم‌تر از برف اولیه خواهد بود. چطور بفهمیم از آب شدن برف‌های دماوند، چقدر آب به دست می‌آید؟ آنچه در فرایند آب شدن ثابت می‌ماند، تعداد مولکول‌ها و جرم آن‌هاست. پس اگر جرم برف اولیه و جرم آب نهایی را اندازه بگیریم، یکسان خواهد بود.

۴ هر متر مکعب برف به‌طور میانگین ۱۰۰ کیلوگرم جرم دارد. دماوند در یک سال ۵۰۰ میلیون متر مکعب برف دارد. پس: جرم برف دماوند = جرم یک متر مکعب برف × حجم برف / کیلوگرم برف = ۵۰۰۰۰۰۰۰۰ × ۱۰۰ = ۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰ کیلوگرم جرم دارد. پس یعنی از برف‌های دماوند در یک سال، ۵۰ میلیارد کیلوگرم آب به دست می‌آید. هر لیتر آب یک کیلوگرم جرم دارد. پس برف یک سال دماوند چند بطری آب یک لیتری می‌شود؟

۵ طبق آمار موجود، هرکدام از ما در شبانه‌روز تقریباً ۱۵۰ لیتر آب مصرف می‌کنیم. برف یک سال دماوند مصرف یک سال چند نفر ایرانی را تأمین می‌کند؟

۱ قله دماوند، بلندترین قله ایران، در منطقه‌ای برف‌گیر قرار گرفته است و در بیشتر روزهای سال دهانه آن برف دارد. این کوه مخروطی‌شکل است. ارتفاع آن ۵۶۱۰ متر (تقریباً ۵/۶ کیلومتر) و قطر قاعده آن تقریباً ۶ کیلومتر است.



اگر همه برفی را که در طول یک سال روی این کوه می‌بارد، با هم در نظر بگیریم، لایه‌ای برفی به ضخامت تقریباً ۱۱ متر می‌شود که دورتادور این مخروط زیبا را فرا می‌گیرد. بیا ببینیم مقدار این برف را حساب کنیم:

حجم کوه و برف با هم

$$\frac{1}{3} \times H \times \pi \times R^2$$

حجم کوه

$$= \frac{1}{3} \times 5610 \times \pi \times 3011^2 \approx 5/33 \times 10^{10}$$

حالا کافی است تا حجم کوه را از حجم برف و کوه با هم، کم کنیم

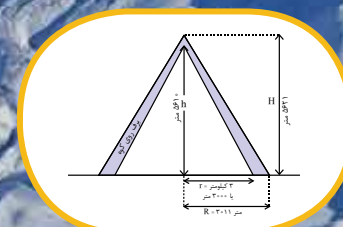
تا حجم برف روی این کوه به دست بیاید.

حجم برف

$$5/33 \times 10^{10} - 5/28 \times 10^{10}$$

یعنی پانصد میلیون مترمکعب!

$$= 10^{10} \times (5/33 - 5/28) = 0/05 \times 10^{10} = 500 \times 10^6$$



ریاضیات در خانه باغ من

قاسم حسین قنبری

بهترین استخر

تصویرگر: حسین یوزباشی

یکی از موضوعاتی که در کشاورزی اهمیت دارد، ذخیره آب است. آب را معمولاً در استخر ذخیره می‌کنند. اگر استخر در جای مرتفع باشد، آب با نیروی جاذبه از آن خارج می‌شود. اما اگر داخل زمین حفر شده باشد، باید به کمک پمپ، آب را از آن خارج کرد.

ما چون از آب جوی استفاده می‌کردیم، مجبور به ساخت استخر نوع دوم شدیم. حجم مورد نیاز ما ۱۰۰ مترمکعب یا ۱۰۰۰۰۰ لیتر بود. پمپ آب ما هم توانایی انتقال آب از عمق ۳ متری را داشت. ابتدا تصمیم استخری بتونی به شکل مکعب مستطیل بسازیم. با توجه به اینکه حجم مکعب از این فرمول به‌دست می‌آید:

ارتفاع × عرض × طول = حجم
و اینکه ارتفاع استخر برابر ۳ متر است، پس:

$$\frac{100}{3} \approx 34 = \text{عرض} \times \text{طول}$$

یعنی مساحت کف یا سقف استخر برابر ۳۴ مترمربع باید باشد.



حال این سؤال مطرح می‌شود که طول و عرض استخر را چگونه انتخاب کنیم که هزینه ساخت استخر کمترین مقدار ممکن شود. این هزینه‌ها مربوط به ساخت کف و دیواره‌های استخر هستند. چون مساحت کف استخر ثابت است، باید کاری کنیم که مساحت دیواره‌ها کم شود. در صورتی که این دیواره‌ها مساحت کمتری داشته باشند، هزینه کمتری هم خواهند داشت.

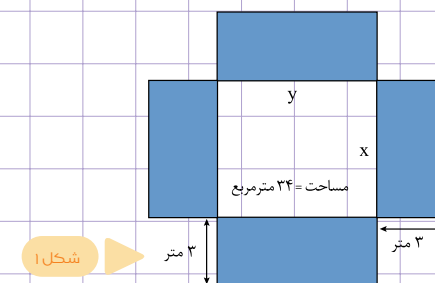
شکل ۱ شکل باز شده یا گسترده استخر است. مساحت این چهار دیوار از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$S = 2x + 2y + 2x + 2y = 4(x + y)$$

با توجه به اینکه $34 = \text{عرض} \times \text{طول} = xy$ ، می‌توانیم طول را انتخاب کنیم و سپس از رابطه زیر عرض را حساب کنیم:

$$\frac{34}{\text{طول}} = \text{عرض}$$

مثلاً اگر طول استخر را ۱۷ متر در نظر بگیریم، عرض آن به ناچار باید ۲ متر باشد. بنابراین مساحت دیواره‌های استخر برابر با $2 \times (17 + 2) = 40$ ، یعنی ۱۱۴ مترمربع می‌شود. یا اگر طول استخر را ۱۵ متر فرض بگیریم، ... (شما جمله را کامل کنید).



شکل ۱

این اطلاعات در جدول زیر خلاصه شده است.

عرض	طول	مساحت دیواره‌های استخر
۲	۱۷	۱۱۴
۳	۱۱/۵	۸۷
۴	۸/۵	۷۵
۵	۶/۸	۷۰/۸
۵/۸۳	۵/۸۳	۶۹/۹۶
۶	۵/۶۶	۶۹/۹۶
۷	۴/۸۵	۷۱/۱
۸	۴/۲۵	۷۲/۵
۹	۳/۷۷	۷۶/۹۶

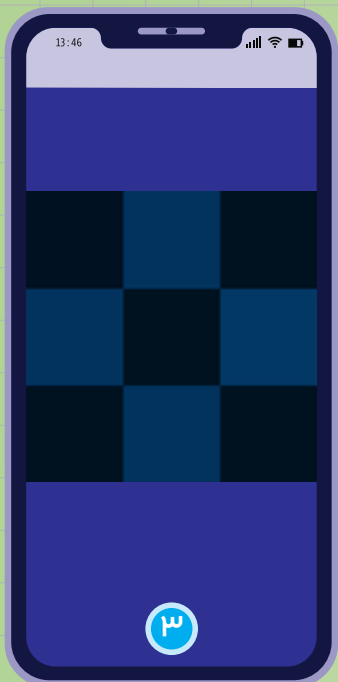
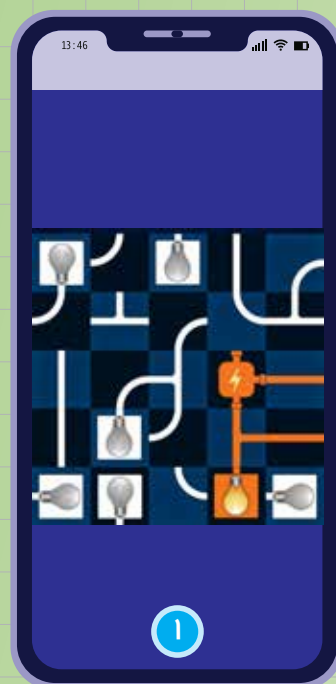
با توجه به عددهای جدول، بهترین استخر حالتی است که کف استخر نزدیک به مربع باشد. با در نظر گرفتن حالت مربع، یعنی $x = y = \sqrt{34} \approx 5.83$ ، کمترین هزینه را خواهیم داشت. برای سادگی کار می‌توانیم طول و عرض و کف استخر را ۶ متر در نظر بگیریم که مقداری حجم، اضافه خواهد شد. اما پس از کمی مطالعه و بررسی، ما از ساخت استخر با این شکل منصرف شدیم. به عبارت دیگر، فقط دلایل ریاضی کافی نبودند که ما استخر را بسازیم. دلایلی وجود داشتند که ما را از این کار منصرف کردند. این دلایل که ربطی به ریاضیات کار ندارند، از قرار زیر هستند:

۱. در ساخت این نوع استخر از سیمان استفاده می‌شود که آلودگی زیست محیطی زیادی دارد و مناسب محیط‌های کشاورزی نیست.
 ۲. هزینه ساخت و زمان ساخت آن زیاد است.
 ۳. اگر در آینده به هر دلیلی تصمیم گرفته شد که استخر تخریب شود، هزینه تخریب آن بسیار زیاد است و نخاله‌های آن نیز قابل بازیافت یا استفاده مجدد نیست.
- بنابراین تصمیم گرفتیم که استخر نوع دیگری را بسازیم؛ استخری به شکل هرم ناقص برعکس با پوشش پلیمری.



