



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۱۲۶- گزینه ۲

$$f^{-1} = \{(5, 2), (3, 6), (7, 3), (1, 4), (9, 1)\} \Rightarrow f^{-1}(3) = 6$$

$$f^{-1}(g(2a)) = 6 \Rightarrow g(2a) = 3 \Rightarrow \frac{2a}{2a-1} = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۱۲۷- گزینه ۳

$$2^{x-y} \times 2^{2x+2y} = 2^0 \rightarrow 3x + 2y = 7$$

$$\log y = \log 9x \Rightarrow y = 9x \Rightarrow x = \frac{1}{9}y$$

$$3\left(\frac{1}{9}y\right) + 2y = 7 \Rightarrow \frac{1}{3}y + 2y = 7 \Rightarrow y + 6y = 21 \Rightarrow y = 3$$

۱۲۸- گزینه ۱

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \Rightarrow (3\sqrt{7})^2 = a^2 + (9)^2 - 2a(9) \cos 60^\circ$$

$$63 = a^2 + 81 - 2a(9)\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow 63 = a^2 + 81 - 9a \Rightarrow a^2 - 9a + 18 = 0$$

$$(a-3)(a-6) = 0 \Rightarrow a = 3, a = 6$$

۱۲۹- گزینه ۴

$$|A| = 12 - 10 = 2 \quad A^{-1} = \frac{1}{2} \times \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$2B = \begin{bmatrix} 8 & -12 \\ 6 & -10 \end{bmatrix} \quad A^{-1} \cdot (2B) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 8 & -12 \\ 6 & -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- گزینه ۲

$$\alpha_i = \frac{f_i}{N} \times 360^\circ \Rightarrow \alpha_i = \frac{74}{100+87+74+42+30} \times 360^\circ \Rightarrow \alpha_i = \frac{74}{333} \times 360^\circ \Rightarrow \alpha_i = 80^\circ$$

۱۳۱- گزینه ۳

دسته ها	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۷	۱۱	۶
	-۴	-۲	۰	۲	۴

روش اول : میانگین فرضی = ۱۰

$$\bar{x} = 10 + \frac{-28 - 18 + 0 + 22 + 24}{50} = 10 + 0 = 10$$

روش دوم :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i x_i}{N} \Rightarrow \bar{x} = \frac{42 + 72 + 170 + 132 + 84}{50} = \frac{500}{50} \Rightarrow \bar{x} = 10$$

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{7(6-10)^2 + 9(8-10)^2 + 17(10-10)^2 + 11(12-10)^2 + 6(14-10)^2}{50}$$

$$\delta^2 = \frac{112 + 36 + 0 + 44 + 96}{50} = \frac{288}{50} \Rightarrow \delta^2 = \frac{144}{25} \Rightarrow \delta = \frac{12}{5}$$

$$CV = \frac{\delta}{\bar{x}} = \frac{12}{5 \times 10} \Rightarrow CV = \frac{12}{50} = 0.24$$

۱۳۲ - گزینه ۲

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{3! \times 9!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220$$

$$n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \quad P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$$

۱۳۳ - گزینه ۱

$$\begin{cases} \frac{3x+1}{x-3} < 3 \\ \frac{3x+1}{x-3} > -1 \end{cases} \Rightarrow x < \frac{1}{2}$$

روش اول :

روش دوم :

$$\text{if } x = 0 \Rightarrow -1 < -\frac{1}{3} < 3 \Rightarrow \text{false}$$

$$\text{if } x = 1 \Rightarrow -1 < -2 < 3 \Rightarrow \text{false}$$

۱۳۴ - گزینه ۲

$$\tan \frac{x}{2} - \cot \frac{x}{2} = -2 \cot x = -2 \left(\frac{3}{4} \right) = -\frac{3}{2}$$

۱۳۵ - گزینه ۴

$$g(f(x)) = g\left(\frac{2x-1}{x+1}\right) = \frac{6x}{3} = 2x$$

۱۳۶ - گزینه ۱

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{6 - x^2 - x}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x^2 + x - 6)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x-2)(x+3)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-(x+3)}{x} = -\frac{5}{2}$$

۱۳۷ - گزینه ۴

$$f(0) = a \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1 - \sqrt{1-x}} \times \frac{1 + \sqrt{1-x}}{1 + \sqrt{1-x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + \sqrt{1-x})}{1 - 1 + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sqrt{1-x}) = 2 \Rightarrow a = 2$$

