



درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

۱۰۱- جملات دنباله $2/39999, 2/3999, 2/399, 2/39$ به یک عدد ثابت و گویا بسیار نزدیک می شود. جمله دهم دنباله تفاضل آن ها از این عدد ثابت کدام است؟

(۱) 10^{-11} (۲) 10^{-10} (۳) 10^{-9} (۴) 2×10^{-10}

گزینه (۱)

این دنباله به عدد $2/4 = 2/39 = 2/399 = 2/3999 = 2/39999$ همگرا است. بنابراین:

$$2/4 - a_{10} = 2/4 - 2/399999 = 10^{-11}$$

۱۰۲- تابع $f(x) = \log_3(ax+b)$ فقط برای مقادیر $x \in (-\frac{1}{3}, +\infty)$ با معنی است، اگر $f(4) = 2$ باشد، آنگاه $f(-\frac{4}{9})$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) -1 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 1

گزینه (۱)

راه اول: با توجه به اینکه دامنه تابع f بازه $(-\frac{1}{3}, +\infty)$ است بنابراین $x = -\frac{1}{3}$ ریشه عبارت $ax+b=0$ است. و از طرفی طبق فرض $f(4) = 2$ بنابراین ضابطه f به صورت زیر خواهد بود:

$$f(x) = \log_3(3x+1) \Rightarrow f(-\frac{4}{9}) = \log_3(\frac{1}{3}) = -1$$

راه دوم:

$$f(4) = 2 \Rightarrow \log_3(4a+b) = 2 \Rightarrow 4a+b = 9 \quad (1)$$

$$ax+b=0 \text{ ریشه } x = -\frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3}a+b=0 \Rightarrow a=3b \Rightarrow b=1 \Rightarrow a=3$$

$$\Rightarrow f(x) = \log_3(3x+1) \Rightarrow f(-\frac{4}{9}) = -1$$

۱۰۳- مساحت مثلثی با دو ضلع ۱۶ و ۹ واحد، برابر $24\sqrt{5}$ واحد مربع است. بزرگ ترین ضلع این مثلث کدام است؟

(۱) 21 (۲) 22 (۳) 23 (۴) 24

گزینه ۳

$$S = \frac{1}{2}(9)(16)\sin\alpha = 24\sqrt{5} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{2}{3}$$

$$a^2 = 9^2 + 16^2 - 2(9)(16)\cos\alpha \xrightarrow{\text{بزرگتر ضلع}} a^2 = 81 + 256 + 2 \times 9 \times 16 \times \frac{2}{3} \Rightarrow a = 23$$

پاسخ کنکور ۹۴ رشته ریاضی دبیرستان دستغیب ۱ (تیزهوشان) ناحیه ۲ شیراز تدوین: مهدی نورانی ۰۹۱۷۳۰۵۸۷۵۷

۱۰۴- با ارقام ۱, ۲, ۳, ..., ۹ به چند طریق می توان یک عدد پنج رقمی ساخت، به طوری که درست ۲ رقم آن زوج باشد؟

۹۶۰۰ (۴)

۸۴۰۰ (۳)

۷۲۰۰ (۲)

۶۴۰۰ (۱)

گزینه ۲

$$\binom{4}{2} \binom{5}{3} \times 5! = 7200$$

۱۰۵- تعداد جملات یک دنباله هندسی عدد زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن ۳ برابر مجموع جملات با ردیف فرد باشد، قدر نسبت آن کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

اگر S_1 مجموع جملات با ردیف فرد و S_2 مجموع جملات با ردیف زوج باشد آنگاه:

گزینه ۳

$$S_{2n} = S_1 + S_2 \Rightarrow 3S_1 = S_1 + qS_1 \Rightarrow q = 2$$

۱۰۶- به ازای مقداری از a چندجمله ای $f(x) = x^4 + ax^3 - 8x$ بر $x+2$ بخش پذیر است، کوچک ترین ریشه معادله $f(x) = 0$ کدام است؟

$-1 - \sqrt{5}$ (۴)

$-1 - \sqrt{3}$ (۳)

$1 - \sqrt{5}$ (۲)

$1 - \sqrt{3}$ (۱)

گزینه ۴

$$f(-2) = 0 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow f(x) = x^4 + 4x^3 - 8x = x(x^3 + 4x^2 - 8) \Rightarrow f(x) = x(x+2)(x^2 + 2x - 4) \Rightarrow$$

بنابراین ریشه $x^2 + 2x - 4 = 0$ ، $-1 - \sqrt{5}$ خواهد بود.

۱۰۷- حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۲ (۱)

گزینه ۲

$$x^2 + 4x + 3 = t \Rightarrow t = \sqrt{t+2} \Rightarrow t^2 = t+2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow t = -1, t = 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 3 = -1 \\ x^2 + 4x + 3 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ غق} \\ x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$$

۱۰۸- نمودار تابع $y = |2x - 6| - |x + 4| + x$ در یک بازه اکیدا نزولی است. ضابطه معکوس آن در این بازه کدام است؟

(۱) $-x + 6; x < -4$ (۲) $-x + 5; x > 2$ (۳) $-\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 3$ (۴) $-\frac{1}{2}x + 1; -4 < x < 10$

گزینه (۴)

$$y = \begin{cases} -2x + 6 + x + 4 + x = 10 & x \leq -4 \\ -2x + 6 - x - 4 + x = -2x + 2 & -4 < x < 3 \\ 2x - 6 - x - 4 + x = 2x - 10 & x \geq 3 \end{cases}$$

اکیدا نزولی $-4 < x < 3 \Rightarrow y = -2x + 2$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 1, \quad -4 < x < 3 \Rightarrow -6 < -2x < 8 \Rightarrow -4 < -2x + 2 < 10$$