Bulb جراغ Glowing

بازی‌های اندرویدی
Android
کیمیا هاشمی



۱ هر لامپ باید از طریق سیم‌های برق به یک منبع وصل شود.

۲ شما می‌توانید هر خانه از بازی را 90° ، 180° یا 270° بچرخانید. در این صورت سیم‌های درون آن خانه را نیز به همان میزان دوران می‌دهید.

۳ تعداد دوران‌های شما، شمرده می‌شود. پس بهتر است، این کار را با کمترین تعداد دوران ممکن انجام دهید.

۴ مدت زمان بازی شما ثبت می‌شود. پس تا حد امکان سریع بازی کنید!

حالا به چند سؤال فکر کنید:

- یکی از شکل‌های این بازی هست که هر قدر آن را دوران دهید، تغییری در مسیر سیم‌کشی ایجاد نمی‌شود. حدس می‌زنید این شکل کدام باشد؟
- فرض کنید صفحه‌ای سه در سه و منبعی با چهار خروجی در اختیار شما قرار گرفته است. بیشترین تعداد لامپی که می‌توان در این صفحه قرار داد، به‌طوری که همه آن‌ها برق‌رسانی شوند، چقدر است؟ اگر این منبع سه خروجی داشته باشد، چطور؟

بازی «جراغ افروز» یک بازی یک نفره است که می‌توانید آن را از طریق لینک زیر دانلود کنید:

<http://play.google.com/store/apps/details?id=com.glowthebulb.bulbglowing>

در این بازی شما باید لامپ‌های موجود در هر مرحله را طوری برق‌رسانی کنید که تمام آن‌ها روشن شوند. البته برای طراحی مسیر سیم‌های برق، باید شبکه درهم ریخته‌ای را که در هر مرحله در اختیار شما قرار می‌گیرد، با قوانین زیر سر و سامان دهید:

با استفاده از نشانک زیر، بازی را دانلود کنید.



- وسایل لازم:
- کاغذ و مداد
- یازده تا کارت که روی آن‌ها عددهای ۵- تا ۵ نوشته شده است.
- ماشین حساب (اختیاری)

شرح فعالیت:

در این بازی یک نفر مسئول کارت‌هاست. او کارت‌ها را بُر می‌زند و به پشت روی میز قرار می‌دهد. در طول بازی هر بار یک کارت برمی‌گرداند و عدد روی آن را اعلام می‌کند.

بازی با اعداد

زهره پندی

بازی‌هایی برای کلاس درس

ابتدا همه بازیکنان روی یک مدل عبارت توافق می‌کنند. هر کدام از بچه‌ها یک عبارت خالی از نوع توافق شده برای خودش می‌نویسد. مثلاً این مدل برای هفتمی‌ها جالب است:

$$\square + \square - \square - \square$$

یا این مدل برای هشتمی‌ها:

$$\begin{array}{r} \square \times \square \\ \hline \square \times \square \end{array}$$

در این حالت اگر کسی مجبور شود صفر را در مخرج قرار دهد، آنچه ساخته است از نظر ریاضی تعریف نشده است و می‌توانید قرار بگذارید که در آن دور هیچ امتیازی نگیرد. یا این مدل برای کلاس نهمی‌ها:

$$\left(\left(\square \right) \right)$$

مسئول کارت‌ها یک کارت را برمی‌گرداند و عدد روی آن را اعلام می‌کند. هر کس این عدد را در یکی از جاهای خالی عبارت خودش می‌گذارد. سپس عدد بعدی اعلام می‌شود و باز هر بازیکن عدد اعلام شده را در یکی از جاهایی از عبارت خود که هنوز پر نشده است، قرار می‌دهد و بازی به همین ترتیب ادامه می‌یابد.

وقتی همه جاهای خالی عبارت‌ها پر شدند، هر بازیکن حاصل عبارت خودش را حساب می‌کند. برنده کسی است که حاصل عبارتش از بقیه بیشتر باشد. به عبارت‌های زیر نگاه کنید. سه نفر این عبارت‌ها را در یک دور بازی ساخته‌اند. کدام برنده است؟

$$\left(\left(\left(\left(\square \right) \right) \right) \right)$$

$$\left(\left(\left(\left(\square \right) \right) \right) \right)$$

$$\left(\left(\left(\left(\square \right) \right) \right) \right)$$

آیا برای پیدا کردن برنده به ماشین حساب نیاز دارید؟

بازی‌هایی برای کلاس درس

مسابقه بردارها

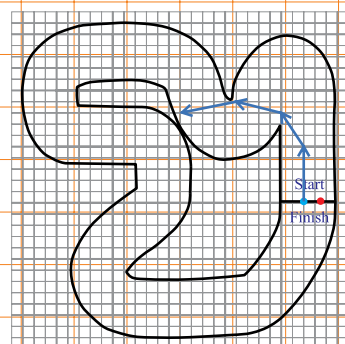
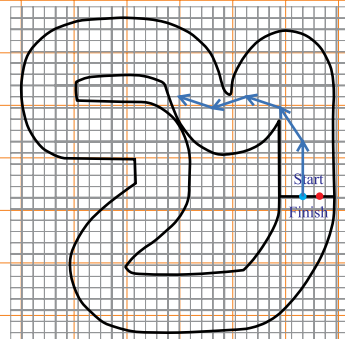
زهره پندی

بکشید. هر یک از مختصه‌های هر بردار نباید بیشتر از دو واحد با مختصه متناظر خود در بردار قبلی فاصله داشته باشد. مثلاً اگر بردار $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ را رسم کرده باشید، در حرکت بعدی فقط می‌توانید یکی از بردارهای زیر را رسم کنید:

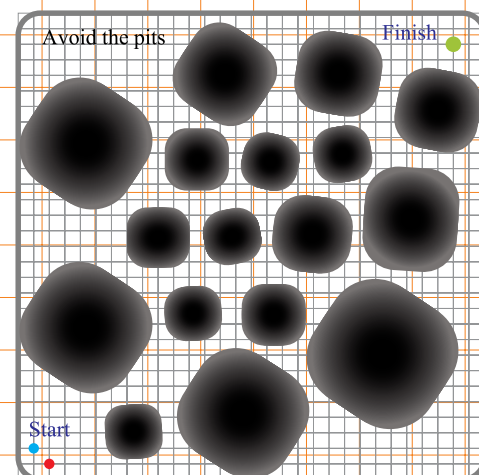
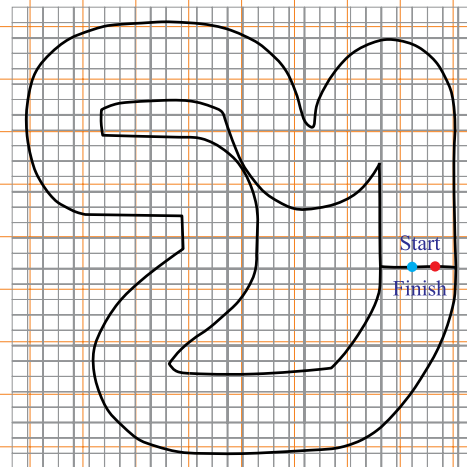
$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$

برنده بازی کسی است که با تعداد کمتری بردار بتواند به نقطه پایان برسد؛ بدون آنکه از مسیر بیرون بزند یا به موانع برخورد کند.

در تصویرهای زیر، شروع حرکت دو نفر را می‌بینید. حرکت هر دو را ادامه دهید، یکی از آن‌ها قادر به ادامه بازی نیست. کدام یک؟



منبع: <https://nrich.maths.org/8039>



شرح فعالیت:

این بازی را می‌توانید با چند نفر از دوستانتان انجام دهید. بازی را با رسم یک بردار که ابتدای آن در نقطه شروع است، آغاز کنید. در هر حرکت بعدی باید یک بردار از انتهای بردار قبلی



بهزاد اسلامی مسلم

برهان و بچه‌های کلاس ریاضی

اولین بار، مجله برهان را بیست و چهار سال پیش دیدم (بیست و چهار! چه عدد بزرگی!). آن وقت‌ها، دانش آموز اول راهنمایی بودم و پدرم شماره‌های یک تا چهار برهان را برایم خریده بود. خیلی سال بعد از آن، برای برهان مقاله می‌نوشتیم، و این کار را تا چند سال پیش ادامه دادم.

شاید بپرسید الان نظرم درباره برهان چیست؟ خُب بگذارید بگویم: خیلی خوب و پر از تحسین! توضیح می‌دهم: تا حالا ۱۱۰ شماره از مجله برهان چاپ شده است. گنج است، گنج! شک نکنید! کجا می‌توانید به زبان فارسی، این همه مطلب ریاضی خوب، برای متوسطه اول پیدا کنید؟ هیچ‌جا! تازه مطالب برهان روز به روز زیباتر، رنگی‌تر، متنوع‌تر و آموزنده‌تر شده است. نویسنده‌ها و دست‌اندرکاران تهیه محتوای برهان، برای نوشتن مقاله‌ها و آماده کردن مجله، فکر و بحث می‌کنند و می‌گردند و وقت می‌گذارند.