۱۳۸ - گزینه ۳

$$y' = 2 \times 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) \left(-\sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right)$$

$$y' = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) \quad f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

۱۳۹ - گزینه ۲

$$\left(\frac{60}{100} \times \frac{18}{100}\right) + \left(\frac{40}{100} \times \frac{12}{100}\right) = \frac{156}{1000} = 0/156 = 15/6$$

۱۴۰ - گزینه ۱

$$n = 6, p = \frac{1}{4}, 1 - p = \frac{3}{4} \quad P(x = 3) = \binom{6}{3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{135}{1024}$$

۱۴۱ - گزینه ۳

$$(1, 1) \in f \Rightarrow (1, 1) \in f^{-1} \Rightarrow 1, 4 \rightarrow \text{false}$$

$$(-1, -1) \in f \Rightarrow (1, 1) \in f^{-1} \Rightarrow 2 \rightarrow \text{false}$$

۱۴۲ - گزینه ۴

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + 1}{2n^2 + n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2}{2n^2} = \frac{3}{2}$$

کوچکترین کران بالا برابر $\frac{3}{2}$ و بزرگترین کران پایین $\frac{4}{3}$ می باشد.

۱۴۳ - گزینه ۴

$$\ln \frac{(2x+1)(y-2)}{y} = \ln 3 \Rightarrow xy - 2x - y = 1$$

$$\ln(2y - 3x)(2) = \ln 1 \Rightarrow 4y - 6x = 1$$

$$\begin{cases} xy - 2x - y = 1 \\ 4y - 6x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy - 2x - y = 1 \\ y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow 6x^2 - 13x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2}, y = 4 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow xy = 10$$

۱۴۴ - گزینه ۳

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\cos 2x + 2\cos^2 x = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 + 2\cos^2 x = 0 \Rightarrow 4\cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \\ \cos^2 x = -\frac{1}{2} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases} \cup \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

روش دوم: می توان از مقدار گذاری استفاده کرد

۱۴۵ - گزینه ۱

$$\sqrt[3]{y} + x\sqrt{x} - 9 = 0 \quad f'(x, y) = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{x + \frac{x}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{y^2}}} \Rightarrow m = f'(4, 1) = -9$$

$$y - 1 = -9(x - 4) \Rightarrow y + 9x = 37$$

چون شیب خط مماس برابر -9 می باشد و در گزینه ها فقط گزینه یک شیب آن -9 می باشد، بنابراین نیازی به نوشتن خط مماس نیست.

۱۴۶ - گزینه ۳

$$y = ax^2 - x^2 - 3x + b \Rightarrow y' = 2ax^2 - 2x - 3 \Rightarrow y'' = 4ax - 2$$

$$A(1, -3) \Rightarrow \begin{cases} 1) - 3 = a(1)^2 - (1)^2 - 3(1) + b \Rightarrow a + b = 1 \\ 2) 4a(1) - 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$y' = 2ax^2 - 2x - 3 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow 2ax^2 - 2x - 3 = 0 \quad b = a + c \begin{cases} x = -1 \rightarrow \max \\ x = -\frac{c}{a} = 3 \rightarrow \min \end{cases}$$

$$f(-1) = \frac{1}{4}(-1)^2 - (-1)^2 - 3(-1) + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

۱۴۷ - گزینه ۲

چون محور y ها یا خط $x = 0$ مجانب قائم تابع می باشد پس مخرج کسر برابر صفر است.

$$x + b = 0 \quad \underline{x = 0} \quad b = 0 \Rightarrow y = \frac{ax^2 - 1}{x}$$

$$\left| \begin{array}{l} 2 \\ 0 \end{array} \right| \Rightarrow 0 = \frac{a(2)^2 - 1}{2} \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \quad a + b = \frac{1}{4}$$

۱۴۸ - گزینه ۲

چون محور تقارن سهمی موازی محور x ها و از نقطه $(5, 9)$ می گذرد پس سهمی افقی و دهانه آن به سمت راست می باشد لذا معادله آن $(y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha)$ می باشد.

