



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرچیان

۱-۱ اگر $f(x) = 4 - e^{2x}$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{x f^{-1}(x)}$ کدام است؟
 (۱) $[2, 2]$ (۲) $[2, 4]$ (۳) $[0, 2]$ (۴) $[0, 4]$

$$y = 4 - e^{2x} \rightarrow 4 - y = e^{2x} \rightarrow \ln e^{2x} = \ln(4 - y) \rightarrow 2x \cdot \ln e = \ln(4 - y)$$

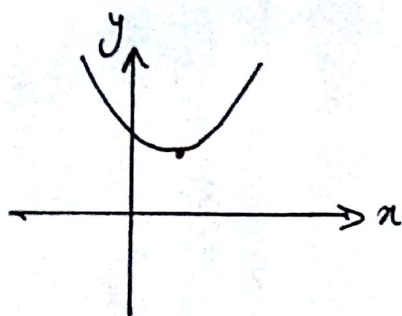
$$x = \frac{\ln(4 - y)}{2} \xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln(4 - x) \rightarrow x \cdot f^{-1}(x) = x \cdot \frac{1}{2} \ln(4 - x)$$

$$\ln 4 - x = 0 \rightarrow \ln 4 - x = \ln 1, 4 - x = 1, x = 3$$

x	-	+	+
$\ln 4 - x$	+	+	-
p	-	+	-

دامنه $= (x, 3]$

۱-۲ به ازای کدام مقدار a نمودار تابع $y = (1-a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ همواره بالای محور x ها است؟
 (۱) $a < 1$ (۲) $a < -2$ (۳) $a > 3$ (۴) $-2 < a < 1$



$$\Delta < 0, \text{ فزاینده} \rightarrow 1 - a > 0 \rightarrow a < 1$$

$$(2\sqrt{6})^2 - 4(1-a)(-a) < 0$$

(A)

$$4a^2 - 4a - 24 > 0 \rightarrow a^2 - a - 7 > 0$$

	-2	3
	+	-
	-	+

حذف

$$\begin{cases} a < -2 \\ a > 3 \end{cases}$$

(B)

$$A \cap B \rightarrow -2 < a < 1$$

قوانین $\log$ و $\ln$ شاید با هم بهتر هستند مثال زمان که
 $\log AB = \log A + \log B$ و $\ln AB = \ln A + \ln B$ و این $\log A^n = n \log A$ داریم $\ln A^n = n \ln A$

$\ln x = \log_e x$ همان نگاریم x به e که سبب آن عدد e هست

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان

۱۰۳- تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_r(3x+b)^r$ از دو نقطه $(5, 11)$ و $(21, 15)$ می‌گذرد. a کدام است؟

۴ (۲)

۳ (۳) ✓

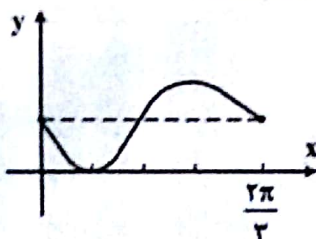
۲ (۲)

۱ (۱)

$$\begin{cases} f(21) = 11 \rightarrow 11 = a + \log_r(15+b)^r \rightarrow \log_r(15+b)^r = 11-a \rightarrow (15+b)^r = r^{11-a} \quad (A) \\ f(21) = 15 \rightarrow 15 = a + \log_r(7r+b)^r \rightarrow \log_r(7r+b)^r = 15-a \rightarrow r^{15-a} = (7r+b)^r \quad (B) \end{cases}$$

$$\frac{B}{A} = \frac{(7r+b)^r}{(15+b)^r} = \frac{r^{15-a}}{r^{11-a}} = 16 \rightarrow \frac{7r+b}{15+b} = 4 \rightarrow \boxed{b=1} \rightarrow \boxed{a=3}$$

۱۰۴- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - \sin mx$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ کدام است؟



