



ماهنامه آموزشی، تحلیلی و اطلاع رسانی

رشد

پیمان

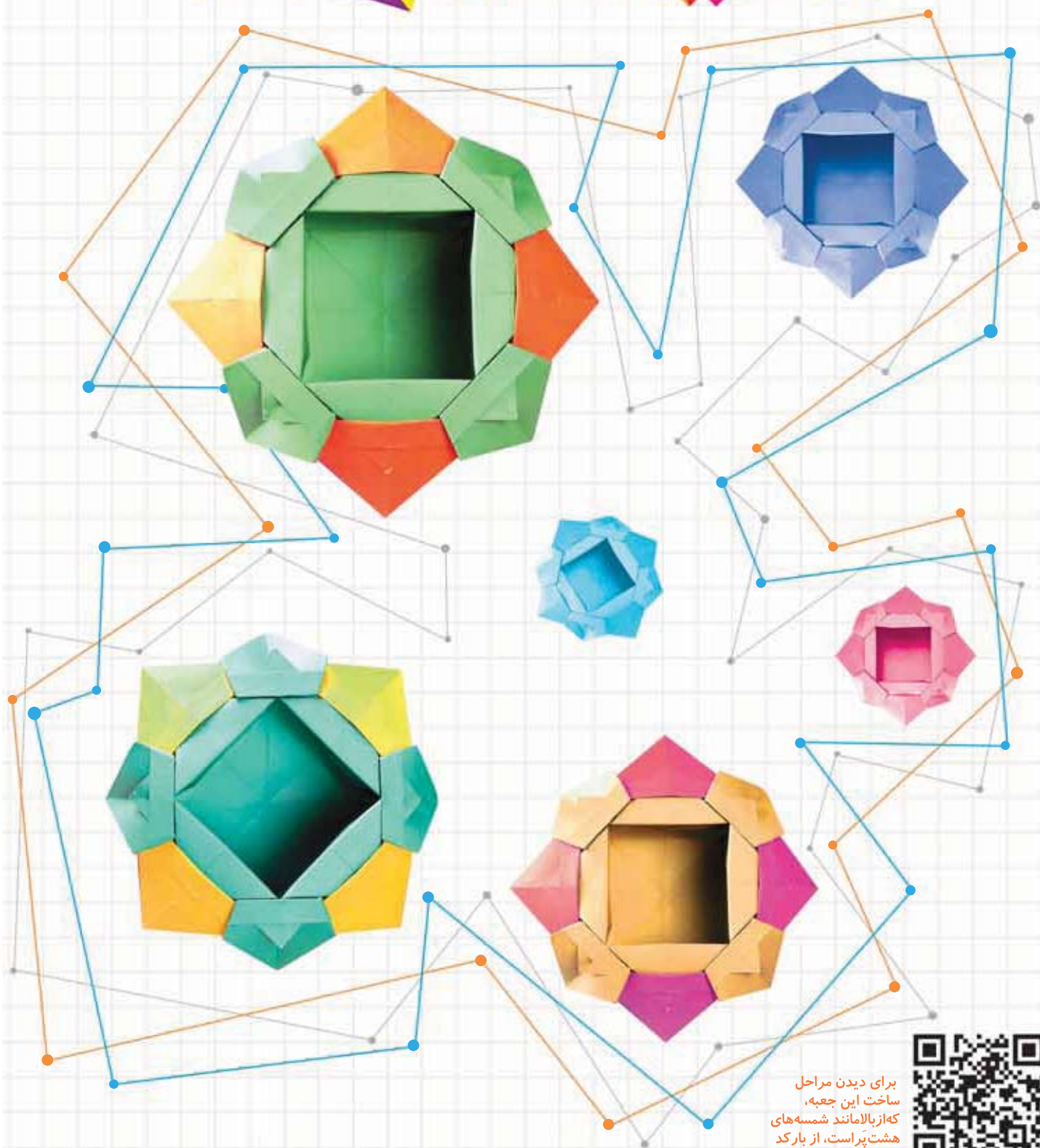


چند متر رشته در یک کاسه آش؟



هنر کاغذ و تا

ایستگاه هنر



برای دیدن مراحل
ساخت این جعبه،
که از بالاماند شمشه‌های
هشت پرست، از بارکد
مقابل استفاده کنید.





بهار

۵

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

یادداشت سردبیر تو، نمره هایت نیستی! / سپیده چمن آرا / ۲

ریاضیات و مدرسه گره خوردن هشت و چهار /

محدثه کشاورز اصلانی، سعید شکوری / ۳

چرا چند جمله ای ها را تجزیه می کنیم؟ / هوشمند حسن نیا / ۶

گفت و گو بخر بفروش های مجازی / هوشمند حسن نیا / ۱۰

ریاضیات و مسئله سفر / دلارام بیدآباد، محمد عزیززاده / ۸

بزن، بکش، اثبات کن! / محدثه کشاورز اصلانی / ۱۳

چند متر رشته در یک کاسه آش؟ / داود معصومی مهور / ۱۴

یک مسئله و چند راه حل / جعفر اسدی گرمارودی / ۱۶

ریاضیات و بازی بازی های اندرویدی: بازی جبر / کیمیا هاشمی / ۱۸

ریاضیات و کاربرد سلطانیه، ایوان های هشت گانه /

نازنین حسن نیا، شادی رضائی / ۲۰

تاب، تاب، موازی؛ خدا ما رو نندازی / حسین نامی ساعی / ۲۲

بمان و نمان های ورزشی / جعفر اسدی گرمارودی / ۲۴

ریاضیات و تاریخ هندوی خالی بند و یک مجهول، هاها؛ از راه معکوش

شده مجهول پیدا / هوشنگ شرقی، حسام سبحانی طهرانی / ۲۶

گزارش ریاضی در اردوی پدر دختری / راضیه جلالی، محدثه کشاورز اصلانی / ۲۸

ریاضیات و سرگرمی هر سنگ یک انگشت / سید مهدی بشارت،

نازنین حسن نیا / ۳۰

چهارلنگه کاغذی / پری حاجی خانی / ۳۲

ماجراهای پشت پرده (قسمت چهارم): سرزمین جاسوس زده / حسام سبحانی طهرانی،

داود معصومی مهور / ۳۴

پازلی فکر کنید / محدثه کشاورز اصلانی / ۳۷

دست به رنگ شوید / ترجمه و اقتباس: فاطمه احمدپور، شراره تقی دستجردی / ۳۸

دوستان دور افتاده / سپیده چمن آرا / ۴۰

شرایط ارسال مطالب: قابل توجه نویسندگان و مترجمان: مطالبی که برای درج در مجله می فرستید، باید با اهداف مجله مرتبط باشد و قبلاً در جای دیگری چاپ نشده باشد. لطفاً مطالب ترجمه شده یا تلخیص شده را به همراه مطلب اصلی یا با ذکر دقیق منبع، ارسال کنید. مجله در رد، قبول، ویرایش و تلخیص مطالب آزاد است. مطالب و مقالات درجانی بازگردانده نمی شوند. آرای مندرج در مطالب و مقاله ها ضرورتاً مبین رأی و نظر مسئولان نیست.

اهداف: گسترش فرهنگ ریاضی / افزایش دانش عمومی و تقویت مهارت های دانش آموزان در راستای برنامه درسی / توسعه تفکر و خلاقیت / توجه به استدلال ریاضی و منطق حاکم بر آن / توجه به الگوها و کمک به توانایی استفاده از آن ها / توجه به محاسبات ریاضی برای توسعه تفکر جبری و توانایی های ذهنی دانش آموزان / توجه به فرهنگ و تمدن ایرانی و اسلامی در بستر فرهنگ ریاضی جهانی / توجه به کاربرد ریاضی در زندگی و علوم و فن آوری / تقویت باورها و ارزش های دینی، اخلاقی و علمی.

ارتباط با مرکز بررسی آثار: خوانندگان رشد برهان متوسطه اول، شما می توانید مطالب خود را به مرکز بررسی آثار مجلات رشد به نشانی زیر بفرستید: تهران، صندوق پستی ۶۵۶۷-۱۵۸۷۵، تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۰۵۷۷۲-۴۱



تصویرگر: حسین یوزباشی

تصویر روی جلد مربوط به مطلب «چند متر رشته در یک کاسه آش؟» است. این مطلب از مطالب ستون ریاضیات و مسئله و از سلسله مطالبی با عنوان «مسئله حل کن، تخمین بزن، می باشد. در این مطلب، با طرح یک مسئله درباره یکی از موضوع های زندگی روزمره، با شیوه های تخمین، اندازه گیری، ابزارها و محاسبات مرتبط با آن آشنا خواهید شد. در این شماره، در این هوای سرد زمستانی، سراغ آش رشته رفته ایم و قصد داریم با کمک تخمین و محاسبات دریابیم که: چند متر رشته در یک کاسه آش رشته وجود دارد؟ برای مطالعه این مطلب به صفحه ۱۴ مجله مراجعه کنید.

نشانی دفتر مجله: تهران، ایران شهر شمالی، پلاک ۲۶۶

تلفن: ۰۲۱-۸۸۳۱۱۶۱-۹ داخلی ۳۷۵

نمبر: ۰۲۱-۸۸۴۹۰۳۱۶

صندوق پستی: ۱۵۸۷۵/۶۵۸۶

تلفن پیامگیر نشریات رشد: ۰۲۱-۸۸۳۰۱۴۸۲

صندوق پستی امور مشترکین: ۱۵۸۷۵/۳۳۳۱

تلفن امور مشترکین: ۰۲۱-۸۸۸۶۷۳۰۸

وب گاه: www.roshdmag.ir

رایانامه: borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir

وبلاگ اختصاصی مجله:

weblog.roshdmag.ir/borhanrahnamaice

چاپ و توزیع: شرکت افست

شمارگان: ۱۵۰۰۰ نسخه



تهی

کیمیا دختر بچه شیطانی بود؛ پرانرژی و پرحرف. اولین روزهای سال تحصیلی که او به کلاس اول راهنمایی (ششم اکنون. در نظام قدیم، دوره راهنمایی معادل با دوره متوسطه اول کنونی بود) آمده بود، همه معلم‌ها از او شاکی بودند. راستش کمی دیگر که از سال تحصیلی گذشت، شکایت معلم‌ها بیشتر هم شد، ظاهراً کیمیا آن قدر که لازم بود درس نمی‌خواند و نمره‌هایش در آزمون‌ها نمره‌های خوبی نبود!

به هر حال آن سال تحصیلی گذشت. سال بعد هم کیمیا شاگردم بود؛ همان کیمیای شیطان و پرانرژی. اولین هفته‌های سال تحصیلی بود و درس مجموعه‌ها را می‌خواندیم. رسیدیم به اینکه: «مجموعه تهی، زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است». خُب خیلی از دانش‌آموزان، در درک مجموعه تهی و اینکه چنین مجموعه‌ای که هیچ چیزی در آن نیست، زیرمجموعه مجموعه‌های دیگر باشد، مشکل داشتند. کلاس به بحث درباره این موضوع می‌گذشت و هر کس نظری می‌داد و داشتیم یکدیگر را قانع می‌کردیم که تهی، زیرمجموعه همه مجموعه‌های دنیاست. ناگهان کیمیا که پرحرفی‌هایش غالباً به درس نامربوط بود و معمولاً مجبور بودم به او تذکر بدهم که روی درس تمرکز کند یا حواس دوستانش را پرت نکند، دست بلند کرد که نظری بدهد:

- خُب تهی چیزی درونش نیست که باعث بشود زیرمجموعه مجموعه‌های دیگر نباشد!

این جمله، گرچه جمله‌ای دقیق به نظر نمی‌رسید، یا ممکن بود برای یک شنونده عادی خیلی ساده و بی‌ارزش باشد، ولی جمله‌ای دقیق و عمیق بود. در واقع یک اثبات کامل ریاضی بود! کیمیا درست مثل یک ریاضی‌دان، و در واقع با همان نوع استدلال، دلیل آورد که چرا تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌هاست. من که از شنیدن این جمله به وجد آمده بودم، از او خواستم برای دوستانش دوباره بگوید. کیمیای شیطان و به قول بعضی‌ها، درس‌نخوان، با همان دانش خود که در حد یک دانش‌آموز پایه هفتم امروزی بود، ولی با فکر و منطق خود، یکی از مهم‌ترین موضوع‌های ریاضی را درک کرده بود و برایش استدلال آورده بود. شاید بسیاری از شما نیز از نمره‌هایتان در امتحانات راضی نباشید. یا حتی از طرف دوستان یا خانواده، برچسب‌هایی بخورید. ولی مطمئن باشید که اگر روی موضوع‌ها تمرکز کنید و عمق آن‌ها را درک کنید، حتی می‌توانید مانند دانشمندان به موضوع‌ها نگاه کنید و درباره آن‌ها نظر بدهید. گرچه آزمون‌ها وسیله‌ای برای ارزیابی توانایی‌های شما هستند، ولی همه توانایی‌های شما را نمی‌توانند نشان بدهند و بسیاری از توانمندی‌های شما، باید توسط خود شما کشف شوند. خودتان را دست کم نگیرید و از فضای ایجاد شده توسط درس‌های متفاوت برای کشف توانمندی‌ها و علاقه‌های خودتان استفاده کنید تا در آینده افراد موفق‌تری باشید.

سپیده چمن‌آرا

غره‌هایست نیستی!



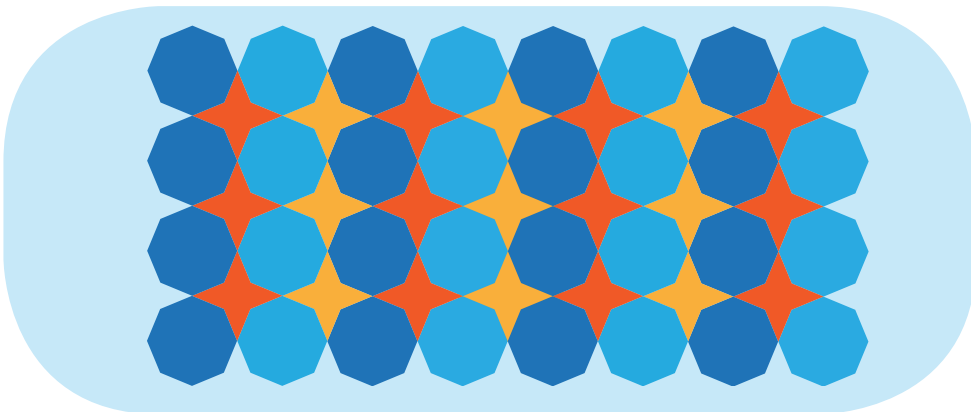
گره خوردن هشت و چهار

هنر آفرینی با خط کش و پرگار • محدثه کشاورز اصلانی • سعید شکوری

اشاره

در این سلسله مطالب، می‌خواهیم چند نمونه از طرح‌هایی را که در کاشی‌کاری‌های ایرانی دیده می‌شوند، فقط به کمک خط‌کش و پرگار رسم کنیم. (منظور ما از خط‌کش، در واقع وسیله‌ای است که خط راست رسم می‌کند و مدرج نیست و با آن نمی‌توان اندازه‌گیری کرد).

در شماره دوم این دوره مجله، با شمشه‌های متفاوت آشنا شدید. یکی از طرح‌های گره چینی در معماری ایرانی، گره هشت و چهار لنگه است که از کنار هم قرار گرفتن شمشه‌های هشت و چهار به وجود می‌آید.



برای رسم گره هشت و چهار لنگه دو روش داریم: در یک روش (که قبلاً هم آن را دیده‌ایم)، به کمک کاغذ شطرنجی گره را رسم می‌کنیم. اما برای رعایت تناسب بهتر، می‌توانیم از روش دوم استفاده کنیم که روش رسم با خط‌کش و پرگار است.



با استفاده از بارکد مقابل، فیلم
روش دوم ترسیم را ببینید.

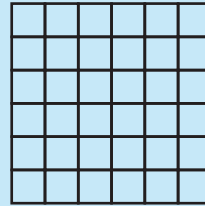


با استفاده از بارکد مقابل، فیلم
روش اول ترسیم را ببینید.



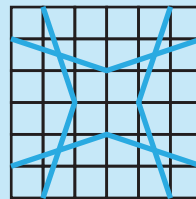
روش اول

برای رسم بخش اصلی گره، به یک صفحه شطرنجی ۶ در ۶ احتیاج داریم.



۱

حالا باید این شکل را روی صفحه شطرنجی با مداد پرنرنگ یا خودکار رسم کنیم (خطهای سبز رنگ).



