



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۱۲۶- گزینه ۲

$$f^{-1} = \{(2, 5), (3, 7), (1, 4), (6, 3), (1, 9)\} \Rightarrow f^{-1}(3) = 7 \quad g^{-1}(x) = \frac{x^2 - 9}{5}$$

$$3 \xrightarrow{f^{-1}} 7 \xrightarrow{g^{-1}} 8 \Rightarrow f(g(8)) = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$3 \xleftarrow{f} 7 \xleftarrow{g} 8$$

۱۲۷- گزینه ۴

$$3^{2x+y} = 3^{2+x-y} \rightarrow 2y = 2 - x$$

$$\log(x + 2y) - \log y = \log 10 \Rightarrow \frac{x + 2y}{y} = 10 \rightarrow x + 2y = 10y$$

$$x + 2y = 5 \times (2y) \rightarrow x + 2 - x = 5(2 - x) \rightarrow x = \frac{8}{5} = 1.6$$

۱۲۸- گزینه ۴

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18$$

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18 \quad 4 \times 18 = 72$$

۱۲۹- گزینه ۱

$$|A| = -14 + 12 = -2 \quad A^{-1} = \frac{1}{-2} \times \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ -2 & \frac{-7}{2} \end{bmatrix}$$

$$2A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -7 \end{bmatrix} \quad B.(2A^{-1}) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -15 \\ -14 & -25 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- این سوال ایراد دارد

$$n = 5 \quad \min = 11 \quad \max = 38 \quad R = 38 - 11 = 27 \quad k = \frac{27}{5} = 5.4 \approx 6$$

$$R' = 5 \times 6 = 30 \quad R' - R = 30 - 27 = 3 \quad 3 \div 2 = 1.5 \quad 11 - 1.5 = 9.5 \quad 38 + 1.5 = 39.5$$

$$9.5 - 15.5 \quad 15.5 - 21.5 \quad 21.5 - 27.5 \quad 27.5 - 33.5 \quad 33.5 - 39.5$$

$$\frac{3}{23} \times 100 = \frac{300}{23} \approx 13$$

تعداد داده هائی که در دسته سوم قرار دارد، ۳ داده می باشد.

۱۳۱ - گزینه ۲

دسته ها	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۷	۱۱	۶
$y_i = x_i - 16$	-۴	-۲	۰	۲	۴

روش اول: میانگین فرضی = ۱۰

$$\bar{x} = 16 + \frac{-28 - 18 + 0 + 22 + 24}{50} = 16 + 0 = 16$$

روش دوم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i x_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{84 + 126 + 272 + 198 + 120}{50} = \frac{800}{50} \Rightarrow \bar{x} = 16$$

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{7(12-16)^2 + 9(14-16)^2 + 17(16-16)^2 + 11(18-16)^2 + 6(20-16)^2}{50}$$

$$\delta^2 = \frac{112 + 36 + 0 + 44 + 96}{50} = \frac{288}{50} \Rightarrow \delta^2 = \frac{144}{25} \Rightarrow \delta = \frac{12}{5}$$

$$CV = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{12}{16} \Rightarrow CV = \frac{12}{16 \times 5} = 0/15$$

۱۳۲ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{5}{1} \times \binom{3}{2} \binom{7}{1} \times \binom{2}{2} \binom{1}{1} = 79$$

$$P(A) = \frac{79}{120}$$

۱۳۳ - گزینه ۴

$$\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2} \geq 0 \rightarrow \frac{4 - 9x^2}{2x^2} \geq 0 \rightarrow 4 - 9x^2 \geq 0 \xrightarrow{x \neq 0} x^2 \leq \frac{4}{9} \xrightarrow{x \neq 0} -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

۱۳۴ - گزینه ۱

$$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{3} \quad \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sqrt{2} \sin \alpha = \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

۱۳۵ - گزینه ۳

$$g(f(x)) = g\left(\frac{2x+3}{2-x}\right) = -x-1 \quad \text{or} \quad 1 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{g} -2$$

۱۳۶ - گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6-x^2-x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2-x^2+x}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)}{x+1} = -\frac{3}{2}$$

۱۳۷ - گزینه ۳

$$f(1) = a(1) - a + 2 = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-\sqrt{x}} \times \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+\sqrt{x})}{x(x-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+\sqrt{x})}{x} = 2 \Rightarrow a \in \mathbb{R}$$

