



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

$$(g(2a), 6) \in f^{-1}(x) \rightarrow (6, g(2a)) \in f$$

(126)

$$f(6)=3 \rightarrow g(2a)=3 \xrightarrow{g(x)=\frac{x}{x-1}} g(2a)=\frac{2a}{2a-1}$$

با توجه به داده مسئله

$$\frac{2a}{2a-1}=3 \rightarrow 2a=6a-3 \rightarrow -4a=-3 \rightarrow \boxed{a=\frac{3}{4}}$$

$$\log y = 2 \log 3 + \log x \rightarrow \log y = \log 9 + \log x \rightarrow \log y = \log 9x \quad (127)$$

$$\boxed{y=9x} \quad \text{I}$$

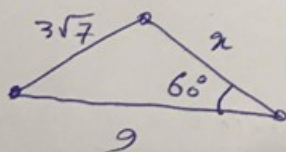
$$2^{x-7} \times 4^{(x+y)} = 1 \rightarrow \frac{2^x}{2^7} \times 2^{2(x+y)} = 1 \rightarrow \frac{2^x}{2^7} \times 2^{2(10x)} = 1$$

$$\frac{2^x}{2^7} \times 2^{20x} = 1 \rightarrow 2^{21x} = 2^7 \rightarrow \boxed{x=\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{y=3}$$

مقدار x را در رابطه I قرار دهیم

(128) با استفاده از رابطه I مستقیم است:



$$(9)^2 + (x)^2 - 2(9)(x)\cos 60^\circ = (3\sqrt{7})^2 \rightarrow$$

$$81 + x^2 - 9x = 63 \rightarrow$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = (81) - 4(1)(18) = 9$$

$$x_1 = \frac{9+3}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{9-3}{2} = 3$$

$$\boxed{\begin{matrix} x_1=3 \\ x_2=6 \end{matrix}}$$

دانلود از سایت ریاضی سرا

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

(129)

$$A^{-1} \cdot 2B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & -12 \\ 6 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$$

(130)

$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$
 $n = 100 + 87 + 74 + 42 + 30 = 333$
 $\frac{74}{333} \times 360^\circ = 80$

(131)

x	6	8	10	12	14
طول	7	9	17	11	6

$$n = 50$$

$$\bar{x} = 10 \rightarrow (-4)(7) + (-2)(9) + 0(17) + 2(11) + 4(6) = 0$$

$$\frac{\sum f_i x_i}{n} = 10$$

$$s^2 = \frac{7(-4)^2 + 9(-2)^2 + 0 + 11(2)^2 + 6(4)^2}{50} = \frac{288}{50} = \frac{144}{25}$$

$$s = \frac{12}{5}$$

$$CV = \frac{12 \cdot 5}{10} = 0.24$$

دانلود از سایت ریاضی سرا

$$n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1}$$

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9! \times 3!} = 220 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{5 \times 4 \times 3}{220} = \frac{3}{11}$$

133 با استفاده از روش درجۀ اولی به راضی سوال را حل نمائیم

$$-1 < \frac{7}{-1} < 3 \rightarrow$$

مجموع نمی باشد

بالتاب $n=2$

درجۀ 2، 3 و 4 حرفی است

$$\boxed{\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha} \quad 134$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} - \cot \frac{\alpha}{2} = -2 \cot \alpha \rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} - \cot \frac{\alpha}{2} = -2 \times \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} - \cot \frac{\alpha}{2} = -2 \times \frac{3}{4} \rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} - \cot \frac{\alpha}{2} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$$

135 $g(f(x)) \rightarrow$ در ابتدا $g(x)$ را در $f(x)$ قرار می دهیم

$$\rightarrow \frac{2\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) + 2}{2 - \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)} = \frac{\frac{4x-2}{x+1} + 2}{2 - \frac{2x-1}{x+1}} = \frac{\frac{4x-2+2x+2}{x+1}}{\frac{2x+2-2x+1}{x+1}} = \frac{6x}{3} = 2x$$

$$\boxed{g(f(x)) = 2x}$$

136) با قرار دادن $x=2$ در سوال به اوج $\infty - \infty$ می‌رسیم و در نهایت با فرم $\frac{0}{0}$ به دست می‌آید.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{6}{x(x-2)} - \frac{x+1}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - (x+1)(x)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 - x^2 - x}{x(x-2)} = \frac{0}{0}$$