(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

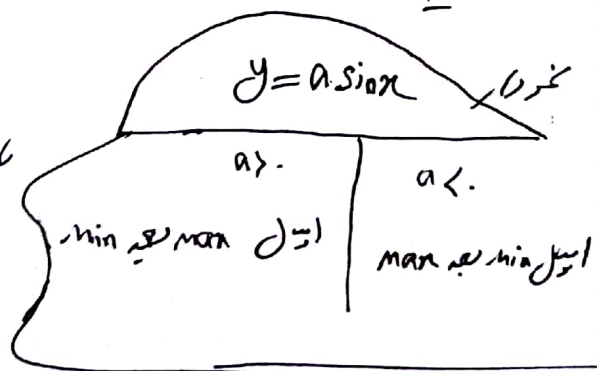
$$T = \frac{2\pi}{3} \quad \text{و} \quad T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{|m|}$$

توجه داریم

$$y = a \sin x$$

باتوجه به نمودار، باید $a < 0$ باشد. یعنی $\sin mx$

یعنی باید m مثبت باشد



$$\frac{2\pi}{|m|} = \frac{2\pi}{3} \rightarrow |m| = 3 \rightarrow \boxed{m=3}$$

$$m = -3 \quad \times$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 - \sin^2 x \xrightarrow{x = \frac{7\pi}{6}} f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 - \sin^2\left(\frac{7\pi}{6}\right) \\ &= 1 - \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 - \sin\left(3\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 1 - (-1) = 2 \end{aligned}$$

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان

۱۰۵- نمودارهای دو تابع $f(x) = 4^x$ و $g(x) = (\frac{1}{4})^x + \frac{3}{2}$ در نقطه A متقاطع اند. فاصله نقطه A تا نقطه $(-\frac{1}{4}, 1)$ کدام است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

$$f^x = (\frac{1}{4})^x + \frac{3}{2} = (\frac{1}{4})^x + \frac{3}{2} \rightarrow 4^x - (\frac{1}{4})^x - \frac{3}{2} = 0 \rightarrow 4^x - (\frac{1}{4})^x = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}} \quad g(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{4})^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2} = 2 \rightarrow A(\frac{1}{2}, 2) \rightarrow AB = \sqrt{(\frac{1}{2} - (-\frac{1}{4}))^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{2}$$

۱۰۶- به ازای کدام مقدار m، هر یک از ریشه‌های معادله $mx^2 - mx - 8 = 0$ ، توان سوم ریشه‌های معادله

$2x^2 - x - 2 = 0$ می‌باشد؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۹ (۱)

ریشه‌های معادله جدید α, β را به دست آوریم. لذا مجموع ریشه‌ها

$$S = \alpha + \beta$$

$$= S^2 - 2PS =$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-1)}{2} = \frac{1}{2}, \quad P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{2} = -1 \rightarrow S^2 - 2PS = (\frac{1}{2})^2 - 2(-1)(\frac{1}{2})$$

$$= \frac{13}{4}$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-m)}{1} = \frac{m}{1} = m$$

$$\frac{13}{4} = \frac{m}{1} \rightarrow \boxed{m = 13}$$

$$\alpha + \beta = S^2 - 2P$$

$$\alpha + \beta = S^2 - 2P$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان

۱۰۷- اگر $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشند، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

$\mathbb{R} - (-1, 1)$ (۴)

$\mathbb{R}$ (۳)

$[-1, 1]$ (۲)

$[0, 1]$ (۱)

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad D_f = \mathbb{R} \quad , D_g: x - x^2 \geq 0 \rightarrow [0, 1]$$

۱۰۸- حاصل $\cos\left(\frac{\pi}{r} - r \tan^{-1}\left(-\frac{1}{r}\right)\right)$ کدام است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

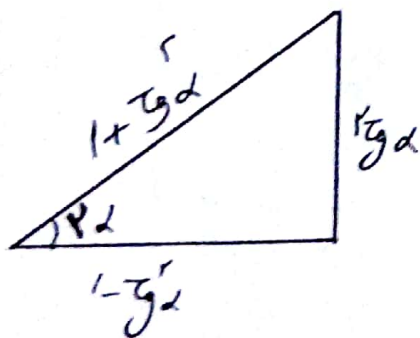
$-\frac{2}{5}$ (۲)