۱۳۸ - گزینه ۱

$$y' = \frac{-(\sin x + \cos x)^2 + (\cos x - \sin x)^2}{(\cos x + \sin x)^2} \rightarrow f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

۱۳۹ - گزینه ۳ روش اول: هر گاه در مسائل احتمال لااقل یکی داشتیم از ممتم استفاده می کنیم.

$$P(A') = \frac{16}{100} \times \frac{25}{100} = \frac{4}{100} \rightarrow P(A) = 1 - \frac{4}{100} = \frac{96}{100}$$

روش دوم: چون دو پیشامد A و B مستقل هستند، بنابراین داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = \frac{84}{100} + \frac{75}{100} - \left(\frac{84}{100} \times \frac{75}{100}\right) = 0.96$$

۱۴۰ - گزینه ۱

$$n = 4, p = \frac{1}{4}, 1-p = \frac{3}{4} \quad P(x=3) = \binom{4}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{64}$$

۱۴۱ - گزینه ۲

$$y = \frac{x+4}{x-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+4}{x-1}, x \neq 1 \quad \text{if } x = -1 \Rightarrow y = -1$$

روش دوم: هرگاه نمودار تابعی، نمودار وارون خود را قطع کند، محل تلاقی این دو نمودار دارای مختصات یکسان می باشند.

$$(a, a) \Rightarrow f(a) = a \Rightarrow \frac{a+4}{a-2} = a \xrightarrow{a \neq 2} a^2 - 3a - 4 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} a = -1 \\ a = -\frac{c}{a} = 4 \end{cases}$$

۱۴۲ - گزینه ۳

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 3} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2}{n^2} = 2$$

نکته: هر دنباله همگرا، کراندار است ولی عکس این مطلب در حالت کلی صادق نیست.

$$a_n = \frac{2n^2 + 6 - 5}{n^2 + 3} = 2 - \frac{5}{n^2 + 3} \quad \frac{3}{4}, \frac{9}{7}, \frac{19}{12}, \frac{33}{19}, \dots$$

دنباله صعودی

۱۴۳ - گزینه ۲

$$\ln(x - 4y) = \ln 4 \rightarrow x - 4y = 4 \rightarrow x = 4y + 4$$

$$\ln(y + x - 1)(2y + 3) = \ln 1 \Rightarrow (y + x - 1)(2y + 3) = 1$$

$$\begin{cases} x = 4y + 4 \\ (y + x - 1)(2y + 3) = 1 \end{cases} \Rightarrow (y + 4y + 4 - 1)(2y + 3) = 1 \Rightarrow (5y + 3)(2y + 3) = 1$$

$$10y^2 + 21y + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{2}, x = 2 \\ y = -1/6 \end{cases} \Rightarrow xy = -1$$

۱۴۴ - گزینه ۴

$$2 \sin x \cos x + \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

$$2 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$\pi + 2\pi + \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = 5\pi$$

در اینجا نیازی برای بدست آوردن جواب های کلی معادله مثلثاتی نیست، فقط کافی است جواب ها را در فاصله داده شده، مشخص کنیم.

۱۴۵ - گزینه ۴

$$f'(x, y) = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{2xy - 2\sqrt{y}}{x^2 - \frac{2x}{2\sqrt{y}}} \Rightarrow m = f'(2, 4) = -4$$

$$y - 4 = -4(x - 2) \Rightarrow y + 4x = 12$$

۱۴۶ - گزینه ۴

نکته : در تابع درجه سوم ، ریشه مضاعف مشتق اول ، همان طول نقطه عطف تابع می باشد .

$$y = ax^3 + bx^2 - 3x - 1 \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx - 3 \Rightarrow y'' = 6ax + 2b$$

$$A(1, -2) \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2 = a(1)^3 + b(1)^2 - 3(1) - 1 \Rightarrow a + b = 2 \\ (2)6a(1) + 2b = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a \end{cases} \quad a = -1, b = 3$$

$$y' = 3(-1)x^2 - 2(3)x - 3 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1$ ریشه مضاعف مشتق اول تابع می باشد و تابع همواره صعودی است لذا تابع فاقد ماکزیمم نسبی است .