۱۰۹- جواب کلی معادله مثلثاتی $\frac{\sin x + \sin 2x}{\cos x + \cos 2x} = \cot x$ کدام است؟

گزینه (۴)

(۱) $\frac{k\pi}{5}$ (۲) $\frac{2k\pi}{5}$ (۳) $\frac{3k\pi}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}(2k+1)\pi$

$$\frac{2 \sin \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \cot x \rightarrow \tan \frac{3x}{2} = \tan\left(\frac{x}{2} - x\right) \Rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x \in \left\{ \pm \frac{\pi}{5}, \pm \frac{3\pi}{5}, \pm \pi, \pm \frac{7\pi}{5}, \dots \right\}$$

ریشه های مخرج به صورت زیر است:

$$\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{3x}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos \frac{3x}{2} = 0 \Rightarrow \frac{3x}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = (2k+1)\pi \\ x = (2k+1)\frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in \{\pm \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots\} \\ x \in \{\pm \frac{\pi}{3}, \pm \pi, \pm \frac{5\pi}{3}, \pm \frac{7\pi}{3}, \dots\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \{x : x = (2k+1)\frac{\pi}{5}\} - \{x : x = (2k+1)\pi\}$$

پاسخ کنکور ۹۴ رشته ریاضی دبیرستان دستغیب ۱ (تیزهوشان) ناحیه ۲ شیراز تدوین: مهدی نورانی ۰۹۱۷۳۰۵۸۷۵۷

۱۱۰- شکل روبه رو، نمودار تابع $y = \sin^{-1}(U(x))$ است. ضابطه $U(x)$ ، به کدام صورت است؟

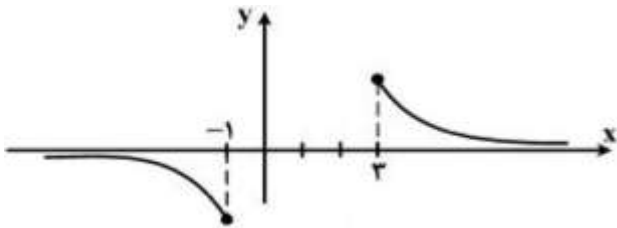
(۴) $\frac{1}{2-x}$

(۳) $\frac{1}{x-2}$

(۲) $\frac{2}{1-x}$

(۱) $\frac{2}{x-1}$

گزینه (۱)



گزینه های (۱) و (۳) قابل قبول اند $\xrightarrow{\text{طبق شکل}} f(x) = \sin^{-1}(U(x))$ $f(3) > 0$

از طرفی طبق نمودار $Df = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ بنابراین گزینه (۱) قابل قبول است زیرا اگر:

$$U(x) = \frac{2}{x-1} \Rightarrow -1 \leq \frac{2}{x-1} \leq 1 \Rightarrow \left| \frac{2}{x-1} \right| \leq 1 \Rightarrow |x-1| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 3 \\ x-1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -1 \end{cases}$$

۱۱۱- حاصل عبارت $169 \sin(2 \cos^{-1}(-\frac{5}{13}))$ ، کدام است؟

(۴) ۱۲۰

(۳) -۶۰

(۲) ۶۰

(۱) -۱۲۰

گزینه (۱)

$$\cos^{-1}\left(-\frac{5}{13}\right) = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{5}{13} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{12}{13} \Rightarrow$$

$$169 \sin(2\alpha) = 169 \times 2 \sin \alpha \cos \alpha = 169 \times 2 \left(\frac{12}{13}\right) \left(-\frac{5}{13}\right) = -120$$

۱۱۲- به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{a(1+\sqrt[3]{1-x})}{x^2-2x}; x > 2 \\ x-a; x \leq 2 \end{cases}$ همواره پیوسته است؟

(۴) ۳/۲

(۳) ۲/۴

(۲) ۱/۶

(۱) ۱/۲

گزینه (۳)

$$2-a = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1-\sqrt[3]{1-x}}{x^2-2x} \right) \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-\frac{1}{3\sqrt[3]{(1-x)^2}}}{2x-2} \Rightarrow 2-a = a \frac{-1}{2} \Rightarrow a = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

۱۱۳- حد دنباله $a_n = \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{2n+3}$ وقتی $n \rightarrow \infty$ ، کدام است؟

- (۱) $2e$ (۲) e^2 (۳) $3e$ (۴) $3e^2$ گزینه (۲)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{2n+3} = e^{\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+3}{n+1}} = e^2$$

۱۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} ([2x] + [-2x]) \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1+x^2}}$ ، کدام است؟ (نماد [] جزء صحیح است.)

- (۱) -3 (۲) 3 (۳) صفر (۴) حد ندارد. گزینه (۲)

$$\lim_{x \rightarrow 0} ([2x] + [-2x]) \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sqrt{1+x^2}} \stackrel{HOP}{=} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin \cos^2 x}{-2x} = 3$$

۱۱۵- یکی از ریشه های حقیقی معادله $x^2 + 2x^2 - 4x - 3 = 0$ در کدام بازه است؟

- (۱) $(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4})$ (۲) $(-1, -\frac{3}{4})$ (۳) $(-\frac{1}{4}, 0)$ (۴) $(0, \frac{1}{4})$ گزینه (۱)

$$f(0) < 0, f(-1) > 0, f(\pm \frac{1}{4}) < 0, f(-\frac{3}{4}) < 0 \rightarrow f(-\frac{3}{4})f(-\frac{1}{4}) = (\frac{45}{64})(\frac{-5}{8}) < 0$$

$$\Rightarrow f(-\frac{1}{4})f(-\frac{3}{4}) = (\frac{-5}{8})(\frac{45}{64}) < 0 \Rightarrow \text{یکی از ریشه ها در بازه } (-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}) \text{ است}$$

۱۱۶- امتداد مجانب های نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}$ ، نیمساز ناحیه اول و سوم را در دو نقطه A و B

