



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۲۶- قرینه خط به معادله $3y - 2x = 4$ را نسبت به خط $y = x$ خط d می نامیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

کافیست جای x و y را با هم عوض کنیم سپس چون عرض از مبدأ میخاد به جای x صفر قرار میدهیم

$$3x - 2y = 4 \Rightarrow y = -2$$

۱۲۷- در بازه (a, b) نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ بالاتر از نمودار تابع $y = 2x + |x|$ است. طول نقطه وسط این بازه کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱/۵ (۳) -۱ (۴) -۵/۵

$$\begin{cases} x \geq 0 & -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > 3x \rightarrow 2x^2 + 7x - 9 < 0 & \left(-\frac{9}{2}, 1\right) \cap x \geq 0 \rightarrow [0, 1) \\ x < 0 & -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} > x \rightarrow 2x^2 + 3x - 9 < 0 & \left(-3, \frac{3}{2}\right) \cap x < 0 \rightarrow (-3, 0) \end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$[0, 1) \cup (-3, 0) = (-3, 1) \rightarrow \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

۱۲۸- در یک متوازی الاضلاع، با زاویه 60° درجه، اندازه های دو ضلع آن $5 + \sqrt{6}$ و $5 - \sqrt{6}$ می باشد، اندازه قطر بزرگ آن، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) ۹ (۴) ۱۰

= رابطه ی کسینوس ها

$$x^2 = (5 + \sqrt{6})^2 + (5 - \sqrt{6})^2 - 2(5 + \sqrt{6})(5 - \sqrt{6})\cos 120 =$$

$$25 + 6 + 10\sqrt{6} + 25 + 6 - 10\sqrt{6} + 19 = 81 \rightarrow x = 9$$

۱۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ماتریس $A \times A$ ، کدام است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۴۰ (۳) ۴۲ (۴) ۴۴

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 22 \end{bmatrix} \quad \text{مجموع} = 44$$

دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۳۰- اگر میانگین داده‌ها در جدول فراوانی زیر، ۱۸ باشد، درصد فراوانی نسبی این داده‌ها، در بازه $(۱۹/۵, ۲۴/۵]$ ، کدام است؟

مرکز دسته	۷	۱۲	۱۷	۲۲	۲۷
فراوانی	۲	۵	۸	a	۴

x	۷	۱۲	۱۷	۲۲	۲۷
x-17	-۱۰	-۵	۰	۵	۱۰
F	۲	۵	۸	a	۴

$$\bar{x} = 18 = \frac{2(-10) + 5(-5) + 8(0) + 5a + 40}{19 + a} \rightarrow 19 + a = -20 - 25 + 5a + 40$$

$$\rightarrow 4a = 24 \rightarrow a = 6$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{a}{19+a} \times 100 = 24$$

۱۳۱- میانگین طول ضلع مربع‌هایی ۲۵ واحد، با ضریب تغییرات ۰/۰۶ است. میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟

۶۲۸/۵ (۴) ۶۲۷/۷۵ (۳) ۶۲۷/۲۵ (۲) ۶۲۶/۵ (۱)

$$cv = \frac{\delta}{\bar{x}} \rightarrow \frac{6}{100} = \frac{\delta}{25} \rightarrow \delta = 1/5$$

$$\delta^2 = 2/25 = \frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$$

$$25^2 - \text{میانگین مساحت ها} = ۲/۲۵$$

$$\text{میانگین مساحت ها} = ۶۲۷/۲۵$$

۱۳۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم، احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ باشد، کدام است؟

$\frac{5}{18}$ (۴) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

$$p(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۳۳- به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m-6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ ، دارای دو ریشه حقیقی منفی است؟
 (۱) $m < -6$ (۲) $m > 3$ (۳) $0 < m < 3$ (۴) $3 < m < 6$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow m^2 + 3m - 18 > 0 \rightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -6 \end{cases} \\ -\frac{b}{a} < 0 \rightarrow \frac{2m}{m-6} < 0 \rightarrow 0 < m < 6 \\ \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{-3}{m-6} > 0 \rightarrow m < 6 \end{cases}$$

