



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

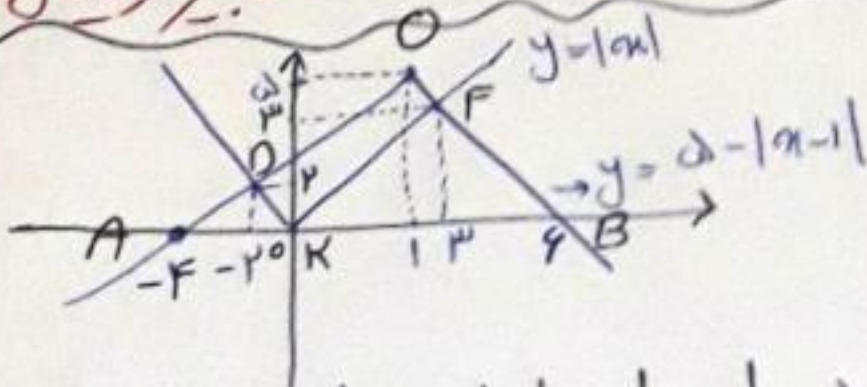
و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)



۱۵۱- فرضیه ۱
 ۱) مقدار در مورد $y = 5 - |x - 1|$ را با محور y چابک می‌آوریم.
 $5 - |x - 1| = 0 \rightarrow |x - 1| = 5 \rightarrow x - 1 = \pm 5$
 $x = 6$ یا $x = -4$

۲) نقاط برخورد دو خط به هم را به دست می‌آوریم.
 $|x| = 5 - |x - 1| \rightarrow |x| + |x - 1| = 5$

→ $x + x - 1 = 5 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$
 → $-x - x + 1 = 5 \rightarrow -2x = 4 \rightarrow x = -2$
 برای یافتن
 ۳) مساحت ناحیه‌ی محدود گمانی است

$S_{OAB} - S_{DAK} - S_{KFB}$

$\frac{10 \times 5}{2} - \frac{4 \times 2}{2} - \frac{4 \times 3}{2} = 25 - 4 - 6 = 25 - 10 = 15$

a_n و $\frac{19}{20} a_n$

۱۵۲- فرضیه ۱
 ۱) فرض می‌کنیم در روز اول بارش a_n باشد، چون $\frac{19}{20}$ بار در روزانه از دست می‌دهد، پس بار روز دوم برابر است با:

$a_n - \frac{1}{20} a_n = a_n - \frac{1}{20} a_n = \frac{19}{20} a_n$

$t_n = a_n \left(\frac{19}{20}\right)^n$
 $[n = 0, 1, 2, \dots]$

۲) جواب: دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_n و قدرنسبت $\frac{19}{20}$

$a_n \left(\frac{19}{20}\right)^n = \frac{1}{2} a_n$

$\left(\frac{19}{20}\right)^n = \frac{1}{2}$ → $\frac{19}{20}$ درصتی که $\frac{1}{2}$ می‌شود

۳) معادله را تشکیل می‌دهیم:

$\log \left(\frac{19}{20}\right)^n = \log \frac{1}{2}$

→ $n = \frac{\log \frac{1}{2}}{\log \frac{19}{20}} = \frac{-\log 2}{\log 19 - \log 20} = \frac{-\log 2}{\log 19 - \log 2 \times 10} = \frac{-\log 2}{\log 19 - 2 \log 2 - \log 10}$

$n = \frac{-\log 2}{\log 19 - 2 \log 2 - (1 - \log 2)} = \frac{-\log 2}{\log 19 - 2 \log 2 - 1 + \log 2} = \frac{-\log 2}{\log 19 - \log 2 - 1} = \frac{-0.301}{1.279 - 0.301 - 1} = \frac{-0.301}{-0.022} = 13.68$

$n = 14$

۱۵۳- فرضیه ۱

$\log a + 2 + \log 2a - 1 = \log 2a + 1$

$\log (a+2)(2a-1) = \log 2a + 1 \rightarrow (a+2)(2a-1) = 2a + 1$

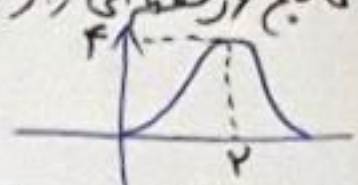
→ $2a^2 - a + 4a - 2 = 2a + 1 \rightarrow 2a^2 - a - 3 = 0 \rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4(2)(-3)$
 $\Delta = 1 + 24 = 25$
 $a = \frac{1 \pm 5}{4} = \frac{1+5}{4} = \frac{3}{2}$ یا $\frac{1-5}{4} = -1$

→ $\log 2a + 5 = \log 2 \times \frac{3}{2} + 5 = \log 3 + 5 = \log 300 = \log 3 \times 100 = \log 3 + 2 = \log 30$