$-\frac{4}{5}$ (۱) ✓

$$\begin{aligned} \tan^{-1}\left(-\frac{1}{r}\right) = \alpha &\rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{r} \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{r} - r \tan^{-1}\left(-\frac{1}{r}\right)\right) = \cos\left(\frac{\pi}{r} - r\alpha\right) \\ &= \sin 2\alpha \end{aligned}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{r\left(-\frac{1}{r}\right)}{1 + \left(-\frac{1}{r}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

مثلث طلایی روابط طلایی



$$\sin 2\alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{r \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان

$$\frac{4 \cos 40^\circ \cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \times 2 \cos 40^\circ \cos 20^\circ - 1}{\cos 20^\circ}$$

۱۰۹ - حاصل $\frac{1}{\cos 20^\circ} = 4 \cos 40^\circ$ ، کدام است؟

(۴) $2 \sin 20^\circ$

(۳) $\cot 20^\circ$

(۲) 2 ✓

(۱) 1

$$= \frac{2 (\cos 40^\circ + \cos 20^\circ) - 1}{\cos 20^\circ} = \frac{2 \left[\frac{1}{2} + \cos 20^\circ \right] - 1}{\cos 20^\circ} = 2$$

$$\cos p \cos q = \frac{1}{2} [\cos(p+q) + \cos(p-q)]$$

۱۱۰ - جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$ با شرط $x \neq \frac{k\pi}{2}$ ، کدام است؟

(۴) $2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$ ✓

(۳) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۲) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

(۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

$$\sin x + \sin 2x = 2 \sin \frac{x+2x}{2} \cdot \cos \frac{x-2x}{2} = 2 \sin 1.5x \cdot \cos 0.5x$$

$$2 \sin 1.5x \cos 0.5x + \sin 2x = \sin 2x [2 \cos 0.5x + 1] = 0 \quad \sin 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi$$

$$\rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad \times \quad \text{باتوجه به شرط سوال}$$

$$2 \cos 0.5x + 1 = 0 \rightarrow \cos 0.5x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{4\pi}{3}$$

$$\begin{cases} \sin x = \sin \alpha \Rightarrow x = 2k\pi + \alpha, x = 2k\pi + (\pi - \alpha) \\ \cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha \\ \tan x = \tan \alpha \text{ و } \cot x = \cot \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha \end{cases}$$

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان

۱۱۱- حد عبارت $\frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x}$ وقتی $x \rightarrow 0^+$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$ ✓

(۴) ۱

$$1 - \cos^m u \sim \frac{mu^2}{2}$$

$u \rightarrow 0$

$$1 - \cos \sqrt{x} \sim \frac{(\sqrt{x})^2}{2} = \frac{x}{2}$$

$$\frac{\frac{x}{2}}{x} = \frac{1}{2}$$

۱۱۲- مشتق تابع $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \sqrt{x}\right)$ در نقطه $x = \frac{1}{4}$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{3}$

$$y = \tan u \rightarrow y' = u' [1 + \tan^2 u]$$

$$y = \sin^{-1} u \rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$f'_x = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-x}} \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \sqrt{x}\right) \right]$$

$$f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}}}{\sqrt{1-\frac{1}{4}}} \times \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)\right) \right] = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[1 + \tan^2 \frac{\pi}{3} \right]$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times [1 + (\sqrt{3})^2] = \frac{2}{\sqrt{3}} \times [1 + 3] = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 4 = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان

۱۱۳- دو دنباله با جمله عمومی $a_n = n \ln(n)$ و $b_n = n \ln(n+1)$ مفروض اند. دنباله $\{b_n - a_n\}$ چگونه است؟
 (۱) واگرا (۲) نزولی - کراندار (۳) همگرا به صفر (۴) همگرا به ۱ ✓

$$\ln A - \ln B = \ln \frac{A}{B}$$

$$b_n - a_n = n \ln(n+1) - n \ln(n) = n [\ln(n+1) - \ln(n)] = n \left[\ln \frac{n+1}{n} \right]$$

$$= \ln \left(\frac{n+1}{n} \right)^n = \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e \rightarrow \text{جواب} = \ln e = 1$$