اشتراک جواب ها $3 < m < 6$

۱۳۴- اگر $\frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{4})} = 2$ باشد، $\tan x$ کدام است؟

(۱) -3 (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) 3

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x - \cos x)}{\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x)} = 2 \rightarrow \sin x - \cos x = 2\sin x + 2\cos x \rightarrow \sin x = -3\cos x \rightarrow \tan x = -3$$

۱۳۵- اگر $f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13$ باشد، ضابطه $f(x)$ برابر کدام است؟

(۱) $x^2 - x + 3$ (۲) $x^2 - 2x - 1$ (۳) $x^2 - 2x + 1$ (۴) $x^2 - x + 1$

$$2x - 3 = t \rightarrow x = \frac{t+3}{2}$$

$$f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13 = t^2 + 6t + 9 - 7t - 21 + 13 = t^2 - t + 1$$

دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۳۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 10x - 8}{\sqrt{3} - \sqrt{x} - 1}$ کدام است؟

- (۱) -۱۱۲ (۲) -۹۶ (۳) -۸۴ (۴) -۷۲

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{6x - 10}{\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{3} - \sqrt{x}}} = \frac{14}{\frac{-1}{\frac{2 \times 2}{2}}} = -14 \times 8 = -112$$

۱۳۷- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax + 2^{x-2} & ; x < 3 \\ a \log_2(1+x) & ; x \geq 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 3$ پیوسته است، $f(2)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $-1/5$ (۳) ۱ (۴) صفر

$$\begin{cases} f(3^+) = a \log_2 4 = 2a \\ f(3^-) = 3a + 1 \end{cases} \rightarrow a = -1$$

$$x < 3: f(x) = ax + 2^{x-3} = -x + 2^{x-3}$$

$$f(2) = -2 + 2^{-1} = -2 + \frac{1}{2} = -1/5$$

۱۳۸- مشتق عبارت $\sin^4 x + \cos^4 x$ به ازای $x = \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

$$y = \sin^4 + \cos^4 = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - 2(\sin x \cos x)^2 = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$y' = 0 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \sin 2x \times \cos 2x = -\sin 4x \rightarrow y' \left(\frac{\pi}{8} \right) = -\sin 4 \left(\frac{\pi}{8} \right) = -1$$

۱۳۹- به طور متوسط $\frac{3}{4}$ از تیرهای رها شده یک تیرانداز به هدف اصابت می کند. با کدام احتمال، از ۵ تیر رها شده این

تیرانداز، حداقل ۴ تیر، به هدف اصابت می کند؟

- (۱) $\frac{73}{128}$ (۲) $\frac{75}{128}$ (۳) $\frac{81}{128}$ (۴) $\frac{89}{128}$

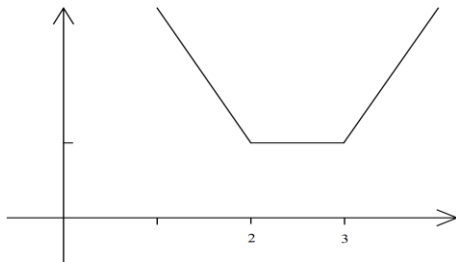
$$\binom{5}{4} \left(\frac{3}{4} \right)^4 \left(\frac{1}{4} \right)^1 + \binom{5}{5} \left(\frac{3}{4} \right)^5 \left(\frac{1}{4} \right)^0 = 5 \times \frac{3^4}{4^5} + 1 \times \frac{3^5}{4^5} = \frac{405 + 243}{4^5} = \frac{648}{4^5} = \frac{81}{128}$$

دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۴۰- در بازه‌ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x-2| + |x-3|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن با نمودار تابع

$g(x) = 2x^2 - x - 10$ ، در چند نقطه مشترک هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد نقطه مشترک



