



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۱۲۶- گزینه ۴

$$y = \log \frac{x-2}{x} \longrightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \longrightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

$$۱) y = \log(x-2) - \log x \longrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \longrightarrow x > 2 \\ x > 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} x > 2 \longrightarrow \text{unacceptable}$$

$$۲) y = \log \frac{x^2-4}{x^2+2x} \longrightarrow \frac{x^2-4}{x^2+2x} > 0 \longrightarrow (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (2, +\infty) \longrightarrow \text{unacceptable}$$

$$۳) y = \frac{1}{2} \log \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 \longrightarrow y = \log \left| \frac{x-2}{x} \right| \longrightarrow x \neq 2 \wedge x \neq 0 \longrightarrow \text{unacceptable}$$

$$۴) y = 2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}} \longrightarrow \frac{x-2}{x} > 0 \longrightarrow D = (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) \longrightarrow \text{acceptable}$$

۱۲۷- گزینه ۳

$$\begin{cases} y = \sqrt{-x+2} \\ y = x \end{cases} \longrightarrow \sqrt{-x+2} = x \xrightarrow{x \geq 0} -x+2 = x^2 \longrightarrow x^2+x-2=0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x=1 \longrightarrow \text{acceptable} \\ x=-2 \longrightarrow \text{unacceptable} \end{cases}$$

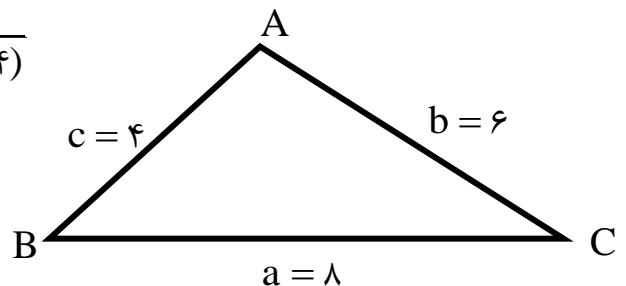
(قاعده هرون)

۱۲۸- گزینه ۲

$$2p = a + b + c \longrightarrow 2p = 8 + 6 + 4 \longrightarrow p = 9$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{9(9-8)(9-6)(9-4)}$$

$$S = \sqrt{9(1)(3)(5)} \longrightarrow S = 3\sqrt{15}$$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A} \longrightarrow (8)^2 = (6)^2 + (4)^2 - 2(6)(4) \cos \hat{A}$$

$$\cos \hat{A} = -\frac{1}{4} \longrightarrow \sin^2 \hat{A} = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16} \longrightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

(قانون کسینوس ها)

$$S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} = \frac{1}{2} (6)(4) \left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right) = 3\sqrt{15}$$

۱۲۹ - گزینه ۴

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \longrightarrow A^{-1}(A + 2I) = (A^{-1}A) + (2A^{-1}I) = I + 2A^{-1}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{14-15} \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$I + 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -14 & 10 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 & 10 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}$$

۱۳۰ - گزینه ۳

$$a, 7, 10, 14, 11, 16, 18, 9, 20 \xrightarrow{\bar{x}=13} \bar{x} = \frac{a+7+10+14+11+16+18+9+20}{9}$$

$$13 = \frac{a+105}{9} \longrightarrow a+105 = 117 \longrightarrow a = 12$$

$$7, 9, 10, 11, \underline{12}, 14, 16, 18, 20 \longrightarrow Q_r = 12$$

۱۳۱ - گزینه ۴

X_i	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱	۲۳
f_i	۶	۸	۷	۱۰	۹
$y_i = X_i - 19$	-۴	-۲	۰	۲	۴

میانگین فرضی = ۱۹

نکته: ابتدا k واحد از هر داده کم کرده و میانگین داده های جدید را به دست می آوریم و در آخر k واحد به میانگین جدید به دست آمده اضافه می کنیم تا میانگین واقعی حاصل شود ولی در واریانس داده ها تاثیری ندارد.