۱۴۷ - گزینه ۲

چون محور y ها یا خط $x = 0$ مجانب قائم تابع می باشد ، بنابراین مخرج کسر برابر صفر است .

$$b + x = 0 \xrightarrow{x=0} b = 0 \Rightarrow y = \frac{2 + ax^2}{x}$$

$$\begin{cases} 2 \\ 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = 2 + a(2)^2 = 0 \Rightarrow 4a = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad a - b = -\frac{1}{2}$$

۱۴۸ - گزینه ۲

چون خط هادی $x = -4$ و کانون در سمت راست آن می باشد ، سهمی افقی و دهانه آن به سمت راست می باشد

$$S \begin{cases} -1 \\ 3 \end{cases} \quad p = 3$$

لذا معادله آن $(y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha)$ می باشد .

$$(y - 3)^2 = 12(x + 1) \Rightarrow 9 = 12x + 12 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

فاصله رأس سهمی تا کانون یا خط هادی برابر p می باشد .

نکته : بهتر است مختصات کانون و معادله خط هادی را در صفحه محورهای مختصات مشخص کنیم .

۱۴۹ - گزینه ۱

چون طول های کانون ها مساوی اند ، بیضی قائم می باشد .

$$F \left| \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \right. \quad F' \left| \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \right. \Rightarrow \alpha = 1, \quad \begin{cases} \beta + c = 1 \\ \beta - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \beta = 0, \quad c = 1, \quad e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow \frac{(x-1)^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1 \xrightarrow{y=2x} \frac{(x-1)^2}{3} + \frac{4x^2}{4} = 1 \Rightarrow 4x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۱۵۰ - گزینه ۲

بهتر است نمودار تابع را رسم کنیم .

$$f(x) = \begin{cases} x - 4 & , \quad x \geq 2 \\ -x & , \quad x < 2 \end{cases}$$

$$\int_0^6 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx = -\frac{4 \times 2}{2} + \frac{2 \times 2}{2} = -2$$

۱۵۱ - گزینه ۱

$$\int \frac{x-1}{x^3} dx = \int \left(\frac{x}{x^3} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx = \int (x^{-2} - x^{-3}) dx$$

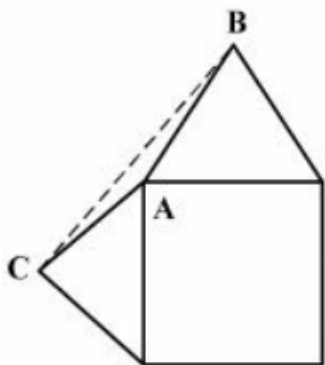
$$= \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + c = \frac{1}{2x^2} (-2x + 1) + c \Rightarrow f(x) = -2x + 1$$

۱۵۲ - گزینه ۳

$$\hat{A} = \frac{4}{3} \hat{B}, \hat{C} + \hat{D} = \frac{11}{3} \hat{B} \quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 36^\circ \Rightarrow \frac{4}{3} \hat{B} + \hat{B} + \frac{11}{3} \hat{B} = 36^\circ$$

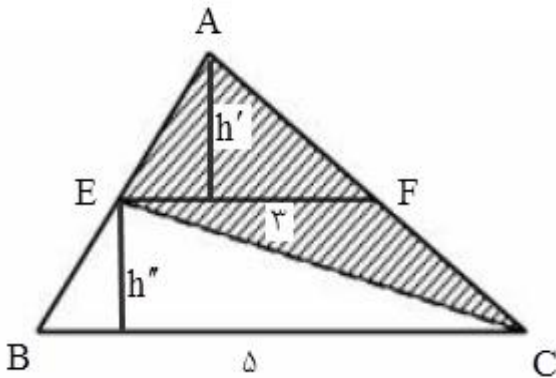
$$\hat{B} = 6^\circ \Rightarrow \hat{A} = 8^\circ \Rightarrow x = 7^\circ$$

۱۵۳ - گزینه ۳



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 3^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

۱۵۴ - گزینه ۴



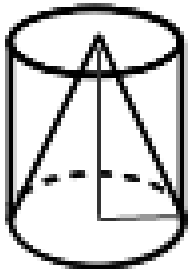
$$\frac{EF}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle BEC}}{S_{\square BCEF}} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\square BCEF}} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\square BCEF}} = \frac{9}{16}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{9}{16} = \frac{15}{16}$$

۱۵۵ - گزینه ۴



$$\frac{x}{4} = \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{8}{5}$$

$$S = \pi(4)^2 - \pi\left(\frac{8}{5}\right)^2 = 16\pi - \frac{64}{25}\pi = \frac{336}{25}\pi = 13\frac{16}{25}\pi$$

(سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

ایمیل: seyedalimousavi48@gmail.com