



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:

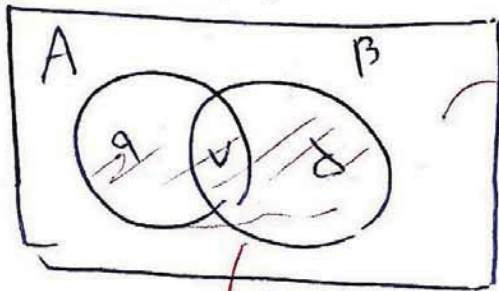


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۰۱- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند؟

۳۹ (۱) ۱۸ (۴) ✓ ۱۷ (۳) ۱۶ (۲) ۱۵ (۱)

$(A \cup B)$



$39 - 21 = 18$

۲۱

۱۰۲- اگر $A = \sqrt[3]{4\sqrt{16}(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}}$ باشد، حاصل $\frac{1}{A}$ کدام است؟

$A = \sqrt[3]{2^2 \times 2^2 \times \frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2^2 \times \frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}$

$\frac{1}{A} = \frac{1}{2^{\frac{2}{3}}} = 2^{-\frac{2}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

۱۰۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر m، معادله درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است؟

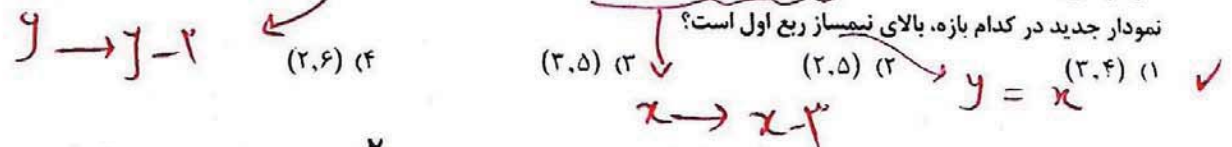
- ۱) $-2 < m < 2,5$
- ۲) $-2 < m < 2,5$
- ۳) $-1 < m < 2,5$
- ۴) $-1 < m < 2,5$

$\Delta > 0 \rightarrow 36 - 4(2m-1)(m-2) > 0 \rightarrow 4(2m-1)(m-2) < 36$

$2m^2 - 4m - m + 2 - 9 < 0 \rightarrow 2m^2 - 5m - 7 < 0$

$b = a + c \rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3,5 \end{cases} \rightarrow -1 < m < 3,5$

۱۰۴- نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم.



رابطه ۱: $y = -(x-3)^2 + 2(x-3) + 5 = -x^2 + 4x + 2x - 9 + 5 = -x^2 + 6x - 4$

رابطه ۲: $y = -x^2 + 6x - 4 - 2 = -x^2 + 6x - 6$

$y = -x^2 + 6x - 6 \Rightarrow -x^2 + 6x - 6 > x$

$\rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \rightarrow (x-2)(x-3) < 0 \rightarrow 2 < x < 3$

$$14 + 21 + 28 + \dots + 98$$

۱-۵- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

دستگاه

$$a_1 = 14$$

$$d = 7$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 14 + (n-1)7 = 7n + 7$$

$$a_n = 98 \rightarrow 7n + 7 = 98 \rightarrow n = 13$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a_1 + a_n] = \frac{13}{2} [14 + 98] = 728$$

۱-۶- بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20} \rightarrow x^2 - 31x - 180 = 0 \rightarrow x = -5$$

$$x = 36$$

۱-۷- اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}$ و $g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1)\}$ باشند. تابع $g \circ f^{-1}$ کدام است؟

$$f^{-1} = \{(2,1), (5,2), (4,3), (6,4)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(2,3), (5,2)\}$$

$$g \circ f^{-1}(2) = g(1) = 3$$

$$g \circ f^{-1}(5) = g(2) = 2$$

$$g \circ f^{-1} = \{(2,3), (5,2)\}$$

۱-۸- نمودار یک تابع به صورت $f(x) = -2 + (\frac{1}{2})^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $y = x^2 - x$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۲ قطع می کند. $f(3)$ کدام است؟

$$f(1) = g(1) \rightarrow -2 + (\frac{1}{2})^{A+B} = 0 \rightarrow (\frac{1}{2})^{A+B} = 2 = (\frac{1}{2})^{-1} \rightarrow A+B = -1$$

$$f(2) = g(2) \rightarrow -2 + (\frac{1}{2})^{2A+B} = 2 \rightarrow (\frac{1}{2})^{2A+B} = 4 = (\frac{1}{2})^{-2} \rightarrow 2A+B = -2$$

$$\rightarrow A = -1, B = -1$$

$$\rightarrow f(3) = -2 + (\frac{1}{2})^{(-1)(3)} = -2 + (\frac{1}{2})^{-3} = -2 + 8 = 6$$

110. حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x}$ ، کدام است؟

$\frac{\sin a (1) + \cos a (1) - \sin a}{0} = \frac{\cos a}{0}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin a}{x} = \frac{\cos(a+x)}{1} = \cos a$

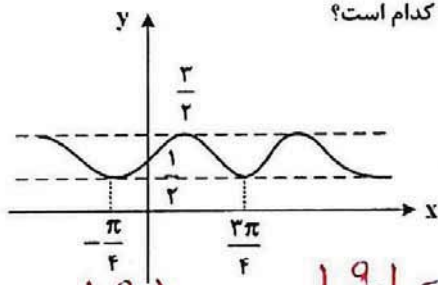
111. به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x-6 & ; x > 2 \\ x-\sqrt{x+2} & ; x \leq 2 \end{cases}$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی، پیوسته است؟

$1 - \frac{1}{\sqrt{x+2}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{2x-6}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x-6 = 1 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = 3.5$

$\Rightarrow 2a = 2(3.5) - 1 \rightarrow 2a = 7 - 1 \rightarrow a = 3$

112. شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = 1 + a \sin bx \cos bx$ است. $a+b$ کدام است؟



$y = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$

$\frac{3}{2} = 1 + \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$

$\frac{1}{2} = 1 + \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$

$\max y = \frac{3}{2} = 1 + \left| \frac{a}{2} \right| \rightarrow \left| \frac{a}{2} \right| = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{a}{2} = \pm \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm 1$

$T = \pi = \frac{2\pi}{|2b|} \rightarrow |b| = 1 \rightarrow b = \pm 1$

$a+b = 1 + (-1) = 0$

113. مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ ، کدام است؟

$\sin^2 x + \cos^2 x = (\sin x + \cos x)^2 - 2 \sin x \cos x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$

$= (\sin x + \cos x) \left[\frac{\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x}{1} \right] = (\sin x + \cos x) (1 - \frac{1}{2} \sin 2x)$

$\rightarrow (\sin x + \cos x) (1 - \frac{1}{2} \sin 2x) = 0$

$\begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \rightarrow \sin 2x = 2 \\ \sin x + \cos x - 1 = 0 \rightarrow \sin x + \cos x = 1 \end{cases}$

$\rightarrow \sin 2x = 2$ (impossible) $\rightarrow \sin x + \cos x = 1$

$\rightarrow \sin x + \cos x = 1 \rightarrow \sin x = 1 - \cos x$

$\rightarrow \sin^2 x = (1 - \cos x)^2 = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$

$\rightarrow 1 - \cos x = 1 - 2\cos x + \cos^2 x$

$\rightarrow \cos^2 x - \cos x = 0$

$\rightarrow \cos x (\cos x - 1) = 0$

$\rightarrow \cos x = 0 \text{ or } \cos x = 1$

$\rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ or } x = 0, 2\pi$

$\rightarrow \text{مجموع} = \frac{5\pi}{2}$

۱۱۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، کدام $a+b$ است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

نی -1
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-5}{x^2+ax+b} = -\infty$
 صفر (۲) ✓
 $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

$a = -4$ ✓

$b = 4$

۱۱۵- اگر $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \frac{4}{3}$ باشد، $(f \circ g)'(1)$ کدام است؟

۲ (۴)

$f'(2) = \frac{4}{3}$

$g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $g'(1) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{g'(1) \cdot f'(g(1))}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2$

۱۱۶- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است. کدام $a+b$ است؟

$x^2 - 2x = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ →

اول باید قدر مطلق برداشته شود.
 پس برای $x < 2$ قدر مطلق حذف نشود.