$$\bar{y} = \frac{-24 - 16 + 0 + 20 + 36}{40} = \frac{16}{40} = \frac{4}{10} = 0/4$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{6(-4/4)^2 + 8(-2/4)^2 + 7(0/4)^2 + 10(1/6)^2 + 9(3/6)^2}{40}$$

$$\sigma^2 = \frac{6(19/36) + 8(5/16) + 7(0/16) + 10(2/56) + 9(12/96)}{40}$$

$$= \frac{116/16 + 46/8 + 1/12 + 25/6 + 116/64}{40} = \frac{305/6}{40} = 7/64$$

۱۳۲ - گزینه ۳

$$n(S) = 6 \times 6 = 36 \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$A = \{(1, 2), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (6, 6)\} \longrightarrow n(A) = 10$$

۱۳۳ - گزینه ۱

$$x^2 + (m-2)x + m + 1 = 0 \xrightarrow{a=1, b=m-2, c=m+1}$$

$$1) \Delta > 0 \quad 2) S > 0 \quad 3) P > 0$$

$$1) \Delta > 0 \longrightarrow (m-2)^2 - 4(1)(m+1) > 0 \longrightarrow m^2 - 8m > 0 \longrightarrow (-\infty, 0) \cup (8, +\infty) \quad (I)$$

$$2) S > 0 \longrightarrow -\frac{b}{a} > 0 \longrightarrow -\frac{m-2}{1} > 0 \longrightarrow -m+2 > 0 \longrightarrow m < 2 \quad (II)$$

$$3) P > 0 \longrightarrow \frac{c}{a} > 0 \longrightarrow \frac{m+1}{1} > 0 \longrightarrow m+1 > 0 \longrightarrow m > -1 \quad (III)$$

$$(I), (II), (III) \xrightarrow{\cap} -1 < m < 2 \longrightarrow (-1, 2)$$

۱۳۴ - گزینه ۱

$$\sin \Delta x \cos 3x - \cos \Delta x \sin 3x = \frac{2}{3} \longrightarrow \sin(\Delta x - 3x) = \frac{2}{3} \longrightarrow \sin 2x = \frac{2}{3}$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x = 1 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

۱۳۵ - گزینه ۱

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2x-1}{x+2}\right) = \frac{2x-1}{x+2} + 4 = \frac{2x-1+4x+8}{x+2} = \frac{6x+7}{x+2}$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x+4) = \frac{2(x+4)-1}{x+4+2} = \frac{2x+7}{x+6}$$

$$(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x) \longrightarrow \frac{6x+7}{x+2} = \frac{2x+7}{x+6} \longrightarrow x^2 + 8x + 7 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} x = -1 \\ x = -7 \end{cases}$$

۱۳۶ - گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{2x^2 + 5x + 3}{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3-x}}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{4x + 5}{\frac{-1}{\frac{2\sqrt{3-x}}{2\sqrt{2 + \sqrt{3-x}}}}} = \frac{1}{\frac{-1}{4}} = 16$$

$$u = 2 + \sqrt{3-x} \longrightarrow u' = \frac{-1}{2\sqrt{3-x}}$$

۱۳۷ - گزینه ۳

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \sqrt{a+3}$$

$$1 + a = \sqrt{a+3} \xrightarrow{a > -1} 1 + 2a + a^2 = a + 3 \longrightarrow a^2 + a - 2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3} & , x < 1 \\ x^2 + x & , x \geq 1 \end{cases} \longrightarrow f\left(-\frac{2}{4}\right) = \sqrt{-\frac{2}{4} + 3} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

۱۳۸ - گزینه ۴

$$y = \tan^3 2x \longrightarrow y' = 3(2)(1 + \tan^2 2x)(\tan^2 2x)$$

$$y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 6\left(1 + \tan^2 \frac{\pi}{3}\right)\left(\tan^2 \frac{\pi}{3}\right) = 6(1+3)(3) = 72$$

