ریاضی

پنجم دبستان

کتاب معلّم

(راهنمای تدریس)

۱۳۹۴

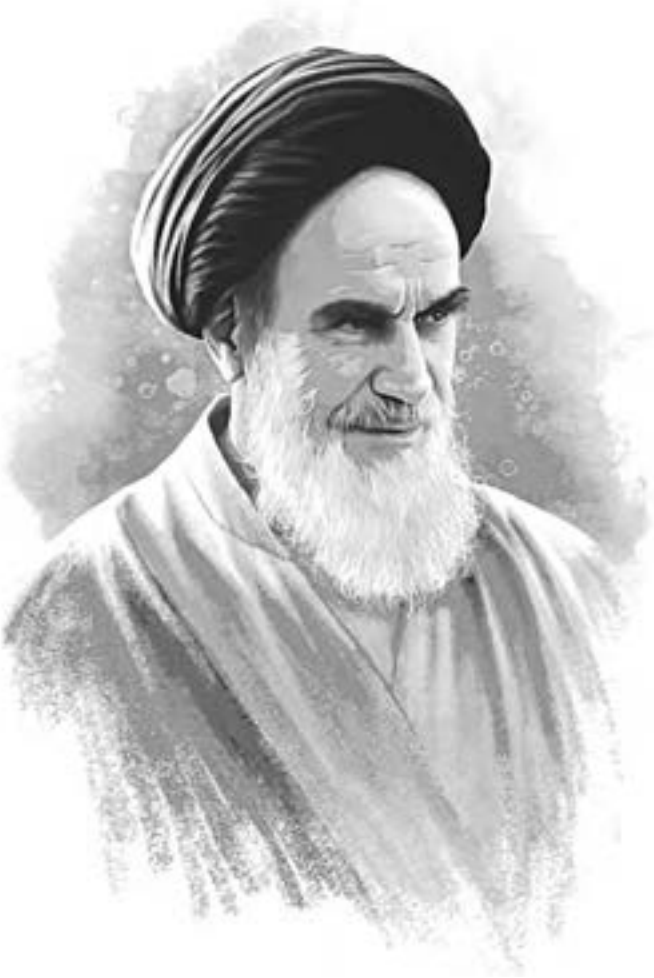
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

وزارت آموزش و پرورش
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

نام کتاب :	کتاب معلّم ریاضی پنجم دبستان ـ ۷۰
پدیدآورنده :	سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی
مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف :	دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری
شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف :	حمیدرضا امیری، علی ایرانمنش، مهدی ایزدی، طیبه حمزه‌بیگی، خسرو داودی، محمّدهاشم رستمی، ابراهیم ریحانی، محمّدرضا سیّدصالحی، احمد شاهورانی، میرشهرام صدر، شادی صفی‌نیا، اکرم قابل‌رحمت و محمّد مقاصدی (اعضای شورای برنامه‌ریزی)ـ مهدی ایزدی ، زهره پندی، خسرو داودی، زهرا رحیمی، محمّد هاشم‌رستمی، ابراهیم ریحانی، شادی صفی‌نیا، فیروزه فروزبخش و مجتبی قربانی آرانی (اعضای گروه تألیف) ـ افسانه حجّتی‌طباطبایی (ویراستار)
مدیریت آماده‌سازی هنری :	اداره کلّ نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
شناسه افزوده آماده‌سازی :	لیدا نیک‌روش (مدیر امور فنی وچاپ) ـ شهرزاد قنبری (صفحه‌آرا) ـ مریم دهقان‌زاده، حسین قاسم‌پوراقدم ، علی مظاهری‌نظری‌فر ، فریبا سیر ، فاطمه رئیسیان‌فیروزآباد، راحله زادفتح‌اله (امور آماده‌سازی)
نشانی سازمان :	تهران : خیابان ایرانشهر شمالی ـ ساختمان شمارهٔ ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی) تلفن : ۹ـ۸۸۸۳۱۱۶۱، دورنگار : ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی : ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹ وبگاه : www.chap.sch.ir و www.irtextbook.ir
ناشر :	اداره کلّ نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی
چاپخانه :	شرکت افست «سهامی عام» (www.offset.ir)
سال انتشار و نوبت چاپ :	چاپ اوّل ۱۳۹۴

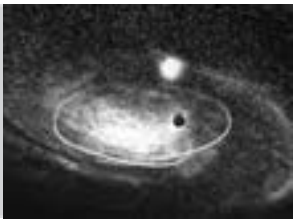
کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به‌صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکسبرداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکثیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

شابک ۱-۲۴۵۴-۰۵-۹۶۴-۹۷۸ ISBN 978 -964 - 05 - 2454 - 1



امید من به شما دبستانی‌هاست.

امام خمینی(ره)



فصل ۱ : عددنویسی و الگوها

یادآوری عددنویسی و محاسبات عددی ۱۱
معرفی میلیارد ۱۶
جمع و تفریق عددهای مرکب ۲۲
الگوها ۲۵

فصل ۲ : کسر

کسرهای بزرگ تر از واحد ۳۸
جمع و تفریق عددهای مخلوط ۴۰
ضرب کسرها ۴۲
تقسیم کسرها ۴۴
ضرب عددهای مخلوط ۴۶

فصل ۳ : نسبت، تناسب و درصد

نسبت ۶۳
نسبت‌های مساوی ۷۳
تناسب ۸۶
درصد ۱۰۰

فصل ۴ : تقارن و چندضلعی‌ها

خط تقارن ۱۳۳
مرکز تقارن ۱۳۶
زاویه و نیمساز ۱۳۹
چندضلعی‌ها و مجموع زاویه‌های آنها ۱۴۲

فصل ۵ : اعداد اعشاری

عددهای اعشاری ۱۵۱
جمع عددهای اعشاری ۱۵۴
تفریق اعشار ۱۵۷
ضرب اعشار ۱۵۹

فصل ۶ : اندازه‌گیری

مساحت لوزی و ذوزنقه ۱۶۷
محیط دایره ۱۷۱
حجم ۱۷۳
گنجایش ۱۷۸

فصل ۷ : آمار و احتمال

جمع‌آوری و نمایش داده‌ها ۱۹۵
میانگین ۱۹۹
احتمال ۲۰۴

سخنی با معلّم

کتاب ریاضی پایهٔ پنجم در جهت اهداف برنامهٔ درسی ملّی و در ادامهٔ تغییر کتاب‌های درسی دورهٔ ابتدایی تألیف شده است. زمانی تأکید کتاب‌های درسی ریاضی بیشتر بر توانایی انجام محاسبات بود. در رویکرد جدید ضمن توجّه به این هدف، تأکید اصلی بر پرورش قوّهٔ تفکر و تعقّل و رشد توانایی حلّ مسئله است. رسیدن به چنین هدفی، مشکلات و دشواری‌های فراوانی دارد و به سرعت امکان‌پذیر نیست ولی مدّ نظر قراردادن آن می‌تواند جهت اصلی حرکت جامعهٔ آموزش ریاضی را تعیین کند. در این میان، اصلی‌ترین و مؤثّرترین وظیفه بر عهدهٔ معلّم قرار دارد. قدرت انعطاف و هماهنگی و همراهی معلّمان با برنامه‌های جدید ستودنی است. بر این اساس، مؤلّفان کتاب حاضر سعی کرده‌اند برای انجام وظیفهٔ خویش در مورد آموزش معلّمان، ضمن اطّلاع‌رسانیِ مناسب و بهنگام دربارهٔ تألیف، کتاب راهنمای معلّم و نیز فیلم‌های آموزشی مربوط را به موقع در اختیار این همکاران عزیز قرار دهند.

ساختار کتاب حاضر از سه بخش فعّالیت، کار در کلاس و تمرین تشکیل شده است. آنچه در هر فعّالیت به‌طور عمده مدّ نظر بوده، آشنایی دانش‌آموزان با مفهوم درس و سهیم‌بودن او در ساختن دانش مورد نظر است. فعّالیت‌ها شامل مراحلی مانند درک کردن، کشف‌کردن، حلّ مسئله، استدلال‌کردن، بررسی‌کردن، حدس و آزمایش، توضیح راه‌حل، مرتّب‌کردن، قضاوت در مورد یک راه حل و مقایسهٔ راه‌حل‌های مختلف است. هدایت فعّالیت‌ها به عهدهٔ معلّم است و هرجا که لازم باشد، معلّم راهنمایی لازم را ارائه خواهد کرد. در بسیاری موارد، انجام‌دادن فعّالیت ساده و آسان نیست و صد البتّه، اجرای مناسب آن ارزش زیادی دارد. فعّالیت‌ها در حدّ متوسّط طرّاحی شده‌اند؛ بنابراین، معلّم می‌تواند با توجّه به زمان و توانایی دانش‌آموزان خود، یک فعّالیت را غنی‌تر کند یا با ارائهٔ توضیحات بیشتر و ایجاد تغییراتی آن را ساده‌تر نماید.

هنگام انجام دادن فعّالیت، هدایت گفت‌وگوی کلاسی یا گفتمان ریاضی، که در آن دانش‌آموزان به ارائهٔ دیدگاه‌ها و دفاع از ایده‌های خود و نیز قضاوت و ارزیابی افکار و روش‌های ریاضی دیگر دانش‌آموزان می‌پردازند، به عهدهٔ معلّم است. به‌طور خلاصه، فراهم‌کردن فرصت‌های یادگیری و دادن مجال به دانش‌آموز برای اینکه خود به کشف مفهوم بپردازد، می‌تواند یکی از دل مشغولی‌های همکاران عزیزمان باشد. کار در کلاس با هدف تثبیت و تعمیق و در مواردی تعمیم یادگیری طرّاحی شده و انتظار

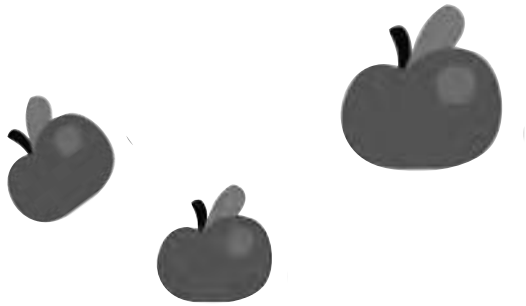
این است که دانش‌آموزان بیشترین سهم را در انجام آن داشته باشند. حلّ تمرین‌ها به عهدهٔ دانش‌آموزان است امّا ضرورت دارد که معلّم زمینه را برای طرح پاسخ‌ها و بررسی آنها در کلاس فراهم سازد.

در مورد ضرورت آموزش راهبردهای حلّ مسئله در میان پژوهشگران و آموزشگران تقریباً اتّفاق نظر وجود دارد امّا در مورد چگونگی انجام این کار، نظرات متفاوت است. در این کتاب آموزش راهبردها از متن درس جدا نشده است. ضمناً اصراری بر ذکر عناوین راهبردها جز در موارد مشخّص و آشنا نبوده است. بنابراین، از آوردن عبارت‌ها و واژه‌های نامأنوس پرهیز شده است. با آنکه بخش جداگانه‌ای با عنوان «حلّ مسئله» در کتاب وجود ندارد، دانش‌آموزان دراکثر فعّالیت‌ها به نوعی درگیر فرایند حلّ مسئله می‌شوند. علاوه‌براین، اساساً آموزش راهبردها ممکن است به‌زمانی طولانی نیاز داشته باشد؛ زیرا هر راهبرد ممکن است شامل ده‌ها راهبرد جزئی‌تر باشد. ارائهٔ راه‌حل‌ها و روش‌های مختلف حلّ یک مسئله نیز به‌صورت هدفمند دنبال شده است. پژوهش‌ها نشان‌می‌دهند که دانش‌آموزان هنگام روبه‌روشدن با یک مسئله ــ به ویژه وقتی که الگوریتمی مشخّص برای حل آن فرا نگرفته باشند ــ به روش‌های متفاوتی عمل می‌کنند.

پس از آماده‌شدن نسخهٔ اوّلیهٔ کتاب، مؤلّفان جلسات فشرده‌ای را برای نقد و اصلاح آن برگزارکردند و برخی تغییرات و اصلاحات لازم را نیز در کتاب اعمال نمودند. نظرات حاصل از

اعتباربخشی و آرای دبیران سراسر کشور نیز دراین اصلاحات مدّ نظر قرار گرفت. دراینجا لازم است مراتب تقدیر و تشکر خود را از همهٔ همکارانی که نسخهٔ اوّلیهٔ کتاب را مطالعه نموده و نظرات و پیشنهادهای خود را به واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی ارسال کرده‌اند، ابراز نماییم. ده‌ها نقد رسیده از سراسر کشور نویدبخش حضور و مشارکت مؤثّر آموزگاران گرامی در تألیف کتاب‌های درسی است. در کنار این، مشاورانی از مراکز آموزشی و پژوهشی نیز بخش‌هایی از کتاب را مطالعه و نقد کرده‌اند که جا دارد از آنها نیز قدردانی شود. گروه تألیف آمادگی دریافت نظرات و دیدگاه‌های تمامی همکاران و عزیزان را از طریق وب‌گاه واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی[1] دارد. به‌علاوه، بسیاری از مطالب مربوط به پشتیبانی کتاب ازطریق وب‌گاه یادشده قابل دریافت است. اطمینان داریم که با اتّکال به خدای متعال، و تکیه بر تلاش، اراده و همّت معلّمان عزیز می‌توانیم به برآورده‌شدن اهداف کتاب امیدوار باشیم.

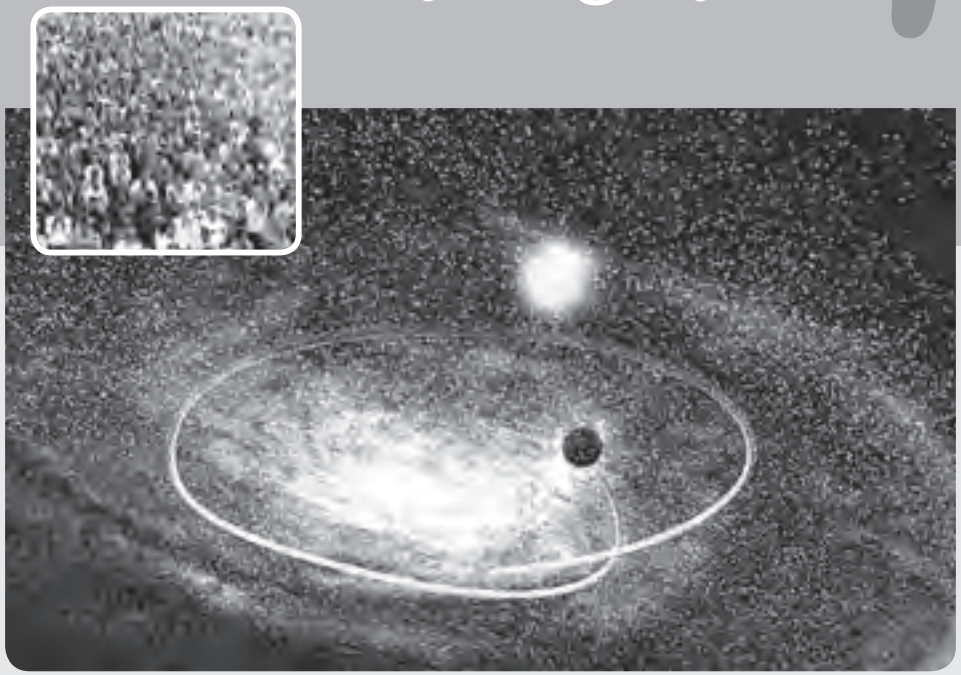
مؤلّفان



۱ـ www.mathrde.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

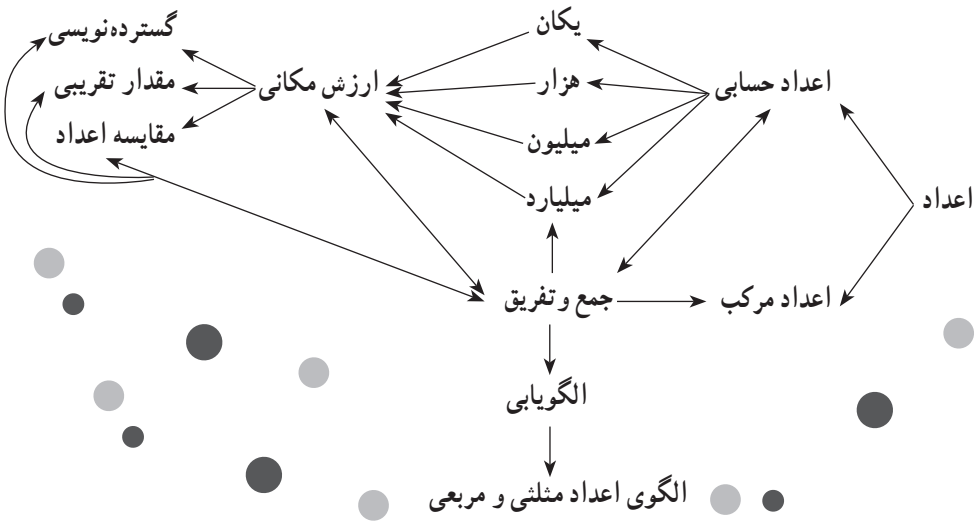
۱ عددنویسی و الگوها



نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است. در درس اوّل ضمن یادآوری عددنویسی تا ۹ رقم و کامل کردن طبقهٔ میلیون (تا صدگان میلیون) به رابطهٔ بین ارزش‌های مکانی رقم‌های مختلف در جدول، بیشتر از گذشته توجه خواهد شد. ضمن آنکه با چند بازی و فعالیت، عملیات جمع و تفریق و ضرب و تقسیم عددهای طبیعی یادآوری و تکمیل می‌شود. در درس دوم طبقه میلیارد معرفی‌شده و مشابه آنچه در سال گذشته برای میلیون تدریس شده است، مفاهیم مطرح می‌شوند. درس سوم به معرفی عددهای مرکب و جمع و تفریق آن در مورد زمان می‌پردازد و در انتها نیز مثال‌هایی از عددهای مرکب، غیر از زمان نیز مطرح می‌شود. آخر این فصل به موضوع الگویابی اختصاص‌یافته و در ضمن آن الگوی عددهای مثلثی و مربعی معرفی می‌شوند.

شبکه مفهومی



تصویر عنوانی

با توجه به اینکه در بخش عددنویسی، طبقه میلیارد معرفی می‌شود و هدف اصلی این درس ایجاد درک از بزرگی عددهای طبقه میلیارد است، می‌توان با مثال‌های مختلف ازجمله جمعیت کشورها، قاره‌ها و کل جهان و یا تعداد سیاره‌ها، ستاره‌ها و کهکشان، تلاش کرد تا این تصور ذهنی در دانش‌آموزان ایجاد شود.

دانستنی‌هایی برای معلم

مفهوم عدد اولین مفهومی هست که دانش‌آموزان در جریان یادگیری ریاضی با آن آشنا می‌شوند. همچنین انتزاعی‌ترین مفهومی هست که انسان آن را کشف کرده است. پیدایش اولیه عدد توسط انسان در ابتدا برای استفاده از آن برای شمارش بود ولی به مرور برای جنبه‌های دیگر مورد استفاده قرار گرفت.

عدد دارای مفاهیم چندگانه هست که دانش‌آموزان برای آنکه بتوانند درک درستی از آن داشته باشند بایستی با مفاهیم مختلف آن آشنایی کامل داشته باشند. یکی از مفاهیم عدد، مفهوم عدد اصلی مجموعه (کاردینالیتی) است. از این مفهوم عدد برای به‌دست آوردن و نمایش تعداد اعضای یک مجموعه استفاده می‌شود. به عنوان مثال در ظرفی که ۴ سیب وجود دارد، عدد ۴، بیان کنندهٔ تعداد عضوهای این مجموعه (بشقاب) هست.

مفهوم دیگر عدد، مفهوم ترتیبی (اردینالیتی) آن است. از این مفهوم برای بیان ترتیب اشیا و جایگاه قرار گرفتن آن در یک ردیف استفاده می‌شود. به عنوان نمونه، در شکل مقابل□◇▭○△، شکل ○ ، در ردیف دوم از سمت چپ قرار گرفته است یا در حروف الفبای فارسی، حرف «ت» چهارمین حرف از حروف الفبای فارسی هست.

مفهوم اجزایی عدد، مفهوم دیگری از عدد هست که در آن، هر عددی به عنوان کلی متشکل از دو جزء کوچک‌تر درک می‌شود. مثلاً عدد ۶ به عنوان کلی متشکل از دو جزء کوچک‌تر ۴ و ۲ در نظر گرفته می‌شود (درک می‌شود). این مفهوم از عدد کاربرد بسیاری در محاسبه جمع و تفریق و حل مسائل کلامی و نمادی جمع و تفریق به روش‌های مختلف از جمله روش‌های غیر الگوریتمی و ذهنی دارد.

دانش‌آموزان برای آنکه بتوانند درک درستی از مفهوم عدد داشته باشند و از آن به طور مناسب در محاسباتشان استفاده کنند، نیاز به درک مناسب از هر سه مفهوم عدد دارند.

علاوه بر درک جنبه‌های مختلف مفهوم عدد توسط دانش‌آموزان به این نکته باید توجه شود که در معرفی هر طبقه از اعداد موارد زیر نیز به همراه آن ارائه می‌شود :

۱ــ معرفی مفهوم اعداد با استفاده از وسایل و موارد عینی مختلف (با استفاده از مکعب‌های کوئیزنر، چینه‌ها، پول و چرتکه)

۲ــ معرفی نحوه عدد نویسی به عدد و حروف

۳ــ نمایش اعداد در جدول ارزش مکانی

۴ــ گسترده‌نویسی اعداد

۵ــ تقریب زدن اعداد به دو روش قطع کردن و گردن کردن (بدون اشاره به نام آنها)

۶ــ مقایسه اعداد.

الگوهای عددی

بعضی از الگوهای عددی به علت اینکه در پدیده‌های مختلف ظاهر می‌شوند یا در مفاهیم مختلف ریاضی خودنمایی می‌کنند، با نام مشخصی معرفی می‌شوند. برای مثال عددهای فیبوناچی برای اولین بار توسط این شخص مطرح شد و پس از آن، این دنبالهٔ عددی در پدیده‌های زیادی مشاهده شد. عددهای مثلثی و مربعی مطرح‌شده در این درس نیز به همین ترتیب هستند. برای مثال عددهای مربعی که شامل عددهای مربع کامل هستند (۱,۴,۹,۱۶, ...) کاربردهای فراوانی دارند که دانش‌آموزان در سال‌های بالاتر به‌تدریج با آنها آشنا می‌شوند.

سری عددهای زیر به دنبالهٔ فیبوناچی معروف هستند :

۱ , ۱ , ۲ , ۳ , ۵ , ۸ , ۱۳ , ۲۱ , ۳۴ , ...

غیر از دو عدد اوّل، عددهای بعدی از جمع دو عدد قبلی خود به دست می‌آیند.

یکی از ویژگی‌های جالب این رشته عددها این است که اگر نسبت جمله سوم به دوم، نسبت جمله چهارم به سوم، نسبت جمله پنجم به چهارم و... را به ترتیب حساب کنیم عددهای زیر به دست می‌آیند :

۱ و ۲ و ۱/۵ و ۱/۶۶ و ۱/۶ و ۱/۶۲۵ و ۱/۶۱۹ و ۱/۶۱۷ و...

به‌این‌ترتیب عددهای بالا به‌تدریج به مقدار نسبت طلایی[1] نزدیک می‌شوند به‌طوری‌که اگر نسبت عدد چهلم به عدد سی و نهم را حساب کنیم تا ۱۴ رقم اعشار با عدد نسبت طلایی مطابقت می‌کند.

توسعه مفاهیم

در این فصل اگرچه خواندن و نوشتن عددهای با طبقه میلیارد و میلیون تدریس می‌شود اما مهم‌تر از آن ایجاد درک و تصور درست از بزرگی این عددهاست. به‌طوری‌که دانش‌آموز بتواند مصادیق میلیارد و میلیون را بیان و درک کند.

مشابه مثال ضخامت یک میلیارد کاغذ می‌توان یک میلیارد ثانیه، یک میلیارد تومان، یک میلیارد دلار، یک میلیارد قطره آب یا بنزین و... را بیان کرد و با محاسبه‌های ساده ابعاد آنها را برای دانش‌آموزان آشکار کرد.

۱ــ «نسبت طلایی» عددی است که هر شکلی به هر میزانی که نسبت اجزایش به این عدد نزدیک‌تر باشد، از زیبایی قابل‌توجهی برخوردار است و نسبت به شکل‌های هم نوع خود که این نسبت در آنها رعایت نشده است، خوشایندتر می‌باشد. مقدار این عدد (نسبت طلایی) تا ۳۰ رقم اعشار به‌صورت روبه‌رو است : ۱/۶۱۸۰۳۳۹۸۸۷۴۹۸۹۴۸۴۸۲۰۴۵۸۶۸۳۴۳۶۵

همچنین روابط بین ارزش‌های مکانی رقم‌ها و طبقه‌ها اهمیت خاصی دارد. برای مثال ۱۰۰۰ میلیون همان میلیارد است. به‌این‌ترتیب ۱۰۰ تا ۱۰ میلیون و یا ۱۰ تا ۱۰۰ میلیون نیز برابر یک میلیارد می‌شوند. محاسبه تقریبی عددها و نمایش آنها روی محور نیز می‌تواند به تکمیل بحث کمک کند.

در قسمت مربوط به عددهای مرکب، محاسبهٔ جمع و تفریق روی عددهای مرکب غیر از زمان نیز توصیه می‌شود. هدف این است که دانش‌آموزان یاد بگیرند که در جمع و تفریق عددهای مرکب نحوهٔ دسته‌بندی عددها با توجه به اجزاء عدد متفاوت است. برای مثال در زمان ۶۰ ثانیه، یک دقیقه و ۶۰ دقیقه یک ساعت می‌شود اما هر ۲۴ ساعت را یک شبانه‌روز در نظر می‌گیریم. مثال‌ها و موضوع‌هایی از این دست برای توسعه این درس توصیه می‌شود.

در درس آخر نیز ادامه دادن الگوهای خاص و همچنین طرح الگو می‌تواند محورهای مهم توسعه باشد. مشابه نمونه‌های ذکرشده در کتاب درسی مثال‌های فراوانی از کاربرد این الگوها در مواد آلی شیمیایی و فناوری نانو می‌توان یافت که ضمن تبعیت از یک الگوی خاص شکل‌های ترکیبی جالبی را نیز خلق می‌کنند.

استفاده از ابزار و تکنولوژی

۱ــ برای کار با عددها بازی‌های مختلفی ساخته و تولیدشده است. این ابزارها علی‌رغم سادگی با توجه به جذاب بودن و تنوعی که در انجام بازی‌های مختلف دارند می‌توانند به کسب مهارت در محاسبه‌ها و خواندن عددها به دانش‌آموزان کمک زیادی کنند. نمونه‌های زیادی از این بازی‌ها به‌صورت رایانه‌ای و در قالب لوح فشرده و یا سایت‌های مختلف به‌صورت بر خط نیز وجود دارد. می‌توانید با یک جستجوی ساده نمونه‌هایی از این بازی‌ها را پیدا کنید.

برای مثال می‌توانید از سایت www.nrich.maths.org بازی‌های مختلفی را مشاهده کنید.

۲ــ استفاده از ماشین‌حساب برای انجام محاسبات تقریبی یا دقیق با عددهای بزرگ نیز بخشی از کار می‌باشد. همچنین می‌توانید مسائل خاصی در این ارتباط برای دانش‌آموزان باهوش‌تر طرح کنید.

برای مثال اگر بخواهیم باقی‌مانده تقسیم عدد ۷۴۷ بر ۲۳ را با ماشین‌حساب پیدا کنیم چه‌کار باید انجام داد؟ (توجه داشته باشید درصورتی‌که ۷۴۷ را بر ۲۳ تقسیم کنید یک عدد اعشاری خواهید دید و عنوان این مسئله پیدا کردن باقیمانده است).

برای پیدا کردن باقی‌مانده این تقسیم، به این نکته باید توجه داشت که زمانی که ۷۴۷ را بر ۲۳ تقسیم می‌کنیم و خارج قسمت به صورت یک عدد اعشاری به‌دست می‌آید که قسمت صحیح آن ۳۲ هست،

یعنی اینکه در ۷۴۷، ۳۲ دسته ۲۳ تایی وجود دارد. قسمت اعشاری یعنی یک کسری از ۲۳ تا در این عدد که کمتر از ۲۳ است وجود دارد. بنابراین برای پیدا کردن باقی‌مانده تقسیم ۷۴۷ بر ۲۳ کافیست ۳۲ را در ۲۳ ضرب کنیم و حاصل را از ۷۴۷ کم کنیم. مقدار به‌دست آمده،باقی‌مانده تقسیم ۷۴۷ بر ۲۳ را نشان می‌دهد.

$$۳۲ \times ۲۳ = ۷۳۶$$
$$۷۴۷ - ۷۳۶ = ۱۱$$

$$\begin{array}{r|l} ۷۴۷ & ۲۳ \\ \cline{2-2} -۷۳۶ & ۳۲ \\ \hline ۱۱ & \end{array}$$

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱ــ در عدد ۷۴۵۰۲۰۰۳۹۱ ارزش مکانی بزرگ‌ترین رقم چیست؟

رقم صدگان میلیون چند برابر رقم صدگان هزار است؟

اگر به این عدد ۵۰ هزارتا اضافه کنیم کدام رقم‌ها تغییر می‌کند؟

۳۷۲۱ عدد بعدازاین عدد را بنویسید.

۲ــ جاهای خالی را کامل کنید :

..... ده هزار برابر است با یک میلیون

..... صد میلیون برابر است با ده میلیارد

..... صد هزار برابر است با ده میلیون

..... هزار برابر است با ده میلیون

۳ــ از عدد ۳۰۵ میلیون، ۵۰ میلیون، ۵۰ میلیون بشمارید و بنویسید.

۴ــ روی محور عددها، محل تقریبی عدد ۲۱۳۷۰۰۰ را نشان دهید (محور را رسم کرده و تقسیم‌بندی مناسب آن را انتخاب کنید).

۵ــ ۷ بسته صدتایی اسکناس ۱۰۰۰۰۰ ریالی چند تومان می‌شود؟

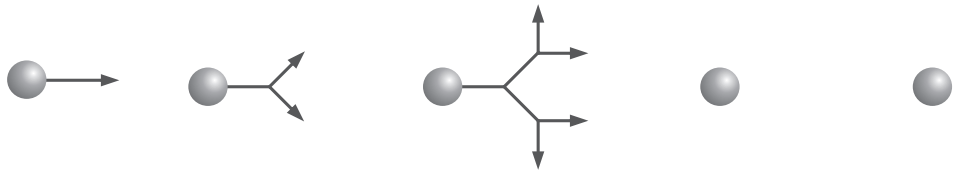
۶ــ ۷ ساعت و ۲۵ دقیقه بعد از ساعت ۱۰ و ۵۳ دقیقه بعدازظهر دوشنبه، چه ساعتی، چه موقع و چه روزی است؟

۷ــ الگوهای عددی زیر را ادامه دهید :

۱ و ۱:۲۰′ و ۱:۴۰′ و.....و.....و.....

۳′ و ۳:۴۰″ و ۴:۲۰″ و.....و.....و.....

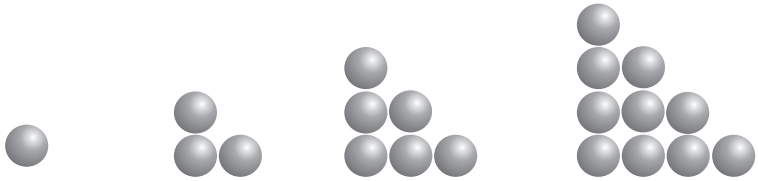
۸ــ الگوهای هندسی را ادامه دهید.



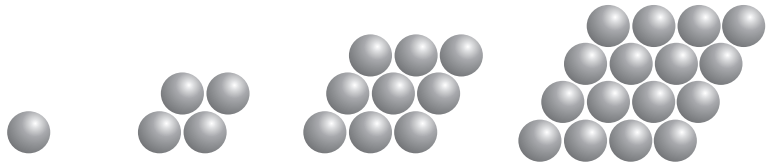
(۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

(۱) (۲) (۳) (۴)

۹ــ تعداد دایره‌های هر شکل را بنویسید و مشخص کنید الگوی عددی آنها مربعی یا مثلثی است. الگوها را نیز ادامه دهید.



(۱) (۲) (۳) (۴) (۵)



(۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

معرفی منابع

۱ــ آموزش ریاضیات در دبستان، روبین یورگنسن و شلی‌دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، بینش‌نو، ویرایش دوم.

۲ــ کمک بـه کـودکـان در یادگیری ریاضیات، رابرت.ای.ریس،مرلین.ن.سایدام و مری مونتگومری لیندکوئیست، ترجمه مسعود نوروزیان، ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.

۳ــ Musser,G.L., Burger, W.F., & Peterson, B.E.(۲۰۱۴).

Mathemutics for Elementary Teachers; a contemporary approach.USA:

Courier kendallville.

روند ارائه مفهوم عدد و عملیات از پایه اوّل ابتدایی تا پایه پنجم

روند ارائه مفهوم و نماد عدد :

پایه اوّل ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱ تا ۱۰۰

پایه دوم ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱۰۱ تا ۹۹۹

پایه سوم ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد از ۱۰۰۰ تا ۹۹۹۹

پایه چهارم ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد ۱۰۰۰۰ و طبقه میلیون شامل یکان میلیون، دهگان میلیون و صدگان میلیون

پایه پنجم ابتدایی :

ارائه مفهوم و نماد اعداد طبقه میلیارد

روند ارائه عملیات ریاضی شامل چهار عمل اصل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم طی پنج پایه اوّل ابتدایی :

پایه اوّل ابتدایی:

جمع اعداد از ۱ تا ۱۰۰

تفریق اعداد از ۱ تا ۲۰ و تفریق مضرب‌های ۱۰ از ۱ تا ۱۰۰

پایه دوم ابتدایی:

جمع و تفریق اعداد از۱ تا ۹۹۹ به دو روش فرایندی (غیرالگوریتمی) و رویه‌ای (الگوریتمی)

پایه سوم ابتدایی:

جمع و تفریق اعداد از ۱۰۰۰ تا ۹۹۹۹

ارائه مفهوم ضرب اعداد با استفاده از جمع‌های تکرار شونده، ارائه مفهوم ضرب اعداد یک رقمی در یک رقمی با استفاده از روش آرایش مستطیلی

ارائه خواص ضرب (جابجایی و پخشی ضرب نسبت به جمع)

ارائه مفهوم چند برابری

ارائه مفهوم تقسیم به عنوان عکس عمل ضرب

ارائه تقسیم اعداد دو رقمی براعداد یک رقمی

پایه چهارم:

جمع و تفریق اعداد در طبقه میلیون

ماشین‌های ورودی خروجی

ضرب اعداد دو رقمی در اعداد دو رقمی با استفاده از خاصیت پخشی (توزیع‌پذیری) ضرب نسبت به جمع، مساحت مستطیل

ضرب اعداد چند رقمی در چند رقمی

تقسیم اعداد بر اعداد یک رقمی

تقسیم اعداد بر اعداد دو رقمی

ارائه مفهوم بخش‌پذیری

چک‌لیست ارزشیابی

ردیف		بسیار خوب	خوب	قابل‌قبول	نیازمند تلاش
۱	عددهای تا طبقه میلیارد را می‌خواند و می‌نویسد.				
۲	جمع، تفریق، ضرب و تقسیم عددها بر اعداد یک رقمی و دو رقمی را با تسلط انجام می‌دهد.				
۳	رابطهٔ بین رقم‌های مختلف در جدول ارزش مکانی عددها را درک می‌کند.				
۴	عددها را به‌صورت تقریبی با توجه به رقم موردنظر می‌نویسد.				
۵	عددها را باهم مقایسه می‌کند.				
۶	الگوهای عددی با شمارش چندتاچندتا را ادامه می‌دهد.				
۷	حاصل‌جمع، تفریق، ضرب و تقسیم اعداد را به‌طور تقریبی محاسبه می‌کند.				
۸	از عددهای تا طبقهٔ میلیارد، درک و تصور دارد و مصادیق آنها را بیان می‌کند.				
۹	عدد مرکب مربوط به زمان را می‌شناسد و جمع و تفریق می‌کند.				
۱۰	با سایر عددهای مرکب نیز آشنایی دارد.				
۱۱	الگوهای عددی مرکب را ادامه می‌دهد.				
۱۲	مسئله‌های مربوط به زمان را حل می‌کند.				
۱۳	با الگوی عددهای مثلثی و مربعی آشنایی دارد.				
۱۴	الگوهای هندسی مختلف را ادامه داده و رابطهٔ بین عددها و یا شکل‌ها را درک می‌کند.				
۱۵	می‌تواند یک الگوی عددی یا هندسی طرح کند.				

درس اوّل

یادآوری عددنویسی و محاسبات عددی

اهداف

۱ــ خواندن و نوشتن عددهای تا طبقهٔ میلیون

۲ــ درک روابط بین ارزش رقم‌های مختلف در جدول ارزش مکانی

۳ــ انجام محاسبات عددی (جمع و تفریق، ضرب و تقسیم)

۴ــ نوشتن گسترده عددها، پیدا کردن عدد تقریبی و مقایسهٔ آنها و درک رابطهٔ بین این سه موضوع

ابزارهای موردنیاز:

۱ــ صفحهٔ بازی مطابق فعالیت کتاب

۲ــ کارت‌های عدد (رقم‌های ۰ تا ۹ به تعداد زیاد)

۳ــ پول

روش تدریس

این درس به‌طورکلی به یادآوری مفاهیم و مهارت‌های عددنویسی تا طبقهٔ میلیون می‌پردازد. با توجه به اینکه هیچ موضوع جدیدی مطرح نمی‌شود کار را بدون هیچ مقدمه‌ای با انجام فعالیت این درس شروع کنید. هدف این فعالیت تشکیل جدول ارزش مکانی و نوشتن و خواندن عدد به کمک آن است. یک صفحهٔ بازی درست کنید و با کمک مهره، بازی را شروع کنید. دانش‌آموز باید یاد بگیرد که ۳ مهره در خانه یکان هزار یعنی ۳۰۰۰ و به این‌ترتیب بتواند گستردهٔ عدد را نیز بنویسد. در فعالیت دوم، هدف، جمع و تفریق و مقایسهٔ عددها با یک مثال کاربردی است. می‌توانید شبیه این فعالیت را با وسایل مختلف در کلاس خود به‌طور واقعی بازسازی کنید. در قسمت سوم فعالیت نیز دانش‌آموزان

یاد می‌گیرند که چگونه وقتی یک عدد در ۱۰ ضرب می‌شود ارزش رقم‌ها تغییر می‌کند. به همین ترتیب می‌توانید موضوع را برای ضرب عددها در ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ نیز مطرح کنید. پس از انجام فعالیت و جمع‌بندی موضوعات مطرح‌شده از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند. هدف سؤال مربوط به محور شمارش چند تا چند تا و ساختن محورهایی برای مقایسهٔ عددهای تقریبی است.