سال‌هاست که معلم ریاضی متوسطه اول (و راهنمایی سابق) هستم. برهان، هم برای شما دانش‌آموزان خوب است و هم برای ما معلم‌ها. گاه‌به‌گاه سراغ مجله‌ها یا فایل‌های مجله‌ها می‌روم، ورقشان می‌زنم تا مطلبی برای کلاس انتخاب کنم. بعضی مقاله‌ها را خودم برای بچه‌ها توضیح می‌دهم. بعضی‌ها را هم به خود بچه‌ها می‌دهم تا خودشان بخوانند و یاد بگیرند و لذت ببرند، و بعد سر کلاس درباره‌شان صحبت کنیم.

چند روز پیش، از برهان یک مقاله درباره آمار انتخاب کردم: مقاله «ورزش و آمار»، از شماره ۸۲ که در اردیبهشت ۹۵ چاپ شده است، به قلم حسین غفاری.

به هر یک از بچه‌ها، یک نسخه از مقاله را دادم تا بخوانند. سرعت و دقت بچه‌ها در خواندن مقاله، متفاوت بود. حدود ۱۵ دقیقه طول کشید تا همه کارشان تمام شود. زمانی که

ممکن است بگویید «آیا می‌شود این ۱۱۰ شماره مجله برهان را در جایی پیدا کنم؟»

خوشبختانه اینترنت و گوشی‌های هوشمند و کامپیوتر، به کمک من و شما می‌آیند: پنجاه

شماره آخر برهان، در سایت رسمی مجلات رشد، هست:

roshdmag.ir/fa/magazine2/issue/archive/13

هفتاد و چهار شماره اول برهان هم روی سی‌دی قرار گرفته است، برای اطلاعات بیشتر با

دفتر مجله تماس بگیرید.

مقاله را می‌خواندند، پیش آن‌ها می‌رفتم و سؤال‌هایی از آن‌ها می‌پرسیدم تا مطمئن شوم کار خوب پیش می‌رود.

نمودار آخر مقاله، کمی ناخوانا بود. روز قبل، آن را از سایت فیفا پیدا کرده بودم و در کلاس، روی پرده ویدئوپروژکتور به بچه‌ها نشان دادم.

وقتی همه بچه‌ها مقاله را تا آخر خواندند، درباره مقاله شروع کردم به پرسش و پاسخ. شما هم اگر دوست دارید، با استفاده از نشانک پایین، مقاله را بخوانید و برای پاسخ دادن به پرسش‌ها با بچه‌های کلاس من همراه شوید:

● مقاله می‌گوید آمار در ورزش کاربرد دارد. چه کاربردهایی؟

● آمار عملکرد بازیکن‌ها طی مسابقه، در همان زمان انجام مسابقه هم فایده دارد؟ چه فایده‌ای و برای چه کسی؟

● نمودارهای آخر مقاله، چه چیزی را نشان می‌دهند؟



● بازیکن شماره ۷ ایران، در کدام قسمت‌های زمین فوتبال بیشتر حضور داشت؟

● با توجه به نمودارهای آخر مقاله، در جام جهانی ۲۰۱۴، ایران با آرژانتین دفاعی بازی کرد یا هجومی؟

خُب برای پاسخ دادن به این پرسش‌ها، بین بچه‌ها بحث و گفت‌وگو در گرفت، بحث‌های جالبی که شاید شما هم الان دارید با دوستانتان تجربه می‌کنید.

برنامه مقاله‌خوانی را با این پرسش از بچه‌ها به پایان رساندم: «این کار را دوست داشتید؟»

خوشحالم که اکثرشان از خواندن مقاله راضی بودند. دوست دارم که باز هم از صندوق گنج برهان، مرواریدهایی انتخاب کنم و به دوستان نوجوانم در کلاس، هدیه دهم.

آخرین سخن

برهان ۱۱۰، پنجاه و دومین شماره‌ای از این مجله است که من سردبیرش بوده‌ام. در این پنجاه و دو شماره، مجله با سرعت بسیار بیشتری نسبت به گذشته تغییر کرد. ● مجله فصلنامه بود، ماهنامه شد. ● مجله دو رنگ بود، تمام رنگی شد. ● شکل و قالب نوشتاری مطالب مجله تنوع بیشتری پیدا کرد و از تصویر و شکل در آن‌ها بیشتر از قبل استفاده شد و نقش متن کم‌تر شد. ● در مطالب مجله، کاربردهای ریاضی و جنبه‌های سرگرم‌کننده ریاضیات بیش از قبل مورد توجه قرار گرفت. ● مطالب مجله با موضوعات روز و ارتباط آن‌ها با ریاضیات مانند اقتصاد، سرشماری، و محیط زیست هم‌سو شد.

اما در زیر پوست همه این مطالب، نویسندگان و کارشناسان مجله سعی داشتند «ریاضی گونه اندیشیدن» را فرهنگ سازی کنند، راه طولانی و پرماجرایی را طی کردیم تا به اینجا رسیدیم. و البته در این راه، من تنها نبودم، به واقع اگر همراهی شوراهای کارشناسی، شوراهای برنامه‌ریزی، شورای تیرت، گرافیک، مدیر داخلی، و هیئت تحریریه مجله نبود، آرزوهایمان برای هر چه خواندنی‌تر و جذاب‌تر و مفیدتر شدن مجله برای شما دانش‌آموزان، به تحقق نزدیک نمی‌شد.

من در واقع وارث کوچکی از یک میراث ارزشمند در خانواده آموزش و پرورش بودم که نزدیک به ۹ سال با تمام انرژی و توان خود، از آن محافظت کردم و در بالیدن آن کوشیدم. و اکنون مقرر شده است تا آن را به وارثان بعدی آن بستانم. برای گروه بعدی، صمیمانه آرزوی موفقیت می‌کنم. سپیده چمن‌آرا/ آذر یک هزار و سیصد و نود و هشت

نمایش نامه های پارادوکسیکال

دادگاه پروتاگوراس

شماره تقی دستجردی

پروتاگوراس با صدایی رسا که حاکی از اعتماد به نفس اوست، سخنانش را ادامه می دهد.

پروتاگوراس: جناب قاضی حق با شماست. سال ها این شخص شاگرد من بود و از فن سخنوری و وکالت هر آنچه می دانستم، از او دریغ نکردم. اما او تاکنون هیچ هزینه ای برای آنچه که از من فراگرفته، نپرداخته است. **قاضی:** بسیار خب! می خواهم از زبان خودش بشنوم داستان چه بوده است.

قاضی رو به یوتالوس جوان می کند تا او سخن آغاز کند. هم زمان با قاضی، پروتاگوراس و بقیه حاضران هم به شاگرد نگاه می کنند. یوتالوس بدون ذره ای ترس و دلهره شروع به صحبت می کند.

یوتالوس: سلام بر قاضی بادرایت شهر. جناب قاضی، حق با شما و پروتاگوراس است. من مدت ها شاگرد او بودم و در این مدت هم فنون زیادی را از سخنوری و وکالت از او آموختم. اما قبل از اینکه پروتاگوراس فن وکالت را به من بیاموزد، برای پرداخت دستمزد آموزه هایش با هم توافقی کردیم.

قاضی: بسیار خب، به طور دقیق بگو آن توافق چه بوده است؟

یوتالوس: جناب قاضی، من و پروتاگوراس توافق کردیم که لزومی به پرداخت شهریه آموزش نیست تا زمانی که من در اولین دادگاهم پیروز شوم. اما من پس از اتمام دوره آموزشی ام، به فراگیری موسیقی روی آورده ام و هرگز تا به امروز برای وکالت کسی پای در هیچ دادگاهی نگذاشته ام. به این ترتیب، طبق توافقمان، از پرداخت حق الزحمه استاد خویش امتناع کرده ام. آیا در این شرایط باید چیزی پرداخت می کردم؟

۴۳۰ سال قبل از میلاد مسیح، دادگاه بزرگ شهر آتن، یونان

پروتاگوراس و شاگردش **یوتالوس** در دادگاه بزرگ شهر ایستاده اند. تعدادی از شاگردان و طرفداران پروتاگوراس و برخی از مردم شهر هم در دادگاه حضور دارند. پروتاگوراس و یوتالوس هر دو چنان آرام و خونسرد هستند که گویی هر یک مطمئن از رأی دادگاه به نفع خویش اند. برخی از حاضران در دادگاه هم زیر لب سخن می گویند و رفتار آن دو را زیر نظر دارند. پس از چند دقیقه قاضی وارد می شود و همه حاضران به احترام او ساکت برپا می خیزند.

قاضی: درود بر پروتاگوراس فرزانه. اینجا چه می کنید، آن هم در مقام شاکی؟

پروتاگوراس: درود بر بزرگ مرد عادل شهر آتن. جناب قاضی حقیقت این است که من از یوتالوس شکایت دارم!

قاضی: اما پروتاگوراس، تا جایی که به یاد می آورم، یوتالوس از شاگردان شما بوده است. چطور شده که می خواهید از او شکایت کنید؟ از اینکه بگذریم، توانایی شما در سخنوری و امر وکالت، زبانزد خاص و عام است. چطور است که خودتان نتوانسته اید از پس شاگردتان برآید؟!