۱۳۹ - گزینه ۱ (توزیع دو جمله ای)

$$n = 4, p = \frac{4}{5}, 1-p = \frac{1}{5}$$

$$P(x \geq 3) = P(x = 3) + P(x = 4)$$

$$P(x \geq 3) = \binom{4}{3} \left(\frac{4}{5}\right)^3 \left(\frac{1}{5}\right)^1 + \binom{4}{4} \left(\frac{4}{5}\right)^4 \left(\frac{1}{5}\right)^0$$

$$= 4 \times \frac{4^3}{5^4} + \frac{4^4}{5^4} = \frac{4^3}{5^3} + \frac{4^4}{5^4} = \frac{2^9}{5^4} = \frac{512}{625}$$

۱۴۰ - گزینه ۴

$$[x - 2] = 1 \longrightarrow [x] - 2 = 1 \longrightarrow [x] = 3 \longrightarrow 3 \leq x < 4$$

$$f(x) = g(x) \longrightarrow |x - 3| - |x - 4| = 2x^2 + x - 17$$

$$3 \leq x < 4 \longrightarrow x - 3 + x - 4 = 2x^2 + x - 17$$

$$2x^2 - x - 10 = 0 \xrightarrow{\Delta=81} \begin{cases} x = \frac{1+9}{4} = 2/5 \longrightarrow \text{unacceptable} \\ x = \frac{1-9}{4} = 2 \longrightarrow \text{unacceptable} \end{cases}$$

۱۴۱ - گزینه ۱

$$A = Pe^{it} = Pe^{\circ/15t} \longrightarrow Pe^{\circ/15t} = 2/5P \longrightarrow e^{\circ/15t} = 2/5$$

$$\xrightarrow{\ln} \ln e^{\circ/15t} = \ln(2/5) \longrightarrow \circ/15t \ln e = \ln(2/5)$$

$$\circ/15t = \circ/912 \longrightarrow t = \frac{\circ/912}{\circ/15} = 6/08 (\text{year})$$

$$\frac{1}{\circ/08} \quad \frac{365}{x} \longrightarrow x = 29/28 \approx 29$$

توجه داشته باشیم که t بر حسب سال به دست می آید که بایستی $\circ/08$ را به روز تبدیل کنیم.

۱۴۲ - گزینه ۲

$$u_n = \left[\frac{n(-1)^n}{n^2 + 1} \right]$$

$$۱) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{n(-1)^n}{n^2 + 1} \right] = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{n}{n^2 + 1} \right] = [0^+] = 0$$

$$۲) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{n(-1)^n}{n^2 + 1} \right] = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{-n}{n^2 + 1} \right] = [0^-] = -1$$

توجه داشته باشیم دنباله $u_n = (-1)^n$ ، دنباله نوسانی است.

۱۴۳ - گزینه ۲

$$\frac{\sin 3x + \sin 2x}{1 + \cos x} \circ \frac{\cos x \neq -1}{x \neq 2k\pi + \pi} \rightarrow \sin 3x + \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 3x = -\sin 2x$$

$$\sin 3x = \sin(-2x) \rightarrow 3x = 2k\pi + (-2x) \rightarrow \Delta x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{5}$$

$$3x = 2k\pi + \pi - (-2x) \rightarrow x = 2k\pi + \pi \rightarrow \text{unacceptable}$$

۱۴۴ - گزینه ۲

$$\begin{cases} y = \Delta x + a \\ y = 2x^2 - 3x + 6 \end{cases} \xrightarrow{\Delta=0} 2x^2 - 3x + 6 = \Delta x + a \rightarrow 2x^2 - \Delta x + 6 - a = 0$$

$$b = -\Delta \rightarrow b' = -\Delta \rightarrow \Delta' = (-\Delta)^2 - (\Delta)(6 - a) = 0 \rightarrow 16 - 12 + 2a = 0 \rightarrow a = -2$$