۲

اگر شکل را بدون زمینه‌اش ببینیم، شکل ۳ را خواهیم دید.



۳

حالا می‌توانیم این شکل را گسترش دهیم و طرح گره را بهتر ببینیم (شکل ۴)



۴

و با گسترش باز هم بیشتر به شکل ۵ می‌رسیم.

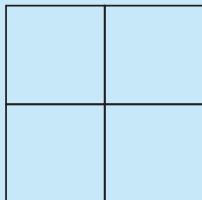


۵

حالا که گسترش یافته شکل را دیده‌ایم، می‌توانیم به خوبی گره هشت و چهار لنگه را در آن ببینیم.

روش دوم

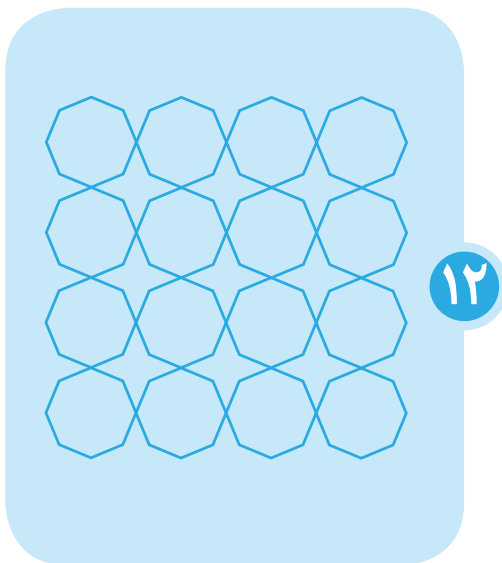
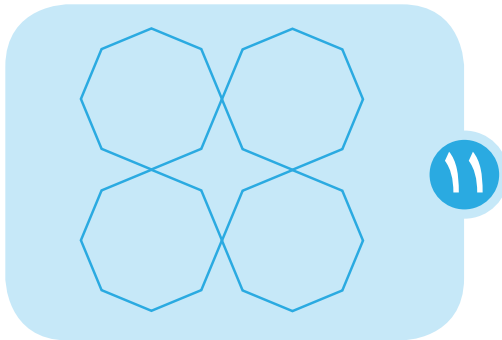
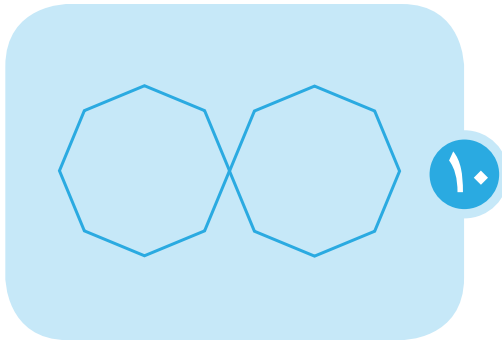
برای رسم این گره به کمک خط‌کش و پرگار به مربعی احتیاج داریم که خود از چهار مربع کوچک‌تر هم‌اندازه تشکیل شده است (شکل ۶). انجام این کار را در مطلب شماره ۱ یاد گرفتیم و البته اگر به آن شماره دسترسی ندارید، سعی کنید خودتان روش ترسیم دقیق آن را با خط‌کش و پرگار پیدا کنید.



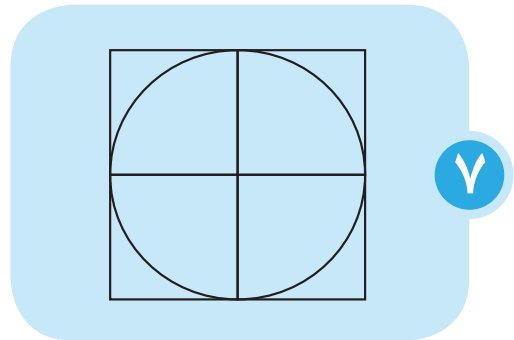
۶

بعد از رسم این مربع‌ها، باید دایره‌ای به مرکز مرکز

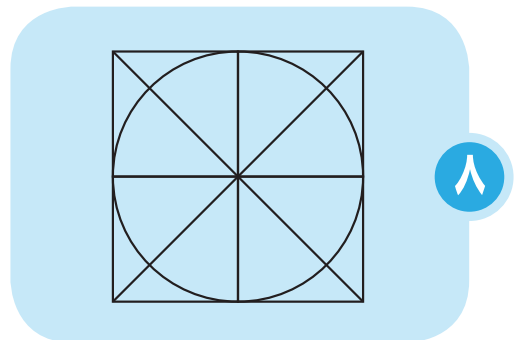
در شکل ۹، فقط طرح هشت دیده می‌شود. برای دیدن چهار لنگه‌ها باید طرحمان را گسترش دهیم؛ مثل شکل‌های ۱۰ تا ۱۲.



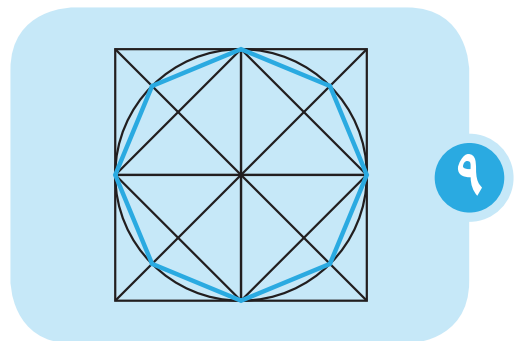
تقارن مربع و به شعاع نصف طول ضلع آن رسم کنیم (شکل ۷).



حالا باید دو قطر مربع بزرگ را رسم کنیم، زیرا محل برخورد قطرهای مربع با دایره‌ای که رسم کردیم، رأس‌های هشت‌ضلعی خواهند بود (شکل ۸).



حالا وقت رسم طرح اصلی است. با خودکار یا مداد پررنگ، طرح یک هشت‌ضلعی منتظم را در این مربع رسم می‌کنیم (شکل ۹).



چرا چند جمله ای‌ها را

• هوشمند حسن نیا

تجزیه می‌کنیم؟

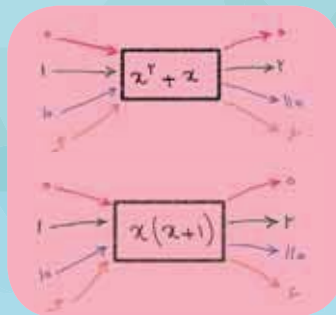
کسر، x^2 و x با هم جمع شده‌اند! اگر در صورت کسر، به جای عمل جمع، عمل ضرب داشتیم، اجازه داشتیم که صورت و مخرج را ساده کنیم. حالا شاید ارزش تجزیه بهتر دیده شود. کافی است صورت کسر را تجزیه کنیم. یعنی به جای x^2+x بنویسیم: $x(x+1)$. با این کار، فقط قیافه صورت کسر را عوض کرده‌ایم، اما این قیافه جدید به ما اجازه می‌دهد که صورت و مخرج را ساده کنیم:

$$\frac{x^2+x}{x} = \frac{x(x+1)}{x} = x+1$$

وقتی با $\frac{x^2+x}{x}$ روبرو بودیم، چرا اجازه نداشتیم x ‌های صورت و مخرج را با هم خط بزنیم؟

وقتی $\frac{x^2+x}{x}$ را به صورت $\frac{x(x+1)}{x}$ نوشتیم، هنوز هم در صورت کسر، عملیات جمع دیده می‌شد. با این حال ما x ‌ها را در صورت و مخرج با هم خط زدیم. چرا اینجا اجازه داشتیم x ‌ها را خط بزنیم؟

در کتاب‌های ریاضی سال‌های هشتم و نهم، بارها و بارها برای ساده کردن عبارت‌های جبری گویا، از تجزیه استفاده شده است. اما این تنها کاربرد تجزیه نیست!



پس واقعاً ما داریم چه کار می‌کنیم؟ آیا به این معناست که ما هیچ کاری انجام نداده‌ایم؟ وقتی یک چند جمله‌ای را تجزیه می‌کنیم، فقط داریم قیافه آن را تغییر می‌دهیم. اما این تغییر قیافه را نباید دست کم گرفت! گاهی اوقات همین تغییر قیافه کمک‌های خیلی بزرگی به ما می‌کند!

۱. عبارت‌های جبری گویا

گاهی با کسرهایی روبرو می‌شویم که صورت و مخرج آن‌ها چند جمله‌ای هستند. در سال نهم به این کسرها، «عبارت‌های جبری گویا» می‌گوییم. مثلاً فرض کنید می‌خواهیم عبارت جبری $\frac{x^2+x}{x}$ را ساده کنیم. حتماً حواستان هست که همین طوری نمی‌توانیم صورت و مخرج را ساده کنیم. مشکل اینجاست که در صورت

اشتباه است اگر فکر کنیم که تجزیه چند جمله‌ای‌ها تأثیر مستقیمی در مسائل روزمره زندگی‌مان دارد. طبیعتاً اگر یاد بگیریم که یک چند جمله‌ای را تجزیه کنیم، معضل کمبود آب حل نخواهد شد. یا موقع خرید و بازی و سفر، بعید است با موضوعی مواجه شویم که در آن به تجزیه یک چند جمله‌ای نیاز باشد.

اما نباید فراموش کنیم که طیف گسترده‌ای از افراد، از دانش‌گاہیان گرفته تا فعالان محیط زیست و حتی تاجران بزرگ، برای پیشبرد کارشان، از توانایی‌های ریاضی‌شان بهره می‌گیرند و در این میان گه‌گاهی دست به دامن تجزیه چند جمله‌ای‌ها می‌شوند. در واقع تجزیه چند جمله‌ای‌ها، هدف نهایی هیچ کسی نیست! بلکه به‌عنوان ابزاری سودمند در فرایند حل مسئله به کمک افراد می‌آید و گاهی نقش «آچار فرانسه» را بازی می‌کند!

قبل از اینکه بخواهیم سراغ کاربردهای تجزیه برویم، بد نیست کمی وقت بگذاریم و به این فکر کنیم که تجزیه دقیقاً چه کاری انجام می‌دهد؟

تصور کنید یک چند جمله‌ای مانند x^2+x را تجزیه می‌کنیم و به صورت $x(x+1)$ می‌نویسیم. x هر عددی که باشد، مقدار x^2+x با مقدار $x(x+1)$ برابر خواهد بود. عجیب هم نیست، چون ما می‌دانیم که x^2+x با $x(x+1)$ برابر است.

خیلی جاها به درد ما بخورد. شما مشابه این ماجرا را قبلاً در حوزه عددها تجربه کرده‌اید. وقتی یک عدد صحیح را تجزیه می‌کنیم، در واقع فقط داریم قیافه آن عدد را تغییر می‌دهیم. مثلاً ۶۰ با $3 \times 5 \times 2 \times 2$ برابر است و $3 \times 5 \times 2 \times 2$ فقط قیافه دیگری از ۶۰ است. اما همه ما می‌دانیم که این تغییر دادن قیافه اصلاً کار بیهوده‌ای نیست. وقتی با عددهای تجزیه شده سرو کار داشته باشیم، کسرهای را خیلی راحت می‌توانیم ساده کنیم یا خیلی راحت می‌توانیم شمارنده‌های آن عددها را تشخیص دهیم و ... مشابه همین حرف‌ها را می‌توانیم در مورد عبارتهای جبری هم بزنیم. نه؟ یعنی می‌توانیم بگوییم:

اگر ذهن یک نفر در حوزه حساب توانا شده باشد، با قیافه‌های متفاوت یک عدد آشناست. هر وقت که لازم بدانند، ۶۰ را به قیافه دیگری که همان $3 \times 5 \times 2 \times 2$ است، تبدیل می‌کند؛ چون می‌داند که خیلی وقت‌ها $3 \times 5 \times 2 \times 2$ بهتر از ۶۰ کار را راه می‌اندازد.

اگر ذهن یک نفر در حوزه جبر توانا شده باشد، با قیافه‌های متفاوت یک عبارت جبری آشناست. هر وقت که لازم بدانند، $x^2 + x$ را به قیافه دیگری که همان $x(x+1)$ است، تبدیل می‌کند؛ چون می‌داند که خیلی وقت‌ها $x(x+1)$ بهتر از $x^2 + x$ کار را راه می‌اندازد.

بگذارید این قدر دنبال کاربردهای تجزیه نگردیم. تجزیه چندجمله‌ای‌ها با نمایش دادن قیافه دیگری از یک عبارت جبری، شناخت ما را نسبت به آن عبارت جبری بیشتر می‌کند. پس نه فقط در مواردی که پیش از این اشاره کردیم، بلکه هر وقتی که با چندجمله‌ای‌ها سرو کار داریم، تجزیه ممکن است به کمک ما بیاید و مشکل‌مان را حل کند.

با این کار، توانستیم در سمت چپ معادله، یک ضرب داشته باشیم. بعد با توجه به اینکه حاصل ضرب برابر با صفر شده است، استدلال کردیم که باید حداقل یکی از عوامل ضرب صفر بوده باشد و به این صورت معادله را حل کردیم. همان‌طور که می‌بینید، باز هم تجزیه فقط قیافه را تغییر داده است، اما این تغییر قیافه ارزش ویژه‌ای برای ما داشت!

احتمالاً اولین باری است که با معادله‌ای روبه‌رو می‌شوید که دو جواب دارد! آماده باشید که در سال‌های آینده با معادله‌هایی روبه‌رو خواهید شد که ۳ یا ۴ یا حتی خیلی جواب‌های بیشتری خواهند داشت.

روش‌هایی که در اینجا می‌بینید، یکی از روش‌هایی است که در طول تاریخ برای حل معادله‌های درجه دو از آن استفاده شده است.

اگر کلاس نهمی هستید، فکر کنید و ببینید می‌توانید از اتحادها کمک بگیرید و این معادله را حل کنید.
$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

یعنی اگر سمت راست معادله صفر نباشد، کاری از دستمان بر نمی‌آید؟ بی‌زحمت خوب فکر کنید و یک راهی هم برای حل این معادله پیدا کنید:
$$x^2 + 1 = 2x$$

یک نفر با معادله سختی روبه‌رو بوده، اما زحمت کشیده و سمت چپ تساوی را تجزیه کرده است. اولاً با این معادله روبه‌روست:
$$x(x+1)(x+2) = 0$$

فکر می‌کنید معادله او چند جواب دارد؟

۳. و غیره ...

واقعیت ماجرا این است که کاربرد تجزیه چندجمله‌ای‌ها اصلاً به دو مورد بالا محدود نمی‌شود! تجزیه یک چندجمله‌ای، قیافه دیگری از آن چندجمله‌ای را به ما نمایش می‌دهد و این قیافه دیگر ممکن است

گاهی برای ساده کردن عبارتهای جبری گویا لازم است که مخرج را تجزیه کنیم.

$$\frac{x}{x^2 + x} = \dots$$

اگر دانش آموز کلاس نهم باشید، می‌توانید

از اتحادها هم کمک بگیرید:

$$\frac{x^2 - 1}{x + 1} = \dots$$

بعضی وقت‌ها باید هم صورت و هم مخرج را تجزیه کرد:

$$\frac{x^2 + x}{x^2 - 2x} = \dots$$

۲. معادله‌های عجیب و غریب

شما استاد حل کردن معادله‌ای مثل $2x - 12 = 0$ هستید!

اما بعید می‌دانم راهی برای حل معادله $x^2 - 3x = 0$ به ذهنتان بیاید. یک تفاوت اساسی بین این معادله و معادله قبل وجود دارد: در این معادله x توان دارد و همین توان، کار ما را سخت کرده است. (اصطلاحاً می‌گویند $x^2 - 3x = 0$ یک معادله درجه دو است). در چنین معادله‌هایی باز هم تجزیه چندجمله‌ای‌ها، گره کار ما را باز می‌کند. بیایید $x^2 - 3x$ را تجزیه کنیم:

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

حالا یک بار دیگر به معادله نگاه کنید. x در $(x-3)$ ضرب شده و حاصل برابر با صفر شده است. می‌دانیم که وقتی حاصل ضرب دو عدد برابر با صفر باشد، می‌توانیم نتیجه بگیریم که لاقلاً یکی از آن‌ها باید صفر باشد. بنابراین: ● یا x باید صفر باشد. ● و یا $(x-3)$ باید صفر باشد. اما در چه حالتی $x-3$ برابر با صفر می‌شود؟ بله! اگر x برابر با ۳ باشد، $x-3$ صفر می‌شود. حتماً متوجه شده‌اید که معادله ما دو جواب دارد ($x=3$, $x=0$). یک بار دیگر راه حل را در ذهنتان مرور کنید و ببینید چرا عبارت جبری را تجزیه کردیم. ما به کمک تجزیه، فقط قیافه عبارت جبری را تغییر دادیم. ولی



مهندسی سفر

● دلارام بیدآباد ● محمد علیزاده

«در اطراف زمین
گردش کنید و بنگرید»
قرآن کریم، سوره انعام، آیه ۱۱

سفر یکی از موهبت‌های
هستی است که به
انسان داده شده.

