



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

96 قرقیان

سوالات و یاسن حسابان دیفرانسیل کنکور ریاضی

$$f(x) = \sqrt{x} f^{-1}(x), g(x) = x - e^x \text{ باشد، داشته نابع کدام است؟}$$

$[1, 2] (4)$

$[2, 3] (3)$

$[0, 2] (2)$

$[0, 2] (1) \checkmark$

$$y = r - e^x \rightarrow e^x = r - y \rightarrow \ln e^x = \ln(r - y) \rightarrow x = \ln(r - y), f(x) = \ln(r - x)$$

$$g(x) = \sqrt{x \cdot f(x)} \quad \text{دمنج: } x \cdot f(x) \geq 0 \rightarrow x \cdot \ln(r - x) \geq 0.$$

$$\boxed{x=0}, \ln(r-x)=0 \rightarrow \ln(r-x)=\ln 1, r-x=1 \rightarrow \boxed{x=2}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & - & + & + \\ \hline r & + & + & - \\ r-x & - & + & - \end{array} \quad [0, 2]$$

-۱۰۲ - به ازای کدام مقدار a ، معادله درجه دوم $x^2 - 2(a-2)x + 14 - a = 0$ ، دارای دوربینه مثبت است؟

$$0 < a < 14 (F) \checkmark \quad 2 < a < 14 (3) \quad 2 < a < 5 (2) \quad -2 < a < 2 (1)$$

چون عباره $x^2 - 2(a-2)x + 14 - a$ داره بین Δ داشتن $\Delta > 0$ داشت.

$$\Delta > 0 \rightarrow -(a-2)^2 - 4(1)(14-a) > 0 \rightarrow a > 2 \quad a < -2 \quad \text{جمع دهنر - ریشه ها صفت باشند} \quad A$$

$$S > 0 \rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow \frac{r(a-r)}{1} > 0 \rightarrow a-r > 0 \rightarrow a > r \quad B$$

$$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} > 0 \rightarrow \frac{14-a}{1} > 0 \rightarrow 14-a > 0 \rightarrow a < 14 \quad C$$

$$A \cap B \cap C \longrightarrow 0 < a < r$$

۹۶ قرقچیان

سوالات و پاسخ حسابان دیفرانسیل کنکور

- ۱۰۳ - تابع با خواصی $f(x) = a + \log_r(bx - c)$ از دو نقطه $(2, 6)$ و $(10, 12)$ می‌گذرد. کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳) ✓

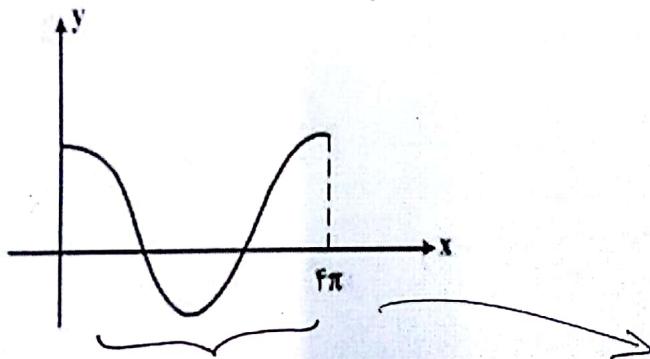
۴ (۲)

۳ (۱)

$$\begin{cases} f(2) = 6 \rightarrow 6 = a + \log_r^{r b - c} \\ f(10) = 12 \rightarrow 12 = a + \log_r^{10 b - c} \end{cases} \quad \text{برای رفع اختلاف بین دو معادله: } T = \log_r^{10 b - c} - \log_r^{2 b - c}$$

$$T = \log_r \frac{10b - c}{2b - c} \rightarrow r^T = \frac{10b - c}{2b - c} \rightarrow 10b = 4c, \boxed{b = c} \quad a + \log_r^{rx^T - c} = 6 \rightarrow \boxed{a = 0}$$

- ۱۰۴ - شکل رو به رو فرمی از نمودار تابع $y = \frac{1}{r} + 2\cos nx$ در نقطه $x = \frac{16\pi}{3}$ ، کدام است؟



$-\frac{1}{2}$ (۱) ✓

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۳)

صفر (۴)