حال در نهایت به فرم $\frac{0}{0}$ به دست می‌آید و از Hop استفاده می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x-1}{2x-2} = \frac{-4-1}{4-2} = \frac{-5}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

137) برای اینکه به دست بیاید

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1-\sqrt{1-x}} \times \frac{(1+\sqrt{1-x})}{(1+\sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{(1-(1-x))} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x} = 2$$

در نتیجه $a=2$ به دست می‌آید و $x=0$ به دست می‌آید.

$$y = 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow$$

(138)

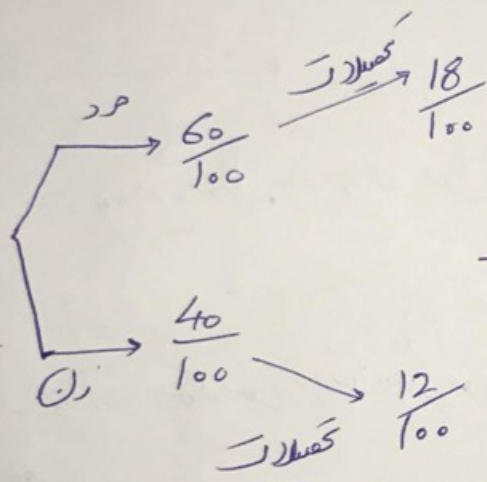
$$y' = 2 \left(-2 \left(+\frac{1}{4} \right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) \right) \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) \right) \xrightarrow{x = \frac{\pi}{6}}$$

$$y' = \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow$$

$$y' = \sin\left(\frac{3\pi}{24}\right) \cos\left(\frac{3\pi}{24}\right) \rightarrow y' = \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \rightarrow y' = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow y' = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

(139)



$$\rightarrow \frac{60}{100} \times \frac{18}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{12}{100} = \frac{1560}{10000}$$

$$\frac{1560}{10000} \times 100 = 15.6 \%$$

$$P(X=3) = \binom{6}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{135}{1024}$$

(140) چوں 4 ترنبر برای هر سوال طرح
تصالح در جواب بدون $\frac{1}{4}$ و تصالح
جواب آشیاء برای هر سوال $\frac{3}{4}$ مرد است *

141. مقدار حد زیر را با استفاده از اصول هس و سوسن و برابری در حد ها حساب کنید.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} \\ -\sqrt{-x} \end{cases}$$

$$x > 0 \rightarrow y = \sqrt{x} \rightarrow y^2 = x \rightarrow \boxed{y = x^2} : x > 0$$

$$x < 0 \rightarrow y^2 = -x \rightarrow -y^2 = x \rightarrow \boxed{y = -x^2} : x < 0$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2 \\ -x^2 \end{cases}$$

$$x > 0$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = x|x|$$

$$x < 0$$

142. با توجه به سوال بدین حد ها و حد های دنباله هس و سوسن را بنویسید.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{3}{2}$$

$$a_1 = \frac{3+1}{2+1} = \frac{4}{3}$$

$$a_2 = \frac{13}{10}$$

نکته: حد ها و حد های دنباله هس و سوسن را بنویسید و در این دنباله ها نقطه حد ها و حد های دنباله را بنویسید.