همگرا به ۱ ✓ -۱

۱۱۴- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \left[\frac{\sin x}{x} \right] \cos x & ; |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ a & ; x = 0 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x=0$ پیوسته است؟

$$\text{در اینم} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \sin x \sim x - \frac{x^3}{6} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \sim \frac{x - \frac{x^3}{6}}{x} = 1 - \frac{x^2}{6}$$

$$1 - \frac{x^2}{6} < 1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x}{x} \right] \cos x = [1] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x}{x} \right] \cos x = 0 \times 1 = 0 \quad , \quad f(0) = a$$

لذا برای پیوستگی

$$a = 0$$

شرط پیوستگی تابع $f(x)$ در نقطه $x=a$:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 فرقیان

۱۱۵- متحنی به معادله $y = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$ با کدام طول، مجانب خود را قطع می‌کند؟

$\frac{2}{3} (x)$ $\frac{1}{3} (x)$ $\frac{1}{6} (x)$ $\frac{1}{9} (1) \checkmark$
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - x^2} \sim \sqrt{1} \left(x + \frac{-1}{x} \right) \Rightarrow y = x - \frac{1}{x}$

$$\begin{aligned}
 \text{حل تدریجی: } x - \frac{1}{x} &= \sqrt{x^2 - x^4} \xrightarrow{\text{طرفین بر توان ۳}} x^3 - x^2\left(\frac{1}{x}\right) + x^3\left(\frac{1}{x}\right)^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\
 &= x^3 - x^2 + \frac{x}{x} - \frac{1}{x^3} = x^3 - x^2 \rightarrow \frac{x}{x^3} - \frac{1}{x^3} = 0 \rightarrow \sqrt[3]{x} = \frac{1}{x} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{9}}
 \end{aligned}$$

۱۱۶- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، معادله درجه سوم $3x^3 + ax - 1 = 0$ فقط یک ریشه در بازه $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ دارد؟

$$\left(\frac{\Delta}{F}, \frac{\Lambda}{F}\right) (F \checkmark) \quad \left(\frac{\Delta}{F}, \frac{F}{F}\right) (F) \quad \left(\frac{F}{F}, \frac{\Lambda}{F}\right) (F) \quad \left(\frac{1}{F}, \frac{\Delta}{F}\right) (1)$$

تابع $x^{n-1} + a_{n-1}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0$ را باز هم داریم. بیاییم به روش دیگر f_a و f_b را با هم مقایسه کنیم. f_a و f_b را در (a, b) مقادیر x را می‌خواهیم در نظر بگیریم.

$$\left\{ \begin{aligned} f\left(\frac{1}{r}\right) &= r\left(\frac{1}{r}\right)^r + a\left(\frac{1}{r}\right) - 1 = \frac{a}{r} - \frac{1}{a} \\ f\left(\frac{1}{r}\right) &= r\left(\frac{1}{r}\right)^r + a\left(\frac{1}{r}\right) - 1 = \frac{a}{r} - \frac{a}{1} \end{aligned} \right\} f\left(\frac{1}{r}\right) \cdot f\left(\frac{1}{r}\right) = \left(\frac{a}{r} - \frac{1}{a}\right) \left(\frac{a}{r} - \frac{a}{1}\right) < 0$$

$$\left(\frac{r_{a-1}}{q}\right)\left(\frac{r_{a-2}}{p}\right) < \dots \rightarrow (r_{a-1})(c_{a-2}) < \dots$$

$$\frac{x}{y} \mid \frac{a}{b} \mid \frac{1}{r}$$

سوال ویاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان

۱۱۷- اگر θ زاویه بین دو معاس چپ و راست در نقطه گوشه نمودار تابع $y = \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+3}}$ باشد. $\tan \theta$ کدام است؟

$|x-1|=0 \rightarrow x=1$ $\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲) ✓

$\frac{3}{2}$ (۱)

مانزانت زار
بن نیم معاس

$\tan \theta = \left| \frac{m-m'}{1+mm'} \right|$

$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}} & x > 1 \\ \frac{1-x}{\sqrt{x^2+3}} & x < 1 \end{cases}$

$x > 1$

$x < 1$

$f'_x = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2+3} - \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} \cdot (1-x)}{(\sqrt{x^2+3})^2}$

