



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

$$f(x) = 3 - e^x$$

$$g(x) = \sqrt{x f^{-1}(x)} \rightarrow x f^{-1}(x) > 0 \rightarrow \text{با این عبارت می‌توانیم علامت را بسنجیم}$$

$$\boxed{x=0}$$

$$f^{-1}(x) = 0 \rightarrow f(0) = x \rightarrow f(0) = 3 - e^0 \rightarrow \boxed{x=2}$$

$$x f^{-1}(x) \begin{array}{c} 0 \quad 2 \\ | \quad | \\ - \quad + \quad - \end{array} \rightarrow [0, 2]$$

۱۵۲

 $\Delta' > 0$

حول می‌زنیم درجه دوم، ۲ ریشه داریم

هر ۲ ریشه (+) باشد

$$\begin{array}{l} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{array}$$

$$\Delta' > 0 \rightarrow \Delta' = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta' = (a-2)^2 - (14-a) > 0 \rightarrow a^2 - 3a - 10 > 0$$

$$\rightarrow (a-5)(a+2) > 0 \rightarrow \boxed{a > 5 \vee a < -2} \quad \text{I}$$

$$\text{II, } -\frac{b}{a} > 0 \rightarrow \frac{2(a-2)}{1} > 0 \rightarrow \boxed{a > 2} \quad \text{II}$$

$$\text{III, } \frac{c}{a} > 0 \rightarrow 14 - a > 0 \rightarrow \boxed{14 > a} \quad \text{III}$$

با تست کردن (I) و (II) و (III) نتیجه

$$5 < a < 14$$

۱۰۳) حول معطرات ۲ نقطه می‌اندازیم. دایره می‌شود. فقط ۲ نقطه در نقاط مشخص می‌اندازیم.

$$f(x) = a + \log_2(bx - 4)$$

$$f(2) = 6 \rightarrow a + \log_2(2b - 4) = 6 \quad \text{I}$$

$$f(12) = 10 \rightarrow a + \log_2(12b - 4) = 10 \quad \text{II}$$

معادله اول را از معادله دوم منهای می‌کنیم تا a حذف شود و b را بدست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a + \log_2(2b - 4) = 6 \\ a + \log_2(12b - 4) = 10 \end{cases} \rightarrow \log_2(12b - 4) - \log_2(2b - 4) = 4 \end{aligned}$$

$$\log_2 \frac{12b - 4}{2b - 4} = 4 \rightarrow \frac{12b - 4}{2b - 4} = 16 \rightarrow$$

$$12b - 4 = 32b - 64 \rightarrow -20b = -60 \rightarrow \boxed{b = 3}$$

$$a + \log_2(36 - 4) = 10 \rightarrow a + \log_2 32 = 10 \rightarrow a + 5 = 10 \rightarrow \boxed{a = 5}$$

۱۰۴ ماکو به پرسنل سوال خود نامه ارسال

$$T = 4\pi$$

$$f(x) = \frac{1}{2} + 2\cos mx \rightarrow T = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|m|} \rightarrow |m| = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{m = \pm \frac{1}{2}}$$

$$f\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} + 2\cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

ماکو به پرسنل سوال خود نامه ارسال

$$f\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

ماکو به پرسنل سوال خود نامه ارسال

105. دو معادله را در یک دستگاه معادلات خطی قرار دهید. برای هر یک از معادلات، یک ضابطه برای x و y پیدا کنید.

$$y_1 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x} \rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x} = 3^x + \frac{8}{3} \rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x} = 3^x + \frac{8}{3}$$

$$y_2 = 3^x + \frac{8}{3}$$

$$\rightarrow \left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^{2x} = 3^x + \frac{8}{3} \rightarrow 3^{-x} = 3^x + \frac{8}{3} \rightarrow \frac{1}{3^x} = 3^x + \frac{8}{3}$$

با تغییر متغیر $3^x = t$ معادله به یک معادله درجه دوم تبدیل می‌شود.

$$\frac{1}{t} = t + 8 \rightarrow 1 = t^2 + 8t \xrightarrow{\times 3} 3 = 3t^2 + 8t \rightarrow$$

$$3t^2 + 8t - 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 64 - 4(3)(-3) \rightarrow \Delta = 64 + 36 = 100$$

$$t_1 = \frac{-8 + 10}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow 3^x = \frac{1}{3} \rightarrow \boxed{x = -1}$$

$$t_2 = \frac{-8 - 10}{6} = -3$$

با قرار دادن $x = -1$ در معادله $y = 3^x$

نقطه $(-1, 3)$ را به عنوان یک نقطه می‌گیریم.

$$\rightarrow \sqrt{(-1 - (-1))^2 + (3 - 1)^2} = 2$$

نقطه $(-1, 3)$ را به عنوان یک نقطه می‌گیریم.