۱۴۵ - گزینه ۳

$$\sqrt{2x - 3y} + xy^2 - 3 = 0 \quad f'(x, y) = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x-3y}} + y^2}{\frac{-3}{2\sqrt{2x-3y}} + 2xy}$$

$$m = f'(2, 1) = -\frac{\frac{1}{-3} + 1}{\frac{-3}{2} + 4} = -\frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{2}} = -\frac{4}{5} \rightarrow m' = +\frac{5}{4}$$

۱۴۶ - گزینه ۲

$$y = (x^2 + 1)e^{-x} \rightarrow \begin{cases} 1) y' < 0 \\ 2) y'' < 0 \end{cases}$$

$$1) y' = 2x(e^{-x}) - e^{-x}(x^2 + 1) = -e^{-x}(x^2 - 2x + 1) = -e^{-x}(x - 1)^2$$

$$y' < 0 \rightarrow -e^{-x}(x - 1)^2 < 0 \xrightarrow{e^{-x} > 0} -(x - 1)^2 < 0 \rightarrow x \in \mathbb{R} - \{1\} \quad (I)$$

$$2) y'' = e^{-x}(x^2 - 2x + 1) + (2x - 2)(-e^{-x}) = e^{-x}(x^2 - 2x + 1 - 2x + 2) = e^{-x}(x^2 - 4x + 3)$$

$$y'' < 0 \rightarrow e^{-x}(x^2 - 4x + 3) < 0 \xrightarrow{e^{-x} > 0} x^2 - 4x + 3 < 0 \xrightarrow{a+b+c=0} (1, 3) \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I) \cap (II)} (1, 3)$$

۱۴۷ - گزینه ۱

منظور سوال این بوده است که به ازای چه مقادیری، خط $y = m$ نمودار تابع درجه سوم را در دو نقطه قطع می کند.

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x^3 + x^2 + 12x \\ y = m \end{cases}$$

$$y' = -2x^2 + 2x + 12 \xrightarrow{y'=0} x^2 - x - 6 = 0 \longrightarrow (x-3)(x+2) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$f(3) = -18 + 9 + 36 = 27 \longrightarrow \max = 27$$

$$f(-2) = \frac{16}{3} + 4 - 24 = -\frac{44}{3} \longrightarrow \min = -\frac{44}{3}$$

۱۴۸ - گزینه ۲

$$O \begin{cases} R \\ -R \end{cases} \longrightarrow (x-R)^2 + (y+R)^2 = R^2$$

$$\begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases} \longrightarrow (1-R)^2 + (-2+R)^2 = R^2 \longrightarrow 1 - 2R + R^2 + 4 - 4R + R^2 = R^2$$

$$R^2 - 6R + 5 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} R = 1 \\ R = 5 \end{cases}$$

۱۴۹ - گزینه ۴

نکته: شیب مجانب ها در هذلولی افقی برابر $\pm \frac{b}{a}$ است.

$$3(x^2 - 4x + 4 - 4) - y^2 = -9 \longrightarrow 3(x-2)^2 - y^2 = 3$$

$$\frac{(x-2)^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1 \xrightarrow{\substack{a^2=1 \\ b^2=3}} c^2 = a^2 + b^2 \longrightarrow c = 2 \quad O(2, 0)$$

$$m = \pm \frac{b}{a} \longrightarrow m = \pm \sqrt{3} \quad y = \sqrt{3}(x-2) \xrightarrow{x=4} y = 2\sqrt{3}$$

$$OM = \sqrt{(4-2)^2 + (2\sqrt{3}-0)^2} = \sqrt{4+12} = 4$$

۱۵۰ - گزینه ۱

$$A \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix} \longrightarrow m = \frac{-3}{-3} = 1 \longrightarrow y = x + 3 \xrightarrow{x=-5} y = -2$$

