



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:

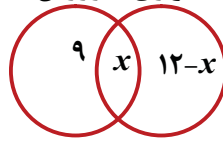


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

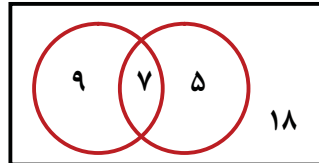
پاسخ کنکور سراسری سال ۹۸ (رشته ریاضی فیزیک)

سوال ۱۰۱: گزینه ۴

روزنامه دیواری ورزش



$$9 + x = 16 \Rightarrow x = 7$$



۱۸ نفر در هیچ گروهی نیستند

سوال ۱۰۲: گزینه ۲

$$A = \sqrt[4]{4^3 \sqrt{16}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}$$

$$A = \sqrt[4]{4^3 \sqrt{16} 2^3}$$

$$A = \sqrt[4]{2^2 \sqrt{2^4} \times 2^3}$$

$$A = \sqrt[4]{2^2 \sqrt{2^4} \times 2^3} = \sqrt[4]{2^{10}} \times 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^8} \times 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt{2^2} \times 2^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{2}{2}} \times 2^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{2}{2} + \frac{3}{4}} = 2^{\frac{7}{4}} = 2^2$$

$$\Rightarrow 2A = 8 \Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = (8)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

سوال ۱۰۳: ؟؟؟؟

$$(2m-1)x^2 + 6x + (m-2) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{دو ریشه حقیقی}} \Delta' > 0 \Rightarrow 3^2 - (2m-1)(m-2) > 0 \Rightarrow 9 - (2m^2 - 4m - m + 2) > 0$$

$$\Rightarrow 7 - 2m^2 + 5m > 0 \Rightarrow 2m^2 - 5m - 7 < 0 \Rightarrow (m+1)(2m-7) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < m < \frac{7}{2}$$

البته توجه کنید که سوال گفته معادله درجه دوم، پس ضریب x^2 نباید صفر باشد یعنی: $m \neq \frac{1}{2}$

جواب درست: $-1 < m < \frac{7}{2} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

سوال ۱۰۴: گزینه ۱

$$f(x) = -x^2 + 2x + 5$$

$$f(x) = -x^2 + 2x - 1 + 1 + 5 = -(x-1)^2 + 6$$

$$\xrightarrow[\text{مثبت}]{\text{سه واحد به طرف } x \text{ های}} \xrightarrow{x \rightarrow x-3} -(x-4)^2 + 6$$

$$\xrightarrow[\text{منفی}]{\text{دو واحد به طرف } y \text{ های}} -(x-4)^2 + 4$$

$$-(x^2 - 8x + 16) + 4 = -x^2 + 8x - 16 + 4 > x$$

$$x^2 - 7x + 12 < 0 \Rightarrow (x-4)(x-3) < 0 \Rightarrow 3 < x < 4$$

سوال ۱۰۵: گزینه ۲

$$14, \dots, 98$$

$$\text{تعداد} = \frac{98-14}{7} + 1 = 13$$

$$\text{مجموع} = \frac{13}{2}(14+98) = 728$$

سوال ۱۰۶: گزینه ۴

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20}\right) 20 \circ (x)(x+9) \Rightarrow 20 \circ (x+9) + 20 \circ (x) = x^2 + 9x$$

$$\Rightarrow 20x + 180 + 20x = x^2 + 9x \Rightarrow 40x + 180 = x^2 + 9x$$

$$\Rightarrow x^2 - 31x = 180 \Rightarrow x(x-31) = 180$$

$$\Rightarrow x(x-31) = -5 \times -36 \text{ یا } 36 \times 5 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 36 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