۱۰۴ گزینه ۱

۱) بانوجبه شکل $f(0) = f(4) = 0$ می باشد.
 $f(0) = a + b \cos(0) \rightarrow f(0) = \boxed{a+b=0}$

۲) رسم در نقطه ای از یاری $\max(0,4)$ منبسطی دارد، یعنی مشتق در این نقطه از آن مساوی صفر می باشد.
 $y' = -\frac{\pi}{2} b \sin(\frac{\pi}{2} x) = 0 \rightarrow \sin \frac{\pi}{2} x = 0 \rightarrow \frac{\pi}{2} x = \pi \rightarrow \boxed{x=2}$



۳) بانوجبه شکل $f(2) = 4$ می باشد.
 $f(2) = a + b \cos \pi \rightarrow \boxed{a-b=4}$

$$\begin{cases} a+b=0 \\ a-b=4 \end{cases} \rightarrow 2a=4 \rightarrow \boxed{a=2}, \boxed{b=-2}$$

۱۰۵ گزینه ۳

۱) از تقییر متغیر استفاده می کنیم.
 $u^2 - 2u = y$
 ① $y^2 - y = 2 \rightarrow y^2 - y - 2 = 0 \rightarrow (y-2)(y+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} y=2 \\ y=-1 \end{cases}$

۲) $u^2 - 2u = +2 \rightarrow u^2 - 2u - 2 = 0 \rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(-2) \rightarrow 4+8=12 > 0$ صحت دارد

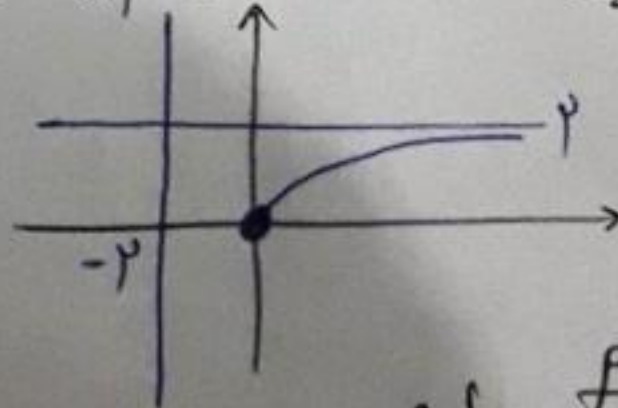
۳) $u^2 - 2u = -1 \rightarrow u^2 - 2u + 1 = 0 \rightarrow (u-1)^2 = 0 \rightarrow \boxed{u=1}$ یک ریشه دارد.

۱۰۶ گزینه ۲
 $f(u) = u + |u|$
 $g(u) = |u+1| + 1 \rightarrow \frac{f}{g} = \frac{u+|u|}{|u+1|+1}$

$$\frac{f}{g}(u) = \begin{cases} 0 & u < 0 \\ \frac{2u}{u+2} & u \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{u-u}{|u+1|+1} &= 0 \quad u < 0 \\ \frac{u+u}{|u+1|+1} &= \frac{2u}{u+2} \quad u \geq 0 \end{aligned}$$

رسم $\frac{2u}{u+2}$ یک تابع هموارافتن است، لذا آن را رسم می کنیم.



$R_f = [0, 2)$
 $R_g = \{0\}$

در تقییر جبر $\frac{f}{g}(u) \in [0, 2)$ می باشد.

۱۰۷ گزینه ۱
 ① $y = u + \sqrt{u} \rightarrow y' = 1 + \frac{1}{2\sqrt{u}} > 0$ لذا تابع یک به یک و متناقص است.

۲) $y = u - \sqrt{u}$ یک به یک نیست
 متناقص (۰ و ۵)
 (۱ و ۵)

۳) $y = 2u + \frac{1}{u}$ یک به یک نیست
 متناقص (۱ و ۳)
 (۱/۲ و ۳)

۴) $y = \frac{u}{u^2+1} \rightarrow y = \frac{1}{u} \rightarrow \frac{u}{u^2+1} = \frac{1}{u} \rightarrow u^2+1=3u \rightarrow u^2-3u+1=0$ (۳+√۵)/۲ و ۱/۳
 (۳-√۵)/۲ و ۱/۳

$$\Delta = 9 - 4(1)(1) \rightarrow 9 - 4 = 5$$

$$u = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

① عبارت $\sin^2 u \sin^2 u$ را تبدیل به $\sin^2 u$ کنیم.