$$\ln(2y-3x) + \ln 2 = 0 \rightarrow \ln(2y-3x) \times 2 = 0 \rightarrow \ln(4y-6x) = 0 \quad (1, 4, 3)$$

$$4y-6x=1 \rightarrow \boxed{x = \frac{4y-1}{6}} \quad (I)$$

$$\ln(2x+1) - \ln(3) = \ln y - \ln(y-2) \quad \downarrow$$

$$\ln\left(\frac{2x+1}{3}\right) = \ln \frac{y}{y-2} \rightarrow \frac{2x+1}{3} = \frac{y}{y-2} \rightarrow \frac{2\left(\frac{4y-1}{6}\right)+1}{3} = \frac{y}{y-2}$$

$$\frac{\frac{4y-1}{3}+1}{3} = \frac{y}{y-2} \rightarrow \frac{4y+2}{9} = \frac{y}{y-2} \rightarrow$$

$$4y^2 - 6y - 4 = 9y \rightarrow 4y^2 - 15y - 4 = 0 \rightarrow \Delta = (15)^2 - 4(4)(-4) \rightarrow \Delta = 17$$

$$\boxed{y_1 = \frac{15+17}{8} = 4} \quad \checkmark$$

$$y_2 = \frac{15-17}{8} = -\frac{1}{4} \rightarrow \text{O.O.E}$$

مطلوبه از سوال

$$\boxed{x = \frac{15}{6}}$$

$$\rightarrow xy = \frac{15}{6} \times 4 = 10$$

$$\boxed{xy = 10}$$

دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\cos 2x + 2\cos^2 x = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x = 0 \rightarrow 4\cos^2 x - 1 = 0$$

(144)

$$4\cos^2 x = 1 \rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{4} \rightarrow \cos^2 x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow \cos^2 x = \cos^2 \frac{\pi}{3}$$

$$\boxed{x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}}$$

$$\sqrt[3]{y} + x\sqrt{x} = 9 \rightarrow \sqrt[3]{y} + x\sqrt{x} - 9 = 0$$

(145)

$$\rightarrow y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{3}{2}} - 9 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow f' = -\frac{f'_x}{f'_y} \rightarrow f' = -\frac{\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{3}y^{-\frac{3}{2}}} \rightarrow f' = -\frac{\frac{3}{2}\sqrt{x}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{y^3}}} \quad (4.1)$$

$$f' = -\frac{\frac{3}{2} \times 2}{\frac{1}{3\sqrt{1}}} \rightarrow f' = -\frac{3}{\frac{1}{3}} \rightarrow \boxed{m = -9}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 1 = -9(x - 4) \rightarrow y - 1 = -9x + 36 \rightarrow$$

$$\boxed{y + 9x = 37}$$

146. نقاط نقطه ضعف در تابع و مشتق دوم برای بررسی نقاط بحرانی و نقاط گسسته

$$y = ax^3 - x^2 - 3x + b \xrightarrow{(1, -3)}$$

$$-3 = a - 1 - 3 + b \rightarrow \boxed{1 = a + b} \quad (I)$$

$$y' = 3ax^2 - 2x - 3 \rightarrow y'' = 6ax - 2 \rightarrow$$

$$0 = 6a(1) - 2 \rightarrow 6a = 2 \rightarrow \boxed{a = \frac{1}{3}}$$

$$1 = \frac{1}{3} + b \rightarrow \boxed{b = \frac{2}{3}}$$

با قرار دادن در رابطه I

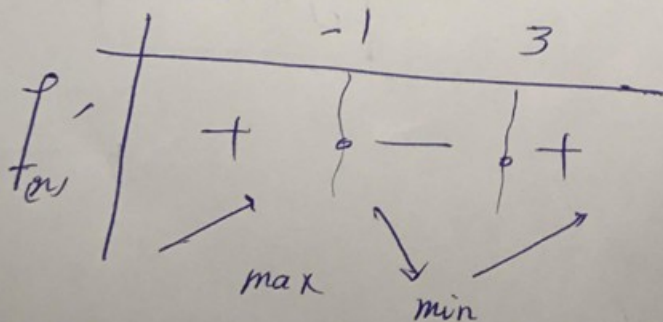
$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$$

تابع به صورت

برای بدست آوردن نقطه های ریشه و نقاط بحرانی و نقاط گسسته و برای بررسی نقاط بحرانی

$$y' = x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow y' = (x-3)(x+1)$$

نقاط بحرانی در 2 نقطه برابر صفر می باشد و در 2 نقطه دیگر ریشه دارد. max و min را بدست می آوریم و ریشه ها را بدست می آوریم.