هدف سؤال ۶ کار در کلاس این است که دانش‌آموزان درکی را که در سؤال ۳ فعالیت صفحه ۳ در خصوص تغییری که به هنگام ضرب عددی در ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۰۰۰ بر روی رقم‌هایش به‌وجود می‌آید را نسبت به تقسیم اعداد بر ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰، ۰۰۰ نیز توسعه دهند.

فعالیت دوم این درس به یادآوری ضرب عددها در قالب انجام یک بازی با کارت‌ها می‌پردازد. به کمک این بازی علاوه بر اینکه محاسبهٔ ضرب آنها تقویت می‌شود توانایی استدلال کردن برای ساختن بزرگ‌ترین یا کوچک‌ترین عدد ممکن نیز تمرین می‌شود. همین بازی را می‌توانید با جمع و تفریق و یا با تعداد رقم‌های بیشتر نیز انجام دهید.

هدف سؤال ۲ فعالیت این است که دانش‌آموزان از روش‌های مختلف از جمله بیان کلامی و حذف صفرهای اعدادی که هم مرتبه هستند، برای جمع و تفریق اعداد استفاده کنند. یکی دیگر از این روش‌ها، استفاده از روش‌های محاسباتی غیر الگوریتمی بر مبنای ویژگی‌های اعداد مورد محاسبه هست. به عنوان مثال برای جمع دو عدد ۲۵۰+۳۹۹ دانش‌آموزان می‌توانند به جای استفاده از روش‌های محاسباتی الگوریتمی (بر مبنای جدول ارزش مکانی اعداد) و یا روش‌های فرایند جمع، با اضافه کردن ۱ واحد به عدد ۳۹۹ آن را به ۴۰۰ تبدیل کنند. سپس حاصل جمع ۴۰۰ و ۲۵۰ را محاسبه کنند و در نهایت از حاصل (۶۵۰) ، یک واحد کم کنند.

۳۹۹+۲۵۰=۶۴۹

۴۰۰+۲۵۰=۶۵۰

۶۵۰−۱=۶۴۹

در قسمت‌های دیگر این فعالیت نیز مقایسه ، جمع و تفریق، ضرب و تقسیم با عددهای تقریبی و با به کار بردن روش‌های مختلف محاسبه تمرین می‌شود.

در قسمت کار در کلاس نیز همان تمرین‌ها به صورت‌های مختلف تکرار شده است. توجه داشته باشید که این تمرین‌ها نمونه هستند و شما می‌توانید برای کسب مهارت، تمرین‌های بیشتری در کلاس مطرح کنید.

البته انتظار می‌رود مسائل ارائه شده در خصوص تقسیم، با توجه به عدم آموزش تقسیم اعداد چند رقمی بر چند رقمی در پایه‌های قبل، در سطح ارائه شده در کتاب باشد و بیشتر بر استفاده از روش‌های کلامی و محاسبه ذهنی تأکید داشته باشند.

فعالیت پیشنهادی

اهداف : توسعه مهارت خواندن و نوشتن اعداد تا ده رقم

زمان : ۲۰ دقیقه

وسایل مورد نیاز : ۴ برگ کاغذ A۴

شرح فعالیت

۱ــ چهار ورق کاغذ A۴ را به گونه‌ای برش دهید که ۱۲۰ نوار کاغذی به دست آید (هر کاغذ ۳۰ نوار).

۲ــ دانش‌آموزان را در گروه‌های سه نفره قرار دهید و در اختیار هر فرد ۳ یا ۴ نوار کاغذی قرار دهید (با توجه به تعداد دانش‌آموزان).

۳ــ از دانش‌آموزان بخواهید که به دلخواه خود در روی هر نوار کاغذی یک عدد ۹ رقمی نوشته و آن را با، سه رقم سه رقم جدا کنند. مثال :

۱۲۳ , ۰۳۷ , ۶۵۴

۴ــ سپس اعضای گروه نوارهای کاغذی خود را پشت روی میز قرار داده و به ترتیب هر نفر یک نوار را برداشته و عدد روی آن را می‌خواند. در صورتی که درست بخواند و دو نفر دیگر اعضای گروه درستی کار او را تأیید کنند، یک امتیاز برای خودش ثبت می‌کند.

۵ ــ نفر بعدی همین کار را تکرار می‌کند و بازی تا آنجا ادامه می‌یابد که همه نوارهای کاغذی خوانده شوند.

۶ــ اعضای گروه امتیازهای خود را مقایسه می‌کنند. فردی که بیشترین امتیاز را کسب کرده توسط اعضای دیگر گروه تشویق می‌شود.

۷ــ سپس کل افرادی که بیشترین امتیاز را آورده‌اند توسط سایر دانش‌آموزان تشویق می‌شود.

۸ــ در صورت صلاحدید معلم بازی به صورت زیر ادامه می‌یابد دانش‌آموزان کلاس به دو گروه تقسیم می‌شوند و دو گروه با یکدیگر به صورت زیر مسابقه می‌دهند. توسط معلم یک عدد ۹ رقمی روی تابلو ثبت می‌شود و به ترتیب هر یک از اعضای گروه عدد مورد نظر را می‌خوانند (انتخاب پاسخ دهنده بر عهده معلم می‌باشد) و در صورت درست بودن یک امتیاز کسب می‌کنند. گروهی که بالاترین امتیاز را بیاورد توسط گروه دیگر تشویق می‌شود.

توصیه :

۱ــ این فعالیت می‌تواند بجای فعالیت ۱ صفحه ۲ کتاب‌درسی، در صورت صلاحدید معلم اجرا شود.

۲ــ در بند ۸ معلم می‌تواند بجای نوشتن عدد نه رقمی، بعضی مواقع عدد را در جدول ارزش مکانی نمایش دهد و یا از دانش‌آموزان بخواهد پس از خواندن عدد، آن را در جدول ارزش مکانی نمایش داده و به صورت کلامی بنویسند.

حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین اوّل این قسمت باهدف انجام محاسبه‌های ساده و یافتن راهبرد مناسب برای حل مسئله شروع شده و پاسخ آنها عبارت‌اند از :

	۱	
۳	۵	۲
	۴	

	۱	
۴	۳	۲
	۵	

	۲	
۳	۱	۴
	۵	

در این سؤال، مهم پیدا کردن عددی است که در خانه وسط قرار می‌گیرد.

توصیه‌های آموزشی

۱ــ پرداختن به مصادیق مختلف عددهای تا صد میلیون از هدف‌های اصلی این درس است.

۲ــ به رابطه‌های بین رقم‌ها بیشتر توجه کنید. برای مثال ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰ تا می‌شود یک‌میلیون و یا ۱۰ تا ۱۰۰ هزارتا می‌شود یک‌میلیون.

۳ــ محاسبه‌های ذهنی نیز در این درس بسیار توصیه می‌شود. تمرین‌های مشابه سؤال‌های زیر را با دانش‌آموزان زیاد انجام دهید.

= نصف ده هزار　　= ۱۰۰ هزار × ۳۰۰　　=۲۰۰×۳۰۰۰۰

= ۴برابر ۵۰۰۰۰　　= نصف ۱۰ میلیون　　= دو برابر ۱۰۰ هزار

۴ــ کار با ماشین‌حساب برای حل مسئله‌ها نیز توصیه می‌شود. این کار باعث می‌شود به‌راحتی سؤال‌ها و مسئله‌های واقعی طرح کنید و نگران انجام محاسبه نباشید.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

۱ــ یکی از مهم‌ترین اشکالات دانش‌آموزان در نوشتن و خواندن عددهایی است که بعضی از رقم‌هایشان صفر است. این اشکال در مقایسه با گسترده نویسی و حتی محاسبهٔ جمع، تفریق ، ضرب و تقسیم نیز مشاهده می‌شود.

۲ــ تفاوت بین ارزش یک رقم و مقایسهٔ آن با ارزش رقم دیگر با مقایسهٔ خود رقم‌ها بدون درنظر گرفتن ارزش آنها از دیگر موارد بدفهمی‌ها محسوب می‌شود.

درس دوم

معرفی میلیارد

اهداف

۱ــ خواندن و نوشتن عددهای تا طبقهٔ میلیارد

۲ــ درک رابطهٔ بین رقم‌های مختلف با توجه به جدول ارزش مکانی

۳ــ درک و تصور درست از عددهای میلیاردی و بیان مصادیق

۴ــ گسترده نویسی، مقایسه، عددهای تقریبی و نمایش روی محور و درک رابطهٔ بین آنها

۵ــ کار با ماشین‌حساب و انجام محاسبات عددی

ابزارهای موردنیاز :

۱ــ مکعب‌های کوئیزنر (یکی، ده‌تایی، صدتایی و هزارتایی)

۲ــ پول

۳ــ کارت رقم (۰ تا ۹) به تعداد موردنیاز

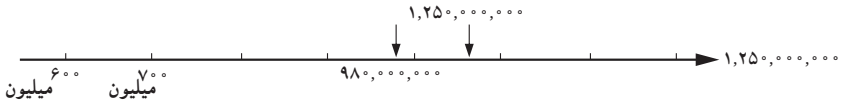
روش تدریس

این درس در امتداد درس قبلی است با این تفاوت که طبقهٔ میلیارد به جدول ارزش مکانی اضافه می‌شود. سبک آموزش این درس مشابه آموزش هزار و میلیون است. درصورتی‌که وسایل مربوط به مکعب‌های کوئیزنر را در اختیار دارید، کار با آنها را شروع کنید، در غیر این صورت از دانش‌آموزان بخواهید فعالیت کتاب را انجام دهند. هدف این فعالیت معرفی میلیارد به طرق مختلف است. همچنین به درک بهتر رابطهٔ بین رقم‌ها در جدول ارزش مکانی کمک می‌کند. هر اتفاقی برای یافتن عدد ۱۰۰۰ افتاده است برای ۱۰۰۰ تا ۱۰۰۰ تایی یا یک‌میلیون می‌افتد. همین اتفاق برای ۱۰۰۰ تا یک میلیون یعنی میلیارد نیز خواهد افتاد. بدین ترتیب دانش‌آموزان تصور خوبی از رابطهٔ بین آنها پیدا می‌کنند و

ارزش مکانی ۱۰ تا ۱۰ تا و همچنین طبقه‌های یکی، میلیون و میلیارد را بهتر درک می‌کنند. در سؤال سوم نیز با الگوهای عددی مختلف عدد یک میلیارد به طرق گوناگون ساخته می‌شود تا دانش‌آموزان برای نمایش آن عدد در جدول ارزش مکانی در سؤال چهارم آماده شوند.

در کار در کلاس تلاش شده است تا دانش‌آموزان با مصادیق مختلف میلیارد ازجمله جمعیت و پول آشنا شوند. در فعالیت دوم این درس نمایش تقریبی عددها روی محور به درک بهتر عددهای تقریبی و شمردن چند تا چند تا در حدود عددهای طبقه میلیارد کمک می‌کند.

به‌عنوان نمونه، حل یکی از محورهای ارائه شده در این فعالیت به‌صورت زیر است. البته اعداد نقاط مشخص شده و نقاط مربوط به اعداد،تقریبی است و پاسخ دانش‌آموزان اگر نشان‌دهنده درک صحیح آنان از مقدار تقریبی اعداد و محل تقریبی اعداد روی محور باشد، صحیح هست.



درواقع دانش‌آموزان با گسترده نویسی و مقایسه عددها نیز دست ورزی خواهند کرد.

در کار در کلاس دوم این درس یک نوآوری در نمایش جمع و تفریق عددها صورت پذیرفته است تا دانش‌آموزان بدون نیاز به نوشتن صفرها عددها را راحت‌تر جمع و تفریق کنند. در انجام تفریق نیز باید از اینکه یک میلیارد همان ۱۰۰۰ میلیون است استفاده کنند.

فعالیت پیشنهادی

اهداف :

- درک مفهوم میلیارد
- درک رابطه بین هر مکان با مکان بعدی در جدول ارزش مکانی

زمان : ۲۵ دقیقه

وسایل مورد نیاز : کاغذ A۴ به تعداد $\frac{1}{4}$ کل دانش‌آموزان، برگه ضمیمه شماره ۱ به تعداد دانش‌آموزان

شرح فعالیت

۱ــ دانش‌آموزان را در گروه‌های سه نفره قرار دهید. در اختیار هر فرد $\frac{۱}{۴}$ کاغذ A۴ قرار دهید. سپس روی تابلوی کلاس مطالب زیر را نوشته و از دانش‌آموزان بخواهید که آنها نیز مانند شما این مطالب را روی برگه خود ثبت کنند.

میلیارد	۱۰۰۰
ده هزار	۱,۰۰۰,۰۰۰
میلیون	۱۰,۰۰۰
صد هزار	۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰
صد میلیون	۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰
هزار	۱۰۰,۰۰۰
ده میلیون	۱۰,۰۰۰,۰۰۰

سپس هر عدد را به نام مربوط به آن عدد وصل کنند. مثلاً هزار ← ۱۰۰۰

۲ــ اعضای هر گروه نوشته‌های خود را با یکدیگر مقایسه می‌کنند و اشکالات را برطرف می‌کنند.

۳ــ از اعضای گروه‌ها سؤال می‌شود کدام عدد برایتان جدید بود.

۴ــ از اعضای گروه‌ها سؤال می‌شود تشابه و تفاوت ارقام این عدد با ارقام عدد میلیون چیست؟ (تعداد صفرها با تعداد یک هر عدد مقایسه می‌شود)

۵ــ از اعضای گروه‌ها خواسته می‌شود که با مشورت با یکدیگر این عدد را در جدول ارزش مکانی که معلم روی تابلوی کلاس ثبت کرده است قرار دهند.

۶ــ با کمک دانش‌آموزان عدد میلیارد معرفی می‌شود.

۷ــ در اختیار هر دانش‌آموز برگ ضمیمه شماره ۱ را که قبلاً تکثیر کرده‌اید قرار دهید و از آنها بخواهید تا جاهای خالی را پر کنند.

۸ ــ از اعضای گروه‌ها خواسته می‌شود برگه‌های خود را با دیگر اعضای گروه مقایسه و اشتباهات را اصلاح کنند.

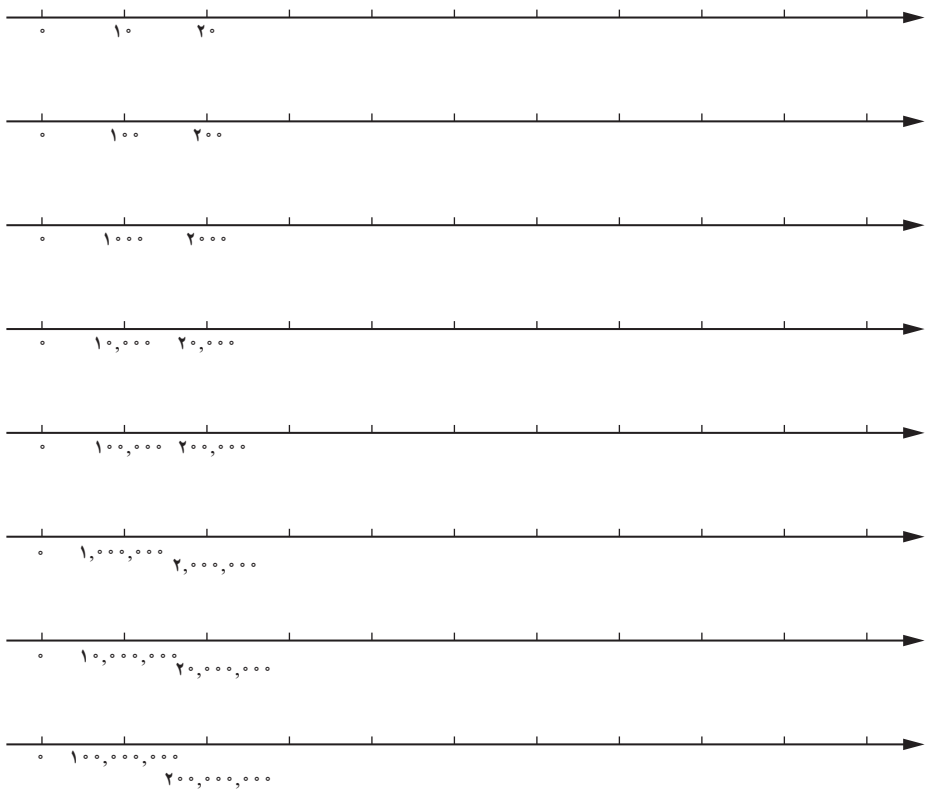
۹ــ یکی از گروه‌ها کار خود را به کلاس ارائه می‌کند و سایر گروه‌ها اظهارنظر می‌کنند.

توصیه :

۱ــ این فعالیت می‌تواند (در صورت صلاحدید معلم) بجای فعالیت ۱ صفحه ۶ کتاب‌درسی اجرا شود.

۲ــ برای تعمیق بیشتر مفهوم می‌توانید از دانش‌آموزان بخواهید که تعداد ثانیه‌هایی که از عمر آنها می‌گذرد را با ماشین حساب محاسبه کرده و بیان کنند. سپس بگویند اگر ده سال به عمر آنها اضافه شود چند ثانیه عمر کرده‌اند (بدون استفاده از ماشین حساب).

در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.



با استفاده از محورهای بالا به سؤالات زیر پاسخ دهید.

آ) ۱۰ تا ۱۰ تایی می‌شود .....

ب) ۱۰ تا ۱۰۰ تایی می‌شود .....

پ) ۱۰ تا ۱۰۰۰ تایی می‌شود .....

ت) ۱۰ تا ۱۰,۰۰۰ تایی می‌شود .....

ث) ۱۰ تا ۱۰۰,۰۰۰ تایی می‌شود ...

ج) ۱۰ تا ۱۰۰۰,۰۰۰ می‌شود .....

چ) ۱۰ تا ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ می‌شود ....

ح) ۱۰ تا ۱۰۰,۰۰۰,۰۰۰ می‌شود ....

حل بعضی از تمرین‌ها

مهم‌ترین تمرین این قسمت همان سؤال اول است. دانش‌آموزان در کلاس سوم یاد گرفته‌اند که ۱۰۰۰ کاغذ به‌طور تقریبی ضخامتی معادل ۱۰ سانتی‌متر خواهد داشت. در سال چهارم نیز برای یک‌میلیون کاغذ محاسبه را انجام داده‌اند. حالا در این سؤال ضخامت یک میلیارد کاغذ را محاسبه می‌کنند. توجه داشته باشید که هر ۱۰۰ کاغذ به‌طور تقریبی یک سانتی‌متر ضخامت خواهد داشت بنابراین :

کیلومتر ۱۰۰ = متر ۱۰۰۰۰۰۰= سانتی‌متر ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ ضخامت کاغذها

به‌عبارت‌دیگر اگر یک میلیارد کاغذ را روی‌هم بگذاریم به‌طور تقریبی ضخامتی معادل ۱۰۰ کیلومتر خواهد داشت!

در حل سؤال ۴، دانش‌آموزان می‌توانند ابتدا جمعیت کشورها را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند، سپس حاصل جمع آنها را به عنوان حاصل به‌دست آورند، یا اینکه جمعیت کشورها را ابتدا با هم جمع کنند و سپس حاصل جمع را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند. هر دو روش صحیح هست و آنچه مهم است این است که دانش‌آموزان درک درستی از تقریب داشته باشند و بتوانند اعداد را با تقریب مورد نظر تقریب بزنند. در تقریب اعداد نیز دانش‌آموزان هم می‌توانند با حذف رقم‌های بعد از مقدار تقریب و صفر گذاشتن به جای آن مقدار تقریبی را به‌دست آورند، مانند :

۷۸,۴۲۰,۰۰۰ $\xrightarrow{\text{با تقریب یک میلیون}}$ ۷۸,۰۰۰,۰۰۰

۷۸,۴۲۰,۰۰۰ $\xrightarrow{\text{با تقریب ۱۰۰ هزار}}$ ۷۸,۴۰۰,۰۰۰

و هم می‌توانند با توجه به رقم بعد از مقدار تقریب و برمبنای رقم بعد از تقریب (اگر ۵ یا بالاتر از ۵ بود یک واحد به مقدار تقریب اضافه می‌شود و بقیه رقم‌ها صفر می‌شود و اگر کمتر از ۵ بود رقم‌های بعد از تقریب صفر می‌شود) مقدار تقریبی را با تقریب خواسته شده به‌دست آورند،مانند :

۱۷,۶۱۰,۰۰۰ $\xrightarrow{\text{با تقریب یک میلیون}}$ ۱۸,۰۰۰,۰۰۰

رقم تقریب رقم بعد از تقریب

۱۷,۶۱۰,۰۰۰ $\xrightarrow{\text{با تقریب ۱۰۰ هزار}}$ ۱۷,۶۰۰,۰۰۰

رقم تقریب رقم بعد از تقریب

توصیه‌های آموزشی

مهم‌ترین توصیه در این قسمت به آموزگاران محترم کلاس پنجم این است که برای تدریس بهتر این قسمت باید درس‌های هزار و میلیون را از کتاب‌های سوم و چهارم دبستان با دقت مطالعه کنید تا با نحوهٔ تدریس آنها در سال‌های قبل آشنا شده و بدانید که دانش‌آموزان با چه اندوخته‌ای به کلاس پنجم دبستان واردشده‌اند. توصیه‌های درس قبل نیز در این درس مورد تأکید است.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

داشتن تخمین و درک مناسب عددهای در حدود یک میلیارد برای دانش‌آموزان مشابه بزرگ‌ترها کار دشواری است و لازم است در این خصوص تمرین‌های مختلف و متنوعی انجام دهید.

درس سوم

جمع و تفریق عددهای مرکب

اهداف

۱ــ آشنایی با عددهای مرکب زمان

۲ــ ادامه دادن الگوهای عددی مرکب مربوط به زمان

۳ــ جمع و تفریق عددهای مرکب (زمان)

۴ــ حل مسئله‌های مربوط به زمان

۵ــ آشنایی با سایر عددهای مرکب

۶ــ درک این موضوع که در سایر عددهای مرکب مبنای دسته‌بندی عددها تفاوت می‌کند.

ابزارهای موردنیاز :

۱ــ ساعت عقربه‌ای

۲ــ ساعت دیجیتالی

۳ــ ترازو و وزنه‌های ۱ ، ۱۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ گرمی

۴ــ متر پارچه‌ای و خط کش

روش تدریس

هدف اصلی این درس معرفی عددهای مرکب (زمان) است. در قسمت اول ضمن آشنا کردن دانش‌آموزان با عددهای مرکب مربوط به ساعت، دقیقه و ثانیه، جمع و تفریق آنها نیز آموزش داده می‌شود. در بخش دوم توجه دانش‌آموزان به اینکه عددهای مرکب را به صورت‌های دیگر نیز می‌توان به کار برد، جلب می‌شود. هدف این است که دانش‌آموزان متوجه شوند در این نوع عددهای مرکب رابطهٔ

بین عددها ۶۰/ تا ۶۰/ تائیست و متناسب با موضوع این عددها تفاوت می‌کنند. بدون هیچ مقدمه‌ای فعالیت اول کتاب را انجام دهید. در سؤال اول ضمن یادآوری نمایش زمان به صورت‌های مختلف، عدد مرکب معرفی می‌شود. در سؤال‌های ۲ و ۳ این فعالیت، درواقع با کمک الگویابی جمع عددهای مرکب آموزش داده می‌شوند. وقتی عدد بعد از ۴۰/ :۱ به‌صورت ۲ و عدد بعدی به‌صورت ۲۰/ :۲ نوشته می‌شود. در حقیقت دانش‌آموزان یاد گرفته‌اند که باید هر ۶۰ دقیقه را به یک ساعت تبدیل کنند. در پاسخ به سؤال ۳ لازم است دانش‌آموزان چگونگی به‌دست آوردن حاصل را به‌صورت کلامی بنویسند. برای تکمیل موضوع، سؤال ۴ به صورت‌های مختلف جمع دو عدد مرکب را نمایش داده است تا موضوع جمع‌بندی و نهایی شود. در سؤال ۵ نیز نمونه‌ای از تفریق مطرح شده است.

کار در کلاس این قسمت نیز به جمع و تفریق و انجام مسئله‌های مربوط به زمان اختصاص یافته است. در بخش دوم کار با یک فعالیت و کار در کلاس دیگر انجام‌شده است. در این دو قسمت نمونه‌های دیگری از عددهای مرکب با واحدهای جرم، طول و زمان مطرح شده است تا دانش‌آموزان علاوه بر آشنایی با آنها به نحوهٔ دسته‌بندی (ساختن دستهٔ کناری) توجه کنند.

حل بعضی از تمرین‌ها

در قسمت آخر سؤال ۱ تمرین، خواسته شده است که با توجه به جدول بالا، دانش‌آموزان مسئله‌ای را طرح کنند و سپس آن را حل کنند. با توجه به نقش و اهمیت طرح مسئله در یادگیری مفاهیم مختلف ریاضی، از همکاران محترم انتظار می‌رود بر حل این قسمت از سؤال و ارائه مسائل مشابه در کلاس درس تأکید ویژه‌ای داشته باشند.

در سؤال ۶ قسمت تمرین، روشی برای تخمین زدن تعداد دانه‌های برنج مطرح‌شده است. به‌طورکلی برای چنین محاسبه‌هایی دو روش وزنی و حجمی وجود دارد. درروش اول وزن (برای مثال ۱۰ گرم) تعدادی برنج گرفته شود و با شمردن تعداد آنها مقدار یک کیلوگرم و یا هر وزن موردنظر دیگر پیدا می‌شود. درروش حجمی از پیمانه کردن استفاده می‌شود. برای مثال با ۱۰ تا قاشق غذاخوری یک لیوان و با ۱۰ تا لیوان یک کیلوگرم برنج به دست می‌آید (عددها ذهنی و تقریبی هستند). در این صورت با شمردن تعداد برنج‌های یک قاشق می‌توان تعداد برنج‌های یک کیلوگرم را پیدا کرد.

توصیه‌های آموزشی

۱ــ برای یادآوری خواندن و نمایش زمان‌های مختلف می‌توانید از انواع ساعت‌ها استفاده کنید.

۲ــ در حل مسئله‌های مربوط به زمان نیز در صورت لزوم از ساعت‌های عقربه‌ای کمک بگیرید تا درک بهتری ایجاد شود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

عمده بدفهمی دانش‌آموزان در جمع و تفریق عددهای مرکب است که نمونه‌های آن در کار در کلاس و تمرین‌ها ارائه شده است. بحث در مورد آنها به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا خودشان آن اشتباهات را تکرار نکنند.

درس چهارم

الگوها

اهداف

۱ــ درک تمایز و تفاوت موجود بین محیط و مساحت شکل با کمک الگوهای هندسی

۲ــ درک رابطهٔ بین شکل‌ها و عددها در الگوها برای پیدا کردن شکل‌ها یا عددهای بعدی

۳ــ آشنایی با الگوی عددهای مثلثی و مربعی

۴ــ ادامه دادن یک الگو و یا طرح یک الگوی عددی یا هندسی

ابزارهای موردنیاز:

۱ــ صفحهٔ شطرنجی مربعی یک سانتی‌متری

۲ــ چوب‌کبریت برای ساختن الگوها

۳ــ صفحه‌های شطرنجی مربعی، مثلثی و شش‌ضلعی منتظم

روش تدریس

هدف اصلی این درس الگویابی است اما در ضمن آن بعضی از مفاهیم نیز مرور می‌شوند. در فعالیت بخش اول دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که چگونه شکل‌هایی که یک محیط دارند می‌توانند مساحت‌های مختلف داشته باشند. درک این موضوع در قالب یک الگوی هندسی شکل‌گرفته است تا دانش‌آموزان بین محیط شکل‌های مختلف با مساحت‌های گوناگون رابطه برقرار کنند و بتوانند برای شکل‌های بعدی بدون رسم آنها پاسخ موردنظر را پیدا کنند. همین هدف در سؤال‌های کار در کلاس این قسمت نیز دیده می‌شود.

در ضمن این الگوها درواقع مفهوم متناسب بودن و تناسب نداشتن نیز مطرح‌شده است. در سؤال اول، تعداد چوب‌کبریت‌ها با شماره شکل‌ها متناسب است اما در سؤال دوم این اتفاق نمی‌افتد به همین دلیل ضرب کنار جدول را نمی‌توان نوشت. این سؤال‌ها که در قالب الگویابی مطرح شده است زمینهٔ مناسبی برای آموزش تناسب مطرح می‌کند.

در بخش دوم این درس الگوی عددهای مثلثی و مربعی معرفی می‌شوند. با توجه به اینکه این الگوهای عددی به‌خصوص عددهای مربع کامل در آیندهٔ ریاضی دانش‌آموزان کاربرد دارد، دانستن نام آنها خالی از لطف نیست اما نباید بیش از حد به آن پرداخته شود. در کار در کلاس هم همان الگوها به شکل دیگری دنبال می‌شود.

علت نامگذاری الگوی عددهای مثلثی به این نام، این موضوع می‌باشد که در این الگو، در هر مرحله‌ای به تعداد هر مرحله‌ای، به شکل‌های مرحله قبل اضافه می‌شود. بنابراین شکل حاصل به صورت هرمی است که در هر مرحله‌ای به قاعده‌های هرم اضافه می‌شود و شکلی مثلثی حاصل می‌شود. به همین دلیل به این الگوها، الگوی عددهای مثلثی می‌گویند. الگوهای عددهای مربعی نیز به دلیل اینکه تعداد شکل‌ها در هر مرحله‌ای می‌توانند ضلع‌های مربعی باشند، اعداد مربع کامل (مجذور کامل) هستند، الگوی عددهای مربعی نامگذاری شده‌اند.

حل بعضی از تمرین‌ها

در سه تمرین ابتدای این درس علاوه بر آنکه دانش‌آموزان شکل‌های بعدی را رسم می‌کنند باید رابطهٔ بین شکل‌ها را کشف کنند تا به کمک آن بتوانند شکل موردنظر (برای مثال دهم) را بدون رسم شمارش کنند و تعداد مربع‌های کوچک آن را بیان کنند برای مثال در سؤال اول تعداد مربع‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید :

۱+۲ × (شمارهٔ شکل)

در سؤال ۲، فرمول پیدا کردن تعداد مربع‌های هر مرحله براساس شماره مرحله‌ها به صورت زیر هست :

۲×(۲+ شمارهٔ شکل) یا ۴+(۲× شمارهٔ شکل)

در سؤال ۳ نیز تعداد مربع‌های هر شکل براساس شماره مرحله با استفاده از رابطه ۱+(شمارهٔ شکل × شمارهٔ شکل) به‌دست می‌آید.

توصیه‌های آموزشی

۱ــ در طرح سؤال‌های مربوط به الگویابی، سطح دانش‌آموزان در نظر گفته شود و متناسب با آن سؤال و تمرین داده شود.

۲ــ طرح کردن الگو نیز از اهداف مهم این درس است که می‌تواند مورد سؤال واقع شود.

۳ــ به نام‌های الگوی عددهای مثلثی و مربعی بیش‌ازحد تأکید نکنید. هدف الگویابی است نه نامگذاری و سؤال‌های پیچیده‌ای که هدف و کاربرد خاصی را دنبال نمی‌کند.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

مهم‌ترین بدفهمی این است که دانش‌آموزان بین دو جملهٔ متوالی یک الگو، رابطه‌ای کشف می‌کنند و بدون آنکه آن را برای جمله‌های دیگر الگو آزمایش کنند به کار می‌برند. درحالی‌که ممکن است آن رابطه برای جمله‌های بعدی صدق نکند. برای رفع این مشکل همیشه رابطهٔ بیان‌شده در تمام جمله‌های الگو را امتحان کنید و این کار را به دانش‌آموزان آموزش دهید.

هدف از ارائه مرور فصل در پایان هر فصلی، جمع‌بندی و فراهم آوردن فرصتی برای تثبیت و تعمیق مطالب ارائه شده در فصل هست. مرور فصل‌ها از چهار بخش اصلی فرهنگ نوشتن، تمرین، معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن تشکیل شده است. هدف از فرهنگ نوشتن فراهم آوردن فرصتی برای بیان مفاهیم آموخته شده در فصل به صورت کلامی و به زبان خود دانش‌آموز و توسط وی هست. در بخش تمرین سعی شده است نمونه‌هایی از تمرینات ارائه شده در درس‌های قبل، آورده شود. معما و سرگرمی فرصتی را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند تا با استفاده از مفاهیم ارائه شده در درس، به حل معماهایی که علاوه بردارا بودن محتوای ریاضی، جنبه سرگرمی و بازی را نیز دارند، بپردازند. این امر موجب آن می‌شود که ضمن عمق بخشی به یادگیری، دانش‌آموزان از لذت کار با ریاضی بهره‌مند شوند. در فرهنگ نوشتن، هدف ارتقاء سطح توانایی خواندن و درک متون مرتبط با مفاهیم ریاضی هست.

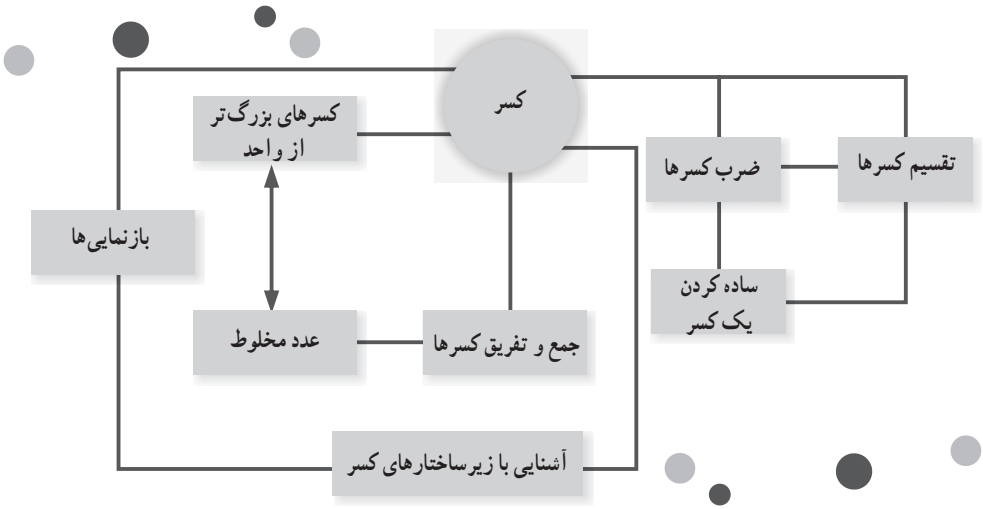
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۲ کسر

نگاهی کلی به فصل

این فصل شامل ۵ درس است. درس اول به معرفی کسرهای بزرگ‌تر از واحد می‌پردازد. همچنین روش تبدیل یک عدد مخلوط به کسر و نیز روش تبدیل یک کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط آموزش داده می‌شود. درس دوم به جمع و تفریق عددهای مخلوط اختصاص دارد که در قالب فعالیت و به کمک بازنمایی‌ها و روش‌های مختلف آموزش انجام می‌گیرد. در درس سوم ضرب کسرها در سه وضعیت ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر، ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی و ضرب دو کسر در یکدیگر آموزش داده می‌شود. در درس چهارم دانش‌آموزان تقسیم کسرها را فرا می‌گیرند. لازم به ذکر است که بخشی از آموزش تقسیم دو کسر در پایه ششم ادامه خواهد یافت. در آخرین درس فصل ۲ به ضرب عددهای مخلوط پرداخته می‌شود، همچنین در مورد ساده کردن کسرها نیز روش‌هایی مطرح می‌شود.

شبکه مفهومی



تصویر عنوانی

تصویر عنوانی به موضوع ضرب دو کسر اختصاص دارد. تصویر از دنیای پیرامون و مربوط به زندگی واقعی است و اشاره به سهم زنبورها در گرده‌افشانی حشرات دارد. هدف این تصویر علاوه‌بر ایجاد ارتباط بین ریاضیات و خلقت، نشان دادن اهمیت و مفید بودن آموختن این پدیده‌هاست. همان‌گونه که در متن تصویر ذکر شده است از زنبور عسل درس‌های مفید زیادی را می‌توان فرا گرفت. در صورت فرصت و انگیزه می‌توان از دانش‌آموزان خواست در مورد این درس‌ها تحقیق کنند.

دانستنی‌هایی برای معلم

زیر ساختارهای کسر[1]

برخی از محققان عقیده دارند که کسرها ساختار چند لایه‌ای دارند و درک مفهوم کسر به درک پنج زیر ساختار جزء به کل، نسبت، عملگر، خارج قسمت و اندازه، و الحاق[2] آنها به یکدیگر وابسته

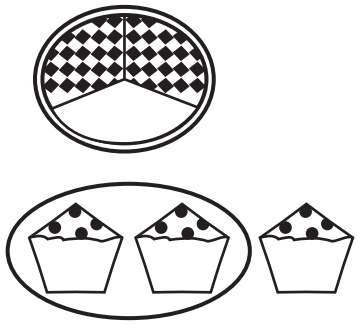
۱ــ مطالب این بخش از منبع زیر اقتباس شده است :
ــ دوستی، ملیحه. (۱۳۹۲). بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۲ــconfluence

است. شرح مختصری از این زیر ساختارها در ادامه ارائه شده است.