$$\sin^2 u \sin^2 u = \frac{1}{2} [\cos 2u - \cos 4u]$$

$$\sin^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{2}$$

$$\sin^2 u \sin^2 u + \sin^2 u = 1$$

$$\frac{1}{2} \cos 2u - \frac{1}{2} \cos 4u + \frac{1}{2} - \frac{\cos 2u}{2} = 1 \rightarrow -\frac{1}{2} \cos 4u = \frac{1}{2} \rightarrow \cos 4u = -1$$

$$\rightarrow 4u = (2k+1)\pi$$

$$u = \frac{(2k+1)\pi}{4}$$

② گزینی ۴

$$\frac{3}{4} \cot \frac{11\pi}{4} = \frac{3}{4} \cot \left(2\pi - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{3}{4} \cot \left(-\frac{\pi}{4} \right)$$

$$= -\frac{3}{4} \cot \frac{\pi}{4} = -\frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{1} = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

① ابتدا عبارت داخل براکت را بدست می آوریم.

$$\cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$= \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

② گزینی ۱

$$\lim_{u \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^-} \frac{1 - \tan^2 u}{\sqrt{1 + \sin^2 u}} = \lim_{u \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^-} \frac{1 - \frac{\sin^2 u}{\cos^2 u}}{\sqrt{\sin^2 u + \cos^2 u + 2 \sin u \cos u}}$$

$$= \lim_{u \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^-} \frac{\cos^2 u - \sin^2 u}{\cos^2 u} = \lim_{u \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^-} \frac{\cos^2 u - \sin^2 u}{\cos^2 u} = \lim_{u \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^-} \frac{\cos^2 u - \sin^2 u}{(\sin u + \cos u)^2} \cdot \frac{1}{|\cos u + \sin u|}$$

$$= \lim_{u \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^-} \frac{(\cos u - \sin u)(\cos u + \sin u)}{(\cos^2 u)(\cos u + \sin u)} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{2}$$

$$f(u) = \sqrt{u^2 - [u] + |u|}$$

$$f(1+h) \rightarrow [1+h] = [1^+] = 1$$

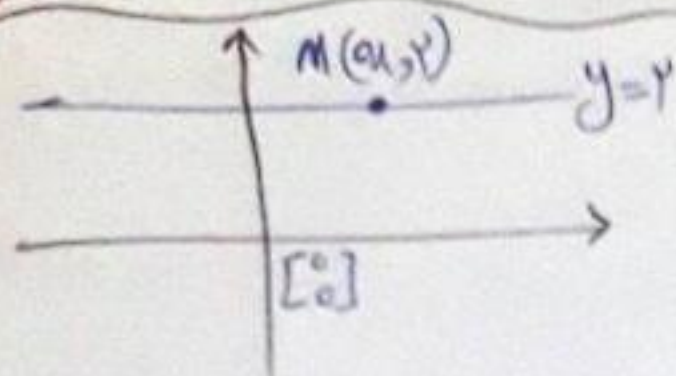
$$|1+h| = 1+h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{(1+h)^2 - [1+h] + |1+h|} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{(1+h)^2 - 1 + 1+h} - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2h+h^2+h} - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{h^2+3h+1} - 1}{h} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{h^2+3h+1} - 1}{h} \times \frac{\sqrt{h^2+3h+1} + 1}{\sqrt{h^2+3h+1} + 1} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h^2+3h+1 - 1}{(h)(\sqrt{h^2+3h+1} + 1)} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{h(h+3)}{h(\sqrt{h^2+3h+1} + 1)} =$$

$$\frac{3}{1+1} = \frac{3}{2}$$



$$m = \frac{2-0}{a-0} = \frac{2}{a}$$

(شیب)

هفتم پایه
۱۱۲ - گزینی ۲

۱) شیب خط گفتم شده $\frac{2}{a}$ می باشد.

۲) ضابطه زاویه گفتم شده: $d(a) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{a}\right)$

$$\rightarrow d'(a) = \frac{-\frac{2}{a^2}}{1 + \frac{4}{a^2}} = \frac{-\frac{2}{a^2}}{\frac{a^2+4}{a^2}} = \frac{-2}{a^2+4} \rightarrow d'(4) = \frac{-2}{16+4} = \frac{-2}{20} = \boxed{\frac{-1}{10}}$$

۱۱۳ - گزینی ۳

$$\left| \frac{2n^2+1}{n^2+2n} - \frac{2}{1} \right| < \frac{4}{100}$$

بیرون منفی است

$$\left| \frac{2n^2+1-2n^2-4n}{n^2+2n} \right| < \frac{1}{25} \rightarrow \left| \frac{1-4n}{n^2+2n} \right| < \frac{1}{25} \rightarrow \frac{4n-1}{n^2+2n} < \frac{1}{25}$$

$$\rightarrow n^2+2n > 100n-25 \rightarrow n^2-98n+25 > 0 \rightarrow \Delta = 98^2 - 4(1)(25) = 98^2 - 100 = 9604$$

$$\rightarrow n = \frac{98 \pm \sqrt{9604}}{2} \rightarrow \begin{cases} \frac{98+97.7}{2} = 97.7 \\ \frac{98-97.7}{2} = 0.15 \end{cases} \rightarrow n^2-98n+25 \begin{matrix} + & - & + \end{matrix}$$

$$\rightarrow n > 97.7 \rightarrow \boxed{n \text{ حداقل } = 98}$$

۱۱۴ - گزینی ۳

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (1+f(n))^{g(n)}, \begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 0 \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} g(n) = \infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{f'g'}{g'}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-\frac{2}{n^3}) \times n^2}{1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{n}}{1} = e^0 = e = \boxed{1}$$