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = t \xrightarrow{\text{طرفین را توان دوم}} x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = t^2$$

(106)

$$\rightarrow -\frac{b}{a} + 2\sqrt{\frac{c}{a}} = t^2 \rightarrow -\frac{-(m+1)}{2} + 2\sqrt{\frac{\frac{1}{8}}{2}} = 4$$

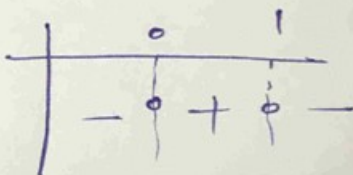
$$\frac{m+1}{2} + \frac{1}{2} = 4 \rightarrow \frac{m+1}{2} = 4 - \frac{1}{2} \rightarrow \frac{m+1}{2} = \frac{7}{2} \rightarrow \boxed{m=6}$$

$$D_{g \circ f} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\}$$

(107) تابع مرکب را بنویسید

$$D_f = 1 - x^2 \neq 0 \rightarrow \boxed{x \neq \pm 1}$$

$$D_g = x - x^2 > 0 \rightarrow x(1-x) > 0$$



$$\boxed{0 < x < 1}$$

$$D_{g \circ f} = \left\{ x \neq \pm 1 \mid 0 < \frac{1+x^2}{1-x^2} < 1 \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < \frac{1+x^2}{1-x^2} \rightarrow 1-x^2 > 0 \rightarrow \boxed{-1 < x < 1} \\ \frac{1+x^2}{1-x^2} < 1 \xrightarrow{1-x^2 > 0} 1+x^2 < 1-x^2 \end{array} \right.$$

$$2x^2 < 0 \rightarrow \boxed{x=0}$$

$$\rightarrow \left\{ x \neq \pm 1 \mid x=0 \right\} \rightarrow \boxed{D_{g \circ f} = \{0\}} \rightarrow \text{جواب سوال}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \pi - \cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \pi - \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \quad (108)$$

$$\sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\sin 15} - \frac{1}{\cos 15} = \frac{\cos 15 - \sin 15}{\sin 15 \cos 15} = \frac{-\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})}{\frac{1}{2} \sin(15 \times 2)} = \frac{\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - 15)}{\frac{1}{2} \sin 30} \quad (109)$$

$$= \frac{\sqrt{2} \sin 30}{\frac{1}{2} \sin 30} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \sin x \sin 3x &= \cos 2x \rightarrow -\frac{1}{2} (\cos 4x - \cos(-2x)) = \cos 2x \rightarrow \\ &= -\frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 2x) = \cos 2x \rightarrow -\frac{1}{2} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x = \cos 2x \\ \Rightarrow -\frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x &= 0 \rightarrow -\frac{1}{2} (\cos 4x + \cos 2x) = 0 \rightarrow \\ \cos 4x + \cos 2x &= 0 \rightarrow 2 \cos\left(\frac{4x+2x}{2}\right) \cos\left(\frac{4x-2x}{2}\right) = 0 \rightarrow 2 \cos 3x \cos x = 0 \\ \cos 3x &= 0 \rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}} \quad (I) \quad \checkmark \\ \cos x &= 0 \rightarrow \boxed{x = k\pi + \frac{\pi}{2}} \end{aligned} \quad \text{جواب I و II با هم فرق دارد}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos 3x} - \sqrt{\cos x}}{x^2} &\xrightarrow{\text{فرم 0/0}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos 3x} - \sqrt{\cos x}}{x^2} \times \frac{\sqrt{\cos 3x} + \sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos 3x} + \sqrt{\cos x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{2x^2} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3 \sin 3x + \sin x}{4x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-9x + x}{4x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-8x}{4x} = -2 \end{aligned}$$