$f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$

در $x=2$ حد چپ = حد راست → $0 = 2 + 2a + b$ → $2a + b = -2$
 مشتق چپ = مشتق راست → $2 - 2x = x + a$ → $-2 = 2 + a$ → $a = -4$
 $b = 4$ ← $-4 + b = -2$ → $b = 2$

117- در تابع با ضابطه $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[0, 2]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در

$x = \frac{3}{4}$ چقدر بیشتر است؟

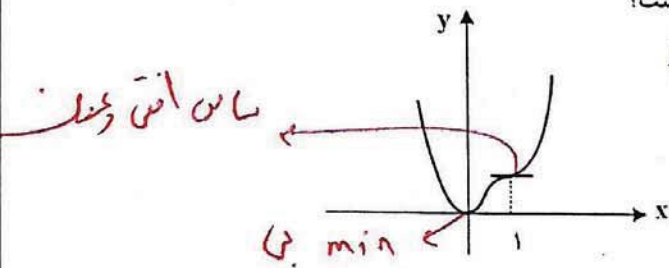
نوع اول $= \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(12) - 2}{2} = 5$

$\begin{matrix} 0,25 & (4) \\ 0,20 & (3) \\ 0,15 & (2) \\ 0,10 & (1) \end{matrix}$

لحظه‌ای $\rightarrow f'(x) = 1 \times \sqrt{4x+1} + (x+2) \times \frac{4}{2\sqrt{4x+1}} = 2 + \left(\frac{3}{2} + 2\right) = \frac{19}{2}$

$\rightarrow 5 - \frac{19}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$

118- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx^2 + cx$ است. کدام است a؟



$f(0) = 0 \rightarrow \dots = 0 \quad \checkmark$
 $f'(1) = 0 \rightarrow c = 0$
 $f''(1) = 0 \rightarrow 12x^2 + 2ax + 2bx + c = 0$
 $f''(1) = 0 \rightarrow 12 + 2a + 2b = 0$

- 8 (1)
- 7 (2)
- 5 (3)
- 4 (4)

$36x^2 + 4ax + 2b = 0 \rightarrow 36 + 4a + 2b = 0$
 $\rightarrow 3a = -24 \rightarrow a = -8$

$\begin{cases} 3a + 2b = -12 \\ 6a + 2b = -24 \end{cases}$

119- فاصله نقطه می‌نیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$ از خط مجانب قائم آن کدام است؟

$f' = \frac{(2x+2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^2+2x)}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)[(2x+2)(x-1) - 2(x^2+2x)]}{(x-1)^4}$

$= \frac{-2 - 4x}{(x-1)^3} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$: min

جاب $x=1$

$1 - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4}$

۱۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه ماتریسی $AX = A - 2I$ ، ماتریس X ، کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ (۲) $\checkmark \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = B$$

$$AX = B \rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۳۲- وتر مشترک دایره C با دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x = 6$ منطبق بر نیمساز ناحیه اول است. اگر دایره C از نقطه

$(-1, 4)$ بگذرد، معادله آن کدام است؟

(۲) $x^2 + y^2 + 2y - x = 6$

(۱) $x^2 + y^2 - y + 2x = 6$

(۴) $x^2 + y^2 - 2y - x = 6$ \checkmark

(۳) $x^2 + y^2 - 2y + x = 6$

دایره: $x^2 + y^2 + ax + by = c$

بسیار کردن دایره مشترک: $(x^2 + y^2 + ax + by) - (x^2 + y^2 - 4x) = c - 6$

$(a + 4)x + by = c - 6$

منطبق بر $y = x$
 $x - y = 0$

$\rightarrow \frac{a + 4}{1} = \frac{b}{-1} \rightarrow a + 4 = -b$

$(-1, 4) \rightarrow 1 + 4 - a + 4b = 6 \rightarrow -a + 4b = -11$

۱۳۵- در یک بیضی به اقطار $2\sqrt{5}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه M

قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل M از دو کانون بیضی، کدام است؟