سوال ۱۰۷: گزینه ۱

$$f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}, \quad g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1)\}$$

$$\Rightarrow f^{-1} = \{(2,1), (5,2), (4,3), (6,4)\}$$

$$\text{gof}^{-1} : \begin{cases} 2 \xrightarrow{f^{-1}} 1 \xrightarrow{g} x \\ 5 \xrightarrow{f^{-1}} 2 \xrightarrow{g} 3 \rightarrow (5,3) \\ 4 \xrightarrow{f^{-1}} 3 \xrightarrow{g} 1 \rightarrow (4,1) \\ 6 \xrightarrow{f^{-1}} 4 \xrightarrow{g} 2 \rightarrow (6,2) \end{cases} \Rightarrow \text{gof}^{-1} : \{(5,3), (4,1), (6,2)\}$$

$$\Rightarrow \frac{g}{\text{gof}^{-1}} = \left\{ \left(4, \frac{2}{1}\right), \left(5, \frac{6}{3}\right) \right\} = \{(4,2), (5,2)\}$$

سوال ۱۰۸: گزینه ۴

$$\begin{cases} f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B} \\ y = x^2 - x \rightarrow \begin{cases} y(1) = 0 \\ y(2) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 2 \end{cases} \end{cases}$$

$$f(1) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 2 \Rightarrow \boxed{A+B = -1}$$

$$f(2) = 2 \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 4 = 2^2 \Rightarrow \boxed{2A+B = -2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2A+B = -2 \\ A+B = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \Rightarrow f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + 8 = 6$$

سوال ۱۰۹: گزینه ۲

$$\tan \frac{11\pi}{4} + \sin \frac{15\pi}{4} \cos \frac{13\pi}{4} = \tan \frac{11\pi}{4} = \tan \left(\frac{12\pi - \pi}{4} \right)$$

$$= \tan \left(3\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$$

$$\sin \frac{15\pi}{4} = \sin \left(\frac{16\pi - \pi}{4} \right) = \sin \left(4\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{13\pi}{4} = \cos \left(\frac{12\pi + \pi}{4} \right) = \cos \left(3\pi + \frac{\pi}{4} \right) = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$A = -1 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

سوال ۱۱۰: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a \cos x + \cos a \sin x - \sin a}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a+x) - \sin a}{x} = \text{تعریف مشتق } \sin x \text{ است}$$

$$\underline{\underline{HOP}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x)}{1} = \cos a$$

سوال ۱۱۱: گزینه ۳

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} & x > 2 \\ ax-1 & x \leq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-6}{x-\sqrt{x+2}} \stackrel{\circ}{=} \underset{\circ}{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3}{1 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}} = \frac{3}{1 - \frac{1}{4}} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} ax-1 = 2a-1 \Rightarrow 2a-1 = 4 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

سوال ۱۱۲: گزینه ۳

$$y = 1 + a \sin bx \cos bx = 1 + \frac{a}{2} \sin 2bx$$

a و b با توجه به شکل هم علامت هستند و چون در گزینه هم مثبت هستند a و b را مثبت در نظر می گیریم:

$$y_{\max} = 1 + \frac{a}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$$

$$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{2b} = \frac{\pi}{b} = \pi \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 2$$

سوال ۱۱۳: گزینه ۱

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow (\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x)$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow (\sin x + \cos x) \left(1 - \frac{1}{2} \sin 2x\right) = 1 - \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \sin 2x = 0 \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = 2 \quad \text{غ ق ق} \\ \sin x + \cos x = 1 \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \Rightarrow x = 0, 2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب ها: } 0 + 2\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

سوال ۱۱۴: گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 5}{x^2 + ax + b} = -\infty$$

واضح است که $x = 2$ ریشه مضاعف مخرج است یعنی مخرج برابر است با $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$ پس $a + b = 0$ است.

سوال ۱۱۵: گزینه ۳

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}, \quad g(x) = x + \sqrt{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \text{تعریف مشتق}$$

$$\Rightarrow f'(2) = \frac{4}{3}, \quad g'(x) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(f \circ g)'(1) = g'(1) \cdot f'(g(1)) \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{1}}\right) f'(2) = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{4}{3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2$$

