



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۲۶- اگر $\frac{2\pi}{3} < x < \pi$ باشد. حاصل $(2\sin^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 x)$ کدام است؟
 (۱) $\sin x$ (۲) $\cos x$ (۳) $-\sin x$ (۴) $-\cos x$ ✓

$$\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \left(2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 - \sin^2 x \right) = \frac{1}{|\cos x|} (1 - \sin^2 x)$$

- علامت $\pm$ نام $\pm$ علامت

$$= \frac{\cos^2 x}{-\cos x} = -(\cos x)$$

۱۲۷- سرعت یک قایق موتوری. در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۱۲۸- مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟

(۱) $R - [-6, 4]$ ✓ (۲) $R - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

عدد لاری ~

نوع ۱، ۲ خط خوانند ✓ $x = 2 \rightarrow 1 < \frac{9}{2} < 3$

نوع ۳ خط خواند ✓ $x = -8 \rightarrow 1 < \frac{-19}{-9} < 3$

۱۲۹- گل فروشی از ۸ نوع گل مختلف، به چند طریق، می تواند دسته گل های متمایز درست کند، به طوری که در هر دسته

۴ یا ۵ یا ۶ شاخه مختلف، موجود باشد؟

۱۶۸ (۴)

۱۵۴ (۳)

۱۴۰ (۲)

۱۲۶ (۱)

$$\binom{1}{4} + \binom{1}{5} + \binom{1}{6} = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1}{1!} + \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1}{1!} + \frac{1 \times 1 \times 1}{1!} = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$= 70 + 84 + 126 = 280$$

۱۳۰- اگر $2a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ ، کدام است؟

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

$$\sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 2a \quad \xrightarrow{\text{توان ۲}} \quad 2a^2 + 4a = 4 - 8a + 4a^2 - 12a$$

$$\rightarrow 2a^2 - 12a + 28 = 0 \rightarrow (2a - 14)(a - 2) = 0$$

$$a = 2 \rightarrow \text{غلط}$$

$$a = \frac{7}{2} \rightarrow \frac{a+1}{a} = \frac{\frac{7}{2} + 1}{\frac{7}{2}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{9}{7} = 1.28$$

۱۳۴- حاصل عبارت $\sin(\frac{17\pi}{3})\cos(\frac{-17\pi}{6}) + \tan(\frac{19\pi}{4})\sin(\frac{-11\pi}{6})$ ، کدام است؟

۱/۲ (۴)

۱/۴ (۳)

-۱/۲ (۲)

-۱/۴ (۱)

$$\sin\left(\frac{18\pi - \pi}{3}\right) \cos\left(\frac{18\pi - \pi}{6}\right) - \tan\left(\frac{2\pi - \pi}{4}\right) \sin\left(\frac{12\pi - \pi}{6}\right)$$

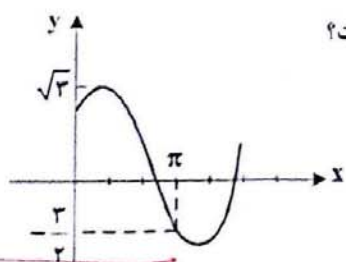
$$= \sin\left(\frac{17\pi}{3}\right) \cos\left(\frac{17\pi}{6}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)$$

مخارج زوج π قابل حذف و مضارب فرد اعداد حذف می شوند

$$= \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (1) \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

۱۳۵- شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $y = a + b \sin(x + \frac{\pi}{3})$ است. b کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\sqrt{3}$ ✓
(۴) 2

$\max = \sqrt{3} = a + b$

$f(\pi) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = a + b \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} = a + b(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

$b = 3$ در حالت درجه اول ✓

۱۳۶- اگر $(\frac{5}{4})^{2x-1} = (\frac{125}{8})^x$ باشد، $\log_8(9x+1)$ ، کدام است؟

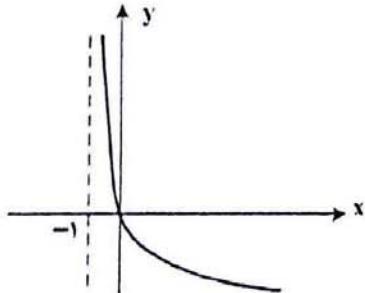
$(\frac{5}{4})^{2x-1} = (\frac{5^3}{2^3})^x = [(\frac{5}{2})^3]^x = (\frac{5}{2})^{3x} = (\frac{5}{2})^{-3x} = (\frac{2}{5})^{-3x}$

