۱۲۶ — گزینه **۳**

با توجه به جملات $(1)\ ,\ (1,3)\ ,\ (1,3,5)\ ,\ \dots$ و

جمله اول هر دسته از رابطه $n(n-1)+1$ و جمله آخر هر دسته از رابطه

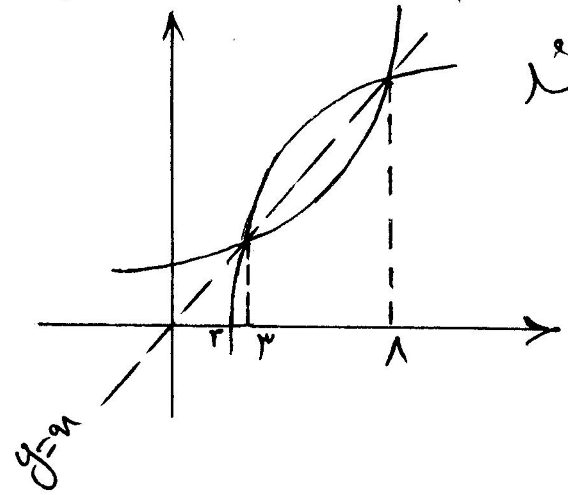
$n(n+1)-1$ بدست می‌آید که برای دسته سی‌ام داریم:

$$n^2-\cancel{n}+\cancel{1}+n^2+\cancel{n}-\cancel{1}=2n^2=2(30)^2=2\times 900=1800$$

۱۲۷ — گزینه **۴**

$$x-f^{-1}(x)\geq 0 \Rightarrow x\geq f^{-1}(x)$$

قسمتی که نمودار $y=x$ (نیمساز ربع اول و سوم) بالای نمودار $f^{-1}(x)$ باشد



بنابراین دامنه بازه $[3,8]$ می‌باشد

۱۲۸ — گزینه **۱**

$$\frac{\cos(270+15)-\sin(270-15)}{\sin(3\times 180-15)-\sin(90+15)}=\frac{\sin 15+\cos 15}{\sin 15-\cos 15}\xrightarrow[\cos 15]{\text{تقسیم بر}}$$

$$=\frac{\tan 15+1}{\tan 15-1}=\frac{1/28}{-0/72}=-\frac{16}{9}$$

۱۲۹ — گزینه **۴**

$$A-B=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 3 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow |A-B|=4+6=10$$

$$(A-B)^{-1}=\frac{1}{10}\begin{bmatrix}2 & 2\\ -3 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0/2 & 0/2\\ -0/3 & 0/2\end{bmatrix}$$

۱۳۰ — گزینه ۳

۱۲-۱۵	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴
۱۳	۲۱	۱۷	۹

و $n = 60$

با حذف داده های ۱۴ و ۱۶، ۱۶ داریم:

۱۲-۱۵	۱۵-۱۸	۱۸-۲۱	۲۱-۲۴
۱۲	۱۹	۱۷	۹

$n = 57$

$$n = 57 ,\ F_2 = 19 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{19}{57} \times 360 = 120$$

۱۳۱ — گزینه ۱

داده ها به ترتیب:

۵۰، ۵۱، ۵۱، ۵۲، ۵۴، ۵۴، ۵۶، ۵۷، ۵۹، ۵۹، ۶۰، ۶۰، ۶۲، ۶۳، ۶۳، ۶۵، ۶۵
۶۶، ۷۱، ۷۱، ۷۲، ۷۲، ۷۴، ۷۷، ۷۸ و $n = 25$

میانه $Q_2 = 62$

چارک اول $Q_1 = \frac{54+56}{2} = 55$ ، چارک سوم $Q_3 = \frac{71+71}{2} = 71$

داده های داخل جعبه:

۵۶، ۵۷، ۵۹، ۵۹، ۶۰، ۶۰، ۶۲، ۶۳، ۶۳، ۶۵، ۶۵، ۶۷، ۷۱

$$\bar{x}' = \frac{4(50)+8(60)+70+56}{13} = \frac{806}{13} = 62$$

$$\Rightarrow \bar{x}' - \bar{x} = 62 - 62 = 0$$

۱۳۲ — گزینه ۳

همرنگ باشد $P(A') = \dfrac{\binom{3}{2} + \binom{5}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{10}{2}} = \dfrac{14}{45}$

$$P(A) = 1 - \frac{14}{45} = \frac{31}{45}$$

۱۳۳ — گزینه ۲

از طرفین $\tan$ ، $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \dfrac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} = 1 \xrightarrow[\tan\beta = \frac{1}{2}]{\text{جایگذاری}}$

$$\frac{\tan\alpha - \frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}\tan\alpha} = 1 \Rightarrow 1 + \frac{1}{2}\tan\alpha = \tan\alpha - \frac{1}{2} \Rightarrow \tan\alpha = 3$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha} = \frac{2\times 3}{1+9} = 0/6$$