قطع می کند. اندازه AB کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) 4 (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{2}$ گزینه (۴)

هم ارزی \Rightarrow $y = |x+1| - |x-1| \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow +\infty: y = 2 \\ x \rightarrow -\infty: y = -2 \end{cases}$ مجانب های تابع f

$$\begin{cases} \text{برخورد } y=x \\ y=2 \Rightarrow x=2 \Rightarrow A(2,2) \\ \text{برخورد } y=x \\ y=-2 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow B(-2,-2) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

۱۱۷- اگر θ زاویه بین مماس چپ و مماس راست، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = [x + \frac{1}{x}]x + x^2$ ، در نقطه $x = \frac{1}{2}$ باشد، $\tan \theta$

کدام است؟

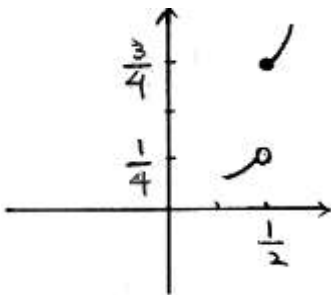
(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{4}$

گزینه (۴)



در این نقطه دو مماس متمایز ندارد $\Rightarrow f$ در $x = \frac{1}{2}$ ناپیوسته است $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = \frac{1}{4} \neq \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = \frac{3}{4} = f(\frac{1}{2})$

چون f در این نقطه فقط پیوستگی راست دارد و در این نقطه فقط خط مماس راست دارد. بنابراین طرح زاویه بین دو مماس در این نقطه اشکال دارد. نمودار این تابع و ضابطه آن در همسایگی $x = \frac{1}{2}$ به صورت زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} x + x^2 & \frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} + \delta \\ x^2 & \frac{1}{2} - \delta < x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

متأسفانه اگر بی توجه به این موضوع مشتق چپ و راست f را در نقطه $x = \frac{1}{2}$ محاسبه کنیم به جواب نادرست زیر می رسیم که در گزینه ها قرار دارد:

$$f'_+(\frac{1}{2}) = 2, f'_-(\frac{1}{2}) = 1 \Rightarrow \tan \theta = \frac{2-1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

عملاً پاسخ درست این سوال که «چنین چیزی امکان پذیر نیست» در گزینه ها وجود ندارد.

۱۱۸- از رابطه $x^2y - y^2 - 2\sqrt{x} + 4 = 0$ ، مقدار $\frac{d^2y}{dx^2}$ در نقطه (۲ و ۱) کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{6}$ (۲) $\frac{8}{6}$ (۳) $\frac{11}{6}$ (۴) $\frac{13}{6}$ گزینه (۴)

$$2xy + x^2y' - 2yy' - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow y' = 1 \Rightarrow 2y + 2xy' + 2xy' + x^2y'' - 2y'^2 - 2yy'' + \frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} = 0 \Rightarrow y'' = \frac{13}{6}$$

۱۱۹- اگر $f(x) = x^3 - x^2 + 2x$ باشد، معادله خط قائم بر منحنی تابع f^{-1} ، در نقطه $x = 2$ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) $y + 3x = 7$ (۲) $y - 3x = -5$ (۳) $3y + x = 5$ (۴) $3y - x = 1$ گزینه (۱)

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + 2$$

$$a = f^{-1}(2) \Rightarrow f(a) = 2 \Rightarrow a^3 - a^2 + 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow$$

$$(f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{3} \quad (f^{-1} \text{ شیب قائم بر } f^{-1}) \Rightarrow m = -3 \quad A(2,1) \in f^{-1}$$

$$y - 1 = -3(x - 2) \Rightarrow y = -3x + 7$$

۱۲۰- نمودار تابع $y = |x|e^{-x}$ ، در کدام بازه نزولی و تقعر آن رو به پایین است؟

- (۱) $(-\infty, 2)$ (۲) $(0, 1)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(2, +\infty)$ گزینه (۳)

$$y = |x|e^{-x} = \begin{cases} xe^{-x} & x \geq 0 \\ -xe^{-x} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^{-x} - xe^{-x} = e^{-x}(1-x) & x > 0 \\ e^{-x} + xe^{-x} = e^{-x}(x+1) & x < 0 \end{cases}$$

$$\text{بازه } (1, 2) \text{ قابل قبول است} \Rightarrow y'' = \begin{cases} e^{-x}(x-2) & x > 0 \\ e^{-x}(-x+2) & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{نقاط بحرانی} = \{0, 1\}$$

۱۲۱- در مثلث ABC ضلع $BC = 20$ و ارتفاع $AH = 12$ واحد است. خط Δ موازی BC با سرعت ثابت 0.2 واحد در ثانیه از آن دور می شود. سرعت افزایش مساحت ذوزنقه در لحظه ای که فاصله دو خط موازی ۹ واحد باشد کدام است؟

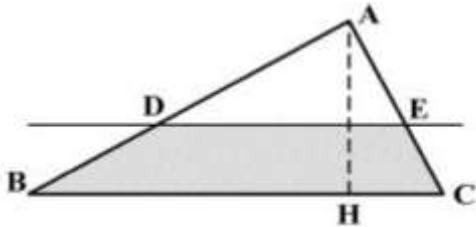
۱/۲ (۴)

۱ (۳)

۰/۹ (۲)

۰/۸ (۱)

گزینه (۳)



$$HH' = x \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 9 \\ x'(t) = 0.2 \end{cases}$$

$$S_{DECB} = \frac{(DE + BC)HH'}{2}, \frac{DE}{BC} = \frac{AH'}{AH} \Rightarrow \frac{DE}{20} = \frac{12-x}{12} \Rightarrow DE = 20 - \frac{5}{3}x \Rightarrow S = \frac{(20 - \frac{5}{3}x + 20)x}{2} = \frac{120x - 5x^2}{6}$$

$$\rightarrow S'(t) = \frac{120x'(t) - 10x(t)x'(t)}{6} \stackrel{x=9}{\substack{= \\ x'=0.2}} = 1$$