باید برابر توان برابر باشد

$-3x^2 = 2x-1 \rightarrow 3x^2 + 2x-1 = 0$

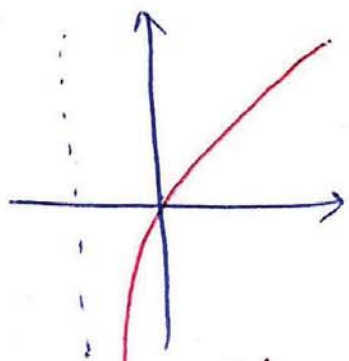
$\rightarrow x = -1 \quad \frac{1}{3} \rightarrow \log_8(9(\frac{1}{3})+1) = \log_8(3) = \log_{2^3}(3) = \frac{1}{3}$

۱۳۷- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = \log_2 U(x)$ است. $U(x)$ کدام است؟

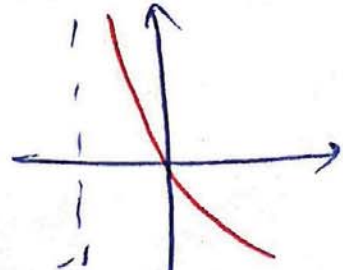


- (۱) $x+1$
(۲) $(x+1)^{-1}$ ✓
(۳) $x-1$
(۴) $1-x$

$y = \log_2(x+1)$



$y = \log_2(x+1)^{-1} = -\log_2(x+1)$



چشم نموا بالا ثبت به صفر

۱۳۸- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{a+x^2}{|x+2|} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ در نقطه $x = -2$ ، فقط از چپ پیوسته است؟

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \frac{a + x^2}{-(x+2)} \stackrel{0}{=} \frac{a}{0} \rightarrow \frac{\infty}{-1} = -\infty$$

۱۳۹- احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول $\frac{7}{10}$ و در آزمون دوم $\frac{6}{10}$ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم $\frac{8}{10}$ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از این دو آزمون، موفق می‌شود؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{6}{10} - P(A \cap B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{7}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{28}{100}$$

$$\frac{7}{10} + \frac{6}{10} - \frac{28}{100} = \frac{74}{100}$$

۱۴۰- در یک کارگاه، دو گروه مشغول کار هستند، میانگین نمرات مسئولیت‌پذیری و واریانس در گروه اول به ترتیب ۸۰ و

۲۵ و در گروه دوم ۷۲ و ۱۶ می‌باشد. کدام گروه بهتر است؟

(۱) گروه اول (۲) گروه دوم (۳) یکسان (۴) اظهار نظر نمی‌توان کرد.

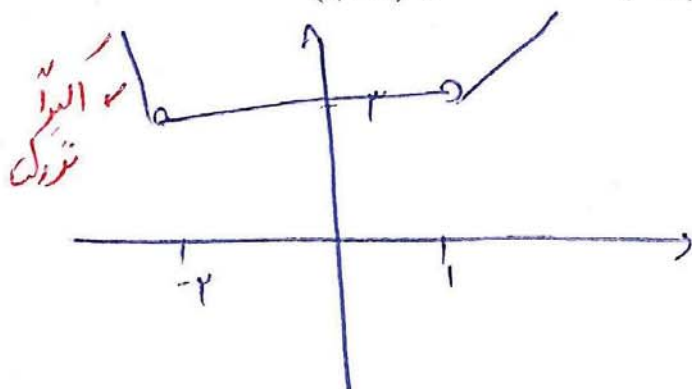
$$CV_1 = \frac{s_1}{\bar{x}_1} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$$

$$CV_2 = \frac{s_2}{\bar{x}_2} = \frac{4}{72} = \frac{1}{18}$$

$$CV_2 < CV_1$$

۱۴۱- تابع با ضابطه $f(x) = |x+2| + |x-1|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟

- (۱) $(-\infty, -2)$ ✓ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$



۱۴۲- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $4 \sin x \sin(\frac{3\pi}{2} - x) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) 2π (۳) 4π (۴) 5π

$$-4 \sin x \cos x = 1 \rightarrow -4 \left(\frac{1}{2} \sin 2x \right) = 1 \rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6})$$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + (-\frac{\pi}{6}) \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \rightarrow \begin{cases} k=1 \rightarrow \frac{11\pi}{12} \\ k=2 \rightarrow \frac{22\pi}{12} \end{cases} \\ 2x = 2k\pi + \pi - (-\frac{\pi}{6}) \rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \rightarrow \begin{cases} k=0 \rightarrow \frac{5\pi}{12} \\ k=1 \rightarrow \frac{17\pi}{12} \end{cases} \end{cases}$$

$$C = \frac{84\pi}{12} = \frac{14\pi}{2}$$

۱۴۳- حد عبارت $\frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow -8$ ، کدام است؟