$\rightarrow f'_{(1)} = \frac{1}{2} \text{ و } f'_{(1)} = -\frac{1}{2}$

$\tan \theta = \left| \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} \right|$

۱۱۸- اگر تابع f در $x = -2$ مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h)+3}{h} = \frac{1}{2}$ باشد. آنگاه مشتق $x^2 f(x)$ در $x = -2$ کدام است؟

۱۴ (۴) ✓

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

$y = x^2 \cdot f(x) \rightarrow y' = 2x \cdot f(x) + f'(x) \cdot x^2$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h)+3}{h} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{جیم} \rightarrow \text{H.P: } \frac{1 \cdot [f'(-2+h)] + 0}{1} =$

$f'(-2) = \frac{1}{2}$

از طرفی
ن. ب.

$\frac{f(-2+h)+3}{h} = \frac{0}{0} \rightarrow f(-2+h) = -3$

$f(-2) = -3$

$y' = 2x \cdot f(x) + f'(x) \cdot x^2$

$y'(-2) = 2(-2) \cdot f(-2) + f'(-2) \cdot (-2)^2 = -4(-3) + \frac{1}{2} (4) = 14$

۱۱۹- تابع با ضابطه $f(x) = x + e^{2x}$ مفروض است. معادله خط مماس بر نمودار تابع f^{-1} در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن، کدام است؟

۱) $2y - x = -1$ ✓ ۲) $y - 2x = -2$ ۳) $2y - x = -2$ ۴) $2y + x = 1$

$$y = x + e^{2x} \quad \cdot (f^{-1})'_b = \frac{1}{f'(a)}$$

با همان طول راه می‌رویم با همان برآیند

$$x + e^{2x} = 1 \rightarrow \boxed{x=0} \quad A(1,0)$$

تابع f را مسأله با معنی عدد ۱ قرار دهیم

$$y - 0 = \frac{1}{f'(1)}(x - 1)$$

$$(f^{-1})'_{(1)} = \frac{1}{f'(1)} \rightarrow f'_x = 1 + 2e^{2x} \rightarrow f'(1) = 3 \rightarrow \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{3} \quad \text{شیب} \quad y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

$$2y - x = -1$$

۱۲۰- خط قائم بر نمودار $x^2y - \ln(2x - y) = 12$ در نقطه $(2, 3)$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۲) ۴

۱) ۳

۴) ۲ ✓

۵) ۱

$$y'_x = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{2xy - \frac{2}{2x-y}}{x^2 - \frac{-1}{2x-y}} = \frac{-10}{5} = -2 \quad \text{شیب خط مماس}$$

$$\text{شیب خط قائم} = \frac{1}{2}$$

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2) \rightarrow y = \frac{x}{2} + 2$$

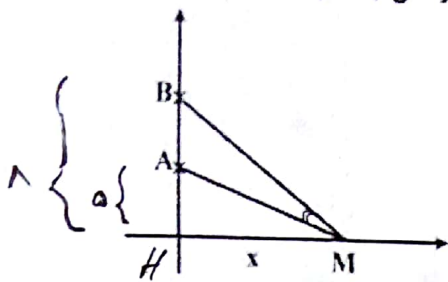
برای یافتن محل تلاقی هر تابع با هر محور می‌توانیم از صفر قرار دهیم. محل تلاقی با محور

$$y = 0 \leftarrow x$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{x}{2} + 2 \\ y = 0 \end{array} \right\} \boxed{x = -4}$$

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان

۱۲۱- دو نقطه A و B به بلندی های ۵ و ۸ بر روی محور قائم قرار دارند. نقطه M بر روی محور افقی، با کدام فاصله از پای قائم اختیار شود، تا زاویه AMB بیشترین مقدار ممکن باشد؟



$2\sqrt{2}$ (۱)
 $\frac{6}{\sqrt{10}}$ (۲)
 $2\sqrt{10}$ (۳) ✓
 7 (۴)

$MH = \text{فاصله نقطه } M \text{ از پای قائم}$

داریم: $(MH)^2 = AH \cdot BH = 5 \times 8 = 40 \rightarrow AH = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

۱۲۲- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sin^2 x - 2 \sin x$; $x \in [0, 2\pi]$ در کدام بازه صعودی و تفر آن روبه پایین است؟

- $(\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6})$ (۴) $(\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6})$ (۳) $(\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6})$ (۲) $(\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$ (۱) ✓

$y' = 2 \sin x \cos x - 2 \cos x = 2 \cos x (\sin x - 1) \geq 0$

برای مثبت شدن y' باید $\sin x - 1 \geq 0$ و $\cos x > 0$ باشد.