با توجه به شکل برای x های کوچکتر مساوی ۲ نزولی است پس داریم:

$$x \leq 2 \rightarrow f(x) = -x + 2 - x - 3 = -2x + 5$$

$$-2x + 5 = 2x^2 - x - 10 \rightarrow 2x^2 + x - 15 = 0 \rightarrow (2x - 5)(x + 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -3 \text{ ق} \\ x = \frac{5}{2} \text{ غ} \end{cases}$$

۱۴۱- کمترین مقدار تفاضل کران پایین از کران بالای دنباله، با جمله عمومی $U_n = \frac{n^2 + n}{3n^2 - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{3}, \quad u_1 = 1 \rightarrow 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۱۴۲- کارگر عادی در یک کارخانه، بعد از t ماه اشتغال، می‌تواند روزانه $f(t) = 60 - 50e^{-0.25t}$ واحد کار را کامل کند.

بعد از چه مدت تجربه کاری، انتظار می‌رود روزانه ۴۰ واحد کار را کامل کند؟ ($\ln 2/5 = 0.91$)

- (۱) ۳ ماه و ۷ روز (۲) ۳ ماه و ۱۴ روز (۳) ۳ ماه و ۱۹ روز (۴) ۴ ماه و ۹ روز

$$f(t) = 40 = 60 - 50e^{-0.25t}$$

$$50e^{-0.25t} = 20 \rightarrow e^{-0.25t} = \frac{2}{5}$$

$$-\frac{25}{100}t = \ln \frac{2}{5} = -\ln \frac{5}{2} = -\frac{91}{100}$$

$$t = \frac{91}{25} = 3 + \frac{16}{25} \text{ سه ماه و } ۱۹ \text{ روز}$$

دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۴۳- جواب کلی معادله مثلثاتی $\tan x \tan 3x = 1$ کدام است؟

$\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$ (۴)
 $\frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$ (۳)
 $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۲)
 $\frac{k\pi}{4}$ (۱)

$$\tan x = \frac{1}{\tan 3x} = \cot 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{2} - 3x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

۱۴۴- اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 4; & x \geq -2 \\ x^2 - x; & x < -2 \end{cases}$ همواره مشتق پذیر باشد، $f(1)$ کدام است؟

۲ (۴) ۱ (۳) صفر (۲) -۳ (۱)

پیوستگی $4a - 2b + 4 = -8 + 2 \rightarrow 4a - 2b = -10$

$$f'_- = f'_+: 2a(-2) + b = 3(-2)^2 - 1$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = -10 \\ -4a + b = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$$

$$f(1) = -3 - 1 + 4 = 0$$

۱۴۵- شیب خط قائم بر منحنی به معادله $\sqrt{7x^2 - 2y} + y^2 = 10$ در نقطه $(1, 2)$ ، کدام است؟

$\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۱)

$$y' = -\frac{\frac{14x}{2\sqrt{7x^2 - 2y}}}{\frac{-2}{2\sqrt{7x^2 - 2y}} + 2y} \rightarrow (1, 2) \rightarrow -\frac{\frac{7}{1}}{\frac{-1}{1} + 6} = -\frac{7}{5} \rightarrow \text{شیب قائم} = \frac{5}{7}$$

۱۴۶- نمودار تابع $y = x^{\frac{4}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}}$ در کدام بازه نزولی و تقر آن روبه پایین است؟