زیر ساختار جزء به کل

با افراز[1] یک کمیت گسسته یا پیوسته به قسمت‌های هم‌اندازه و در نظر گرفتن قسمت‌هایی از آن، کسر به عنوان جزئی از کل حاصل می‌شود که به فرم $\frac{a}{b}$ نوشته می‌شود. در زیر ساختار جزء به کل، کسر $\frac{۲}{۳}$، به عنوان ۲ تکه پیتزا از یک پیتزا که به سه قسمت مساوی تقسیم شده است یا به عنوان ۲ عدد کیک کشمشی از ۳ عدد کیک کشمشی در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱).

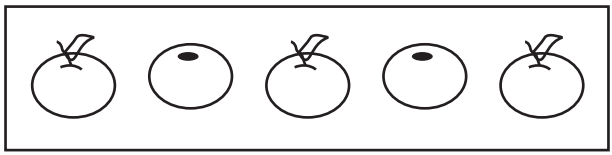


شکل ۱ــ نمایش کسر $\frac{۲}{۳}$ در زیر ساختار جزء به‌کل

اگر چه مطالعات نشان داده‌اند که دانش‌آموزان با درکی غیر رسمی از رابطه جزء به کل به کلاس درس می‌آیند، زیر ساختار جزء به کل، نباید به تنهایی برای بیان مفهوم کسر تدریس شود. دانش‌آموزانی که تنها با زیر ساختار جزء به کل در کسرها آشنا می‌شوند، به اندازه کافی نمی‌توانند دیگر مفاهیم کسر را توسعه دهند.

زیر ساختار نسبت

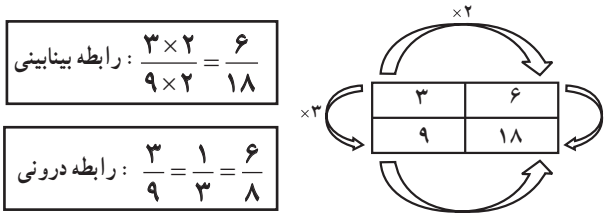
در زیر ساختار نسبت، کسر مقایسهٔ بین دو کمیت را بیان می‌کند و به عنوان یک شاخص مقایسه‌ای در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، کسر در این زیر ساختار، عدد نیست. برای مثال، نسبت تعداد مثلث‌ها به تعداد لوزی‌ها یا نسبت تعداد پرتقال‌ها به تعداد سیب‌ها در یک ظرف میوه (شکل ۲).



شکل ۲ــ نمایش نسبت ۲ به ۳، کسر $\frac{۲}{۳}$ در زیر ساختار نسبت

۱ــ افراز (Partitioning) در واقع، در نظر گرفتن یک کمیت مشخص و تقسیم آن به چند قسمت مساوی است.

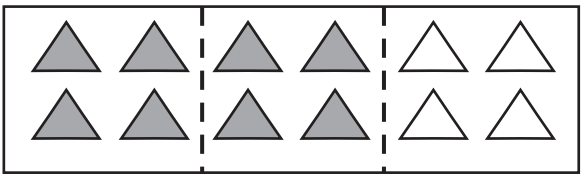
نولتینگ[1] نسبت‌ها را به عنوان روابط بینابینی[2] و درونی[3] کسرها توصیف می‌کند. در رابطه بینابینی کسرها، بررسی رابطه بین حداقل دو نسبت، به الگوریتم «مخرج مشترک» منجر می‌شود. با ضرب یک عدد غیر صفر در دو کمیت صورت و مخرج در یک نسبت، دو نسبت هم ارز حاصل می‌شود. برای مثال، سه پیتزا برای نُه نفر و شش پیتزا برای هجده نفر، نسبت‌های هم‌ارز هستند، چون سه ضربدر دو مساوی شش و نُه ضربدر دو، مساوی هجده می‌شود. در رابطه درونی کسرها، همبستگی دو کمیت مجزا ــ که نسبت واحدی را در بر دارند ــ بررسی می‌شود. با بررسی نسبت‌های بین این دو کمیت دیده می‌شود که هر دو نسبتی که رابطه ضربی یکسانی دارند، هم‌ارز هستند. برای مثال، سه پیتزا برای نُه نفر و شش پیتزا برای هجده نفر نسبت‌های هم‌ارز هستند، چون سه برابر سه، مساوی نُه و شش برابر سه، مساوی هجده است. رابطه درونی برای تعیین مقدار نسبی یا اندازه نسبت به کار می‌رود. دو رابطه در شکل زیر (شکل ۳) نشان داده شده‌اند.



شکل ۳ــ رابطه بینابینی و درونی

زیر ساختار عملگر

لامون عملگر را به عنوان یک تبدیل تعریف می‌کند که پاره‌خط‌ها را کوتاه یا بلند می‌کند، تعداد را در یک مجموعه از اشیا، کاهش یا افزایش می‌دهد یا شکل‌ها را در صفحه هندسی و نقشه بزرگنمایی می‌کند. مفهوم عملگر می‌تواند در بردارنده تفکری جبری باشد همانند تابعی که شکل‌های هندسی یا مجموعه‌ای از اشیا را تغییر می‌دهد. به عنوان مثال، $\frac{۲}{۳}$ می‌تواند به عنوان دو ــ سوم از کمیتی درک شود. $\frac{۲}{۳}$ از ۱۲ تا مثلث، ۸ مثلث می‌شود (شکل ۴).



شکل ۴ــ نمایش $\frac{۲}{۳}$ در زیر ساختار عملگر

۱ــ Noelting ۲ــ Between Relationships ۳ــ Within Relationships

زیرساختار عملگر به مفاهیم تناسب، ترکیب، همانی[1] و وارون[2] منجر می‌شود. در ضرب نیز به خواص گروه[3] منجر می‌گردد. در وضعیت «گروهی از»[4] ، اولین کسر روی کسر دوم عمل می‌کند. بـرای مثال، $\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۴}$ ، می‌تواند به عنوان سه چهارم از نیمی از یک گروه در نظر گرفته شود، نتیجه این حاصل ضرب، $\frac{۳}{۸}$ است. این نتیجه با تبدیل $\frac{۱}{۲}$ به چهار قسمت مساوی و در نظر گرفتن سه قسمت از این قسمت‌ها حاصل می‌شود. مطرح کردن زیر ساختار عملگر در برنامه‌درسی، نه تنها «خواص جبری خاصی را برجسته می‌کند، به ویژه، به معکوس در ضرب[5] و عضو خنثی[6] مرتبط می‌شود،همچنین ورزیدگی در درک مفهوم توابع مرکب را مهیا می‌کند».

زیر ساختار خارج قسمت

در زیر ساختار خارج قسمت، هر کسر به عنوان نتیجه یا خارج قسمت یک تقسیم در نظر گرفته می‌شود. به طور خاص، کسر $\frac{x}{y}$ بر ارزش عددی به دست آمده از تقسیم x بر y دلالت می‌کند به طوری که x و y، هر دو اعداد صحیح هستند و $y\neq ۰$. مثلاً، کسر $\frac{۲}{۳}$ می‌تواند به عنوان خارج قسمت ۳÷۲ یا نتیجه تقسیم دو پیتزا میان سه نفر، به طوری که بـه هـر نـفـر، $\frac{۱}{۳}$ از هر پیتزا یا $\frac{۲}{۳}$ از کل پیتزاها می‌رسد، تفسیر شود.

زیرساختار خارج قسمت کسرها، به ایجاد مقادیر هم ارز منجر می‌شود. به این معنا، زمانی که $\frac{۹}{۳}$ و $\frac{۱}{۴}$ به عنوان وضعیت تقسیم محسوب شوند، به ترتیب نتایج، مقادیری هم ارز با ۳ و ۰/۲۵ هستند. همچنین معرفی کسرها به عنوان خارج قسمت به درک مفهوم عدد مخلوط یا کسرهای بزرگ‌تر از «یک» منجر می‌شود. برای مثال، هنگام افراز یا تقسیم پنج پیتزا میان سه نفر، به هر نفر یک پیتزای کامل و دو سوم از پیتزای دیگر یا $۱\frac{۲}{۳}$ پیتزا می‌رسد. به جای دادن یک پیتزای کامل به اولین نفر، هر پیتزا می تواند به سه قسمت تقسیم شود. در این وضعیت، جواب $\frac{۵}{۳}$ می‌شود و هر نفر پنج سوم پیتزا یا ۵ تکه را ــ که هر تکه یک سوم از هر پیتزا است ــ دریافت می‌کند.

زیرساختار اندازه

در زیر ساختار اندازه، کسر به عنوان یک عدد معرفی می‌شود که ویژگی کمّی بودن کسرها را

۱ــ identity ۲ــ inverse ۳ــ group properties ۴ــ "groups-of" situation
۵ــ multiplicative inverse ۶ــ identity elements

بیان می‌کند و به یک فاصله، اندازه‌ای را اختصاص می‌دهد. بدین منظور، کسری با صورت واحد (مانند $\frac{1}{a}$) تعریف می‌شود و با تکرار این کسر از یک مبدأ معین، فاصله مورد نظر تعیین می‌شود. برای مثال $\frac{2}{3}$ با فاصلهٔ ۲ تا $\frac{1}{3}$ واحد از مبدأ متناظر است (شکل۵).

شکل ۵ــ نمایش $\frac{2}{3}$ زیرساختار اندازه روی محور اعداد

افراز نقش بسزایی در درک زیر ساختار اندازه دارد. کسر به عنوان اندازه، فرایند تکرار[1] را یکپارچه می‌سازد طوری که یک واحد به یک مجموعه مرکب از اندازه‌های مساوی مجزا افراز می‌شود. مفهوم افراز، به شکل‌گیری مفاهیم جبریِ عملیات و هم‌ارزی کسرها منجر می‌شود. برای مثال، در وضعیت جمع، مانند $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$، فرایند جمع این کسرها به عنوان اندازه، به مختصات دو بردار به طول $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{4}$ نیاز دارد. این عمل به این صورت انجام می‌پذیرد که بردارها به دنبال هم قرار می‌گیرند و مکان حاصل جمع، جایی روی محور اعداد افراز شده است که بردار دوم پایان می‌یابد. علاوه بر مفهوم واحد، مفاهیم هم‌ارزی و مرتب کردن نیز در این زیرساختار مطرح می‌شوند. هنگام افراز واحد به سه قسمت و متعاقباً به شش قسمت، دیده می‌شود که یک ششم، نصف یک سوم است. پس دو ششم با یک سوم هم‌ارز است. این فرایند دست کم می‌تواند نشان دهد که زمان مرتب کردن اعداد از کم به زیاد، یک ششم قبل از یک سوم می‌آید.

توسعهٔ مفاهیم

یکی از اهداف مهم آموزش کسر، توسعه درک دانش‌آموزان از عدد می‌باشد. معمولاً دانش‌آموزان در سال‌های ابتدایی و متوسطه کسر را به‌عنوان یک عدد نمی‌پذیرند. درک کسر به‌عنوان یک عدد، کمک مناسبی به دانش‌آموزان در درک اعداد گویا خواهد کرد.

درک مفهوم کسر همچنین مقدمه‌ای برای درک مفاهیم دیگری مانند احتمال است. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که بسیاری از مشکلات دانش‌آموزان در درک مفهوم احتمال به عدم درک درست آنها از کسر بازمی‌گردد.

۱ــ iteration process

درک مناسب از مفهوم کسر با توجه به چند لایه بودن این مفهوم، اهمیت زیرساختارهای پنج‌گانهٔ کسر را بیش از پیش نمایان می‌سازد. توسعه درک مفهوم کسر به آموزش مناسب و متوازن این زیرساختارها مرتبط است.

استفاده از ابزار و تکنولوژی

۱ــ در مورد کسر، برنامه‌ها و فعالیت‌های رایانه‌ای زیادی در دسترس است. بسیاری از این نرم‌افزارها با یک جست‌وجوی ساده در اینترنت قابل دریافت هستند به‌طور مثال در سایت www.teachingideas.co.uk.maths مجموعه‌ای از فایل‌های آموزشی، فعالیت‌ها، دست‌ورزی‌ها و تمرین‌ها قابل دانلود هستند. برخی از این مباحث شامل هم‌ارزی کسرها، اعداد مخلوط، ضرب و تقسیم کسرها، ارتباط کسرها و اعداد اعشاری، درصد و مسائل تکمیلی می‌باشد.

۲ــ استفاده از ابزارهای فیزیکی مانند کاغذ، مقوا و سایر ابزارهای ساخته شده برای آموزش کسرها، کمک زیادی به درک بهتر دانش‌آموزان از مفهوم کسر می‌کند. با استفاده از این وسایل و انواع بازی‌های مطرح شده در کتاب، دانش‌آموزان می‌توانند مسائلی در مورد جمع و تفریق کسرها، ضرب، تقسیم و ساده کردن کسرها و نیز زیرساختارهای مختلف کسر مطرح نمایند.

۳ــ سایت واحد تحقیق، توسعه و آموزش ریاضی

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱ــ هریک از عددهای مخلوط را به کسر تبدیل کنید.

$۳\frac{۱}{۴}$ و $۹\frac{۲}{۵}$ و $۱\frac{۷}{۸}$

۲ــ هریک از کسرهای زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

$\frac{۱۸}{۵}$ و $\frac{۴۹}{۴}$ و $\frac{۳۵}{۹}$ و $\frac{۲۷}{۶}$

۳ــ عددهای زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

$۱\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۷}{۳}$ و ۲ و $\frac{۳}{۴}$ و $۱\frac{۱}{۵}$ و $۱\frac{۱}{۲}$

۴ــ حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به‌دست آورید.

$۵\frac{۱}{۴} - ۳ =$ $\qquad$ $۱\frac{۲}{۷} + ۳\frac{۱}{۳} =$

$۷ + ۱\frac{۱}{۲} =$ $\qquad$ $۶\frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۲} =$

۵ــ حاصل ضرب‌های زیر را به‌دست آورید.

$\frac{۳}{۱۸} \times ۲ =$ $\qquad$ $\frac{۳}{۵} \times \frac{۲}{۴} =$ $\qquad$ $۸ \times \frac{۲}{۴} =$

۶ــ حاصل تقسیم‌های زیر را به‌دست آورید.

$\frac{۱}{۴} \div ۲ =$ $\qquad$ $۳ \div \frac{۱}{۵} =$

۷ــ کسرهای زیر را ساده کنید.

$\frac{۲۴ \times ۵}{۲۰ \times ۱۰} =$ $\qquad$ $\frac{۱۴ \times ۳}{۸ \times ۶} =$

۸ــ کسرهای $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۴}{۳}$ و $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۱}{۴}$ را روی محور اعداد مشخص کنید.

۹ــ سارا $\frac{۳}{۵}$ از یک کتاب ۱۸۰ صفحه‌ای را خوانده است. با استفاده از این اطلاعات یک مسئله بنویسید و آن را حل کنید.

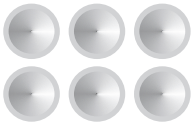
۱۰ــ نصف دانش‌آموزان یک کلاس ۱۲ نفرند. $\frac{۱}{۳}$ دانش‌آموزان این کلاس چند نفرند؟

۱۱ــ $\frac{۱}{۵}$ یک کیک پس از مهمانی باقی ماند. حامد روز بعد $\frac{۱}{۳}$ مقدار باقی‌مانده را خورد. اکنون چه کسری از کل کیک باقی مانده است؟

۱۲ــ فاطمه $\frac{۱}{۲}$ پولش و هانیه $\frac{۱}{۳}$ پول خودش را خرج کرد؛
دو عدد برای پول فاطمه و پول هانیه مثال بزنید که مقدار باقی‌مانده پول هر دو نفر مساوی شود.

۱۳ــ ۴ کارگر هرکدام $\frac{۳}{۵}$ از دیوارها را نقاشی کردند. روی هم چه کسری از دیوارها نقاشی شده است؟

۱۴ــ شکل زیر $\frac{۳}{۴}$ تعدادی دایره را نشان می‌دهد. کل دایره‌ها را رسم کنید.



معرفی منابع

۱ــ دوستی،ملیحه. (۱۳۹۲). بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی ازکسرها. پایان نامهٔ کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت دبیرشهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۲ــ ریحانی، ابراهیم؛ بخشعلی‌زاده، شهرناز و دوستی، ملیحه (۱۳۹۳). بررسی درک دانش‌آموزان سال ششم ابتدایی از کسرها. فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات برنامه درسی، ۳۴، ۱۶۴ــ۱۳۳.

۳ــ قربانی سی‌سخت، زینب (۱۳۸۸). بررسی اثر آموزش مبتنی بر بازنمایی‌های چندگانه روی درک دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، دانشکده علوم پایه، تهران.

۴ــ Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathemaatics. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

چک‌لیست ارزشیابی (از اهداف هم کمک گرفته شود)

ردیف		بسیار خوب	خوب	قابل‌قبول	نیازمند تلاش
۱	کسر بزرگ‌تر از واحد را می‌شناسد.				
۲	عدد مخلوط را به کسر بزرگ‌تر از واحد تبدیل می‌کند.				
۳	کسر بزرگ‌تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل می‌کند.				
۴	دو کسر با مخرج‌های نامساوی را می‌تواند جمع و تفریق کند.				
۵	دو عدد مخلوط را می‌تواند با هم جمع یا تفریق کند.				
۶	ضرب یک عدد طبیعی در کسر را درک می‌کند و می‌تواند آن را محاسبه کند.				
۷	ضرب یک کسر در یک عدد را درک می‌کند و می‌تواند آن را محاسبه کند.				
۸	دو عدد کسری (با مخرج غیر یک) را می‌تواند درهم ضرب کند.				
۹	تقسیم دو عدد طبیعی بر یکدیگر را می‌تواند با کسر نمایش دهد.				
۱۰	تقسیم یک عدد کسری بر یک عدد طبیعی را انجام می‌دهد.				
۱۱	تقسیم یک عدد طبیعی بر یک عدد کسری را انجام می‌دهد.				
۱۲	دو عدد مخلوط را در یکدیگر ضرب می‌کند.				
۱۳	کسرها را می‌تواند ساده کند.				
۱۴	می‌تواند کسرها را با یکدیگر مقایسه کند.				

درس اوّل

کسر بزرگ‌تر از واحد

اهداف

۱ــ کسر بزرگ‌تر از واحد را درک و عدد مخلوط را به کسر بزرگ‌تر از واحد تبدیل می‌کند.

۲ــ کسر بزرگ‌تر از واحد را به عدد مخلوط تبدیل می‌کند.

۳ــ کسر بزرگ‌تر از واحد را به شیوه‌های مختلف نمایش می‌دهد.

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ محور اعداد

۲ــ کاغذ یا مقوا برای نمایش کسرها

روش تدریس

فعالیت با مرور مفهوم عدد مخلوط آغاز می‌شود و با استفاده از محور اعداد نمایش کسری یک عدد مخلوط آموزش داده می‌شود. همچنین با استفاده از بازنمایی‌های دیگر کسر و توجه به واحد (در کسر) معادل بودن یک عدد مخلوط و کسر نظیر آن آموزش داده می‌شود. سپس نحوه تبدیل یک عدد مخلوط به کسر (بزرگ‌تر از واحد) مفهوم بخشی می‌شود و در نهایت روشی برای تبدیل یک عدد مخلوط به کسر بزرگ‌تر از واحد نتیجه می‌شود. در کار در کلاس این فعالیت نیز ارتباط بین عدد مخلوط و کسر بزرگ‌تر از واحد در قالب تصاویر و بازنمایی‌های مختلف مورد پرسش واقع می‌شود. دومین فعالیت درس اول به آموزش تبدیل یک کسر بزرگ‌تر از واحد به عدد مخلوط می‌پردازد که لازم است این فعالیت به‌صورت تعاملی و با درگیر شدن دانش‌آموزان در انجام آن صورت گیرد نکته مهم این

است که این فعالیت به‌دنبال ایجاد یک درک مفهومی از کسر بزرگ‌تر از واحد و عدد مخلوط نظیر آن و سپس ارائه یک رویه برای تبدیل و کسر بزرگ‌تر از واحد به یک عدد مخلوط است.

در کار در کلاس فعالیت دوم درس یک نیز این هدف دنبال می‌شود.

حل یا راهنمای بعضی از تفریق‌ها

یکی از تفریق‌های چالش‌برانگیز درس اول تفریق ۹ است. البته راهنمایی این تفریق حل آن را کمی ساده‌تر می‌کند ولی مسئله مهم این است که دانش‌آموزان روش‌های مختلف درستی را برای انجام این تفریق ارائه می‌کنند. مثلاً عده‌ای ابتدا اعداد کوچک‌تر از ۱ را جدا می‌کنند و یا مثلاً عده‌ای دیگر به‌دنبال ساختن مخرج‌های برابر هستند. مقایسه و بررسی راه‌حل‌های درست و توضیح نادرستی راه‌حل‌های غلط در گفتمان کلاسی بسیار مفید و آموزنده خواهد بود.

توصیه‌های آموزشی

توصیه می‌شود که از دادن تمرین‌های زیاد پرهیز شود و در عوض تمرین‌های موجود در کتاب با دقت بیشتری مورد بحث و بررسی قرار گیرد.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یک بدفهمی رایج در مورد مقایسه کسرها این است که صورت و مخرج یک کسر ملاک مقایسه آن کسر با کسر دیگر است. این بر آن علت است که طرحواره اعداد طبیعی در ذهن دانش‌آموزان وجود دارد و مثلاً از نظر دانش‌آموز $\frac{۳}{۱۰}$ از $\frac{۱}{۲}$ بزرگ‌تر است چون ۳ از ۱ و ۱۰ از ۲ بزرگ‌تر است؛ همچنین ممکن است در تبدیل عدد مخلوط $۳\frac{۱}{۴}$ حاصل را به‌صورت $\frac{۷}{۴}$ بنویسند. $(۳ \times ۱ + ۴ = ۷)$

درس دوم

جمع و تفریق عددهای مخلوط

اهداف

۱ــ عددهای مخلوط را با یکدیگر جمع یا تفریق می‌کند.

۲ــ تفریق دو عدد مخلوط را در حالی که قسمت کسری عدد مخلوط دوم بیشتر از قسمت کسری عدد اول است انجام می‌دهد.

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ محور اعداد

۲ــ کاغذ یا مقوا برای بازنمایی کسرها

روش تدریس

در اولین فعالیت این درس جمع ۲ عدد کسری با مخرج‌های نامساوی آموزش داده شده است. بهتر است از دانش‌آموزان خواسته شود که نحوهٔ هم‌مخرج کردن کسرها را به کمک شکل‌ها توضیح دهند. با مقایسه و مشاهده راه‌حل‌ها، دانش‌آموزان باید به ایده‌ای برای هم‌مخرج کردن کسرهایی که به مخرج‌های آنها مضربی از یکدیگر نیستند برسند. در کار در کلاس بیشتر بر اجرای رویه فرا گرفته شده تأکید می‌شود. فعالیت دوم این درس به جمع و تفریق اعداد مخلوط اختصاص دارد و لازم است روش‌های داده شده مورد بررسی و بحث قرار گیرند. استفاده از شکل، جمع قسمت‌های صحیح و نیز تبدیل کردن به کسر ۳ روش ارائه شده در فعالیت موردنظر است. همچنین برای تفریق دو عدد مخلوط در قسمت دوم این فعالیت محور اعداد نیز مطرح شده است. در کار در کلاس با ارائه مثال‌هایی از

دانش‌آموزان خواسته می‌شود که جمع و تفریق‌های مشابهی را خود انجام دهند. سومین فعالیت به تفریق دو عدد مخلوط که قسمت کسری عدد دوم بزرگ‌تر از قسمت کسری عدد اول است. ابتدا سعی شده است که موضوع به‌صورت یک چالش طرح شود و سپس به کمک محور اعداد و شکل و نیز تبدیل به کسر راه‌حل‌هایی ارائه شود.

حل و راهنمایی برخی تمرین‌ها

در تمرین ۳ از دانش‌آموزان خواسته شده است که برای جمع داده شده مسئله‌ای را طرح کند. مناسب است که چند نمونه از مسائل مطرح شده توسط دانش‌آموزان در کلاس مورد بررسی قرار گیرد. بررسی موارد نادرست هم می‌تواند به رفع بسیاری از بدفهمی‌ها کمک نماید. از طرف دیگر ارائه مثال‌هایی از زندگی واقعی دانش‌آموزان ارتباط بهتری را با دنیای اطراف خود پیدا خواهند کرد.

توصیه‌های آموزشی

باید به رشد متوازن و هماهنگ دانش مفهومی و رویه‌ای دانش‌آموزان توجه کرد. با آنکه توانایی محاسبه کردن ضروری است اما نباید بر آن متوقف ماند و تفکر و توضیح دادن در مورد مسائل ضروری است. گاهی اوقات دانش‌آموزان راه‌حل‌هایی را ارائه می‌کنند که در کتاب ذکر شده است. بررسی و تصحیح و تکمیل این راه‌حل‌ها بسیار آموزنده خواهد بود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

یک نمونه بسیار رایج از اعداد مخلوط از بدفهمی‌های دانش‌آموزان در تمرین ۵ ارائه شده است. نمونه‌ای دیگر از بدفهمی‌ها در هنگام جمع دو کسر یا تفریق آنها، جمع و تفریق صورت‌ها و مخرج‌های دو کسر است.

درس سوم

ضرب کسرها

اهداف

۱ــ ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر را مفهوم بخشی می‌کند و حاصل آن را به‌دست می‌آورد.

۲ــ ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی را مفهوم بخشی می‌کند و حاصل آن را به‌دست می‌آورد.

۳ــ ضرب دو کسر در یکدیگر را انجام می‌دهد.

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ محور اعداد **۲ــ کاغذ یا مقوا برای نقاشی هندسی کسرها**

۳ــ تعدادی مکعب مستطیل **۴ــ تعدادی سیب**

روش تدریس

در اولین فعالیت ضرب یک عدد طبیعی در یک کسر آموزش داده می‌شود. دست‌ورزی با سیب‌های واقعی، نقاشی روی محور اعداد و یا جمع ۸ نصفه سیب و یا ضرب ۸ در $\frac{۱}{۲}$ با هم مرتبط و تکمیل‌کننده فعالیت‌اند. کار در کلاس نیز به تثبیت ایده مطرح شده می‌پردازد. در دومین فعالیت ضرب یک عدد کسری در یک عدد مطرح می‌شود. توجه کنید که ممکن است دانش‌آموزان ابتدا ۲ دایره از سه دایره را رنگ کنند و سپس $\frac{۲}{۳}$ یک دایره باقی مانده را رنگ کنند.

در کار در کلاس قاعده ضرب یک کسر در یک عدد طبیعی به‌صورت کلی مطرح می‌شود و

در بخش آخر مناسب است از مکعب‌های دست ساز برای توجیه موضوع استفاده شود. در سومین فعالیت ضرب دو کسر در یکدیگر آموزش داده می‌شود که بهتر است به تصویر عنوانی نیز اشاره شود. در کار در کلاس به کمک بازنمایی‌های مختلف مفهوم ضرب ۲ کسر بیشتر روشن می‌شود. خاصیت جابه‌جایی ضرب نیز در کار در کلاس آمده است و در بخش‌های بعد مورد نیاز است.

راهنمایی و حل برخی تمرین‌ها

در تمرین ۶ بهتر است که از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌های مختلفی بزنند و در هر حالت صفحات داده شده را مقایسه کنند. مثلاً یک کتاب ۱۰۰ صفحه‌ای با کتاب ۲۰۰ صفحه‌ای و یا یک کتاب ۴۰۰ صفحه‌ای با یک کتاب ۳۰۰ صفحه‌ای مقایسه نشود. در تمرین ۸، اعداد $\frac{۲}{۳}$ و یا $\frac{۴}{۶}$ می‌توانند پاسخ باشند.

توصیه‌های آموزشی

پس از حل تمرین‌ها از دانش‌آموزان بخواهید که خودشان برای افراد دیگر کلاس مسئله‌ای در مورد ضرب کسرها طرح کنند. توانایی طرح مسئله مستلزم بسیاری از توانایی‌های دیگر است و به کمک آن می‌توان به بسیاری از مشکلات دانش‌آموزان پی برد.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

گاهی اوقات دانش‌آموزان در ضرب دو کسر فقط صورت‌ها را در یکدیگر ضرب می‌کنند و مخرج‌ها را با یکدیگر جمع می‌کنند. مثلاً می‌نویسند $\frac{۳}{۲}\times\frac{۲}{۵}=\frac{۶}{۷}$

در تمرین ۵ نمونه‌ای دیگر از این بدفهمی‌ها ذکر شده است که باید با بحث کلاسی این بدفهمی‌ها تشریح و برطرف شود.

درس چهارم

تقسیم کسرها

اهداف

۱ــ تقسیم دو عدد طبیعی بر یکدیگر را مفهوم بخشی می‌کند و آن را به شکل کسر نمایش می‌دهد.

۲ــ تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی را مفهوم بخشی می‌کند و آن را انجام می‌دهد.

۳ــ تقسیم یک عدد طبیعی بر یک کسر را مفهوم بخشی می‌کند و آن را انجام می‌دهد.

ابزارهای مورد نیاز:

۱ــ محور اعداد

۲ــ کاغذ یا مقوا

۳ــ نان یا کلوچه یا اشیا مطرح شده در درس

روش تدریس

اولین فعالیت به زیر ساختار خارج قسمت کسرها مربوط است. دانش‌آموزان باید هریک از مراحل را توضیح دهند و حل را کامل کنند. توجه شود که ممکن است دانش‌آموزان ابتدا ۳ کلوچه (دایره) را به سه نفر تقسیم کنند که به هر کدام ۱ کلوچه کامل می‌رسد و بعد ۲ کلوچه باقی‌مانده را بین ۳ نفر تقسیم کنند که به هر نفر $\frac{۲}{۳}$ کلوچه (با توجه به شکل) می‌رسد.

در مورد ۷ متر پارچه هم می‌توان ابتدا ۴ متر را بین ۴ نفر تقسیم کرد و سپس ۳ متر باقی‌مانده را بین ۴ نفر تقسیم کرد. آنچه که مهم است درنهایت دانش‌آموزان باید تقسیم a به b را به‌صورت کسر $\frac{a}{b}$ را درک کنند و نمایش دهند. در دومین فعالیت تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی آموزش

داده می‌شود و پس از درک مفهومی این موضوع رویه محاسبه فرا گرفته می‌شود. نکته مهم توجه به جابه‌جایی ضرب دو کسر است. لازم نیست به مفهوم معکوس اشاره‌ای شود. این قاعده در سال ششم ذکر خواهد شد. سومین فعالیت به تقسیم یک عدد طبیعی بر یک کسر اشاره دارد و بهتر است با یک شئ واقعی دست‌ورزی انجام گیرد. لازم به ذکر است که تقسیم دو کسر بر یکدیگر در سال ششم آموزش داده می‌شود.

حل و راهنمایی برخی تمرین‌ها

در تمرین ۸ به روش‌های گوناگونی می‌توان مقایسه را انجام داد. مثلاً کسر — را با $\frac{۳}{۷}$ به کمک هم مخرج کردن کسرها مقایسه کنیم. روش دیگر رسم شکل است.

توصیه‌های آموزشی

در مورد تقسیم کسرها باید توجه دانش‌آموزان را به این نکته معطوف کرد که برخلاف ضرب خاصیت جابه‌جایی برقرار نمی‌باشد مثلاً می‌توان حاصل $۳ \div \frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۲} \div ۳$ را به روش‌های مختلف محاسبه و با یکدیگر مقایسه کرد.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

برخی دانش‌آموزان برای تقسیم یک کسر بر یک عدد طبیعی، مخرج را بر عدد طبیعی تقسیم می‌کنند مثلاً حاصل $۲ \div \frac{۱}{۲۴}$ را مساوی $\frac{۱}{۱۲}$ می‌نویسند و یا اینکه خاصیت جابه‌جایی را به تقسیم کسرها هم تعمیم می‌دهند.

درس پنجم

ضرب عددهای مخلوط

اهداف

۱ــ ضرب دو عدد مخلوط را انجام می‌دهد.

۲ــ ضرب دو کسر را با ساده کردن به‌دست می‌آورد.

ابزار مورد نیاز :

کاغذ یا مقوا برای نمایش شکل‌های موردنظر

روش تدریس

در اولین فعالیت به کمک شکل‌های داده شده (یا با استفاده از شکل‌های مقوایی) دانش‌آموزان مربع‌های کوچک‌تر می‌سازند و مساحت شکل را پیدا می‌کنند. مساحت تقریبی هم مهم است. دانش‌آموزان باید بدانند که مساحت از ۶ مترمربع بیشتر و مثلاً از ۱۲ مترمربع کمتر است. ۱ مقایسه راه‌حل‌ها آموزنده است. راه‌های جدید دانش‌آموزان هم باید بررسی شود. هدف دومین فعالیت این است که نشان دهد چگونه در ضرب ۲ کسر یک عدد از صورت یک کسر با عددی از مخرج کسر دوم با یکدیگر ساده می‌شوند. شکل‌ها کمک زیادی به درک موضوع می‌کنند. در فعالیت دوم این درس روش‌های مختلف ساده کردن یک کسر مطرح شده است بهتر است ابتدا به دانش‌آموزان فرصت داده شود روش خود را ارائه دهند و سپس با مقایسه روش‌های داده شده، بر روی راه مناسب توافق شود.

راهنمایی و حل برخی تمرین‌ها

در تمرین ۳ روش‌های گوناگونی برای مقایسه وجود دارد ولی بهتر است مثلاً $\frac{۷}{۸}$ و $\frac{۱}{۲}$ اینگونه مقایسه شوند که کسر $\frac{۷}{۸}$ اگر صورت کسر به ۴ تغییر یابد کسری مساوی $\frac{۱}{۲}$ به‌دست می‌آید. بقیه کسرها نیز این چنین می‌توانند با $\frac{۱}{۲}$ مقایسه شوند. رسم شکل، استفاده از محور و یا هم مخرج کردن کسرها نیز روش دیگری برای حل این تمرین هستند.

تمرین‌ها بخش فرهنگ نوشتن بهتر است ابتدا به‌صورت شفاهی و طی یک گفت‌وگوی کلاسی مورد بحث قرار گیرد و بعد به کمک عبارات ریاضی مکتوب گردد. تمرین ۳ مرور فصل از نوع تمرینات پاسخ باز است که می‌تواند جواب‌های زیادی داشته باشد و بهتر است این فرصت داده شود تا پاسخ‌های مختلف ارائه شود.

توصیه‌های آموزشی

توصیه می‌شود که از ذکر رویه‌ها و فرمول‌ها و قاعده‌های مطرح شده در برخی از کتاب‌های کمک آموزشی پرهیز شود و به روش‌های دانش‌آموزان بها داده شود و بدون مفهوم بخشی به ذکر فرمول‌ها پرداخته نشود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

در هنگام ضرب دو عدد مخلوط به‌طور مثال $۲\frac{۳}{۵}\times۴\frac{۱}{۳}$ را به شکل $\frac{۶}{۵}\times\frac{۴}{۳}$ می‌نویسند که ناشی از درک نادرست عدد مخلوط است.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۳ نسبت، تناسب و درصد

نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است :

درس ۱: نسبت. در این درس پس از ارائه یک پیش سازمان‌دهندهٔ کلی در قالب تصویر و متن، مفهوم نسبت بین دو مقدار (کمیت)، با استفاده از پیش سازمان‌دهندهٔ تطبیقی (مقایسه‌ای) کسر ارائه گردیده، سپس فعالیت‌هایی برای آموزش و کار در کلاس‌هایی برای تثبیت، تعمیق و تعمیم نسبت ارائه گردیده است.

درس۲ : نسبت‌های مساوی. در این درس مفهوم نسبت‌های مساوی و نسبت‌هایی که مساوی نیستند، ارائه گردیده سپس، تعیین یک یا چند نسبت با ویژگی‌های خاص که مساوی یک نسبت داده شده باشند، با روش‌های مختلف (هندسی، عددی، جبری، کلامی) مورد بررسی قرار گرفته و همچنین به کاربردهایی از نسبت‌های مساوی در درون ریاضی و برون ریاضی پرداخته شده است.

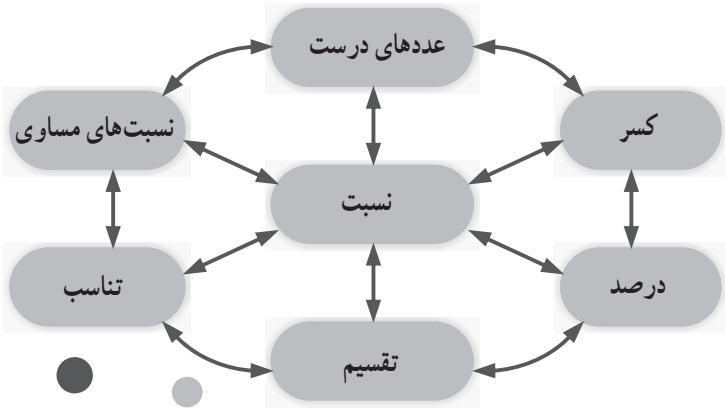
درس ۳: تناسب. در این درس پس از ارائهٔ یک پیش سازمانده برای ایجاد انگیزه، کمیت‌های متناسب و سپس تناسب معرفی گردیده است. همچنین به کمیت‌های متناسب و کمیت‌هایی که متناسب نیستند در کنار هم و در قالب فعالیت‌ها و کار در کلاس‌هایی پرداخته شده است. در این درس تعیین جزء چهارم تناسب به کمک نسبت‌های مساوی نیز آمده است. ویژگی‌های مهم تناسب در سال ششم ابتدایی خواهد آمد.

درس ۴: درصد. در این درس پس از ارائه یک پیش سازمان دهندهٔ کلی، با ارائه فعالیت‌هایی، درصد معرفی گردیده، سپس با ارائه کار در کلاس‌هایی به تثبیت، تعمیق و کاربردهای درصد پرداخته شده است.