چون $|\sin x| \leq 1 \rightarrow \sin x - 1 \leq 0$ پس $\sin x = 1$ و $\cos x > 0$ در این بازه رخ نمی دهد.

همه منفی باشد یعنی کمان در ربع دوم و سوم باشد $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$

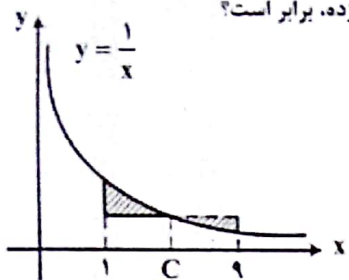
$y'' = 2 \cos^2 x - 2 \sin^2 x + 2 \sin x = -4 \sin^2 x + 2 \sin x + 2$

$-4A^2 + 2A + 2 = 0 \rightarrow 4A^2 - 2A - 2 = 0 \rightarrow 2A^2 - A - 1 = 0$
 $(2A + 1)(A - 1) = 0 \rightarrow A = 1 \text{ یا } A = -\frac{1}{2}$
 $\sin x = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$
 $\sin x = -\frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{7\pi}{6} \text{ یا } \frac{11\pi}{6}$

سوال و پاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور ۹۶ قرقچیان

$4A^2 - 2A + 2 > 0 \rightarrow A > 1 \text{ یا } A < -\frac{1}{2}$
 $\sin x > 1$ یا $\sin x < -\frac{1}{2}$ در این بازه رخ نمی دهد.

۱۲۳- با توجه به نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ به ازای کدام مقدار C، مساحت دو ناحیه سایه زده، برابر است؟



$$\frac{3}{\ln 3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{\ln 4} \quad (1)$$

$$\frac{4}{\ln 3} \quad (4) \checkmark$$

$$\frac{3}{\ln 2} \quad (3)$$

$$C = \frac{4}{\ln 3}$$

$$\frac{\int_1^4 f(x) dx}{4-1} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{\int_1^4 \frac{1}{x} \cdot dx}{4-1} = \frac{\ln|x|}{4-1} \Big|_1^4 = \frac{\ln 4 - \ln 1}{3} = \frac{\ln 4}{3} = \frac{2/\ln 2}{3}$$

۱۲۴- حاصل انتگرال $\int_0^4 \sqrt{(x^2 - 2x)^2} dx$ کدام است؟

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

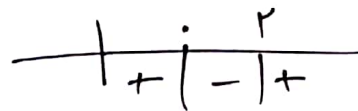
$$\frac{20}{3} \quad (2)$$

$$\frac{16}{3} \quad (1)$$

قرقچیان 09121057533

$$\sqrt{u^2} = |u| \rightarrow \sqrt{(x^2 - 2x)^2} = |x^2 - 2x|$$

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow x = 0, x = 2$$



$$= \int_0^2 -(x^2 - 2x) dx + \int_2^4 (x^2 - 2x) dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_0^2 + \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]_2^4 =$$

$$\left(-\frac{8}{3} + 4 \right) - 0 = \frac{4}{3}$$

$$\left(\frac{64}{3} - 32 \right) - \left(\frac{8}{3} - 8 \right) = \frac{56}{3} - 12 = \frac{16}{3}$$

$$\left(-\frac{8}{3} + 4 \right) - 0 = \frac{4}{3}$$

$$\left(\frac{64}{3} - 32 \right) - \left(\frac{8}{3} - 8 \right) = \frac{56}{3} - 12 = \frac{16}{3}$$

سوال ویاسخ دیفرانسیل حسابان خارج کشور 96 قرقچیان