$(-\infty, -2)$ (۴) $(-2, 0)$ (۳) $(0, 1)$ (۲) $(-2, 1)$ (۱)

$$y'_{\text{نزولی}} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{4}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{4}{3}\left(\frac{x-1}{\sqrt[3]{x^2}}\right) \rightarrow y' < 0 \rightarrow x < 1$$

$$y''_{\text{تقرپایین}} = \frac{4}{9}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{8}{9}x^{-\frac{5}{3}} = \frac{4}{9}\left(\frac{x+2}{\sqrt[3]{x^5}}\right) \rightarrow y'' < 0 \rightarrow -2 < x < 0$$

$$\text{اشتراک } -2 < x < 0$$

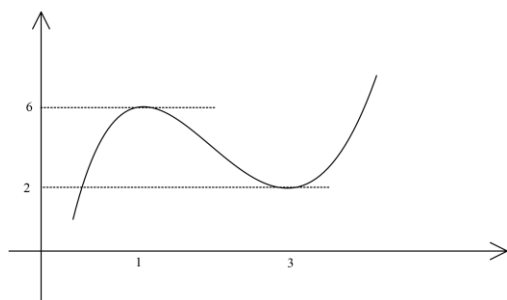
دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۴۷- با توجه به نمودار تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ ، به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله $f(x) = m$ فقط دارای یک ریشه حقیقی است؟

- (۱) $m > 7$ یا $m < 2$ (۲) $m > 6$ یا $m < 3$ (۳) $m > 7$ یا $m < 3$ (۴) $m > 6$ یا $m < 2$

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-3)(x-1) \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

$$f(1) = 6, \quad f(3) = 2$$



با توجه به شکل گزینه چهارم جواب است

۱۴۸- فاصله نقطه $M(x, y)$ از نقطه $A(3, 6)$ دو برابر فاصله آن از مبدأ مختصات است. بزرگترین وتر از مکان نقاط M کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{5}$

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-6)^2} = 2\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 = 4x^2 + 4y^2 \rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 6x + 12y - 45 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y - 15 = 0 \rightarrow K = \sqrt{1+4+15} = 2\sqrt{5} \rightarrow 4\sqrt{5} = \text{قطر}$$

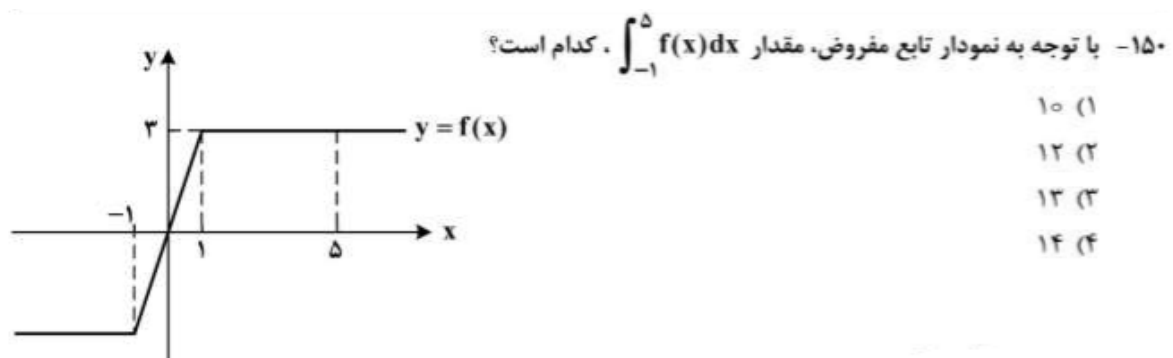
۱۴۹- دو نقطه $F(1+\sqrt{5}, 2)$ و $F'(1-\sqrt{5}, 2)$ ، کانون های هذلولی و $A(0, 2)$ یکی از رأس های آن است. معادله مجانب هذلولی یا شیب مثبت، کدام است؟

- (۱) $y = 2x$ (۲) $y = 2x - 1$ (۳) $2y = x$ (۴) $2y = x - 1$

$$O(1, 2), \quad A(0, 2)$$

$$2C = 2\sqrt{5} \rightarrow C = \sqrt{5}, \quad a = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow b = 2$$



$$(-1 \times 3) + (1 \times 3) + (4 \times 3) = 12$$

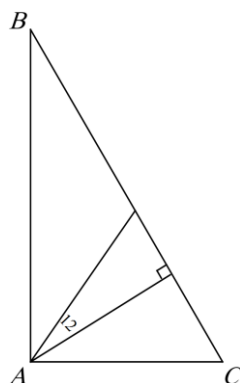
۱۵۱- حاصل $\int_1^4 \frac{2x^2 - \sqrt{x}}{x^2} dx$ ، کدام است؟