۱۱۵ - گزینی ۱

$$\lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{n - [n]}{n^3 - n - 4} = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{n - [2^+]}{n^3 - n - 4} = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{n-2}{n^3 - n - 4} = \frac{0}{0}$$

۱) هم با حد در $a=2$ پیوستگی را تست می کنیم

$$f(x) = a = \frac{1}{11} \quad (2)$$

$$\text{Hop} \rightarrow \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{1}{n^3-1} = \frac{1}{12-1} = \frac{1}{11}$$

۱۱۶ گزینی ۱

① دامنه ی تابع را بدست می آوریم.

① $\sqrt{x+4} \rightarrow x+4 \geq 0 \rightarrow \boxed{x \geq -4}$

② $1 + \sqrt[3]{x+1} = 0 \rightarrow \sqrt[3]{x+1} = -1 \xrightarrow{\text{بهر توان ۳}} x+1 = -1 \rightarrow \boxed{x = -2}$

③ $x+5=0 \rightarrow \boxed{x = -5} \rightarrow Df = [-4, +\infty) - \{-2\}$
 تابع $f(x)$ در تمام نقاط دامنه اش پیوسته است.

۱۱۷ گزینی ۴



نکته: خط مماس بر یک تابع در نقطه ی عطف بر یک سهمی متحول و از یک تابع عبور می کند.

$y = x^3 - 2x^2 + 3x$

$y' = 3x^2 - 4x + 3$

$y'' = 6x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 طول نقطه ی عطف

$\rightarrow y'(\frac{2}{3}) = 3(\frac{2}{3})^2 - 4(\frac{2}{3}) + 3$

$y'(\frac{2}{3}) = 3 \times \frac{4}{9} - \frac{8}{3} + 3 = \frac{4}{3} - \frac{8}{3} + \frac{9}{3} = \frac{5}{3}$

$f(x) = \frac{\cos 2x}{2 - \sin x}$

۱۱۸ گزینی ۱

① ابتدا نقطه ی مماسی را بدست می آوریم. $x=0 \rightarrow \frac{\cos 0}{2 - \sin 0} = \frac{1}{2}$

$y' = \frac{(-2 \sin 2x)(2 - \sin x) - (-\cos 2x)(\cos x)}{(2 - \sin x)^2}$

$y'(0) = \frac{1}{4} \rightarrow \text{مماس } m = -4$

$y - \frac{1}{2} = -4(x) \rightarrow y = -4x + \frac{1}{2}$

③ معادله ی خط مماسی

$x = -4x + \frac{1}{2} \rightarrow 5x = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{10}}$

④ معادله ی مماسی

$y + xy' + x = 7$

۱۱۹ گزینی ۳

① از یک به منتهی داریم مشتق می گیریم و $x=1$ و $y=2$ را جایگزین می کنیم.

$y' + y^2 + 2y'yx + 1 = 0 \rightarrow y' + 4 + 4y' + 1 = 0 \rightarrow 5y' = -5 \rightarrow \boxed{y' = -1}$

② از یک به دو باره مشتق می گیریم و $x=1$ و $y=2$ و $y'=-1$ را جایگزین می کنیم.

$y'' + 2y'y + 2y''yx + 2y'(y'x + y) = 0$

$y'' - 4 + 4y'' + 1 - 2(-1 + 2) = 0 \rightarrow 5y'' - 4 - 2 = 0 \rightarrow 5y'' = 6 \rightarrow \boxed{y'' = \frac{6}{5}}$

(۱۲۰) گزینشی ۲

نکته: سؤال دارای یک ایراد قلمی است و به جای $f^{-1}(1) = -5$ باید $f'(1) = -5$ باشد.

