



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



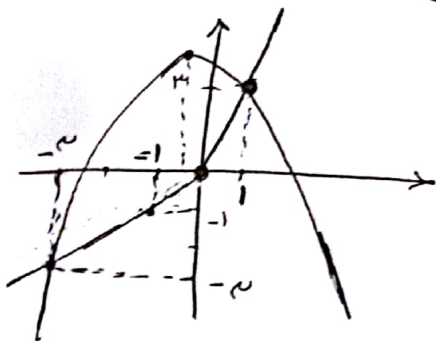
(@riazisara)

سوال ۱۲۲ موضوع: تابع معکوس

$$3y - 2x = 4 \Rightarrow 2x = 3y - 4 \Rightarrow x = \frac{3y - 4}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 2 \Rightarrow$$

گزینه ۱! عرض از مبدأ تابع معکوس

$$y = 2|x + 1|$$



سوال ۱۲۷ موضوع: حل نامعادله و رسم نمودار قدر مطلق و سهم

یافتن نقاط برخورد

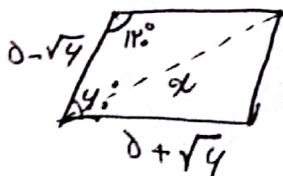
$$-x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} \geq 2|x + 1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 9 = 0 \\ x < 0 \rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2+7-9=0 \rightarrow x=1 \text{ قدر } \\ \Delta=11 \rightarrow x = \frac{-3+9}{2} = \frac{3}{2} \text{ قدر } \\ \Delta=11 \rightarrow x = \frac{-3-9}{2} = -3 \text{ قدر } \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a, b) = (-3, 1) \rightarrow \text{نقطه وسط} = \frac{-3+1}{2} = -1 \text{ گزینه ۳}$$

سوال ۱۲۱ موضوع: کاربرد مثلثات (محاسبه طول ضلع مثلث با قانون کسینوس)



$$x^2 = (5 - \sqrt{4})^2 + (5 + \sqrt{4})^2 - 2(5 - \sqrt{4})(5 + \sqrt{4}) \cos 120^\circ$$

$$x^2 = 42 + 19 = 61 \Rightarrow x = 9 \text{ گزینه ۳}$$

سوال ۱۲۹ موضوع: ضرب ماتریس

$$A, A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 22 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 44$$

گزینه ۴

۱۳۰ موضوع: آمار - شاخص مرکزی - میانگین - جدول فراوانی

درصد فراوانی نسبی = ؟

$$\bar{x} = 18 \Rightarrow \bar{x} = 1$$

$x_i$	۷	۱۲	۱۷	۲۲	۲۷	-۱۷
$f_i$						

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{-10 - 5 + 0 + 5 + 10}{4 + a + 4} = \frac{-10 - 20 + 0 + 5a + 10}{19 + a}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{-5 + 5a}{19 + a} = 1 \Rightarrow -5 + 5a = 19 + a \Rightarrow 4a = 24 \Rightarrow a = 6$$

نسبت ۲ =  $\frac{4}{28} \Rightarrow$  درصد =  $\frac{4}{28} \times 100 = 14.28$

۱۳۱ موضوع: آمار - شاخص مرکزی - فرمول محاسبه ضریب واریانس

$$\bar{x} = 25, CV = 0.4 \Rightarrow CV = \frac{s}{\bar{x}} \Rightarrow s = 25 \times 0.4 = 10$$

$$\Rightarrow s^2 = 100 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \Rightarrow \overline{x^2} = 100 + 625 = 725$$

۱۳۲ موضوع: احتمال سوم تجربی

مجموع	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۴	۳	۲	۱	۰	۱

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3 + 5 + 1}{24} = \frac{1}{4}$$

$$n(S) = 24$$

دوره حقیقی  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow 4m^2 + 12(m-4) > 0 \Rightarrow m^2 + 3m - 12 > 0 \\ S < 0 \rightarrow \frac{2m}{m-4} < 0 \Rightarrow 0 < m < 4 \\ P > 0 \Rightarrow \frac{-3}{m-4} > 0 \Rightarrow m < 4 \end{cases}$$