۱۵ (۴) ۱۴ (۳) ۱۳ (۲) ۱۲ (۱)

$$\int_{-1}^5 (2x - x^{-\frac{3}{2}}) dx = \left(x^2 + \frac{2}{\sqrt{x}} \right) \Big|_{-1}^5 = 14$$

۱۵۲- در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع و میانهٔ نظیر وتر، زاویهٔ ۱۲ درجه با هم ساخته‌اند. کوچک‌ترین زاویهٔ این مثلث، چند درجه است؟

۳۹ (۴) ۳۷ (۳) ۳۸ (۲) ۳۴ (۱)



$$12 = B - C$$

$$B + C = 90$$

$$B = 51, \quad C = 39$$

دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۵۳- در یک متوازی الاضلاع با زاویه 60° درجه، نیمسازهای دو زاویه مجاور ضلع بزرگ، روی ضلع دیگر آن متقاطع اند. اگر

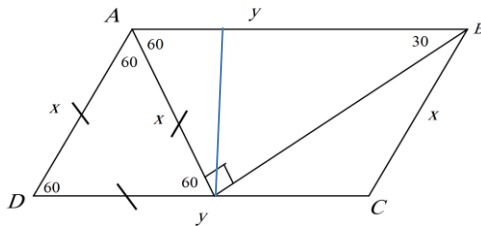
محیط این متوازی الاضلاع $12\sqrt{3}$ باشد، مساحت آن کدام است؟

$18\sqrt{3}$ (۴)

$12\sqrt{3}$ (۳)

۱۸ (۲)

$9\sqrt{3}$ (۱)



$$2x + 2y = 12\sqrt{3}$$

$$x + y = 6\sqrt{3}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = y$$

$$x + y = 6\sqrt{3} \rightarrow 3x = 6\sqrt{3} \rightarrow x = 2\sqrt{3}, y = 4\sqrt{3}$$

$$\text{ارتفاع} = \sin 60^\circ \times x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$$

$$\text{مساحت} = 4\sqrt{3} \times 3 = 12\sqrt{3}$$

۱۵۴- در یک دوزنقه قائم الزاویه، از نقطه O محل تلاقی قطرها، خطی موازی قاعده‌ها رسم شود. ساق قائم را در A و ساق

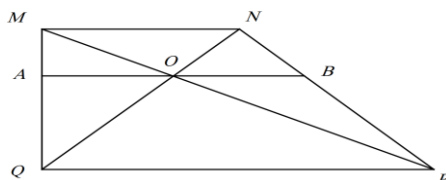
مایل را در B قطع می‌کند. نسبت $\frac{OA}{OB}$ ، چگونه است؟

(۲) مساوی ۱

(۱) کوچکتر از ۱

(۴) متغیر نسبت به اضلاع

(۳) بزرگتر از ۱



$$\left. \begin{array}{l} \frac{OA}{MN} = \frac{AQ}{QM} \\ \frac{OB}{MN} = \frac{BP}{PN} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{AQ}{QM} \times \frac{PN}{BP} \rightarrow \frac{OA}{OB} = 1 \leftarrow \text{تالس} \rightarrow \frac{AQ}{QM} = \frac{BP}{PN}$$

دبیران دبیرستان های نورآباد لرستان

۱۵۵- در داخل یک استوانه به شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۶ واحد، بزرگترین منشور قائم با قاعده مربع، جای گرفته است.

حجم این منشور، کدام است؟

۱۹۸ (۴)

۱۹۲ (۳)

۱۸۶ (۲)

۱۷۴ (۱)

$$(4\sqrt{2})^2 = 32 \text{ مساحت مربع}$$

$$32 \times 6 = 192 = \text{حجم منشور}$$

