



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۲۶- اگر $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ باشد، حاصل $(\sqrt{1 + \tan^2 x} (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x))$ کدام است؟

- (۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cos x$

گزینه ۴

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} (2 \sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x) = -\frac{1}{\cos x} (1 - \sin^2 x) = -\frac{1}{\cos x} (\cos^2 x) = -\cos x$$

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \left| \frac{1}{\cos x} \right| \xrightarrow{\pi < x < \frac{3\pi}{2}} -\frac{1}{\cos x} \quad \sin^2 \frac{\pi}{4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

۱۲۷- سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

گزینه ۳

$$\frac{1200}{100 - V} - \frac{1200}{100 + V} = 5 \longrightarrow V = 20$$

۱۲۸- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $R - [-6, 4]$ (۲) $R - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

گزینه ۱

روش تشریحی:

$$1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3 \longrightarrow \begin{cases} \frac{2x-3}{x+1} < 3 \longrightarrow (-\infty, -6) \cup (-1, +\infty) \\ \frac{2x-3}{x+1} > 1 \longrightarrow (-\infty, -1) \cup (4, +\infty) \end{cases} \xrightarrow{\cap} (-\infty, -6) \cup (4, +\infty)$$

$$\frac{2x-3}{x+1} - 3 < 0 \longrightarrow \frac{-x-6}{x+1} < 0 \longrightarrow (-\infty, -6) \cup (-1, +\infty)$$

$$\frac{2x-3}{x+1} - 1 > 0 \longrightarrow \frac{x-4}{x+1} > 0 \longrightarrow (-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$$

روش دوم: عدد گذاری

۱۲۹- گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته ۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟

۱۶۸ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۴۰ (۲)

۱۲۶ (۱)

گزینه ۳

$$\binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 70 + 56 + 28 = 154$$

۱۳۰- اگر $2 = 3a + \sqrt{2a^2 + 4a}$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ ، کدام است؟

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

گزینه ۴

$$\sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 3a \rightarrow \begin{cases} 2a^2 + 4a \geq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [0, +\infty) \\ 2 - 3a \geq 0 \rightarrow a \leq \frac{2}{3} \rightarrow (-\infty, \frac{2}{3}] \end{cases} \xrightarrow{\cap} (-\infty, -2] \cup [0, \frac{2}{3}]$$

$$2a^2 + 4a = (2 - 3a)^2 \rightarrow 2a^2 - 16a + 4 = 0 \xrightarrow{\substack{b=-16 \\ b'=-8}} \Delta' = (-8)^2 - (2)(4) = 64 - 8 = 56 = 4 \times 14$$

$$a = \frac{8 + \sqrt{14}}{2} = \frac{8 + \sqrt{14}}{2}$$

$$a = \frac{8 - \sqrt{14}}{2} = \frac{8 - \sqrt{14}}{2}$$

$$\frac{a+1}{a} = \frac{\frac{8 - \sqrt{14}}{2} + 1}{\frac{8 - \sqrt{14}}{2}} = \frac{\frac{10 - \sqrt{14}}{2}}{\frac{8 - \sqrt{14}}{2}} = \frac{10 - \sqrt{14}}{8 - \sqrt{14}} = \frac{10 - \sqrt{14}}{2} \times \frac{8 + \sqrt{14}}{8 + \sqrt{14}} = \frac{80 + 10\sqrt{14} - 8\sqrt{14} - 14}{2(64 - 14)} = \frac{66 + 2\sqrt{14}}{100} = \frac{33 + \sqrt{14}}{50}$$

۱۳۱- در یک دوزنقه، پاره خطی که وسط های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت های ۱ و ۲ تقسیم می کند.

نسبت قاعده های آن دوزنقه، کدام است؟

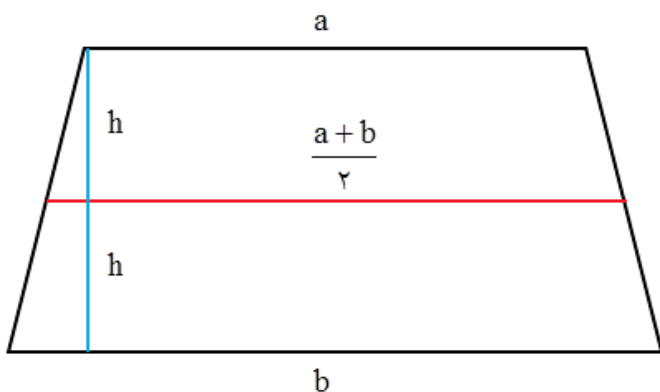
۲/۵ (۴)