حل باید مقدار $f(-1)$ را بدست آوریم.

$$f(-1) = \frac{1}{3}(-1) - (-1)^2 - 3(-1) + \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

147 با توجه به شکل داده شده
 ① تابع در $x=0$ عبارت $f(x)$ را بدست آورده و مشتق آن را
 ② تابع در نقطه $(2,0)$ را بدست آورده

مشتق $f'(x)$ در $x=0$ $\rightarrow x+b=0 \rightarrow 0+b=0 \rightarrow \boxed{b=0}$

$f(2)=0 \rightarrow \frac{a(2)^2-1}{2}=0 \rightarrow \frac{4a-1}{2}=0$ صورت مساوی بر صورت $\rightarrow \boxed{a=\frac{1}{4}}$

$a+b=\frac{1}{4}+0=\frac{1}{4}$

]

148

با توجه به صورت مسئله گوییم که $f(x)$ یک تابع درجه دوم است و به صورت $f(x)=ax^2+bx+c$ می توان نوشت. در این صورت داریم $f(5)=0$ و $f'(5)=0$

$(y-3)^2 = 4p(x+1)$

$\rightarrow$ مشتق $f'(x)$ در $x=5$ $\rightarrow (y-3)^2 = 4p(x+1) \rightarrow p = \frac{3}{2}$

فاصله از محور x $= 2p = \frac{3}{2} \times 2 = \underline{\underline{3}}$

$$MN = \frac{2b^2}{a}$$

149) شعاع دایره را از این معادله می توانیم پیدا کنیم و عمود منتهی الیه را از این معادله می توانیم پیدا کنیم.

$$16y^2 + 5x^2 - 10x = 75 \rightarrow 16y^2 + 5(x^2 - 2x) = 75 \rightarrow$$

$$16y^2 + 5(x^2 - 2x + 1) = 80 \rightarrow \boxed{\frac{y^2}{5} + \frac{(x-1)^2}{16} = 1}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= 5 \\ a^2 &= 16 \end{aligned} \rightarrow MN = \frac{2b^2}{a} \Rightarrow \boxed{MN = \frac{2 \times 5}{4} = \underline{2.5}}$$

150) ما دو محدب داریم که در این شکل مشخص شده است.

$$\int_0^4 (x - |x-2|) dx = \int_0^4 x dx - \int_0^4 |x-2| dx \rightarrow$$

$$\int_0^4 x dx - \left(\int_0^2 (2-x) dx + \int_2^4 (x-2) dx \right) \rightarrow$$

$$\int_0^4 x dx - \left(\int_0^2 2 dx - \int_0^2 x dx + \int_2^4 x dx - \int_2^4 2 dx \right)$$

$$\frac{x^2}{2} \Big|_0^4 - \left(2x \Big|_0^2 - \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 + \frac{x^2}{2} \Big|_2^4 - 2x \Big|_2^4 \right)$$

$$(8-0) - \left((4-0) - (2-0) + (8-2) - (4) \right) = \underline{4}$$

$$\int \left(3x + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \int \left(9x^2 + \frac{1}{x^2} + 6\right) dx \rightarrow$$

(15)

$$\int 9x^2 dx + \int \frac{1}{x^2} dx + \int 6 dx = \int 9x^2 dx + \int x^{-2} dx + \int 6 dx \rightarrow$$

$$\cancel{\frac{9x^3}{3}} - \frac{1}{x} + 6x = 3x^3 - \frac{1}{x} + 6x = \frac{3x^4 - 1 + 6x^2}{x} \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{x} (3x^4 - 1 + 6x^2)} \rightarrow \boxed{f(x) = 3x^4 + 6x^2 - 1}$$