(۳) ۱۸

(۲) ۱۶

(۱) ۱۲

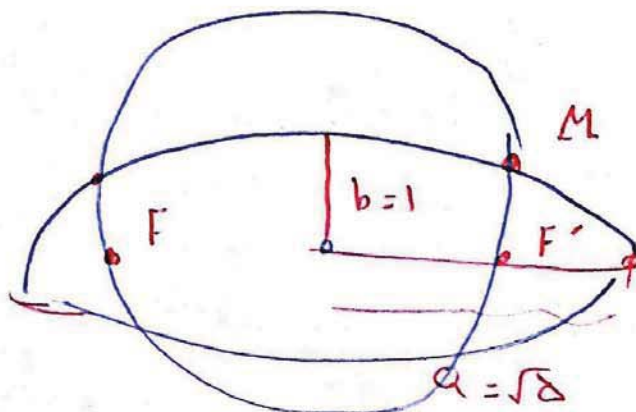
$\rightarrow b = -3$

$a = -1$

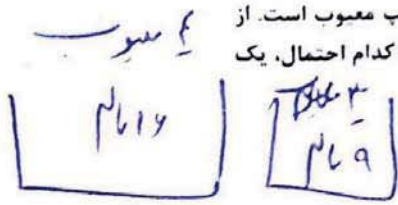
(۴) $a^2 = b^2 + c^2$

$c = 2$

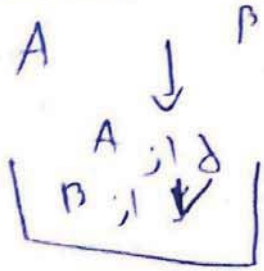
$MF^2 + MF'^2 = FF'^2$
 $= (2c)^2 = 16$



۱۳۸- در دو جعبه به ترتیب ۲۰ و ۱۲ لامپ موجود است. در جعبه اول ۴ لامپ و در جعبه دوم ۲ لامپ معیوب است. از جعبه اول ۵ لامپ و از جعبه دوم ۷ لامپ، به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می‌دهیم. با کدام احتمال، یک لامپ انتخابی از جعبه جدید، معیوب است؟



$\frac{5}{24}$ (۱) $\frac{11}{48}$ (۲) $\frac{13}{48}$ (۳) $\frac{7}{24}$ (۴)



$$\frac{5}{12} \times \frac{4}{20} + \frac{7}{12} \times \frac{3}{12} = \frac{11}{48}$$

۱۳۹- در دو پیشامد مستقل A و B، اگر $P(A \cap B) = 0.6$ و $P(A \cap B') = 0.2$ ، آنگاه $P(A \cup B')$ کدام است؟

$P(A)P(B) = \frac{2}{10}$ (۱) $P(A)P(B) = \frac{2}{10}$ (۲) $P(A)P(B) = \frac{2}{10}$ (۳) $P(A)P(B) = \frac{2}{10}$ (۴)

$P(A)P(B) = \frac{2}{10}$
 $P(A)P(B') = \frac{2}{10}$
 $P(A) = \frac{1}{10}$
 $\frac{P(B)}{P(B')} = 3 \rightarrow \frac{P(B)}{1-P(B)} = 3 \rightarrow P(B) = \frac{3}{4}$
 $P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B')$
 $= \frac{1}{10} + (1 - \frac{3}{4}) - \frac{1}{10}(1 - \frac{3}{4}) = \frac{13}{20}$

۱۴۰- نمرات ریاضی ۴۰ دانش‌آموز یک کلاس در جدول زیر آمده است. میانگین وزنی نمرات، کدام است؟

	۴	۳	۲	۱	۰	۱	۲	۳	۴
x	۱۰	۱۲	۱۴	۱۵	۱۷	۱۸			
f	۵	۸	۷	۱۰	۶	۴			

$\bar{x} = \frac{-20 - 12 + 0 + 10 + 18 + 14}{4} = \frac{8}{4} = 2 = 12$

چون از ۱۰ داده ما ۱۴ کم کردیم در آخر باید ۱۴ اضافه شود

$14 + 12 = 26$

۱۴۱- نرخ بیکاری یک کشور در ۱۰ سال گذشته به صورت زیر است. مقدار $\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ کدام است؟

۱۲٫۷، ۳۰٫۲، ۱۰٫۶، ۱۱٫۹، ۱۰٫۶، ۱۲٫۳، ۱۱٫۲، ۱۳٫۵، ۱۲٫۸، ۱۱٫۵

۰٫۲۷۵ (۴)

۰٫۱۷۵ (۳)

✓ -۰٫۱۲۵ (۲)

-۰٫۲۲۵ (۱)

۱۰٫۷ - ۱۰٫۷ - ۱۱٫۲ - ۱۱٫۵ - ۱۱٫۹ - ۱۲٫۳ - ۱۲٫۷ - ۱۲٫۸ - ۱۳٫۵ - ۳۰٫۲

Q_1

$$Q_3 = \frac{11.9 + 12.3}{2} = 12.1$$

Q_3

$$\frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{(11.2 + 12.1) - 2(12.1)}{12.1 - 11.2}$$

$$= \frac{23 - 24.2}{0.9}$$

$$= \frac{-1.2}{0.9} = -\frac{4}{3} = -\frac{1.33}{1}$$

$$= \frac{-1.2}{0.9} = -\frac{4}{3} = -\frac{1.33}{1}$$

$$= -\frac{1}{0.75} = -\frac{1.33}{1}$$