۱/۴ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۶ (۱)

گزینه ۲



$$S = \frac{1}{2} \times (a + \frac{a+b}{2}) \times h = \frac{1}{2} \times (\frac{3a+b}{2}) \times h$$

$$S' = \frac{1}{2} \times (\frac{a+b}{2} + b) \times h = \frac{1}{2} \times (\frac{a+3b}{2}) \times h$$

$$\frac{S}{S'} = \frac{3a+b}{a+3b} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{5}$$

۱۳۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC ، چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

گزینه ۴

نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

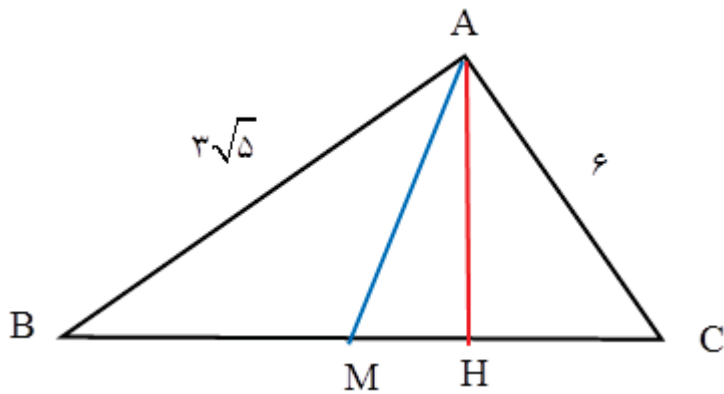
$$BC^2 = (3\sqrt{5})^2 + (6)^2 = 81 \rightarrow BC = 9$$

$$BM = CM = AM = \frac{9}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

$$S = \frac{1}{2} \times AH \times BC$$

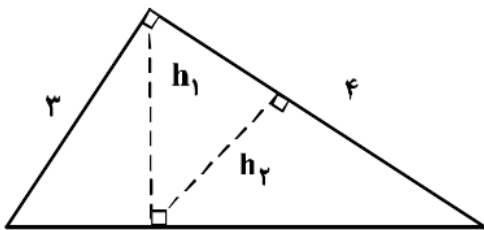
$$9\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times AH \times 9 \rightarrow AH = 2\sqrt{5}$$



$$MH^2 + AH^2 = AM^2 \rightarrow MH^2 + 20 = \frac{81}{4} \rightarrow MH = \frac{1}{2}$$

$$S' = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \rightarrow \frac{S}{S'} = 18$$

۱۳۳- در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ ، کدام است؟

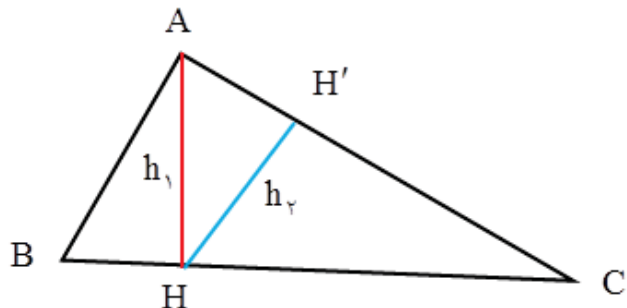


$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۱)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)



$$BC^2 = 9 + 16 = 25 \longrightarrow BC = 5$$

$$AC^2 = BC \times CH \longrightarrow 16 = 5 \times CH \longrightarrow CH = \frac{16}{5}$$

$$\triangle ACH: \begin{cases} S = \frac{1}{2} \times AH \times CH \\ S = \frac{1}{2} \times AC \times HH' \end{cases} \longrightarrow AH \times CH = AC \times HH' \longrightarrow h_1 \times \frac{16}{5} = 4 \times h_2$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

۱۳۴- حاصل عبارت $\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right)\cos\left(-\frac{17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

گزینه ۳

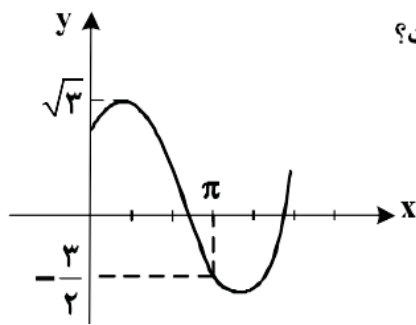
$$\sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(-\frac{17\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\sin\frac{17\pi}{3} = \sin\left(6\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{17\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{17\pi}{6}\right) = \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\frac{19\pi}{4} = \tan\left(5\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\tan\frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right) = -\sin\frac{11\pi}{6} = -\sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = +\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$