$$g(u) = f(4-u^2)$$

$$g'(u) = -2u f'(4-u^2)$$

$$g''(u) = -2 f'(4-u^2) + (-2u) f''(4-u^2) (-2u)$$

$$g''(u) = -2 f'(4-u^2) + (4u^2) f''(4-u^2) \rightarrow f''(1) = -1 \text{ و } f'(1) = -5$$

$$g''(\sqrt{3}) = -2 f'(1) + 12 f''(1)$$

$$g''(\sqrt{3}) = -2(-5) + 12(-1) = +10 - 12 = \boxed{-2}$$

(۱۲۱) گزینشی ۲

$$M(u, y) \rightarrow M(u, u\sqrt{u})$$

$$y = u\sqrt{u}$$

$$O = (0, 0) \text{ (مبدی)}$$

$$d = \sqrt{u^2 + (u\sqrt{u})^2} = \sqrt{u^2 + u^3}$$

$$d = \sqrt{u^2(1+u)}$$

$$d' = \frac{2u'u + 3u'u^2}{2\sqrt{u^2 + u^3}} \quad [u=1] \rightarrow \frac{13}{10} = \frac{19u' + 192u'}{2\sqrt{44 + 512}}$$

$$\rightarrow \frac{13}{10} = \frac{13u'}{3} \rightarrow \frac{13}{10} = \frac{13u'}{3} \rightarrow \frac{1}{10} = \frac{u'}{3} \rightarrow 10u' = 3 \rightarrow \boxed{u' = \frac{3}{10}}$$

(۱۲۲) گزینشی ۴

① با توجه به اینکه $f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$ باشد و صورت کسر فقط با u^3 داشته باشد، لذا $a=0$

$$y = \frac{u^3}{u^2 + bu + 1}$$

② مخرج فقط یک معادله داشته دارد، پس $b^2 - 4(1)(1) = 0 \rightarrow b^2 = 4 \rightarrow b = \pm 2$ معادله صفر است

و چون معادله ما هم سه است معادله است، پس $b = -2$ قابل قبول است و زحما

$$y = \frac{u^3}{u^2 - 2u + 1} \rightarrow y = \frac{u^3}{(u-1)^2} \rightarrow u-1=0 \rightarrow u=+1 \text{ سه است}$$

$$y' = \frac{3u^2(u-1)^2 - 2(u-1)u^3}{(u-1)^4} = \frac{(u-1)[3u^2(u-1) - 2u^3]}{(u-1)^4} = \frac{3u^3 - 3u^2 - 2u^3}{(u-1)^3}$$

$$y' = \frac{u^3 - 3u^2}{(u-1)^3} = \frac{u^2(u-3)}{(u-1)^3} = 0 \rightarrow \begin{cases} u=0 \\ u=3 \end{cases}$$

$$f(3) = \frac{27}{4} = \boxed{6.75}$$

$$\bar{f} = \frac{\int_1^4 f(x) dx}{4-1} = \frac{\int_1^4 \frac{2x-1}{\sqrt{x}} dx}{3}$$

① ابتدا مقدار انتگرال را محاسبه میکنیم [ابتدا انتگرال نامعین را میگیریم]

$$\int \frac{2x-1}{\sqrt{x}} = \int \frac{2x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \int 2\sqrt{x} - x^{-\frac{1}{2}} = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 2\sqrt{x}$$

$$= \left. \frac{4}{3}x\sqrt{x} - 2\sqrt{x} \right|_1^4 = \left(\frac{32}{3} - 4 \right) - \left(\frac{4}{3} - 2 \right) = \frac{32}{3} - \frac{4}{3} - 2 = \frac{32-4-6}{3} = \frac{22}{3}$$

$$\bar{f} = \frac{\frac{22}{3}}{\frac{3}{1}} = \boxed{\frac{22}{9}}$$

①۲۴ گزینہ ۱

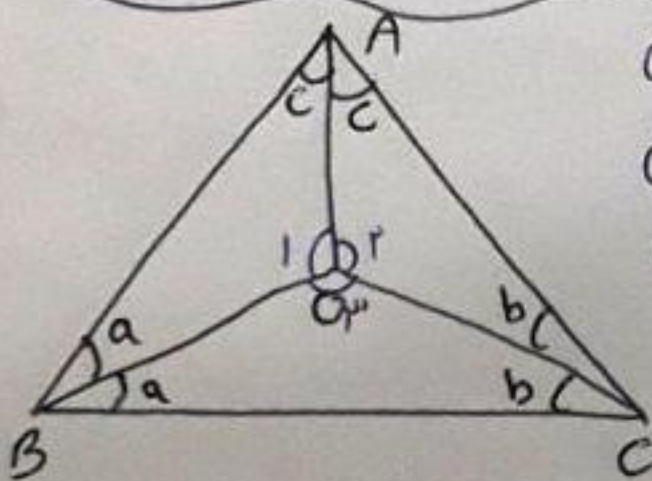
$$F(x) = x \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{dt}{\sqrt{t^2-1}}$$

$$\left[\int_{g(x)}^{h(x)} f(t) dt \right]' = h'(x)f(h(x)) - g'(x)f(g(x))$$

$$F'(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{dt}{\sqrt{t^2-1}} + \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}} \times x$$

$$F'(\sqrt{3}) = \int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{dt}{\sqrt{t^2-1}} + \frac{4}{\sqrt{3}} = 0 + \frac{4}{\sqrt{3}} = \boxed{3}$$