سفرهای نوروزی در
ایران بخش جدانشدنی
از زندگی مردم محسوب
می‌شوند. اکنون فرصتی
است که سفر نوروز
امسال خانواده‌تان را
برنامه‌ریزی کنید و با
نشریه ما به اشتراک
بگذارید. می‌خواهیم

به همراه شما سفری
جذاب و ایده‌آل را آغاز
کنیم. برای برنامه‌ریزی
و مدیریت سفر همراه
شما هستیم تا با هم
قدم به قدم پیش برویم.
دختر و پسر خانواده
برای تعطیلات عید به
دنبال برنامه‌ریزی یک
سفر هستند. پیش از هر
کاری یک سلسله سؤال
اساسی وجود دارند که
می‌باید به آن‌ها پاسخ
دهند:

● دختر خانواده

- رفت و برگشتمون چه زمانی باشه؟
- کجا بمونیم؟
- چند نفر باهامون میان؟
- چی بخوریم؟
- چند روز اونجا باشیم؟

● پسر خانواده

- کجا بریم؟
- با چه وسیله‌ای بریم؟
- چقدر هزینه‌هامون می‌شه؟
- چطور از سفرمون لذت ببریم؟
- با خودمون چی ببریم؟
- به چه اماکن دیدنی و تفریحی
می‌تونیم بریم؟

برای پاسخ‌گویی به
هر یک از این سؤالات
اساسی، کلی سؤال دیگر
باید از خودمان بپرسیم و
جواب بدهیم. برای شروع
سفر می‌توانیم شهرها
و مکان‌های دیدنی
کشورمان را بررسی
کنیم. علاوه بر شهرهای
بزرگ و معروف ایران،
می‌توانیم از روستاهای
ناشناخته و مناطق
نزدیک شهر خودمان
دیدن کنیم.

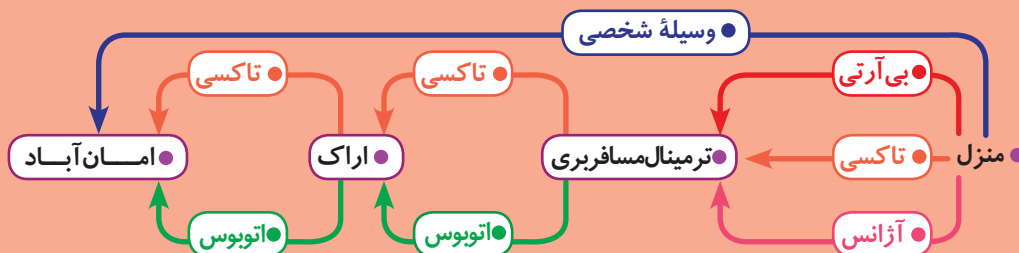
دریای عمان

برای مثال، یکی از سؤال‌های اساسی را به شکلی که در
صفحه مقابل می‌بینید، بررسی می‌کنیم:



اگر تمام حالت‌های این بخش را در نظر بگیرید، با توجه به سفر مورد نظرتان می‌توانید برنامه‌ریزی کنید. مثلاً اگر بخواهیم از تهران به شهرستان «امان‌آباد» اراک سفر کنیم، می‌توانیم به چند طریق این کار را انجام دهیم که در نمودار زیر می‌بینید:

شما با توجه به شرایطی که دارید و میزان هزینه‌ای که در نظر گرفته‌اید یکی از حالت‌ها را انتخاب می‌کنید. (برای اینکه از انتخاب خود مطمئن شوید، حتماً تمام حالت‌ها را بررسی کنید. تمامی اطلاعات باید به صورت واقعی باشند تا بتوان به آن‌ها استناد کرد). بچه‌ها به خاطر داشته باشید که سفری واقعی در پیش دارید. بنابراین برنامه‌ریزی شما می‌باید دقیق انجام شود. در ضمن برنامه‌ریزی، هر نتیجه‌ای که به آن می‌رسید و هر تصمیمی را که می‌گیرید، بنویسید تا در پایان سفر، تمامی برنامه‌ها به خوبی و منظم پیش رفته باشند. در شماره آتی مجله مسابقه‌ای خواهیم داشت که در آن، شما بخشی از برنامه سفرتان را با ما (نشریه) به اشتراک خواهید گذاشت. بنابراین از همین حالا شروع به یادداشت‌برداری کنید. مطالبی که پس از مطالعه این شماره لازم است روی کاغذ بیاورید، به صورت زیر خلاصه شده‌اند: ● جست‌وجو و مشورت برای انتخاب مقصد؛ ● بررسی سؤال‌های اساسی به صورت شاخه‌بندی و انتخاب شاخه‌های مورد نظر؛ ● پاسخ به سؤال‌های اساسی سفر.





چه جوری می‌فهمه من چی می‌خوام؟ بخر بفروش های مجازی

● گفت و گو و عکس: هوشمند حسن نیا

اگر هر روز نباشد، لااقل هر چند روز یک بار برایمان پیش می‌آید که روی دکمه [فلان] کلیک کنیم تا در گوشه‌ای از فضای بی‌در و پیکر اینترنت، دنبال موضوعی، کلیدواژه‌ای، وبسایتی یا دوستی (!) بگردیم. اما انگار پشت پرده هر باری که دکمه [فلان] را فشار می‌دهیم، اتفاق‌هایی از جنس ریاضی رخ می‌دهند. این موضوع را وقتی متوجه شدم که داشتیم با آرمان عیسی‌خانی و امین خشخاشی مقدم گفت‌وگو می‌کردیم. آرمان در مجموعه **دیوار** کار می‌کند و امین در مجموعه **دیوار**. هر کدام از این دو نفر مسئول «تحلیل داده» در مجموعه خود هستند. به احتمال زیاد هر دوی این اپلیکیشن‌ها را می‌شناسید، نه؟ البته اگر مایل باشید همه صحبت‌هایمان را با آرمان و امین بخوانید، باید هر چهار شماره ۵، ۶، ۷ و ۸ مجله را دنبال کنید. در این شماره آن‌ها از ریاضیات پشت پرده مواقعی که در **دیوار** یا **ایزار** جست‌وجو می‌کنیم، می‌گویند.



اتفاق می‌افتد؟ گوگل هم سعی می‌کند حدس بزند که ما چه چیزی را می‌خواهیم جست‌وجو کنیم. اما چطور ممکن است؟ اپلیکیشن دیوار چه اطلاعاتی از ما در اختیار دارد که می‌تواند ذهن ما را بخواند؟

امین: دیوار اطلاعات ویژه‌ای از شما ندارد. ایده پشت این کار، به یک فرایند آماری ساده برمی‌گردد. مثلاً فرض کنید کاربر حرف «پ» را وارد کند. خب حتماً می‌دانید که دیوار جایی است که هر کسی آگهی کالای دست دومش را برای فروش آنجا می‌گذارد.

بنابراین تنوع آگهی‌ها بسیار بسیار زیاد است. حالا کاربر ما دنبال چیزی می‌گردد که با «پ» شروع می‌شود. پس شاید دنبال «پنکه» باشد یا «پرده اتاق خواب» یا «پراید» یا «پوتین» یا هر چیز دیگری که با «پ» شروع



می‌کند، دیوار سعی می‌کند حدس بزند که احتمالاً کاربر دنبال چه واژه‌ای می‌گردد. **برهان:** این مشابه همان کاری نیست که وقتی در گوگل جست‌وجو می‌کنیم،

«پ» رو بگی، می‌گه «پراید»
امین: به محض وارد کردن اولین حرف، تعامل بین اپلیکیشن و کاربر شروع می‌شود. یعنی از همان لحظه اول که کاربر شروع به تایپ

می‌شود. اما اگر بدانیم تعداد کسانی که تا به حال دنبال «پراید» گشته‌اند، چندین برابر کسانی است که دنبال «پوتین» بوده‌اند، چی؟ با این شرایط اگر ببینید یک نفر دارد می‌نویسد «پ...»، بیشتر احتمال می‌دهید دنبال «پراید» باشد یا «پوتین»؟
برهان: خب هیچ‌کس

«اسنپ» بوده، چون این دو کلمه خیلی به هم نزدیک هستند. ولی مثلاً هیچ‌وقت فکر نمی‌کنید که منظور او «آپارات» بوده، چون «اسنپ» و «آپارات» خیلی از هم دور هستند. اپلیکیشن ما هم همین کار را می‌کند. با روشی فاصله کلمه‌ها را محاسبه، و بعد کلمه اشتباه را نزدیک‌ترین کلمه درست جایگزین می‌کند؛ درست شبیه همان کاری که ذهن شما می‌کند

برهان: متوجه‌م. منتها فاصله کلمه‌ها را چطور محاسبه می‌کند؟
آرمان: سختی کار همین جاست. نمی‌توانم همه جزئیاتش را بگویم، چون پیچیده است. در ضمن چندین روش برای محاسبه فاصله بین کلمه‌ها وجود دارد. اما کلی‌ترین روشی که ما برای محاسبه فاصله کلمه‌ها از آن استفاده می‌کنیم، به «فاصله ویرایشی» معروف است. (آرمان به ما منابعی را معرفی کرد که مطالعه کنیم و بفهمیم فاصله ویرایشی یعنی چه. این کار را انجام دادیم و خلاصه آن را در ادامه آورده‌ایم.)



داده است. چرا که چندین اپلیکیشن به نام «روبیک» وجود دارد و بازار همان‌ها را به‌عنوان نتیجه جست‌وجو نمایش می‌دهد. اما مثلاً اگر به جای «اسنپ» اشتباهی بنویسید «اسنپ»، بازار می‌فهمد که اشتباه کرده‌اید؛ چون اپلیکیشن‌ها به نام «اسنپ» پیدانمی‌کند.

برهان: و حالا که فهمید اشتباهی رخ داده، آن را اصلاح می‌کند. اما چطور می‌فهمد که درستش چه بوده؟

آرمان: ایده کلی آن را می‌توانم بگویم. یک لحظه از حوزه اپلیکیشن‌ها بیاییم بیرون. فرض کنید خودتان با این موضوع روبه‌رو هستید. ذهن شما تا حدودی می‌تواند این قبیل اشتباه‌ها را اصلاح کند. اگر یک نفر بنویسد «اسنپ» احتمالاً خیلی زود آن را اصلاح می‌کنید و می‌فهمید که منظورش

می‌نویسی: «اسنپ» می‌خواند «اسنپ»

آرمان: موقعی که در بازار هستید و برای پیدا کردن یک اپلیکیشن دارید از جست‌وجو استفاده می‌کنید، خیلی طبیعی است که مثلاً از بی‌دقتی یک حرف را اشتباه بنویسید. حتماً تا به حال برایتان پیش آمده و دیده‌اید که بازار، اشتباه سهوی شما را اصلاح می‌کند.

برهان: بله. همیشه هم برایم عجیب بوده که چطور می‌فهمد که اشتباهی رخ داده و بعد چطور درستش می‌کند.

آرمان: بعد از اینکه واژه‌تان را وارد کردید، بازار دنبال آن می‌گردد. اگر پیدا کرد که هیچ، اما اگر پیدا نکرد تازه تلاش می‌کند که آن را اصلاح کند. اجازه بدهید مثالی بزنم. اگر شما دنبال اپلیکیشن «روبیکا» باشید و به اشتباه آن را «روبیک» تایپ کنید، اصلاً بازار متوجه نمی‌شود که اشتباهی رخ

نمی‌تواند مطمئن باشد که او چه چیزی می‌خواهد بنویسد. اما به نظر اگر بخواهیم حدس‌مان را بگوییم، عقلانی‌تر این است که «پراید» را بگوییم. چون شما گفتید که تعداد کسانی که تا به حال دنبال «پراید» بوده‌اند، خیلی بیشتر بوده. **امین:** بله. دیوار هم دقیقاً همین کار را می‌کند. در دیوار، تاریخچه‌ای از همه جست‌وجوهایی که افراد متفاوت انجام داده‌اند، گردآوری می‌شود و در فرایندی آماری، معلوم می‌شود که از میان همه کلمه‌هایی که با «پ» شروع می‌شوند، کدام یک بیشتر مد نظر کاربران بوده است و همان کلمه به‌عنوان پیشنهاد به کاربر جدید ارائه می‌شود.

برهان: حالا اگر به جای «پ» حرف دیگری تایپ می‌شد، باز هم فرایند مشابهی طی می‌شد، نه؟
امین: دقیقاً. در ضمن چند دقیقه پیش پرسیدید «دیوار چه اطلاعاتی از کاربر دارد که می‌تواند ذهنش را بخواند». حالا خیلی راحت می‌توانم به این سؤال‌تان جواب بدهم. دیوار در مورد هیچ فرد به خصوصی، اطلاعات ویژه‌ای ندارد، اما آمار بسیار کاملی دارد که تا به حال هر کلمه چند بار جست‌وجو شده است.

$$y_{i+1} = y_i$$

$$x_{n+1} =$$



فاصله ویرایشی

در ادامه صحبت با آرمان و امین به سمت این موضوع رفتیم که کدام کلمه‌ها به هم نزدیک هستند و کدام دورند! در این صفحه می‌خواهیم روشی ارائه کنیم که با استفاده از آن، فاصله کلمه‌ها را از هم اندازه بگیریم. پله پله بخوانید و جاهای خالی را پر کنید و ...

کلمه‌های «اردوان» و «ارغوان» خیلی شبیه هم هستند. فقط کافی است به جای «د» از «غ» استفاده کنیم.

برای اینکه «سیر» را به «اسیر» تبدیل کنیم، فقط کافی است را به ابتدای کلمه اضافه کنیم.

اگر بخواهیم «سلماس» را به تبدیل کنیم، باید دو مرحله کار را انجام دهیم. ابتدا «س» را از اول کلمه حذف می‌کنیم و بعد «الف» را اضافه می‌کنیم.

در هر مرحله می‌توانیم فقط یکی از این کارها را انجام دهیم:
۱. یک حرف را از جایی از کلمه حذف کنیم.
۲. یک حرف به جایی از کلمه اضافه کنیم.
۳. یک حرف از کلمه را با یک حرف دیگر جایگزین کنیم.

دو مرحله لازم است تا «برهان» به «بهمن» تبدیل شود: اول باید و بعد باید

سه مرحله لازم است تا «پنیر» به «پونه» تبدیل شود. اول باید و بعد باید و در نهایت

فاصله ویرایشی A و B یعنی کمترین تعداد مراحل که بتوانیم A را به B تبدیل کنیم. بنابراین اگر در یک مرحله بتوانیم A را به B تبدیل کنیم، فاصله ویرایشی آن‌ها برابر با ۱ است و اگر دو مرحله برای تبدیل کردن A به B لازم باشد، می‌گوییم فاصله ویرایشی آن‌ها ۲ است و ...

فاصله ویرایشی «اسنیپ» و «اسنپ» برابر است با و فاصله ویرایشی «اسنیپ» با «آپارات» برابر است با

به جای A و B و C سه کلمه بگویید که
- فاصله ویرایشی A و B، یک باشد.
- فاصله ویرایشی A و C، یک باشد.
- فاصله ویرایشی B با C، دو باشد.

البته این فقط یکی از روش‌های ساده برای محاسبه فاصله کلمه‌هاست. ...



توجه کنیم که مهم نیست این عددهای متوالی دقیقاً چه عددهایی هستند، فقط مهم این است که از اول، به ترتیب یکی یکی اضافه شوند تا به عدد دوازدهم برسیم. در مرحله بعد، عددها را دسته‌بندی می‌کنیم. دسته‌بندی شکل ۲ را قبلاً هم دیده‌ایم.

از آنجایی که ۱۲ عدد متوالی داریم، مطمئنیم وقتی این دسته‌بندی را انجام می‌دهیم، حتماً تعدادی دسته ۱۲ تایی داریم که طبیعتاً بر ۱۲ بخش پذیر هستند. وقتی بدانیم مجموع تا اینجا بر ۱۲ بخش پذیر است، می‌توانیم مطمئن باشیم بر ۶ هم بخش پذیر است (چرا؟) حالا باید برای عددهای باقی‌مانده هم فکری بکنیم. باقی‌مانده‌ها از ۱ شروع می‌شوند و تا یکی کمتر از ۱۲، یعنی ۱۱ ادامه پیدا می‌کنند. باز هم می‌توانیم از روی هم گذاشتن عددهای اول و آخر دسته‌های ۱۲ تایی درست کنیم.