- (۱) -۲۴ (۲) -۱۸ (۳) -۱۲ ✓ (۴) -۶

$$\begin{aligned} H : \frac{x+1}{6(\frac{1}{\sqrt{x}})x^{-\frac{1}{2}}} &= \frac{-4}{2(x)^{-\frac{1}{2}}} = \frac{-4}{2(-2)^{-\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{-4}{2(-2)^{-\frac{1}{2}}} = -12 \end{aligned}$$

۱۴۴- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2-1}{x+|x|}$ ، کدام بیان، درست است؟

(۲) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$
 (۴) $\checkmark \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$

(۱) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$
 (۳) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

$$x \rightarrow 0^+ \rightarrow f(x) = \frac{x^2-1}{2x} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۱۴۵- اگر $f(x) = 2x + \sqrt{4x^2 + x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، کدام است؟

(۴) صفر $\checkmark$ $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۲) -1 (۱)

همانطور $\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x + \sqrt{4} \left| x + \frac{1}{2} \right| = 2x + 2 \left| x + \frac{1}{2} \right| \\ &= 2x - 2 \left(x + \frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

۱۴۶- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1+\sqrt{x}}{5-2x}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4}$ ، کدام است؟

(۴) $\frac{5}{6}$ $\checkmark$ $\frac{7}{12}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۱)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(5-2x) - (-2)(1+\sqrt{x})}{(5-2x)^2} = \frac{\frac{1}{2}(-3) + 2(3)}{(-3)^2} \\ &= \frac{4 - \frac{3}{2}}{9} = \frac{\frac{5}{2}}{9} = \frac{5}{18} \end{aligned}$$

۱۴۷- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. b کدام است؟

۲ (۴) ۱ (۳) ✓ -۱ (۲) -۲ (۱)

در $x=2$ حد راست $\rightarrow \frac{1}{2-1} = -4 + 2a + b \rightarrow \boxed{2a + b = 5}$

در $x=2$ حد چپ $\rightarrow \frac{-1}{(2-1)^2} = -2x + a$

$\rightarrow \frac{-1}{1} = -4 + a \rightarrow \boxed{a = 3}$

$4 + b = 5 \rightarrow b = 1$

۱۴۸- اگر $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $(fog)'(2) = 6$ باشد، $f'(5)$ کدام است؟

$g'(2) = \frac{-2}{(2-1)^2} \rightarrow g'(2) = -2$

$g'(2) \cdot f'(g(2)) = 6$

$-2 \cdot f'(1) = 6 \rightarrow f'(1) = -3$

۱۴۹- در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه $[1, 4]$ ،

متوسط $= \frac{f(4) - f(1)}{4-1} = \frac{(\frac{16}{2} - \frac{1}{4}) - (\frac{1}{2} - 1)}{3} = \frac{8 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1}{3} = \frac{8 - \frac{1}{4}}{3} = \frac{31}{12}$

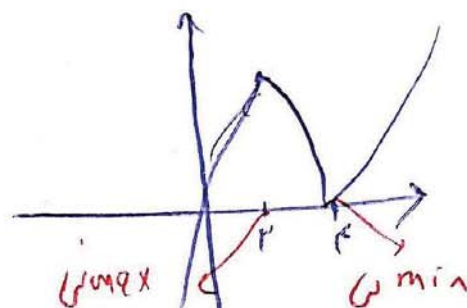
لحظه‌ای $\rightarrow f' = x + \frac{1}{x^2} = 2 + \frac{1}{4}$

اختلاف $\rightarrow 2 \times \frac{1}{4} - \frac{31}{12} = \frac{24 + 3 - 31}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}$

۱۵۰- در تابع با ضابطه $f(x) = x|x-4|$ ، فاصله دو نقطه ماکسیم نسبی و می نیم نسبی آن، کدام است؟