①۲۵ گزینہ ۳



$$\hat{O}_1 = 70^\circ$$

$$\hat{O}_2 = 50^\circ$$

$$\hat{O}_3 = 60^\circ$$

$$70^\circ + 50^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$180^\circ = 180^\circ$$

$$x = 20^\circ$$

$$\begin{aligned} \hat{O}_1 &= 140^\circ \\ \hat{O}_2 &= 100^\circ \\ \hat{O}_3 &= 120^\circ \end{aligned}$$

تقسیم ۲

$$2a + 2b + 2c = 180^\circ$$

① می دانیم

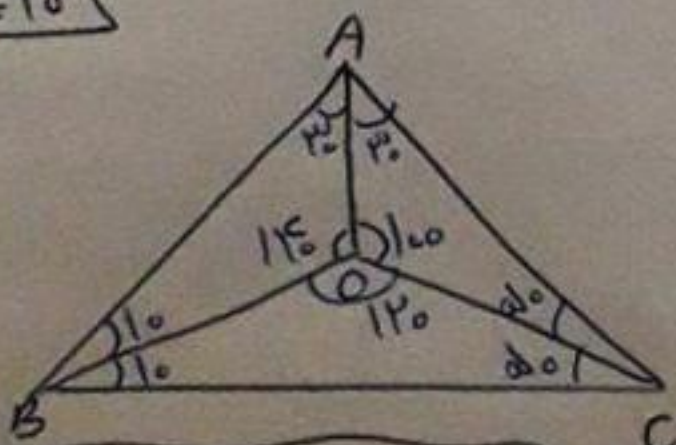
$$a + b + c = 90^\circ$$

$$b = 50^\circ \leftarrow a + c = 40^\circ \leftarrow \hat{O}_1 = 140^\circ$$

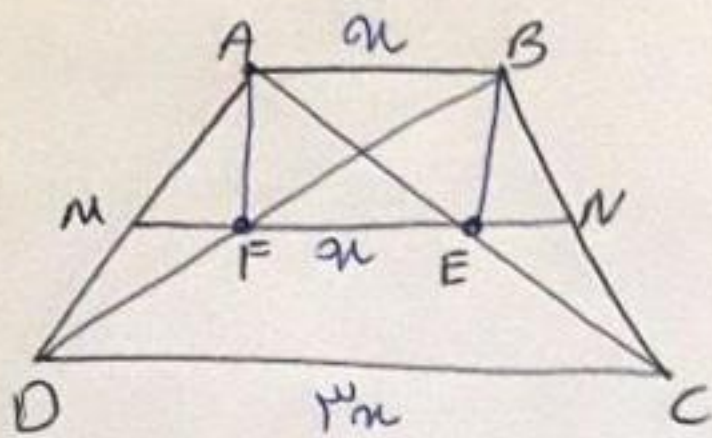
$$c = 30^\circ \leftarrow b + c = 80^\circ \leftarrow \hat{O}_2 = 100^\circ$$

$$a + b + c = 90^\circ$$

$$a = 10^\circ$$



$$\boxed{\text{بزرگترین زاویه} = 100^\circ}$$



(۱۲۶) درستی [۴]

(۱) $MN = \frac{CD+AB}{2}$ [خطی به اواسط ساق‌ها را به هم وصل می‌کنند]

(۲) $FE = \frac{CD-AB}{2}$ [خطی به اواسط قطرهای به هم وصل می‌کنند]

$CD = 3a$
 $AB = a$ $\rightarrow MN = \frac{3a+a}{2} = \frac{4a}{2} = 2a$

$FE = \frac{3a-a}{2} = \frac{2a}{2} = a$

(۳) در چهارضلعی ABEF $AB \parallel FE$ و $AB = FE$ $\rightarrow$ چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و ارتفاع متوازی‌الاضلاع نصف ارتفاع $2h$ است. لذا ارتفاع دوزخقه را h و ارتفاع متوازی‌الاضلاع را h فرض می‌کنیم.

$$\frac{S_{ABEF}}{S_{ABCD}} = \frac{AB \times h}{\frac{(AB+CD) \times 2h}{2}} = \frac{a \times h}{\frac{(a+3a) \times 2h}{2}} = \frac{a \times h}{4a \times h} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

(۱۲۷) درستی [۴]