اما مشکل این است که ۱۱ عدد داریم و یکی این وسط باقی می‌ماند. این جمع‌ها را داریم: $1+1, 2+1, 3+1, 4+1, 5+1$.

عددی که این وسط باقی می‌ماند، عدد ۶ است. پس حالا تعدادی دسته ۱۲ تایی داریم که مطمئنیم مجموع آن‌ها بر ۶ بخش پذیر است، و یک دسته ۶ تایی. پس در نهایت می‌توانیم بگوییم مجموع ساخته شده بر ۶ بخش پذیر است. به شکل‌های زیر برگردید و بررسی کنید که آیا اگر تعداد را به جای ۱۲، تا ۱۱ انتخاب می‌کردیم، مرحله‌ها تفاوتی می‌کردند؟ به جز شکل‌هایی که دیدیم، در پایین می‌توانید اثبات جبری این موضوع را هم ببینید. مجموع n عدد متوالی (n عددی زوج است)، بر n بخش پذیر است:

$$(k) + (k+1) + (k+2) + \dots + (k+n-1) = nk + (1+2+\dots+n-1)$$

$$= nk + \frac{(n-1) \times n}{2} = nk + n \times \frac{(n-1)}{2} = \frac{n}{2} (2k+n-1)$$



مشابه همین جمله را می‌توانیم برای عددهای فرد هم داشته باشیم. برای دیدن اثبات آن، بارکد مقابل را اسکن کنید و فایل را دریافت کنید.

وقتی ادعا می‌کنیم چیزی درست است، باید برای درستی آن دلیل بیاوریم. به این کار «اثبات» می‌گوییم. بعضی برای اثبات حرفشان به زور متوسل می‌شوند! اما ما که ریاضی می‌خوانیم، می‌توانیم از روش‌های ریاضی مثل رسم شکل، رابطه‌های جبری، مثال زدن و ... استفاده کنیم و نیازی به زور و جبر نداریم! پس بیایید با هم مثال بزنیم، شکل بکشیم و اثبات کنیم.

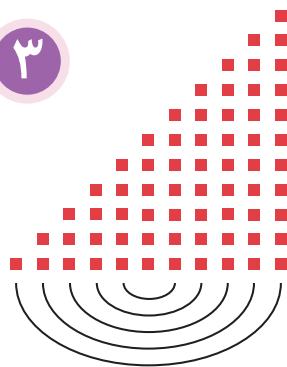
در شماره‌های قبل، برای درستی جملات زیر استدلال آوردیم:

- جمع ۳ عدد متوالی بر ۳ بخش پذیر است.
 - جمع ۴ عدد متوالی بر ۲ بخش پذیر است.
 - اگر بخواهیم جمله دوم را برای عددهای بزرگ‌تر بررسی کنیم، به چنین جمله‌هایی می‌رسیم:
 - جمع ۶ عدد متوالی بر ۳ بخش پذیر است.
 - جمع ۸ عدد متوالی بر ۴ بخش پذیر است.
- پس به‌طور کلی می‌توانیم چنین جمله‌ای بگوییم: «جمع هر تعداد زوج عدد متوالی، بر نصف تعدادشان بخش پذیر است».

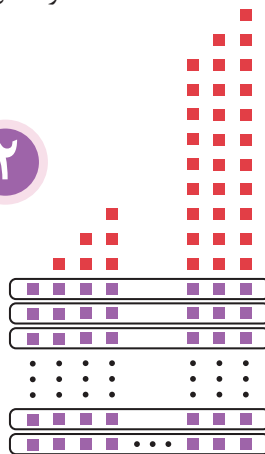
بزن یک بخش اثبات کن

جمله‌ای که در مطلب شماره ۴ بررسی کردیم هم، در واقع حالت خاصی از همین جمله است. جمع ۴ عدد متوالی بر ۲ بخش پذیر است. بگذارید این جمله را برای یک عدد زوج بزرگ‌تر هم بررسی کنیم؛ مثلاً جمع ۱۲ عدد متوالی بر ۶ بخش پذیر است. در شکل ۱ ما ۱۲ عدد متوالی را می‌بینیم.

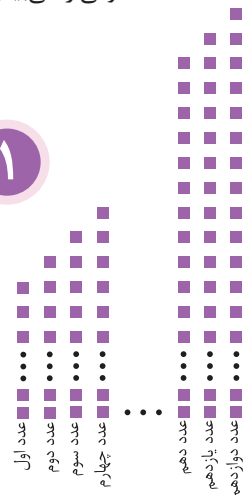
۳



۲



۱





داود معصومی مهوار مسئله حل کن، تخمین بزن

چند متر رشته

یک کاسه معمولی آش رشته پخته داریم. اندازه کاسه نه کوچک است و نه بزرگ؛ جوری که اگر آن را به کسی بدهیم که آش بخورد، تعجب نمی کند. حالا اگر رشته‌های این آش را کنار هم بگذاریم، چه طولی خواهد داشت؟ سه متر؟ ۱۷ کیلومتر؟ چقدر؟
مانند دیگر مسئله‌های تخمین، در اینجا هم موضوع‌های زیادی هستند که مهم‌اند. اندازه کاسه، کم‌رشته یا پررشته بودن آش، یا حتی کلفتی رشته‌های آش. (این موضوع چه تأثیری در مسئله دارد؟)

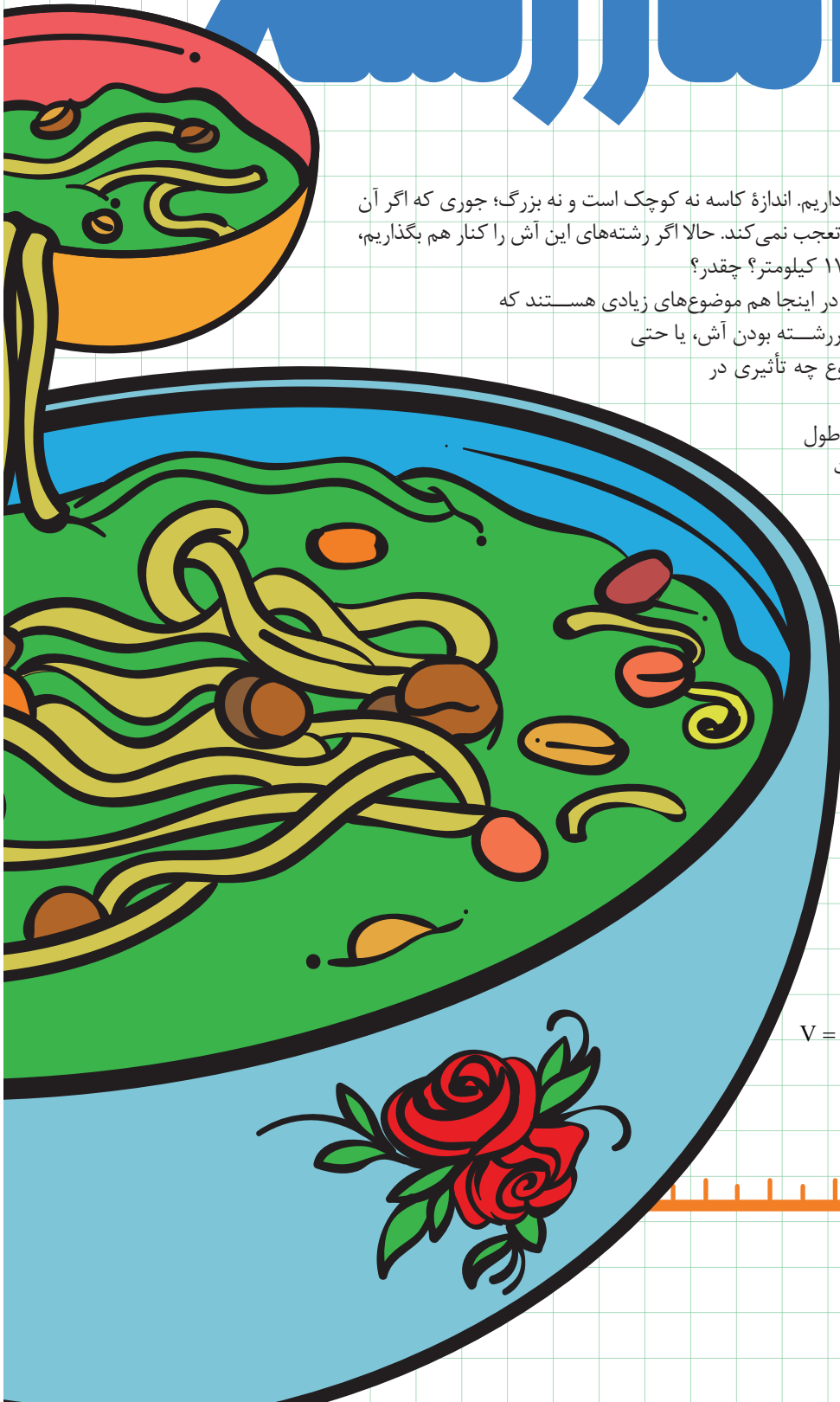
شاید وقت دیگری، کار تخمین زدن طول رشته‌های آش را از زمان شروع پخت آن پیگیری کنیم (چه جوری؟) اما الان سراغ کاسه آش رشته پخته می‌رویم. فرض می‌کنیم کاسه آش رشته یک نیم‌کره به قطر ۱۸ سانتی‌متر است. معمولاً کاسه‌ها شکل کروی ندارند. این کاسه از نیم‌کره‌ای که یاد کردیم حجم کمتری دارد. پس کاسه را فعلاً نیم‌کره می‌گیریم و بعد فکری به حال بزرگی آن می‌کنیم. حجم کره چنین به دست می‌آید:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

پس حجم نیم‌کره

کاسه ما چنین چیزی است:

$$V = \frac{2}{3} \pi \times 9^3 = \frac{2}{3} \times 3/14 \times 729 \approx 1527$$





در یک کاسه آش؟

اما بد نیست که کاسه آش را کم حجم‌تر بگیریم. چون معمولاً کاسه‌ها نیم‌کره نیستند.^۲ حجم کاسه آش را ۱۲۰۰ سانتی‌متر مکعب یا ۱۲۰۰ میلی‌لیتر می‌گیرم. ما تصور نسبتاً خوبی از رشته‌ای که در یک قاشق می‌نشیند داریم. پس تلاش می‌کنیم بفهمیم که این کاسه آش چند قاشق آش دارد. با یک جست‌وجو یا تلاش ساده می‌فهمیم که حجم یک قاشق غذاخوری ساده برابر ۱۵ میلی‌لیتر است. دو موضوع مهم دیگر را نباید فراموش کنیم: یکی اینکه کاسه آش لب به لب پر نیست. پس حجم آش آن را ۱۱۰۰ میلی‌لیتر می‌گیریم. دیگر اینکه بسته به آبکی یا غلیظ بودن آش، ممکن است یک قاشق بیش از ۱۵ میلی‌لیتر آش را از کاسه بردارد. پس فرض می‌کنیم یک قاشق مقدار ۱۷ میلی‌لیتر آش را از کاسه بردارد. حالا ببینیم آش ما چند قاشق شد:

$$1100 \div 17 \approx 65$$

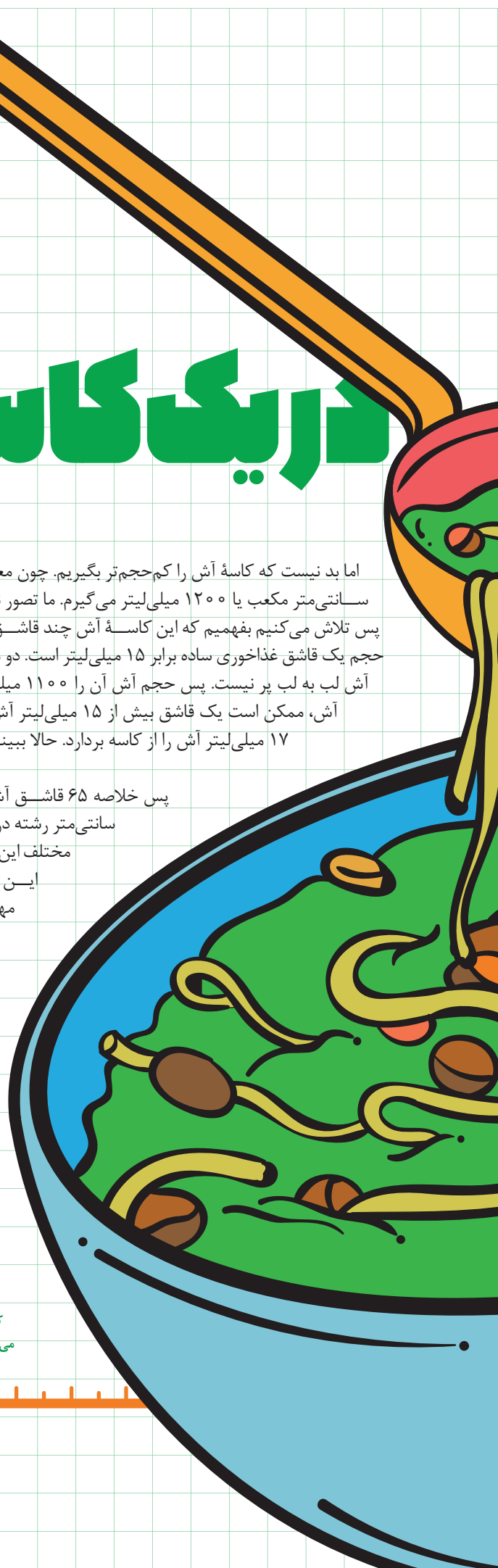
پس خلاصه ۶۵ قاشق آش رشته داریم و اگر فرض کنیم که هر قاشق آش ۸ سانتی‌متر رشته در خود دارد، بیراه نگفته‌ایم. گرچه ممکن است در آش‌های مختلف این عدد تغییرات زیادی داشته باشد. اگر کاسه آشی را دیدید، این مقدار را اندازه بگیرید. پس از چند بار تلاش و آزمایش در مهمانی‌ها، بالاخره ملاک خوبی از پررشته و کم‌رشته بودن آش به دست خواهید آورد. بگذریم. کار به نتیجه رسیده است.

$$65 \times 0.08m = 5.2m$$

یعنی یک کاسه آش رشته معمولی کم و بیش ۵/۲ متر رشته در خود دارد. راستی من آش کم‌رشته دوست دارم. آیا در این محاسبه‌ها اثری دارد؟

پی‌نوشت‌ها:

۱. چون من اندازه کف دستم (از خط مچ دست تا نوک انگشت وسط) را می‌شناسم و می‌دانم درست ۲۰ سانتی‌متر طول دارد، از همین جا دهانه کاسه را ۱۸ سانتی‌متر تخمین زدم. بد نیست شما هم اندازه کف دستتان را به یاد داشته باشید.
۲. مثلاً کاسه به شکل نیم‌کره نمی‌تواند بایستد و قرار داشته باشد و به همین دلیل بخشی از نیم‌کره را می‌برند تا یک کف مسطح برای کاسه دست و پا کنند. از طرف دیگر، کناره‌های کاسه‌ها نیز انحنایی کمتر از دایره دارند. پس کم و بیش ۳۰۰ میلی‌لیتر از حجم نیم‌کره را کم می‌کنیم تا حجم کاسه را بیابیم.





جعفر اسدی گرمارودی

بکند راه حل مسئله

مسئله. اختلاف بین مجموع اولین هزار عدد زوج مثبت متوالی و مجموع اولین هزار عدد فرد مثبت متوالی را به دست آورید.

حل: قبل از اینکه به راه حل‌ها بپردازیم، شرایط مسئله را بررسی می‌کنیم: هزار عدد خواهیم داشت، زوج باشند، پشت سر هم باشند، مثبت باشند و اولین باشند؛ یعنی: ۲، ۴، ۶، ...، ۲۰۰۰، ...، ۲، ۴، ۶، ...، ۲۰۰۰ و همین‌طور برای فردها: ۱، ۳، ۵، ...، ۱۹۹۹

راه حل اول:

مسئله دربارهٔ هزار عدد است، بنابراین شاید بتوانیم با بررسی حالت‌های خاص (مجموع اولین‌ها) پاسخ را پیش‌بینی کنیم. برای این بررسی از جدول ۱ کمک می‌گیریم.