۱۲۲- شکل روبه رو، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -x^4 + 4x^3 + ax^2 + b$ است، a کدام است؟

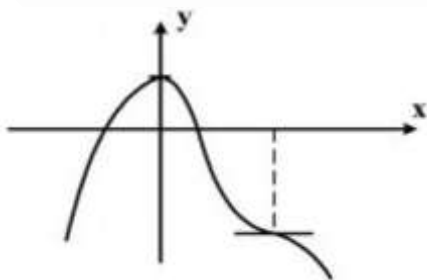
-۹ (۴)

-۱۲ (۳)

-۱۵ (۲)

-۱۸ (۱)

گزینه (۱)



$$f'(x) = -4x^3 + 12x^2 + 2ax \\ = -2x(2x^2 - 12x - a)$$

در یکی از نقاط عطف شیب خط مماس صفر است. بنابراین f' در این نقطه دارای ریشه مضاعف است. لذا:

$$\Delta' = 0 \\ 2x^2 - 12x - a = 0 \Rightarrow 6^2 + 2a = 0 \Rightarrow a = -18$$

۱۲۳- اگر $G(x) = x^2 \int_2^{\sqrt{x}} \frac{\ln(t+2)}{t^2} dt$ باشد، $G'(4)$ چند برابر $\ln 2$ است؟

- ۱(۱) $1/5(2)$ $2(3)$ $3(4)$

گزینه (۳)

$$G'(x) = 2x \int_2^{\sqrt{x}} \frac{\ln(t+2)}{t^2} dt + x^2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \times \frac{\ln(\sqrt{x}+2)}{x} \Rightarrow G'(4) = 0 + 16 \times \frac{1}{4} \times \frac{\ln 4}{4} = \ln 4 = 2\ln 2 \Rightarrow$$

۱۲۴- حاصل انتگرال $\int_2^4 \left[\frac{x}{y} \right] \frac{\sqrt{x}-1}{x} dx$ ، کدام است؟

- ۱(۱) $4-2\sqrt{2}-\ln 2$ $2(2)$ $4-2\sqrt{2}+\ln 2$ $3(3)$ $2+\sqrt{2}-\ln 2$ $4(4)$ $2-2\sqrt{2}+\ln 2$

گزینه (۱)

$$\int_2^4 \left[\frac{x}{y} \right] \frac{\sqrt{x}-1}{x} dx = \int_2^2 0 dx + \int_2^4 \frac{\sqrt{x}-1}{x} dx = \int_2^4 \left(x^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{x} \right) dx$$

$$= (2\sqrt{x} - \ln x) \Big|_2^4 = (4 - \ln 4) - (2\sqrt{2} - \ln 2) = 4 - 2\sqrt{2} - \ln 2$$

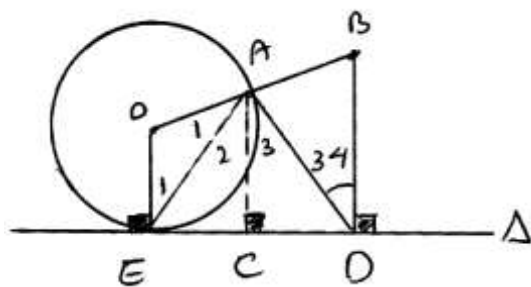
۱۲۵- در یک دایره به مرکز O ، شعاع OA را به اندازه خود تا نقطه B امتداد می دهیم. از نقطه B بر مماس دایره عمود

BD را فرود می آوریم، اگر $\angle ADB = 34^\circ$ باشد، زاویه OAD چند درجه است؟

- ۱(۱) 68 $2(2)$ 73 $3(3)$ 102 $4(4)$ 146

گزینه (۳)

از نقطه A عمود AC را بر خط مماس Δ رسم می کنیم.



خواهیم داشت:

$$OE \parallel AC \parallel BD \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{EC}{CD} \Rightarrow \frac{OA=AB}{EC} = 1 \Rightarrow EC = CD$$

بنابراین در مثلث AED ارتفاع AC ، میانه ضلع ED است. پس این مثلث متساوی الساقین است. بنابراین نیمساز زاویه A نیز خواهد بود. در نتیجه:

$$\hat{A}_2 = \hat{A}_3 = \hat{ADB} = 34^\circ (AC \parallel BD \Rightarrow \hat{A}_3 = 34^\circ)$$

از طرفی در مثلث OAE ، $OA = OE$ بنابراین:

$$\hat{A}_1 = 34^\circ \Rightarrow \hat{OAD} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 3 \times 34 = 102$$

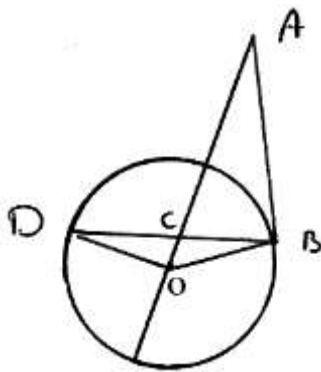
۱۲۶- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB=AC$) نقطه O در امتداد AC مرکز دایره ای است که در نقطه B بر ضلع AB مماس است. امتداد BC این دایره را در D قطع کرده است. مثلث OCD چگونه است؟

(۱) متساوی الساقین

(۲) قائم الزاویه

(۳) قائم الزاویه و متساوی الساقین

گزینه (۲)



$$\widehat{ODC} + \widehat{OBC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DBC} + \widehat{CBA} = 90^\circ \quad \widehat{ODC} + \widehat{BCA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DOC} = 90^\circ \Rightarrow$$

۱۲۷- در مثلث ABC ($AB = \frac{2}{3}AC$)، پاره خط ND موازی میانه AM است. نسبت $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟

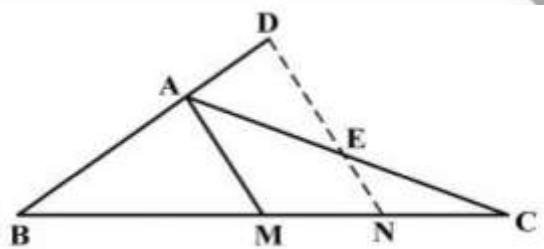
(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{5}{9}$

(۱) $\frac{4}{9}$

گزینه (۳)



راه اول:

$$AM \parallel DN \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MN} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}AC}{AD} = \frac{BM}{MN} \quad (1)$$

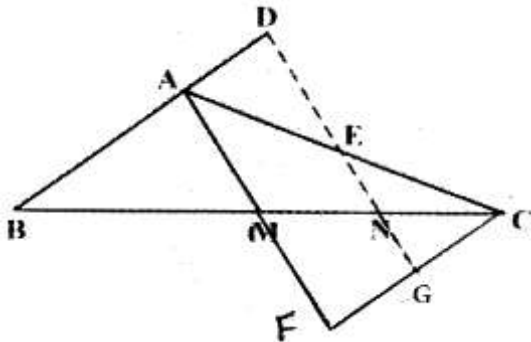
$$EN \parallel AM \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{NC}{MC} \quad (2) \quad , \quad \frac{EC}{AE} = \frac{NC}{MN} \quad (3)$$

$$(1) \div (3) \Rightarrow \frac{BM=MC}{\frac{2}{3} \frac{AD}{AE} \times \frac{EC}{AC}} = \frac{NC}{MC} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{2}{3}$$

پاسخ کنکور ۹۴ رشته ریاضی دبیرستان دستغیب ۱ (تیزهوشان) ناحیه ۲ شیراز تدوین: مهدی نورانی ۰۹۱۷۳۰۵۸۷۵۷

راه دوم:

میانه AM را به اندازه خودش از طرف نقطه M امتداد می دهیم:



$$\triangle ABM \cong \triangle FCM \Rightarrow CF = AB \Rightarrow \begin{cases} AF \parallel DN \\ CF \parallel AB \end{cases} \Rightarrow AD = FG \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{FG}{AE} = \frac{FC}{AC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$$

۱۲۸- در مثلث ABC، میانه AM و نیمساز داخلی AD رسم شده است. کدام نامساوی همواره درست است؟

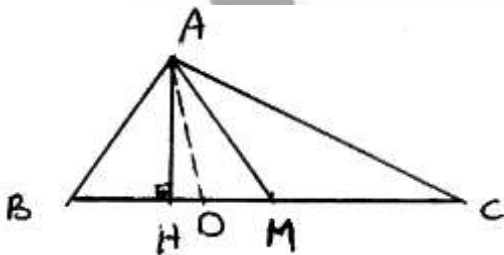
AD < AM (۴)

AD < AB (۳)

AM < AB (۲)

AM < BC (۱)

گزینه (۴)



$$AH \leq AD \leq AM \Rightarrow \text{میانه} \leq \text{نیمساز} \leq \text{ارتفاع}$$

۱۲۹- دو دایره نامساوی به مرکزهای O و O' مماس خارج اند. دایره ای به قطر OO'، با مماس مشترک خارجی این دو دایره،

کدام وضعیت را دارد؟

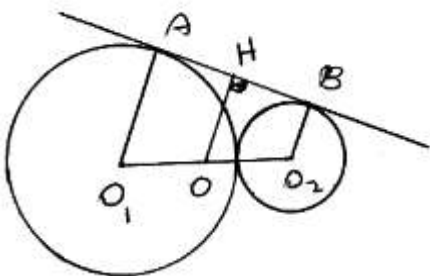
نامشخص (۴)

متخارج (۳)

مماس (۲)

مقاطع (۱)

گزینه (۲)



اگر $O_1A = R_1$ و $O_2B = R_2$ و نقطه O وسط O_1O_2 باشد و از آن عمود OH را بر مماس مشترک خارجی رسم کنیم، در این صورت:

$$O_1A \parallel O_2B \parallel OH \Rightarrow OH = \frac{O_1A + O_2B}{2} \Rightarrow OH = \frac{R_1 + R_2}{2} \Rightarrow OH = \frac{O_1O_2}{2}$$

بنابراین OH شعاع دایره ای است که به قطر O_1O_2 رسم می شود. لذا این دایره بر مماس مشترک AB مماس خواهد بود.

$\frac{BB'}{CC'}$ برابر کدام است؟

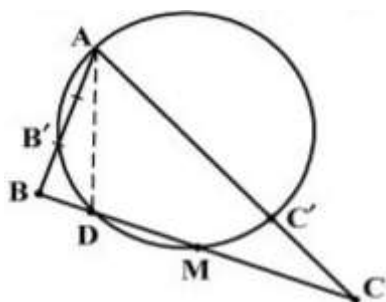
$$\frac{DB}{DM} \quad (۴)$$

$$\frac{AB'}{AC'} \quad (3)$$

$$\frac{AB}{AC} \quad (2)$$

11

گزینه (۱)



$$\text{AD نیمساز} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD} \quad (1)$$

$$\begin{cases} CC' \times CA = CM \times CD \\ BB' \times BA = BD \times BM \end{cases} \quad \begin{matrix} BM=MC \\ \Rightarrow \end{matrix} \quad \frac{CC'}{BB'} \times \frac{CA}{BA} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow \frac{CC'}{BB'} = 1$$

۱۳۱- با استفاده از کدام تبدیل هندسی، داخل مثلث مفروض می توان مربعی محاط کرد، که یک ضلع آن بر روی ضلع مثلث و دو رأس دیگر بر روی دو ضلع این مثلث قرار گیرند؟

(۴) تڄانس

(۳) انتقال

(۲) بازتاب

(۱) دوران

گزینه (۴) به کمک تجانس امکان پذیر است.