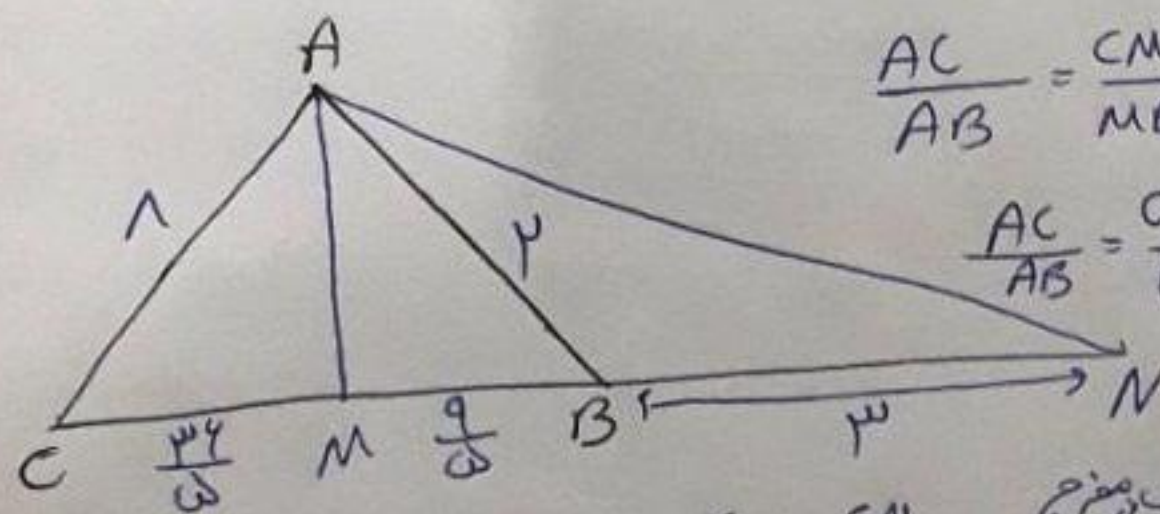
در چهارضلعی منظم به هر دو قطر آن مثلث متساوی‌الساقین است.

$h = \sqrt{\frac{2}{3}} a$ (ارتفاع مربع)

$V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$ (حجم مربع)

$\rightarrow h = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 2\sqrt{6} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \boxed{4}$

(۱۲۸) درستی [۳]



(۱) $\frac{AC}{AB} = \frac{CM}{MB}$ $\rightarrow$ AM نیمساز داخلی زاویه $\hat{A}$ است

(۲) $\frac{AC}{AB} = \frac{CN}{BN}$ $\rightarrow$ AN نیمساز خارجی زاویه $\hat{A}$ است

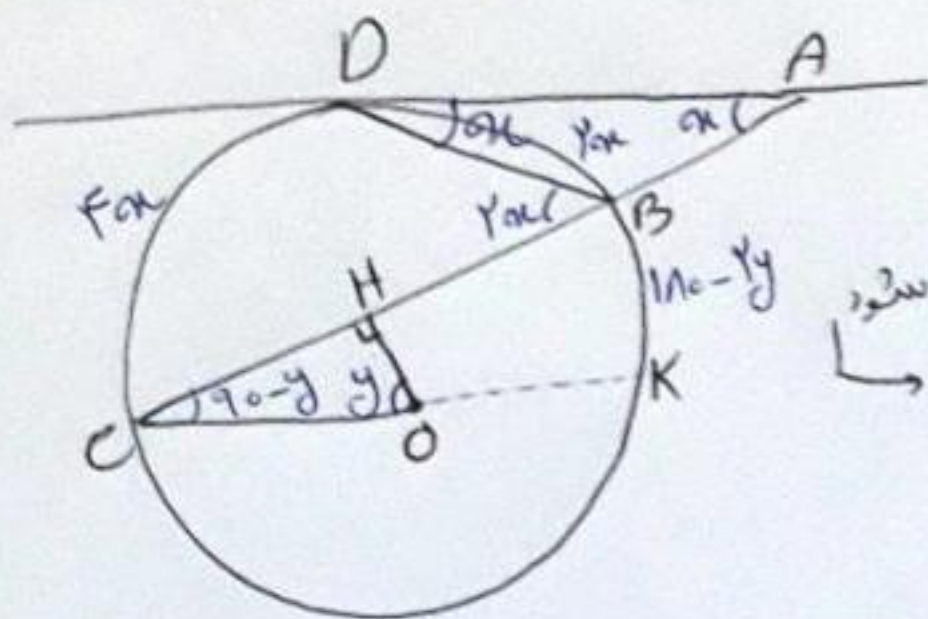
$\rightarrow \frac{1}{1} = \frac{CM}{MB} \rightarrow \frac{1}{1} = \frac{CM}{MB} \xrightarrow{\text{تقسیم در صورت}} \frac{1}{1+1} = \frac{CM}{CM+BM} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CM}{BC}$

$\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CM}{9} \rightarrow \boxed{CM = \frac{9}{2}}$ و $BM = BC - CM \rightarrow BM = 9 - \frac{9}{2} = \boxed{\frac{9}{2}}$