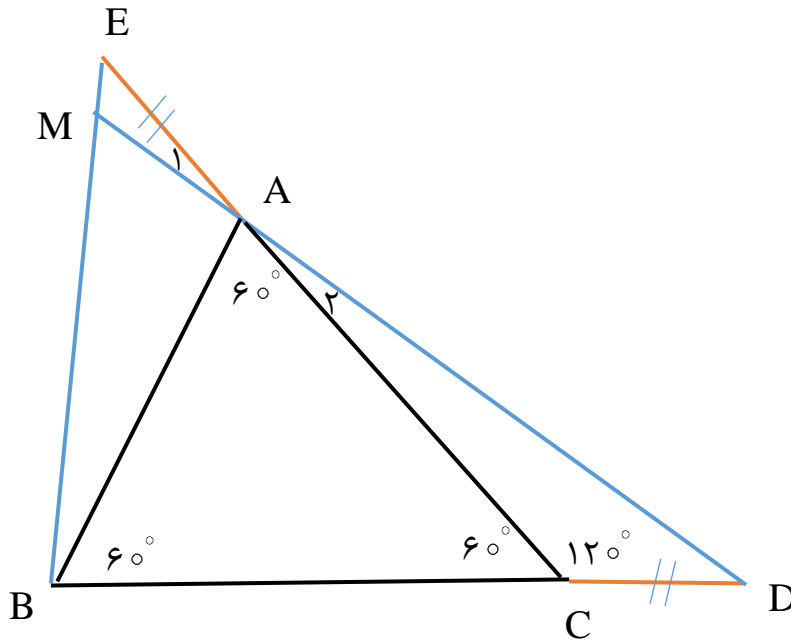
$$\int_{-5}^3 f(x) dx = \int_{-5}^{-3} f(x) dx + \int_{-3}^3 f(x) dx = -\frac{2 \times 2}{2} + \frac{8 \times 3}{2} = 10$$

۱۵۱ - گزینه ۲

$$\int_1^4 \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x^{\frac{1}{2}}} dx = \int_1^4 \left(\frac{x-2\sqrt{x}+1}{x^{\frac{1}{2}}} \right) dx = \int_1^4 \left(x^{\frac{1}{2}} - 2 + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx$$

$$= \left(\frac{2}{3} x\sqrt{x} - 2x + 2\sqrt{x} \right) \Big|_1^4 = \left(\frac{16}{3} - 8 + 4 \right) - \left(\frac{2}{3} - 2 + 2 \right) = \frac{2}{3}$$

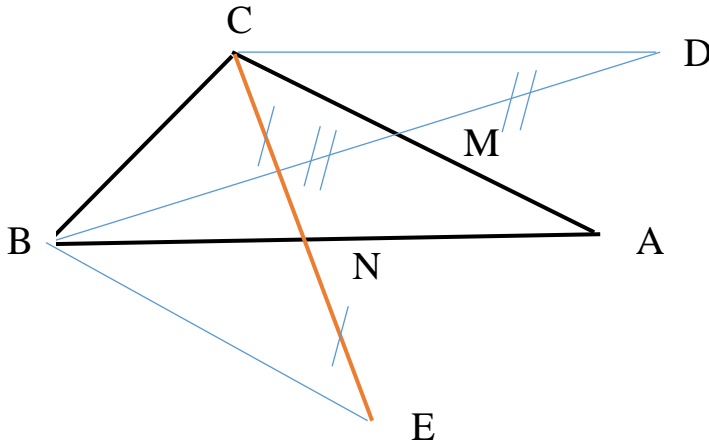
۱۵۲ - گزینه ۲



$$\left. \begin{array}{l} AC = AB \\ CD = AE \\ \hat{C} = \hat{A} = 120^\circ \end{array} \right\} \longrightarrow \triangle ACD \cong \triangle ABE \longrightarrow \hat{D} = \hat{E}$$

$$\hat{M} = \hat{E} + \hat{A}_1 = \hat{E} + \hat{A}_2 = \hat{D} + \hat{A} = 60^\circ$$