با توجه به نمودار درجه سنجی تابع $T = 2\pi/n$

$$T = \frac{r\pi}{|a|} = r \rightarrow \frac{r\pi}{|m|} = r \quad \text{پس} \quad T = 2\pi/n$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{r} \rightarrow f(x) = \frac{1}{r} + 2\cos \frac{x}{r} \\ n &= \frac{17\pi}{r} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} f(\frac{17\pi}{r}) = \frac{1}{r} + 2\cos \frac{17\pi}{r} \end{array} \right.$$

$$\cos \frac{17\pi}{r} = \cos \frac{9\pi - \pi}{r} = \cos (\pi - \frac{\pi}{r}) = -\frac{1}{r} \rightarrow y = \frac{1}{r} + 2(-\frac{1}{r}) = -\frac{1}{r}$$

۱۰۵ - نمودارهای دو تابع $y = \varphi^x + \frac{1}{\varphi^x}$ و $y = (\frac{\sqrt{\varphi}}{\varphi})^x$ در نقطه A منقطع‌اند. فاصله نقطه A از نقطه $(-1, 1)$ کدام است؟

$\sqrt{5}$ (۴)

۲ (۳) ✓

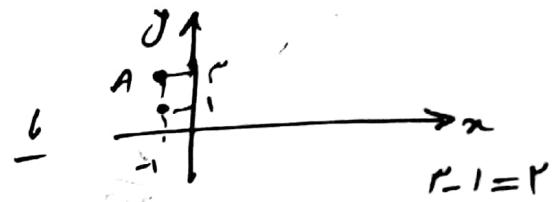
$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

$$(\frac{\sqrt{\varphi}}{\varphi})^x = \varphi^x + \frac{1}{\varphi^x} \rightarrow (\frac{1}{\varphi})^x = \varphi^x + \frac{1}{\varphi^x} \rightarrow (\frac{1}{\varphi})^x - \varphi^x = \frac{1}{\varphi} \rightarrow x = -1, y = 2$$

A(-1, 2)

$$B(-1, 1) \rightarrow AB = \sqrt{(-1+1)^2 + (2-1)^2} = 1$$



۱۰۶ - به ازای کدام مقدار m مجموع جذر هر دو ریشه معادله درجه دوم $2x^2 - (m+1)x + \frac{1}{4} = 0$ برابر ۲ می‌باشد؟

۶ (۴) ✓

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = r \xrightarrow{\text{فرضیه}} d + B + \sqrt{ab} = r \rightarrow S + \sqrt{P} = r$$

$$\left. \begin{array}{l} S = -\frac{b}{a} = \frac{m+1}{r} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{1}{12} \end{array} \right\} \quad \frac{m+1}{r} + \sqrt{\frac{1}{12}} = r \rightarrow \frac{m+1}{r} = r - \frac{1}{\sqrt{12}} \rightarrow m = 7$$

۱۰۷ - $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ و $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ باشند. دامنه کلیک $g \circ f$ کدام است؟

$R - \{-1, 1\}$ (۴)

$(-1, 1)$ (۳)

$\{0\}$ (۲) ✓

$[0, 1)$ (۱)

$$Dg \circ f = \{x \in Df \mid f(x) \in Dg\}$$

$$Df: 1-x^2 = 0 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow Df = R - \{-1, 1\}$$

$$Dg: x - x^2 \geq 0 \rightarrow x \in [0, 1] \rightarrow f(x) \in Dg \text{ مگر: } \frac{1+x^2}{1-x^2} < 1$$

$$\left| \frac{1+x^2}{1-x^2} - 1 \right| \leq 0 \rightarrow \frac{1+x^2}{1-x^2} \cdot \frac{1-x^2}{1-x^2} \leq 0 \rightarrow \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} \leq 0 \rightarrow x = 0$$

سوالات و پاسخ حسابان دیفرانسیل کنکور ریاضی

96 قرقچیان

1- حاصل $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ کدام است؟

۴) صفر

۱۰۳

$\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}$ ✓

$$\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{r}}{r}\right) = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{r}}{r}\right) = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{6}\right)$$

$$= \sin\left(\frac{\sqrt{7}\pi}{7}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{7}\right) = -\sin\frac{\pi}{7} = -\frac{1}{r}$$

2- حاصل $\frac{1}{\sin 15^\circ} - \frac{1}{\cos 15^\circ}$ کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۲) ✓

$\sqrt{6}$ (۳)

(۴)

$$\frac{\cos 15^\circ - \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{B-A}{\frac{1}{r} \sin r^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{r}}{\frac{1}{r}} = 2\sqrt{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{r} = A \\ \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{r} = B \end{array} \right.$$

3- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin x \sin 2x = \cos 2x$, کدام است؟

$\frac{k\pi}{r}$ (۱)

$k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۲)

$\frac{k\pi}{r} + \frac{\pi}{6}$ (۳) ✓

$\frac{k\pi}{r} - \frac{\pi}{6}$ (۴)

$$\sin n \cdot \sin r_n = -\frac{1}{r} \left[\cos r_n - \cos(-r_n) \right] = \cos r_n$$

$$\cos r_n - \cos r_n = -\cos r_n \rightarrow \cos r_n - 1 + \cos r_n = .$$

$$\cos r_n + \cos r_n - 1 = . \quad \begin{cases} \cos r_n = -1 \rightarrow r_n = 2k\pi + \pi, \\ \cos r_n = 1_r \end{cases} \quad n = k\pi + \frac{\pi}{r}$$

$$a+c=b \rightarrow -1, \frac{-c}{a}$$

$$r_n = 2k\pi \pm \frac{\pi}{r} \rightarrow n = k\pi \pm \frac{\pi}{r}$$

96 قرقچیان

سوالات و پاسخ حسابان دیفرانسیل کنکور ریاضی

$$\cos^m u \approx 1 - mu^2$$

۱۱۱- حد عبارت $\frac{\sqrt{\cos 3x} - \sqrt{\cos x}}{x}$ وقتی $x \rightarrow 0$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} (3) \quad -\frac{1}{2} (2) \quad -2 (1)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\cos x} &= (\cos x)^{\frac{1}{2}} \sim 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x)^2}{2} = 1 - \frac{2x^2}{2} \\ \sqrt{\cos x} &= (\cos x)^{\frac{1}{2}} \sim 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} = 1 - \frac{x^2}{4} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} -\frac{2x^2}{2} + \frac{x^2}{4} \\ \hline x^2 \end{array} \right\} = -2$$

۱۱۲- مشتق تابع $y = \sin u \rightarrow y' = u' \cos u$ در نقطه $x = 2\sqrt{2}$ کدام است؟ $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{r} + \tan^{-1}\frac{x}{r}\right)$

$$\frac{1}{4} (1) \quad \frac{1}{16} (2) \quad -\frac{1}{16} (3) \quad -\frac{1}{24} (4)$$

$$y' = \frac{1}{r} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{r} + \tan^{-1}\frac{x}{r}\right) \Rightarrow f'(r\sqrt{r}) = \frac{1}{r} \cos\left(\frac{\pi}{r} + \frac{\pi}{r}\right)$$

$$= \frac{1}{r} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) = \frac{1}{r} \times \left(-\frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{r^2}$$

۱۱۳- دنباله $\left\{ \frac{(-1)^n}{n} \right\}$ چگونه است؟ $n = 1, 2, 3, \dots$

(۱) نزولی - کراندار (۲) ممکن به صفر (۳) ممکن به -1

$(-1)^n$ < -1 فرود
1 زیاد

$$\left[\frac{(-1)^n}{n} \right] \rightarrow \left[\frac{-1}{n} \right] \text{ فرود} \rightarrow \left[\frac{-1}{\infty} \right] = [+] = -1$$

$$\left[\frac{(-1)^n}{n} \right] \rightarrow \left[\frac{1}{n} \right] \text{ زیاد} \rightarrow \left[\frac{1}{\infty} \right] = [+] = 0$$

سوالات و پاسخ حسابان دیفرانسیل کنکور ریاضی ۹۶ قرقیان

۱۱۴- تابع با صابطه $f(x) = \begin{cases} |x| + |-x| & ; x \notin \mathbb{Z} \\ a & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ به ازای کدام مقادیر a بر روی مجموعه اعداد حقیقی بیوسته است؟

(آزاد) [] به مفهوم جزو صحیح است)

۴) همواره ناپیوسته

۵)

۱۲)

-۱)

$$f(x) + [-x] = \begin{cases} -1 & ; x \neq 2 \\ . & ; x \in \mathbb{Z} \end{cases} \rightarrow \boxed{a = -1}$$

شرط پیرامون

۱۱۵- عرض از مبدأ خط ممکن است $y = x\sqrt{\frac{4x-2}{x-1}}$

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲) ✓

$\frac{1}{2}$ (۱)

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 1^2}{x-1}} = \sqrt{x^2 + x + 1 + \underbrace{\frac{1}{x-1}}_{0}} \sim \sqrt{c} \left| x + \frac{1}{1} \right| = x + \frac{1}{4}$$