۱۳۲- نقطه A در خارج صفحه مثلث BCD است. صفحه گذار بر A را طوری تعیین کنید، که نقاط D, C, B از آن به یک فاصله باشند. تعداد این نوع صفحات کدام است؟

f (f

۳(۳

2(2)

11

گزینہ (۴)

نکته: اگر نقاط A, B, C, D غیرواقع بر یک صفحه باشند ۴ صفحه از A می‌گذرد که از نقاط B, C, D به یک فاصله باشد. صفحه‌ای که از A به موازات صفحه گذرنده از B, C, D رسم شود و صفحاتی که از A و وسط BC, DC, BD عبور کند.

۱۳۳- نقاط $O(0,0,0), B(-1,2,4), A(5,-4,1)$ مفروض هستند و $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ ، مقدار $|\vec{OM}|$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{11}$ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\sqrt{14}$

گزینه (۱)

$M(x,y,z)$ ، $\vec{AM} = (x-5, y+4, z-1)$ ، $\vec{AB} = (-6, 6, 3)$

$$\Rightarrow \vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} \Rightarrow \begin{cases} x-5 = \frac{2}{3} \times (-6) \\ y+4 = \frac{2}{3} \times 6 \\ z-1 = \frac{2}{3} \times 3 \end{cases} \Rightarrow M(1, 0, 3) \Rightarrow OM = \sqrt{10}$$

۱۳۴- فاصله دو خط به معادلات $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ و $(x=2y+1, z=-y+2)$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$

گزینه (۲)

$D_1 : \frac{x-1}{2} = y = \frac{z-2}{-1} \Rightarrow \vec{u}_1 = (2, 1, -1), A(1, 0, 2)$

$D_2 : \vec{u}_2 = (2, 1, -1), B(1, -2, 0) \Rightarrow \vec{AB} = (0, -2, -2)$

$\Rightarrow \vec{AB} \times \vec{u} = (4, -4, 4) \Rightarrow h = \frac{|\vec{AB} \times \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{2}$

۱۳۵- صفحه گذرنده بر خط به معادله $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$ و نقطه $(0, 3, 0)$ محور z ها را با کدام ارتفاع قطع می کند؟

(۱) -2 (۲) -3 (۳) 2 (۴) 3

گزینه (۴)

روی خط $A \Rightarrow A(-1, 0, 2), B(3, 0) \Rightarrow \vec{AB} = (4, 0, -2), \vec{u} = (2, 3, -1)$

$\Rightarrow \vec{n} = \vec{AB} \times \vec{u} = (3, -3, -3) \Rightarrow 3(x-0) - 3(y-0) - 3(z-0) = 0 \Rightarrow 3x - 3y - 3z = 0 \Rightarrow x = y = z$

۱۳۶- دو دایره C و C' در نقطه $(0,1)$ مماس برون می باشند. اگر قائم های بر دایره C همواره از نقطه $(2,-3)$ بگذرد، مرکز دایره C' با شعاع $\sqrt{5}$ کدام است؟

- (۱) $(-1,3)$ (۲) $(-1,2)$ (۳) $(1,-2)$ (۴) $(1,-1)$
گزینه (۱)

با توجه به صورت سوال مرکز دایره C نقطه $O(2,-3)$ می باشد. فاصله نقطه $(0,1)$ از مرکز C برابر شعاع است بنابراین:

$$OA = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5} \Rightarrow OO = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} \Rightarrow \text{گزینه (۱) این فاصله را می دهد}$$

۱۳۷- سهمی به کانون $F(3,2)$ و خط هادی به معادله $x = -1$ ، محور x ها را در نقطه A قطع می کند، فاصله نقطه A تا کانون سهمی کدام است؟

- (۱) $2/25$ (۲) $2/5$ (۳) $2/75$ (۴) $3/4$
گزینه (۲)

$$x = -1 \Rightarrow \text{سهمی افقی است} \Rightarrow F(3,2) = F(\alpha + p, \beta) \Rightarrow \begin{cases} \beta = 2 \\ \alpha + p = 3(1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -1 = \alpha - p \Rightarrow \alpha = 1, p = 2 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(2)(x - 1) \Rightarrow$$

$$x_A = \frac{3}{2} \Rightarrow AF = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 3\right)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \frac{5}{2} = 2/5$$

۱۳۸- ماتریس دوران A ، با رابطه $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ ، معادله مقطع مخروطی $5x^2 + 24xy - 2y^2 = 12$ را به صورت استاندارد بر حسب x', y' تبدیل می کند. تانژانت زاویه دوران کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$
گزینه (۲)

$$\tan 2\alpha = \frac{B}{A - C} = \frac{24}{5 - (-2)} = \frac{24}{7} \Rightarrow \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{24}{7} \Rightarrow 12 \tan^2 \alpha + 7 \tan \alpha - 12 = 0 \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4}$$

۱۳۹- اگر $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ و $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$ باشند، کدام ضرب ماتریس ها تعریف شده است؟

- (۱) AB (۲) $A^t B$ (۳) $B^t A^t$ (۴) AB^t
گزینه (۴)

$$A_{2 \times 3}, B_{4 \times 3} \Rightarrow A^t_{3 \times 2}, B^t_{3 \times 4} \Rightarrow AB^t \text{ قابل ضرب است}$$

پاسخ کنکور ۹۴ رشته ریاضی دبیرستان دستغیب ۱ (تیزهوشان) ناحیه ۲ شیراز تدوین: مهدی نورانی ۰۹۱۷۳۰۵۸۷۵۷

۱۴۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های ستون دوم ماتریس A^{-1} کدام است؟