(۲) $\frac{1}{1} = \frac{CN}{BN} \rightarrow \frac{1}{1} = \frac{CN}{BN} \xrightarrow{\text{تقسیم در صورت}} \frac{1-1}{1} = \frac{CN-BN}{BN}$

$\rightarrow \frac{1}{1} = \frac{9}{BN} \rightarrow \boxed{BN = 9}$

$\rightarrow MN = \frac{9}{2} + \frac{9}{2} = \frac{9+9}{2} = \frac{18}{2} = \boxed{9}$



$\hat{D} \hat{A} C = n$ فرض مسطور و لذا $\hat{D} \hat{B} C = 2n$ ①

$$\hat{D}BC = Y_m$$

(۲) ABC برای مثلث $\triangle DAB$ زاویه خارجی محسوب می‌شود.

$$Y_n = x + \hat{D} \rightarrow \boxed{\hat{D} = x}$$

③ زاویه $\hat{D}$ ظلی است $\leftarrow \widehat{BD} = 2x$

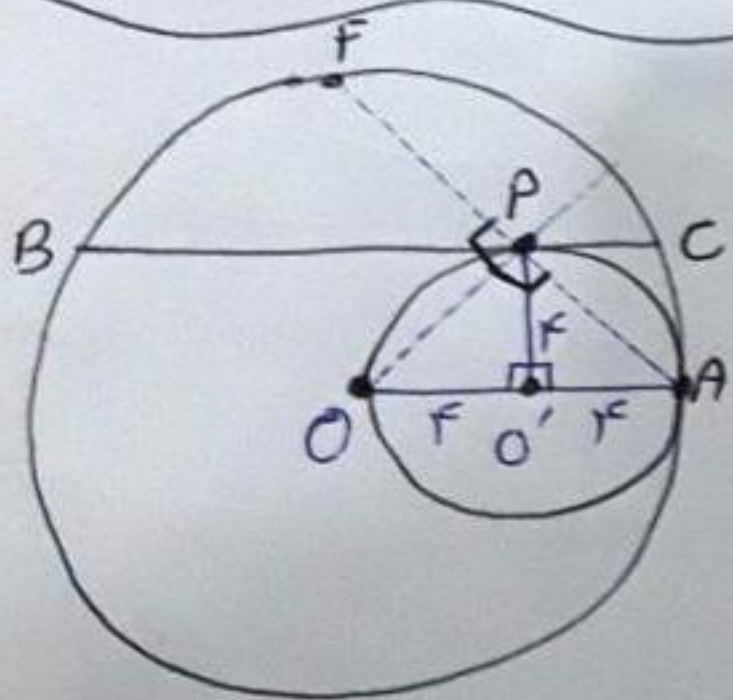
④ زاویه θ محاطی است $\leftarrow$ $\widehat{CD} = Fr$

⑤ ۵ را امتدادی دهیم و زاویہ θ را $\frac{\pi}{2}$ فرض می‌کنیم.

⑥ زاویہ C محاطی اسے، $\widehat{BK} = 180 - 2y$

(۷) کپان CK برابر ۱۸۰ درجه است، محور صغیر دایره می باشد، محور CK قطر دایره است.

$$r_n + r_n + 1A_0 - r_y = 1A_0 \rightarrow r_n = r_y \rightarrow \frac{y}{n} = \frac{4}{y} = \boxed{3}$$



① نقطہ A راہ نقطہ P وصل می کنیم و امتدائی رحیم. دو وتر AF, BC
همدگر در P قطع کرده اند. لذا $BP \times PC = AP \times PF$

(۲) در مثلث POA میانه PO' با ضلع AO برابر است، لذا $\angle APO' = \angle PO'A$ و $\angle POA = 90^\circ$ می باشد.

(۳) مرکز دایره بی بزرگ بیرون AF عمود است، لذا آن را نصف هم می کند لذا $FP = PA$ ←
(استقامت) $BP \times PC = AP^2$

$$BP \times PC = AP \times PF \rightarrow \boxed{BP \times PC = AP^2}$$

(۴) مرکز اعتدال دایره کوچکتر (P_0') وتر AO را نصف کرده است، پس برای آن محور است $\angle O_1' = \angle O_2' = 90^\circ$

$$AP^Y = PO'^Y + AO'^Y \rightarrow AP^Y = r^Y + r^Y = 2r^Y \rightarrow AP = r\sqrt{2}$$

$$\rightarrow BP \times PC = (FS)^2 = \boxed{33}$$

۱۳۱) سے "ترغیبی" ۱)

در معادله خط دایره همدی جای
 $x = -y$ جایگزین کنید
 $y = -x$

$$5(-2) + (-9) = 4$$

$$-2x - y = 9 \rightarrow \boxed{y + 2x = -9}$$