باز هم صدای پیچ حاضران شنیده می شود. پروتاگوراس استاد بیشتر وکیلان بزرگ شهر است. او تاکنون در هیچ دادگاهی شکست نخورده و جز **سقراط حکیم**، کسی از پس سخنوری او برنیامده است. هر کسی به جای او بود با شنیدن صدای پیچ مردم احساس می کرد مردم دارند زیر لب، سال ها شهرت و اعتبارش را زیر سؤال می برند. اما

لذت کشف رابطه ها

گاهی وقتی داریم با چند عدد سر و کله می زنیم، متوجه نظم خاصی در آن ها می شویم. بعد سعی می کنیم ببینیم آیا آن نظم خاص برای همه عددها برقرار است؟ و چند عدم دیگر را هم بررسی می کنیم و می بینیم که آن نظم، در همه عددهایی که بررسی کردیم برقرار است. البته این فکر می افتم که آن نظم، یک قاعده کلی برای عددها باشد. اما همان طور که همیشه در مطالب مختلف مجله یادآوری کرده ایم، دیدن چند مثال، حتی اگر تعدادشان زیاد باشد، برای اطمینان از درستی یک رابطه کافی نیست و برای اینکه مطمئن شویم، باید توجیه منطقی و استدلال داشته باشیم.

ما با دوستان شما، هر یک رابطه ای را در مورد بعضی از عددها یافته ایم. منتها هیچ یک از آن ها، دلیل درستی این رابطه ها را در نامه هایشان برای ما ننوشته اند و تنها با مثال هایی، درستی آن ها را نشان داده اند. ما ابتدا از قول آن ها، رابطه ها و مثال ها را برایتان بیان می کنیم، سپس دلیل درستی یکی از آن ها را با استفاده از عبارت های جبری نوشته ایم. شما خودتان استدلال بعدی را کامل کنید.

با سلام؛ من از طریق استدلال استقرایی، به رابطه زیر پی بردم و درستی آن را تا عدد ۸۰۸۲۰۱ بررسی کردم.

تعداد عددهای طبیعی بین دو عدد طبیعی که مجذور کامل متوالی هستند، برابر است با ۲ برابر جذر عدد کوچک تر.

مثال ۱. ۱، ۲، ۳، ۴

۱ و ۴، دو مجذور کامل متوالی هستند، بین آن ها دو تا عدد ۲ و ۳ وجود دارد و

$$2 = 2 \times \sqrt{1}$$

مثال ۲. ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹

۴ و ۹، دو مجذور کامل متوالی هستند، و بین آن ها چهار تا عدد ۵ و ۶ و ۷ و ۸ وجود دارد و

$$4 = 2 \times \sqrt{4}$$

مثال ۳. ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶

۶ تا عدد

$$6 = 2 \times \sqrt{9}$$

واضح است که برای یافتن تعداد عددهای طبیعی بین دو مجذور کامل که متوالی نیستند، مانند ۴ و ۱۶، که ۹ بینشان است، باید ابتدا تعداد اعداد طبیعی بین ۴ و ۹ را به دست آوریم، سپس تعداد اعداد طبیعی بین ۹ و ۱۶ را حساب کنیم، بعد این دو را با هم جمع می کنیم و به این حاصل جمع، تعداد مجذورهای کامل بین ۴ و ۱۶، (یعنی ۹ که یکی است) را اضافه می کنیم:

$$d_1 = 2 \times 2 = 4, \quad d_2 = 2 \times 3 = 6, \quad d = 4 + 6 + 1 = 11$$

پریا پرسا - فارغ التحصیل دوازدهم تجربی - استان آذربایجان شرقی

اثبات:

اگر رابطه خانم پرسا را به زبان ریاضی بنویسیم، ارزش رابطه برایمان آشکار می شود، زیرا ممکن است بگویید که در مثال هایی که زده شده، مثلاً تعداد عددهای بین ۱ و ۴، یا بین ۴ و ۹ که معلوم است. منتها در واقع ما در حالت کلی می خواهیم بدانیم بین n^2 و $(n+1)^2$ چند عدد طبیعی وجود دارد؟ تعداد اعداد بین دو عدد طبیعی، یکی کمتر از اختلاف آن ها است، پس:

$$(n+1)^2 - n^2 - 1 = n^2 + 1 + 2n - n^2 - 1 = 2n$$

که $2n$ جذر عدد n^2 است.

با سلام احترام

۱. در تمام الگوهای تصویری که اختلاف بین تعداد اجزای هر دو شکل برابر باشد و همچنین اختلاف بین دو شکل اول کمتر از تعداد شکل اول باشد از طریق رابطه زیر می شود تعداد اجزا در شکل n ام را به دست آورد.

$n =$ شماره شکلی که می خواهیم به دست آوریم (تعداد شکل اول - اختلاف بین دو شکل) + (اختلاف بین دو شکل × شماره شکل مورد نیاز) = تعداد اجزای شکل n ام

مثال (فقط تعداد را نوشته ایم):

..... و ۴۶ و ۳۵ و ۲۴ و ۱۳

اختلاف بین تعداد هر دو شکل ۱۱ تا است که کمتر از تعداد شکل اول یعنی ۱۳ می باشد در نتیجه تعداد اجزای شکل پنجم برابر است:

$$57 = (11 - 13) + (5 \times 11)$$

۲. در تمام الگوهای تصویری که اختلاف بین تعداد اجزای هر دو شکل برابر باشد و همچنین اختلاف بین دو شکل اول بیشتر از تعداد اجزای شکل اول باشد از طریق رابطه زیر می شود تعداد اجزای شکل n ام را به دست آورد.

$n =$ شماره شکلی که می خواهیم به دست آوریم (تعداد شکل اول - اختلاف بین دو شکل) - (اختلاف بین دو شکل × شماره شکل مورد نیاز) = تعداد اجزای شکل n ام

مثال (فقط تعداد را نوشته ایم):

..... و ۲۰۱ و ۱۴۹ و ۹۷ و ۴۵

اختلاف بین هر دو شکل ۵۲ تا است که بیشتر از عدد شکل اول یعنی ۴۵ می باشد در نتیجه تعداد اجزای شکل پنجم برابر است:

$$253 = (52 - 45) - (5 \times 52)$$

با تشکر فراوان از معلم عزیزم آقای سلطانی

امیرعلی ابویسانی، کلاس ششم، دبستان امید مشهد

قاضی به نشانه تائید حرف‌های یوتالوس، سری تکان می‌دهد. اما هم قاضی و هم بقیه حاضران در دادگاه مطمئن هستند که پروتاگوراس پیر حتماً دلیلی محکمه‌پسند دارد که پای خود و شاگردش را به دادگاه باز کرده است. قاضی رو به پروتاگوراس می‌کند تا ادعای او را بشنود.

قاضی: اگر چه به‌نظر می‌رسد دلیلی برای پرداخت شهریه نباشد، اما از تو می‌خواهم دلیل شکایت را مطرح کنی.

پروتاگوراس که با تدبیر و نقشه پای شاگردش را به این دادگاه کشانده بود، پرغور از اینکه همه چیز دارد طبق نقشه‌اش پیش می‌رود، با پوزخندی تمسخرآمیز سخن می‌گوید.

پروتاگوراس: جناب قاضی، حق با شاگرد من است. ما چنان توافقی کرده‌ایم و او هم تا امروز به هیچ دادگاهی قدم نگذاشته است. اما امروز اگر به نفع او رأی دهید و او پیروز شود، طبق توافق ما، او باید حق آموزش مرا بپردازد.

یوتالوس: جناب قاضی اعتراض دارم.

همه از اینکه یوتالوس ناگهان سخنان پروتاگوراس را قطع کرده است، تعجب کرده‌اند. قاضی با نگاه به یوتالوس، اجازه می‌دهد که یوتالوس اعتراضش را بیان کند.

یوتالوس: جناب قاضی، اما رأی دادن شما به نفع من، یعنی که من نباید بهایی به پروتاگوراس بپردازم. پس حتی اگر در این دادگاه که اولین دادگاه من است، پیروز شوم، باز هم نباید چیزی به او پرداخت کنم! آیا چنین نیست؟ همه مبهوت از سخنان پروتاگوراس و یوتالوس، به آن‌ها نگاه می‌کنند. قاضی هم مانند بقیه متعجب شده است.

قاضی: بسیار خوب یوتالوس. اعتراضت را شنیدم. اما اکنون می‌خواهم پروتاگوراس سخنانش را ادامه دهد. **پروتاگوراس:** جناب قاضی، عقیده من همان است که گفتم. اگر یوتالوس امروز پیروز شود، طبق توافق ما باید حق آموزش مرا بپردازد. از طرف دیگر، پیروزی من در این دادگاه به معنای آن است که شما رأی داده‌اید که یوتالوس باید شهریه آموزش مرا بپردازد. پس در هر دو صورت، او امروز باید شهریه‌اش را بدهد.

یوتالوس: اعتراض دارم جناب قاضی.

قاضی و دیگر حضار، در حالی که از استدلال پروتاگوراس مبهوت هستند، به یوتالوس نگاه می‌کنند.

قاضی: می‌توانی از خودت دفاع کنی یوتالوس.

یوتالوس: آخر چگونه باید حق آموزشم را به پروتاگوراس بپردازم، در حالی که اگر امروز و در این دادگاه پیروز نشوم، هنوز در هیچ دادگاهی پیروز نشده‌ام که بخواهم به توافقمان عمل کنم. در حالت دیگر هم، اگر پروتاگوراس در این دادگاه پیروز نشود، پس به معنای آن است که من نباید به او چیزی بپردازم. پس در هر حالت من پولی به او نخواهم داد.

قاضی نیز مانند دیگر حاضران در دادگاه سخت حیران شده و به فکر فرو رفته است. همه منتظر هستند تا قاضی چیزی بگوید. پس از گذشت دقیقه‌ای، بالاخره قاضی سکوت حاکم بر دادگاه را می‌شکند.