جدول ۱. مجموع اولین‌ها

اختلاف هر ردیف	۱ اولین عدد فرد	۲ اولین عدد زوج
۱	۱	۲
۲	۱+۳=۴	۲+۴=۶
۳	۱+۳+۵=۹	۲+۴+۶=۱۲
۴	۱+۳+۵+۷=۱۶	۲+۴+۶+۸=۲۰

با ادامهٔ جدول می‌توانیم پیش‌بینی کنیم، که اختلاف مجموع اولین هزار عدد زوج مثبت متوالی و اولین هزار عدد فرد متوالی، برابر ۱۰۰۰ خواهد بود. این راه‌حل برای پیش‌بینی مناسب است، اما برای اطمینان از درستی پاسخ به سراغ راه‌حل‌های بعدی خواهیم رفت.

راه حل دوم: ابتدا اولین هزار عدد زوج و فرد مثبت را با هم جمع می‌کنیم. سپس اختلاف آن‌ها را به دست می‌آوریم.

$$2 + 4 + 6 + \dots + 1998 + 2000 = \frac{1001 \times 2000}{2} = 1001000$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + 1997 + 1999 = \frac{1000 \times 2000}{2} = 1000000$$

$$\text{اختلاف} = 1001000 - 1000000 = 1000$$





راه حل سوم: در جمع ۱۰۰۰ عدد زوج متوالی که از ۲ شروع می‌شوند، با جمع اولین عدد با آخرین عدد داریم:

$$2 + 2000 = 2002$$

همچنین با جمع دومین عدد با عدد نهمد و نود و نهم داریم:

$$4 + 1998 = 2002$$

و با جمع سومین عدد با عدد نهمد و نود و هشتم نیز داریم:

$$6 + 1996 = 2002$$

و به همین ترتیب، ۵۰۰ تا ۲۰۰۲ خواهیم داشت.

در جمع ۱۰۰۰ عدد فرد متوالی که از ۱ شروع می‌شوند:

$$1 + 1999 = 2000$$

$$3 + 1997 = 2000$$

$$5 + 1995 = 2000$$

و به همین ترتیب ۵۰۰ تا ۲۰۰۰ داریم.

بنابراین در مجموع هزار عدد زوج متوالی، ۵۰۰ تا ۲ تا بیشتر از مجموع هزار عدد فرد متوالی داریم که $(500 \times 2 = 1000)$ واحد بیشتر است.

تمرین: راه‌حل‌های سوم و چهارم را با هم مقایسه کنید. چه بخش‌هایی از این دو راه شبیه هم هستند؟ اگر قرار بود تفاوت مجموع ۱۰۰۰ عدد زوج نخست را با نخستین ۱۰۰۵ عدد فرد محاسبه می‌کردید، هر یک از این راه‌ها را چگونه پیش می‌بردید؟

پی‌نوشت:

۱. برای یادآوری چگونگی به دست آوردن مجموع هزار عدد متوالی زوج و فرد، می‌توانید به مطلب «یک مسئله»

و چند راه‌حل» در شماره ۹۹ (مهر ۱۳۹۷) مراجعه کنید

راه حل

چهارم: با

کمک جمع و ۱ تفریق عددهای صحیح، پاسخ مسئله را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} & (2+4+6+\dots+2000) - (1+3+5+\dots+1999) \\ &= 2+4+6+\dots+2000 - 1-3-5-\dots-1999 \\ &= (2-1) + (4-3) + (6-5) + \dots + (2000-1999) \\ &= \underbrace{1+1+\dots+1}_{\text{هزار تا}} = 1000 \end{aligned}$$

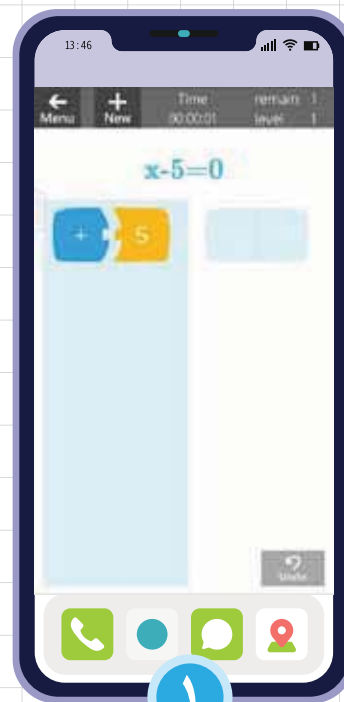
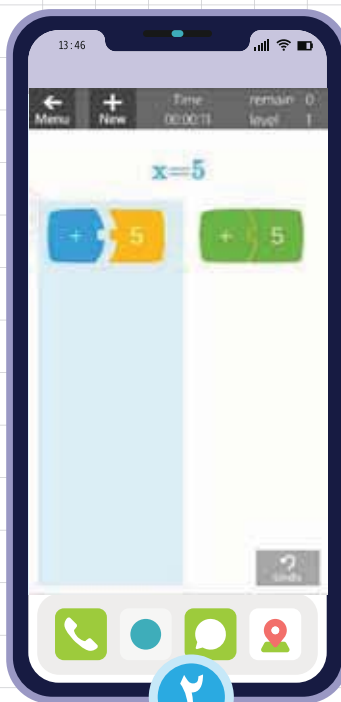
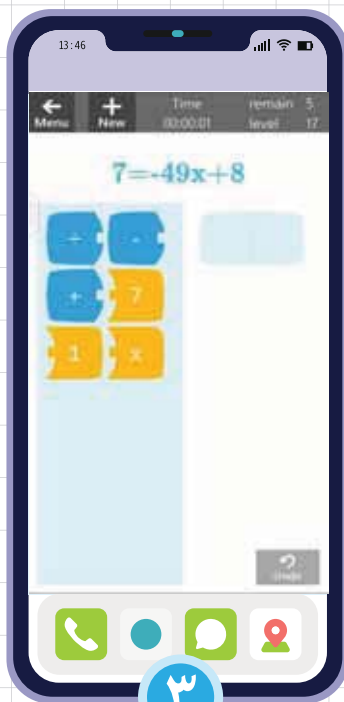


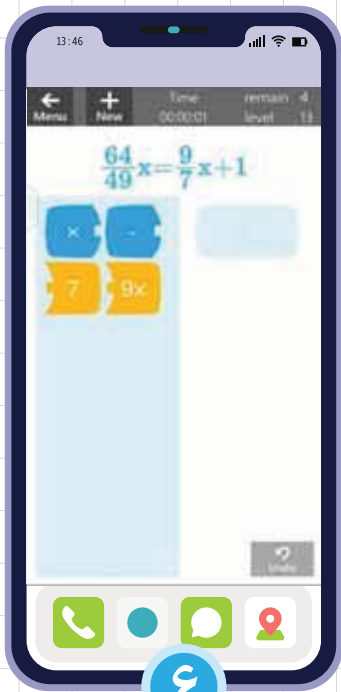
• کیمیا هاشمی

بازی جبر

بازی‌های اندرویدی Android Games

• «بازی جبر» (Algebra Game) یک بازی یک‌نفره است. در هر مرحله از این بازی یک معادله مطرح می‌شود و شما باید مقدار x را پیدا کنید. اما آنچه بازی را جالب می‌کند، این است که برای حل معادله ابزار محدودی دارید! در این بازی شما تنها می‌توانید به کمک عملیاتی این معادله را حل کنید که در آن‌ها از عددها و عملگرهای سمت چپ صفحه بازی استفاده می‌شود. برای مثال، به بازی تصویر ۱ توجه کنید. در این بازی شما باید معادله $x-5=0$ را حل کنید. در سمت چپ صفحه بازی می‌توانید علامت $+$ و عدد 5 را ببینید. پس برای حل معادله تنها می‌توانید از عملیاتی که به کمک $+$ و 5 انجام می‌شوند، استفاده کنید. احتمالاً خودتان حدس زده‌اید که باید به دو طرف نامساوی عدد 5 را اضافه کنید. • برای اضافه کردن 5 کافی است دستتان را از روی عدد 5 به سمت عملگر $+$ بکشید.





۶

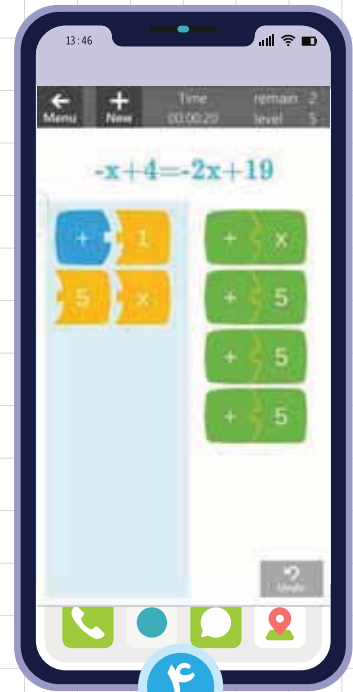
عنوان «الجبر والمقابلہ» نوشت که در آن روشی برای حل معادلات معرفی کرد. جالب است بدانید، بلندترین بخش این کتاب مربوط به کاربرد این روش‌ها در تقسیم ارث با توجه به قوانین اسلامی است. این کتاب که هم‌زمان با قرون وسطا در اروپا نوشته شده بود، بعدها به زبان‌های گوناگون ترجمه شد و تأثیر زیادی بر ریاضیات آن دوره گذاشت. امروزه خوارزمی را «پدر جبر» می‌نامند.



۵

اولیه چه بوده است؟
برای این بازیکن تنها دو عملیات باقی مانده است. آیا می‌توانید بازی او را کامل کنید؟ اگر شما این بازی را شروع می‌کردید، چطور بازی می‌کردید؟
۳. در بازی تصویر ۵ حداقل با چند عملیات می‌توان مقدار x را یافت؟
۴. در بازی تصویر ۶، با چهار عملیات مقدار x را پیدا کنید.

این بازی همان‌طور که از نامش پیداست، به یکی از شاخه‌های مهم ریاضیات به نام جبر می‌پردازد. علم جبر با تلاش برای حل معادلات شکل گرفت. هر چند بابلی‌ها و هندی‌ها برای برخی معادلات روش‌های حلی پیشنهاد داده بودند، اما محمدبن موسی خوارزمی، ریاضی‌دان مشهور ایرانی، اولین کسی بود که به حل دقیق معادلات پرداخت و با اثبات درستی روش‌های خود گام بزرگی برای گسترش ریاضیات برداشت. او که در قرن دوم هجری قمری زندگی می‌کرد، به بغداد سفر کرد تا در مکانی به اسم «بیت‌الحکمه» به مطالعه و تحقیق بپردازد. در این مکان بود که کتابی با



۴

● عملیاتی که هر بار انجام می‌دهید، در سمت راست صفحه ثبت می‌شود. برای مثال، صفحه بازی تصویر ۱ بعد از حل کردن معادله به صورت صفحه تصویر ۲ در می‌آید.
● همان‌طور که در تصویر ۲ می‌بینید، در بالای صفحه تعداد عملیاتی که مجازید انجام دهید تا به جواب برسید، نوشته شده است. اگر مقدار x را پیدا کنید، اگر تعداد عملیاتتان در طول بازی از حد مجاز بیشتر شده باشد، در انتهای بازی از شما خواسته می‌شود، دوباره این مرحله را تکرار کنید.
● دقت کنید که زمان شما ثبت می‌شود و بهتر است این کار را تا می‌توانید سریع انجام دهید!

تمرین

۱. در بازی تصویر ۳، با ۵ عملیات مقدار x را پیدا کنید.
۲. در بازی تصویر ۴، بازیکنی به صورتی که در سمت راست نشان داده شده، بازی کرده است. معادله

منابع:

۱. مقاله «Islamic Mathematics» نوشته شده در: Center For South Asian and Middle Eastern Studie, University of illinois at Urbana- Cnampaign
۲. صفحه ویکی‌پدیای «محمدبن موسی خوارزمی»



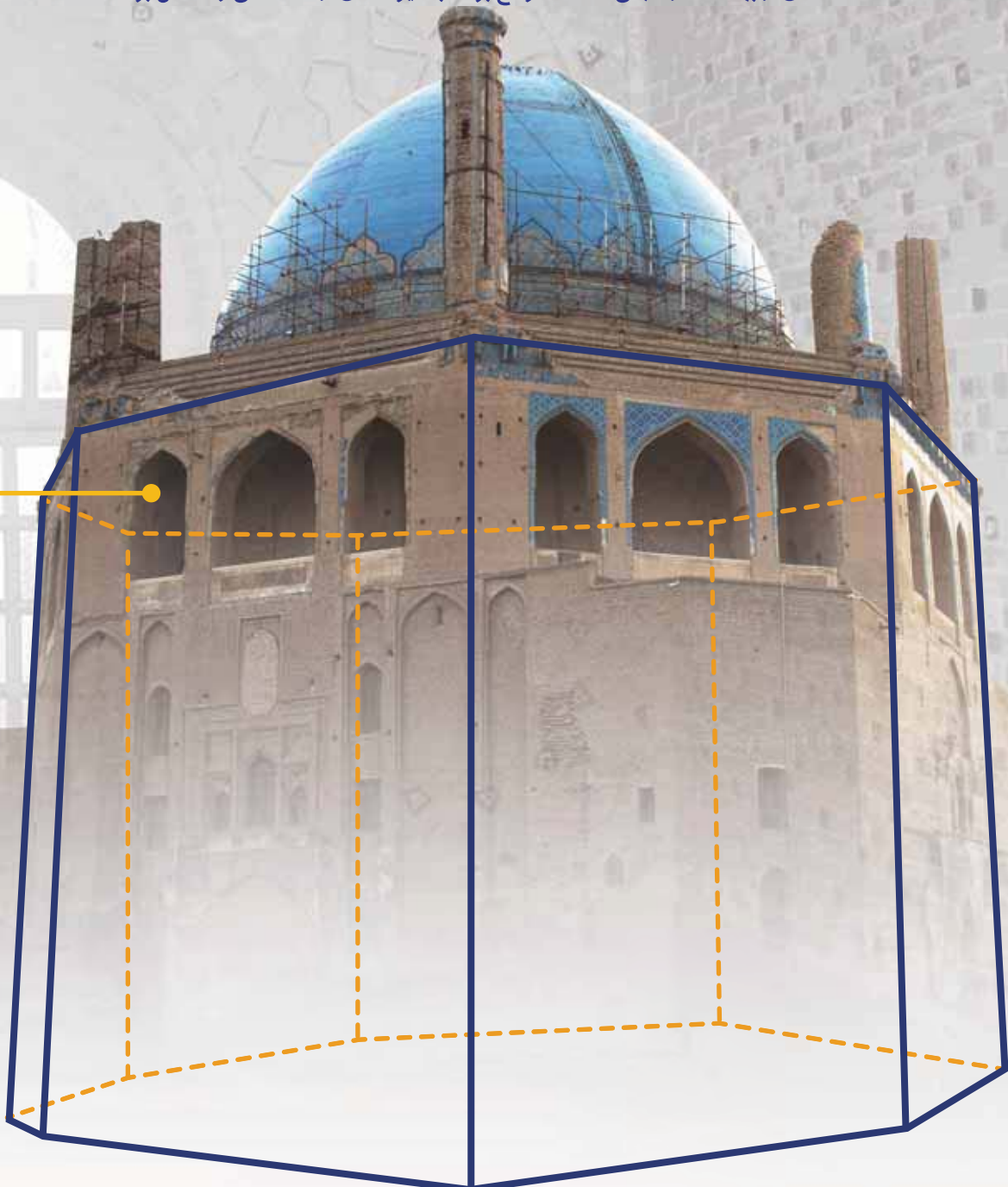
با استفاده از بارکد بالا، بازی را دانلود کنید.

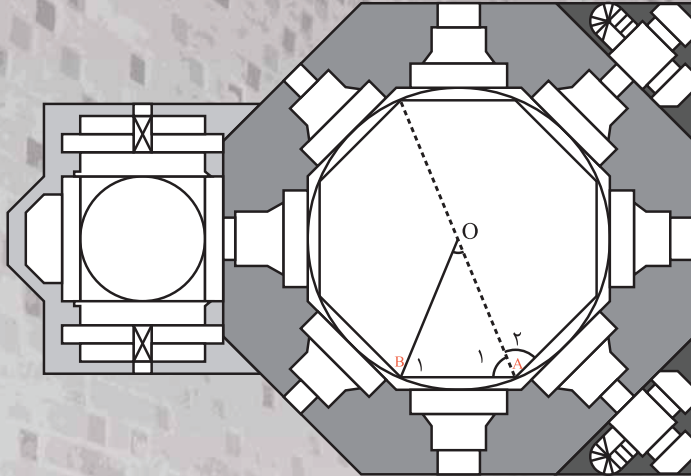


نازنین حسن‌نیا ● شادی رضائی
عکاس: شادی رضائی

سلطانیه ایوان‌های هشت‌گانه

استفاده از عدد هشت در بناهای مذهبی بسیار رایج بوده است؛ به‌خصوص در بناهایی که مقبره‌ی کسی بودند یا مکانی برای عبادت باشند. گنبد سلطانیه، مکانی برای دفن سلطان محمد خداپنده در نظر گرفته شده بود و هشت ضلعی بودن این بنا، اشاره به هشت طبقه‌ی بهشت دارد. همچنین گنبد آبی رنگ آن نمادی از طاق آسمان است و آجری بودن آن نمادی از خاک و زمین. سلطان محمد قصد داشت تا محل دفن پیکر خود را بهشتی بر روی زمین بنا نهد و از این رو، این بنا را که شامل هشت در، هشت ایوان و هشت مناره است ساخت تا نمادی از بهشت را تجلی دهد. مرتفع بودن بنا نیز نمادی از آسمانی و مقدس بودن آن است.