۱۳۵- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. کدام است b کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

2 (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

گزینه ۳

$$y = b \sin(x + \frac{\pi}{3}) + a \quad \max = |b| + a \longrightarrow a + b = \sqrt{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \pi \\ \frac{\pi}{3} \end{array} \right\} \longrightarrow -\frac{3}{2} = b \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) + a \longrightarrow -\frac{3}{2} = -b \cos \frac{\pi}{3} + a$$

$$-\frac{3}{2} = -b \times \frac{\sqrt{3}}{2} + a \xrightarrow{\times(-2)} 3 = \sqrt{3}b - 2a$$

$$\begin{cases} a + b = \sqrt{3} \\ -2a + \sqrt{3}b = 3 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2a + 2b = 2\sqrt{3} \\ -2a + \sqrt{3}b = 3 \end{cases} \longrightarrow (2 + \sqrt{3})b = 3 + 2\sqrt{3} \longrightarrow b = \sqrt{3}$$

۱۳۶- اگر $(\frac{5}{4})^{2x-1} = (\frac{125}{8})^{x^2}$ باشد. $\log_8(9x+1)$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

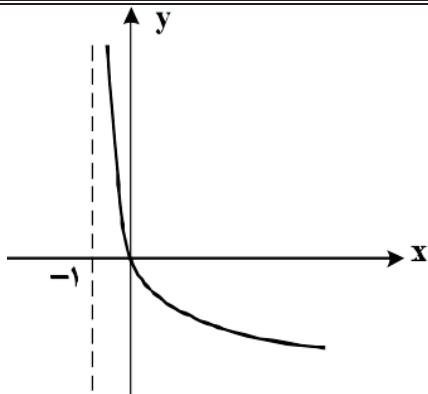
$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2} \longrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{1-2x} = \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2} \longrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\log_8(9x+1) \xrightarrow{x=\frac{1}{3}} \log_8 4 = \frac{2}{3}$$



۱۳۷- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_2 U(x)$ است. کدام $U(x)$ است؟

(۱) $x + 1$

(۲) $(x + 1)^{-1}$

(۳) $x - 1$

(۴) $1 - x$

گزینه ۲

با توجه به مجانِب قائم تابع $x = -1$ و نزولی بودن تابع و همچنین نمودار تابع از مبدأ مختصات گذشته داریم:

$$x > -1 \longrightarrow x + 1 > 0$$

$$y = \log(x + 1)^{-1} \longrightarrow y = -\log(x + 1) < 0$$

۱۳۸- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{8+x^3}{|x+2|} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ ، در نقطه $x = -2$ ، فقط از چپ پیوسته است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) -۶

(۱) -۱۲

گزینه ۱

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^3 + 8}{|x + 2|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^3 + 8}{-(x + 2)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{3x^2}{-1} = -12$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^3 + 8}{|x + 2|} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x + 2)(x^2 - 2x + 4)}{-(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{(x^2 - 2x + 4)}{-1} = -12$$

۱۳۹- احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول $\frac{7}{10}$ و در آزمون دوم $\frac{6}{10}$ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم $\frac{8}{10}$ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از این دو آزمون، موفق می‌شود؟
 (۱) $\frac{74}{100}$ (۲) $\frac{76}{100}$ (۳) $\frac{82}{100}$ (۴) $\frac{84}{100}$

گزینه ۱

$$P(A) = \frac{7}{10} \quad P(B) = \frac{6}{10} \quad P(B|A) = \frac{8}{10} \quad P(A \cup B) = ?$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \rightarrow \frac{8}{10} = \frac{P(B \cap A)}{\frac{7}{10}} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{56}{100}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{6}{10} - \frac{56}{100} = \frac{70 + 60 - 56}{100} = \frac{74}{100}$$

۱۴۰- در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت‌پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و ۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می‌باشد. کدام گروه بهتر است؟

(۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی‌توان کرد.