ارائه  $\Rightarrow 3 < m < 4$

موضوع: معادله درجه دوم - روابط بین ریشه ها

۱۳۳ موضوع: مثلثات - حساب زوایا  $\alpha \pm \beta$  و  $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$

$$\frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{4})} = \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\cos(\frac{\pi}{4} - (x + \frac{\pi}{4}))} = \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\cos(x - \frac{\pi}{4})} = \tan(x - \frac{\pi}{4}) = 2 \Rightarrow \frac{2 \sin x - 1}{1 + \cos x} = 2 \Rightarrow \tan x = -\frac{3}{4}$$

س ۱۳۵ موضوع: تابع - برد آردن غنا بطه تابع - روش غیر مستقیم - ترکیب توابع

$$2x - 3 = t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2} \Rightarrow f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13$$

$$\Rightarrow f(t) = t^2 + 4t + 9 - 7t - 21 + 13 = t^2 - t + 1$$

گزینه ۴

س ۱۳۶ موضوع: حد - حالت مهم  $\frac{0}{0}$  - قاعده هسپیتال

$$\frac{H}{L} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x - 10}{2\sqrt{3} - \sqrt{x}} = \frac{14}{-\frac{1}{2}} = \frac{14}{-\frac{1}{2}} = -112$$

گزینه ۱

س ۱۳۷ موضوع: پیوستگی - مقدار تابع

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = f(3) \Rightarrow 2a + 1 = 2a \Rightarrow a = -1$$

$$f(3) = -3 + 2^{3-3} = -2 + 2^{-1} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

گزینه ۲

س ۱۳۸ موضوع: مشتق - فرمولار مثلثاتی

$$\sin^2 x + \cos^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

$$\frac{d}{dx} \left( 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \right) = -\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \cos 2x \times \sin 2x = -\sin 4x \xrightarrow{x = \frac{\pi}{4}} -\sin \frac{\pi}{2} = -1$$

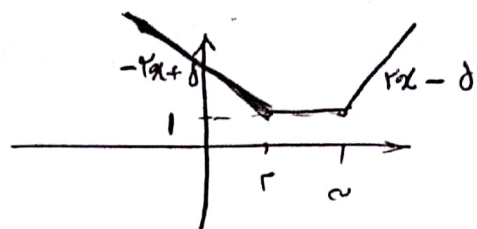
س ۱۳۹ موضوع: احتمال - احتمال دو عملی

$$P = \frac{3}{4}, Q = \frac{1}{4} \Rightarrow P(x \geq 4) = P(x=4) + P(x=5) = \binom{5}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right) + \binom{5}{5} \left(\frac{3}{4}\right)^5$$

$$\Rightarrow P(x \geq 4) = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left[ \frac{5}{4} + \frac{3}{4} \right] = 2 \times \frac{11}{256} = \frac{11}{128}$$

گزینه ۳

س ۱۴۰ : موضوع : رسم نمودار - توابع یکتوا - حل معادله



$$f(x) = \begin{cases} -2x+5 & x < 2 & \text{الکد انزولی} \\ 1 & 2 \leq x \leq 3 & \text{ثابت} \\ 2x-5 & x > 3 & \text{الکد صعودی} \end{cases}$$

$$(x < 2) \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = -2x + 5 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + 12 = 13 \\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{4} \end{cases}$$

نقطه ۱  
نقطه مشترک  
نقطه ۱

س ۱۴۱ : موضوع : دنباله - همگرایی - کراندار

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad u_1 = 1 \Rightarrow \text{دنباله } u_n \text{ نزولی است}$$