۱

کف فضای اصلی
بنای سلطانیه، یک
هشت‌ضلعی منتظم است.
یعنی یک هشت‌ضلعی که
همه ضلع‌های آن با هم و همه
زاویه‌هایش با هم برابر هستند.
رو به هر ضلع که بایستید، ایوانی
بلند و زیبا با تزئینات آجر و کاشی
ساخته شده است. پس می‌توانیم
بگوییم که این اتاق یا سالن اصلی،
یک منشور با قاعده هشت‌ضلعی
است.

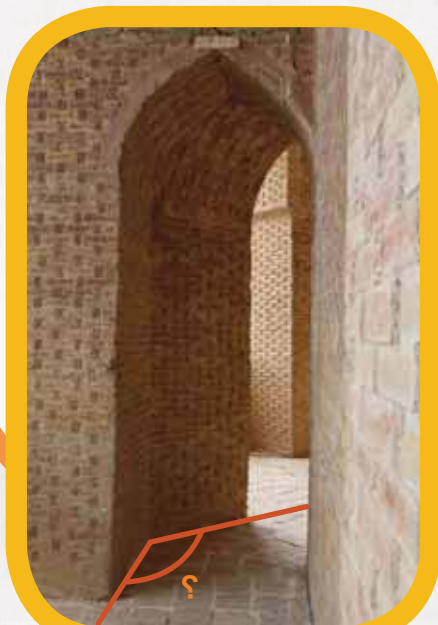
اگر درست وسط این هشت‌ضلعی،
رو به یکی از ایوان‌ها بایستیم، چند
درجه باید بچرخیم تا ایوان کناری
را از روبه‌رو بینیم؟
آیا می‌توانیم زاویه بین دو ایوان را
حساب کنیم؟

قبلاً اندازه زاویه O را حساب
کردیم. چون وسط هشت‌ضلعی
ایستاده‌ایم، پس: $OA=OB$.
بنابراین مثلث OAB مثلثی
متساوی‌الساقین است و می‌توانیم
بگوییم که زاویه‌های A_1 و B_1 با هم
..... . مجموع زاویه‌های داخلی
مثلث درجه است. بنابراین A_1
و B_1 هر کدام درجه هستند.
همچنین، خط AC خط تقارن
هشت‌ضلعی است. پس زاویه A_1
برابر است با زاویه به این
ترتیب زاویه بین دو ایوان سلطانیه
..... درجه است.

جاهای خالی را
شما پر کنید.

۲

به طبقه بالا می‌رویم. در
طبقه دوم، دور تا دور ساختمان
ایوان وجود دارد. در ایوان‌ها
حرکت می‌کنیم. به هر کنج که
می‌رسیم، می‌چرخیم و وارد ایوان
بعدی می‌شویم. می‌توانید بگویید در
هر کنج چند درجه باید بچرخیم؟





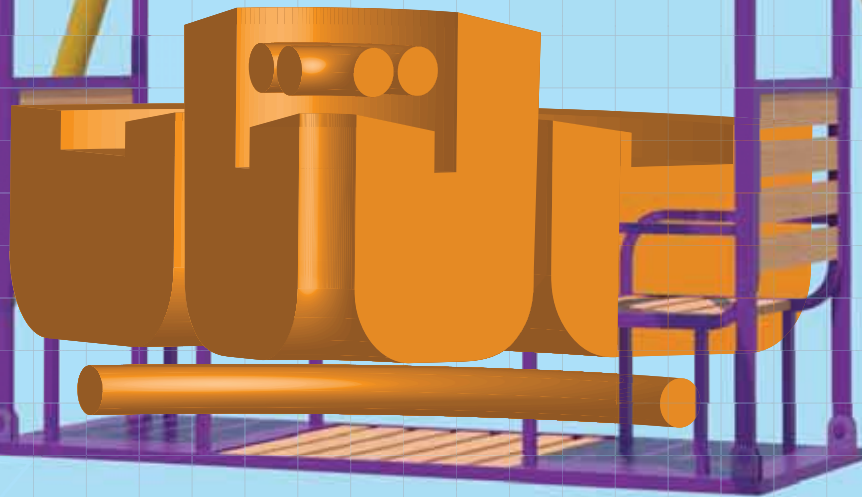
تاب، تاب، هوازی

خداها رو تشدازی!

● حسین نامی ساعی

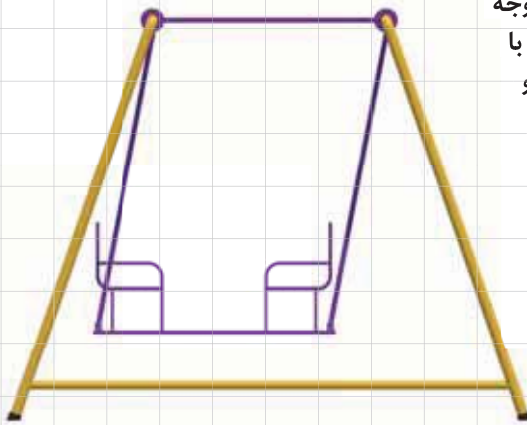
● مدلسازی سه بُعدی: الهام محبوب

هندسه در صنعت





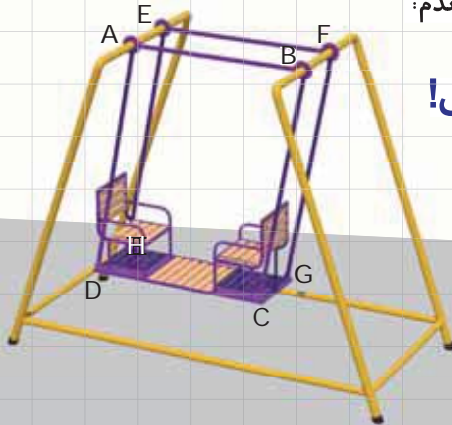
جمعه صبح بود و طبق قولی که به دخترانم داده بودم، آن‌ها را به بوستان محله‌مان بردم. دخترها به محض ورود با سرعت خودشان را به وسیله بازی محبوبشان یعنی تاب، رساندند. در آن هوای پاک صبحگاهی روی نیمکت نشسته و مشغول تماشای بازی بچه‌ها بودم که شکل این نوع تاب، توجه مرا جلب کرد. وقتی تاب هنوز حرکت نکرده بود، یک مکعب مستطیل می‌دیدم. زمانی که میله‌های تاب (ضلع‌های مکعب مستطیل) شروع به حرکت کردند، شکل تاب هم تغییر کرده و مستطیل‌ها، به شکل متوازی‌الاضلاع درآمدند. ولی صندلی‌های آن به پایین منحرف نمی‌شد و بچه‌ها از روی آن سُر نمی‌خوردند. این موضوع مرا به فکر فرو برد و به دنبال دلیل آن بودم. با کمی اندیشه، علت موضوع را کشف کردم و همان‌جا تصمیم گرفتم که شعف ناشی از این کشف را با شما تقسیم کنم:



می‌دانید که هر مکعب مستطیل از شش وجه مستطیل شکل درست شده است. ما در اینجا با وجه جلویی و پشتی (مستطیل‌های ABCD و EFGH) کار داریم. هنگام حرکت تاب، ضلع‌های این مستطیل‌ها روی لولاها (که در واقع رأس‌های مستطیل‌ها هستند) حرکت می‌کنند و مستطیل تغییر شکل می‌دهد. اما به چه شکلی تبدیل می‌شود؟ مطمئنم درست حدس زده‌اید! بله به متوازی‌الاضلاع تبدیل می‌شود، اما چرا؟

واضح است که ضلع‌های مستطیل‌ها (میله‌های سازنده تاب) هنگام حرکت تغییر طول نمی‌دهند و طول آن‌ها ثابت می‌ماند. پس در چهارضلعی جدید، اضلاع مقابل با هم مساوی‌اند ($AB=CD$ و $AD=BC$). حالا از هندسه کمک می‌گیریم. چهارضلعی که اضلاع مقابل آن دو به دو با هم مساوی باشند، متوازی‌الاضلاع است (سعی کنید درستی این موضوع را خودتان اثبات کنید. قطر چهارضلعی را رسم کنید و از هم‌نهشتی مثلث‌ها، به برابری زاویه‌ها برسید و از آنجا موازی بودن اضلاع مقابل را ثابت کنید). اکنون دلیل تعادل تاب در حین حرکت روشن شد! ضلع‌های روبه‌روی مستطیل‌های دو طرف، موقع حرکت به متوازی‌الاضلاع تغییر شکل می‌دهند. پس با سطح زمین موازی می‌مانند و به یک طرف منحرف نمی‌شوند و بچه‌ها به سلامت بازی‌شان را ادامه می‌دهند! فقط فاصله صندلی‌های تاب از زمین کم و زیاد می‌شود. اینجا بود که این شعر به ذهنم رسید و برایشان خواندم:

**تاب، تاب، موازی
خدا ما رو نندازی!**





از سال ۱۹۹۸ میلادی، جام جهانی فوتبال با حضور ۳۲ تیم در هشت گروه چهار تیمی برگزار می‌شود، در حالی که در دوره‌های قبل از آن، با تعداد تیم‌های کمتر و به شیوه‌های متفاوت برگزار می‌شد. همان‌طور که می‌دانید در مرحله مقدماتی، تیم‌ها بعد از انجام سه مسابقه خود براساس امتیاز (برد: ۳ امتیاز، مساوی: ۱ امتیاز و باخت: صفر امتیاز) رده‌بندی می‌شوند و دو تیم اول هر گروه به مرحله حذفی صعود خواهند کرد. قصد داریم برای شش دوره اخیر، یعنی ۱۹۹۸، ۲۰۰۲، ۲۰۰۶، ۲۰۱۰، ۲۰۱۴ و ۲۰۱۸، با کمک تاریخچه انجام مسابقات و از طریق اطلاعات موجود در وب سایت «fifa.com» فراوانی امتیازهای ممکن و درصد صعود تیم‌ها در هر امتیاز را بررسی کنیم.

جدول فراوانی

همان‌طور که می‌دانید در یک گروه چهار تیمی ۹ حالت متفاوت رخ می‌دهد که آن‌ها را در جدول ۱ مشاهده می‌کنید. همچنین در این جدول، تعداد تیم‌هایی که در این شش دوره موفق شدند هر یک از این ۹ امتیاز را کسب کنند، قابل مشاهده است. برای به دست آوردن درصد، به مجموع تعداد تیم‌های حاضر در این شش دوره نیاز داریم که به راحتی قابل محاسبه است: $۶ \times ۳۲ = ۱۹۲$.

امتیاز	تعداد تیم‌ها	تعداد صعود کرده‌ها	درصد صعود کرده‌ها
۹	۱۷	۱۷	۱۰۰٪
۷	۲۳	۲۳	۱۰۰٪
۶	۱۹	۱۹	۱۰۰٪
۵	۱۹	۱۹	۱۰۰٪
۴	۴	۴	؟
۳	۳۲	۱	۳/۱٪
۲	۷	۰	۰٪
۱	۲۷	۰	۰٪
۰	۱۵	۰	۰٪

۱



بان و غان‌های

بررسی امتیازهای صعود و سقوط در مرحله مقدماتی ج

بررسی جدول

طبق اطلاعات جدول، تیم‌های کسب‌کننده امتیازهای ۹، ۷، ۶ و ۵ همگی به مرحله بعد صعود کرده‌اند. آیا می‌توان نتیجه گرفت در جام جهانی بعدی، حتماً تیمی با این امتیازها به مرحله بعد صعود خواهد کرد؟ پاسخ این سؤال برای امتیازهای ۹ و ۷ بله هست، ولی در مورد امتیازهای ۶ و ۵ خیر است. برای امتیاز ۹ حالتی وجود نخواهد داشت که این آمار صددرصدی را با مشکل روبه‌رو کند. امتیاز ۹ حداکثر امتیاز ممکن است (یعنی سه برد).

امتیاز ۷ امتیاز مطمئنی است، به سبب آنکه با دو پیروزی و یک تساوی به دست آمده است. امتیاز ۷ در صورتی به خطر خواهد افتاد که سه تیم با امتیازهای ۹، ۷ و ۷ (یا ۷، ۷ و ۷) داشته باشیم که به هیچ عنوان چنین حالتی رخ نخواهد داد.

تیم A، تیم B را برده است	تیم C، تیم D را برده است
تیم C، تیم A را برده است	تیم B، تیم D را برده است
تیم A، تیم D را برده است	تیم B، تیم C را برده است

۲

امتیاز ۶ امتیاز خوبی است، اما برای صعود صددرصد مطمئن نیست. نحوه نتایج در حالتی خاص سبب می‌شود تیمی با ۶ امتیاز حذف شود. این نتایج در جدول ۲ آمده است.

رتبه	تیم	امتیاز
۱	A	۶
۲	B	۶
۳	C	۶
۴	D	۰

۳

جدول امتیاز نتایج این گروه در جدول ۳ مرتب شده است. بنابراین یکی از تیم‌های A، B و C با داشتن ۶ امتیاز و به دلیل تفاضل گل، حذف خواهد شد.

صددرصد بودن آمار صعود این امتیاز در جدول ۱ نشان‌دهنده آن است که این حالت به ندرت اتفاق خواهد افتاد و در این شش دوره نیز اتفاق نیفتاده است. سعی کنید برای امتیاز ۵، مانند جدول ۲ نتایجی را پیدا کنید که در نهایت یک تیم با پنج امتیاز جواز حضور در مرحله حذفی را کسب نکند.

طبق اطلاعات جدول ۱، تیم‌های کسب‌کننده امتیازهای ۲، ۱ و ۰ همگی حذف شده‌اند. آیا می‌توان نتیجه گرفت که در جام جهانی بعدی تیمی با این امتیازها از صعود

به مرحله بعد باز خواهد ماند؟ پاسخ این سؤال برای امتیازهای ۰ و ۱ بله است، ولی در مورد امتیازهای ۲، خیر است. برای امتیازهای حداقلی صفر و یک نمی‌توان حالتی را پیدا کرد که به صعود منجر شود.

در امتیاز ۲، در یک حالت بسیار خاص و نادر می‌توان صعود کرد. جدول ۴ نتایج منجر به چنین صعودی را به نمایش گذاشته است. می‌توانید با تشکیل جدول این گروه، نحوه صعود تیم دوم با کسب ۲ امتیاز را مشاهده کنید.

با توجه به درصد امتیاز ۳ در جدول ۱، کسب چنین امتیازی مانند امتیاز ۲ به صورتی خیلی نادر اتفاق خواهد افتاد؛ اتفاقی که در جام جهانی ۱۹۹۸ برای تیم شیلی خوش‌شانس رقم خورد. این تیم با ۳ امتیاز به لطف تساوی با ایتالیا در رده دوم و بالاتر از اتریش و کامرون قرار گرفت.^۲

پی‌نوشت‌ها

۱. برای کسب اطلاعات بیشتر می‌توانید به مطلب «حساب و کتاب فوتبالی» در شماره ۹۶ همین مجله مراجعه کنید.
۲. در مورد امتیاز ۴ در شماره بعدی به‌طور مفصل صحبت خواهیم کرد. شماره بعدی را دنبال کنید.
۳. برای بررسی بیشتر، می‌توانید به سایت fifa.com مراجعه کنید.