۱۳۴ — ۴

$$(f\circ g)(x)=\sqrt{3-\log_2(x^2+2x)} \Rightarrow 3-\log_2(x^2+2x)\geq 0$$

$$\log_2(x^2+2x)\leq 3 \xrightarrow[\text{به توان}]{\text{تبدیل لگاریتم}} x^2+2x\leq 2^3$$

$$x^2+2x>0 \quad ، \quad x^2+2x-8\leq 0$$

$$x(x+2)>0 \qquad (x+4)(x-2)\leq 0$$

x		-2		0	
P	+ (ق)		−		+ (ق)

x		-4		2	
P	+		− (ق)		+

$x\in(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$ ① $\qquad x\in[-4,2]$ ②

$$① \cap ② \Rightarrow [-4,-2)\cup(0,2]$$

۱۳۵ — ۱

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}=-1 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n}{3x-\sqrt{4x^2}}=-1$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n}{3x-2|x|}=-1 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty}\frac{ax^n}{5x}=-1 \xrightarrow{a=-5,\ n=1}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{-5x+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}=\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{هوپیتال}} \lim_{x\to 3}\frac{-5}{3-\frac{8x+15}{2\sqrt{4x^2+15x}}}$$

$$=\frac{-5}{\frac{15}{18}}=-6$$

۱۳۶ — ۲

پیوستگی تابع را در $x=6$ بررسی می‌کنیم

$$f(6)=\lim_{x\to 6^-}f(x)=\lim_{x\to 6^-}\sin\frac{\pi}{x}=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 6^+}f(x)=\lim_{x\to 6^+}\left(a+\cos^2\frac{\pi x}{36}\right)=a+\cos^2\frac{\pi}{6}=a+\frac{3}{4}$$

$$a+\frac{3}{4}=\frac{1}{2} \Rightarrow a=-\frac{1}{4}$$

شماره سوال	حل ریاضی رشته تجربی www.riazisara.ir محسن خواسته	گزینه
۱۳۷	آهنگ متوسط $\frac{f(1.21)-f(1)}{1.21-1} = \frac{1.1-1}{0.21} = \frac{10}{21}$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow$ آهنگ لحظه‌ای $f'(1) = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ آهنگ لحظه‌ای − آهنگ متوسط $= \frac{1}{2} - \frac{10}{21} = \frac{21-20}{42} = \frac{1}{42}$	۱
۱۳۸	$p=\frac{2}{3}$ و $k=2,\ n_1=3,\ n_2=4$ $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \Rightarrow \frac{3}{6}\times\underbrace{\binom{4}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^2}_{\text{زوج}} + \frac{3}{6}\times\underbrace{\binom{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1}_{\text{فرد}}$ $= \frac{6}{27} + \frac{4}{27} = \frac{10}{27}$	۲
۱۳۹	ریشه‌های معادله‌ای که می‌خواهیم بنویسیم عبارتند از $\frac{1}{\alpha}-1$ و $\frac{1}{\beta}-1$ $S = \frac{1}{\alpha}-1+\frac{1}{\beta}-1 = \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}-2 = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}-2 = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}}-2 = -5$ $\alpha+\beta = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ $\alpha\times\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$ معادله اولیه $P = \left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\left(\frac{1}{\beta}-1\right)$ $= \frac{1}{\alpha\beta} - \left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right) + 1$ $= \frac{1}{-\frac{1}{2}} - \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} + 1 = 2$ $\Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 2 = 0$	۴
۱۴۰	$y = \begin{cases} x^2-2x & x\geq 2 \\ -x^2+2x & x<2 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 2x-2 & x\geq 2 \\ -2x+2 & x<2 \end{cases}$ $\xrightarrow{\text{نزولی}}$ $2x-2<0 \Rightarrow x<1 \cap x\geq 2$ غ ق ق $-2x+2<0 \Rightarrow x>1 \cap x<2 \Rightarrow 1<x<2$ $f(x) = -x^2+2x$ $D_f = (1,2)$ $\Rightarrow y = -(x-1)^2+1 \Rightarrow 1-y = (x-1)^2$ $R_f = (0,1) = D_{f^{-1}}$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = 1+\sqrt{1-x}\ ,\ 0<x<1$	۳