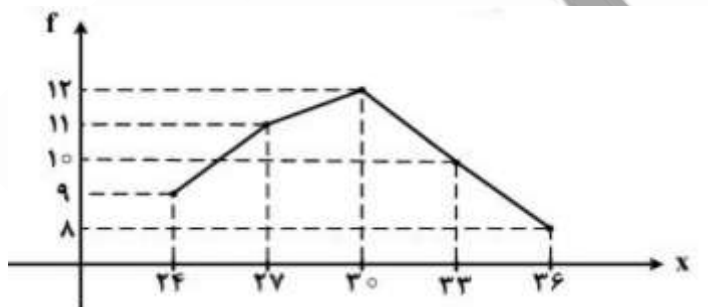
- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) 1 (۴) صفر

گزینه (۳)
A ماتریس بالا مثلثی است. بنابراین:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-(-1)}{1 \times 2} & \frac{1-4}{1 \times 2 \times 3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{-(-1)}{2 \times 3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 0 = 1$$

۱۴۱- به داده های آماری با نمودار چندبر، دو داده ۲۹ و ۳۲، افزوده شود، درصد فراوانی نسبی در دسته وسط داده های جدید کدام است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶



دسته ها	۲۲/۵-۲۵/۵	۲۵/۵-۲۸/۵	۲۸/۵-۳۱/۵	۳۱/۵-۳۴/۵	۳۴/۵-۳۷/۵
فراوانی	۹	۱۱	۱۲	۱۰	۸

داده های ۲۹ و ۳۲ در دسته های سوم و چهارم قرار می گیرند بنابراین:

$$f_3 = 12 + 1 \Rightarrow \frac{12+1}{50+2} \times 100 = 25$$

۱۴۲- اگر میانگین داده های دسته بندی شده، برابر ۱۶ باشد، با تعیین فراوانی مقدار واریانس کدام است؟

- (۱) ۴/۸۵ (۲) ۴/۹۲ (۳) ۵/۵۵ (۴) ۵/۷۴

نماینده دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
$x - \bar{x}$	-۴	-۲	۰	۲	۴
فراوانی	۵	۷	۱۰	a	۳

مجموع اختلاف داده ها از میانگین صفر است. بنابراین:

$$5(-4) + 7(-2) + 10(0) + a(2) + 3(4) = 0 \Rightarrow a = 11$$

$$\Rightarrow \delta^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{5(-4)^2 + 7(-2)^2 + 10(0)^2 + 11(2)^2 + 3(4)^2}{36} = \frac{50}{9} = 5.55$$

۱۴۳- در اثبات نامساوی $2^{n+1} > n!$ ، به روش اصل استقرای تعمیم یافته، عدد مناسب و رابطه بدیهی در گام بعدی حکم، برای $k \geq m$ کدام است؟

- (۱) $k+1 > 2, m=5$ (۲) $k+1 > 2, m=6$ (۳) $(2k+1) > 4, m=5$ (۴) $(2k+1) > 4, m=6$
گزینه (۱)

این نامساوی به ازای $m=5$ درست است زیرا $2^6 > 5!$. بنابراین گزینه (۲) و (۴) غیرقابل قبول است.

$2^{n+1} > n!$: فرض استقراء

$2^{n+2} > (n+1)!$: حکم استقراء

$$n! > 2^{n+1} \xrightarrow{\times(n+1)} (n+1)! > (n+1)2^{n+1} \Rightarrow (n+1)2^{n+1} > 2^{n+2} \Rightarrow (n+1)(2) > 2^2 \Rightarrow n+1 > 2$$

۱۴۴- اگر S یک زیرمجموعه ۱۱۵ عضوی از اعداد طبیعی باشد، در تقسیم عضوهای S بر ۲۷، به طور یقین، حداقل چند عضو دارای یک باقیمانده هستند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
گزینه (۲)

$$k = \left\lfloor \frac{115}{27} \right\rfloor + 1 = 4 + 1 = 5$$

۱۴۵- اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}$ ، $n \in \mathbb{N}$ آنگاه مجموعه $(A_6 - A_4) \cup A_1$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
گزینه (۲)

$$A_1 = \{-1, 0, 1\}, A_4 = \{-4, -3, \dots, 3\}, A_6 = \{-6, -5, \dots, 3\}$$

$$\Rightarrow (A_6 - A_4) \cup A_1 = \{-6, -5\} \cup \{-1, 0, 1\} = \{-6, -5, -1, 0, 1\}$$

۱۴۶- رابطه $\{(x, y) : -x \geq |y|\}$ بر روی مجموعه $A = \{x : |x| \leq 3\}$ تعریف شده است، تعداد عضوهای این رابطه با مختص های کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۰
گزینه (۳)

$$x = -3 \Rightarrow |y| \leq 3 \Rightarrow 7 \text{ جواب دارد}$$

$$x = -2 \Rightarrow |y| \leq 2 \Rightarrow 5 \text{ جواب دارد}$$

$$x = -1 \Rightarrow |y| \leq 1 \Rightarrow 3 \text{ جواب دارد}$$

$$x = 0 \Rightarrow |y| \leq 0 \Rightarrow 1 \text{ جواب دارد}$$

تعداد کل جواب ها برابر ۱۶ است.