کران بالا  
کران پایین

س ۱۴۲ : موضوع : توابع نمایی - لگاریتم طبیعی (ln)

$$f(t) = 4 \Rightarrow 4 - 5 \cdot e^{-\frac{25}{4}t} = 4 \Rightarrow 5 \cdot e^{-\frac{25}{4}t} = 4 \Rightarrow e^{-\frac{25}{4}t} = \frac{4}{5} \Rightarrow -\frac{25}{4}t = \ln\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\Rightarrow t = -\frac{4}{25} \ln\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{4}{25} \ln\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{4}{25} \ln\left(\frac{5}{4}\right) = 4 \times 0.91 = 3.64 \text{ (س)}$$

۳ ماه و ۳۴ روز و ۳ ماه و ۱۹ روز

س ۱۴۳ : موضوع : مثلثات - حل معادله مثلثاتی

$$\tan x \tan 2x = 1 \Rightarrow \tan 2x = \frac{1}{\tan x} = \cot x \Rightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

س ۱۴۴ : موضوع : مستقیم در نقطه زبر

$$\begin{cases} 2ax + b \\ 3x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow -4a + b = 11$$

$$\begin{cases} 2a - 2b + 4 = -1 + 3 \\ 2a - 2b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow f(1) = -4 - 1 + 4 = 0$$

## س ۱۴۵ : موضوع : کاربرد مشتق - مشتق ضمنی

$$y' = - \frac{\frac{14x}{2\sqrt{x^2-2y}}}{\frac{-2}{2\sqrt{x^2-2y}} + 2y} \xrightarrow{\text{شیب مماس}} -m = - \frac{\frac{14}{x}}{\frac{-2}{x} + 4} = - \frac{7}{5} \xrightarrow{\text{شیب قائم}} m' = -\frac{1}{m} = \frac{5}{7}$$

گزینه ۱

## س ۱۴۶ : موضوع : کاربرد مشتق - مشتق

$$y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} - \frac{4}{3}x^{-\frac{2}{3}} \rightarrow y'' = \frac{4}{9}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{8}{9}x^{-\frac{5}{3}}$$

گزینه ۳

$$y' = \frac{4}{3} \left( \frac{x-1}{\sqrt{x^2}} \right) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \end{cases} \text{ بحرانی}$$

$$y'' = \frac{4}{9} \left( \frac{x+2}{\sqrt{x^3}} \right) = 0 \rightarrow x = -2$$

$x$		-2	0	1	
$y'$	-	-	0	-	+
$y''$	+	+	0	+	+
		↘	↘	↘	↗

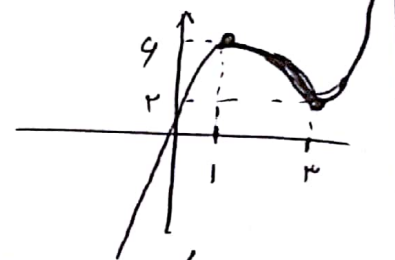
در  $(-2, 0)$  تابع نزولی و مقعر رو به پایین است

## س ۱۴۷ : موضوع : کاربرد مشتق - نمودار تابع درجه سوم

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$\rightarrow x = 3$$

$x$		1	3	
$y'$	+	+	-	+
$y$		↗	↘	↗
		max	min	



برای این که بر خود تابع ثابت  $f(x) = m$  با نمودار فقط یک ریشه داشته باشد باید

$$m > 4 \text{ یا } m < 2$$

گزینه ۴

## س ۱۴۸ : موضوع : هندسه تحلیلی - طول پاره خط - دایره

$$AM = 2OM \Rightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4(x^2 + y^2) \Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 4x + 12y = 45$$

$$\Rightarrow 3(x+1)^2 + 3(y+2)^2 - 15 = 45 \Rightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 20$$

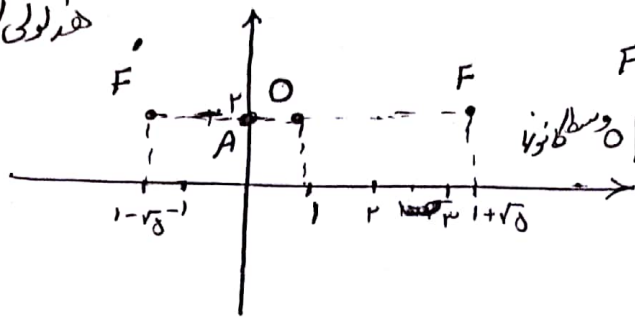
$$\text{بزرگترین و کوچکترین طول} = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$$