۱۱۶- کوچکترین ریشه مثبت معادله $x^2 - 2x + 1 = 0$ در کدام بازه است؟

$(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (۴)

$(\frac{1}{2}, \frac{2}{5})$ (۵) ✓

$(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ (۲)

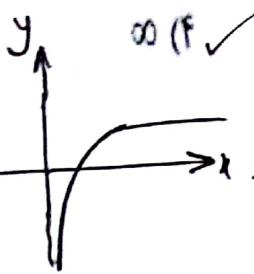
$(0, \frac{1}{2})$ (۱)

-تابع در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد و در آن طبقه برتر (a, b) این است که

$$f\left(\frac{1}{2}\right) < \cdot , f\left(\frac{2}{3}\right) > \cdot \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) \cdot f\left(\frac{2}{3}\right) < .$$

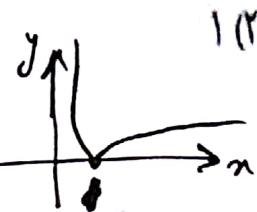
سایر شرط‌ها حلزب مثبت را

۱۱۷- اگر θ زاویه بین دو مماس چپ و راست در نقطه گوش نمودار تابع $y = |\ln x|$ باشد، $\tan \theta$ کدام است؟



۰۰ (۴) ✓

۳) صفر



۱) ۲

-۱) ۱

$$f_n = \begin{cases} \ln x & x > 0 \\ -\ln x & x < 0 \end{cases}$$

$$\tan \theta = \left| \frac{m - m'}{1 + mm'} \right| \quad f'_n = \begin{cases} \frac{1}{x} & n > 1 \rightarrow f'(1) = 1 \\ -\frac{1}{x} & n < 1 \rightarrow f'(1) = -1 \end{cases} \rightarrow \tan \theta = \left| \frac{1+1}{1-1} \right| = \infty$$

۱۱۸- اگر تابع f در $x=2$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(2x)}{x} = -3$ باشد، آنگاه مشتق $f(x)+4$ در $x=2$ کدام است؟

$$H.P.: \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f'(2^n)}{1} = f'(4) \quad \frac{1}{4} (۴)$$

$\frac{1}{4}$ (۳) ✓

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{4}$ (۱)

عدد $4 = 2^n$ مخصوص را باز کرده حین $\lim_{n \rightarrow \infty}$ کسر عدد 2^n است بسیار غیر $\frac{1}{2^n}$ را نمایم.

$$f'_c + v = 0 \quad f'(4) = -v \quad g(n) = \frac{f(r_n)}{n} \rightarrow g'(r_n) = \frac{rf'(r_n) - f(r_n)}{n^2}$$

$$g'(r) = \frac{4f'(4) - f'_c}{4}, \quad f'_c = -\frac{v}{4} \rightarrow \frac{4 \times (-\frac{v}{4}) - (-v)}{4} = \frac{1}{4}$$

۱۱۹- تابع با ضابطه $f(x) = x + \ln x$ مفروض است. معادله خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه تلاقی آن با نیمساز ربع اول، کدام است؟

$$2y - x = 1 (۴) \checkmark \quad 2x + y = 2 (۳) \quad 2x - y = 1 (۲) \quad y + 2x = 2 (۱)$$

حل-لائق f و f' را می‌دانیم $y = x$ را در f و f' جایگزین کنید.

$$x + \ln x = x \rightarrow \ln x = 0 \rightarrow x = 1, y = 1, (f^{-1})_b' = \frac{1}{f'_a}$$

$$(f^{-1})_1' = \frac{1}{f'_1}, \quad f'_a = 1 + \frac{1}{x} = 1 + 1 = 2 \rightarrow (f^{-1})_1' = \frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1) \rightarrow 2y - x = 1$$

سوالات و پاسخ حسابان دیفرانسیل کنکور ریاضی ۹۶ قرقچیان

$$x^r + y^r - xy^r - r^r = .$$

۵ (۴)

-۱۲۰- عرض از مبدأ خط قائم بر نمودار $x^r + y^r = 2xy + 2$ در نقطه $(1, 2)$ کدام است؟

۴ (۳)

۲ (۲)