گزینه ۲

$$\begin{cases} \bar{x} = 80 \\ \delta^2 = 25 \end{cases} \rightarrow CV_1 = \frac{\delta}{x} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

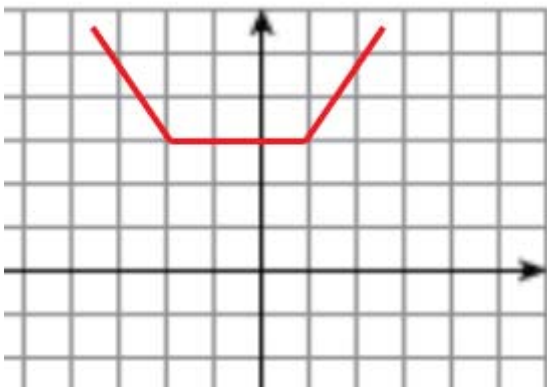
$$\begin{cases} \bar{y} = 72 \\ \delta^2 = 16 \end{cases} \rightarrow CV_2 = \frac{\delta}{y} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$$

هر گروه ضریب تغییرات کمتری داشته باشد، آن گروه بهتر است.

۱۴۱- تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ ، در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

گزینه ۱



$$f(x) = |x+2| + |x-1|$$

$$x = -2 \rightarrow y = 3$$

$$x = 1 \rightarrow y = 3$$

۱۴۲- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $4 \sin x \sin\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

5π (۴)

4π (۳)

3π (۲)

$\frac{5\pi}{2}$ (۱)

گزینه ۲

$$4 \sin x (-\cos x) = 1 \longrightarrow -4(\sin x \cos x) = 1 \longrightarrow -4\left(\frac{1}{2} \sin 2x\right) = 1$$

$$\sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \longrightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \left(-\frac{\pi}{6}\right) \longrightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) \longrightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{12} \end{cases}$$

$$\frac{11\pi}{12} + \frac{23\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} + \frac{19\pi}{12} = \frac{60\pi}{12} = 5\pi$$

۱۴۳- حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt[3]{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟

-6 (۴)

-12 (۳)

-18 (۲)

-24 (۱)

گزینه ۳

$$\xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow (-8)} \frac{2x + 10}{6 \times \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{-6}{\frac{1}{2}} = -12$$

۱۴۴- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|}$ ، کدام بیان، درست است؟

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ (۱)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ (۴)

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ (۳)

گزینه ۴

$$x + |x| = 0 \longrightarrow |x| = -x \longrightarrow -x > 0 \longrightarrow x < 0 \longrightarrow D = (0, +\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x + |x|} \longrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{2x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۱۴۵- اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) صفر

گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \sqrt{ax^2 + bx + c} \approx \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + x}) \approx \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4} \left| x + \frac{1}{8} \right|) = 2x - 2x - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

۱۴۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4) = \frac{7}{12}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(5 - 2x) - (-2)(1 + \sqrt{x})}{(5 - 2x)^2} \xrightarrow{x=4} \frac{\frac{1}{4}(-3) + 2(3)}{9} = \frac{7}{12}$$

$$1 + \sqrt{x} \xrightarrow{x=4} 3 \quad (5 - 2x) \xrightarrow{x=4} -3$$

۱۴۷- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

گزینه ۲

$$\begin{cases} f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -4 + 2a + b \end{cases} \longrightarrow 2a + b = 5 \xrightarrow{a=3} b = -1$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{-1}{(x-1)^2} \longrightarrow f'_+(2) = -1 \\ -2x + a \longrightarrow f'_-(2) = -4 + a \end{cases} \longrightarrow -4 + a = -1 \longrightarrow a = 3$$

۱۴۸- اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(fog)'(2) = 6$ باشد، $f'(\Delta)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

گزینه ۱

$$(fog)'(2) = 6 \longrightarrow g'(2) \times f'(g(2)) = 6 \longrightarrow (-3) \times f'(\Delta) = 6 \longrightarrow f'(\Delta) = -2$$

$$g'(x) = \frac{-2-1}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} \longrightarrow g'(2) = -3 \quad g(2) = \Delta$$

۱۴۹- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1,4]$ ،

کدام است؟

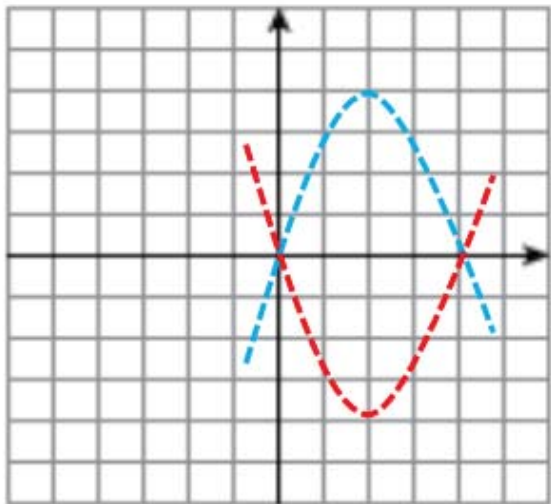
- (۱) ۰٫۲۵ (۲) ۰٫۵ (۳) ۰٫۴۵ (۴) ۰٫۷۵

گزینه ۲

$$\frac{f(4) - f(1)}{4-1} = \frac{33}{12} \quad f'(x) = x + \frac{1}{x^2} \longrightarrow f'(2) = \frac{9}{4} \quad \frac{33}{12} - \frac{9}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