- ۱) $\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{5}$

$$f(x) = \begin{cases} x(x-4) & x \geq 4 \\ -x(x-4) & x < 4 \end{cases}$$



$$\min(4, 0)$$

فاصله

$$\sqrt{(4-2)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$$

$$x=4 \leftarrow x-4=0 \leftarrow g=$$

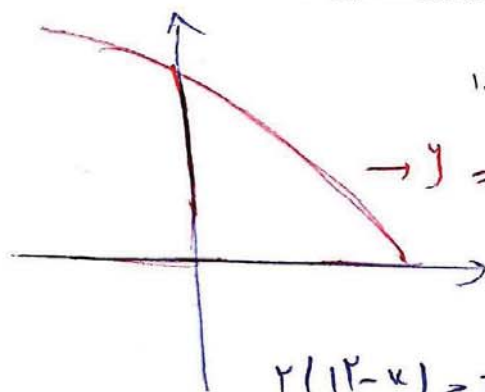
$$x=2 \leftarrow [x(x-4)]' = (x^2-4x)' = 2x-4=0 \leftarrow g=f|g| \leftarrow \text{در } x=2$$

۱۵۱- بیشترین مساحت مستطیلی که دو ضلع آن بر روی محورهای مختصات و رأس چهارم آن، بر روی منحنی به معادله

$$y = \sqrt{12-x}$$

در ناحیه اول واقع شود، کدام است؟

- ۱) $8\sqrt{2}$ ۲) $8\sqrt{3}$ ۳) $4\sqrt{6}$ ۴) 18



$$y = \sqrt{12-x}$$

$$S = xy = x\sqrt{12-x}$$

$$S' = 0 \rightarrow 1\sqrt{12-x} + x \cdot \frac{-1}{2\sqrt{12-x}} = 0$$

$$\frac{2(12-x) - x}{2\sqrt{12-x}} = 0 \rightarrow \frac{24-3x}{2\sqrt{12-x}} = 0 \rightarrow 24-3x=0 \rightarrow x=8$$

$$x > 8 \rightarrow y = \sqrt{12-8} = \sqrt{4} = 2 \rightarrow S = xy = 16$$

۱۵۲- در یک بیضی به کانون های $(2, 7)$ و $(2, -1)$ ، اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{5}{64}$ ۳) $\frac{1}{75}$ ۴) $\frac{1}{8}$

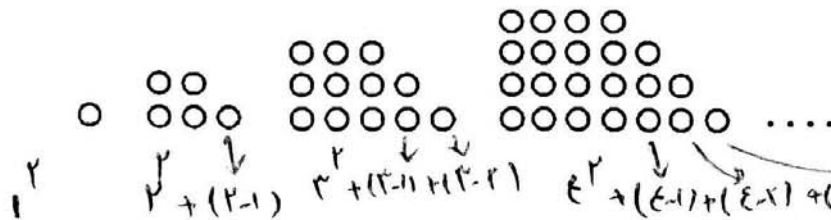
$$2b=4 \rightarrow b=2$$

$$FF' = 2c = 8 \rightarrow c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 20 \rightarrow a = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

۱۵۳- در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟



۱۱۷ (۱)

۱۲۰ (۲)

۱۲۳ (۳)

۱۲۵ (۴)

$9^2 + (9-1) + (9-2) + \dots + (9-8)$

$$= \frac{9^2}{2} + \frac{1+7+5+\dots+9}{1 \times \frac{9}{2} = 36} = 117$$

۱۵۴- اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ؛ $x \geq 1$ باشد، نمودارهای دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

$y = f = (x-1)^2 - 4 \xrightarrow{\text{سوی}}$ $x = (y-1)^2 - 4 \rightarrow (y-1)^2 = x+4$

$y-1 = \pm \sqrt{x+4} \rightarrow y = 1 \pm \sqrt{x+4}$

f^{-1} دانه f ، $x \geq 1$
 $\rightarrow y = f^{-1} = 1 + \sqrt{x+4}$

$\rightarrow y = f^{-1} \rightarrow 1 + \sqrt{x+4} = \frac{x-9}{2} \xrightarrow{\text{تست کردن}}$ $x = 21$

۱۵۵- در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ابتدا یک مهره را بدون رویت خارج می‌کنیم. سپس از بین بقیه مهره‌ها، ۲ مهره بیرون می‌کشیم. با کدام احتمال هر دو مهره اخیر، سفید است؟

$\frac{5}{22}$ (۴)

$\frac{4}{11}$ (۳)

$\sqrt{\frac{2}{11}}$ (۲)

$\frac{1}{11}$ (۱)

$$\frac{\binom{5}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{10}{55} = \frac{2}{11}$$