در پایان، مرور فصل شامل: فرهنگ نوشتن، تمرین‌ها، معما و سرگرمی و فرهنگ خواندن آمده است.

در تمام دروس ۱،۲،۳،۴ و همچنین در مرور فصل از عددهای اعشاری و همچنین از عددهای مخلوط استفاده نشده است زیرا دانش‌آموزان تقسیم کردن این عددها را تاکنون نیاموخته‌اند.

شبکه مفهومی



چگونگی تنظیم محتوای موضوعی و فرایندی فصل ۳

برای صفحهٔ عنوان فصل و همچنین شروع درس‌ها، پیش سازمان‌دهنده‌ای به منظور ایجاد انگیزه برای یادگیری دانش‌آموزان، ارائه گردیده است.

در تمام درس‌های این فصل، فعالیت‌ها به منظور آموزش مفهوم مورد نظر (نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد)، طراحی گردیده‌اند و کاردرکلاس‌ها برای تثبیت، تعمیق و تعمیم مفاهیم می‌باشند.

کاربردهای هر مفهوم در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر نیز عموماً در کار در کلاس‌هایی ارائه گردیده‌اند.

در پایان هر درس تمرین‌هایی داده شده‌اند. تمرین‌ها برای تثبیت و تکمیل یادگیری (پرکردن حفره‌ها و خلأهای احتمالی موجود در آموزش مفهوم) است. تمرین‌ها به منظور تکرار همان محتوای مطرح شده در متن درس نیست، بلکه تکرار مفهوم در قالب‌ها و بافت‌های جدید است. تمرین‌ها برای رسیدن به مهارت در انجام دادن و به کارگیری مفاهیم و قاعده‌های دروس یادگرفته شده است، زیرا ممکن است این مهارت‌ها، در کاردرکلاس‌ها کامل نشده باشد.

تصویر عنوانی

در متن این صفحه مسجد نصیرالملک شیراز و در بالای صفحه تصویر گنبد سلطانیه زنجان و در پایین صفحه یک متن دربارهٔ اثرهـای تاریخی، همگی بـه عنوان پیش سازمان‌دهنده کـلی ارائه گردیده‌اند تا در دانش‌آموزان برای یادگیری مفاهیم مطرح شده در این فصل ایجاد انگیزه کنند. در این تصاویر، مفاهیم ریاضی زیادی وجود دارد که همگی اهمیت و نقش دانش ریاضی و از جمله مفاهیم نسبت، تناسب و درصد را در ساختن اثرهای باستانی نشان می‌دهد.

دانستنی‌هایی برای معلم

تاریخچه نسبت، تناسب و درصد

در تاریخ ریاضیات به درستی مشخص نیست که نسبت بین دو مقدار (کمیت)، به وسیلهٔ کدام تمدن باستانی پایه‌گذاری شده است. این فکر که عدّه افراد قبیله‌ای دو برابر عدّه افراد قبیلهٔ دیگر است و این فکر که طول یک تسمهٔ چرمی، نصف طول تسمهٔ چرمی دیگر است، هر دو مفهوم نسبت را در بردارند و می‌توانسته‌اند در آغاز تاریخ هر قومی پدید آیند، با توجه به این نکته، که اولی نسبت بین دو عدد و دومی نسبت بین اندازه‌های دو پاره خط را بیان می‌کند. البته با توجه به شواهد موجود، هنگامی که به ریاضیدان‌های یونان باستان می‌رسیم، می‌بینیم که تالس Thales (ح ۶۴۰ـ۵۴۶ ق م) در حدود ۶ قرن پیش از میلاد مسیح (ع) قضیه‌هایی را که به نام قضیه‌های تالس مشهور است، با استفاده از نسبت پاره‌خط‌ها و تناسب، بیان نموده و اثبات کرده است. اتودوکسوس در هندسه‌اش، نیکو ماخوس در حساب و تاون (تیون) در موسیقی از نسبت استفاده کرده‌اند. اودموس رودسی (حدود ۳۲۵ پ م) را هم مؤلف اثری در مورد تناسب دانسته‌اند که این اثر، به صورت کتاب پنجم اصول اقلیدس در آمد.

از زمان یونانیان تا قرن هفدهم میلادی، نویسندگان در زمینهٔ حساب نظری، مجموعه‌ای از اصطلاح‌ها را در ارتباط با نسبت به کار بردند که از نظر ریاضیدانان امروزی بیش از حد پیچیده بودند. چندتایی از اصطلاح‌ها هنوز باقی است مانند نسبت عددی بین دو مقدار (کمیت) که تفاضل این دو است، به عنوان مثال نسبت عددی ۷ و ۳ مساوی ۴=۳−۷ است. نسبت تساوی a :a مانند ۳ :۳ نسبت کوچک‌تری a :b (وقتی $a < b$ است، مانند نسبت ۴ :۳)، نسبت بزرگ‌تری a :b (وقتی $a > b$ است، مانند نسبت ۳ :۴).

در حال حاضر نسبت عددی بین دو عدد در کتاب‌های درسی مطرح نیست و نسبت‌های تساوی، کوچک‌تری و بزرگ‌تری نیز همگی به عنوان نسبت بین دو مقدار (کمیت) مطرح می‌باشند.

تناسب : نویسندگان قدیم از تناسب عددی، یعنی $b - a = d - c$ به صورت ۵ و ۴ و۳ و ۲ (۲-۳=۴-۵) و از تناسب هندسی یعنی $a: b=c: d$ به صورت ۱۰ و ۵ و ۴ و ۲ ($\frac{۴}{۲}=\frac{۱۰}{۵}$) نام برده و از آنها استفاده کرده‌اند. یونانیان تناسب هماهنگ، یعنی $\frac{۱}{a}-\frac{۱}{c}=\frac{۱}{c}-\frac{۱}{d}$ مانند $a=\frac{۱}{۵}$ ، $b=\frac{۱}{۴}$ ، $c=\frac{۱}{۳}$ و $d=\frac{۱}{۲}$ و چند نوع تناسب دیگر را نیز به آن افزودند. ریاضیدان‌های عهد رنسانس (نوزایی) به حذف اکثر اصطلاح‌های بالا پرداختند و اینک تنها، تناسب هندسی باقی‌مانده است، بنابراین وقتی از تناسب گفتگو می‌شود مراد تناسب هندسی است.

ریاضیدانان مسلمان، تناسب را به صورت

۲	۴
۳	۶

یا

۱	۵
۳	۱۵

نشان داده‌اند.

در حال حاضر در اکثر کتاب‌های درسی مقایسهٔ دو مقدار (کمیت) به وسیلهٔ عمل تقسیم را نسبت بین آن دو مقدار می‌نامند. به بیان دیگر نسبت دو مقدار نشان می‌دهد که یک مقدار چند برابر مقدار دیگر است.

$\frac{a}{b}$ نسبت بین دو کمیت a و b ($b \neq ۰$) است که به یکی از صورت‌های زیر نشان داده می‌شود :

الف) به وسیلهٔ (:)، a :b مانند ۴ :۳

ب) به وسیلهٔ (به)، a به b مانند ۳ به ۴

پ) به وسیلهٔ یک کسر، $\frac{a}{b}$ مانند $\frac{۳}{۴}$

ت) به وسیلهٔ یک عدد اعشاری، مانند ۰/۷۵

ث) به وسیلهٔ یک درصد مانند ٪۷۵

در کتاب درسی حاضر برای نمایش نسبت از کسر استفاده شده است و نسبت عددهای اعشاری و عددهای مخلوط همچنین درصد مرتبط با این عددها مطرح نگردیده است. معلمان محترم نیز به این نکته توجه داشته باشند.

در محاسبهٔ نسبت بین دو مقدار (کمیت) ممکن است :

۱ــ واحدهای آن دو مقدار از یک نوع باشند؛

۲ــ واحدهای آن دو مقدار متفاوت باشند (از یک نوع نباشند)

در فعالیت‌ها و کار در کلاس‌های این کتاب با هر دو مورد بالا مواجه خواهید شد. در ریاضی مورد ۱ را **نسبت بین دو مقدار**(Ratio) و مورد ۲ را **نرخ یا آهنگ** بین دو مقدار (Rate) می‌نامند.

در صورتی که در مورد ۲ مخرج کسر ۱ باشد عدد حاصل، **واحد نرخ یا آهنگ** نامیده می‌شود.

اما معلمان محترم باید توجه داشته باشند که در کتاب درسی حاضر ما هیچ نامی از نرخ یا آهنگ نبرده‌ایم و شما نیز نباید نامی از آن را در این مقطع به میان آورید. نام نرخ یا آهنگ در سال ششم ابتدایی خواهد آمد.

ارتباط نسبت با کسر : مفهوم نسبت با مفهوم کسر ارتباط دارد. به عنوان مثال مفاهیم جزء به کل و خارج قسمت هر دو، هم با کسر و هم با نسبت ارتباط دارند؛ این خود دلیل آن است که نسبت و کسر با هم مرتبط هستند یا ارتباط مفهومی دارند. با این حال تفسیر **اندازه** از کسر، ارتباط روشن و مستقیمی با مفهوم نسبت ندارد. برای مثال کسر — می‌تواند به عنوان یک اندازه [یا متر/ به بزرگی فاصلهٔ $\frac{۳}{۴}$ از مبدأ روی محور اعداد] در نظر گرفته شود؛ در حالی که نسبت ۳ به ۴ به طور مستقیم چنین مفهومی را در برندارد، یا نسبت سه گانه ۱ به ۲ به ۳ [یا نسبت ۱و۲و۳ و یا ۳ :۲ :۱] به طور مستقیم و آشکار در کسر دیده نمی‌شود.

ما از ارتباط مفهوم کسر با نسبت، برای آموزش مفهوم نسبت استفاده می‌کنیم.

نرخ : نسبت دو مقدار (کمیت) با واحدهای متفاوت، نرخ (Rate) نامیده می‌شود مانند :

$\frac{\text{۵۴ صفحه کتاب}}{\text{۳ ساعت}}$، $\frac{\text{۳۰۰ کیلوگرم}}{\text{۲۰ سانتیمترمربع}}$، $\frac{\text{۲۸۰۰ کیلومتر}}{\text{۴ ساعت}}$، $\frac{\text{۶۰۰۰ تومان}}{\text{۵ کیلوگرم}}$. اگر مخرج این نسبت‌ها ۱ باشد،

آن را واحد نرخ می نامند. به عنوان مثال واحد نرخ $\frac{\text{۶۰۰۰ تومان}}{\text{۵ کیلوگرم}}$، $\frac{\text{۱۰۰۰تومان}}{\text{۱ کیلوگرم}}$(کیلویی ۱۰۰۰تومان)

است و یا واحد نرخ $\frac{\text{۲۸۰۰ کیلومتر}}{\text{۴ ساعت}}$، $\frac{\text{۷۰۰کیلومتر}}{\text{۱ ساعت}}$ است که آن را به صورت کیلومتر/ساعت ۷۰۰ و یا

۷۰۰Km/h نیز نشان می‌دهند.

به مثال‌های دیگری از نرخ و واحد نرخ توجه فرمایید.

ــ برای خرید برنج به یک برنج فروشی می‌روید و سؤال می‌کنید. نرخ برنج چند است؟

برنج فروش پاسخ می‌دهد «تنی ۵,۰۰۰,۰۰۰ تومان» با توجه به اینکه هر تن ۱۰۰۰ کیلوگرم است.

$\frac{\text{۵,۰۰۰,۰۰۰ تومان}}{\text{۱۰۰۰ کیلوگرم}}$ نرخ اعلام شده برنج است. شما می‌خواهید نرخ ۱ کیلوگرم برنج را بدانید برای این

کار صورت و مخرج $\frac{۵,۰۰۰,۰۰۰ \text{ تومان}}{۱۰۰۰ \text{ کیلوگرم}}$ را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنید به دست می‌آید : $\frac{۵۰۰۰ \text{ تومان}}{۱ \text{ کیلوگرم}}$

یا ۱ کیلوگرم ۵۰۰۰ تومان که **واحد نرخ** است.

به مثال دیگری توجه کنید.

ــ برای خرید جوراب به بازار رفته‌اید. از جوراب فروش می‌پرسید : نرخ جوراب چند است؟ پاسخ می‌دهد دوجینی ۴۸۰۰ تومان. با توجه به اینکه یک دو جین جوراب ۱۲ جفت جوراب است، او نرخ فروش جوراب را $\frac{۴۸۰۰ \text{ تومان}}{۱۲ \text{ جفت جوراب}}$ اعلام کرده است، اگر قیمت ۱ جفت جوراب رابخواهید صورت و مخرج نرخ بالا را بر ۱۲ تقسیم می‌کنید. خواهید داشت $\frac{۱۲۰۰ \text{ تومان}}{۱ \text{ جفت جوراب}}$ که این **واحد نرخ** است.

در زندگی روزمره ما اغلب با واحد نرخ سر و کار داریم. به عنوان مثال وقتی میوه فروش می‌گوید سیب کیلویی (۱ کیلو) ۵۰۰۰ تومان است. او واحد نرخ را بیان کرده است، همچنین وقتی گفته می‌شود قیمت هر سکهٔ بهار آزادی ۸۶۰۰۰۰ تومان است، در واقع واحد نرخ سکهٔ بهار آزادی اعلام شده است در بسیاری از موارد مانند خرید و فروش محصولات کشاورزی، صنعتی، مسافت‌های پیموده شده و زمان صرف شده، فشار بر سطح و... با **نرخ** و یا **واحد نرخ** سرو کار داریم.

نسبت طلایی : یونانیان قدیم، برخی شکل‌ها را خوشایندتر از شکل‌های دیگر می‌دانستند، و در ساختن بناها و مجسمه‌ها و نقاشی‌ها، این شکل‌ها را به کار برده‌اند. مشهورترین این شکل‌ها، مستطیل طلایی است که اضلاعش به نسبت طلایی می‌باشند. (مستطیلی که خوشایندترین مستطیل بین مستطیل‌های با محیط ثابت است). معماران یونان باستان در ۵۰۰ سال پیش از میلاد حضرت مسیح (ع) از مستطیل طلایی و نسبت طلایی اطلاع داشتند و در ساختن معبد پارتنون Parthenon در آتن، که بنای آن در سال ۴۴۳ پ م آغاز شده بود و برساختن مجموعهٔ بنا و بخصوص مجسمه‌های آن، فیدیاس Phidias مجسمه‌ساز مشهور یونان باستان نظارت داشت، از نسبت طلایی و مستطیل طلایی استفاده کرده‌اند. نسبت طلایی و مستطیل طلایی در کارهای فید یاس نیز دیده می‌شود.

همچنین لئوناردو داوینچی عدد طلایی را در نقاشی و مجسمه‌سازی به کار برده است. هنرمندان ایرانی نیز از نسبت طلایی در ساختن اثرهای باستانی و همچنین هنرهای سنتی، از جمله، خط نستعلیق و خط شکستهٔ نستعلیق استفاده کرده‌اند.

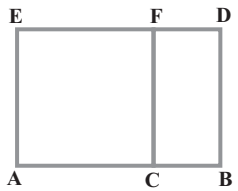
تعریف نسبت طلایی : اگر نقطه‌ای مانند C روی پاره خط AB چنان اختیار شود که $\frac{AC}{BC}=\frac{AB}{AC}$ یا $AC^{۲}=AB.BC$،

یعنی قطعهٔ بزرگ‌تر، واسطه هندسی بین قطعهٔ کوچک‌تر و تمام پاره خط باشد، در این صورت گفته می‌شود که نقطهٔ C پاره خط AB را به نسبت ذات وسط و طرفین، یا به نسبت طلایی تقسیم کرده است. اگر طول پاره‌خط BC برابر ۱ باشد، طول پاره‌خط AC برابر با نسبت طلایی است. فرض می‌کنیم φ مقدار عددی نسبت طلایی را نمایش دهد، در این صورت با فرض BC=۱ از تناسب قبل داریم :

$$\frac{\varphi}{۱}=\frac{\varphi+۱}{\varphi}\Rightarrow \varphi^{۲}=\varphi+۱\Rightarrow \varphi^{۲}-\varphi-۱=۰\Rightarrow \varphi=\frac{۱\pm\sqrt{۵}}{۲}$$

مقدار مثبت φ یعنی $\varphi=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$، مقدار عددی نسبت طلایی است، که آن را عدد طلایی (Golden Number) نیز می‌نامند. البته این عدد گنگ است و یکی از مقدارهای اعشاری تقریبی آن ۱/۶۱۸ می‌باشد. اقلیدس در کتاب پنجم خود به این نسبت اشاره کرده است.

روش رسم مستطیل طلایی : اگر پاره خط AB به وسیلهٔ نقطهٔ C به نسبت طلایی تقسیم شده باشد، یعنی $AC^{۲} = AB.BC$ باشد، مستطیل ABDE که درازای آن پاره‌خط AB، و پهنای آن مساوی پاره خط AC است، مستطیل طلایی است.



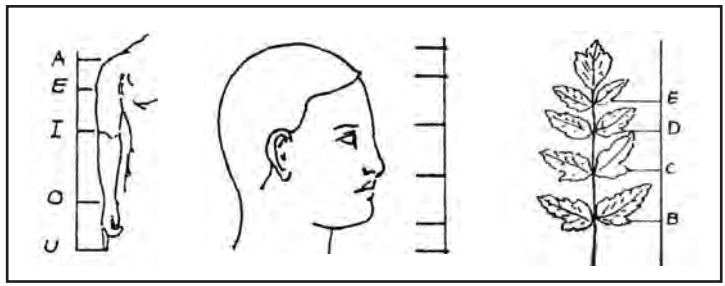
نکاتی بیشتر در مورد نسبت طلایی : تقسیم طلایی، با همهٔ پیچیدگی که در بیان عددی آن وجود دارد، تناسبی است که اغلب در طبیعت و در ساخته‌های دست بشر به آن برخورد می‌کنیم. بدن

آدمی، چه در کل بدن و چه در بعضی از قسمت‌های جداگانهٔ آن، اغلب از قانون تقسیم طلایی پیروی کرده است. اگر تن آدمی را به همین نسبت تقسیم کنیم، به نحوی که قسمت کوچک‌تر پایین و قسمت بزرگ‌تر بالا قرار گیرد، خط تقسیم از انتهای انگشت‌های دست‌ها، در صورتی که دست‌ها آویزان باشند، می‌گذرد.

تقسیم سر به قسمت‌های اختصاصی هم، یک رشته نسبت به دست می‌دهد که خیلی به نسبت طلایی نزدیکند، همین وضع در مورد دست و کف دست هم وجود دارد.

اگر از عالم انسان، به عالم گیاه برویم،در آنجا هم کاربرد شگفت‌آور نسبت طلایی را پیدا می‌کنیم.

وضع قرار گرفتن برگ‌ها را روی یک ساقه بررسی می‌کنیم. می‌بینیم که بین هر دو زوج برگ، برگ سومی درجای تقسیم طلایی قرار گرفته است.



اگر وضع قرار گرفتن برگ‌ها را روی شاخه‌ها و شاخه‌های جداگانه را روی ساقه مطالعه کنیم، باز هم به نتیجه‌های جالب‌تری می‌رسیم. به سادگی می‌توان متوجه شد که همهٔ برگ‌ها، یکی، روی دیگری قرار نگرفته است، برگ‌های مجاور، اغلب روی یک خط راست نیستند، بلکه شاخه را دور می‌زنند. اگر نخی از پایهٔ یک برگ به پایهٔ برگ دوم، و از آنجا به پایهٔ برگ سوم و غیره به نوبت ببندیم، دیده می‌شود که نخ دور شاخه می‌پیچد و یک مارپیچ واقعی درست می‌کند.

روش تدریس گروهی؛ کار در گروه‌های کوچک

برای انجام فعالیت‌ها و کار در کلاس‌هایی که در کتاب درسی آمده است، لازم است که دانش‌آموزان هر کلاس به گروه‌های کوچک تقسیم شوند در صورتی که کلاسی برای آموزش گروهی در مدرسه وجود دارد دانش‌آموزان را به دسته‌های ۵،۴ یا ۶ نفره تقسیم کنید به طوری که در هر گروه دانش‌آموزان قوی، ضعیف و متوسط با هم باشند. اگر شناختی از دانش‌آموزان ندارید می‌توانید با انجام یک پیش آزمون در ارتباط با مفهومی که می‌خواهید آموزش دهید، به این آگاهی دست یابید.

اگر در مدرسه کلاس کار گروهی وجود ندارد؛ می‌توانید دانش‌آموزانی را که روی یک نیمکت نشسته‌اند (۲ یا ۳ نفر) یک گروه در نظر بگیرید. در این صورت نیز سعی کنید دانش‌آموزان قوی و متوسط و ضعیف در یک گروه باشند. گروه‌ها را هر ماه تغییر دهید تا همه، با هم کار کردن، همفکری، تعاون و ... را بیاموزند.

در شروع انجام فعالیت، اهداف آموزش را بگویید و همواره آن را در نظر داشته باشید. برای شروع یک درس جدید پیشنهاد ما آن است که ابتدا پیش سازمان دهنده را شما خودتان ارائه دهید تا انگیزهٔ لازم برای یادگیری مفهوم در دانش‌آموزان ایجاد شود.

در صورتی که اشتیاق زیادی در دانش‌آموزان برای بحث و گفتگو دربارهٔ پیش سازمان دهنده ارائه شده دیدید، می‌توانید با مشارکت دانش‌آموزان پیش سازمان‌دهنده را ارائه کنید. اگر خودتان پیش سازمان دهنده‌ای مناسب‌تر از پیش سازمان دهندهٔ کتاب در نظر گرفته‌اید، ابتدا آن را ارائه دهید و پس از آن از دانش‌آموزان بخواهید که پیش سازمان دهندهٔ کتاب را ببینند و متن نوشته شدهٔ آن را بخوانند. دربارهٔ آنها بحث کلاسی انجام شود تا مفهوم مورد نظر نمایان گردد.

اگر پیش‌سازمان‌دهنده‌ای غیر از پیش‌سازمان‌دهندهٔ کتاب تهیه نکرده‌اید، همان پیش‌سازمان‌دهنده کتاب (تصویری و متن) را ارائه کنید و مفهوم مورد نظر را بارز و روشن سازید. **توجه داشته باشید** که پیش سازمان‌دهنده **در آغاز هر درس جدید** لازم است ارائه شود. در موارد دیگری نیز ارائه پیش‌سازمان‌دهنده برای ایجاد انگیزه ضروری است، مانند قبل از مرحله پرسش و پاسخ، قبل از بحث و گفتگوی جمعی، قبل از نمایش فیلم و ....

چگونگی انجام فعالیت : برای انجام فعالیت نخست از دانش‌آموزان بخواهید که تمام بندهای فعالیت را یک بار بخوانند؛ مانند خواندن صورت یک مسئله که می‌خواهیم آن را حل کنیم، برای آنکه بدانیم داده‌ها چیست و خواسته‌ها با مجهول‌ها کدام است؟ جورج پولیا این مرحله را **فهمیدن** مسئله و گام اول برای حل هر مسئله می‌داند.

آن گاه از گروه‌های دانش‌آموزان بخواهید که بندهای فعالیت را به ترتیب و با توجه به مدت زمانی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند، معمولاً مدت زمان لازم برای انجام یک فعالیت که ۴ بند دارد، حدود ۱۰ دقیقه است. البته این زمان با توجه به شرایط فعالیت می‌تواند تغییر کند. مدیریت وقت برای انجام بندهای فعالیت را به عهدهٔ خود دانش‌آموزان بگذارید.

با شروع انجام فعالیت توسط دانش‌آموزان شما چند دقیقه (حدود ۳ تا ۴ دقیقه) روی صندلی خودتان بنشینید و بدون آنکه صحبتی بکنید گروه‌های دانش‌آموزان را زیر نظر بگیرید. پس از آن بلند

شوید و به آهستگی در کلاس قدم بزنید به طوری که تمرکز دانش‌آموزان به هم نخورد. کارهای انجام شده و در حال انجام توسط گروه‌ها را در نظر بگیرید. بدفهمی‌ها و اشتباه‌های احتمالی را که می‌بینید یادداشت کنید راه حل‌های خلاقانه را یادداشت کنید. اگر گروهی سؤالی داشتند پاسخ دهید. اگر گروهی فعالیت نمی‌کنند با طرح این سؤال که مشکل شما چیست؟ آنها را راه بیندازید. امّا توجه داشته باشید که کمک شما در حدی نباشد که پاسخ فعالیت را بدهد، زیرا به گفتهٔ پولیا دیگر کاری باقی نمی‌ماند که دانش‌آموز انجام دهد. در صورتی که بیشتر دانش‌آموزان کلاس در انجام فعالیت مشکل داشتند، با راهنمایی‌های لازم و مناسب مشکل را حل کنید.

پس از پایان زمان انجام فعالیت، نمایندهٔ گروه‌هایی را پای تخته بیاورید که بدفهمی داشته‌اند. از آنها بخواهید که روش خود را ارائه دهند و آن گاه با بحث کلاسی توسط دانش‌آموزان بدفهمی‌ها را برطرف سازید. با رفع تمام بدفهمی‌ها در واقع پاسخ درست توسط دانش‌آموزان ارائه می‌گردد. پس از رفع بدفهمی‌ها و اشتباه‌ها کسانی را که روش‌های خلاقانه‌ای برای انجام فعالیت داشته‌اند پای تخته بیاورید تا با طرح آن روش‌ها توسط خودشان، اولاً، دانش‌آموزان دیگر، روش‌ها و راهبردهای دیگری برای انجام فعالیت را یاد بگیرند و ثانیاً، دانش‌آموزان خلاق مورد تشویق قرار بگیرند تا در بین دیگر دانش‌آموزان انگیزه‌ای برای کشف راه حل های جدید و بدیع ایجاد گردد.

در پایان از دانش‌آموزان سؤال شود که آیا کسی سؤال دیگری دارد؟ در صورت وجود، آن را با بحث کلاسی پاسخ دهید.

پس از انجام کارهای بالا، آموزش مفهوم در واقع انجام شده است. با این وجود می‌توانید به یک جمع بندی دربارهٔ پاسخ‌های درست فعالیت بپردازید.

روش انجام کار در کلاس : برای انجام کار در کلاس همانند انجام فعالیت عمل کنید با این تفاوت که در جریان انجام فعالیت حضور معلم در انجام فعالیت پررنگ‌تر است و این حضور و کنترل در کار در کلاس کمتر می‌باشد. البته معلم همواره در انجام فعالیت‌ها یا کار در کلاس‌ها حضور دارد ولو آنکه آشکار نباشد. هدف اصلی فعالیت یا کار در کلاس و مدیریت زمان همواره مدنظر معلم باید باشد.

کار مهمی که در جریان انجام یک فعالیت و یا کار در کلاس لازم است انجام شود ارزشیابی گروهی و فردی از دانش‌آموزان است. این ارزشیابی را در دفتری ثبت کنید. مجموعهٔ این ارزشیابی‌ها می‌تواند معیار مناسب و منصفانه‌ای برای ارزشیابی پایانی باشد.

نکتهٔ مهم : معلمان محترم می‌توانند با تشخیص خود،از روش‌های دیگر تدریس و یا ترکیبی از روش‌های تدریس برای آموزش مفاهیم استفاده کنند.

توسعه مفاهیم

یکی از هدف‌های مهم آموزش، توسعه مفاهیم است. توسعه مفاهیم در دو مسیر اصلی در کار در کلاس‌ها و در تمرین‌ها به دو صورت تعمیم ریاضی و تعمیم عمومی می‌تواند اتفاق بیفتد. در تعمیم ریاضی، مفهوم ریاضی قوی‌تر (بزرگ‌تر) می‌شود و افزایش می‌یابد. به مثال زیر دربارهٔ تعمیم ریاضی توجه کنید.

مثال ۱ : سه عدد ۵،۳ و ۷ داده شده‌اند. ثابت کنید که عدد وسطی، نصف مجموع دو عدد دیگر است.

حل. داریم :

$$۵=\frac{۳+۷}{۲}\rightarrow ۵=\frac{۱۰}{۲}\rightarrow ۵=۵$$

پس حکم مسئله درست است.

مثال ۲ : ثابت کنید که بین هر سه عدد فرد متوالی عدد وسطی، نصف مجموع دو عدد دیگر است.

حل : سه عدد فرد متوالی را a−۲ ، a، a+۲ می‌گیریم. داریم :

$$a=\frac{(a-۲)+(a+۲)}{۲}\rightarrow a=\frac{۲a}{۲}\rightarrow a=a$$

پس حکم برقرار است.

به طوری که می‌بینید مثال ۲ تعمیم ریاضی از مثال ۱ است.

مثال ۳ : ثابت کنید مثلثی که ضلع‌های آن ۴،۳ و ۵ باشد، قائم الزاویه است.

حل : داریم :

$$۳^۲+۴^۲=۵^۲\rightarrow ۹+۱۶=۲۵\rightarrow ۲۵=۲۵$$

پس این مثلث قائم الزاویه است چون مربع اندازهٔ یک ضلع آن مساوی مجموع مربعین اندازه‌های دو ضلع دیگر آن است.

مثال ۴ : ثابت کنید هر مثلث به ضلع‌های ۳K، ۴K و ۵K قائم الزاویه است.

حل : باید مربع بزرگ‌ترین ضلع آن مساوی مجموع مربعین دو ضلع دیگر آن باشد. داریم :

$$(۵k)^۲=(۳k)^۲+(۴k)^۲\rightarrow ۲۵k^۲=۹k^۲+۱۶k^۲\rightarrow ۲۵k^۲=۲۵k^۲$$

پس حکم درست است.

به طوری که دیده می‌شود مثال ۴ تعمیمی ریاضی از مثال ۳ است : تعمیم ریاضی، عمقی یا طولی است.

تعمیم عمومی که در آن مفهوم ریاضی ثابت است ولی بافت‌هایی که مفهوم در آنها مطرح می‌شود، تغییر می‌کنند. به عنوان مثال مفهوم نسبت در یک بافت محیط‌زیست مطرح شده است، همین

مفهوم، در بافت‌های دیگری مانند صنعت، بازرگانی، سلامت، تغذیه و ... به کار گرفته شود.

تعمیم عمومی، عرضی است.

مثال ۱ : یک مزرعهٔ گندم سال گذشته ۳۰۰۰ کیلوگرم و امسال ۲۵۰۰ کیلوگرم محصول داشته است. نسبت مقدار تولید امسال این مزرعه به میزان تولید سال قبل را پیدا کنید.

مثال ۲ : یک کارخانه دوچرخه‌سازی در سال ۱۳۹۰ تعداد ۱۲۰۰ دوچرخه و در سال ۱۳۹۲ تعداد ۲۰۰۰ دوچرخه تولید کرده است. نسبت تولید دوچرخه در سال ۱۳۹۰ به تعداد تولید دوچرخه در سال ۱۳۹۲ را تعیین کنید.

مثال ۳ : محسن در سال ۱۳۹۲ مبلغ ۱۲۰۰۰۰ ریال در سال ۱۳۹۳ مبلغ ۱۸۰۰۰۰ ریال به یک مؤسسه خیریه بخشیده است. نسبت مقدار کمک محسن در سال ۱۳۹۳ به میزان کمک او در سال ۱۳۹۳ را تعیین کنید.

مثال‌های بالا تعمیم مفهوم نسبت در زمینه‌های کشاورزی، صنعت و امور اجتماعی را نشان می‌دهد.

در مورد مفاهیم دیگر نیز تعمیم عمومی وجود دارد.

استفاده از ابزار و تکنولوژی

استفاده از ابزار و تکنولوژی برای مراحل مختلف آموزش، هم برای پیش نیازها و هم برای فعالیت‌ها، کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها ضروری و لازم هستند. به عنوان مثال شکل‌های هندسی در دو بعد و سه بعد مانند : مثلث‌ها، مربع‌ها، دایره‌ها، مکعب‌ها، مکعب مستطیل‌ها و ... در رنگ‌های مختلف همچنین ابزار اندازه‌گیری طول مانند خط‌کش، متر پارچه‌ای، متر فلزی و... ابزار اندازه‌گیری وزن، ابزار اندازه‌گیری زمان، ابزار اندازه‌گیری درجهٔ حرارت، فشار و دیگر ابزار اندازه‌گیری از ابزاری هستند که در آموزش مفاهیم این فصل ضروری هستند.

جدول‌هایی که نمایشگر دو یا چند مقدار (کمیت) می‌باشند مانند جدول‌های آماری تولید محصولات کشاورزی، تولیدات صنایع مختلف، میزان درجه حرارت، مصرف آب، مصرف مواد غذایی، تعداد افراد مختلف، تعداد گیاهان، تعداد جانوران و ... به‌خصوص برای انجام مراحلی از آموزش ضروری می‌باشند.

استفاده از برنامه‌های نرم‌افزاری رایانه‌ای در زمینه‌های مرتبط با نسبت، تناسب و درصد، فیلم‌های آموزشی در این زمینه‌ها و دیگر موارد مشابه، برای آموزش در پیش سازمان‌دهنده‌ها، فعالیت‌ها و کار در کلاس‌ها و تمرین‌ها بسیار کمک کننده و مفید است.

روش تدریس صفحهٔ عنوان

در این صفحه دو تصویر و یک متن آمده است. هر دو تصویر و متن تواماً به عنوان پیش‌سازمان‌دهنده برای ایجاد انگیزه به منظور یادگیری مفاهیم نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد است.

از دانش‌آموزان بخواهید که نخست متن پایین صفحه را بخوانند و آن‌گاه به بررسی تصویر متن، یعنی تصویر مسجد نصیرالملک شیراز برای پیدا کردن مفاهیم ریاضی موجود در آن بپردازند. توجه دانش‌آموزان را بیشتر به پیدا کردن کسرهایی که تعداد گل برگ‌ها با رنگ‌های مختلف و یا شکل‌هایی با رنگ‌های مختلف و کسرهای مساوی که در تصویر وجود دارند، جلب کنید، همچنین، کسری که نمایشگر طول به عرض شکل‌های مستطیل موجود در تصویر است، آن‌گاه از دانش‌آموزان بخواهید که یافته‌های خود از این تصویر را با انجام بحث کلاسی مطرح کنند.

در این تصویر موضوع‌ها و مفاهیم مختلف ریاضی مانند تقارن، تشابه،چند ضلعی‌های منتظم، نسبت طلایی، مارپیچ طلایی، اعداد مربع کامل، عددهای مبنای دستگاه‌های شمار مانند ۱۰ و ۵ و نسبت‌های مختلف در تعداد گل برگ‌ها با رنگ‌های مختلف وجود دارد. البته در بررسی این تصویر و تصویر دیگر نامی از نسبت، تناسب و درصد به میان نمی‌آوریم، بلکه از کسرهایی که با توجه به شکل می‌توان نوشت گفت‌وگو می‌کنیم. بعد از آموزش هر یک از مفاهیم نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب‌و درصد می‌توانیم مجدداً به این تصویر برگردیم و مواردی را که به صورت کسر گفته‌ایم به صورت نسبت، تناسب و درصد بیان کنیم.

برخی از مفاهیم ریاضی که در این تصویر وجود دارند عبارت‌اند از :

ــ تعداد گل برگ‌های تمام گل‌ها ۱۰ عدد است.

ــ شکل‌های به صورت همه ۵ تایی هستند.

ــ اگر در کتیبه‌های سر در، مساحت هر مربع را ۱ فرض کنیم، مساحت هریک از دو کتیبه کناری ۱۶ و مساحت کتیبه وسطی ۳۶ است که همه مجذور کامل‌اند.

ــ کسرهایی که تعداد گل‌برگ‌ها با رنگ‌های مشخص، به تعداد گل‌برگ‌های هر گل را مشخص می‌کند، کسرهای متفاوتی هستند، مانند :

$$\frac{\text{تعداد گل برگ‌های سفید}}{\text{تعداد گل برگ‌های سبز}} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲} \text{ ، } \frac{\text{تعداد گل برگ‌های صورتی}}{\text{تعداد گل‌برگ‌های قرمز}} = \frac{۲}{۸} \text{ و } \dots \text{ : در سمت چپ}$$

ــ برخی کسرهایی که تعداد مربع‌ها با رنگ‌های مختلف را مشخص می‌کنند، عبارت‌اند از :

$\frac{۴}{۷}=\frac{\text{تعداد مربع‌های سفید}}{\text{تعداد مربع‌های قرمز}}$: در کتیبهٔ کنار ، $\frac{۸}{۱۸}=\frac{\text{تعداد مربع‌های رنگی}}{\text{تعداد مربع‌های سفید}}$: در کتیبه وسط

دانش‌آموزان ممکن است کسرهای دیگری و یا مفاهیم ریاضی دیگری پیدا کنند.

پس از بررسی تصویر متن، تصویر گنبد سلطانیه زنجان، بزرگترین گنبد خشتی جهان را بررسی کنید. این گنبد بر روی یک ۸ ضلعی منتظم ساخته شده است و در ساختن آن، در گچ‌بری‌ها و کاشیکاری‌های آن، از ریاضیات، استفاده فراوانی شده است. اطلاعات بیشتری دربارهٔ این گنبد در زیر می‌آید :

گنبد سلطانیهٔ زنجان از نظر حجم، سبک معماری، رابطهٔ فضاها، تناسبات موجود در اجزای مختلف، ایستایی و مقاومت بنا و زیبایی شناسی و تزیینات، نمونه‌ای منحصر به فرد و نقطهٔ تحولی در معماری اسلامی به شمار می‌رود. بدنهٔ اصلی گنبد و تمام ساختمان آن با آجر ساخته شده و گنبد با روکش فیروزه‌ای و لاجوردی به شیوه‌ای معرّق‌کاری تزیین شده است. کاشی‌های طلایی رنگ و منقش و هشت گوش تربت‌خانه که بخشی از بنای ساختمان گنبد سلطانیه است، از لحاظ هنر کاشی‌پزی فوق‌العاده ممتاز و کم نظیر است.

نقشهٔ بنا در طبقه همکف و طبقهٔ اول نزدیک به مستطیل و ادامهٔ مجموعه در طبقهٔ دوم و طبقهٔ سوم دارای نقشه ۸ ضلعی منتظم است.