سوال ۱۱۶: گزینه ۱

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{array}{c} \circ \quad 2 \\ |x^2 - 2x| + \quad | \quad - \quad | + \end{array}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Rightarrow -4 + 2(2) = \frac{1}{2}(2)^2 + a(2) + b$$

$$\Rightarrow 0 = 2 + 2a + b \Rightarrow \boxed{2a + b = -2}$$

$$f'(x) = \begin{cases} -2x + 2 & x < 2 \\ x + a & x > 2 \end{cases} \Rightarrow f'_+(2) = f'_-(2) \Rightarrow 2 + a = -2 \Rightarrow \boxed{a = -4}$$

$$\Rightarrow -8 + b = -2 \Rightarrow \boxed{b = 6} \Rightarrow a + b = 2$$

سوال ۱۱۷: گزینه ۴

$$f(x) = (x + 2)\sqrt{4x + 1}$$

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{(2 + 2)\sqrt{4(2) + 1} - (0 + 2)\sqrt{4(0) + 1}}{2 - 0} = \frac{4\sqrt{9} - 2\sqrt{1}}{2 - 0}$$

$$= \frac{f(3) - 2}{3 - 0} = \frac{10}{3} = 5$$

$$f'\left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow f'(x) = 1 \times \sqrt{4x+1} + (x+2) \frac{4}{2\sqrt{4x+1}}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{3}{4}\right) = 1 \times \sqrt{4} + \frac{11}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{4}} = 2 + \frac{11}{4} = \frac{19}{4} \Rightarrow 5 - \frac{19}{4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

سوال ۱۱۸: گزینه ۱

$$f'(0) = 0 \Rightarrow f'(x) = 12x^2 + 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow f'(0) = 0 \Rightarrow \boxed{c = 0}$$

$$f'(1) = f''(1) = 0 \Rightarrow \boxed{12 + 3a + 2b = 0}$$

$$f''(x) = 24x + 6a + 2b \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 24 + 6a + 2b = 0 \Rightarrow \boxed{3a + b = -12}$$

$$\begin{cases} 3a + b = -12 \\ 3a + 2b = -12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 0 \Rightarrow a = -4$$

سوال ۱۱۹: گزینه ۳

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^2+2x)}{(x-1)^2} = \frac{2(x-1)((x+1)(x-1) - (x^2+2x))}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2(x-1)((x^2-1) - (x^2+2x))}{(x-1)^2} = \frac{2(x-1)(-2x-1)}{(x-1)^2} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ طول مینیمم مطلق}$$

$$\text{مجاوب قائم: } x = 1 \rightarrow \text{فاصله: } 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

سوال ۱۵۰: گزینه ۱

$$f(x) = \cos^2\left(\frac{\pi}{12} + \tan^{-1} x\right) = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi}{6} + 2 \tan^{-1} x\right)}{2} = \frac{1}{2} + \frac{\cos\left(2 \tan^{-1} x + \frac{\pi}{6}\right)}{2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1+x^2} \cdot \sin\left(2 \tan^{-1} x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{-1}{1+\frac{1}{3}} \sin\left(2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{3}{4} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3}{4}$$

سوال ۱۵۱: گزینه ۳

$$\int_1^{\Delta} \frac{x^2-1}{x^2} dx = \int_1^{\Delta} (1-x^{-2}) dx = (x+x^{-1}) \Big|_1^{\Delta} = \left(\Delta + \frac{1}{\Delta}\right) - (1+1) = \Delta + \frac{1}{\Delta} - 2 = \frac{16}{5}$$

$$f(c) = \frac{1}{\Delta-1} \int_1^{\Delta} f(x) dx \Rightarrow f(c) = \frac{1}{4} \times \frac{16}{5} \Rightarrow f(c) = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-1}{x^2} = \frac{4}{5} = \frac{\Delta-1}{\Delta} \Rightarrow x^2 = \Delta \Rightarrow x = \sqrt{\Delta}$$

سوال ۱۵۲: گزینه ۴

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}} dx = \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2}} dx = \int_0^{2\pi} \left| \sin \frac{x}{2} \right| dx$$

$$\xrightarrow{0 < x < 2\pi \Rightarrow 0 < \frac{x}{2} < \pi} \int_0^{2\pi} \sin \frac{x}{2} dx = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^{2\pi} = -2(\cos \pi - \cos 0) = -2(-1-1) = 4$$

sin $\frac{x}{2}$ مثبت است