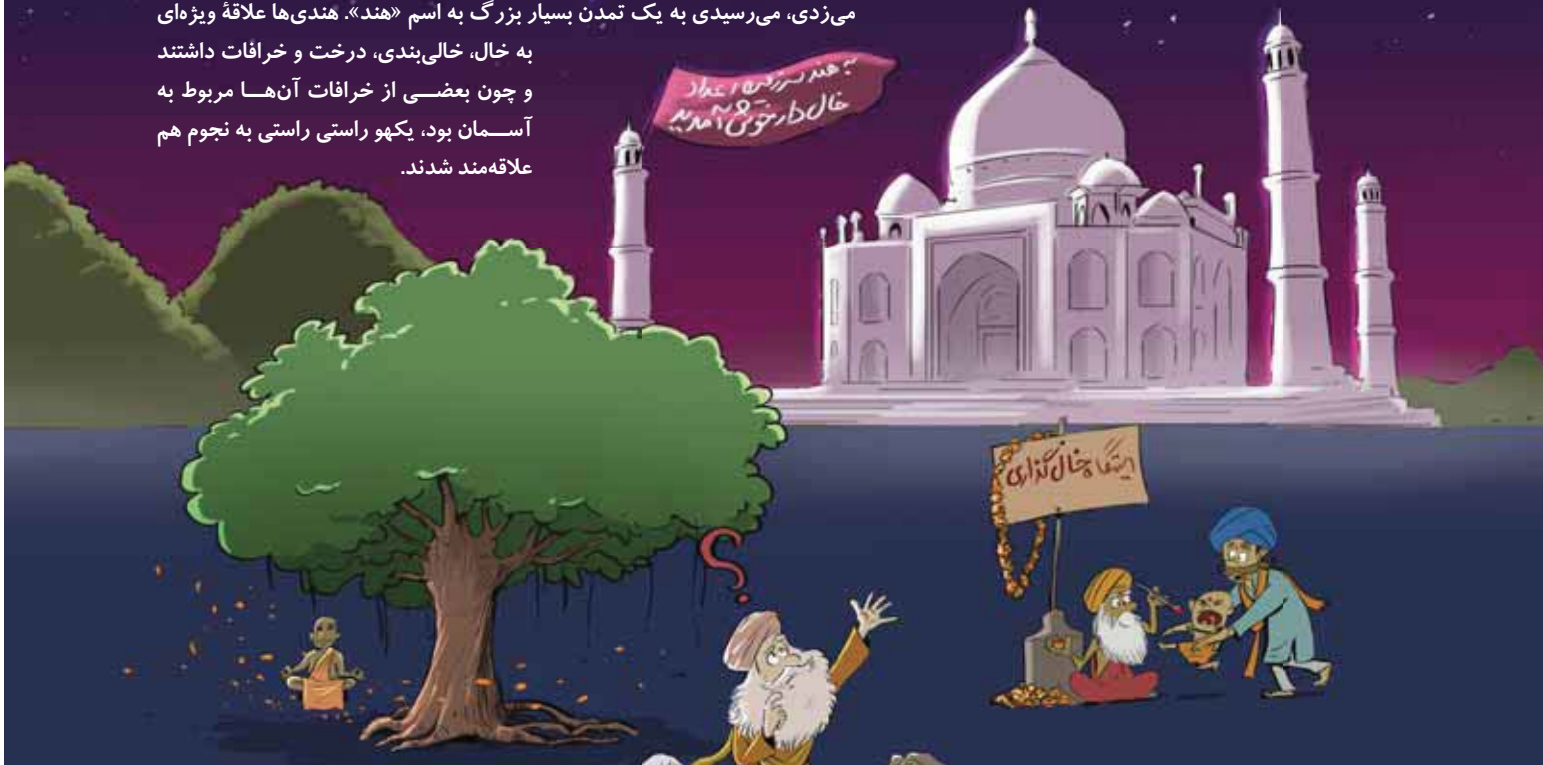
جعفر اسدی گرمارودی

ورزشی
جام جهانی فوتبال

هندوی خالی‌بند و یک مجهول، هاها

● تصویرگر: حمید خلوتی ● هوشنگ شرقی / حسام سبحانی طهرانی

حدود ۵۰۰۰ سال قبل، اگر قایقت را می‌انداختی توی خلیج فارس و همان‌طور پارو می‌زدی، می‌رسیدی به یک تمدن بسیار بزرگ به اسم «هند». هندی‌ها علاقه ویژه‌ای به خال، خالی‌بندی، درخت و خرافات داشتند و چون بعضی از خرافات آن‌ها مربوط به آسمان بود، یکهو راستی راستی به نجوم هم علاقه‌مند شدند.



آن‌ها در این راه مجبور شدند کلی جبر و هندسه و مثلثات یاد بگیرند، اما از آنجایی که علاقه‌ای به مکتوب کردن آن‌ها نداشتند، بیشتر یافته‌هایشان به باد هوا رفت.



وقتی سرگرم ستاره‌ها شدند، تازه فهمیدند که ناچارند به ریاضی هم علاقه‌مند شوند.



تا اینکه از ۱۵۰۰ سال پیش شروع به نگارش یافته‌هایشان کردند و این باعث شد خیلی زود پیشرفت کنند و تبدیل به شاخ ریاضی جهان بشوند.



از راه معکوس شده مجهول پیدا

حدود ۱۰۰۰ سال پیش یک ریاضی‌دان هندی به نام بهاسکره متوجه شد زندگی دخترش لیلوتی، پر از معادله‌های پیچیده شده و تصمیم گرفت کتابی برای دخترش بنویسد که در آن کلی معادله حل کرده باشد. البته نه دوست داشت از روش پردردسر حدس و آزمایش مصری‌ها استفاده کند و نه آن موقع‌ها خبری از نماد و X و این حرف‌ها بود. برای همین، از روش ابداعی هندی‌ها استفاده کرد؛ روش عملیات معکوس.

یکی از مسئله‌های خال‌دار هندی به این صورت بود:

اعددی را بیابید که اگر آن را در برابر کتیاها و حاصل را بر ۳ تقسیم کنید، و از حاصل ۲ واحد کم کنید، جواب ۵ سوداها

لابد الان با خودت می‌گویی اینکه کاری ندارد:

$$\frac{2x+5}{3} - 2 = 5 \Rightarrow 3 \times \left(\frac{2x+5}{3} - 2 \right) = 3 \times 5$$

$$\Rightarrow 2x+5-6=15 \Rightarrow 2x-1=15$$

$$\Rightarrow 2x=16 \Rightarrow x = \frac{16}{2} = 8$$

اما تو از نماد استفاده کردی. اگر ادعا داری، به روش هندی حل کن!

حالا اگر خیلی خیلی ادعا داری، جواب این مسئله قدیمی هندی را به روش خودشان بنویس و برای مجله برهان بفرست و یک درخت خال‌دار جایزه بگیر!

«دخترک زیبا که چشمانی درخشان داری، به من بگو، از آنجا که روش صحیح عکس کردن را دریافته‌ای، چه عددی است که چون در ۳ ضرب شود، سپس در $\frac{5}{3}$ ضرب شود، آنگاه به ۷ تقسیم شود و خارج قسمت در $\frac{7}{10}$ ضرب شده و حاصل در خودش ضرب شود و نتیجه به اندازه ۵۲ واحد کم شود و از نتیجه ریشه دوم گرفته شود و ۸ واحد به آن افزوده شود و بعد بر ۱۰ تقسیم شود، عدد ۲ به دست آید؟» (لازم به توضیح است که برای سادگی صورت مسئله را کمی تغییر دادیم)



برای شنیدن داستان کامل ریاضیات در هند، از بارکد بالا استفاده کنید.



بهاسکره در حال عملیات معکوس

خیلی به مخت فشار نیاور! فقط کافی است مسئله را از آخر به اول حل کنی و عملیات‌ها را معکوس کنی. می‌دانیم که جمع و تفریق معکوس یکدیگرند و ضرب و تقسیم هم.

$$(((5+2) \times 3) - 5) \div 2 = 8$$




راضیه جلالی، محدثه کشاورز اصلانی



ریاضی در اردوی پدر دختری

گزارش کاردوی «الصانع» در دبیرستان دخترانه مفید

به بهانه فصل «حجم» در کتاب ریاضی هفتم، در «دبیرستان دخترانه دوره اول مفید» منطقه ۳ تهران، کاردویی (کارگاه - اردویی) ترتیب دادیم تا دختران در کنار پدرانشان برخی از مسئله‌های کتاب درسی را در قالب مهارت‌های عملی و دست‌ورزی بیاموزند. کاردو پنج غرفه داشت که بچه‌ها به همراه پدرانشان به ترتیب در آن‌ها حضور پیدا می‌کردند.

غرفه اول: فیگورستان

در این غرفه مکعب‌های چوبی فیگور می‌گرفتند و بچه‌ها فیگور آن‌ها را رسم می‌کردند. در هر مرحله، بچه‌ها تصویر ۱۰ مکعب روی هم چیده شده داشتند که می‌توانستند آن را بسازند. سپس باید روی کاغذ شطرنجی، تصویر سه‌نمای آن را رسم می‌کردند. در مرحله بعد کار برعکس می‌شد. بچه‌ها یک تصویر سه‌نما می‌گرفتند و باید آن را به کمک مکعب‌های چوبی می‌ساختند.



غرفه دوم: غلتان

با توجه به نام غرفه و دیدن عکس‌ها، فکر می‌کنم متوجه شوید که بچه‌ها در این غرفه چه کار می‌کردند. همان‌طور که در تصویر می‌بینید، بچه‌ها و پدرها در این غرفه هر کدام یک مکعب‌مستطیل در اختیار داشتند و باید با غلتاندن آن روی کاغذ، گسترده آن را رسم می‌کردند.





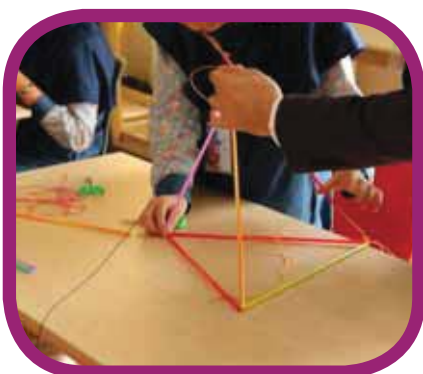
غرفه چهارم: علومستان

در این غرفه از معلم علوم کمک گرفتیم. سؤال اصلی غرفه این بود: «چرا یخ خرد شده آب را زودتر خنک می‌کند؟» یا: «چرا غذای جویده شده زودتر هضم می‌شود؟» این مکعب‌های پایین برای پاسخ دادن به همین سؤال در آزمایشگاه علوم قرار گرفته بودند. تو برای جواب این سؤال‌ها چه حدسی داری؟



غرفه پنجم: نیستان

نیستان اما درس جدید نیست. هر آنچه را که در کلاس از وجه، رأس، یال، حجم‌های منشوری و ... خوانده بودیم، دوره کردیم و در کنار هم با ننی و کش چهاروجهی ساختیم.



غرفه سوم: تختستان

تختستان ما دو مرحله داشت: در مرحله اول با سرزمین تختستان آشنا شدیم. موجودات تختستانی را شناختیم و از چشم آن‌ها نگاه کردیم. موجودات تختستانی، همان‌طور که از اسمشان پیداست، تخت هستند؛ یعنی به جای داشتن طول و عرض و ارتفاع، فقط طول و عرض دارند. برای اینکه بیشتر با موجودات تختستانی آشنا شویم، یک موز را وارد سرزمین تختستان کردیم و با برش زدن آن سعی کردیم متوجه شویم که این موز در این سرزمین چگونه دیده می‌شود (فیلم سرزمین تختستان را در وبلاگ اختصاصی مجله ببینید).

در مرحله دوم کار، سعی کردیم مکعب‌ها را از جهت‌های متفاوت وارد سرزمین تختستان کنیم. به بیان درست‌تر، سعی کردیم سطح مقطع‌های متفاوتی از مکعب‌ها را داشته باشیم. هر گروه با برش‌های متفاوت مکعب‌های اسفنجی‌اش سعی کرد، سطح مقطع مثلث، مربع، مستطیل، دوزنقه، متوازی‌الاضلاع، پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی بسازد. به نظرت سطح مقطع دیگری از مکعب قابل ساخت است؟

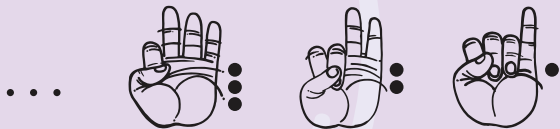


و در پایان نیم‌روز کارگاه - اردویی‌مان دور هم جمع شدیم و از تجربه‌های جدیدمان در کنار هم گفتیم و به کمک چهاروجهی‌های نیستان یک چهاروجهی بزرگ ساختیم.



هر سنگ یک انگشت

اگر قرار باشد با کمک انگشتان دست تعدادی سنگ را بشماریم، چکار می‌کنیم؟



مثل اجداد اولیه‌مان، برای هر سنگ یک انگشت را باز می‌کنیم. پس هر انگشت نماینده یا نشان‌دهنده یک سنگ است. این‌طوری حداکثر ۱۰ سنگ را می‌شماریم و اگر بیش از ۱۰ سنگ داشته باشیم، باید از یک دوست کمک بگیریم! به این ترتیب ما و دوست‌مان با هم، می‌توانیم حداکثر ۲۰ سنگ را بشماریم و اگر سنگ‌ها باز هم بیشتر باشند، باید از نفر سومی کمک بگیریم. حالا بیایید روشی را برای شمارش مرور کنیم که در دبستان دیدیم. من و دوستم می‌خواهیم سنگ‌ها را بشماریم. من شمارش را شروع می‌کنم و همین که همه انگشت‌هایم باز شدند، همه انگشت‌هایم را می‌بندم و دوستم در عوض همه ۱۰ انگشت من، یک انگشتش را باز می‌کند. پس:



شمارش را ادامه می‌دهیم و هر بار که همه انگشت‌های من باز شد، دوستم یک انگشتش را به جای همه ۱۰ انگشت من باز می‌کند.

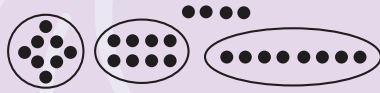


و مثلاً:



سید مهدی بشارت
بازنویسی: نازنین حسن‌نیا

شماردن با ده انگشت



اگر این آدم‌ها هم بخواهند مثل ما، تعداد انگشت‌های هر نفر را به ترتیب بنویسند، تعداد سنگ‌های بالا را می‌نویسند: ۳۴
اگر همین سنگ‌ها را ما ۱۰ انگشتی‌ها بشماریم، می‌شود:

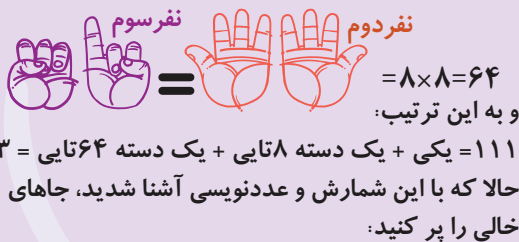


ده انگشتی ۲۸ = هشت انگشتی ۳۴

بیا ببینیم هر کدام از عددهای زیر توسط ۸ انگشتی‌ها چطور شمرده و نوشته می‌شود (جاهای خالی را تکمیل کن):

۵۴ = ده انگشتی + ۶ تا یکی + ۶ تا دسته ۸ تایی = ده انگشتی
 ۳۷ = ده انگشتی
 ۶۶ = ده انگشتی
 یکی + ۹ دسته ۸ تایی = ده انگشتی ۷۳

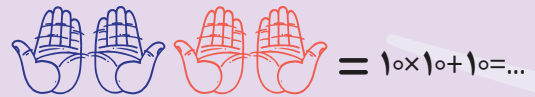
اما ... نفر دوم تنها ۸ انگشت دارد و برای شمردن ۷۳ تا، کمکِ نفر سوم را لازم داریم. هر انگشتِ نفر سوم معادل ۸ انگشتِ نفر دوم است، پس:



و به این ترتیب: $8 \times 8 = 64$
 ۱۱۱ = یکی + یک دسته ۸ تایی + یک دسته ۶۴ تایی = ۷۳
 حالا که با این شمارش و عددنویسی آشنا شدید، جاهای خالی را پر کنید:

ده انگشتی ۲۳ = هشت انگشتی
 ده انگشتی ۱۰۵ = هشت انگشتی

با این روش تا چند می‌توانیم بشماریم؟



به نظر می‌رسد این روش خیلی بهتر از روش قبلی است. چون وقتی دو نفر هستیم، تعداد خیلی بیشتری می‌توانیم بشماریم. حالا اگر از نفر سوم کمک بگیریم، چقدر بیشتر می‌توانیم بشماریم؟

به او می‌گوییم، هر بار که ۱۰ انگشتِ دوستِ من باز شد، او یک انگشت را به جای ۱۰ انگشتِ دوستِ باز کند؛ یعنی: $10 \times 10 = 100$ انگشتِ من = ۱۰ انگشتِ دوست = یک انگشتِ نفر سوم



$2 \times 100 + 6 \times 10 + 3 = 263$



به رقم‌های این عدد، و تعداد انگشت‌های هر فرد توجه کنید!