گنبد آرامگاه به ارتفاع ۴۸/۵۰ متر و قطر دهانهٔ ۲۴/۴۰ متر است که بزرگ‌ترین گنبد تاریخی در ایران و بزرگ‌ترین گنبد آجری در جهان است. این گنبد نخستین گنبد دو جداره در جهان است که ضخامت گنبد آن ۱۶۰ سانتیمتر و فضای خالی بین دو جداره ۶۰ سانتیمتر می‌باشد. سیستم دو جدارهٔ آن در ایستایی گنبد نقش مهمی دارد.

گنبد بر روی ۸ جرز سنگین (ضلع‌های ۸ ضلعی منتظم) با عرض ۶/۷ متر قرار دارد که وزن ۱۶۰۰ تنی گنبد را به شالوده منتقل می‌کند. سطح مقطع هر کدام از این جرزها حداقل ۵۰ متر مربع و بار وارد بر آنها ۲۰۰ تن محاسبه شده است.

در زوایای اضلاع ۸ ضلعی منتظم و در طبقهٔ سوم و پشت بام گنبد خارجی ۸ مناره تهیه شده است. این مناره‌ها از عناصری است که در حل مسائل استاتیکی نقش مؤثر دارند. گنبد سلطانیه از نظر تزیینات بسیار غنی بوده و در آن، تزیینات مختلف گچ‌بری، کاشی‌کاری، کتیبه نویسی، تزیینات رنگ و

نقاشی و تزیینات سنگی و چوبی در نهایت دقت و زیبایی اجرا شده است.

این بنا ساعت آفتابی نیز هست. نوری که از سوراخ اصلی گنبد می‌تابد نشان دهنده زمان ظهر، نوری که از پنجره‌های بزرگ می‌تابد، نشان‌دهندهٔ ساعت و نوری که از پنجره‌های کوچک می‌تابند نشان دهندهٔ حدود دقیقه است.

این بنا که در فاصله سال‌های ۷۰۴ یا ۷۱۲ هجری قمری توسط سلطان محمد خدابنده ساخته شده است، در سال ۱۳۸۴ هجری شمسی در فهرست میراث جهانی یونسکو به ثبت رسیده است.

برای اطلاعات بیشتر به سایت میراث فرهنگی، صنایع دستی و گردشگری ایران مراجعه کنید.

روش تدریس درس ۱: نسبت. صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱

اهداف

۱ــ درک مفهوم نسبت بین دو مقدار (کمیت)

۲ــ فهم ارتباط مفهوم نسبت با مفاهیم مرتبط با آن، مانند تقسیم، کسر

۳ــ توانایی حل مسئله‌های مرتبط با نسبت در درون ریاضی و در برون ریاضی

۴ــ بازنمایی نمایش‌های مختلف نسبت، از جمله نمایش‌های هندسی و تصویری

۵ــ پی بردن به ارزش محیط‌زیست، سلامت، تغذیهٔ سالم

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ لگوهای آموزشی نشان‌دهندهٔ شکل‌ها در دو بعد مانند مثلث‌ها، مربع‌ها، دایره‌ها و ... در رنگ‌های مختلف

۲ــ احجام هندسی مانند، مکعب، مکعب مستطیل،کره و ... در رنگ‌های مختلف

۳ــ جدول‌ها و نمودارهای مربوط به کمیت‌های مختلف صنعتی، بازرگانی، کشاورزی و ...

۴ــ متر پارچه‌ای یا فلزی برای اندازه‌گیری طول‌ها، ترازو برای اندازه‌گیری وزن، ساعت برای اندازه‌گیری زمان، سرعت‌سنج و فشارسنج و دیگر وسیله‌های اندازه‌گیری برای کمیت‌هایی که محاسبهٔ نسبت آنها مورد نظر است.

۵ــ استفاده از سایت‌های ریاضی در ارتباط با مفهوم نسبت بین دو مقدار

- **روش تدریس درس ۱. نسبت. صفحهٔ ۴۸**

نخست پیش‌سازمان‌دهنده را ارائه کنید. اگر پیش‌سازمان‌دهنده‌ای مناسب‌تر از پیش‌سازمان‌دهنده‌ای که در کتاب آمده است، تهیه کرده‌اید. آن را ارائه کنید و سپس از دانش‌آموزان بخواهید که به تصویر کتاب توجه کنند و متن زیر آن را بخوانند در غیر این صورت نخست پیش سازمان‌دهندهٔ کتاب را ارائه کنید و سپس دربارهٔ اهمیت و نقش نعمت‌های خدادادی مانند فضای سبز موجود در کشور، استان‌ها و شهرها در زندگی ما، بحث و گفت‌وگو کنید.

اکنون این سؤال را مطرح کنید که اگر در شهری که ۲۵ کیلومتر مربع مساحت دارد، ۳ کیلومتر مربع آن فضای سبز باشد، چه کسری از آن، فضای سبز است آن را بنویسند.

$$\frac{\text{مساحت فضای سبز شهر}}{\text{مساحت کل شهر}} = \frac{۳}{۲۵}$$

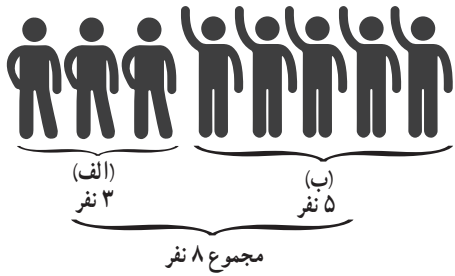
شبیه این مثال را برای موارد دیگری مانند تعداد دانش‌آموزان سال پنجم یک مدرسه به تعداد دانش‌آموزان کل آن مدرسه، تعداد شمع‌های خاموش یا روشن در یک دسته شمع به تعداد کل آن شمع‌ها، می‌توانید با همفکری دانش‌آموزان مطرح کنید و از آنها بخواهید که کسر نمایش‌دهندهٔ یک جزء انتخاب شده به کل کمیت را بنویسند.

آنگاه از دانش آموزان بخواهید که متن مربوط به حیاط و فضای سبز موجود در آن را بخوانند. نخست روی کسری که نمایشگر فضای سبز موجود در حیاط به مساحت کل حیاط است تأکید شود و سپس این نکته بیان شود که $\frac{۹}{۵۰}$ **را نسبت مساحت فضای سبز موجود در این حیاط به مساحت کل حیاط می‌نامند**. در واقع با استفاده از کسر نسبت بین دو مقدار بیان می‌شود.

اکنون به مثال‌هایی که قبلاً ارائه کرده‌اید برگردید و آنها را که به صورت کسر بیان کرده بودید به صورت نسبت بیان کنید. به عنوان مثال اگر گفته باشید کسری که مساحت فضای سبز یک شهر به مساحت کل آن شهر را نشان می‌دهد $\frac{۳}{۲۵}$ است اینک بگویید که **نسبت** مساحت فضای سبز این شهر به مساحت کل شهر $\frac{۳}{۲۵}$ می‌باشد. و یا اگر گفته باشید کسری که تعداد شمع‌های روشن به تعداد کل شمع‌ها را نشان می‌دهد... است اینک بگویید که نسبت تعداد شمع‌های روشن به تعداد کل شمع‌ها... است.

روش تدریس فعالیت ۱. صفحهٔ ۴۸

قبل از انجام این فعالیت می‌توانید مرحله‌ای مجسم برای درک بهتر این فعالیت در نظر بگیرید، به این صورت که دو دسته ۳ تایی و ۵ تایی دانش‌آموز را جلو کلاس (پای تخته) بیاورید و آنها را گروه‌های (الف) و (ب) بنامید. تعداد افراد هر گروه را از دانش‌آموزان بپرسید و روی تختهٔ کلاس یادداشت کنید، سپس تعداد مجموع این دو دسته را از دانش‌آموزان بپرسید و روی تختهٔ کلاس یادداشت کنید.



اکنون از دانش‌آموزان بپرسید که نسبت تعداد دانش‌آموزان دستهٔ (الف) به تعداد کل این دانش‌آموزان چقدر است. پاسخ را روی تخته کلاس یادداشت کنید.

$$\frac{\text{تعداد افراد گروه الف}}{\text{تعداد کل دو گروه}} = \frac{۳}{۸}$$

سپس نسبت تعداد افراد گروه (الف) به تعداد افراد گروه (ب) را با کمک دانش‌آموزان تعیین و روی تختهٔ کلاس بنویسید.

$$\frac{\text{تعداد افراد گروه (الف)}}{\text{تعداد افراد گروه (ب)}} = \frac{۳}{۵}$$

همچنین نسبت‌های $\frac{۵}{۳} = \frac{\text{تعداد افراد گروه (ب)}}{\text{تعداد افراد گروه (الف)}}$ و $\frac{۸}{۵} = \frac{\text{تعداد افراد کل دو گروه}}{\text{تعداد افراد گروه (ب)}}$ را با پرسش از دانش‌آموزان، مشخص سازید.

بعد از انجام مراحل بالا از دانش‌آموزان بخواهید که ابتدا فعالیت ۱ را مانند صورت یک مسئله، یک بار بخوانند (برای فهمیدن مسئله)، سپس از آنها بخواهید که بندهای این فعالیت را با توجه به مدت زمانی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند. کار انجام شده و کار در حال انجام توسط دانش‌آموزان را کنترل کنید. بدفهمی‌ها و اشتباه‌های احتمالی، همچنین راه حل‌های بدیع و خلاقانه را یادداشت کنید و پس از پایان انجام فعالیت، با طرح آنها توسط خود دانش‌آموزان به رفع بدفهمی‌ها بپردازید و روش‌های خلاقانه راهم توسط کسانی که راه حل تازه‌ای داشته‌اند طرح کنید. در صورت لزوم به جمع‌بندی نتایج بپردازید.

پاسخ :

الف) ۳ به ۸ یا $\frac{۳}{۸}$ ب) ۳ به ۵ یا $\frac{۳}{۵}$ پ) ۵ به ۳ یا $\frac{۵}{۳}$ ت) ۸ به ۵ یا $\frac{۸}{۵}$

یکی از اهداف این فعالیت محاسبهٔ نسبت بین دو مقدار (کمیت) در حالت‌های جزء، به کل، جزء به جزء و کل به جزء است. در ضمن در این فعالیت از کمیت‌های پیوسته (متصل) برای محاسبهٔ نسبت بین آنها استفاده کرده‌ایم. مدت زمان انجام این فعالیت توسط دانش‌آموزان ۱۰ تا ۱۲ دقیقه و مدت زمان بحث کلاسی برای رفع بدفهمی‌ها و ... مدت ۱۵ دقیقه پیشنهاد می‌شود.

● **روش تدریس فعالیت ۲. صفحهٔ ۴۸**

این فعالیت، یک فعالیت باز پاسخ است. از دانش آموزان بخواهید پس از خواندن صورت فعالیت،آن رادر مدت زمانی که تعیین می کنید (پیشنهاد ۶ دقیقه) انجام دهند. به روال انجام هر فعالیت، کار انجام شده و کار در حال انجام توسط دانش‌آموزان را ثبت کنید. سپس کار هر گروه در کلاس بررسی گردد و تفاوت پاسخ‌های به دست آمده توسط دانش‌آموزان و دلیل این تفاوت‌ها روشن گردد.

دو حالت خاص ممکن است پیش آید. حالت اول آن است که یک گروه از دانش‌آموزان تمام خانه‌های مستطیل را رنگ سبز بزنند که در این حالت به لازم بودن خیابان، خانه و مدرسه و ساختمان‌های دیگر توجه نکرده‌اند و حالت دوم آن است که هیچ خانه‌ای را رنگ سبز نزنند که این حالت، توجه نداشتن آنها به لزوم فضای سبز در یک شهر است.

● **روش تدریس فعالیت ۳. صفحهٔ ۴۹**

از دانش‌آموزان بخواهید پس از خواندن فعالیت، آن را در مدت زمان مشخص شده توسط شما انجام دهند. کار انجام شده را کنترل و بدفهمی‌های احتمالی را با بحث کلاسی بر طرف سازید. دو نکتهٔ مهم در این فعالیت وجود دارد. یکی آنکه کمیت‌های داده شده گسسته (منفصل) می‌باشند و دیگر آنکه می‌خواهیم بگوییم، همانند کسرها، نسبت‌ها نیز می‌توانند کوچک‌تر از ۱ (در این فعالیت $\frac{۳}{۵}$)، مساوی ۱ (در این فعالیت۱= $\frac{۳}{۳}$) و یا بزرگ‌تر از ۱ (در این فعالیت $\frac{۵}{۳}$) باشند :

پاسخ :

الف) $\frac{۵}{۳}$ ب) $\frac{۳}{۵}$ پ) $۱=\frac{۳}{۳}$ ت) $\frac{۵}{۳}$

● **روش تدریس فعالیت ۴. صفحهٔ ۴۹**

مراحل انجام این فعالیت همانند فعالیت‌های قبلی است امّا نکتهٔ مهمی که در این فعالیت وجود دارد، آن است که کمیت‌های داده شده غیر همجنس می‌باشند زیرا یکی کیلومتر و دیگری ساعت است. همان‌طوری که قبلاً گفتیم، نسبت بین دو کمیت غیرهمجنس را نرخ یا آهنگ (Rate) می‌نامند. امّا ما در این کتاب نامی از نرخ نمی‌بریم و آن را نسبت بین دو کمیت می‌نامیم. در سال‌های بعد دربارهٔ نرخ مطالب بیشتری خواهد آمد.

پاسخ :

الف) $\frac{۲۸۰۰}{۴}$

ب) ۷۰۰ کیلومتر؛ یعنی هواپیما در مدت ۱ ساعت ۷۰۰ کیلومتر می‌پیماید که آن را به صورت

ساعت/کیلومتر ۷۰۰ و یا ۷۰۰Km/h نشان می‌دهند و به آن سرعت هواپیما می‌گویند.

پس از انجام فعالیت‌های ۱ تا ۴ از دانش‌آموزان بخواهید که در زمینه‌های مطرح شده در کتاب و یا در زمینه‌های دیگری که نسبت در آنها اهمیت دارد، مواردی را مطرح کنند و روی برخی از این موارد در کلاس کار کنید. به عنوان مثال موارد زیر را می‌توان مطرح کرد :

ــ نسبت مقدار فلز خالص به مقدار سنگ در یک معدن، که برای مقرون به صرفه بودن استخراج آن معدن اهمیت دارد.

ــ نسبت دو طول (طول و عرض تختهٔ کلاس، میز دانش‌آموزان، کتاب درسی، قد دو نفر، ارتفاع دو کوه یا دو ساختمان . طول درخت و طول سایه آن و ...)

ــ نسبت دو سطح، نسبت دو حجم

ــ نسبت میزان تولید و یا مصرف در صنعت، کشاورزی، و ...

ــ نسبت دو وزن (افراد، اشیاء،...)

ــ نسبت دو کمیت غیر همجنس مانند نسبت مسافت پیموده شده توسط یک متحرک (اتومبیل، هواپیما، قطار، دوچرخه، انسان،...) به مدت زمان صرف شده برای پیمودن این مسافت

● **روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحهٔ ۴۹**

این کار در کلاس به منظور آن است که ببینیم دانش‌آموزان به آن میزان از درک و فهم رسیده‌اند که وقتی می‌گوییم. نسبت دو مقدار ۲ به ۳ است،منظورمان چیست؟ به‌علاوه می‌خواهیم دانش‌آموزان به این نکته توجه کنند که برای انجام یک فعالیت یا کار در کلاس راهبردهای مختلفی می‌تواند وجود داشته باشد. از دانش‌آموزان بخواهید روش‌های کامل شده را بررسی و روش‌های کامل نشده راکامل کنند کار انجام شده و کار در حال انجام آنها را زیرنظر بگیرید و بدفهمی‌های احتمالی را یادداشت کنید.سپس با بحث کلاسی توسط دانش‌آموزان، به رفع اشتباه‌های احتمالی بپردازید. توجه داشته باشید که اشکان از دو طول و محاسبهٔ نسبت جزء به جزء، علی از دو سطح و محاسبهٔ نسبت جزء به جزء، پرویز از دو حجم و محاسبهٔ نسبت جزء به جزء و ناصر از تصویر ۳ مربع و محاسبهٔ نسبت جزء به کل استفاده کرده است.

در صورتی که دانش‌آموزانی کار در کلاس را با راه حل‌های جدیدی انجام داده باشند، آنها را حتماً ارائه دهید.

پاسخ : ناصر : $\frac{\text{تعداد مربع‌های رنگ شده}}{\text{تعداد کل مربع‌ها}} = \frac{۲}{۳}$ پرویز : $\frac{\text{تعداد مکعب‌های رنگ شده}}{\text{تعداد مکعب‌های رنگ نشده}} = \frac{۲}{۳}$

● **روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحهٔ ۵۰**

این کار در کلاس، یک کاربرد نسبت در درون ریاضی است. از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن کار در کلاس آن را در مدتی که شما تعیین می‌کنید انجام دهند. کار انجام شده و کار در حال انجام آنها را به منظور ثبت بدفهمی‌های احتمالی و یا راه حل‌های خلاقانه ثبت کنید. پس از انجام فعالیت توسط دانش‌آموزان به رفع بدفهمی‌های احتمالی و ارائه روش‌های جدید (در صورت وجود) توسط خود دانش‌آموزان بپردازید. در صورت لزوم با یک جمع‌بندی کار را به پایان ببرید.

پاسخ :

الف) $۳ = \frac{۶}{۲}$

ب) طول مستطیل ۳ برابر عرض آن است در واقع می‌توان گفت نسبت بین دو مقدار که یک عدد مطلق است، مشخص می‌کند که یک کمیت چند برابر کمیت دیگر است. حتی اگر این نسبت عددی غیر صحیح باشد.

به عنوان مثال در شکل روبه‌رو داریم :

$\frac{۳}{۲} = \frac{۶}{۴} = \frac{\text{تعداد مثلث‌ها}}{\text{تعداد مربع‌ها}}$

بنابراین می‌توانیم بگوییم که تعداد مثلث‌ها $\frac{۳}{۲}$ برابر تعداد مربع‌هاست.

● **روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحهٔ ۵۰**

این کار در کلاس یک کاربرد نسبت در برون ریاضی است. برای انجام این کار در کلاس، دانش‌آموزان باید توجه کنند که این چاشنی از ۶=۲+۱+۳ قاشق ادویه درست شده است.

از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت کار در کلاس، آن را انجام دهند. کار انجام شده را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را توسط خود دانش‌آموزان رفع کنید.

پاسخ : $\frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۶} = \frac{\text{مقدار زنجبیل}}{\text{چاشنی درست شده}}$ و $\frac{۱}{۶} = \frac{\text{مقدار فلفل}}{\text{چاشنی درست شده}}$ $\frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۶} = \frac{\text{مقدار زردچوبه}}{\text{چاشنی درست شده}}$

● **روش تدریس کار در کلاس ۴. صفحهٔ ۵۰**

این کار در کلاس نیز یک کاربرد نسبت در برون ریاضی و از طرفی یک نرخ است. از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن متن آن، کار در کلاس را انجام دهند. کار انجام شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید.

پاسخ :

الف) $\frac{۴۸}{۴}$

ب) $\frac{۴۸}{۴} = ۱۲$ یعنی حلزون در ۱ ساعت ۱۲ متر را می‌پیماید.

حل تمرین‌های درس ۱ نسبت. صفحه‌های ۵۰ و ۵۱

۱ــ با توجّه به شکل‌های داده شده، نسبت‌های زیر را به دست آورید.

$\frac{۳}{۷}$ = نسبت تعداد مربّع‌ها به تعداد کلّ شکل‌ها

$\frac{۴}{۷}$ = نسبت تعداد مثلّث‌ها به تعداد کلّ شکل‌ها

$\frac{۴}{۳}$ = نسبت تعداد مثلّث‌ها به تعداد مربّع‌ها

$\frac{۳}{۴}$ = نسبت تعداد مربّع‌ها به تعداد مثلّث‌ها

۲ــ با توجّه به شکل، نسبت‌های زیر را تعیین کنید.

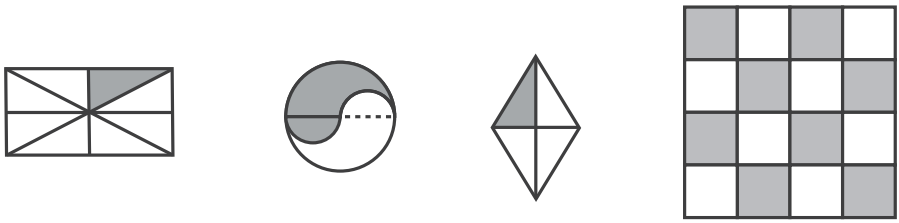
$\frac{۵}{۳}$ = نسبت اندازهٔ پاره خطّ ب پ به اندازهٔ پاره خطّ آ ب

$\frac{۳}{۵}$ = نسبت اندازهٔ پاره خطّ آ ب به اندازهٔ پاره خطّ ب پ

$\frac{۵}{۸}$ = نسبت اندازهٔ پاره خطّ ب پ به اندازهٔ پاره خطّ آ پ

$\frac{۳}{۸}$ = نسبت اندازهٔ پاره خطّ آ ب به اندازهٔ پاره خطّ آ پ

۳ــ شکل‌های زیر به قسمت‌های مساوی تقسیم شده‌اند. در هر شکل نسبت مساحت قسمت رنگ شده را به مساحت کلّ شکل به‌دست آورید.



$\frac{۱}{۸}$ $\frac{۱}{۲}$ $\frac{۱}{۴}$ $\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱}{۲}$

۴ــ نتیجهٔ بازی‌های یک تیم فوتسال در یک سال، در جدول زیر آمده است. با توجه به داده‌های جدول، جاهای خالی زیر را پر کنید.

بُرد	باخت	تساوی
۱۴	۴	۷

$\frac{۱۴}{۲۵}=\frac{\text{تعداد بُرد}}{\text{تعداد کلّ بازی}}$ $۲=\frac{۱۴}{۷}=\frac{\text{تعداد بُرد}}{\text{تعداد تساوی}}$ $\frac{۷}{۲}=\frac{۱۴}{۴}=\frac{\text{تعداد بُرد}}{\text{تعداد باخت}}$ $\frac{۴}{۲۵}=\frac{\text{تعداد باخت}}{\text{تعداد کلّ بازی}}$ $\frac{۷}{۲۵}=\frac{\text{تعداد تساوی}}{\text{تعداد کلّ بازی}}$

۵ــ کیمیا ۳۶ صفحهٔ یک کتاب را در مدت ۴ ساعت خواند. فرزانه ۳۰ صفحه از همان کتاب را در مدت ۳ ساعت خواند.

الف) نسبت تعداد صفحات خوانده شده به تعداد ساعت‌ها را برای هر دو نفر حساب کنید.

فرزانه: $\frac{\text{تعداد صفحه}}{\text{تعداد ساعت}}=\frac{۳۰}{۳}=۱۰$ کیمیا: $\frac{\text{تعداد صفحه}}{\text{تعداد ساعت}}=\frac{۳۶}{۴}=۹$

ب) کیمیا در هر ساعت چند صفحه خوانده است؟ فرزانه چطور؟

کیمیا ۹ صفحه، فرزانه ۱۰ صفحه

۶ــ طول درختی یک متر و ۸۰ سانتیمتر و اندازهٔ سایهٔ آن درخت ۱۲۰سانتیمتر است. نسبت اندازهٔ سایهٔ این درخت به طول آن را تعیین کنید.

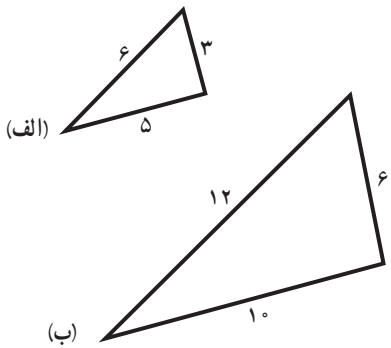
حل. باید واحدها را یکسان سازیم :

طول درخت برحسب سانتیمتر ۱۸۰=۸۰+۱۰۰ ۱ متر به سانتیمتر ۱۰۰=۱۰۰×۱

$$\frac{\text{اندازهٔ سایهٔ درخت}}{\text{اندازهٔ طول درخت}} = \frac{۱۲۰}{۱۸۰} = \frac{۲}{۳}$$

۷ــ با توجّه به اندازهٔ ضلع‌های دو مثلّث زیر،

الف) جاهای خالی را پر کنید.



$$\frac{\text{بزرگ‌ترین ضلع مثلث (ب)}}{\text{بزرگ‌ترین ضلع مثلث (الف)}} = \frac{۱۲}{۶} = ۲$$

$$\frac{\text{کوچک‌ترین ضلع مثلث (ب)}}{\text{کوچک‌ترین ضلع مثلث (الف)}} = \frac{۶}{۳} = ۲$$

$$\frac{\text{ضلع دیگر مثلث (ب)}}{\text{ضلع دیگر مثلث (الف)}} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

ب) نسبت‌های بالا را پس از ساده کردن، با هم مقایسه کنید.

این سه نسبت با هم مساوی‌اند، زیرا داریم : $\frac{۱۲}{۶} = \frac{۶}{۳} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$

نکته. این تمرین، به منظور آمادگی ذهنی برای درس بعدی، یعنی نسبت‌های مساوی است (برای ایجاد انگیزه)

توصیه‌های آموزشی

۱ــ در این کتاب در ارائه مفهوم نسبت بین دو کمیت همجنس (مثل دو طول، یا دو وزن) و ارائه مفهوم نسبت بین دو کمیت غیر همجنس (مثل طول و زمان، تعداد صفحات یک کتاب و زمان) تفاوتی در نظر گرفته نشده است حال آنکه اولی نسبت بین دو کمیت (Ratio) است، و دومی نرخ یا آهنگ (Rate) نامیده می‌شود. معلمان محترم هم در این مقطع تحصیلی نباید از نرخ یا آهنگ نامی ببرند و باید آن را نسبت معرفی کنند. در سال‌های بعد نرخ یا آهنگ معرفی خواهد شد.

۲ــ در ارائه مفهوم نسبت و یا در کاربردها و تمرین‌هایی که ممکن است ارائه آنها برای تکمیل آموزش برای کلاس یا برخی از دانش‌آموزان لازم باشد، نباید حالت‌های $\frac{\text{عدد}}{۰}$ و $\frac{۰}{۰}$ مطرح گردد.

۳ــ در ارائه مفهوم نسبت، نسبت جزء به جزء، نسبت جزء به کل، نسبت کل به جزء مورد تأکید است. دانش‌آموزان باید در محاسبهٔ این نسبت‌ها به مهارت دست یابند.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

در ساده کردن نسبت‌ها باید توجه داشته باشیم که صورت و مخرج نسبت را تنها در یک عدد مخالف صفر می‌توان ضرب کرد و یا بر یک عدد مخالف صفر می‌توان تقسیم نمود. جمع کردن صورت و مخرج نسبت با یک عدد و یا کم کردن یک عدد از صورت و مخرج نسبت، درست نیست مگر آنکه نسبت برابر ۱ باشد، مانند $\frac{۵}{۵}$ و $\frac{۲۰}{۲۰}$ و $\frac{۳۲}{۳۲}$. در ضمن انجام دو عمل متفاوت ضرب و تقسیم در صورت و مخرج یک نسبت درست نیست به نمونه‌های زیر توجّه فرمایید.

$$\frac{۱۲}{۱۸} \overset{\times ۲}{\underset{\div ۲}{\neq}} \frac{۲۴}{۹} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} \neq \frac{۲۴}{۹}, \qquad \frac{۱۲}{۱۸} \overset{?}{=} \frac{۱۲+۶}{۱۸+۶} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} \overset{?}{=} \frac{۱۸}{۲۴} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} \neq \frac{۱۸}{۲۴}$$

$$\frac{۱۲}{۱۸} \overset{?}{=} \frac{۱۲-۴}{۱۸-۴} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} \overset{?}{=} \frac{۸}{۱۴} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۸} \neq \frac{۸}{۱۴}, \qquad \frac{۱۸}{۱۸} \overset{?}{=} \frac{۱۸+۶}{۱۸+۶} \rightarrow \frac{۱۸}{۱۸} \overset{?}{=} \frac{۲۴}{۲۴} \rightarrow \frac{۱۸}{۱۸} = \frac{۲۴}{۲۴}$$

$$\frac{۱۸}{۱۸} \overset{?}{=} \frac{۱۸-۷}{۱۸-۷} \rightarrow \frac{۱۸}{۱۸} \overset{?}{=} \frac{۱۱}{۱۱} \rightarrow \frac{۱۸}{۱۸} = \frac{۱۱}{۱۱}$$

روش تدریس درس۲: نسبت‌های مساوی . صفحه‌های ۵۲ تا ۵۵

اهداف

۱ــ درک مفهوم نسبت‌های مساوی

۲ــ حل مسئله‌های مرتبط با نسبت‌های مساوی در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر

۳ــ فهم ارتباط نسبت‌های مساوی با مفاهیم مرتبط

۴ــ بالابردن مهارت‌های محاسباتی در مورد نسبت‌ها.

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ ابزار مختلف اندازه‌گیری برای تعیین نسبت‌های مساوی و نسبت‌هایی که مساوی نیستند.

۲ــ اشیاء، تصویرها، جدول‌ها و نمودارهایی که در آنها نسبت‌های مساوی و نامساوی وجود دارند، مانند شکل‌های هندسی در دو بعد و سه بعد ، تعداد شاگردان در دو مدرسه در سال‌های مشابه، فضاهای سبز چند استان کشور، تعداد گیاهان یا درختان در دو بوستان، میزان تولید و مصرف در کشاورزی، صنایع و ...

۳ــ سایت‌های ریاضی که در آنها مطالبی در ارتباط با نسبت‌های مساوی و نامساوی دارند.

ارائهٔ پیش‌سازمان‌دهنده

به‌عنوان پیش‌سازمان‌دهنده برای آموزش مفهوم نسبت‌های مساوی می‌توانید از نسبت تعداد نیمکت‌ها و تعداد دانش‌آموزانی که روی هر نیمکت نشسته‌اند استفاده کنید (این تعداد باید یکی باشد). به‌عنوان مثال، اگر کلاس ۸ نیمکت داشته باشد و روی هر نیمکت ۲ نفر نشسته باشند، جدول زیر را ارائه کنید.

نیمکت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
دانش‌آموز	۲	۴			۱۰			
$\frac{\text{تعداد نیمکت}}{\text{تعداد دانش‌آموز}}$	$\frac{۱}{۲}$			$\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$				

از دانش آموزان بخواهید که این جدول را کامل کنند و سپس نسبت‌هایی را که به‌دست آمده ساده کنند و با هم مقایسه نمایند و با بحث کلاسی مساوی بودن آنها تبیین گردد.

از پیش‌سازمان‌دهنده‌های دیگری نیز می‌توانید استفاده کنید.

- **روش تدریس فعالیت ۱. صفحهٔ ۵۲**

اگر پیش‌سازمان‌دهنده‌ای برای ایجاد انگیزه به منظور یادگیری نسبت‌های مساوی ارائه کرده‌اید، از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده توسط دانش‌آموزان را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع نمایید و راه‌حل‌های جدید را مطرح کنید.

پاسخ :

(الف) بلی است، زیرا نصف، همان $\frac{۱}{۲}$ است؛ یعنی داریم :

$$\frac{۱}{۲}=\frac{\text{مقدار شربت در پارچ}}{\text{گنجایش کلّ پارچ}} \text{ و } \frac{۱}{۲}=\frac{\text{مقدار شربت در لیوان}}{\text{گنجایش کلّ لیوان}}$$

پس این دو نسبت با هم مساوی‌اند و گنجایش لیوان و پارچ در آن نقشی ندارد.

پاسخ :

(ب) خیر است. درصورتی که گنجایش لیوان و پارچ مساوی نباشند. امّا درصورتی که گنجایش لیوان و پارچ مساوی باشد پاسخ بلی است.

پاسخ :

(پ) آن است که شیرینی شربت درست‌شده در لیوان و پارچ یکی است. زیرا نسبت شربت و آب در هر دو یکی است.

نکتهٔ ۱ : اگر پیش‌سازمان‌دهنده‌ای در نظر نگرفته‌اید می‌توانید از همین فعالیت به‌عنوان پیش‌سازمان‌دهنده استفاده کنید. در این صورت فعالیت زیر را نیز می‌توانید ارائه کنید.

فعالیت : در یک لیوان ۲ پیمانه شربت و ۳ پیمانه آب و در یک پارچ ۴ پیمانه شربت و ۶ پیمانه آب ریخته‌ایم.

الف) نسبت مقدار شربت به مقدار آب در لیوان را تعیین کنید. ——— =

ب) نسبت مقدار شربت به مقدار آب در پارچ را تعیین کنید.

——— =

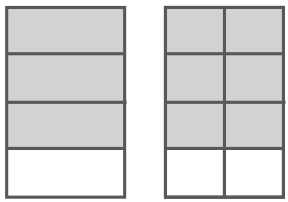
پ) دو نسبت به‌دست‌آمدهٔ بالا را با هم مقایسه کنید. درصورتی که این دو نسبت مساوی باشند، تساوی مربوط به آنها را بنویسید.

——— =

——— =

نکته : از فعالیت زیر نیز می‌توانید برای آموزش مفهوم نسبت‌های مساوی استفاده کنید. این فعالیت نشان می‌دهد که مساوی بودن نسبت‌ها به نوع و اندازهٔ شکل بستگی ندارد.

فعالیت : هریک از شکل‌های داده‌شده به قسمت‌های مساوی تقسیم شده‌اند :



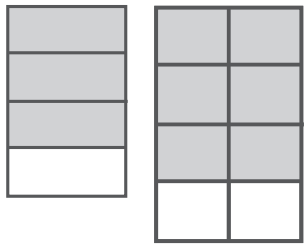
(۱) (۲)

الف) در هر یک از شکل‌های (۱) و (۲) نسبت مساحت قسمت رنگ شده به مساحت کل شکل را به‌دست آورید و تا حد امکان ساده کنید.

(۱)→ —— (۲)→ ——

ب) این دو نسبت را با هم مقایسه کنید و در صورت مساوی‌بودن، تساوی مربوط به آنها را بنویسید.

.....



(۳) (۴)

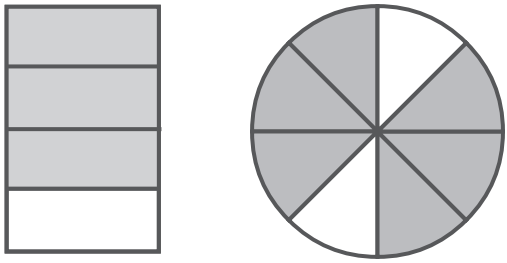
پ) مراحل (الف) و (ب) را برای شکل‌های (۳) و (۴)، انجام دهید.

(۳)→ —— (۴)→ ——

.....

ت) مراحل (الف) و (ب) را برای شکل‌های (۵) و (۶) انجام دهید.

(۵)→ ـــــ (۶)→ ـــــ



(۵) (۶)

از فعالیت بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ آیا می‌توانیم بگوییم که دو نسبت $\frac{۳}{۴}$ و $\frac{۶}{۸}$ با هم برابرند؟ آیا می‌توانیم بنویسیم : $\frac{۳}{۴}=\frac{۶}{۸}$

● **روش تدریس فعالیت ۲. صفحهٔ ۵۲**

از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت فعالیت، آن را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و بدفهمی‌های احتمالی را توسط دانش‌آموزان و با بحث کلاسی رفع کنید و روش‌های خلاقانه را نیز طرح نمایید. در پایان به جمع‌بندی کار انجام شده بپردازید. توجه داشته باشیدکه در این فعالیت کمیت‌های مطرح‌شده متفاوت می‌باشند.

پاسخ : بلی است، زیرا داریم :

$$(\text{الف}) \rightarrow \frac{\text{مساحت قسمت رنگ‌شده}}{\text{مساحت کل شکل}}=\frac{۳}{۴}$$

$$(\text{ب}) \rightarrow \frac{\text{مساحت قسمت رنگ‌شده}}{\text{مساحت کل شکل}}=\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$$

چون $\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$ است، پس این دو شکل به یک نسبت رنگ شده‌اند.

● **روش تدریس کار در کلاس. صفحهٔ ۵۲**

این کار در کلاس باهدف آوردن مثال با نامثال، برای پیدا کردن نسبت‌های مساوی و نسبت‌هایی که مساوی نیستند، از بین چند نسبت، ارائه گردیده است. پس ازخواندن صورت فعالیت از دانش‌آموزان بخواهید که مانند نمونهٔ انجام‌شده، این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده توسط آنها را کنترل و با بحث کلاسی بدفهمی‌های احتمالی را رفع کنید و راه‌حل‌های جدید را نیز (در صورت وجود) بررسی کنید.

پاسخ :

$\frac{۳}{۲}=\frac{۳۰}{۲۰}\rightarrow$ اسب‌سواری ، $\frac{۴}{۳}=\frac{۸۰}{۶۰}\rightarrow$ شنا ، $\frac{۲۴۰}{۱۸۰}=\frac{۴}{۳}\rightarrow$ فوتبال

$\frac{۱۸}{۱۱}=\frac{۳۶}{۲۲}\rightarrow$ فوتسال ، $\frac{۳}{۲}=\frac{۳۶}{۲۴}\rightarrow$ بسکتبال ، $\frac{۲۴}{۱۸}=\frac{۴}{۳}\rightarrow$ والیبال

به‌طوری که دیده می‌شود همهٔ نسبت‌های به‌دست‌آمده با هم مساوی نیستند. امّا ۳ نسبت $\frac{۲۴۰}{۱۸۰}$ و $\frac{۸۰}{۶۰}$ و $\frac{۲۴}{۱۸}$ که همگی مساوی $\frac{۴}{۳}$ می‌باشند با هم مساوی‌اند و تساوی مربوط به آنها به‌صورت $\frac{۲۴۰}{۱۸۰}=\frac{۸۰}{۶۰}=\frac{۲۴}{۱۸}$ است.