$$(y - 3)^2 = 4p(x + 1) \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 5 \\ 9 \end{array} \right| \rightarrow 4p = 6 \Rightarrow p = \frac{3}{2}$$

$$2p = 2\left(\frac{3}{2}\right) = 3$$

فاصله کانون تا خط هادی برابر $2p$ می باشد. لذا

۱۴۹ - گزینه ۲

$$5x^2 - 10x + 16y^2 = 75 \Rightarrow 5(x^2 - 2x + 1 - 1) + 16y^2 = 75 \Rightarrow 5(x - 1)^2 + 16(y - 0)^2 = 80$$

$$\frac{(x - 1)^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \Rightarrow a = 4 \\ b^2 = 5 \Rightarrow b = \sqrt{5} \end{cases} \quad MN = \frac{2b^2}{a} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

۱۵۰ - گزینه ۳

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , x \geq 2 \\ 2x - 2 & , x < 2 \end{cases}$$

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx = -\frac{2 \times 1}{2} + \frac{5 \times 2}{2} = 4$$

۱۵۱ - گزینه ۴

$$\int (9x^2 + 6 + \frac{1}{x^2}) dx = 3x^3 + 6x - \frac{1}{x} + c = \frac{1}{x} (3x^4 + 6x^2 - 1) + c$$

$$f(x) = 3x^4 + 6x^2 - 1$$

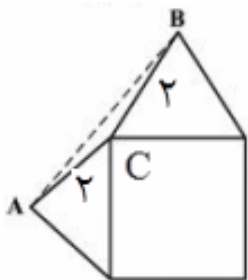
۱۵۲ - گزینه ۱

$$\hat{A} = \frac{3}{4}\hat{B}, \hat{C} = \frac{5}{4}\hat{B}, \hat{D} = \frac{3}{5}\hat{B} \quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \frac{3}{4}\hat{B} + \hat{B} + \frac{5}{4}\hat{B} + \frac{3}{5}\hat{B} = 360^\circ$$

$$\hat{B} = 100^\circ \Rightarrow \hat{A} = 75^\circ, \hat{C} = 125^\circ, \hat{D} = 60^\circ$$

$$\frac{75^\circ}{2} + \frac{125^\circ}{2} + 100^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow x = 160^\circ \Rightarrow y = 20^\circ$$

۱۵۳ - گزینه ۴ این مساله را می توان از قانون کسینوس ها یا قانون سینوس ها حل کرد



$$\hat{ACB} = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 60^\circ) = 150^\circ$$

$$AB^2 = (2)^2 + (2)^2 - 2(2)(2)\cos 150^\circ = 4 + 4 - 8(-\cos 30^\circ)$$

$$AB^2 = 8 - 8\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 8 + 4\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = 8 + 4\sqrt{3}$$

ساده ترین راه این است که گزینه ها را به دو برسائیم و به جواب برسیم.

روش دوم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{2}{\sin 15^\circ} = \frac{2}{\sin 15^\circ} = \frac{c}{\sin 15^\circ}$$

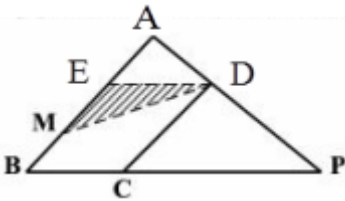
$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{2}{\sin 15^\circ} = \frac{c}{\sin 15^\circ} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{c}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{c}{1} = \frac{c}{2}$$

$$\frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = 2c \Rightarrow c = \frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

۱۵۴ - گزینه ۲



$$PC = \frac{2}{3}PB \Rightarrow \frac{PC}{PB} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{S_{\triangle DEM}}{S_{\triangle APB}} = \frac{\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 12^\circ}{\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \sin 6^\circ} = \frac{1}{9}$$

۱۵۵ - گزینه ۴

$$V_r = V_1 + V' \quad \text{حجم ثانویه استوانه} = V_r \quad \text{حجم اولیه استوانه} = V_1$$

$$V_r = V_1 + V' \Rightarrow \pi(4)^2 \left(10 + \frac{2}{3}\right) = \pi(4)^2 (10) + \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 16\pi \left(\frac{32}{3}\right) - 160\pi \Rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3 = 16\pi \left(\frac{32}{3} - 10\right) \Rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3 = 16\pi \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\frac{4\pi r^3}{3} = \frac{32\pi}{3} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2 \quad S = 4\pi r^2 = 4\pi(2)^2 = 16\pi$$

(سید علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

ایمیل: seyedalimousavi48@gmail.com