بیشترین تعدادی که سه نفری می‌توانیم بشماریم چندان است؟



اگر قبیله‌ای پیدا کنیم که در هر دست ۴ انگشت داشته باشند و از آن‌ها بخواهیم که با همین روش سنگ‌ها را بشمارند، چه اتفاقی می‌افتد؟

نفر اول حداکثر تا ۸ می‌تواند بشمارد. هر انگشتِ نفر دوم معادل یا مساوی با همهٔ انگشتانِ نفر اول است؛ پس:



وقتی افراد این قبیله می‌خواهند سنگ‌های زیر را بشمارند، چه اتفاقی می‌افتد؟



اورنگامی این شماره مربوط به گره چهار لنگه است. برای ساخت این طرح فقط به یک کاغذ مربع شکل نیاز داریم. اگر چهار تا از این گره را بسازید و کنار هم قرار دهید می‌توانید طرح گره هشت و چهار را که در صفحه ۳ همین شماره از مجله چاپ شده است ببینید. برای ساخت آن، مراحل را به ترتیب دنبال کنید.



۲



۱



۵



۴



۳



۶

چهار لنگه

پری حاجی خانی



۷



۱۰



۹



۸



۱۳



۱۲



۱۱



۱۶



۱۵



۱۴



۱۹



۱۸



۱۷



۲۰

محک باغی

عکاس: اعظم لاریجانی



۲۱



۲۴



۲۳



۲۲



۲۷



۲۶



۲۵

ماجراهای پیش‌ت پرتده

قسمت چهارم: سرزمین جاسوس زده

نویسنده: حسام سبحانی طهرانی، داود معصومی مهوار / تصویرگر: سام سلماسی







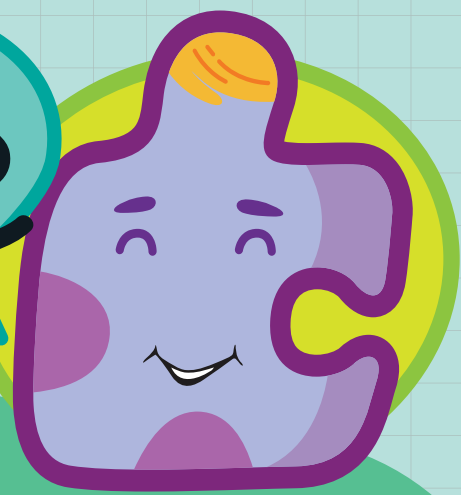
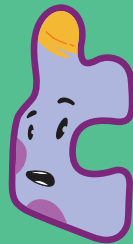
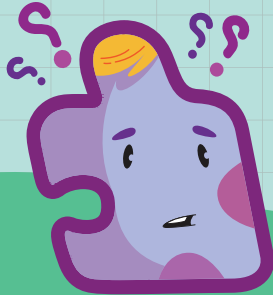
و اینطوری شد که وزیر به کمک یک تناسب ساده و البته فکر خلاقش از خطر برکناری نجات یافت.





پازل کنید

محدثه کشاورز اصلانی



SHIKAKU

پازل نمونه

۲				۴
	۲	۵		
۶				۲
				۴

پازل نمونه

۲				۴
	۲	۵		
۶				۲
				۴

یک نمونه از پازل «شی کاکو» و حل شده آن را ببینید. به کمک مقایسه این دو سعی کنید، قوانین حل پازل را بیابید. قبل از خواندن قسمت پایین، سعی کنید قوانین پازل را حدس بزنید.

اما قوانین پازل: ● قرار است کل صفحه را به تعدادی مستطیل تقسیم کنیم (دقت کنیم مربع هم نوع خاصی از مستطیل است). ● درون هر مستطیل دقیقاً یک عدد قرار گرفته است. ● تعداد مربع‌های ۱ در ۱ در هر مستطیل، برابر عددی است که درون مستطیل قرار دارد.

حالا برویم سراغ حل تعدادی پازل:

۴		۲	۴	
		۵		
۴			۴	
		۲		

		۵		
	۴			
۳	۲			
			۶	
	۵			

۴	۲			
			۸	
			۶	
۳			۲	

				۸	
۷					
			۲	۳	
	۸		۴		
	۴			۸	
		۳	۳		
۶			۲	۴	۲

	۲		۵		
	۴	۲		۳	۶
				۶	۲
		۳		۵	
۷					
					۳
			۹	۵	
			۵		۲

	۲	۵			
۳	۳			۲	
				۶	
۱۰			۵		۸
	۲				۲
		۶			
	۴	۲	۴		

اگر می‌خواهید تعداد بیشتری از این پازل‌ها را حل کنید، می‌توانید به نشانی «Krazydad.com» سر بزنید.



دانشگاه رنگ در هند

درباره قضیه چهاررنگ در هند

بعضی مسائل هستند که صورت ساده و قابل فهمی دارند، ولی پاسخ دادن به آن‌ها آسان نیست. «قضیه چهاررنگ» یکی از آن‌هاست. همه چیز از سال ۱۸۵۲ در انگلستان شروع شد. **فرانسیس گاتری** که در آن زمان دانشجوی کالج دانشگاهی لندن بود، نامه‌ای به برادرش **فردریک** نوشت که به گمانش حاوی معمای ساده‌ای بود. او هنگام رنگ‌آمیزی نقشه‌ای از تقسیمات کشوری انگلستان، کشف کرده بود که می‌تواند با استفاده از چهار رنگ این کار را انجام دهد؛ به نحوی که هیچ دو ناحیه مجاور دارای رنگ یکسانی نباشند (دو ناحیه که فقط در یک نقطه مجاورت یا اشتراک دارند، می‌توانند رنگ یکسانی داشته باشند). او می‌خواست بداند این اتفاق فقط در مورد نقشه انگلستان می‌افتد یا کلی‌تر است. بنابراین در نامه خود سؤالش را چنین مطرح کرد: «آیا می‌توان هر نقشه‌ای که روی صفحه کشیده شده با چهار رنگ (یا کمتر) رنگ کرد، به طوری که هیچ دو ناحیه‌ای که مرز مشترک دارند، رنگ یکسانی نداشته باشند؟»



شکل ۱. یک نقشه ساده که برای رنگ‌آمیزی آن به چهار رنگ نیاز است



دست به رنگ شوید!

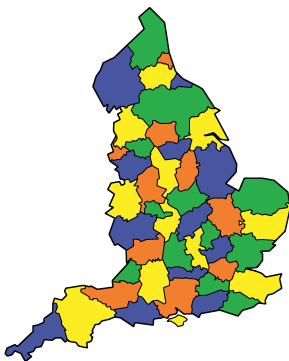
- در شکل ۲، نقشه سمت راست (نقشه انگلستان) را با چهار رنگ، رنگ‌آمیزی کنید، با این شرط که هیچ دو استان مجاور دارای رنگ یکسان نباشند.
- تلاش کنید نقشه انگلستان را با سه رنگ، رنگ‌آمیزی کنید. در رنگ‌آمیزی کدام استان‌ها دچار مشکل می‌شوید؟

چرا ۴ تا؟

اثبات اینکه حداقل چهار رنگ برای رنگ‌آمیزی برخی از نقشه‌ها لازم است، کار سختی نیست. در حقیقت کافی است نقشه‌ای داشته باشیم که نتوان آن را با کمتر از چهار رنگ، رنگ‌آمیزی کرد. مانند نقشه‌ای که در شکل ۱ می‌بینید.

نویسنده: یان استوارت / ترجمه و اقتباس: فاطمه احمدپور و شراره تقی دستجردی

رنگ آمیزی انگلستان!



شکل ۲. نقشه رنگ
نشده تقسیمات کشوری
انگلستان و یک
رنگ آمیزی از آن با
چهار رنگ - یک پاسخ
از میان انبوه پاسخها



نقشه بکشید!

➤ آیا می‌توانید نقشه‌ای بکشید که دو رنگ برای رنگ‌آمیزی آن کافی باشد؟
➤ ناحیه‌ای به نقشه خود اضافه کنید که همچنان با دو رنگ بتوان آن را رنگ‌آمیزی کرد.
➤ به نقشه خود، ناحیه‌ای اضافه کنید که برای رنگ‌آمیزی آن به رنگ سومی نیاز داشته باشید.
➤ نقشه‌ای بکشید که نتوان آن را با کمتر از چهار رنگ، رنگ‌آمیزی کرد.
➤ چهار استان در نقشه انگلستان وجود دارد که نشان می‌دهد، حداقل چهار رنگ، برای رنگ‌آمیزی نقشه لازم است. آن‌ها را در نقشه پیدا کنید (این همان چهار استانی بود که نشان می‌داد نمی‌توان با سه رنگ، نقشه انگلستان را رنگ کرد).

مسئله چهار رنگ، اگرچه صورت ساده‌ای دارد، اما ۱۲۴ سال طول کشید تا پاسخی برای آن پیدا شود؛ با ذکر این نکته که رایانه در به دست آوردن این پاسخ نقش مهمی داشت. در حقیقت برای این قضیه، هنوز هم اثبات مفهومی ساده‌ای به دست نیامده است؛ اثباتی که چک کردن گام‌هایش توسط انسان، کمتر از طول عمر یک فرد باشد.

اگرچه رایانه در رسیدن به پاسخ این مسئله سهم عمده‌ای داشت، اما نباید تلاش‌های ریاضی‌دان‌هایی چون **دمورگان**، **کمپه**، **هیوود**، **اپل** و **هیکن** را تا یافتن این پاسخ نادیده گرفت. برای نمونه، دمورگان، ریاضی‌دان مشهور آن زمان، نشان داد که امکان ندارد نقشه‌ای دقیقاً با ۵ ناحیه پیدا کرد که هر یک از پنج ناحیه با چهار ناحیه دیگر مجاور باشد (اگر چنین نقشه‌ای وجود داشت، برای رنگ‌آمیزی آن حداقل پنج رنگ نیاز بود). به هر حال این نتیجه، قضیه چهار رنگ را اثبات نمی‌کند، چرا که او نشان نداد نقشه‌هایی با بیش از ۵ ناحیه که به ۵ رنگ نیاز دارند، هم نمی‌تواند وجود داشته باشد.

جالب است بدانید، اگرچه اثبات قضیه چهار رنگ بسیار پیچیده است (تا آنجا که رایانه‌ها به کمک ریاضی‌دان‌ها آمدند)، اما قضیه پنج رنگ که توسط **هیوود** در سال ۱۸۹۰ اثبات شد، اثباتی کوتاه و ساده دارد.

منبع:

Ian Stewart. Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities. 2008. Basic Books. New York.





دوستان دور افتاده

سپیده چمن آرا • عکاس: غلامرضا بهرامی
با دورریختنی‌ها، معما بازید

با استفاده از بعضی وسایل دوروبرمان و حتی وسایلی که ممکن است دورریختنی باشند، می‌توانید معماهایی درست کنید که ساعت‌ها شما را سرگرم کنند: در راه مدرسه، وقتی در اتوبوس یا تاکسی نشسته‌اید، یا در سفر، یا شب‌ها که خوابتان نمی‌برد! یا وقتی که می‌خواهید دوستانتان را سرکار بگذارید! این وسایل را جمع کنید و با ما در ساختن معماها همراه شوید.



۱

۱ وسایل لازم: ● یک نی ضخیم به طول ۱۵ سانتی‌متر ● ریسمان نسبتاً نازک به طول ۸۰ سانتی‌متر ● دو مهره بزرگ ● خط‌کش یا متر اندازه‌گیری ● قیچی

۲ ریسمان را از وسط تا کنید و از سر تا شده، از یک سر نی رد کنید تا از سر دیگر بیرون بیاید.

۳ از هر یک از دو سر آزاد ریسمان، یک مهره را رد کنید.

۴ یکی از دو سر آزاد ریسمان را از محل تایی ریسمان مطابق تصویر رد کنید و به سر آزاد دیگر گره بزنید. گره را کور کنید.

۵ ریسمان را آن‌قدر جابه‌جا کنید که هم تایی ریسمان و هم گره، داخل نی مخفی شوند. اکنون معمای شما آماده است. باید هر دو مهره را کنار هم به یک قسمت ریسمان ببرید و دوباره آن‌ها را سر جایشان برگردانید. دقت کنید هرگاه این معما را به دوستانتان می‌دهید، تایی ریسمان و گره، داخل نی مخفی باشند.



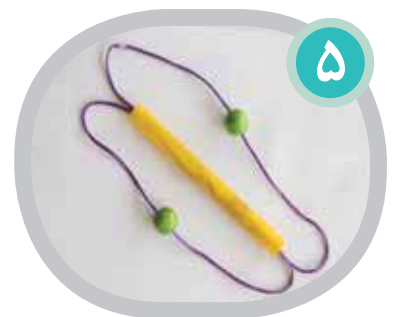
۲



۳



۴



۵

مسائل عمیق

شماره ۵

بهار ۱۳۹۷

مجله رشد برهان متوسطه اول

دوستان دور افتاده را به یک قیمت
ریسمان و کنار هم ببر و دوباره
آن‌ها را سر جایشان برگردان.

از مراحل کار خود فیلم بگیرید

و آن را تا تاریخ ۲۹ آگست ۱۳۹۷

به نشانی راینامه زیر ارسال کنید:

borhanmotevaseteh1@roshdmag.ir



گفت و گو

رشد برهان ریاضی متوسطه اول، مجله‌ای است برای شما دانش آموزان؛ دانش آموزان پایه‌های هفتم، هشتم و نهم دوره متوسطه اول. این نشریه درباره ریاضیات است. البته نه صرفاً برای علاقه‌مندان به ریاضیات، بلکه حتی برای آن‌ها که از ریاضیات متنفرند! هدف تحریریه این مجله تهیه مطالب خواندنی و سرگرم‌کننده است تا علاوه بر تشویق دانش آموزان به خواندن و گسترش فرهنگ مطالعه، آن‌ها را با ریاضیات و ریاضی‌وار فکر کردن، بیشتر آشنا کنیم و ریاضیات را در زندگی و در اطرافشان به آن‌ها نشان بدهیم. رشد برهان ریاضی بخش‌های ثابت متنوعی دارد که در مجله به هر یک از آن‌ها یک «ستون» می‌گوییم. یکی از ستون‌های آن «گفت و گو» است. گفت‌وگوهای این دوره از مجله، دو دسته‌اند:

در شماره‌های ۱ تا ۴ (مهر تا دی)، با دبیرانی که در هنرستان‌ها تدریس می‌کنند، گفت‌وگو کرده‌ایم. آن‌ها برای ما از درس‌های رشته‌های فنی و حرفه‌ای و استفاده‌هایی که از ریاضیات دوره اول متوسطه در این درس‌ها می‌شود، می‌گویند و به اهمیت ریاضیات در این رشته‌ها اشاره می‌کنند. به این ترتیب طی این گفت‌وگوها شما را با رشته‌های فنی و حرفه‌ای آشنا می‌کنیم. زیرا با تحصیل در این رشته‌ها در دوره متوسطه دوم، فرصت‌های شغلی بیشتری پیش روی شما خواهد بود. خواندن این گفت‌وگوها به شما فرصت می‌دهد که به توانایی‌ها و علایق خودتان فکر کنید و برای آینده‌تان راه درستی انتخاب کنید. ضمن آنکه ببینید با درک مناسب از ریاضیات و کسب توانمندی‌های متفاوت از طریق ریاضی‌ورزی، می‌توانید در هر رشته‌ای موفق‌تر عمل کنید.

در شماره‌های ۵ تا ۸ (بهمن ۹۷ تا اردیبهشت ۹۸)، با دو نفر از مسئولان تحلیل داده در کافه بازار و دیوار به گفت‌وگو نشستیم و حرف‌های جالبی از آن‌ها درباره استفاده از ریاضیات در کارشان شنیده‌ایم و اینکه توسعه کسب‌وکار به شیوه‌های امروزی چگونه به دانش ریاضی نیاز دارد. این گفت‌وگوهای خواندنی را از دست ندهید. در دوره‌های گذشته مجله نیز در این ستون، مطالب خواندنی دیگری چاپ شده است. به‌عنوان نمونه، در دوره بیست و سوم در هر شماره مجله، با یک گروه از ریاضی‌دانان ایرانی درباره فعالیت‌های ریاضی‌شان در ایران گفت‌وگو کردیم. برای دسترسی به آن مطالب، به آرشیو مجله‌های رشد به این نشانی مراجعه کنید:





سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>