دو نسبت $\frac{۳۰}{۲۰}$ و $\frac{۳۶}{۲۴}$ که هر دو مساوی $\frac{۳}{۲}$ هستند نیز با هم مساوی‌اند و تساوی مربوط به آنها به‌صورت $\frac{۳۰}{۲۰}=\frac{۳۶}{۲۴}$ است. امّا نسبت $\frac{۳۶}{۲۲}$ یا $\frac{۱۸}{۱۱}$ با هیچ‌یک از نسبت‌های دیگر به‌دست آمده در این فعالیت مساوی نیست.

● **روش تدریس فعالیت. صفحهٔ ۵۳**

این فعالیت دو هدف اصلی دارد یکی آنکه میزان درک دانش‌آموزان از مساوی‌بودن دو نسبت را بفهمیم و دیگر آنکه دو ویژگی از نسبت‌های مساوی را که در سال چهارم دبستان در مورد کسر دیده‌ایم، در مورد نسبت‌ها نیز مورد بررسی قرار دهیم که این دو مورد در پایان فعالیت آمده است.

از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت فعالیت آن را انجام دهند و هریک از روش‌های ارائه‌شده را بررسی کنند؛ آنگاه با بحث کلاسی هریک از این روش‌ها را تبیین کنید و اشتباه‌های احتمالی را نیز با بحث کلاسی برطرف سازید.

در روش هاله از رسم شکل هندسی استفاده شده است. نخست مستطیل به ۶ قسمت مساوی تقسیم شده و ۴ قسمت از آن رنگ شده تا نسبت $\frac{۴}{۶}$ مشخص گردد. سپس با رسم خط عمودی، مستطیل به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شده است که ۸ قسمت از آن رنگ شده است؛ یعنی کسر $\frac{۸}{۱۲}$ تبیین می‌شود و درنتیجه تساوی $\frac{۴}{۶}=\frac{۸}{۱۲}$ مشخص می‌گردد.

در روش نسرین هریک از نسبت‌ها به ساده‌ترین صورت ممکن تبدیل شده است که هردو مساوی $\frac{۲}{۳}$ می‌باشند، نتیجه می‌شود که $\frac{۴}{۶}=\frac{۸}{۱۲}$ است.

در روش مهتاب، صورت و مخرج $\frac{۴}{۶}$ در ۲ ضرب شده است و تساوی $\frac{۸}{۱۲}=\frac{۴}{۶}$ روشن شده است.

در روش نسیم از تقسیم صورت و مخرج $\frac{۸}{۱۲}$ بر ۲ استفاده شده تا تساوی $\frac{۸}{۱۲}=\frac{۴}{۶}$ مشخص گردد.

● **روش تدریس کار در کلاس‌ها. صفحه‌های ۵۳ و ۵۴**

کار در کلاس‌های ارائه شده در این قسمت، کاربردهای مفهوم نسبت‌های مساوی در درون ریاضی و در ریاضی و علوم دیگر است.

● **روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحهٔ ۵۳**

نسبت بین دو مقدار و یکی از آن دو مقدار داده شده است و مقدار دیگر خواسته شده است. نکته‌ای که باید در این کار در کلاس مورد توجه قرار گیرد آن است که با توجه به نسبت داده‌شده بین دو مقدار آیا مقدار بزرگ‌تر در صورت نسبت قرار دارد؟ و یا در مخرج آن؟ به‌عنوان مثال اگر نسبت بین دو عدد $\frac{۲}{۳}$ باشد، در نسبت‌های مساوی آن عدد بزرگ‌تر در مخرج نسبت قرار دارد، زیرا ۲<۳ است. بدیهی است که عدد کوچک‌تر در صورت نسبت‌های مساوی قرار خواهد داشت، زیرا ۳>۲ است. به‌عنوان مثال:

$$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶}=\frac{۶}{۹}=\frac{۸}{۱۲}=\text{———}$$

پاسخ:

الف) $\frac{۴}{۱}=\frac{۱۶}{۴}$ ب) $\frac{۴}{۱}=\frac{۶۴}{۱۶}$

● **روش تدریس کار در کلاس۲. صفحهٔ ۵۴**

قسمت (الف) این کار در کلاس شبیه فعالیت قبلی است، تنها لازم است ابتدا نسبت‌های داده‌شده را که به‌صورت ۱۲ به ۲۰ و ۱۸ به ۳۰ نوشته شده است به‌صورت $\frac{۱۲}{۲۰}$ و $\frac{۱۸}{۳۰}$ بازنمایی کرده آنگاه مساوی‌بودن آنها را به یکی از روش‌هایی که در فعالیت صفحهٔ ۵۳ آمده است و یا روش‌های دیگر بررسی کنیم. کار انجام‌شده را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع نمایید و راه‌حل‌های ابتکاری را (در صورت وجود) مطرح سازید.

پاسخ:

الف) $\frac{۱۲}{۲۰}=\frac{۳}{۵}\ ,\ \frac{۱۸}{۳۰}=\frac{۳}{۵}\rightarrow\frac{۱۲}{۲۰}=\frac{۱۸}{۳۰}$

هدف قسمت (ب) آن است که با استفاده از ویژگی نسبت‌های مساوی مانند نمونهٔ حل‌شده، عدد مناسب برای هر قسمت نوشته شود.

ب) با توجّه به تساوی نسبت‌ها، در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$\frac{۶}{۹}=\frac{۲}{۳} \quad (\div ۳)$$

$$\frac{۱۲}{۲۰}=\frac{۳}{۵} \quad (\div ۴)$$

$$\frac{\quad}{۴۲}=\frac{۷}{۶}\rightarrow\frac{۷}{۶}=\frac{۴۹}{۴۲} \quad (\times ۷)$$

$$\frac{۵}{\quad}=\frac{۴۵}{۳۶}\rightarrow\frac{۴۵}{۳۶}=\frac{۵}{۴} \quad (\div ۹)$$

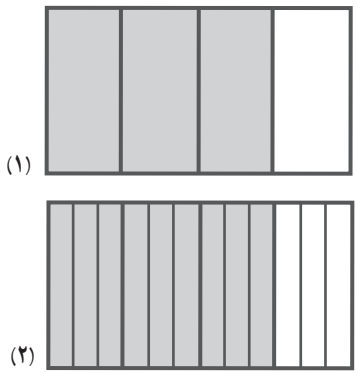
$$\frac{۷}{۸}=\frac{۲۱}{۲۴}=\frac{۳۵}{۴۰}=\frac{۱۴}{۱۶}=\frac{۲۸}{۳۲}$$

● روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحهٔ ۵۴

هدف قسمت (الف) این کار در کلاس آن است که دانش‌آموزان با استفاده از رسم شکل، نسبتی مساوی نسبت $\frac{۳}{۴}$ بنویسند که مخرج آن ۱۲ باشد.

در مورد نسبت $\frac{۳}{۴}$، مستطیل به ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است، ۳ قسمت از آن را رنگ زده‌ایم. داریم:

$$\rightarrow\frac{\text{مساحت قسمت رنگ‌شده}}{\text{مساحت کل مستطیل}}=\frac{۳}{۴}$$



اکنون ما می‌خواهیم نسبتی مساوی نسبت $\frac{۳}{۴}$ بنویسیم که مخرج آن ۱۲ باشد. پس باید مستطیل داده شده به ۱۲ قسمت مساوی تقسیم شود، یعنی هر مستطیل کوچک در شکل قبلی به ۳ مستطیل مساوی جدید تقسیم گردد. در این صورت ۳ مستطیل کوچک رنگ شده در شکل (۱) به ۹ مستطیل کوچک جدید که رنگ شده‌اند در شکل (۲) تبدیل می‌شود؛ یعنی داریم:

$$\frac{۳}{۴}=\frac{۹}{۱۲}$$

از دانش‌آموزان بخواهید که قسمت (الف) این فعالیت را انجام دهند. سپس کار انجام شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید. بدفهمی‌ها را رفع و راه‌حل‌های ابتکاری را در کلاس توسط دانش‌آموزان مطرح کنید.

در قسمت (ب) از دانش‌آموزان خواسته شده که بدون رسم شکل یک نسبت مساوی نسبت $\frac{۳}{۴}$ بنویسند که مخرج آن ۲۴ باشد؛ یعنی در جای خالی $\frac{۳}{۴}=\frac{\quad}{۲۴}$ عدد مناسبی نوشته شود تا دو نسبت مساوی گردند.

با استفاده از ویژگی نسبت‌های مساوی خواهیم داشت :

$$\frac{۳}{۴}\overset{\times ۶}{=}\frac{۱۸}{۲۴}$$

از دانش‌آموزان بخواهید که قسمت (ب) را انجام دهند. کار انجام‌شده را با بحث کلاسی کنترل و بررسی کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع نمایید.

روش انجام قسمت (پ) شبیه قسمت (ب) است. از دانش‌آموزان بخواهید که آن را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید.

پاسخ :

$$\frac{۳}{۴}\overset{\times ۶}{=}\frac{۱۸}{۲۴}$$

برای انجام قسمت (ت) باید ۴ نسبت مساوی نسبت $\frac{۳}{۴}$ بنویسیم. ۳ نسبت از آنها می‌توانند نسبت‌های به‌دست‌آمده در قسمت‌های قبل باشند. امّا می‌توانیم بدون استفاده از پاسخ‌های به‌دست‌آمدهٔ قبلی صورت و مخرج نسبت $\frac{۳}{۴}$ رادر ۴ عدد مختلف (عددهای متوالی و یا غیرمتوالی) مخالف صفر ضرب کنیم. این قسمت باز پاسخ است.

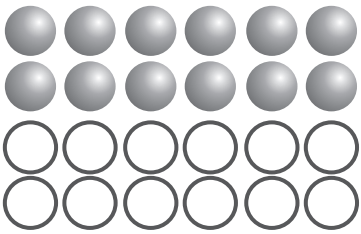
نمونهٔ پاسخ :

$$\frac{۳}{۴}=\frac{۹}{۱۲}=\frac{۱۸}{۲۴}=\frac{۲۱}{۲۸} \text{ و یا } \frac{۳}{۴}=\frac{۶}{۸}=\frac{۹}{۱۲}=\frac{۱۲}{۱۶}=\frac{۱۵}{۲۰}$$

از دانش‌آموزان بخواهید که قسمت (ت) را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید. بدفهمی‌های احتمالی را رفع و راه‌حل‌های جدید را مطرح کنید.

حل تمرین‌های درس ۲ . نسبت‌های مساوی. صفحه‌های ۵۴ و ۵۵

۱ــ با دسته‌بندی‌های مناسب، برای شکل داده‌شده، نسبت‌های مساوی پیدا کنید و تساوی مربوط به این نسبت‌های مساوی را بنویسید.



پاسخ : $\frac{۲}{۴}=\frac{۴}{۸}=\frac{۶}{۱۲}=\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۱۲}{۲۴}$

$\frac{۲}{۲}=\frac{۴}{۴}=\frac{۶}{۶}=\frac{۸}{۸}=\frac{۱۰}{۱۰}=\frac{۱۲}{۱۲}$

۲ــ نسبت‌های داده‌شده در هر قسمت را بنویسید و تا حدّ امکان ساده کنید. سپس، تساوی‌های مربوط به نسبت‌های مساوی را بنویسید.

الف) ۳۰ به ۲۵ ب) ۱۸ به ۹۰ پ) ۳۰ به ۳۶ ت) ۲ به ۴۲

۳۰ به ۱۲ ۳۰ به ۱۵۰ ۱۰ به ۱۲ ۷ به ۲۸

الف) $\frac{۳۰}{۲۵}=\frac{۶}{۵}$ ، $\frac{۳۰}{۱۲}=\frac{۵}{۲}$ → این دو نسبت مساوی نیستند

ب) $\frac{۱۸}{۹۰}=\frac{۱}{۵}$ ، $\frac{۳۰}{۱۵۰}=\frac{۱}{۵}$ → $\frac{۱۸}{۹۰}=\frac{۳۰}{۱۵۰}=\frac{۱}{۵}$

پ) $\frac{۳۰}{۳۶}=\frac{۵}{۶}$ ، $\frac{۱۰}{۱۲}=\frac{۵}{۶}$ → $\frac{۳۰}{۳۶}=\frac{۱۰}{۱۲}=\frac{۵}{۶}$

ت) $\frac{۲}{۴۲}=\frac{۱}{۲۱}$ ، $\frac{۷}{۲۸}=\frac{۱}{۴}$ → این دو نسبت مساوی نیستند

۳ــ کدام یک از نسبت‌های زیر مساوی‌اند؟

الف) ۱۲ میکروسکوپ برای ۵۴ دانش‌آموز، ۸ میکروسکوپ برای ۳۶ دانش‌آموز

الف) $\frac{۱۲}{۵۴}=\frac{۲}{۹}$ ، $\frac{۸}{۳۶}=\frac{۲}{۹}$ $\rightarrow \frac{۱۲}{۵۴}=\frac{۸}{۳۶}=\frac{۲}{۹}$

ب) ۶ مربّی برای ۴۰ شناگر، ۹ مربّی برای ۶۰ شناگر

ب) $\frac{۶}{۴۰}=\frac{۳}{۲۰}$ ، $\frac{۹}{۶۰}=\frac{۳}{۲۰}$ $\rightarrow \frac{۶}{۴۰}=\frac{۹}{۶۰}=\frac{۳}{۲۰}$

پ) ۲۵۰ کیلومتر در مدّت ۴ ساعت، ۷۵۰ کیلومتر در مدّت ۱۲ ساعت

پ) $\frac{۲۵۰}{۴}=\frac{۱۲۵}{۲}$ ، $\frac{۷۵۰}{۱۲}=\frac{۱۲۵}{۲}$ $\rightarrow \frac{۲۵۰}{۴}=\frac{۷۵۰}{۱۲}=\frac{۱۲۵}{۲}$

ت) ۴ توپ برای ۶ نفر، ۸ توپ برای ۱۶ نفر

ت) $\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$ ، $\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱}{۲}$ $\rightarrow$ این دو نسبت مساوی نیستند

۴ــ الف) یک نسبت مساوی $\frac{۵}{۳}$ بنویسید که صورت آن ۷۵ باشد.

$$\frac{۵}{۳}=\frac{۷۵}{\square} \rightarrow \frac{۵}{۳}\overset{\times ۱۵}{=}\frac{۷۵}{\boxed{۴۵}}$$

ب) یک نسبت مساوی $\frac{۵}{۳}$ بنویسید که مخرج آن ۲۴ باشد.

$$\frac{۵}{۳}=\frac{\square}{۲۴} \rightarrow \frac{۵}{۳}\overset{\times ۸}{=}\frac{\boxed{۴۰}}{۲۴}$$

۵ــ در جاهای خالی، عدد مناسب بنویسید تا نسبت‌های مساوی به‌دست آیند.

$$\frac{۵}{۹}=\frac{۲۰}{۳۶} \quad (\times ۴)$$

$$\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴} \quad (\div ۲)$$

$$\frac{}{۵}=\frac{۶}{۱۵} \rightarrow \frac{۶}{۱۵}=\frac{\square}{۵} \rightarrow \frac{۶}{۱۵}=\frac{۲}{۵} \quad (\div ۳)$$

$$\frac{۱۸۰}{}=\frac{۶}{۷} \rightarrow \frac{۶}{۷}=\frac{۱۸۰}{\square} \rightarrow \frac{۶}{۷}=\frac{۱۸۰}{\boxed{۲۱۰}} \quad (\times ۳۰)$$

$$\frac{۶}{۷}=\frac{۴۲}{۴۹}=\frac{۳۰}{۳۵}=\frac{۱۲}{۱۴}=\frac{۴۸}{۵۶}$$

۶ــ کدام یک از محاسبه‌های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

الف) $\frac{۶}{۸}=\frac{۱۲}{۱۶}$ $(\times ۲)$

ب) $\frac{۶}{۸}=\frac{۳}{۴}$ $(\div ۲)$

پ) $\frac{۶}{۸}=\frac{۱۲}{۴}$ $(\times ۲ \ \div ۲)$

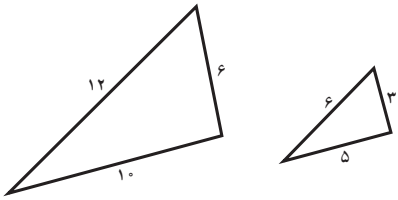
پاسخ :

(الف) درست است، زیرا صورت و مخرج نسبت هر دو در ۲ ضرب شده‌اند.

(ب) درست است، زیرا صورت و مخرج نسبت هر دو بر ۲ تقسیم شده‌اند.

(پ) نادرست است، زیرا صورت در ۲ ضرب شده امّا مخرج بر ۲ تقسیم شده است.

۷ــ با توجه به شکل روبه‌رو به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) نسبت اندازهٔ کوچک‌ترین ضلع مثلث بزرگ به اندازهٔ محیط آن را پیدا کنید.

ب) نسبت اندازهٔ کوچک‌ترین ضلع مثلّث کوچک به اندازهٔ محیط آن را پیدا کنید.

پ) آیا این دو نسبت با هم برابرند؟

پاسخ :

الف) اندازهٔ محیط مثلث بزرگ را به‌دست می‌آوریم ۲۸=۱۰+۶+۱۲ از آنجا :

$$\frac{\text{اندازهٔ کوچک‌ترین ضلع مثلث بزرگ}}{\text{اندازهٔ محیط مثلث بزرگ}} = \frac{۶}{۲۸} = \frac{۳}{۱۴}$$

ب) اندازهٔ محیط مثلث کوچک را به‌دست می‌آوریم : ۱۴=۵+۳+۶ از آنجا :

$$\frac{\text{اندازهٔ کوچک‌ترین ضلع مثلث کوچک}}{\text{اندازهٔ محیط مثلث کوچک}} = \frac{۳}{۱۴}$$

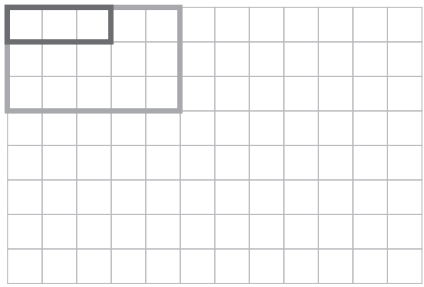
پ) این دو نسبت برابرند.

۸ــ یک مستطیل رسم کنید که نسبت طول آن به طول مستطیل رسم شده $\frac{۳}{۵}$ و عرض آن $\frac{۱}{۳}$ عرض مستطیل رسم شده باشد.

نسبت‌های زیر را بنویسید.

$$\frac{\text{محیط مستطیل جدید}}{\text{محیط مستطیل رسم شده}} =$$

$$\frac{\text{مساحت مستطیل جدید}}{\text{مساحت مستطیل رسم شده}} =$$



پاسخ : چون اندازهٔ طول مستطیل رسم شده ۵ است، پس اندازهٔ طول مستطیل جدید $۳ = ۵ \times \frac{۳}{۵}$ می‌باشد و چون عرض مستطیل رسم شده ۳ است، پس اندازهٔ عرض مستطیل جدید $۱ = ۳ \times \frac{۱}{۳}$ خواهد بود بنابراین :

اندازهٔ محیط مستطیل رسم شده = $(۵+۳)\times۲=۱۶$

اندازهٔ محیط مستطیل جدید = $(۳+۱)\times۲=۸$

اندازهٔ مساحت مستطیل رسم‌شده = $۵\times۳=۱۵$

اندازهٔ مساحت مستطیل جدید = $۳\times۱=۳$

و از آنجا :

$$\frac{\text{اندازهٔ مساحت مستطیل جدید}}{\text{اندازهٔ مساحت مستطیل رسم‌شده}} = \frac{۳}{۱۵} \qquad \frac{\text{اندازهٔ محیط مستطیل جدید}}{\text{اندازهٔ محیط مستطیل رسم‌شده}} = \frac{۸}{۱۶} = \frac{۱}{۲}$$

توصیه‌های آموزشی

۱ــ با انجام مرحلهٔ مجسم و تقسیم دانش‌آموزان به گروه‌های متناسب و همچنین گروه‌هایی که متناسب نیستند، نسبت‌های مساوی و نامساوی را بسازید.

۲ــ نسبت‌های مساوی هم برای نسبت (Ratio) و هم برای نرخ (Rate) مطرح گردند، امّا نام نرخ در این مقطع مطرح نگردد. همچنین نسبت‌های نامساوی تبیین گردند.

۳ــ از عددهای اعشاری و عددهای مخلوط برای بیان نسبت‌های مساوی در این مقطع استفاده نکنید.

۴ــ در این مقطع برای ساده‌کردن نسبت‌ها به‌منظور بررسی مساوی‌بودن یا مساوی‌نبودن آنها از عددهای اعشاری استفاده نکنید مثلاً نسبت $\frac{۳}{۲}$ را به‌صورت ۱/۵ ننویسید.

۵ــ برای ساده‌کردن نسبت‌ها از روش ساده‌کردن کسرها استفاده کنید که دانش‌آموزان آن را می‌دانند.

۶ــ در نسبت‌های مساوی همانند کسرهای مساوی، رابطهٔ هم‌ارزی وجود دارد و از این ویژگی در حل مسائل مربوط به نسبت‌های مساوی استفاده می‌کنیم.

۷ــ در آموزش خود، نسبت‌های نامساوی را هم در کنار نسبت‌های مساوی آموزش دهید.

روش تدریس درس۳ : تناسب . صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹

اهداف

۱ــ فهمیدن مفهوم تناسب

۲ــ فهم ارتباط تناسب با مفاهیم مرتبط با آن، مانند نسبت‌های مساوی

۳ــ توانایی به‌کارگیری تناسب در حل مسئله‌ها در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر

۴ــ پی‌بردن به اهمیت و ارزش محیط زیست، تغذیه، سلامت، آب، کشاورزی، کار و ...

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ ابزار اندازه‌گیری مانند متر، ترازو، دماسنج، فشارسنج، ساعت و ...

۲ــ لبنیات، میوه‌جات، غلات و ... که در آنها کمیت‌های متناسب، وجود دارند مانند شیر و مواد موجود در آن، پرتقال یا میوه‌جات دیگر و میزان ویتامین‌های موجود در آنها، گندم و میزان سبوس موجود در آن، اسفناج و میزان آهن موجود در آن و موارد مشابه.

۳ــ تصویرها، جدول‌ها و نمودارهایی از کمیت‌هایی متناسب، مانند جدول‌های میزان مواد تشکیل‌دهندهٔ گندم و ... همچنین کمیت‌هایی که متناسب نیستند.

۴ــ سایت‌های ریاضی مرتبط با کمیت‌های متناسب و نامتناسب و تناسب.

● **روش تدریس درس ۳. تناسب، صفحهٔ ۵۶**

در ابتدای این درس یک پیش سازمان‌دهنده ارائه گردیده است (یک تصویر و یک متن) شما می‌توانید با طرح این پرسش که لبنیات چیست؟ و چه فایده‌هایی برای ما دارد؟ پس از ارائه مطالبی دربارهٔ لبنیات توسط دانش‌آموزان نام تعدادی از آنها را روی تختهٔ کلاس و در یک جدول بنویسید و دربارهٔ فواید هرکدام بحث کلاسی انجام دهید. آنگاه توجه دانش‌آموزان را به شیر و انواع آن (شیر گاو و شیر گوسفند و...) جلب کنید و موادّی را که در آنها وجود دارد مطرح کنید. این ترکیبات می‌تواند در شیرهای مختلف، با هم تفاوت داشته باشد، آنگاه توجه دانش‌آموزان را به کلسیم موجود در شیر و نقش آن در سلامت انسان و استخوان‌بندی و ... جلب کنید و در این باره بحث کلاسی کنید.

از دانش‌آموزان بخواهید که متن بالای صفحه را بخوانند و پس از آن برای آنها روشن سازید که ما می‌خواهیم بدانیم آیا بین یک مقدار شیر و مقدار کلسیم موجود در آن رابطه‌ای وجود دارد؟

اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که پس از خواندن صورت فعالیت ۱ بندهای آن را به‌ترتیب انجام دهند.

با توجه به جدول داده شده

	آزمایش ۱	آزمایش ۲		
کلسیم (گرم)	۱۲	۱۸		
شیر (لیتر)	۱۰	۱۵		

پاسخ :

الف) چنین است؛

آزمایش ۲ : $\frac{\text{مقدار کلسیم}}{\text{مقدار شیر}} = \frac{۱۸}{۱۵} = \frac{۶}{۵}$

آزمایش ۱ : $\frac{\text{مقدار کلسیم}}{\text{مقدار شیر}} = \frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۶}{۵}$

پاسخ :

ب) آیا این دو نسبت برابرند؟ بلی $\frac{۱۸}{۱۵} = \frac{۱۲}{۱۰}$ است. چرا؟ زیرا هر دو نسبت مساوی $\frac{۶}{۵}$ می‌باشند. (ساده‌ترین صورت آنها یکی است) به‌طور کلی :

هر دو نسبت مساوی، یک تناسب را تشکیل می‌دهند.

پاسخ :

پ) در ۲۰ لیتر شیر چند گرم کلسیم وجود دارد؟

$$\frac{۱۲}{۱۰}=\frac{\square}{۲۰} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۰}=\frac{\boxed{۲۴}}{۲۰}$$ ×۲ ×۲ **۲۴ گرم کلسیم**

برای به‌دست‌آوردن ۶ گرم کلسیم به چند لیتر شیر نیاز داریم؟

$$\frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۶}{\square} \rightarrow \frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۶}{\boxed{۵}}$$ ÷۲ ÷۲ **۵ لیتر شیر**

اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که جدول را کامل کنند و با استفاده از آن ۴ تناسب بنویسند.

	آزمایش ۱		آزمایش ۲	
کلسیم (گرم)	۱۲	۱۸	۲۴	۶
شیر (لیتر)	۱۰	۱۵	۲۰	۵

$$\rightarrow \frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۱۸}{۱۵}, \frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۲۴}{۲۰}, \frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۶}{۵}, \frac{۱۸}{۱۵}=\frac{۶}{۵}, ...$$

در مثال بالا، دو مقدار کلسیم و شیر با هم متناسبند.

نکته : فعالیت ۱ را به‌صورت زیر نیز می‌توانید انجام دهید.

فعالیت : دو مقدار از یک نوع شیر، در یک آزمایشگاه صنایع شیر، برای تعیین مقدار کلسیم موجود در آنها مورد آزمایش قرار گرفت و مشخص شد که در ۱۰ لیتر از این شیر ۱۲ گرم کلسیم و در ۱۵ لیتر از این شیر ۱۸ گرم کلسیم وجود دارد.

۱ــ نسبت اندازهٔ کلسیم به مقدار شیر را برای هر مقدار شیر، تعیین کنید.

$$\frac{۱۲}{۱۰}=\frac{۶}{۵} \qquad \frac{۱۸}{۱۵}=\frac{۶}{۵}$$

۲ــ این دو نسبت را با هم مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ این دو نسبت با هم مساوی‌اند.

دو نسبت که با هم مساوی باشند، یک تناسب تشکیل می‌دهند.

آیا دو نسبت به‌دست آمده در بالا یک تناسب تشکیل می‌دهند؟ آن را بنویسید. $\frac{۱۸}{۱۵}=\frac{۱۲}{۱۰}$

آیا برای مقدارهای دیگری از این نوع شیر، نسبت اندازهٔ کلسیم به مقدار شیر، همین مقدار است؟ یا تغییر می‌کند؟

آزمایشگاه اندازهٔ کلسیم موجود در ۲۰ لیتر دیگر از این شیر را **۲۴** گرم تعیین کرد. نسبت اندازهٔ کلسیم به مقدار شیر برای این مقدار از شیر را تعیین کنید و این نسبت را با نسبت‌های قبلی مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\frac{۶}{۵}=\frac{۲۴}{۲۰}=\frac{۱۸}{۱۵}=\frac{۱۲}{۱۰} \quad و \quad \frac{۶}{۵}=\frac{۲۴}{۲۰}$$

نسبت اندازهٔ کلسیم به مقدار شیر در هریک از آزمایش‌های بالا یکسان است (یکی است).

از آزمایش‌های دیگر برای مقدارهای دیگری از این شیر نیز همین نسبت به دست آمده یعنی مقدار افزایش کلسیم، متناسب با مقدار افزایش شیر است.

مقدارهای شیر و اندازهٔ کلسیم موجود در آنها در این فعالیت را در جدول داده شده بنویسید.

کلسیم (گرم)	۱۲	۱۸	۲۴
شیر (لیتر)	۱۰	۱۵	۲۰

دو تناسب متفاوت را با استفاده از این جدول بنویسید. آیا نسبت اندازهٔ کلسیم به مقدار شیر از یک نوع دیگر شیر نیز همین نسبت به‌دست آمده در بالاست؟

پاسخ : ممکن است مساوی باشد، ممکن است مساوی نباشد. چون شیر از نوعی دیگر است که باید در آزمایشگاه مورد بررسی قرار گیرد.

- **روش تدریس فعالیت ۲. صفحهٔ ۵۶**

در این فعالیت کمیت‌هایی که متناسب هستند و همچنین کمیت‌هایی که متناسب نیستند، در کنار هم آمده‌اند تا دانش‌آموزان به درک بهتری از کمیت‌های متناسب و کمیت‌های نامتناسب برسند. از دانش‌آموزان بخواهید که نخست جدول سمت چپ؛ یعنی جدول مربوط به محیط‌ها را کامل کنند. با بحث کلاسی کار انجام‌شده را بررسی و بدفهمی‌های احتمالی را رفع کنید. سپس از آنها بخواهید که جدول سمت راست، یعنی جدول مربوط به مساحت‌ها را کامل کنند. کار انجام‌شده را کنترل کنید و بحث کلاسی لازم را انجام دهید.

اندازهٔ ضلع	۱	۲	۵	۱۰
اندازهٔ محیط	۴	۸	۲۰	۴۰

اندازهٔ ضلع	۱	۲	۵	۱۰
اندازهٔ مساحت	۱	۴	۲۵	۱۰۰

اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که بند (ب) فعالیت را انجام دهند و با بحث کلاسی جدول‌های کتاب را کامل کنند. پس از بررسی و کنترل کار انجام شده، توسط دانش‌آموزان و رفع اشتباه‌های احتمالی.

اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که مرحلهٔ (پ) فعالیت را انجام دهند، یعنی نسبت اندازهٔ محیط به ضلع برای هر مربّع را در جدول محیط‌ها به‌دست آورند. این نسبت‌ها را تا حد امکان ساده نمایند و سپس با هم مقایسه کنند. نتیجهٔ به‌دست‌آمده را با بحث کلاسی روشن سازید. داریم :

مربّع اول : $\frac{\text{اندازهٔ محیط}}{\text{اندازهٔ ضلع}} = \frac{۴}{۱} = ۴$ مربّع دوم : $\frac{\text{اندازهٔ محیط}}{\text{اندازهٔ ضلع}} = \frac{۸}{۲} = ۴$

مربّع سوم : $\frac{\text{اندازهٔ محیط}}{\text{اندازهٔ ضلع}} = \frac{۲۰}{۵} = ۴$ مربّع چهارم : $\frac{\text{اندازهٔ محیط}}{\text{اندازهٔ ضلع}} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$

با بحث کلاسی روشن سازید که این نسبت‌ها با هم برابرند یعنی : $\frac{۴}{۱} = \frac{۸}{۲} = \frac{۲۰}{۵} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$

به عبارت دیگر نسبت اندازهٔ محیط هر مربّع به اندازهٔ ضلع آن مربّع مقدار ثابت ۴ است یعنی اندازهٔ محیط هر مربّع با اندازهٔ ضلع آن مربّع متناسب است.

اکنون از دانش‌آموزان بخواهید که قسمت (پ) این فعالیت را انجام دهند. پاسخ چنین است :

مربّع اول : $\frac{\text{اندازهٔ مساحت}}{\text{اندازهٔ ضلع}} = \frac{۱}{۱} = ۱$ مربّع دوم : $\frac{\text{اندازهٔ مساحت}}{\text{اندازهٔ ضلع}} = \frac{۴}{۲} = ۲$

مربّع سوم : $\frac{\text{اندازهٔ مساحت}}{\text{اندازهٔ ضلع}} = \frac{۲۵}{۵} = ۵$ مربّع چهارم : $\frac{\text{اندازهٔ مساحت}}{\text{اندازهٔ ضلع}} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰$

از مقایسهٔ این نسبت‌ها و با بحث کلاسی، دانش‌آموزان به این نتیجه برسند که این نسبت‌ها با هم مساوی نیستند زیرا $۱ \neq ۲ \neq ۵ \neq ۱۰$ است.

بنابراین اندازهٔ مساحت هر مربّع با اندازهٔ ضلع آن متناسب نیست.

کار انجام‌شده توسط دانش‌آموزان را کنترل و بدفهمی‌ها را برطرف سازید.

در پایان این فعالیت دانش‌آموزان مطلب پایین صفحه را بخوانند و بار دیگر بحث متناسب‌بودن کمیت‌ها و یا متناسب‌نبودن کمیت‌ها تبیین گردد.

در ضمن می‌توانید از دانش آموزان بخواهید که چند تناسب را با استفاده از جدول محیط‌ها بنویسند. به‌عنوان مثال:

$$\frac{۴}{۱}=\frac{۸}{۲}\,,\ \frac{۸}{۲}=\frac{۲۰}{۵}\,,\ \frac{۴}{۱}=\frac{۴۰}{۱۰}$$

در ضمن سؤال کنید که آیا با استفاده از جدول مساحت‌ها هم می‌توان تناسب‌هایی نوشت؟

● **روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحهٔ ۵۷**

این کار در کلاس و همچنین کار در کلاس ۲. با هدف به‌کارگیری الگوها برای آموزش مفاهیم ریاضی و در اینجا مفهوم کمیت‌های متناسب و مفهوم کمیت‌های غیرمتناسب‌اند.

از دانش‌آموزان بخواهید که با توجه به الگوی داده‌شده، جدول را کامل کنند، سپس به بند (الف) این کار در کلاس پاسخ دهند. پاسخ‌داده‌شده می‌تواند چنین باشد:

تعداد مثلث‌ها	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد چوب‌کبریت‌ها	۳	۶	۹	...	۳۰

×۳

ــ تعداد چوب‌کبریت‌ها ۳ برابر تعداد مثلث‌هاست.

ــ تعداد مثلث‌ها $\frac{۱}{۳}$ تعداد چوب‌کبریت‌هاست.

با بحث کلاسی از هر دو پاسخ، به این نتیجه‌گیری برسید که تعداد مثلث‌ها با تعداد چوب‌کبریت‌ها متناسبند. از دانش‌آموزان بخواهید که بند (ب) این کار در کلاس را انجام دهند. پاسخ ۳۰ چوب‌کبریت است. پس از روشن شدن متناسب‌بودن تعداد مثلث‌ها و تعداد چوب‌کبریت ها از دانش‌آموزان بخواهید که بند (پ) این فعالیت را انجام دهند.

$$\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۶}\,,\ \frac{۱}{۳}=\frac{۳}{۹}\,,\ \frac{۲}{۶}=\frac{۱۰}{۳۰}$$

کار انجام‌شده را کنترل و بدفهمی‌های احتمالی را رفع کنید.

● **روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحهٔ ۵۷**

روش انجام این کار در کلاس مانند کار در کلاس ۱ است. از دانش‌آموزان بخواهید مانند کار در کلاس ۱ نخست جدول داده‌شده را کامل کنند.

کامل‌شده این جدول به‌صورت زیر خواهد بود.

تعداد مربّع‌ها	۱	۲	۳	۴	۵	...	۱۰
تعداد چوب‌کبریت‌ها	۴	۷	۱۰	۱۳	۱۶	...	۳۱
نسبت تعداد مربّع‌ها به چوب‌کبریت‌ها	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۲}{۷}$	$\frac{۳}{۱۰}$	$\frac{۴}{۱۳}$	$\frac{۵}{۱۶}$	...	$\frac{۱۰}{۳۱}$

جدول نشان می‌دهد که در این کار در کلاس، دو کمیت داده‌شده، یعنی تعداد مربّع‌ها و تعداد چوب‌کبریت‌ها با هم متناسب نیستند. بنابراین با استفاده از جدول داده‌شده نمی‌توان تناسبی نوشت.

کار انجام‌شده توسط دانش‌آموزان را کنترل و با بحث کلاسی بررسی کنید و اشتباه‌های احتمالی را رفع و در صورت وجود راه‌حل‌های جدید آنها را مطرح کنید. توسط کلاس می‌توانید یک جمع‌بندی هم انجام دهید.

● روش تدریس فعالیت ۱. صفحهٔ ۵۷

این فعالیت یکی از کاربردهای مهم تناسب است، زیرا در آن، نسبت جزء به کل یک مقدار و اندازهٔ کل آن مقدار را داریم و می‌خواهیم اندازهٔ جزیی از آن مقدار را به‌دست آوریم. البته باید توجه داشته باشیم که مقدارهای داده‌شده در جدول متناسبند. یعنی اگر جدول را کامل کنیم، تناسب‌های روبه‌رو را می‌توانیم بنویسیم.

	کار (روز)	مزد
بهنام	۳	□
مراد	۵	○
مجموع	۸	۴۰۰۰۰۰

(۱) $\frac{۳}{۵}=\frac{\square}{\bigcirc}$

(۲) $\frac{۳}{۸}=\frac{\square}{۴۰۰۰۰۰}$

(۳) $\frac{۵}{۸}=\frac{\bigcirc}{۴۰۰۰۰۰}$

در این مقطع از تناسب‌های (۲) و (۳) به کمک ویژگی نسبت‌های مساوی می‌توانیم مزد بهنام (□) و مزد مراد (○) را پیدا کنیم. توجه داشته باشید که از ویژگی مهم تناسب، یعنی اینکه حاصل‌ضرب طرفین با حاصل‌ضرب وسطین در هر تناسب برابر است، در این سال استفاده نمی‌کنیم.

از دانش‌آموزان بخواهید که فعالیت را انجام دهند، یعنی نخست جدول را کامل کنند. و سپس با توجه به جدول در جاهای خالی $\frac{\square}{۴۰۰۰۰۰}=\frac{۳}{۸}$ و $\frac{\bigcirc}{۴۰۰۰۰۰}=\frac{۵}{۸}$ و عددهای مناسب بنویسند، یعنی مزد بهنام و مزد مراد را به‌دست آورند. کار انجام‌شده توسط دانش‌آموزان را کنترل کنید.