قاضی: پروتاگوراس و یوتالوس، اظهارات هر دوی شما را

شنیدم. اما من چند روزی فرصت می‌خواهم تا بتوانم حکم دهم که آیا یوتالوس موظف به پرداخت شهریه آموزش پروتاگوراس هست یا نه. بنابراین ختم جلسه امروز را اعلام می‌کنم.

«پارادوکس» کلمه‌ای یونانی است که از دو قسمت «پارا» و «دوکس» تشکیل شده است. پارا به معنای «برخلاف» و دوکس به معنای «اعتقاد». به همین دلیل، منطق‌دان‌ها استدلالی را که به نظر درست می‌رسد، ولی با فرض‌های قبلی گفته شده آن استدلال، یا با اعتقادات و شهود مردم، هماهنگ نباشد و به نظر افراد عجیب برسد، پارادوکس می‌نامند. شناخت و رفع کردن اشکال پارادوکس‌ها باعث پیشرفت‌های بسیاری در ریاضیات، فلسفه و علوم تجربی شده است. با این حال، هنوز پارادوکس‌هایی وجود دارند که حتی برای منطق‌دان‌ها نیز حل نشده‌اند.



تصویرگر: حسین یوزباشی

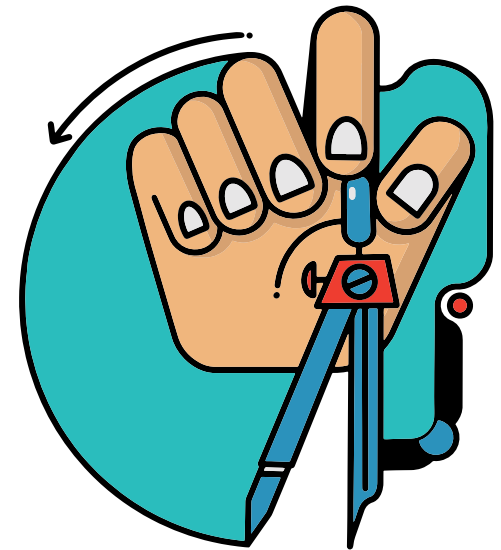
نظر شما چیست؟
اگر شما جای
قاضی بودید چه
حکمی می‌دادید؟
آیا اشتباه از خود
پروتاگوراس بوده که از
ابتدا چنین توافقی کرده
است یا می‌توان جوابی برای
آن پیدا کرد؟

پروتاگوراس یکی از فیلسوفان (یا به تعبیر افلاطون، سوفیست‌های) بنام یونان بود که حدود سال‌های ۴۹۰ تا ۴۲۰ قبل از میلاد مسیح زندگی می‌کرد. او و دیگر سوفیست‌ها، در قبال آموزش فن سخنوری برای پیروز شدن در بحث‌ها و جدل‌ها، از مردم حق‌الزحمه دریافت می‌کردند. به نظر آن‌ها این فنون برای موفقیت‌های سیاسی و اجتماعی و از میان به در کردن طرف مقابلشان، لازم بود.

اما داستانی که در اینجا روایت شد، چه واقعی باشد چه از اساس افسانه، از مشهورترین و قدیمی‌ترین پارادوکس‌هایی است که مطرح شده‌اند. آن را «پارادوکس پروتاگوراس» یا «پارادوکس دادگاه» می‌نامند و پس از گذشت قرن‌ها، جنبه‌های منطقی این پارادوکس در دانشکده‌های حقوق مورد بررسی قرار می‌گیرد. آنچه که مورد پذیرش حقوق‌دان‌هاست، این است که احکام با نگاه به گذشته صادر می‌شوند. در این مورد خاص که در داستان آمده، چون تا روز دادگاه، شاگرد پروتاگوراس کار اشتباهی انجام نداده، پس پروتاگوراس حق شکایت از او را نداشته است. پس باید قاضی به نفع شاگرد رأی دهد.

با این حال، از سردرگمی قاضی و جنبه‌های حقوقی آن که بگذریم، در اینجا دو استدلال آمده است: یکی از طرف پروتاگوراس برای مجبور کردن یوتالوس به پرداخت هزینه و دیگری از طرف یوتالوس برای پرداخت نکردن هزینه. هر دوی این استدلال‌ها درست هستند و در کنار هم نیز متناقض نیستند.

در یکی دیگر از شماره‌های این دوره از نشریه، پارادوکسی مشابه با این پارادوکس آمده است. با بازخوانی ۳ شماره قبل آن را پیدا کنید.

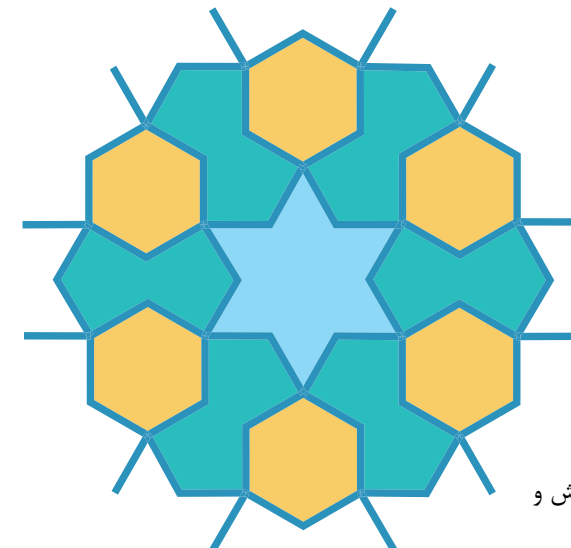


گره‌شش و طبل و شش در زمینه مثلثی

هنر آفرینی با خط کش و پرگار

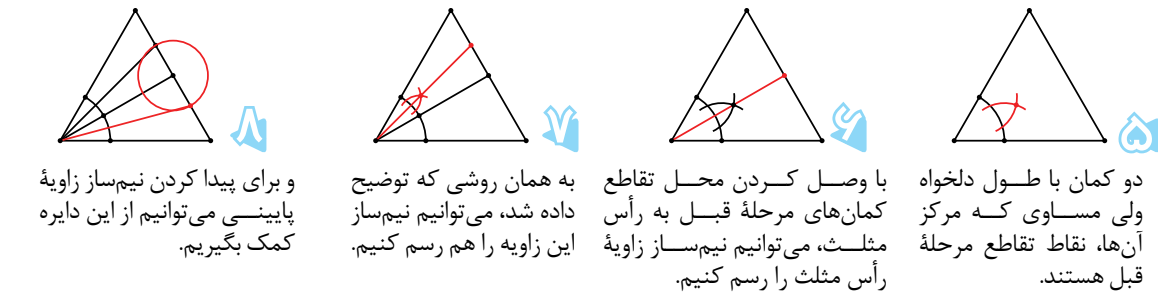
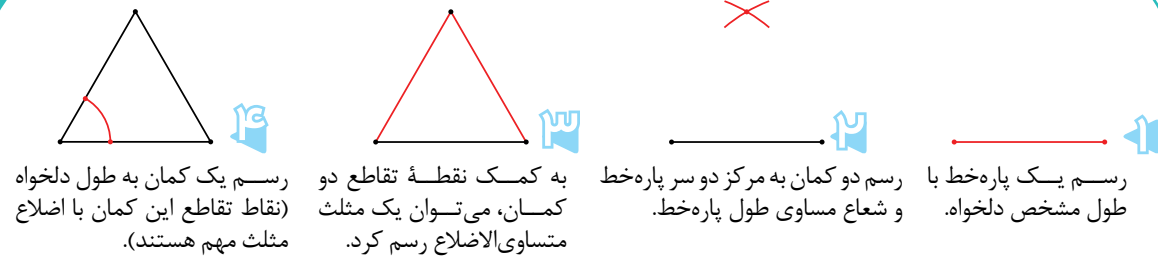
• محدثه کشاورز اصلانی

معماران و استادکاران ایرانی طرح‌های هندسی متنوعی را در معماری ایرانی-اسلامی به کار برده‌اند. نکته جالب اینکه همه این طرح‌ها، با دو وسیله ساده، یعنی خط کش و پرگار، رسم می‌شدند. خط کشی که مدرج نبود و پرگاری که شاید از اتصال یک تکه نخ به یک میخ درست شده بود. در این سلسله مطالب می‌خواهیم تعدادی از این طرح‌ها را به همین شکل رسم کنیم. البته در بعضی موارد هم سعی می‌کنیم که با استفاده از آنچه از ریاضی بلدیم، به جست‌وجوی استدلال‌ها و اندازه‌ها برویم.