۴	$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{7+4^{n-1}}{2+4^{n}} = \frac{4^{n-1}}{4^{n}} = \frac{1}{4}$ کمتر از ۱ $\Rightarrow$ کراندار $a_1 = \frac{7+1}{2+4} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow a_1 > L$ نزولی	۱۴۱
۲	$f(t)=70 \Rightarrow 70 = 90 - 40\,e^{-0.02t} \Rightarrow 40\,e^{-0.02t} = 20$ $e^{-0.02t} = \frac{1}{2} \Rightarrow \ln(e^{-0.02t}) = \ln(\frac{1}{2}) \Rightarrow -0.02t = -0.68$ $t = \frac{0.68}{0.02} = 34$	۱۴۲
۱	$2\cos^2 x - 1 + 2\sin x\cos x = 0 \Rightarrow \cos 2x + \sin 2x = 0$ $\cos 2x = -\sin 2x \xrightarrow[\text{تقسیم } \cos 2x]{\text{طرفین بر}} \tan 2x = -1 \Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4}$ $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$	۱۴۳
۲	$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{5}x & x \geq 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 5x & x \geq 0 \\ 3x & x < 0 \end{cases}$ $(fog)(x) = \begin{cases} \frac{3}{5}(5x) = 3x & x \geq 0 \\ 3x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow (fog)(x) = 3x$ $(fog)'(x) = 3$	۱۴۴
۳	$y = \sqrt{2x}\, e^{2-x} \Rightarrow f(2) = 2 \Rightarrow A\begin{vmatrix} 2 \\ 2 \end{vmatrix}$ $y' = \frac{2}{2\sqrt{2x}}\, e^{2-x} - \sqrt{2x}\, e^{2-x} \Rightarrow m = f'(2) = \frac{1}{2} - 2 = \frac{-3}{2}$ $y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = -\frac{3}{2}(x-2)$ $\Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 5 \Rightarrow$ عرض از مبداء $y = 5$	۱۴۵

شماره		گزینه
۱۴۶	$f(x)=x^3-(m+2)x^2+3x \Rightarrow f'(x)=3x^2-2(m+2)x+3$ $\begin{cases}\Delta\leq 0\\ a=3>0\end{cases} \Rightarrow [-2(m+2)]^2-4\times 3\times 3\leq 0 \Rightarrow$ $m^2+4m-5\leq 0 \Rightarrow (m-1)(m+5)\leq 0$ $\Rightarrow \begin{array}{c\|ccccc} m & & -5 & & 1 & \\ \hline P & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow m\in[-5,1]$ طول نقطه عطف $x_w=\frac{-b}{3a}=\frac{m+2}{3} \Rightarrow x_w\in\left[\frac{-5+2}{3},\frac{1+2}{3}\right]$ $\Rightarrow x_w\in[-1,1]$	۳
۱۴۷	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax^2+bx+8}{x^2+4}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax^2}{x^2}=a$ $f(0)=\frac{0+0+8}{0+4}=\frac{8}{4}=2 \Rightarrow \boxed{a=2}$ $\frac{2x^2+bx+8}{x^2+4}=0$ چون مماس بر محور xها است بنابراین $\Rightarrow 2x^2+bx+8=0 \Rightarrow \Delta=b^2-64=0 \Rightarrow b=\pm 8$ چون ریشه مثبت است پس باید b منفی باشد $b=-8$ بنابراین $a+b=-6$	۲
۱۴۸	$x=\frac{13}{4}$ خط هادی است بنابراین سهمی افقی است $F(-\frac{5}{4},-2)=(\alpha+p,\beta) \Rightarrow \beta=-2,\ \alpha+p=-\frac{5}{4}$ $x=\alpha-p=\frac{13}{4}$ بنابراین $\alpha=1$ و $p=-\frac{9}{4}$ $(y+2)^2=4(-\frac{9}{4})(x-1) \xrightarrow{y=0} 4=-9(x-1)$ $x_A=\frac{5}{9}$	۳

<table>
<tr><th>گزینه</th><th>محسن خواسته   www.riazisara.ir   حل ریاضی رشته تجربی</th><th>شماره</th></tr>
<tr><td>۱</td><td>

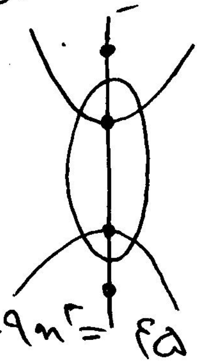
$5y^2 - 4x^2 - 20y = 0 \Rightarrow 5(y^2 - 4y + 4 - 4) - 4x^2 = 0$

$(y-2)^2 - 4x^2 = 20 \Rightarrow \frac{(y-2)^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$

معادله یک هذلولی قائم است که مرکز آن $\binom{0}{2}$ می‌باشد و $a=2, b=\sqrt{5}$

$c = \sqrt{a^2+b^2} = 3$

$\Rightarrow a = 2 = c' \;,\; c = 3 = a'$



$\frac{(y-2)^2}{9} + \frac{x^2}{5} = 1 \Rightarrow 5y^2 - 20y + 20 + 9x^2 = 45$

$5y^2 + 9x^2 - 20y = 25$

</td><td>۱۴۹</td></tr>
<tr><td>۲</td><td>

$\int_0^{\pi} \frac{dx}{\sqrt{1+\tan^2 x}} = \int_0^{\pi} \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}}} = \int_0^{\pi} |\cos x|\, dx$