پاسخ : $\frac{۵}{۸} = \frac{۲۵۰۰۰۰}{۴۰۰۰۰۰}$ ($\times ۵۰۰۰۰۰$ ، ۵۰۰۰۰۰) → ○=مزد مراد=۲۵۰۰۰۰ و تومان ۱۵۰۰۰۰=مزد بهنام=□ → $\frac{۳}{۸} = \frac{۱۵۰۰۰۰}{۴۰۰۰۰۰}$ ($\times ۵۰۰۰۰$ ، $\times ۵۰۰۰۰$)

نکته ۱ : پس از تعیین مزد یکی از این دو نفر مثلاً مزد بهنام، می‌توان مزد مراد را با استفاده از تفریق ۲۵۰۰۰۰=۱۵۰۰۰۰−۴۰۰۰۰۰ به‌دست آورد.

نکته ۲ : ممکن است دانش‌آموزی راه‌حل زیر را انتخاب کند. یعنی از ویژگی نسبت‌های مساوی یا تناسب استفاده نکند. امّا در واقع این راه‌حل، همان راه‌حل استفاده از تناسب است.

مجموع کار دو نفر	۳+۵=۸
مزد ۱ روز	۴۰۰۰۰۰÷۸=۵۰۰۰۰
مزد بهنام	۵۰۰۰۰×۳=۱۵۰۰۰۰
مزد مراد	۵۰۰۰۰×۵=۲۵۰۰۰

باید توجه داشته باشیم که به راه‌حل‌هایی غیر از راه‌حل‌های ارائه‌شده در کتاب درسی توجه کنیم و خلاقیت دانش‌آموزان را مورد توجه قرار دهیم.

● **روش تدریس فعالیت ۲. صفحهٔ ۵۸**

این فعالیت شبیه فعالیت قبلی است با این تفاوت که به جای مجموع دو نسبت یا دو مقدار تفاضل آن دو مقدار داده شده است. در این جدول نیز کمیت‌های داده شده متناسبند. از دانش‌آموزان بخواهید که فعالیت را انجام دهند؛ یعنی نخست جدول را کامل کنند و به کمک جدول در جاهای خالی دو تناسب داده شده عددهای مناسب بنویسند و آنگاه اندازهٔ دو زاویه خواسته شده را به کمک ویژگی نسبت‌های مساوی به دست آورند. خواهیم داشت :

زاویه بزرگ‌تر	۵	□
زاویه کوچک‌تر	۳	○
اختلاف دو زاویه	۲	۱۰

$\frac{۵}{۲} = \frac{\boxed{۲۵}}{۱۰}$ ($\times ۵$ ، $\times ۵$) = زاویهٔ بزرگ‌تر °۲۵

$\frac{۳}{۲} = \frac{۱۵}{۱۰}$ ($\times ۵$ ، $\times ۵$) = زاویهٔ کوچک‌تر °۱۵

نکته : این فعالیت را مشابه فعالیت ۱ نیز می‌توان حل کرد؛ یعنی :

سهم ۱ نسبت $۵=۲\div۱۰$ و تفاضل نسبت‌ها $۵-۳=۲$

زاویهٔ کوچک‌تر $۳\times۵=۱۵^\circ$

زاویهٔ بزرگ‌تر $۵\times۵=۲۵^\circ$

● **روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحهٔ ۵۸**

این کار در کلاس‌ها همگی کاربرد مفهوم تناسب در درون ریاضی است. در کار در کلاس ۱ باید در هر قسمت در جاهای خالی عدد مناسب بنویسیم تا یک تناسب به‌دست آید.

روشن است که چون خاصیت طرفین وسطین در تناسب گفته نشده است، برای یافتن پاسخ باید از ویژگی نسبت‌های مساوی استفاده کنیم.

از دانش‌آموزان بخواهید که فعالیت ۱ را با توجه به نمونه، انجام دهند. کار انجام‌شده توسط آنها را با بحث کلاسی بررسی کنید و موارد اشتباه‌های احتمالی را برطرف سازید.

پاسخ :

$$\frac{۱۵}{۴۰}=\frac{\quad}{۸} \rightarrow \frac{۱۵}{۴۰}\overset{\div۵}{\underset{\div۵}{=}}\frac{۳}{۸} \qquad \frac{۱۱۸}{\quad}=\frac{۳۵۴}{۲۱۰} \rightarrow \frac{۱۱۸}{۷۰}\overset{\times۳}{\underset{\times۳}{=}}\frac{۳۵۴}{۲۱۰}$$

$$\frac{۳۵۴}{۲۱۰}=\frac{۱۱۸}{\quad} \rightarrow \frac{۳۵۴}{۲۱۰}\overset{\div۳}{\underset{\div۳}{=}}\frac{۱۱۸}{۷۰} \;,\; \frac{۱۱۸}{۷۰}\overset{\div۳}{\underset{\div۳}{=}}\frac{۳۵۴}{۲۱۰} \;,\; \frac{\quad}{۶۵}=\frac{۷}{۱۳} \rightarrow \frac{۷}{۱۳}=\frac{\quad}{۶۵} \;،\; \frac{۷}{۱۳}\overset{\times۵}{\underset{\times۵}{=}}\frac{۳۵}{۶۵}$$

● **روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحهٔ ۵۸**

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس ۲ را انجام دهند.

سپس کار انجام شده توسط آنها را با بحث کلاسی بررسی و اشتباه‌های پیش‌آمده را رفع کنید.

با توجه به داده‌ها روش حل زیر را ببینید.

$$\frac{۳}{۵}=\frac{\quad}{۶۰} \rightarrow \frac{۳}{۵}\overset{\times۱۲}{\underset{\times۱۲}{=}}\frac{۳۶}{۶۰}$$ زاویه کوچک‌تر $=۳۶^\circ$

● **روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحهٔ ۵۸**

در این کار در کلاس نسبت دو مقدار (طول و عرض مستطیل) داده شده است. و همچنین مجموع این دو مقدار نیز قابل محاسبه است. نخست دربارهٔ چگونگی محاسبهٔ محیط مستطیل از دانش‌آموزان سؤال کنید تا برای آنها روشن گردد که محیط مستطیل مساوی دو برابر مجموع اندازه‌های یک طول و یک عرض آن است. پس نصف محیط مستطیل، مساوی مجموع اندازه‌های یک طول و یک عرض آن است.

یعنی داریم : ۲۴۰÷۲=۱۲۰

پس شبیه فعالیت ۱ صفحهٔ ۵۷ جدول زیر را داریم :

طول	۵	□
عرض	۳	○
مجموع	۸	۱۲۰

$$\frac{۵}{۸}=\frac{\text{اندازهٔ طول}}{۱۲۰} \rightarrow \frac{۵}{۸}=\frac{۷۵}{۱۲۰} \rightarrow \text{اندازهٔ طول مستطیل}=۷۵$$

×۱۵

$$\frac{۳}{۸}=\frac{\text{اندازهٔ عرض}}{۱۲۰} \rightarrow \frac{۳}{۸}=\frac{۴۵}{۱۲۰} \rightarrow \text{اندازهٔ عرض مستطیل}=۴۵$$

×۱۵

و از آنجا مساحت مستطیل برابر است با :

مساحت مستطیل = اندازهٔ طول × اندازهٔ عرض = ۷۵×۴۵=۳۳۷۵

از دانش‌آموزان بخواهید کار در کلاس را انجام دهند. کار آنها را با بحث کلاسی کنترل کنید و اشتباه‌های احتمالی را رفع کنید.

حل تمرین‌های درس۳. تناسب. صفحه‌های ۵۸ و ۵۹

۱ــ آیا مقدارهای داده‌شده در هر قسمت متناسب‌اند؟ اگر متناسب‌اند، تناسب مربوط به آنها را بنویسید.

الف) ۱۲ کیلو آرد و ۳ کیلو شکر
۷۲ کیلو آرد و ۱۸ کیلو شکر

الف) $\frac{۱۲}{۳}=۴$ ، $\frac{۷۲}{۱۸}=۴$ $\rightarrow \frac{۱۲}{۳}=\frac{۷۲}{۱۸}$

ب) ۳۲۰ متر در مدّت ۸ دقیقه
۱۸۰ متر در مدّت ۶ دقیقه

ب) $\frac{۳۲۰}{۸}=۴۰$ ، $\frac{۱۸۰}{۶}=۳۰$ $\rightarrow$ دو نسبت مساوی نیستند

پ) ۲ معلّم برای ۲۴ دانش‌آموز
۶معلّم برای ۷۲ دانش آموز

پ) $\frac{۲}{۲۴}=\frac{۱}{۱۲}$ ، $\frac{۶}{۷۲}=\frac{۱}{۱۲}$ $\rightarrow \frac{۲}{۲۴}=\frac{۶}{۷۲}$

۲ــ در هر قسمت در جاهای خالی عددهای مناسب بنویسید تا یک تناسب به‌دست آید.

$\frac{۲۰}{۲۵}=\frac{۸۰}{۱۰۰}$ (×۴ ، ×۴)

$\frac{۱۶}{۲۴}=\frac{۱۲}{۱۸} \rightarrow \frac{۲}{۳}=\frac{۱۲}{\square} \rightarrow \frac{۲}{۳}=\frac{۱۲}{\boxed{۱۸}}$ (×۶ ، ×۶)

$\frac{۶}{۱}=\frac{۱۲}{۲}$ (×۲ ، ×۲)

$\frac{۶۳}{۳۶}=\frac{۷}{۴}$ (÷۹ ، ÷۹)

۳ ــ هواپیمایی ۱۲۰۰ کیلومتر را در مدّت ۱ساعت و۳۰دقیقه طی می‌کند. این هواپیما با همین سرعت در ۲ ساعت چند کیلومتر را طی می‌کند؟

پاسخ : ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه برحسب دقیقه ۹۰=۳۰+۶۰ ۱ساعت برحسب دقیقه ۶۰=۶۰×۱

$$\frac{۱۲۰۰}{۹۰}=\frac{\square}{۱۲۰}\rightarrow\frac{۴۰۰}{۳۰}=\frac{\boxed{۱۶۰۰}}{۱۲۰}$$

×۴ ×۴

۲ ساعت برحسب دقیقه ۱۲۰=۶۰×۲

۱۶۰۰ کیلومتر را در ۲ ساعت می‌پیماید.

۴ــ برای تهیهٔ شیر چای، شیر و چای را به نسبت ۳ به ۵ مخلوط می‌کنیم.

الف) اگر ۱۲ لیوان شیر داشته باشیم، چند لیوان چای لازم داریم؟

ب) اگر ۱۵ لیوان چای داشته باشیم، چند لیوان شیر لازم داریم؟

پاسخ :

الف) $\frac{۳}{۵}=\frac{۱۲}{\square}\rightarrow\frac{۳}{۵}=\frac{۱۲}{\boxed{۲۰}}\rightarrow$ ۲۰ لیوان چای

×۴ ×۴

ب) $\frac{۳}{۵}=\frac{\square}{۱۵}\rightarrow\frac{۳}{۵}=\frac{\boxed{۹}}{۱۵}\rightarrow$ ۹ لیوان شیر

×۳ ×۳

۵ــ برای ساختن یک نوع بِتُن، ۷ پیمانه ماسه را با ۲ پیمانه سیمان مخلوط می‌کنند.

الف) نسبت اندازهٔ ماسه به اندازهٔ مخلوط چقدر است؟

ب) در ۱۸۹ پیمانه از این مخلوط، چند پیمانه ماسه و چند پیمانه سیمان وجود دارد؟

پاسخ : الف)

$$۷+۲=۹\rightarrow\frac{\text{ماسه}}{\text{مخلوط}}=\frac{۷}{۹}$$

ب) این جدول را داریم.

ماسه	۷	□
سیمان	۲	○
مخلوط	۹	۱۸۹

$\frac{۲}{۹}=\frac{۴۲}{۱۸۹}\rightarrow$ پیمانه سیمان ۴۲

×۲۱ ×۲۱

$\frac{۷}{۹}=\frac{\square}{۱۸۹}\rightarrow\frac{۷}{۹}=\frac{\boxed{۱۴۷}}{۱۸۹}\rightarrow$ پیمانه ماسه = ۱۴۷

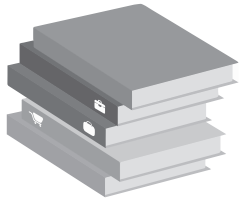
×۲۱ ×۲۱

۶ــ زهره ۱۲ کتاب بیشتر از نسرین دارد. اگر نسبت کتاب‌های زهره به کتاب‌های نسرین ۵ به ۳ باشد، زهره و نسرین هرکدام چند کتاب دارند؟

راهنمایی : به اختلاف نسبت‌ها توجّه کنید و سپس از تناسب استفاده کنید.

پاسخ : با توجه به داده‌ها، جدول روبه‌رو را داریم :

زهره	۵	□
نسرین	۳	○
اختلاف	۲	۱۲



از آنجا تناسب‌های زیر را خواهیم داشت :

$$\frac{۵}{۲}=\frac{\square}{۱۲} \rightarrow \frac{۵}{۲}=\frac{\boxed{۳۰}}{۱۲} \rightarrow$$ زهره ۳۰ کتاب دارد

$$\frac{۳}{۲}=\frac{\bigcirc}{۱۲} \rightarrow \frac{۳}{۲}=\frac{۱۸}{۱۲} \rightarrow$$ نسرین ۱۸کتاب دارد

۷ــ با استفاده از جدول روبه‌رو، مسئله‌ای دربارهٔ تناسب بنویسید و آن را حل کنید.

۲	۶
۷	?

پاسخ : برای رنگ‌آمیزی ۲ مترمربّع دیوار یک اطاق ۷ قوطی رنگ مصرف شده است. برای رنگ‌آمیزی ۶ مترمربّع آن اطاق چند قوطی رنگ لازم است؟

$$\frac{۲}{۷}=\frac{۶}{\boxed{۲۱}} \rightarrow$$ ۲۱ قوطی رنگ

توصیه‌های آموزشی

۱ــ در این مقطع، از عددهای اعشاری و عددهای مخلوط برای نمایش کمیت‌های متناسب و نامتناسب و تناسب استفاده نکنید.

۲ــ اجزای تناسب را نامگذاری نکنید (طرفین و وسطین) و این ویژگی اصلی تناسب را که در هر تناسب حاصل‌ضرب طرفین مساوی حاصل‌ضرب وسطین است، مطرح نکنید.

۳ــ در حل مسئله‌های مرتبط با تناسب از طرفین وسطین‌کردن استفاده نکنید. بلکه از ویژگی نسبت‌های مساوی استفاده کنید.

۴ــ در این مقطع تنها کمیت‌هایی را مطرح کنید که به‌طور مستقیم متناسب‌اند؛ یعنی با زیادشدن یک کمیت، کمیت دیگر هم زیاد می‌شود و با کم‌شدن یک کمیت، کمیت دیگر هم کم می‌شود. کمیت‌هایی که به‌طور معکوس متناسب‌اند، در سال‌های بعد خواهند آمد مانند مدت انجام یک کار و تعداد کارگر که با هم‌معکوساً متناسب‌اند. در این کمیت‌ها با زیادشدن یک کمیت، کمیت دیگر کم می‌شود و با کم‌شدن یک کمیت، کمیت دیگر زیاد می‌شود. مثلاً اگر ۲ کارگر کاری را در مدت ۶ روز انجام دهند، ۶ کارگر همان کار را در مدت ۲ روز انجام می‌دهند.

روش تدریس درس ۴ : درصد. صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳

اهداف

۱ــ فهمیدن مفهوم درصد

۲ــ فهم ارتباط مفهوم درصد با مفاهیم مرتبط، مانند نسبت و ...

۳ــ استفاده از درصد برای حل مسئله‌ها در درون ریاضی و ریاضی و علوم دیگر

۴ــ توجه به اهمیت محیط زیست، تولید، مصرف، امور فرهنگی اجتماعی، کتابخانه

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ تصویرهای مربوط به درصد مانند تصاویری از درصد حراج فروشگاه‌ها، درصد افزایش یا کاهش درجهٔ حرارت هوا، میزان بارندگی، میزان تولید یا مصرف در زمینه‌های مختلف محیط زیست، کشاورزی، صنعت، بازرگانی، روزنامه‌ها و مجلاتی که در آنها مفهوم درصد آمده است.

۲ــ تصویرهایی برای محاسبه درصدی از یک کمیت مانند محاسبهٔ درصد جنگل در استان‌های کشور، با داشتن مساحت آن استان و مساحت جنگل موجود در آن استان. همچنین محاسبهٔ درصد افزایش یا کاهش میزان تولید و میزان مصرف در زمینه‌های مختلف کشاورزی، صنعتی و افزایش یا کاهش قیمت اجناس.

۳ــ جدول‌هایی که اندازهٔ مواد تشکیل‌دهنده در یک مقدار از یک مادّه مانند شیر، گندم، سیب، سرکه، و ... را نشان می‌دهد، برای محاسبهٔ درصد و مسائل مربوط به درصد.

۴ــ سایت‌های ریاضی که مطالب مرتبط با درصد دارند.

● **روش تدریس درس ۴. درصد. صفحهٔ ۶۰**

در ابتدای این درس پیش‌سازمان‌دهنده‌ای برای ایجاد انگیزه یادگیری مفهوم درصد آورده شده است. خواندن کلمهٔ درصد در روزنامه‌ها و کتاب‌ها، شنیدن نام درصد در اخبار رادیو و تلویزیون. درصد در زمینه‌های بسیاری از زندگی ما مطرح است. از جمله در مسائل مربوط به محیط زیست، آبیاری و کشاورزی، صنعت، بازرگانی و ... .

یکی از مواردی که با درصد سر و کار دارد حراج‌هایی است که فروشگاه‌ها و مغازه‌دارها انجام می‌دهند و میزان تخفیف در فروش کالا یا درصد (مانند ٪۳۰، ٪۵۰، ٪۷۰) روی ویترین مغازه خود اعلام می‌کنند شما می‌توانید از این پیش‌سازمان‌دهنده هم برای ایجاد انگیزه در یادگیری مفهوم نسبت استفاده کنید.

تصویر داده‌شده در کتاب تابلویی است که میزان آلاینده‌ها و درصد آنها در حالت‌های مختلف را نشان می‌دهد. با استفاده از این تابلو، می‌توان دید که میزان هر آلاینده چند درصد حد مجاز است و کدام آلاینده در حد مجاز برای سلامتی انسان‌هاست.

● **روش تدریس فعالیت ۱. صفحهٔ ۶۰**

این فعالیت برای آموزش مفهوم درصد می‌باشد. این فعالیتی ملموس است و در هر مدرسه‌ای قابل تعریف است. تنها باید توجه کنیم که نسبت مورد محاسبه قابل تبدیل به نسبتی با مخرج ۱۰۰ باشد زیرا درصد برای عددهای اعشاری در سال پنجم مورد نظر نیست.

از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را مرحله به مرحله انجام دهند. پس از انجام هر مرحله با بحث کلاسی پاسخ درست را تبیین کنید و اشتباه‌های احتمالی را برطرف سازید.

مرحلهٔ (الف) : نسبت خواسته شده.

$$\frac{\text{تعداد دانش‌آموزان سال پنجم}}{\text{تعداد دانش‌آموزان مدرسه}} = \frac{۲۴}{۱۵۰} \overset{\div ۶}{\underset{\div ۶}{=}} \frac{۴}{۲۵}$$

مرحلهٔ (ب) : از ویژگی نسبت‌های مساوی استفاده می‌کنیم.

$$\frac{۴}{۲۵} = \frac{\square}{۱۰۰} \rightarrow \frac{۴}{۲۵} \overset{\times ۴}{\underset{\times ۴}{=}} \frac{۱۶}{۱۰۰}$$

مرحلهٔ (پ) : از هر ۱۰۰ دانش‌آموز مدرسه ۱۶ نفر دانش‌آموز سال پنجم هستند. با تأکید بر این‌که نسبت $\frac{۱۶}{۱۰۰}$ نشان می‌دهد که از هر ۱۰۰ نفر دانش‌آموز این مدرسه ۱۶ نفر دانش‌آموز سال پنجم هستند نحوهٔ خواندن و نوشتن به‌صورت ۱۶ درصد و ٪۱۶ را با بحث کلاسی تبیین کنید.

● **روش تدریس فعالیت ۲. صفحهٔ ۶۱**

این فعالیت برای محاسبهٔ درصدی از یک کمیت می‌باشد. از دانش‌آموزان بخواهید که مرحله به مرحله این فعالیت را انجام دهند. پس از پایان هر مرحله کار انجام شده را با بحث کلاسی مورد بررسی قرار دهید و اشتباه‌های احتمالی را برطرف سازید.

مرحلهٔ (الف) : $\frac{۱۰۰۰}{۲۰۰۰۰} = \frac{۱}{۲۰} \xrightarrow{\times ۵} \frac{۵}{۱۰۰} = ۵٪$:اردک $\qquad \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰۰} = \frac{۲}{۱۰۰} = ۲٪$: قو

مرحلهٔ (ب) : پرندگانی که بازگشته‌اند.

۱۰۰٪ − ۵٪ = ۹۵٪ :اردک $\qquad$ ۱۰۰٪ − ۲٪ = ۹۸٪ : قو

در این روش دانش‌آموزان باید بدانند که کل یک مقدار، $\frac{۱۰۰}{۱۰۰} = ۱$ است. ۱۰۰٪ =
این مرحله را دانش آموزان به روش زیر می‌توانند حل کنند.

$\frac{۹۸}{۱۰۰} = ۹۸٪ \rightarrow \frac{۹۸۰۰}{۱۰۰۰۰}$ قوهایی که برگشته‌اند ۹۸۰۰ = ۲۰۰ − ۱۰۰۰۰ : قو

$۹۵٪ = \frac{۹۵}{۱۰۰} \xrightarrow{\times ۵} \frac{۱۹}{۲۰} = \frac{۱۹۰۰۰}{۲۰۰۰۰} \rightarrow$ اردک‌هایی که بازگشته‌اند ۱۹۰۰۰۰ = ۱۰۰۰ − ۲۰۰۰۰ : اردک

مرحلهٔ (پ) : تعداد کل پرندگانی که آمده‌اند ۳۰۰۰۰ = ۲۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰

تعداد پرندگانی که مانده‌اند ۱۲۰۰ = ۱۰۰۰ + ۲۰۰

درصد پرندگانی که مانده‌اند

$$\frac{\text{تعداد پرندگانی که مانده‌اند}}{\text{تعداد کل پرندگانی که آمده‌اند}} = \frac{۱۲۰۰}{۳۰۰۰۰} = \frac{۱۲}{۳۰۰} = \frac{۴}{۱۰۰} = ۴٪$$

نکته : مشابه این فعالیت را در صورت لزوم می‌توانید با تعداد بیشتری پرنده طراحی کنید.

● روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحهٔ ۶۱

این کار در کلاس برای تثبیت مفهوم درصد و مهارت شمارش ارائه شده است. از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام شده توسط دانش‌آموزان را کنترل و اشتباه‌های احتمالی را رفع کنید.

پاسخ‌ها : (الف)

$$\frac{\text{مساحت قسمت رنگ‌شده}}{\text{مساحت کل مستطیل}} = \frac{۴۰}{۲۰۰} = \frac{۲۰}{۱۰۰}$$

(ب) :

$$\frac{۴۰}{۲۰۰} = \frac{\square}{۱۰۰} \rightarrow \frac{۴۰}{۲۰۰} \overset{\div ۲}{=} \frac{۲۰}{۱۰۰}$$

(پ) : داریم :

$$\frac{۲۰}{۱۰۰} = ۲۰\%$$

(ت) : به روش‌های مختلف می‌توان به این سؤال پاسخ داد :

روش اول :

$$۲۰۰ - ۴۰ = ۱۶۰ \rightarrow \frac{۱۶۰}{۲۰۰} = \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۸۰\%$$

روش دوم :

$$۱۰۰\% - ۲۰\% = ۸۰\%$$

از جدول‌های داده‌شده برای پاسخ، می‌توان استفاده کرد.

مساحت قسمت رنگی	۴۰	○
مساحت کل مستطیل	۲۰۰	۱۰۰

$$\frac{۴۰}{۲۰۰} = \frac{\bigcirc}{۱۰۰} \rightarrow \frac{۴۰}{۲۰۰} \overset{\div ۲}{=} \frac{۲۰}{۱۰۰} \rightarrow ۲۰\%$$

مساحت قسمت رنگ نشده	۱۶۰	□
مساحت کل مستطیل	۲۰۰	۱۰۰

$$\frac{۱۶۰}{۲۰۰} = \frac{\square}{۱۰۰} \rightarrow \frac{۱۶۰}{۲۰۰} \overset{\div ۲}{=} \frac{۸۰}{۱۰۰} \rightarrow ۸۰\%$$

● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحهٔ ۶۲

این دو کار در کلاس برای تثبیت و تعمیق مفهوم درصد است.

پاسخ‌ها : ٪۳ شیر چربی است : یعنی از هر ۱۰۰ گرم شیر ۳ گرم چربی است.

از هر ۱۰۰ کیلوگرم شیر ۳ کیلوگرم چربی است.

از هر ۱۰۰ لیتر شیر ۳ لیتر چربی است.

● **روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحهٔ ۶۲**

٪۱۰ تخفیف یعنی : از هر ۱۰۰ تومان، ۱۰ تومان گرفته نمی‌شود و ۹۰ تومان گرفته می‌شود.

پس برای ۲۰۰ تومان ۲۰ تومان گرفته نمی‌شود و ۱۸۰ تومان گرفته می‌شود.

برای ۱۰۰۰۰۰ تومان ۱۰۰۰۰ تومان گرفته نمی‌شود و ۹۰۰۰۰ تومان گرفته می‌شود.

● **روش تدریس فعالیت ۱. صفحهٔ ۶۲**

در این فعالیت، کل کمیت داده شده و درصد نیز مشخص است، می‌خواهیم جزیی از آن کمیت را پیدا کنیم. (در رابطهٔ $\frac{a}{b} = c\% = \frac{c}{۱۰۰}$ با معلوم بودن b و c می‌خواهیم اندازهٔ a را به‌دست آوریم) با نگاهی دیگر، این فعالیت، کاربردی از مفهوم درصد است. پاسخ‌های مراحل (الف) و (ب) چنین است :

$$\frac{\text{مساحت جنگل}}{۵۰۰۰۰} = ۱۶\% = \frac{۱۶}{۱۰۰} = \frac{۴}{۲۵} \rightarrow \frac{\text{مساحت جنگل}}{۵۰۰۰۰} = \frac{۴}{۲۵}$$

$$\text{(الف}\quad \frac{۴}{۲۵} \overset{\times ۲۰۰۰}{\underset{\times ۲۰۰۰}{=}} \frac{\text{مساحت جنگل}}{۵۰۰۰۰} \rightarrow \text{مساحت جنگل} = ۸۰۰۰ \text{ کیلومترمربّع}$$

پس مساحت جنگل در این استان ۸۰۰۰ کیلومترمربّع است.

$$\text{(ب}\quad ۴۲\% = \frac{\text{مساحت زمین‌های کشاورزی}}{۵۰۰۰۰} \rightarrow \frac{۴۲}{۱۰۰} = \frac{\text{مساحت زمین‌های کشاورزی}}{۵۰۰۰۰} \rightarrow \frac{۴۲}{۱۰۰} \overset{\times ۵۰۰}{\underset{\times ۵۰۰}{=}} \frac{۲۱۰۰۰}{۵۰۰۰۰} \rightarrow$$

$$\text{مساحت زمین‌های کشاورزی} = ۲۱۰۰۰ \text{ کیلومترمربّع}$$

از دانش‌آموزان بخواهید که فعالیت را مرحله به مرحله انجام دهند. کار انجام‌شده را با بحث کلاسی بررسی کنید و بدفهمی‌های احتمالی را برطرف سازید.

در بحث کلاسی دربارهٔ اهمیت جنگل و زمین‌های قابل کشاورزی برای انسان‌ها و روش‌های حفظ و حراست از این نعمت‌های خدادادی تأکید گردد.

● **روش تدریس فعالیت ۲. صفحهٔ ۶۲**

این فعالیت کاربردی مربوط به دروس ریاضی از درصد است که به تثبیت و تعمیق مفهوم درصد نیز کمک می‌کند ضمن آنکه مشوق انجام کارهای خیر و صفاتی نیکو مانند پس‌اندازکردن است که ضمن انجام مراحل فعالیت، باید نگرش فکری و توجه دانش‌آموزان را برای انجام این کارها تقویت کند.

پاسخ : مراحل این فعالیت :

(الف) $\frac{۶۰}{۱۰۰} = \frac{\square}{۵۰۰۰۰۰} \rightarrow \frac{۶۰}{۱۰۰} \overset{\times ۵۰۰۰}{\underset{\times ۵۰۰۰}{=}} \frac{\boxed{۳۰۰۰۰۰}}{۵۰۰۰۰۰} \rightarrow$ ریال ۳۰۰۰۰۰= سهم مؤسسه خیریه $= ۶۰\%$

(ب) $\frac{۱۰}{۱۰۰} = \frac{\square}{۵۰۰۰۰۰} \rightarrow \frac{۱۰}{۱۰۰} \overset{\times ۵۰۰۰}{\underset{\times ۵۰۰۰}{=}} \frac{\boxed{۵۰۰۰۰}}{۵۰۰۰۰۰} \rightarrow$ ریال ۵۰۰۰۰ = سهم قلک $= ۱۰\%$

سهم مؤسسهٔ خیریه و خرید کتاب و سهم قلک ۴۵۰۰۰۰=۵۰۰۰۰ + ۱۰۰۰۰۰+۳۰۰۰۰۰

پولی که برایش مانده است. ریال ۵۰۰۰۰ = ۴۵۰۰۰۰ – ۵۰۰۰۰۰

درصدی از پول که برایش مانده است. $= \frac{۵۰۰۰۰}{۵۰۰۰۰۰} = \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱۰}{۱۰۰} = ۱۰\%$

از دانش‌آموزان بخواهید که مراحل فعالیت را مرحله به مرحله انجام دهند. پس از انجام هر مرحله کار انجام‌شده توسط دانش‌آموزان را با بحث کلاسی بررسی کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع کنید. در صورتی که راه خلاقانه‌ای هم وجود داشته باشد، ارائه شود.

● **روش تدریس فعالیت ۳. صفحهٔ ۶۲**

این فعالیت کاربردی برای تعیین درصدی، از یک کمیت است. درضمن جلب توجه دانش‌آموزان به اهمیت وجود کتابخانه در مدرسه و خرید کتاب است.

$\frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{\square}{۱۶۰۰۰۰۰} \rightarrow \frac{۳۰}{۱۰۰} \overset{\times ۱۶۰۰۰}{\underset{\times ۱۶۰۰۰}{=}} \frac{\boxed{۴۸۰۰۰۰}}{۱۶۰۰۰۰۰} \rightarrow$ ریال ۴۸۰۰۰۰= تخفیف مدرسه اول $= ۳۰\%$

$\frac{۳۰}{۱۰۰} = \frac{\square}{۲۷۰۰۰۰۰} \rightarrow \frac{۳۰}{۱۰۰} \overset{\times ۱۶۰۰۰}{\underset{\times ۲۷}{=}} \frac{\boxed{۸۱۰۰۰۰}}{۲۷۰۰۰۰} \rightarrow$ ریال ۸۱۰۰۰۰= تخفیف مدرسه دوم $= ۳۰\%$

پولی که کتابفروشی اولی باید بدهد ریال ۱۱۲۰۰۰۰=۴۸۰۰۰۰ – ۱۶۰۰۰۰۰

پولی که کتابفروشی دومی باید بدهد ریال ۱۸۹۰۰۰۰=۸۱۰۰۰۰ – ۲۷۰۰۰۰۰

از دانش‌آموزان بخواهید که مراحل فعالیت را به ترتیب انجام دهند. پس از پایان انجام هر مرحله از فعالیت کار آنها را کنترل کنید و اشتباه‌های احتمالی را رفع کنید. همان‌طوری که گفته شد با بحث کلاسی اهمیت کتاب و کتابخوانی و داشتن کتابخانه در مدرسه مورد تأکید قرار گیرد.

● **روش تدریس فعالیت ۴. صفحهٔ ۶۲**

این فعالیت یک کاربرد مهم از درصد است. در این کاربرد جزیی از یک کمیت و درصد مربوط به آن داده شده است و می‌خواهیم کل کمیت را به‌دست آوریم (رابطهٔ $\frac{a}{b}=c\%$ یا $\frac{a}{b}=\frac{c}{۱۰۰}$، مقدارهای a و c را داریم و می‌خواهیم مقدار b را پیدا کنیم). در این فعالیت جلب توجه دانش‌آموزان به چگونگی تولید بنزین و لزوم بهینه‌سازی مصرف سوخت، نیز مورد نظر می‌باشد.

با توجه به راهنمایی که در کتاب آمده است، پاسخ این فعالیت چنین است :

$$۱۰\% = \frac{۱۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۱۰}, \frac{۱}{۱۰} = \frac{۲۰۰۰۰۰}{\boxed{}} \rightarrow \frac{۱}{۱۰} \overset{۱\times ۲۰۰۰۰۰}{\underset{\times ۲۰۰۰۰۰}{=}} \frac{۲۰۰۰۰۰}{\boxed{۲۰۰۰۰۰۰۰}} \rightarrow ۲,۰۰۰,۰۰۰$$

۲,۰۰۰,۰۰۰ لیتر نفت باید تصفیه شود.

از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و با بحث کلاسی اشتباه‌های احتمالی را رفع کنید و راه‌حل‌های خلاقانه را مطرح کنید. در ضمن به این نکته توجه دانش‌آموزان را جلب کنید که با بهینه‌سازی مصرف سوخت و کم‌کردن آن می‌توان به ذخایر نفتی کشورمان کمک کرد. این سؤال را نیز می‌توانید طرح کنید که اگر ۲۰٪ در مصرف سوخت صرفه‌جویی شود چه میزان نفت کمتر باید تصفیه شود.

● **روش تدریس کار در کلاس ۱. صفحهٔ ۶۳**

این کار در کلاس برای تعیین کل یک کمیت با داشتن جزیی از آن کمیت و درصد مربوط به این جزء است :

برای عدد اولی داریم :

$$۴۰\% = ۲۴۰ \rightarrow \frac{۴۰}{۱۰۰} = \frac{۲۴۰}{\boxed{}} \rightarrow \frac{۴۰}{۱۰۰} \overset{\times ۶}{\underset{\times ۶}{=}} \frac{۲۴۰}{۶۰۰} \rightarrow \text{عدد اولی} = ۶۰۰$$

برای عدد دومی داریم :

$$۷۰٪ = ۲۸۰ \rightarrow \frac{۷۰}{۱۰۰} = \frac{۲۸۰}{\square} \rightarrow \frac{۷۰}{۱۰۰} \overset{\times ۴}{\underset{\times ۴}{=}} \frac{۲۸۰}{۴۰۰} \rightarrow \text{عدد دومی} = ۴۰۰$$

امّا نسبت دو عدد به دست‌آمده :

$$\frac{\text{عدد اولی}}{\text{عدد دومی}} = \frac{۶۰۰}{۴۰۰} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲} \qquad \frac{\text{عدد دومی}}{\text{عدد اولی}} = \frac{۴۰۰}{۶۰۰} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل کنید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع کنید. راه‌حل جدیدی هم اگر وجود داشت توسط دانش‌آموزان ارائه گردد. در این فعالیت رابطهٔ بین درصد و نسبت نیز مورد نظر بوده است.

● روش تدریس کار در کلاس ۲. صفحهٔ ۶۳

هدف این فعالیت تعیین درصدی از یک کمیّت است امّا در ضمن می‌خواهد توجه دانش‌آموزان را به ارتباط بین درصد و نسبت جلب کند. بنابراین نخست باید نسبت فضای سبز به مساحت، محاسبه و سپس درصد مربوط به آن را تعیین کنند.

$$\frac{\text{مساحت فضای سبز}}{\text{مساحت شهر}} = \frac{۳}{۲۵} \ , \ \frac{۳}{۲۵} = \frac{\square}{۱۰۰} \rightarrow \frac{۳}{۲۵} \overset{\times ۴}{\underset{\times ۴}{=}} \frac{۱۲}{۱۰۰} = ۱۲٪$$

از دانش‌آموزان بخواهید که این فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و با بحث کلاسی مورد بررسی قرار دهید و بدفهمی‌های احتمالی را رفع نمایید. می‌توانید این سؤال را نیز مطرح کنید که چند درصد مساحت این شهر فضای سبز نیست؟

پاسخ : ٪ ۸۸

● روش تدریس کار در کلاس ۳. صفحهٔ ۶۳

این کار در کلاس یک کار در کلاس باز پاسخ است که هدف آن انجام مراحل مختلف ساخت مفهوم نسبت و سپس مفهوم درصد توسط خود دانش‌آموزان است. هدف دیگر برانگیختن خلاقیت آنها در چگونگی رنگ‌آمیزی خانه‌های جدول است. در ضمن برای آنکه درصد محاسبه شده توسط هریک از دانش‌آموزان عددی اعشاری یا مخلوط نباشد، مربع داده‌شده به ۱۰۰ مربع کوچک تقسیم

شده است. پس اگر دانش‌آموزی ۲۳ مربّع را رنگ آمیزی کرده باشد ٪۲۳ مربّع را رنگ‌آمیزی کرده است. همان‌طوری که در متن فعالیت گفته شد دانش‌آموزان می‌توانند برای رنگ‌آمیزی هر شکلی مثلاً یک گل، یک گلدان، یک پرنده، یک شکل هندسی، یک کلمهٔ دلخواه، نام خودشان و یا هر چیز دیگری را انتخاب کنند. از دانش‌آموزان بخواهید که فعالیت را انجام دهند. کار انجام‌شده را کنترل و بدفهمی‌های احتمالی را برطرف سازید. کار انجام شده توسط هر گروه را توسط خودشان در کلاس مطرح کنید. و تفاوت درصدهای به‌دست‌آمده را توجیه کنید.