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \tan^{-1} \frac{x}{2}\right) \rightarrow f'(x) = \cos v$$

(112)

$$\rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \left(\frac{x}{2}\right)^2} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \tan^{-1} \frac{x}{2}\right) \xrightarrow{x=2\sqrt{3}}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \tan^{-1} \frac{2\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{1}{8} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{8} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{16}$$

$$a_n = \left[\frac{(-1)^n}{n} \right] \begin{cases} \rightarrow \left[\frac{1}{n} \right] = \left[+\epsilon_0 \right] = 0 \\ \rightarrow \left[-\frac{1}{n} \right] = \left[-\epsilon_0 \right] = -1 \end{cases}$$

$n \in 2k$

(113)

$n \in 2k+1$

دسته‌های اعداد صحیح

$$[v] + [-v] = \begin{cases} -1 & v \notin \mathbb{Z} \\ 0 & v \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (114)$$

$$f(x) = \begin{cases} -1 & x \notin \mathbb{Z} \\ a & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{a = -1}$$

مجموعه

$$f(x) = x \sqrt[n]{\frac{x+a}{x+b}} \rightarrow y = x + \frac{a-b}{n}$$

$$f(x) = x \sqrt{\frac{4x-3}{x-1}} \Rightarrow f(x) = x \sqrt{\frac{4(x-\frac{3}{4})}{x-1}} = 2x \sqrt{\frac{x-\frac{3}{4}}{x-1}} \rightarrow$$

$$y = 2 \left(x + \frac{-\frac{3}{4} - (-1)}{2} \right) \rightarrow y = 2x + \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{h = \frac{1}{4}}$$

116) به کمک جدول می‌توانیم جدول تابع $f(x)$ را به کمک تغییرات x و y بسازیم.

$$f(0) = 1$$

$$f\left(\frac{2}{5}\right) = -\frac{17}{125}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{8}$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{19}{27}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) f\left(\frac{2}{3}\right) < 0 \rightarrow \text{نشان دهنده اینکه یک ریشه دارد.}$$

117) $\ln x = 0 \rightarrow \log_e x = 0 \rightarrow x = e^0 = 1$ $\leftarrow$ نقطه تقاطع منحنی با محور x در $x=1$ است.

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & x > 1 \\ -\ln x & x < 1 \end{cases}$$

$$x > 1 \rightarrow f(x) = \ln x$$

$$x < 1 \rightarrow f(x) = -\ln x$$

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2}}$$

نقطه $x=1$ نقطه تقاطع منحنی با محور x است.

محور y را به عنوان محور تقاطع می‌نامند.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)+7}{x-4} = -\frac{3}{2}$$

محل وقوع نرس منفرجه و نرس مستقیم و نرس منفرجه

$$\boxed{f(4) = -7}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)+7}{x-4} = \frac{0}{0} \xrightarrow{HOP} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f'(x)}{1} = -\frac{3}{2} \rightarrow \boxed{f'(4) = -\frac{3}{2}}$$

$$\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = \frac{2f'(x)(x) - (1)f(x)}{x^2} \xrightarrow{x=2} = \frac{2f'(4)(2) - (1)f(4)}{(2)^2}$$

$$\rightarrow = \frac{2 \times -\frac{3}{2} \times 2 - (1) \times -7}{4} = \frac{-6 + 7}{4} = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = x + \ln x$$

$$y = x \rightarrow$$

نفساً از خود

$$x + \ln x = x \rightarrow \ln x = 0 \rightarrow \boxed{x = 1}$$

$$\boxed{y = 1}$$

$$(1,1) \in f(x) \Rightarrow (1,1) \in f'$$

$$\boxed{f^{-1}'(1) = \frac{1}{f'(1)}}$$

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1) \rightarrow \boxed{2y - x = 1}$$