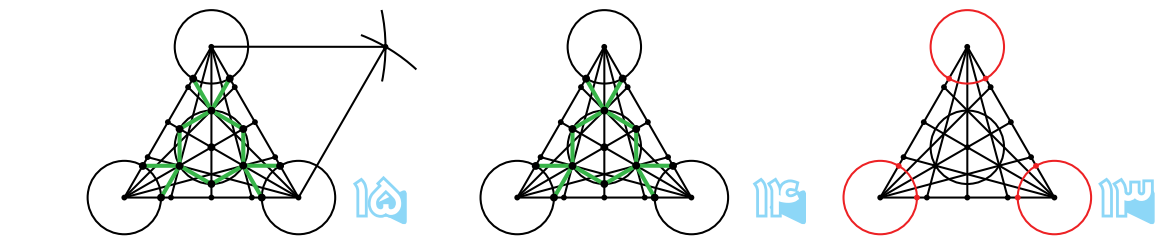
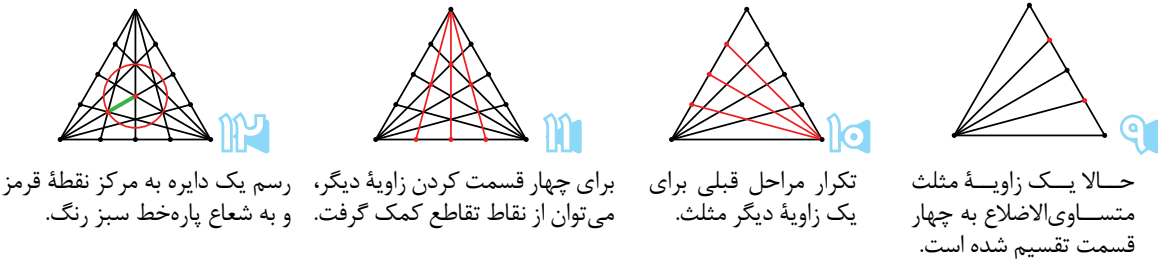


در این شماره می‌خواهیم گره شش و طبل و شش را رسم کنیم! همان‌طور که می‌بینید در نام این گره دو بار کلمه شش آمده است. این کلمه یک بار به شمس شش‌پیر و یک بار به شش ضلعی منتظم اشاره دارد. طرح طبل را هم در تصویر می‌بینید.

سؤال: بعد از اینکه مطلب را تا انتها خواندی و شکل کامل را رسم کردی، بگو شمس شش‌پیری که در این گره می‌بینی چند درجه است؟



سؤال: به نظرت چرا خط قرمز نیم‌ساز زاویه است؟ در واقع، چرا دو زاویه به وجود آمده با هم مساوی هستند؟
کمک گرفتیم؟ سؤال: به نظرت چرا به جای رسم نیم‌ساز زاویه پایینی از این دایره کمک گرفتیم؟



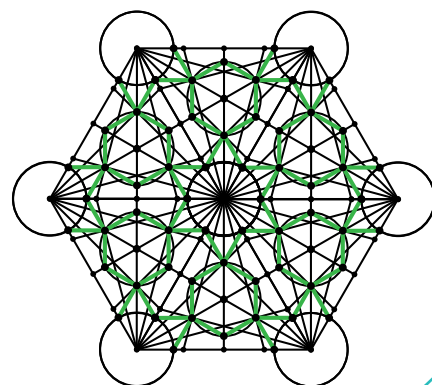
سه دایره جدید رسم می‌کنیم که مرکز آن‌ها سه رأس مثلث هستند و شعاع آن‌ها با شعاع دایره سیاه رنگ برابر است. تا به حال فقط خطوط ساختار را رسم می‌کردیم. حالا خطوط سبز رنگ طرح اصلی هستند. برای گسترش طرح می‌توانیم به این شکل مثلث متساوی‌الاضلاع جدیدی روی ضلع مثلث قبلی بنا کنیم و مراحل را تکرار کنیم.



با استفاده از نشانه، فیلم ترسیم را ببینید.

مثلث متساوی‌الاضلاع مرحله قبل را گسترش دادیم و همه زاویه‌ها را به چهار قسمت تقسیم کردیم. حالا می‌توانی طرح مرحله قبل را روی تمام این مثلث‌ها بکشی و طرح را کامل کنی؟

سؤال: یکی از روش‌های رسم شش ضلعی منتظم، کمک گرفتن از دایره است که در شماره اول از آن استفاده کردیم. با توجه به آنچه در این شماره دیدی، روش دیگری برای رسم شش ضلعی منتظم پیشنهاد بده.



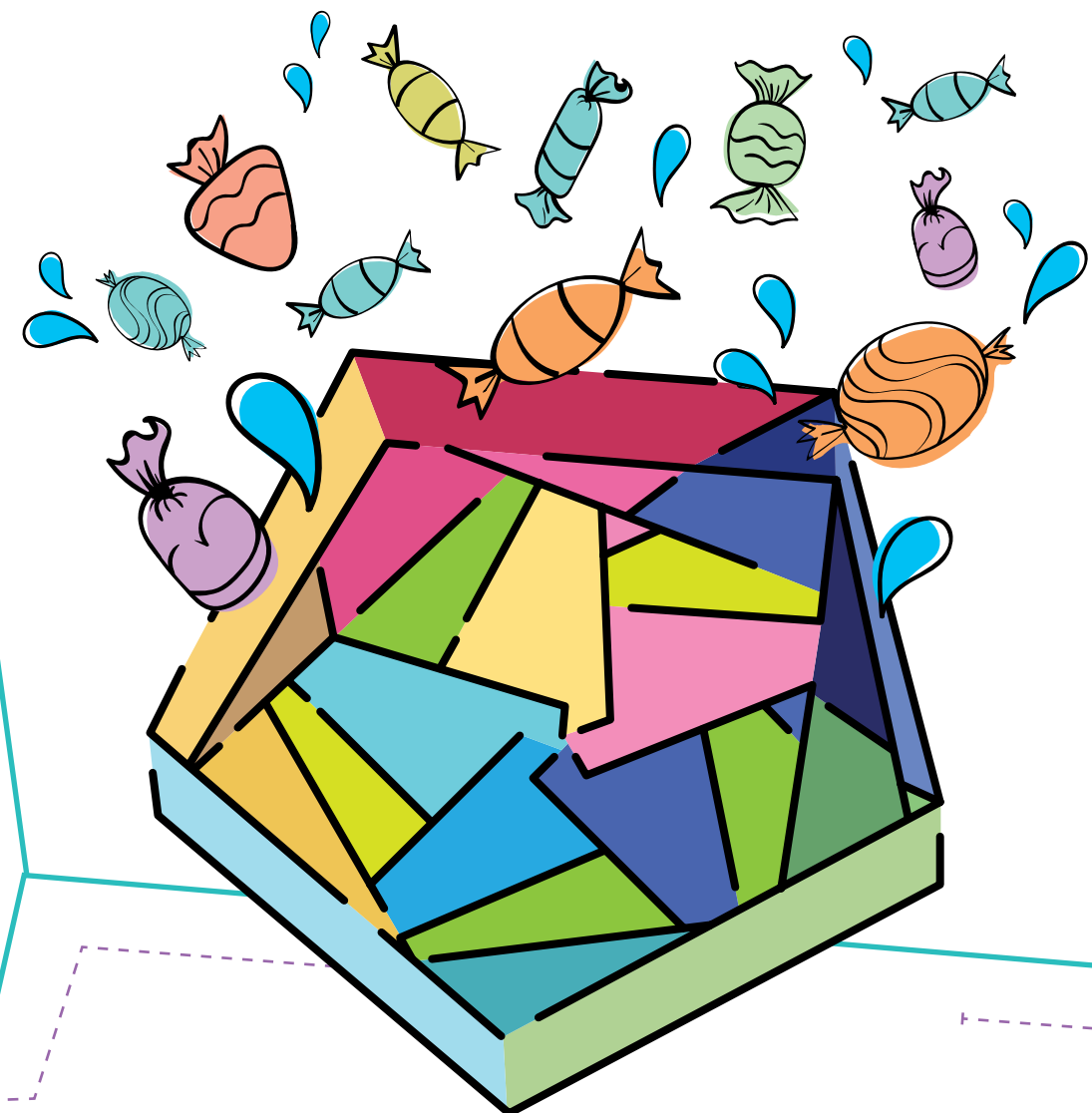
جعبه پنج‌پهلوی

جعبه‌سازی با اریگامی

- پری‌حاجی‌خانی
- عکاس: اعظم لاریجانی



در این شماره می‌خواهیم یک جعبه فانتزی با قاعده پنج ضلعی منتظم بسازیم. برای این جعبه ۱۰ برگ کاغذ مربع لازم داریم. ۵ برگ برای در و ۵ برگ برای بدنه. برای رسم یک پنج ضلعی منتظم به روش‌های متفاوت، به خط‌کش، نقاله و پرگار نیاز داریم. اما در اینجا ما تنها با استفاده از تا کردن کاغذ می‌توانیم یک منشور با قاعده پنج ضلعی منتظم درست کنیم. می‌دانیم که زاویه‌های داخلی پنج‌ضلعی ۱۰۸ درجه است. آیا روش دیگری غیر از تا کردن را می‌شناسید که بتوانید با آن این زاویه را درست کرد؟ اگر می‌خواهید با ترسیم دقیق یک پنج‌ضلعی منتظم آشنا شود، از نشانک‌های مقابل استفاده کنید.



فرهنگ ریاضی مدرسه

جعفر ربّانی

هر علم یا شغل و رشته‌ای، اسامی و اصطلاحاتی دارد که اهل آن علم یا شغل و رشته باید با آن‌ها آشنا باشند و گرنه در کارهای خود یا در فهم آن علم موفق نخواهند شد. درس ریاضی هم همین‌طور است. اسامی، اصطلاحات و تعریف‌های فراوانی دارد که هر دانش‌آموز مدرسه باید آن‌ها را بداند و بشناسد.

بنابراین، وظیفهٔ مدیران مدارس یا دبیران ریاضی است که اولاً بچه‌ها را با کتاب‌هایی که در این باره نوشته شده آشنا کنند و ثانیاً به تعداد کافی از این گونه کتاب‌ها خریداری و در کتابخانه یا دفتر مدرسه نگهداری کنند و به امانت در اختیار دانش‌آموزان بگذارند. کتابی که برای شما معرفی می‌کنیم یکی از همین کتاب‌هاست.