۲ (۱)

$$\frac{y'}{x} = \frac{-f_x}{f_y} = -\frac{(2x^r - ry)}{(ry^r - rx)} \rightarrow y'(1, 2) = \frac{-r(1)^r - rx^r}{r(2)^r - rx^r} = \frac{1}{3}$$

$$\text{عرض از مبدأ خط تابع بر روی } y = -3x + 5 \rightarrow \text{شیوه تأمیل}$$

-۱۲۱- حجم کرهای با آهنگ ثابت ۳ سانتی‌متر مکعب در ثانیه افزایش دارد. در لحظه‌ای که قطر کره ۸ سانتی‌متر باشد، سطح کره چند است؟

$$V_t' = 3$$

۱/۶ (۴)

$$V_t' = 3$$

۱/۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

۱/۲ (۱)

سانتی‌متر مربع در ثانیه افزایش دارد؟ $\frac{dS}{dt}$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dR} \cdot \frac{dR}{dt} = \pi R^2 \cdot \frac{dr}{dt} = r^2 \pi (r) \cdot \frac{dr}{dt} = r^3 \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \frac{4}{3} \pi R^3 \\ \frac{dV}{dR} = 4\pi R^2 \end{array} \right.$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r}{2\pi}$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dR} \cdot \frac{dR}{dt} = 1\pi R \cdot \frac{r}{2\pi}$$

$$= 1\pi (4) \cdot \frac{r}{2\pi} = 1,6$$

-۱۲۲- نمودار تابع با ضبطه $f(x) = \cos^2 x - 2\cos x; x \in [0, 2\pi]$ در کدام بازه، نزولی و تغیر آن رو به پایین است؟

$$(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}) (۴)$$

$$(\frac{\pi}{3}, \pi) (۳)$$

$$(\pi, \frac{4\pi}{3}) (۲)$$

$$(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}) (۱)$$

در: $y' \leq 0$

$$\rightarrow -2\cos x \cdot \sin x + 2\sin x = \sin x (1 - 2\cos x) = .$$

$$\sin x = . \rightarrow x = . \text{ و } x = \pi, 2\pi$$

$$1 - 2\cos x = . \rightarrow \cos x = 1 \rightarrow x = ., 0\pi$$

$$y' \leq 0 \rightarrow -2\cos x \cdot \sin x + 2\sin x = . \rightarrow -2\cos x \sin x + 2\sin x = . \quad \cos x = . \rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
y'	+	+	-	-
y''	+	0	-	0

جواب

ناصیه از کامپیوچر دل منف باشند $\pi < x < \frac{4\pi}{3}$

96 قرقیان

سوالات و پاسخ حسابان دیفرانسیل کنکور ریاضی

۱۲۳ - سطح محدود به منحنی $y = \sqrt{1 - \cos 2x}$ و محور x هادر یک طاق آن، کدام است؟

$2\sqrt{2} \text{ (۴)}$

$2(3)$

$2\sqrt{2} \text{ (۲) } \checkmark$

$2(1)$

$$\text{ردایم: } \sin x = \frac{1 - \cos x}{2} \rightarrow 1 - \cos x = 2 \sin^2 x \rightarrow y = \sqrt{2 \sin^2 x} =$$

$$= \sqrt{2} |\sin x|$$

$$y = |\sin x|$$



مساحت
هر طاق $\int_{0}^{2\pi} |\sin x| dx$

$$S = \int_0^{2\pi} |\sin x| dx = 2 \int_0^{\pi} \sin x dx$$

۱۲۴ - حاصل انتگرال $\int_0^{\pi} |1 - \sqrt{x}| dx$ کدام است؟

$2(4)$

$2(3)$

$\frac{5}{3} (2)$

$\frac{4}{3} (1)$

$$1 - \sqrt{x} = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 1 \rightarrow |1 - \sqrt{x}| \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & x \geq 1 \\ \sqrt{x} - 1 & x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi} |1 - \sqrt{x}| dx &= \int_0^1 (1 - \sqrt{x}) dx + \int_1^{\pi} (\sqrt{x} - 1) dx = x - \frac{1}{\mu} x \sqrt{x} \Big|_0^1 + \\ &\quad \left. \frac{1}{\mu} x \sqrt{x} - x \right|_1^{\pi} = \left[\left(1 - \frac{1}{\mu} \right) - 0 \right] + \left[\left(\frac{1}{\mu} \pi \sqrt{\pi} - \pi \right) - \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right) \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\mu} + \frac{\pi}{\mu} + \frac{1}{\mu} = \frac{2}{\mu}$$

قرچیان 09121057533