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = 1 + \frac{1}{1} = 2 \rightarrow f'(1) = \frac{1}{2}$$

$$x^3 + y^3 = 3xy + 3 \rightarrow x^3 + y^3 - 3xy - 3 = 0 \rightarrow$$

120

$$f'_x = - \frac{f'_{xy}}{f'_y} \rightarrow f'_x = - \frac{3x^2 - 3y}{3y^2 - 3x} \xrightarrow{(1,2)} f'_x = - \frac{3-6}{3(4)-3}$$

$$\rightarrow f'_x = - \frac{-3}{9} \rightarrow f'_x = \frac{1}{3} \rightarrow f'_y = -3$$

$$y - 2 = -3(x - 1) \Rightarrow y - 2 = -3x + 3 \Rightarrow y = -3x + 5 \xrightarrow{x=0} \boxed{h=5}$$

$$\begin{cases} V_t' = 3 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \\ d_0 = 8 \\ S_t' = ? \end{cases}$$

(121)

$$\begin{cases} V = \frac{4}{3} \pi r^3 \\ S = 4 \pi r^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Diagram of a sphere}} \begin{cases} V_t' = 4 \pi r_t^2 r_t' \rightarrow 3 = 4 \pi (4)^2 (r_t') \rightarrow r_t' = \frac{3}{64 \pi} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \\ S_t' = 8 \pi r_t r_t' = 8 \pi (4) \left(\frac{3}{64 \pi} \right) = 1.5 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$f(x) = \cos^2 x - 2 \cos x$$

(122)

$$f'(x) = -2 \sin x \cos x + 2 \sin x = 2 \sin x (1 - \cos x) \rightarrow$$

$f'(x) = 2 \sin x (1 - \cos x)$
 در $x = 0$ و $x = \pi$

در $x = 0$ و $x = \pi$ - $\cos x$ - $\sin x$ - $\cos x$ - $\sin x$

نقطه 1 و 3 حذف شود

$$f''(x) = 2 \cos x (1 - \cos x) + 2 \sin x (-\sin x) = 2 \cos x - 2 \cos^2 x + 2 \sin^2 x \rightarrow$$

$$\rightarrow 2 \cos x - 2 \cos^2 x + 2(1 - \cos^2 x) \rightarrow f''(x) = -4 \cos^2 x + 2 \cos x + 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -4 \left(\cos x - 1 \right) \left(\cos x + \frac{1}{2} \right)$$

$-4(\cos x - 1)$
 حلقه ناقص

$\cos x - 1$ حلقه ناقص
 حلقه

$f''(x) = -4 \left(\cos x - 1 \right) \left(\cos x + \frac{1}{2} \right) \rightarrow$
 حلقه ناقص
 حلقه ناقص
 حلقه ناقص
 حلقه ناقص

$$g = \sqrt{1 - \cos 2x} = \sqrt{2 \sin^2 x} = \sqrt{2} |\sin x|$$

(123)

باید ریشه خنثی را اعمال بر خودمانور نمائیم و باید که ریشه کنیم

$$|\sin x| = 0 \rightarrow \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \xrightarrow{\text{با توجه به بازه}} \boxed{x = \pi}$$

$$\int_0^{\pi} \sqrt{2} |\sin x| dx \xrightarrow[\text{در این بازه مثبت است}]{(+)\sin} \int_0^{\pi} \sqrt{2} \sin x dx = \sqrt{2} \int_0^{\pi} \sin x dx \rightarrow$$

$$-\sqrt{2} \cos x \Big|_0^{\pi} = -\sqrt{2} (\cos \pi - \cos 0) = -\sqrt{2} (-1 - 1) = \underline{\underline{+2\sqrt{2}}}$$

(124) باید هر دو طرف را با یکدیگر ریشه داخل هر دو طرف بسازیم و بسازیم

$$1 - \sqrt{x} = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 1 \rightarrow \boxed{x = 1}$$

$$\int_0^4 |1 - \sqrt{x}| dx = \int_0^1 (1 - \sqrt{x}) dx + \int_1^4 (\sqrt{x} - 1) dx$$

$$= \int_0^1 (1) dx - \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^4 (\sqrt{x}) dx - \int_1^4 (1) dx =$$

$$\underbrace{x \Big|_0^1 - \frac{2}{3} x \sqrt{x} \Big|_0^1} + \frac{2}{3} x \sqrt{x} \Big|_1^4 - x \Big|_1^4$$

$$(1 - 0) - \frac{2}{3} (1 - 0) + \frac{2}{3} (8 - 1) - (3) = \underline{\underline{2}}$$