۱۵۳ - گزینه ۳

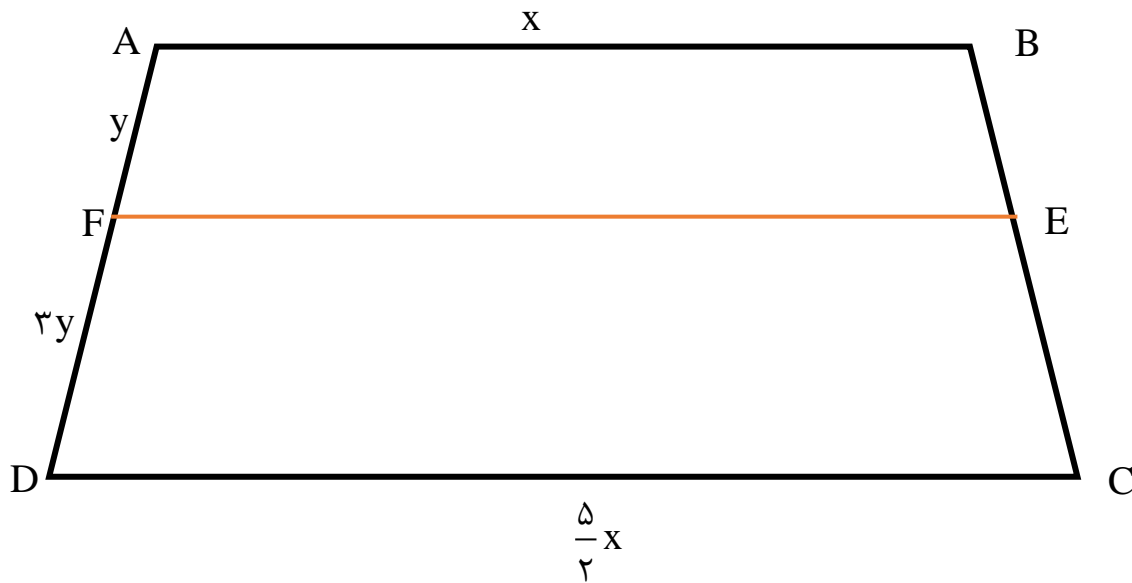


چون M وسط BD است پس $BM = DM$ لذا CM میانه مثلث BCD است بنابراین $S_{\triangle BCD} = 2S_{\triangle BMC}$

چون N وسط CE است پس $CN = NE$ لذا BN میانه مثلث BCE است بنابراین $S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BNC}$

$$S_{\triangle BNC} = S_{\triangle BMC} \longrightarrow S_{\triangle BDC} = S_{\triangle BEC}$$

۱۵۴ - گزینه ۱



$$EF = \frac{AB \times DF + DC \times AF}{AF + FD} = \frac{x(3y) + \frac{5}{2}x(y)}{y + 3y} = \frac{\frac{11}{2}xy}{4y} = \frac{11}{8}x$$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{\frac{11}{8}x}{\frac{5}{2}x} = \frac{11}{20}$$

۱۵۵ - گزینه ۳

$$\text{قطر استوانه} = 4\sqrt{3} \longrightarrow r = 2\sqrt{3}$$

$$V = \pi r^2 h = \pi (2\sqrt{3})^2 \times \frac{15}{2} = 90\pi$$

(سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

دانش آموزان عزیز برای دریافت تست های مبحث به مبحث می توانید به سایت ریاضی سرا مراجعه کنید و تست های کنکور ۹۷ را با این تست ها مقایسه کنید و مشاهده می کنید که اکثر سوالات تکراری بوده است و از استاد عزیزم آقای اسدی تشکر می کنم که این مجموعه تست ها را بدون هیچ زحمتی و هیچ هزینه ای در اختیار دانش آموزان قرار داده اند و نیازی نیست تا دانش آموزان سرگردان باشند .