۱۵۰- در تابع با ضابطه $f(x) = x|x-4|$ ، فاصله دو نقطه ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی آن، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$



$$\min = \begin{vmatrix} 4 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \max = \begin{vmatrix} 2 \\ 4 \end{vmatrix}$$

$$d = \sqrt{(4-2)^2 + (0-4)^2}$$

$$d = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

۱۵۱- بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله

$y = \sqrt{12-x}$ در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{3}$ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

گزینه ۳

$$S(x) = x \times \sqrt{12-x} \longrightarrow S'(x) = \sqrt{12-x} + x \times \frac{-1}{2\sqrt{12-x}} = \sqrt{12-x} - \frac{x}{2\sqrt{12-x}}$$

$$S'(x) = 0 \longrightarrow \sqrt{12-x} - \frac{x}{2\sqrt{12-x}} = 0 \longrightarrow \sqrt{12-x} = \frac{x}{2\sqrt{12-x}}$$

$$24 - 2x = x \longrightarrow x = 8 \quad S(x) = 8 \times \sqrt{12-8} = 16$$

۱۵۲- در یک بیضی به کانون‌های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

- (۱) $0/6$ (۲) $0/64$ (۳) $0/75$ (۴) $0/8$

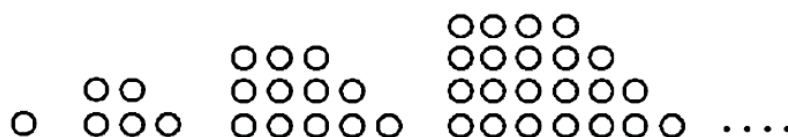
گزینه ۴

$$F \begin{vmatrix} 2 \\ 7 \end{vmatrix} \quad F' \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix} \longrightarrow FF' = 2c \longrightarrow |-1-7| = 2c \longrightarrow c = 4$$

$$BB' = 2b \longrightarrow 2b = 6 \longrightarrow b = 3 \quad a^2 = b^2 + c^2 \longrightarrow a = 5$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0/8$$

۱۵۳- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟



- (۱) ۱۱۷
(۲) ۱۲۰
(۳) ۱۲۳
(۴) ۱۲۵

گزینه ۱

$$1, 5, 12, 22, \dots \quad 4, 7, 10, \dots \longrightarrow d = 2a = 3 \longrightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$3a + b = 4 \longrightarrow \frac{9}{2} + b = 4 \longrightarrow b = -\frac{1}{2}$$

$$a + b + c = 1 \longrightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{2} + c = 1 \longrightarrow c = 0$$

$$t_n = an^2 + bn + c \longrightarrow t_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n \longrightarrow t_9 = \frac{3}{2}(81) - \frac{1}{2}(9) = 117$$

۱۵۴- اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$; $x \geq 1$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

گزینه ۴

$$y = x^2 - 2x + 1 - 4 \xrightarrow[y \geq -4]{x \geq 1} y = (x-1)^2 - 4 \longrightarrow y + 4 = (x-1)^2$$

$$x + 4 = (y-1)^2 \longrightarrow \sqrt{x+4} = \sqrt{(y-1)^2} \longrightarrow |y-1| = \sqrt{x+4}$$

$$\begin{cases} f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+4} \\ g(x) = \frac{x-9}{2} \end{cases} \longrightarrow 1 + \sqrt{x+4} = \frac{x-9}{2} \longrightarrow \sqrt{x+4} = \frac{x-11}{2}$$

$$2\sqrt{x+4} = x-11 \longrightarrow x^2 - 26x + 105 = 0 \longrightarrow (x-21)(x-5) = 0 \longrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ x = 5 \end{cases}$$

۱۵۵- در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رویت خارج می‌کنیم. سپس از بین بقیه مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر، سفید است؟

$\frac{5}{22}$ (۴)

$\frac{4}{11}$ (۳)

$\frac{2}{11}$ (۲)

$\frac{1}{11}$ (۱)

گزینه ۲

$$n(S) = \binom{11}{2} = \frac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55$$

$$n(A) = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

$$P(A) = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$$

(سیّد علی موسوی ۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴)

دبیر ریاضی ناحیه ۴ مشهد