این کتاب، همان‌طور که روی جلد آن نوشته شده، ویژهٔ کودکان و نوجوانان است؛ و با وجود اینکه اغلب واژگان آن در ارتباط با موضوعاتی است که در دورهٔ ابتدایی آموزش داده می‌شوند، ولی برای دانش‌آموزان دورهٔ اول متوسطه نیز مناسب است. این کتاب حدود ۲۰۰

مدخل دارد. مدخل یعنی همان اسم، واژه، تعریف یا اصطلاحی که درباره‌اش در کتاب توضیح

داده شده است. تعدادی از این اسم‌ها و واژه‌ها، برای نمونه، عبارت است از: استوانه، بیلیون، پرگار، تقریب زدن، ترازو، ثانیه،

جرم، چند وجهی، حجم، خط تقارن، درصد، دوزنقه، زاویهٔ باز، شعاع، عدد پی، کسر متعارفی، گونیاء، مثلث، منشور، نیمساز، هکتار، یال.

لازم به ذکر است که تعریف‌هایی که در این کتاب آمده، هم‌سو با کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای ایران تنظیم شده است تا برای دانش‌آموزان ایرانی کاملاً قابل استفاده باشد.

در اینجا تعریف سه اسم از اسم‌های بالا را که در همین کتاب آمده است برای شما بازگو می‌کنیم. به شما پیشنهاد می‌کنیم شرح یا تعریف بقیهٔ این اسامی را با استفاده از دانسته‌های خود بنویسید و درست یا غلط بودن آن را از معلم ریاضی خود بپرسید. البته بهتر این است که اگر کتاب «فرهنگ ریاضی مدرسه» را در اختیار دارید، جواب‌های خود را با این کتاب مقایسه کنید. سه کلمه‌ای که ما شرح می‌دهیم عبارت است از:

استوانه (ص ۱۷)

استوانه یک جسم فضایی (سه بعدی) است که اگر آن را از هر جای آن موازی با سطح مقطع آن، قطع کنیم دایره‌هایی با شعاع برابر ایجاد می‌شود.

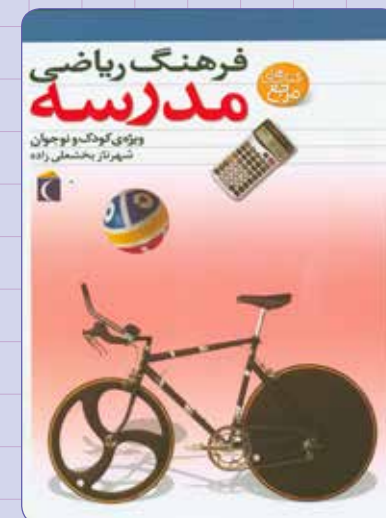
تقریب زدن (ص ۳۵)

گاهی لازم نیست اعداد یا اندازه‌ها را به‌طور دقیق بیان کنیم. برای مثال به جای آن که دقیقاً بگوییم ۱۸۷۶۲ نفر در یک ورزشگاه بودند. یک خبرنگار می‌گوید: تقریباً ۲۰۰۰۰ نفر در ورزشگاه بودند.

زاویهٔ باز (ص ۵۷)

زاویهٔ باز یا منفرجه، زاویه‌ای است که اندازهٔ آن بین ۹۰ تا ۱۸۰ درجه باشد.

ضمناً کتاب فرهنگ ریاضی مدرسه با کاغذ گلاس، جلد سخت و تمام رنگی چاپ شده است.



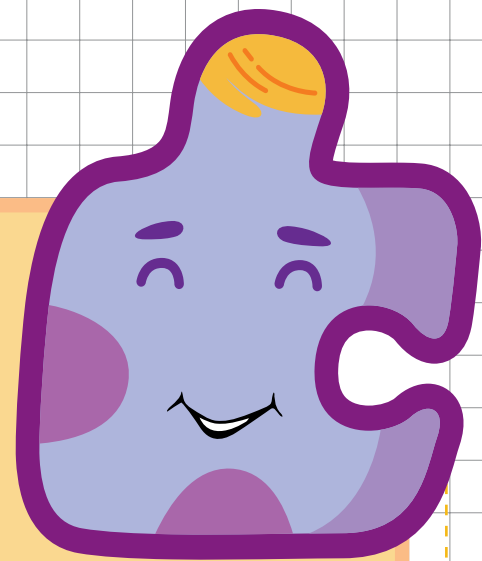
فرهنگ ریاضی مدرسه

نویسنده: شهرناز بخشعلی‌زاده

ناشر: محراب قلم

تلفن: ۰۸۰-۸۷۹۰۶۴۹۶

نوبت چاپ: چاپ دوم، ۱۳۹۴



پازل عددهای اول

مینا راستی

فکر کنید

پازل نمونه

ابتدا	۷	۳۱	۹۷	۲۷
	۱۳	۵۱	۵۶	۹۱
	۲۹	۳۷	۱۹	۶۳
	۱۷	۷۵	۵۹	۱۱۱
	۱	۲۵	۲۳	۶۳
	۱۴	۴۳	۴۱	۸۱
	۴۵	۳۶	۷۱	انتها

پازل نمونه

ابتدا	۷	۳۱	۹۷	۲۷
	۱۳	۵۱	۵۶	۹۱
	۲۹	۳۷	۱۹	۶۳
	۱۷	۷۵	۵۹	۱۱۱
	۱	۲۵	۲۳	۶۳
	۱۴	۴۳	۴۱	۸۱
	۴۵	۳۶	۷۱	انتها

یک نمونهٔ حل‌شده از پازل «عددهای اول» را ببینید و سعی کنید حدس بزنید که قوانین این معمای یک نفره چیست؟

همان‌طور که حدس زده‌اید، در این پازل باید یک مسیر پیوسته از خانهٔ ابتدا به خانهٔ انتها بیابید که خانه‌های مسیر، از یک ضلع به هم وصل باشند و داخل آن‌ها حتماً عددی اول نوشته شده باشد. گاهی ممکن است به مسیرهای انحرافی بروید و به بن‌بست بخورید. ولی ناامید نشوید. حتماً مسیری پیدا می‌کنید. حالا چند نمونه از این پازل را حل کنید.

۲

ابتدا	۹۷	۸۳	۶۱
	۵۹	۱۱۹	۷۹
	۳۷	۱	۲
	۷۷	۶۹	۸۹
	۱۰۱	۱۹	۷۳
	۲۹	۵۷	۹۱
	۴۱	۵۳	۴۷

۱

ابتدا	۱۱	۲۳	۳۷	۴۱	۶۱	۵۷
	۲	۹۱	۱۰۱	۳۹	۵۳	۶۷
	۷	۱۰۳	۵۹	۶۳	۱۹	۱
	۱۳	۴۹	۸۳	۵۱	۲۹	۳۱
	۷۹	۷۳	۷۱	۱۰۹	۱۲۱	۴۳

۴

ابتدا	۱۳	۷۹	۱۰۳	۱۱	۱۰۷	۷۱
	۴۷	۲۹	۹۱	۲۰۱	۴۳	۱
	۱۰۷	۱۹	۱۰۱	۹۳	۷۳	۵۹
	۲	۳۳	۵۷	۵۳	۴۵	۴۱
	۶۱	۱۱۳	۲۳	۱۷	۷۵	۱۰۲
	۵	۹۷	۸۷	۸۳	۸۹	۷

۳

ابتدا	۳۱	۴۳	۲	۱۷
	۴۹	۳۷	۷	۲۳
	۷۳	۵۳	۹۳	۱۹
	۶۳	۶۱	۵۱	۹۱
	۲۹	۴۷	۱۰۹	۹۷
	۱۱۷	۵۹	۱۱۹	۱۱۳
	۱۳	۸۳	۵۷	۱۰۱

۵

ابتدا	۵	۳۷	۳۱	۹۷	۵۷	۳۴	۹۱	۱۱۱
	۲	۷	۷۷	۷۳	۲۹	۵۳	۲۳	۵۹
	۱۹	۶۱	۵۱	۱۱	۲۷	۴۳	۳۹	۴۹
	۱	۳۱	۹	۱۹	۹۳	۷۹	۱۰۱	۴۱



با استفاده از نشانک مقابل، پاسخ پازل‌ها را ببینید.

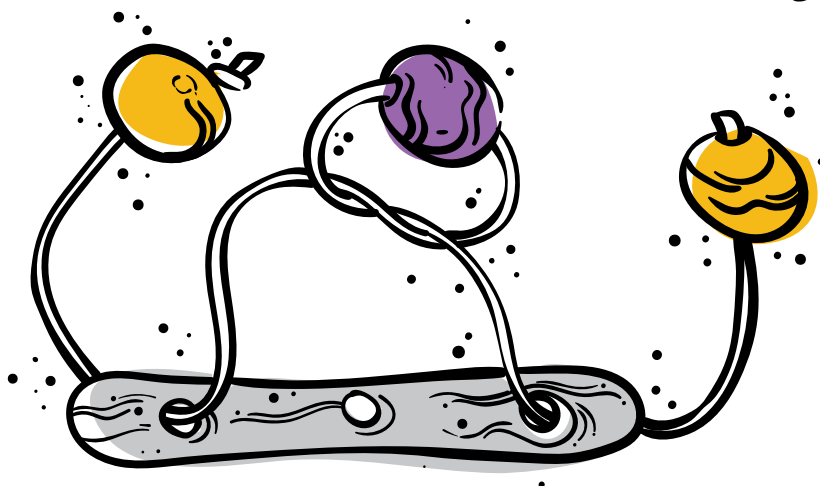


گره را باز کن

با دور ریختنی‌ها معما بسازید

• سپیده چمن‌آرا • عکاس: غلامرضا بهرامی

با استفاده از بعضی وسایل دوروبرمان و حتی وسایلی که ممکن است دور ریختنی باشند، می‌توانیم معماهایی درست کنیم که ساعت‌ها ما را سرگرم کنند، در راه مدرسه وقتی در اتوبوس یا تاکسی نشسته‌اید، یا در سفر، یا شب‌ها که خوابتان نمی‌برد! یا وقتی که می‌خواهید دوستانتان را سر کار بگذارید! پس این وسایل را جمع کنید و با ما در ساختن معماها همراه شوید.