پاسخ کنکور ۹۴ رشته ریاضی دبیرستان دستغیب ۱ (تیزهوشان) ناحیه ۲ شیراز تدوین: مهدی نورانی ۰۹۱۷۳۰۵۸۷۵۷

۱۴۷- هر یک از اعداد ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶، بر روی شش گوی یکسان نوشته شده است. به طور تصادف متوالی هم یک گوی از جعبه خارج می کنیم. با کدام احتمال اعداد فرد یا زوج یک در میان خارج می شوند؟

- ۰/۱ (۱) ۰/۱۲ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۲ (۴)

گزینه (۱)

$$n(s) = 6! = \text{تعداد کل اعداد}$$

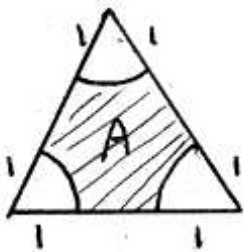
چون تعداد اعداد زوج و فرد با هم مساوی است بنابراین:

$$n(A) = 3! \times 3! \times 2! \Rightarrow P(A) = \frac{3! \times 3! \times 2!}{6!} = \frac{1}{10} \Rightarrow$$

۱۴۸- یک نقطه به طور تصادفی، درون مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $\sqrt{2\pi\sqrt{3}}$ انتخاب می شود، با کدام احتمال، فاصله این نقطه تا هر رأس مثلث بیشتر از ۱ واحد است؟

- $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

گزینه (۳)



$$S_A = \text{مساحت مثلث} - \text{مساحت نیم دایره} = (\sqrt{2\pi\sqrt{3}})^2 - \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow S_A = \pi \Rightarrow P(A) = \frac{S_A}{\text{مساحت مثلث}} = \frac{\pi}{3\pi} = \frac{1}{3}$$

۱۴۹- در یک گراف کامل از مرتبه ۵ چند دور با طول ۵، وجود دارد؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴)

گزینه (۱)

تعداد دورهای به طول m در گراف کامل K_p برابر است با:

$$\binom{p}{m} \frac{(m-1)!}{2} \Rightarrow \binom{5}{5} \frac{4!}{2} = 12$$

۱۵۰- چند عدد سه رقمی وجود دارد که مضرب ۱۱ بوده و باقیمانده تقسیم های آن بر دو عدد ۴ و ۵، برابر ۱ باشد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

گزینه (۲)

$$x \equiv 1, x \equiv 1 \Rightarrow x \equiv 1 \Rightarrow \begin{cases} x \equiv 1 \\ x \equiv D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \equiv 6 \times 20 + 1 \\ x \equiv 11 \times 11 + 0 \end{cases} \Rightarrow x \equiv 121, x \equiv 121 \Rightarrow x \equiv 121 \Rightarrow x \in \{121, 341, 561, 781\}$$

پاسخ کنکور ۹۴ رشته ریاضی دبیرستان دستغیب ۱ (تیزهوشان) ناحیه ۲ شیراز تدوین: مهدی نورانی ۰۹۱۷۳۰۵۸۷۵۷

۱۵۱- مجموع دو عدد ۲۷۷۲ و بزرگ ترین مقسوم علیه آنها ۲۳۱ و مخالف عدد کوچکتر است. تفاضل این دو عدد، کدام است؟

۹۲۴(۴)

۶۹۳(۳)

۴۶۲(۲)

۲۳۱(۱)

گزینه (۲)

$$(a', b') = 1 \\ a + b = 2772 \Rightarrow a'd + b'd = 2772 \rightarrow a' + b' = 12 \Rightarrow d = 231$$

b'	۱	۲	۳	۴	۵	۶
a'	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶

$$\Rightarrow \begin{cases} a' = 7 \\ b' = 5 \end{cases} \Rightarrow a - b = a'd - b'd = (a' - b')d = (7 - 5)(231) = 462 \Rightarrow$$

۱۵۲- اگر عدد $2x^2 - x - 6$ مضرب ۵۳ باشد، رقم یکان بزرگترین عدد سه رقمی x، کدام است؟

۹(۴)

۸(۳)

۷(۲)

۶(۱)

گزینه (۴)

$$2x^2 - x - 6 = (x - 2)(2x + 3) = 53k \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 53k_1 \xrightarrow{k_1 = 18} \\ 2x + 3 = 53k_2 \xrightarrow{k_2 = 37} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 956 \\ x = 979 \end{cases} \Rightarrow \text{رقم یکان بزرگ ترین عدد} = 9$$

۱۵۳- شکل زیر گراف مربوط به رابطه R است. ماتریس متناظر ROR چند درایه یک دارد؟

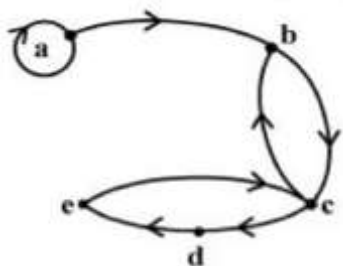
۱۰(۴)

۹(۳)

۸(۲)

۷(۱)

گزینه (۴)



می دانیم که: $M(ROR) = [M(R)]^2$. بنابراین:

$$[M(R)]^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

پاسخ کنکور ۹۴ رشته ریاضی دبیرستان دستغیب ۱ (تیزهوشان) ناحیه ۲ شیراز تدوین: مهدی نورانی ۰۹۱۷۳۰۵۸۷۵۷

۱۵۴- تعداد جواب های صحیح و غیرمنفی نامساوی $x_1 + x_2 + x_3 \leq 4$ کدام است؟

۳۵(۴)

۳۳(۳)

۳۲(۲)

۳۰(۱)

گزینه (۴)

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 4 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x = 4 \Rightarrow \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

۱۵۵- در دو ظرف به ترتیب ۲۴ و ۱۸ مهره یکسان موجود است. در ظرف اول ۶ مهره سفید در ظرف دوم ۳ مهره سفید است. از اولی ۷ مهره و از دومی ۵ مهره به تصادف برداشته و در ظرف دیگری می ریزیم. سپس از ظرف آخر یک مهره بیرون می آوریم، با کدام احتمال این مهره سفید است؟

$\frac{31}{144}$ (۴)

$\frac{15}{72}$ (۳)

$\frac{7}{36}$ (۲)

$\frac{13}{72}$ (۱)

گزینه ۴

$$P(A) = \frac{7}{12} \times \frac{6}{24} + \frac{5}{12} \times \frac{3}{18} = \frac{31}{144}$$