گزینه ۴

موضوع: هندسه کلی - هذلولی

س ۱۴۹

هذلولی افقی



$$FF' = 2\sqrt{5} = 2c \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

$$OA = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = 2$$

معادله مجانب هذلولی افقی

$$\frac{(x-a)}{a} \pm \frac{(y-b)}{b} = 0 \Rightarrow \frac{x-1}{1} \pm \frac{y-2}{2} = 0$$

گزینه ۱  
 $y = 2x$   
 $y = -2x + 4$

موضوع: انتگرال - محاسبه انتگرال با استفاده از مساحت

س ۱۵۰

$$\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^0 f(x) dx = -\frac{3 \times 1}{2} + \frac{(0+4) \times 3}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

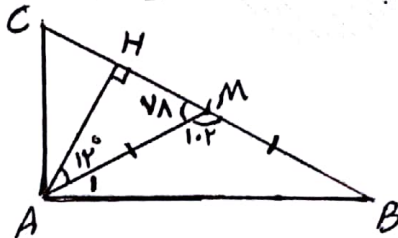
موضوع: انتگرال - محاسبه انتگرال با استفاده از قضیه اساسی

س ۱۵۱

$$\int_1^4 \frac{2x^3 - \sqrt{x}}{x^2} dx = \int_1^4 (2x - x^{-\frac{3}{2}}) dx = \left( x^2 - \frac{-1}{-\frac{1}{2}} \right) \Big|_1^4 = \left( 16 + \frac{2}{\sqrt{4}} \right) - \left( 1 + \frac{2}{\sqrt{1}} \right) = 17 - 3 = 14$$

موضوع: هندسه ۱ - استدلال استنتاجی - محاسبه زاویه مجهول

س ۱۵۲

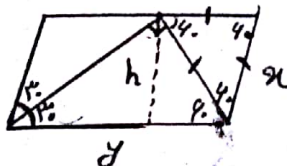


$$\left. \begin{matrix} \hat{B} = \hat{A}_1 \\ \hat{A}_1 + \hat{B} = 78 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{B} = 39^\circ$$

گزینه ۴

موضوع: هندسه ۱ - استدلال و محاسبه مساحت

س ۱۵۳

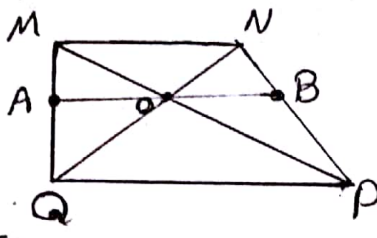


$$\begin{cases} 2(x+y) = 12\sqrt{3} \Rightarrow x+y = 6\sqrt{3} \\ x = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\sqrt{3} \\ y = 4\sqrt{3} \end{cases}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times x = 3 \Rightarrow S = 12\sqrt{3}$$

س ۱۵۴

موضوع: هندسه ۱ - تالس



$\frac{OA}{OB} = ?$

تالس در نوبت:  $\frac{QA}{QM} = \frac{PB}{PN}$

تالس در نوبت:

$\frac{OA}{MN} = \frac{QA}{QM}$

$\frac{OB}{MN} = \frac{PB}{PN}$

$\Rightarrow \frac{OA}{MN} = \frac{OB}{MN} \Rightarrow OA = OB$

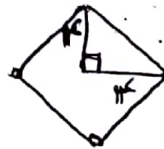
نتیجه ۲

س ۱۵۵

موضوع: هندسه ۱ - حجم منشور



ارتفاع  $\times$  مساحت پایه =  $4 \times 32 = 128$



مساحت پایه =  $\sqrt{32} = 4\sqrt{2} \Rightarrow S = 32$

نتیجه ۳