۱ وسایل لازم: • یک عدد چوب

بستنی • ریسمان نسبتاً نازک (۳۵ سانتی‌متر) • سه تا مهره • خط‌کش یا متر اندازه‌گیری • قیچی • سوراخ‌کن کاغذ

۲ روی چوب بستنی، مطابق تصویر با فاصله‌های مساوی، سه سوراخ ایجاد کنید. سوراخ‌ها آن قدر بزرگ باشند که مهره‌ها از آن‌ها رد نشوند، ولی سه لا از ریسمان از آن به راحتی بگذرد.

۳ مانند تصویر، ریسمان نازک را از سوراخ یکی از مهره‌ها رد کنید.

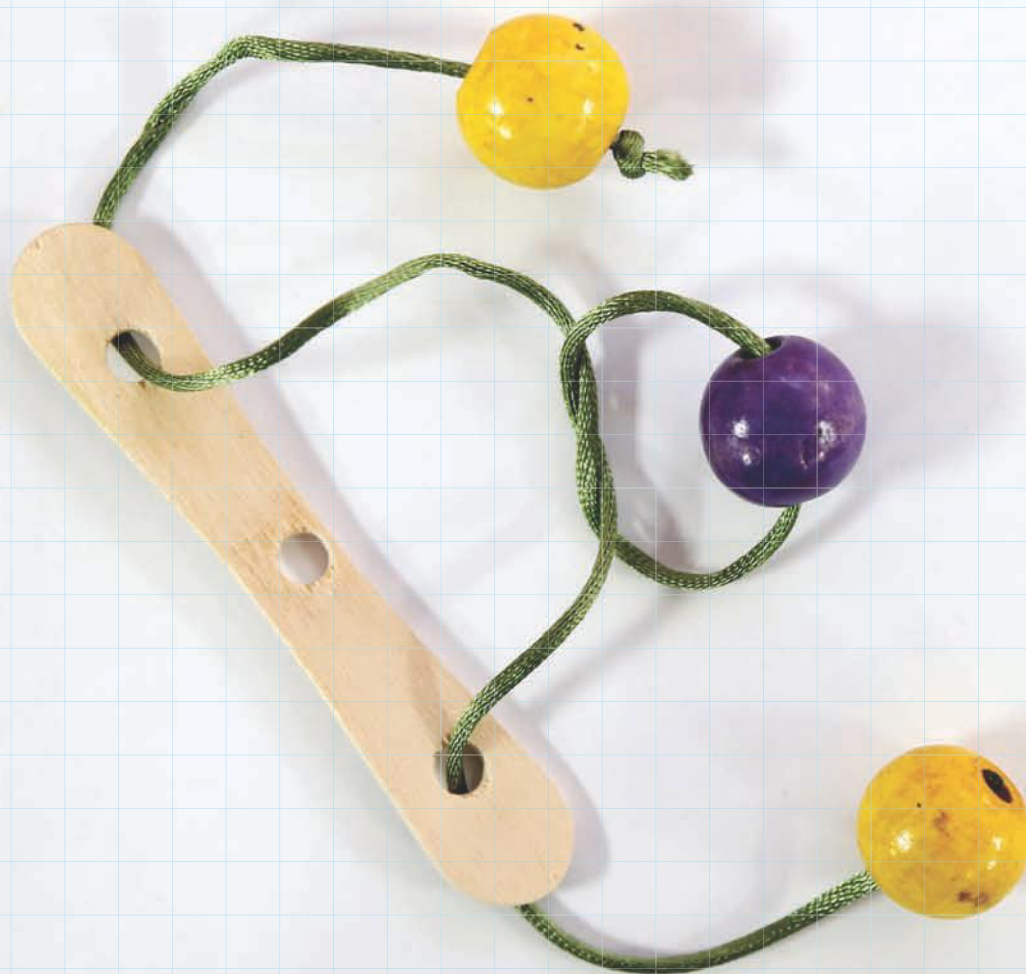
۴ دو سر آزاد ریسمان را بگیرید و یک گره بزنید.

۵ اکنون دو سر ریسمان را مطابق تصویر از دو سوراخ دو انتهای چوب بستنی رد کنید.

۶ از هر سر آزاد ریسمان یک مهره رد کنید و هر انتها را گره بزنید. گره‌ها را کور کنید و داخل مهره‌ها پنهان کنید. اکنون معمای شما آماده است. باید گره ریسمان را باز کنید و سپس دوباره آن را گره بزنید.

این معما، برخلاف ظاهر پیچیده‌اش، معمای سختی نیست. البته برای حل آن نباید هیچ ریسمانی را بترید. با کمی فکر می‌توانید راه‌حل آن را پیدا کنید. اگر خواننده شماره‌های گذشته این مجله بوده‌اید، آیا می‌توانید بگویید این معما از نظر ماهیت دقیقاً شبیه کدام معمای قبلی این مجله است؟





مسابقه

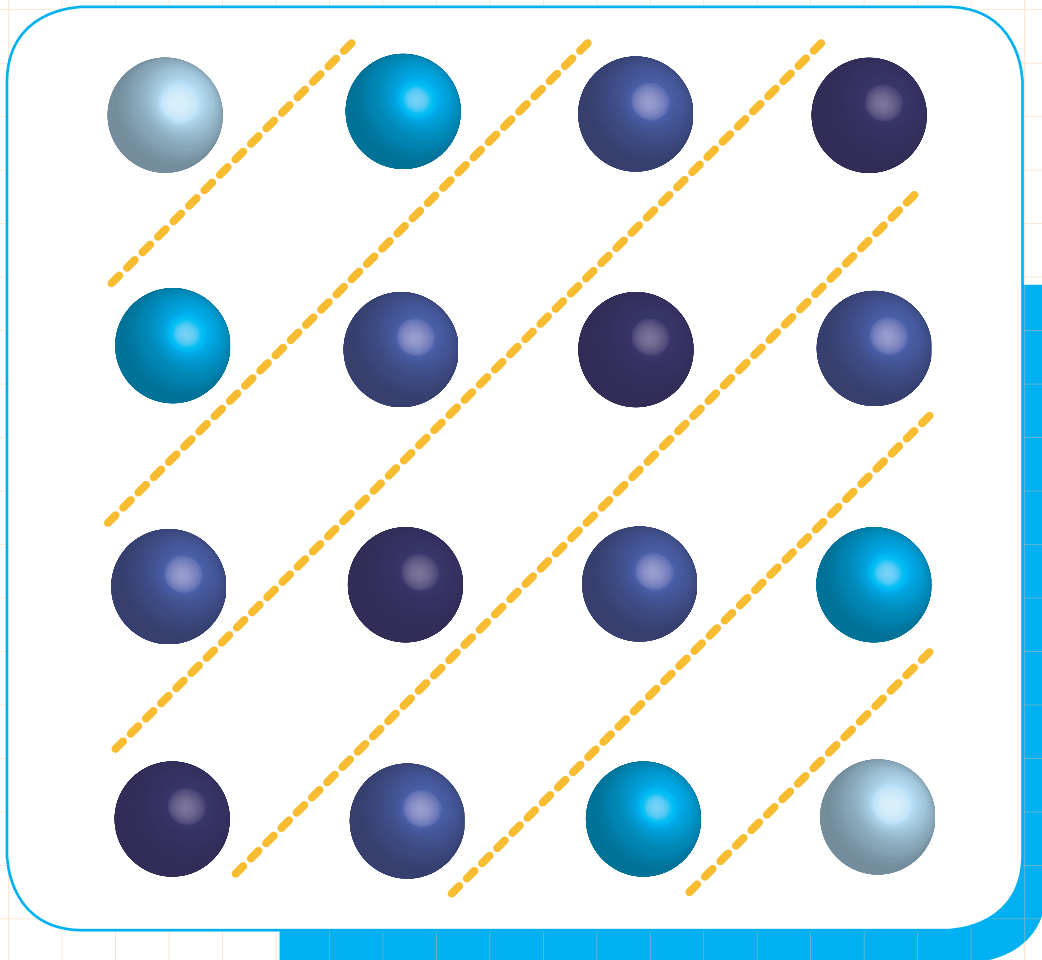
دی ماه ۱۳۹۸

شماره ۴

گره ریسمان را باز کن و دوباره آن را گره بزن. از مراحل کار خود فیلم بگیر.
آن را تا تاریخ ۳۰ بهمن ۹۸ به نشانی راینامه زیر ارسال کن:

borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

اثبات بدون کلام



$$1+2+3+4+3+2+1=4^2$$

$$1+2+3+\dots+17+18+17+\dots+2+1=?$$

برای مشاهده ایده
اثبات، نشانک زیر
را اسکن کنید.





RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>