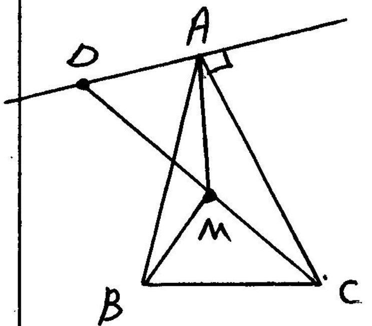
$= 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\, dx = 2\sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2$

</td><td>۱۵۰</td></tr>
<tr><td>۳</td><td>

$\int \frac{7x^2 - 4x}{\sqrt[3]{x^2}}\, dx = \int \left(\frac{7x^2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{4x}{\sqrt[3]{x^2}} \right) dx = \int \left(7x^{\frac{4}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}}\right) dx$

$= 3x^{\frac{7}{3}} - 3x^{\frac{4}{3}} = 3\sqrt[3]{x}\,(x^2 - x) + c \Rightarrow f(x) = x^2 - x$

</td><td>۱۵۱</td></tr>
<tr><td>۱</td><td>



$\frac{\hat{C}}{2} = \alpha = A\hat{C}M \Rightarrow \hat{A} = 180 - 4\alpha$

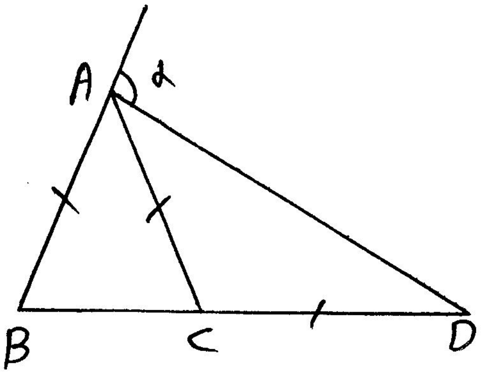
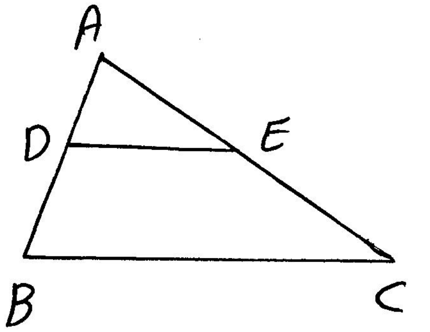
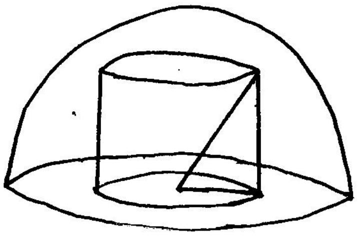
$\frac{\hat{A}}{2} = C\hat{A}M = 90 - 2\alpha$

$A\hat{M}D = C\hat{A}M + A\hat{C}M = 90 - 2\alpha + \alpha$

$A\hat{M}D = 90 - \alpha \Rightarrow A\hat{D}C = 90 - \alpha$

$A\hat{D}C = A\hat{M}D \Rightarrow AD = AM$

</td><td>۱۵۲</td></tr>
</table>

گزینه	شکل	حل	شماره
۴		$\hat{C} = ۲\hat{D} = \hat{B}$ ، $\alpha = \hat{D}+\hat{B}$ $= \hat{D}+۲\hat{D} = ۱۰۲$ $\Rightarrow \hat{D} = ۳۴ \; , \; \hat{B} = ۶۸$ $\hat{A} = ۱۸۰ - ۲\hat{B} = ۱۸۰ - ۱۳۶ = ۴۴$	۱۵۳
۳		$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{AD}{۵+AD} = \frac{۴}{۹}$ $\Rightarrow ۵AD = ۲۰ \Rightarrow \boxed{AD = ۴}$ $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{AE}{۶+AE} = \frac{۴}{۹}$ $\Rightarrow ۵AE = ۲۴ \Rightarrow \boxed{AE = ۴٫۸}$ $AD + AE + ED = ۴ + ۴٫۸ + ۴ = ۱۲٫۸$	۱۵۴
۳		$r^۲ + h^۲ = R^۲ \Rightarrow r^۲ + ۶^۲ = ۹^۲$ $r^۲ = ۴۵ \Rightarrow V = \pi r^۲ h$ $V = \pi \times ۴۵ \times ۶ = ۲۷۰\pi$	۱۵۵

موفق و پیروز باشید - محسن خواسته دبیر طرح کنکور

دبیرستان شهید بهشتی (تیزهوشان) (۰۹۱۱۳۴۱۰۰۶۰)

لاهیجان