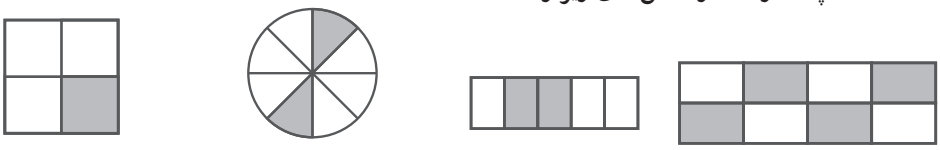
حل تمرین‌های درس ۴: درصد. صفحهٔ ۶۳

۱ــ نادر برای رسیدن به مدرسه باید ۸۰۰ متر راه برود. او ۲۰۰ متر از این راه را پیموده است. نادر چند درصد از این راه را پیموده است؟ چند درصد از این راه باقی مانده است؟

$$\frac{۲۰۰}{۸۰۰}=\frac{\square}{۱۰۰}\rightarrow\frac{۱}{۴}\overset{\times ۲۵}{=}\frac{\boxed{۲۵}}{۱۰۰}\rightarrow\frac{۲۰۰}{۸۰۰}=\frac{۲۵}{۱۰۰}=۲۵\%$$

درصد باقی‌مانده $۱۰۰\% - ۲۵\% = ۷۵\%$

۲ــ چند درصد از شکل‌های زیر رنگ شده است؟



$$\frac{۱}{۴}\overset{\times ۲۵}{=}\frac{\boxed{۲۵}}{۱۰۰}=۲۵\% \qquad \frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}\overset{\times ۲۵}{=}\frac{\boxed{۲۵}}{۱۰۰}=۲۵\% \qquad \frac{۲}{۵}\overset{\times ۲۰}{=}\frac{\boxed{۴۰}}{۱۰۰}=۴۰\% \qquad \frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}=\frac{\boxed{۵۰}}{۱۰۰}=۵۰\%$$

۳ــ درصدهای زیر را به‌صورت کسر بنویسید و تا حدّ امکان ساده کنید.

$$۵۰\%=\frac{۵۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۲} \qquad ۱۰۰\%=\frac{۱۰۰}{۱۰۰}=۱ \qquad ۱\%=\frac{۱}{۱۰۰} \qquad ۸۰\%=\frac{۸۰}{۱۰۰}=\frac{۴}{۵}$$

$$۶۵\%=\frac{۶۵}{۱۰۰}=\frac{۱۳}{۲۰} \qquad ۳۸\%=\frac{۳۸}{۱۰۰}=\frac{۱۹}{۵۰} \qquad ۴۵\%=\frac{۴۵}{۱۰۰}=\frac{۹}{۲۰}$$

۴ــ ۹۰٪ از جرم هر هندوانه را آب تشکیل می‌دهد. یک هندوانه به جرم ۱۰ کیلوگرم چند کیلوگرم آب دارد؟

مقدار آب برحسب کیلوگرم $\quad ۹۰\%=\frac{\square}{۱۰}\rightarrow\frac{۹۰}{۱۰۰}=\frac{\square}{۱۰}\rightarrow\frac{۹}{۱۰}\overset{\times ۱}{=}\frac{\boxed{۹۰}}{۱۰}\rightarrow\square=۹$

۵ــ یک خانواده در یک شبانه‌روز ۵ مترمکعّب آب مصرف می‌کند. اگر این خانواده ٪۲۰ در مصرف آب هر شبانه‌روز صرفه‌جویی کند، در یک ماه چند مترمکعّب آب صرفه‌جویی خواهد کرد؟

پاسخ :

$$۲۰\% = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{\square}{۵} \rightarrow \frac{۱}{۵} = \frac{\boxed{۱}}{۵} \rightarrow$$ ۱ مترمکعّب صرفه‌جویی در هر شبانه روز

$\times ۱$ $\times ۱$

صرفه‌جویی در ۱ ماه مترمکعّب $۱ \times ۳۰ = ۳۰$

۶ــ اگر ٪ ۲۴ یک عدد ۶ باشد، آن عدد چند است؟

پاسخ :

$$۲۴\% = ۶ \rightarrow \frac{۲۴}{۱۰۰} = \frac{۶}{\square} \rightarrow \frac{۲۴}{۱۰۰} = \frac{۶}{\boxed{۲۵}} \rightarrow$$ عدد $= ۲۵$

$\div ۴$ $\div ۴$

۷ــ ٪۴۰ گنجایش یک منبع آب ۸۰۰۰ لیتر است. گنجایش این منبع چند لیتر است؟

پاسخ :

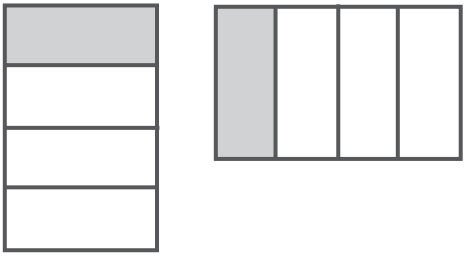
$$۴۰\% = ۸۰۰۰ \rightarrow \frac{۴۰}{۱۰۰} = \frac{۸۰۰۰}{\boxed{۲۰۰۰۰}} \rightarrow$$ ۲۰۰۰۰ لیتر

$\times ۲۰۰$ $\times ۲۰۰$

داریم : گنجایش منبع

۸ــ مستطیل داده شده ٪۲۵ یک مستطیل است. این مستطیل را کامل کنید.

پاسخ : مستطیل داده شده $\frac{۱}{۴} = \frac{۲۵}{۱۰۰} = ٪۲۵$ مستطیل داده شده است، پس این مستطیل را به اندازهٔ ۳ برابر خود باید ادامه دهیم.



۹ــ ٪۷۰ دانش‌آموزان یک کلاس ۱۴ نفر است. تعداد دانش‌آموزان این کلاس چند نفر است؟ ۵ نفر چند درصد از دانش‌آموزان این کلاس است؟

پاسخ :

$$۷۰\% = ۱۴ \rightarrow \frac{۷۰}{۱۰۰} \overset{\div ۵}{=} \frac{۱۴}{\boxed{۲۰}} \rightarrow$$ ۲۰ نفر تعداد شاگردان کلاس

$$\frac{۵}{۲۰} = \frac{\square}{۱۰۰} \rightarrow \frac{۵}{۲۰} \overset{\times ۵}{=} \frac{\boxed{۲۵}}{۱۰۰} = ۲۵\%$$

توصیه‌های آموزشی

۱ــ در کارکردن با درصد، از عددهای اعشاری و عددهای مخلوط در این مقطع استفاده نکنید.

۲ــ در این مقطع درصدهایی مطرح می‌شوند که از ٪۱۰۰ کمتر و یا حداکثر مساوی ٪۱۰۰ می‌باشند، پس از مطرح‌کردن درصدهای بیشتر از ٪۱۰۰ خودداری کنید. توجه داشته باشید که درصدهایی نظیر نسبت‌های کمتر از ۱، مساوی ۱ و بزرگ‌تر از ۱ به‌ترتیب کمتر از ٪۱۰۰، مساوی ٪۱۰۰ و بیشتر از ٪۱۰۰ هستند.

مثال : $\frac{۳}{۴} = ۷۵\%$ ، $۱ = ۱۰۰\%$ ، $\frac{۳}{۲} = ۱۵۰\%$

۳ــ اگر $\frac{a}{b} = c\%$ یا $\frac{a}{b} = \frac{c}{۱۰۰}$ باشد، با معلوم‌بودن دو مقدار از سه مقدار a، b و c می‌توان مقدار سوم را به‌دست آورد. (در این مقطع به کمک نسبت‌های مساوی یا تناسب).

۴ــ توجه دانش‌آموزان را به کاربردهای مختلف درصد در زمینه‌های مختلف جلب کنید و از آنها بخواهید که مسئله‌هایی را در ارتباط با درصد در این زمینه‌ها طرح و حل کنند و خلاقیت آنها را برانگیزانید.

۵ــ از سایت‌های ریاضی که در آنها مطالب مربوط به درصد، فراوان است، برای آموزش مفهوم درصد استفاده کنید.

● **پاسخ فرهنگ نوشتن و حل تمرین‌های صفحه‌های ۶۴ و ۶۵**

فرهنگ نوشتن

۱ــ نسبت بین دو مقدار یعنی : اینکه یک مقدار چند برابر مقدار دیگر است ــ خارج قسمت تقسیم آن دو مقدار است ــ مقایسهٔ دو مقدار به وسیلهٔ عمل تقسیم است.

۲ــ سرعت یک اتومبیل ۶۰ کیلومتر در ساعت است؛ یعنی : اتومبیل در هر ۱ ساعت ۶۰ کیلومتر طی می‌کند.

۳ــ توضیح دهید که چگونه مقدار مناسب برای این جای خالی را پیدا می‌کنید. $\frac{\square}{۹} = \frac{۲}{۳}$ دو نسبت مساوی‌اند. چون ۹ سه برابر ۳ است پس مخرج نسبت $\frac{۲}{۳}$ در ۳ ضرب شده است. بنابراین صورت آن هم باید در ۳ ضرب شود یعنی در جای خالی باید ۶=۳×۲ نوشت $\boxed{۶}$.

۴ــ در هر مربّع، اندازهٔ ضلع و اندازهٔ محیط متناسب‌اند؛ یعنی : نسبت ضلع به محیط هر مربّع مقدار ثابتی است.

۵ــ پیمودن ۵۰۰ متر در ۶ دقیقه با پیمودن ۲۵۰ متر در ۴ دقیقه متناسب نیست؛ چرا؟ زیرا $\frac{۲۵۰}{۳} = \frac{۵۰۰}{۶}$ و $\frac{۱۲۵}{۲} = \frac{۲۵۰}{۴}$ است که با هم مساوی نیستند.

۶ــ ٪۶۰ دانش‌آموزان یک مدرسه به ورزش فوتبال علاقمندند؛ یعنی : از هر ۱۰۰ دانش‌آموز این مدرسه ۶۰ نفر به ورزش فوتبال علاقمندند.

پاسخ تمرین‌های مرور فصل صفحه‌های ۶۴ و ۶۵

۱ــ با توجّه به شکل داده شده :

الف) نسبت تعداد مربّع‌ها با هریک از رنگ‌های داده‌شده را به تعداد مربّع‌ها با رنگ‌های دیگر تعیین کنید.

$\frac{\text{تعداد مربّع‌ها به رنگ آبی}}{\text{تعداد مربّع‌ها به رنگ زرد}} = \frac{۳}{۴}$ نمونه : $\frac{\text{تعداد مربّع‌ها به رنگ قرمز}}{\text{تعداد مربّع‌ها به رنگ زرد}} = \frac{۳}{۴}$

$\frac{\text{... زرد}}{\text{... آبی}} = \frac{۴}{۳}$, $\frac{\text{... قرمز}}{\text{... آبی}} = \frac{۳}{۳} = ۱$ $\frac{\text{... آبی}}{\text{... قرمز}} = \frac{۳}{۳} = ۱$, $\frac{\text{... زرد}}{\text{...قرمز}} = \frac{۴}{۳}$

ب) نسبت تعداد مربّع‌ها با هریک از رنگ‌های داده‌شده به تعداد کلّ مربّع‌ها را تعیین کنید.

نمونه : $\frac{\text{تعداد مربّع‌ها به رنگ آبی}}{\text{تعداد کلّ مربّع‌ها}} = \frac{۳}{۱۰}$

$\frac{\text{تعداد مربّع‌ها به‌رنگ قرمز}}{\text{تعداد کل مربّع‌ها}} = \frac{۳}{۱۰}$

$\frac{\text{تعداد مربّع‌ها به‌رنگ زرد}}{\text{تعداد کل مربّع‌ها}} = \frac{۴}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$

۲ــ لاک‌پشتی ۲۸۰ متر را در ۴ ساعت می‌پیماید.

الف) نسبت مسافتی را که این لاک‌پشت پیموده است، به‌مدّت زمان صرف‌شده توسط لاک‌پشت تعیین کنید.

$\frac{۲۸۰}{۴} = \frac{۷۰}{۱}$

ب) این لاک‌پشت در ۱ ساعت چند متر راه می‌رود؟

$\frac{۲۸۰}{۴} = ۷۰$ متر

۳ــ با توجه به شکل، نسبت تعداد گل‌های بنفش به تعداد گل‌های قرمز کدام است؟

پاسخ : $\frac{۴}{۳}$

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۶}{۸}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۱۰}{۸}$ ۵) $\frac{۴}{۵}$

۴ــ هر یک از نسبت‌های زیر را ساده کنید.

$\frac{۷}{۷}=۱$ $\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱}{۲}$ $\frac{۴۵}{۵۵}=\frac{۹}{۱۱}$ $\frac{۲۰}{۴۰}=\frac{۱}{۲}$ $\frac{۱۸}{۱۲}=\frac{۳}{۲}$

تساوی مربوط به نسبت‌های مساوی را بنویسید. $\frac{۸}{۱۶}=\frac{۲۰}{۴۰}$

۵ــ کدام یک از نسبت‌های زیر با نسبت $\frac{۴}{۵}$ مساوی است؟

۱) ۲۸ به ۳۵ ۲) ۲۴ به ۳۲ ۳) ۴۸ به ۶۰ ۴) ۱۶ به ۲۴

پاسخ : این نسبت‌ها را به‌دست می‌آوریم :

$\frac{۲۸}{۳۵}=\frac{۴}{۵}$ $\frac{۲۴}{۳۲}=\frac{۳}{۴}$ $\frac{۴۸}{۶۰}=\frac{۴}{۵}$ $\frac{۱۶}{۲۴}=\frac{۲}{۳}$

دو نسبت ۲۸ به ۳۵ و ۴۸ به ۶۰ مساوی $\frac{۴}{۵}$ می‌باشند.

۶ــ یک نسبت مساویِ نسبت $\frac{۷}{۵}$ بنویسید که :

الف) صورت آن ۴۲ باشد.

$$\frac{۷}{۵}=\frac{۴۲}{\square}\rightarrow\frac{۷}{۵}=\frac{۴۲}{\boxed{۳۰}}\rightarrow\frac{۷}{۵}=\frac{۴۲}{۳۰}\rightarrow\frac{۴۲}{۳۰}$$

$\times۶$ $\times۶$

ب) مخرج آن ۳۵ باشد.

$$\frac{۷}{۵}=\frac{\square}{۳۵}\rightarrow\frac{۷}{۵}=\frac{\boxed{۴۹}}{۳۵}\rightarrow\frac{۷}{۵}=\frac{۴۹}{۳۵}\rightarrow\frac{۴۹}{۳۵}$$

$\times۷$ $\times۷$

۷ــ در جاهای خالی، عددهای مناسب بنویسید تا نسبت‌های مساوی به‌دست آید.

$$\frac{۴}{۳}=\frac{۱۶}{۱۲}=\frac{۲۰}{۱۵} \quad (\times۴,\ \times۵,\ \times۴,\ \times۵)$$

$$\frac{\quad}{۲۰}=\frac{۹}{۵}\rightarrow\frac{۹}{۵}=\frac{۳۶}{۲۰} \quad (\times۴,\ \times۴)$$

$$\frac{۱۸}{۲۴}=\frac{۶}{۸} \quad (\div۳,\ \div۳)$$

$$\frac{۶}{۵}=\frac{۱۸}{۱۵} \quad (\times۳,\ \times۳)$$

۸ــ پریا برای رسیدن به مدرسه ۶۴۰ متر را در ۸ دقیقه می‌پیماید. صدف برای رسیدن به مدرسه ۱۰۸۰ متر را در ۱۸ دقیقه می‌پیماید. آیا مسافت‌هایی را که این دو نفر پیموده‌اند با مدّت زمان صرف‌شده توسط این دو نفر متناسب است؟

خیر متناسب نیستند. $\frac{۱۰۸۰}{۱۸}=۶۰$, $\frac{۶۴۰}{۸}=۸۰$

۹ــ نسبت‌های زیر داده شده‌اند :

۱) $\frac{۸}{۱۲},\frac{۴}{۶}$ ۲) $\frac{۲۴}{۳۰},\frac{۱۸}{۱۵}$ ۳) $\frac{۴۲}{۱۸},\frac{۲۸}{۱۲}$

الف) نسبت‌های داده‌شده در هر قسمت را تا حدّ امکان ساده کنید.

۱) $\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳}$ $\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۲۴}{۳۰}=\frac{۴}{۵}$ $\frac{۱۸}{۱۵}=\frac{۶}{۵}$

۳) $\frac{۴۲}{۱۸}=\frac{۷}{۳}$ $\frac{۲۸}{۱۲}=\frac{۷}{۳}$

ب) در کدام یک از این قسمت‌ها، نسبت‌ها تشکیل یک تناسب می‌دهند؟ این تناسب‌ها را بنویسید.

۱) $\frac{۴}{۶}=\frac{۸}{۱۲}$ ۲) $\frac{۲۸}{۱۲}=\frac{۴۲}{۱۸}$

۱۰ــ در جای خالی در هر قسمت، عددی مناسب بنویسید تا یک تناسب به دست آید.

$$\frac{\quad}{۲۱}=\frac{۲}{۷}\rightarrow\frac{۲}{۷}=\frac{۶}{۲۱} \quad (\times۳,\ \times۳)$$

$$\frac{۲}{\quad}=\frac{۸}{۱۲}\rightarrow\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳} \quad (\div۴,\ \div۴)$$

$$\frac{۶}{۷}=\frac{۴۲}{۴۹} \quad (\times۷,\ \times۷)$$

$$\frac{۳۶}{۲۴}=\frac{۳}{\quad} \quad (\div۱۲,\ \div۱۲)$$

۱۱ــ یک قطار ۳۲۰ کیلومتر را در ۴ ساعت می‌پیماید. این قطار با همین سرعت :

الف) ۸۰۰ کیلومتر را در چند ساعت می‌پیماید؟

در ۱۰ ساعت

$$\frac{۳۲۰}{۴}=\frac{۸۰۰}{\square}\rightarrow\frac{۸۰}{۱}\overset{\times ۱۰}{=}\frac{۸۰۰}{\square}\rightarrow\frac{۸۰}{۱}=\frac{۸۰۰}{\boxed{۱۰}}$$

ب) در ۱۲ ساعت چند کیلومتر را می‌پیماید؟

۹۶۰ کیلومتر

$$\frac{۳۲۰}{۴}=\frac{\square}{۱۲}\rightarrow\frac{۳۲۰}{۴}\overset{\times ۳}{=}\frac{\boxed{۹۶۰}}{۱۲}$$

۱۲ــ خانوادهٔ خسرو در هر شبانه‌روز ۸ لیتر آب کمتر از خانوادهٔ فرهاد مصرف می‌کنند. اگر نسبت مصرف آب این دو خانواده در یک شبانه‌روز ۳ به ۵ باشد، هرکدام در یک شبانه‌روز چقدر آب مصرف می‌کنند؟

خانواده خسرو	۳	□
خانواده فرهاد	۵	○
اختلاف مصرف	۲	۸

$$\frac{۳}{۲}=\frac{\square}{۸}\rightarrow\square=۱۲$$ لیتر

$$\frac{۵}{۲}=\frac{\bigcirc}{۸}\rightarrow\bigcirc=۲۰$$ لیتر

۱۳ــ از ۸۰ کتابی که در یک قفسهٔ کتابخانه قرار دارند، ۲۰ کتاب ریاضی است. چند درصد از کتاب‌های این قفسه، کتاب ریاضی است؟

$$\frac{۲۰}{۸۰}=\frac{\square}{۱۰۰}\rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{\square}{۱۰۰}\rightarrow\frac{۱}{۴}\overset{\times ۲۵}{=}\frac{۲۵}{۱۰۰}\rightarrow ۲۵\%$$

۱۴ــ اگر ٪۶۰ از یک محلول آب باشد، در ۲۵ لیتر از این محلول چند لیتر آب وجود دارد؟

$$۶۰٪ = \frac{۶۰}{۱۰۰} \overset{\div ۴}{=} \frac{\boxed{۱۵}}{۲۵} \rightarrow$$ ۱۵ لیتر آب وجود دارد

۱۵ــ ٪۸۰ یک عدد ۲۰ است. آن عدد را تعیین کنید.

$$۸۰٪ = \frac{۸۰}{۱۰۰} \overset{\div ۴}{=} \frac{۲۰}{\boxed{۲۵}} \rightarrow ۲۵$$ آن عدد

پاسخ معمّا و سرگرمی صفحه ۶۶

٪۳۰ از ٪۱۰ کشت دیم، محصول گندم است. پس داریم :

$$\frac{۳۰}{۱۰۰} \times \frac{۱۰}{۱۰۰} = \frac{۳۰۰}{۱۰۰۰۰} = \frac{۳}{۱۰۰} = ۳٪$$

یعنی ٪۳ از کشت دیم، گندم است.

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

نسبت

نخست سؤال‌های مرتبط با دو مقدار و سپس سؤال‌های مرتبط با سه مقدار یا بیشتر را مطرح کنید. در برخی از این سؤال‌ها واحدها یکی باشند مانند دو طول، دو وزن و در برخی دیگر از سؤال‌ها واحدها متفاوت باشند مانند طول و زمان و ... به نمونه‌هایی از سؤال‌های مربوط به نسبت توجه کنید.

۱ــ الف) نسبت تعداد مثلث‌های داده شده با هر رنگ را به تعداد مثلث‌های داده شده با رنگ‌های دیگر تعیین کنید.

ب) نسبت تعداد مثلث‌های داده شده با هر رنگ را به تعداد کل مثلث‌های داده شده تعیین کنید.

پ) تعداد کل مثلث‌های داده شده را به تعداد مثلث‌های با هر رنگ تعیین کنید.

۲ــ با توجه به شکل، نسبت اندازه‌های هردو پاره‌خط را به‌دست آورید.

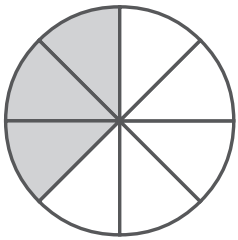
۳ــ برای ساختن رنگ، سه رنگ آبی، زرد و سبز را طبق جدول زیر باهم مخلوط کرده‌ایم.

رنگ	آبی	زرد	سفید
قوطی‌های هم‌اندازه	۴	۴	۲

الف) نسبت اندازهٔ هر رنگ به اندازهٔ رنگ‌های دیگر را تعیین کنید.

ب) نسبت اندازهٔ هر رنگ به کل رنگ ساخته شده را تعیین کنید.

۴ــ شکل روبه‌رو به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است.

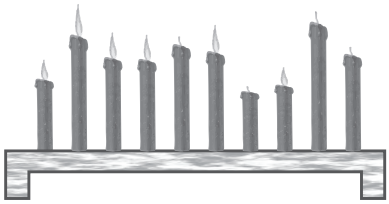


الف) نسبت مساحت قسمت رنگ شده به مساحت قسمت رنگ نشده را تعیین کنید.

ب) نسبت مساحت قسمت رنگ نشده به مساحت کل شکل را تعیین کنید.

پ) نسبت مساحت کل شکل به مساحت هریک از دو قسمت رنگ شده و رنگ نشده را بیابید.

۵ــ با توجه به شکل داده شده :



الف) نسبت تعداد شمع‌های روشن به تعداد شمع‌های خاموش را تعیین کنید.

ب) نسبت تعداد شمع‌های خاموش به تعداد کل شمع‌ها را بیابید.

ت) نسبت تعداد کل شمع‌ها به تعداد شمع‌های روشن را بیابید.

۶ــ اتومبیلی ۲۴۰ کیلومتر را در مدت ۳ ساعت پیموده است.

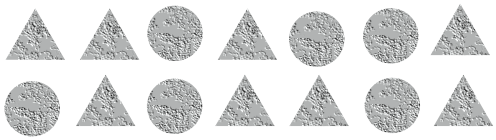
الف) نسبت مسافت پیموده شده به مدت زمان صرف شده توسط این اتومبیل را تعیین کنید.

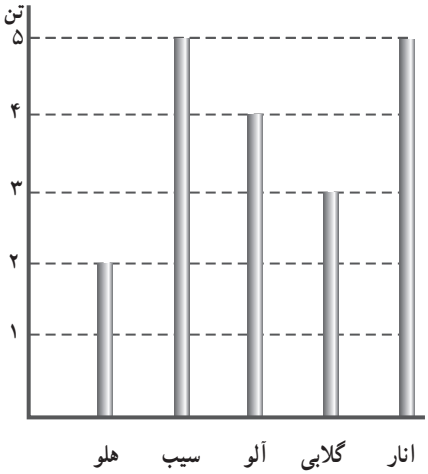
ب) این اتومبیل در ۱ ساعت چند کیلومتر را پیموده است؟

۷ــ نادر یک مسافت را در مدت زمان ۱ ساعت و ۱۲ دقیقه و مهرداد همان مسافت را در مدت زمان ۴۸ دقیقه پیموده است. نسبت مدت زمان صرف شده توسط این دو نفر را پیدا کنید.

۸ــ نسبت تعداد دایره‌ها به تعداد مثلث‌ها در شکل داده شده کدام است؟

۱) $\frac{۶}{۱۴}$ ۲) $\frac{۵}{۱۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$



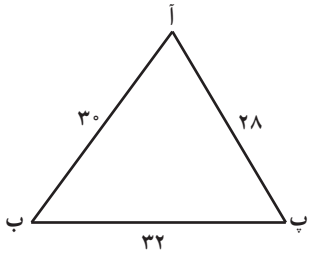


۹ــ نمودار روبه‌رو میزان تولید چند نوع میوه در یک باغ میوه را نشان می‌دهد.

الف) نسبت میزان تولید هر نوع میوه به میزان تولید میوه‌های دیگر را تعیین کنید.

ب) نسبت میزان تولید هر نوع میوه به میزان کل تولید میوه در این باغ را تعیین کنید.

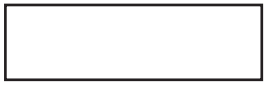
۱۰ــ به مثلث داده شده توجه کنید و :



الف) اندازهٔ محیط این مثلث را تعیین کنید.

ب) نسبت اندازه هریک از ضلع‌های این مثلث به اندازهٔ محیط مثلث را بیابید.

۱۱ــ مستطیل داده شده را با رسم دو پاره‌خط به چهار قسمت مساوی تقسیم کنید و یک قسمت از این چهار قسمت را رنگ کنید. آن‌گاه :



الف) نسبت مساحت قسمت رنگ شده به مساحت کل مستطیل را تعیین کنید.

ب) نسبت مساحت مستطیل به مساحت قسمت رنگ نشده را بیابید.

۱۲ــ الف) چند دایره به دلخواه رسم کنید.

ب) چند دایره از آنها را به دلخواه رنگ کنید.

پ) نسبت تعداد دایره‌های رنگ شده به تعداد کل دایره‌ها را تعیین کنید.

ت) نسبت تعداد دایره‌های رنگ نشده به تعداد کل دایره‌ها را بنویسید.

توجه : این فعالیت، یک فعالیت باز پاسخ است. به حالت‌های خاصی هم که ممکن است پیش آید توجه کنید. به عنوان مثال هیچ دایره‌ای رسم نکنید. یا همهٔ دایره‌ها را رنگ کنید یا هیچ دایره‌ای را رنگ نکنید.

نسبت‌های مساوی

۱۳ــ نشان دهید که دو نسبت $\frac{۱۲}{۱۶}$ و $\frac{۳۰}{۴۰}$ با هم مساوی‌اند.

۱۴ــ جدول داده شده مقدار تولید چند نوع میوه در دو باغ میوه را برحسب کیلوگرم نشان می‌دهد.

نوع میوه باغ	سیب	گلابی	هلو	آلو	آلبالو	گیلاس	زردآلو
مهرداد	۸۰۰	۶۰۰	۳۰۰	۴۵۰	۲۰۰	۴۰۰	۲۴۰
ناصر	۱۲۰۰	۹۰۰	۲۵۰	۲۵۰	۳۰۰	۵۰۰	۳۶۰

الف) نسبت مقدار تولید هریک از این میوه‌ها در باغ مهرداد را به مقدار تولید همان میوه در باغ ناصر تعیین کنید و این نسبت‌ها را به ساده‌ترین صورت ممکن تبدیل کنید.

ب) در صورت وجود نسبت‌های مساوی، تساوی مربوط به آنها را بنویسید.

۱۵ــ هر یک از نسبت‌های داده شده زیر را ساده کنید و تساوی مربوط به نسبت‌های مساوی را بنویسید.

۱) $\frac{۱۸}{۸}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۲۷}{۱۲}$ ۵) $\frac{۴۵}{۲۰}$ ۶) $\frac{۱۸}{۱۵}$ ۷) $\frac{۱۲}{۶}$

۱۶ــ نسبت دو مقدار $\frac{۳}{۲}$ است. اگر مقدار بزرگ‌تر ۱۸ باشد مقدار کوچک‌تر را بیابید.

۱۷ــ به کمک رسم شکل یک نسبت مساوی نسبت $\frac{۳}{۴}$ بنویسید که مخرج آن ۱۶ باشد.

۱۸ــ یک نسبت مساوی نسبت $\frac{۵}{۳}$ بنویسید که :

الف) صورت آن ۴۰ باشد.

ب) مخرج آن ۳۰ باشد.

۱۹ــ در هر قسمت، در جاهای خالی عددهای مناسب بنویسید تا نسبت‌های مساوی به‌دست آیند.

$$\frac{۱۶}{۱۲}=\frac{\quad}{۳} \text{ ، } \frac{۴}{۷}=\frac{۱۶}{\quad} \text{ ، } \frac{\quad}{۹}=\frac{۱۲}{۱۸}=\frac{۱۰}{\quad}$$

۲۰ــ نسبت‌های داده شده زیر را محاسبه کنید و تساوی مربوط به نسبت‌های مساوی را بنویسید.

۱) ۲۴ به ۳۲ ۲) ۶ به ۸ ۳) ۱۰ به ۸ ۴) ۲۰ به ۱۶ ۵) ۳۶ به ۴۸

۲۱ــ کدام نسبت‌های داده شده در هر قسمت با هم مساوی‌اند، تساوی مربوط به آنها را بنویسید.

الف) ۸ توپ برای ۱۲ نفر ۲۴ توپ برای ۱۶ نفر

ب) ۹ گل برای ۹ پروانه ۲۷ گل برای ۲۷ پروانه

پ) ۴ میز برای ۱۲ نفر ۶ میز برای ۱۸ نفر

ت) ۶ جفت جوراب برای ۳ نفر ۱۲ جفت جوراب برای ۴ نفر

تناسب

نخست مقدارهایی (کمیت‌هایی) را درنظر بگیرید که متناسبند. به عنوان مثال، اندازهٔ محیط هر چندضلعی منتظم با اندازهٔ ضلع آن متناسب است و یا میزان ویتامین ث موجود در یک نوع میوه با وزن آن نوع میوه متناسب است، مثلاً در هر ۱۰۰ گرم پرتقال ۷۰ میلی‌گرم فسفر وجود دارد. سؤال‌هایی در ارتباط با این کمیت‌های متناسب طرح کنید و بخواهید که یک یا چند تناسب را با استفاده از آن مقدارهای متناسب بنویسند. سپس مقدارهایی را درنظر بگیرید که متناسب نیستند و سؤال‌هایی مرتبط

با آنها مطرح کنید و در این سؤال‌ها بپرسید که آیا تناسبی با استفاده از این مقدارها می‌توان نوشت. به نمونه‌هایی از سؤال‌های مرتبط با تناسب توجه کنید.

۲۲ــ آیا در هر قسمت مقدارهای داده شده متناسبند؟ در صورتی که متناسب باشند، تناسب مربوط به آنها را بنویسید.

۱) ۶ سیب برای ۳ نفر

۸ سیب برای ۴ نفر

۲) پیمودن ۲۰۰ متر راه در مدت ۱۲ دقیقه

پیمودن ۱۲۰۰ متر راه در مدت ۷۲ دقیقه

۳) ۶ متر طول و ۳ متر عرض

۱۴ متر طول و ۷ متر عرض

۲۳ــ با استفاده از جدول داده شده :

ویتامین ث (میلی‌گرم)	۵۰	۴۰
آب پرتقال (گرم)	۸۰	۶۴

الف) نسبت مقدار ویتامین ث به مقدار آب پرتقال را در هر قسمت تعیین کنید.

ب) در صورتی که آب پرتقال و ویتامین ث موجود در آن متناسب‌اند، تناسب مربوط به آنها را بنویسید.

۲۴ــ در هر قسمت یک عدد مناسب بنویسید تا یک تناسب به‌دست آید.

۱) $\frac{۳۲}{۱۴}=\frac{۱۶}{\quad}$ ۲) $\frac{\quad}{۱۲}=\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۲۴}{۱۶}=\frac{\quad}{۴۸}$ ۴) $\frac{\quad}{۹}=\frac{۳۶}{۱۲}$

۲۵ــ بهرام مسافت ۱۸۰۰ متر را در مدت ۲ ساعت پیمود. بهرام با همان سرعت :

الف) مسافت ۲۷۰۰ متر را در چه مدتی می‌پیماید؟

ب) در مدت ۵ ساعت چند متر را طی می‌کند؟

۲۶ــ در یک شهر نسبت شب به روز ۵ به ۷ است تعیین کنید در مدت ۲۴ ساعت یک شبانه‌روز چند ساعت شب و چند ساعت روز است.

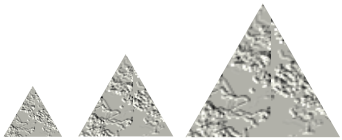
۲۷ــ برای تهیهٔ یک نوع شیرینی آرد و شکر را به نسبت ۷ به ۲ مخلوط می‌کنند. تعیین کنید برای تهیه ۲۷ کیلو از این شیرینی :

الف) چند کیلو آرد لازم است؟

ب) چند کیلو شکر لازم است؟

۲۸ــ چند مثلث متساوی‌الاضلاع و اندازهٔ ضلع آنها داده شده است.

اندازهٔ ضلع	۲	۵	۸	۱۲	.....	۲۰
اندازه محیط	۶	.....	.....	.....	.....	.....



الف) جدول داده شده را کامل کنید.

ب) نسبت اندازهٔ محیط هر مثلث متساوی‌الاضلاع به اندازه ضلع آن را تعیین کنید. آیا اندازهٔ محیط هر مثلث متساوی‌الاضلاع با اندازهٔ ضلع آن متناسب است؟

پ) در صورت متناسب بودن کمیت‌های بالا، ۳ تناسب با استفاده از جدول بالا بنویسید.

۲۹ــ فرهاد می‌خواهد ۲۴۰۰۰ تومان را بین دو فرزند ۵ ساله و ۷ ساله‌اش به نسبت سن آنها تقسیم کند. تعیین کنید به هرکدام چند تومان می‌رسد؟

۳۰ــ یک زاویه سه برابر زاویهٔ دیگر است. اگر اختلاف این دو زاویه ۵۰ درجه باشد، اندازهٔ هریک از آنها را تعیین کنید.

درصد

مفهوم درصد یکی از مفاهیم ریاضی پرکاربرد است که عموماً هر روز در رسانه‌های شنیداری، تصویری و روزنامه‌ها در زمینه‌های مختلف فرهنگی، اجتماعی، محیط زیست، کشاورزی، صنعت و... مطرح می‌شود. بنابراین طرح سؤال‌های مرتبط با درصد گسترهٔ وسیعی دارد.

البته باید توجه داشته باشید که در ریاضی سال پنجم دبستان تنها درصدهای نابزرگ‌تر از ۱۰۰٪ مطرح شده است، یعنی نسبت بین دو مقدار کوچک‌تر از ۱ و یا حداکثر برابر ۱ است و نباید نسبت‌های بزرگ‌تر از ۱ را در این مقطع مطرح کنیم. به‌علاوه باید توجه داشته باشیم که نسبت عددهای اعشاری و نسبت عددهای مخلوط در این سال گفته نشده است.

به نمونه‌هایی از سؤال‌های مربوط به درصد توجه کنید.

۳۱ــ در یک معدن از هر ۴۰۰ کیلوگرم سنگ معدن ۸۰ کیلوگرم فلز خالص به دست می‌آید.

الف) نسبت وزن فلز خالص به وزن سنگ معدن را تعیین کنید.

ب) یک نسبت مساوی نسبتی که در بالا به‌دست می‌آید بنویسید که مخرج آن ۱۰۰ باشد.

پ) چند درصد از سنگ این معدن، فلز خالص است.

۳۲ــ در یک استان از کشورمان ۲۴۰ تن محصول ذرت تولید می‌شود. ۱۸۰ تن از این مقدار به مصرف خوراک دام می‌رسد. تعیین کنید :

الف) نسبت مقدار ذرت مصرف شده برای خوراک دام به مقدار کل ذرت تولید شده در این استان را.

ب) یک نسبت مساوی نسبت به دست آمده در بالا بنویسید که مخرج آن ۱۰۰ باشد.

پ) چند درصد از محصول ذرت تولید شده در این استان به مصرف خوراک دام می‌رسد؟

۳۳ــ در یک کلاس که ۲۴ نفر دانش‌آموز دارد ۶ نفر علاقمند به خطاطی هستند. تعیین کنید چنددرصد از دانش‌آموزان این کلاس به خطاطی علاقمندند.

۳۴ــ جدول زیر تعداد بردها، باخت‌ها و تساوی‌های یک تیم والیبال در یک سال را نشان می‌دهد. تعیین کنید این تیم :

مساوی	باخت	برد
۱۲	۴	۲۴

الف) چند درصد از بازی‌ها را برده است؟

ب) چنددرصد از بازی‌ها را باخته است؟

پ) چند درصد از بازی‌ها را مساوی کرده است؟

۳۵ــ یک کتاب ۲۵۰ صفحه دارد. محمود ٪۲۰ از صفحه‌های این کتاب را خوانده است. محمود چند صفحه از این کتاب را خوانده است؟

۳۶ــ یک کارخانهٔ اتومبیل‌سازی در هر سال ۲۵۰۰۰۰ اتومبیل تولید می‌کند. اگر ٪۴۰ از این اتومبیل را به خارج از کشور صادر کند، چند اتومبیل برای فروش در داخل کشور باقی می‌ماند؟

۳۷ــ در یک باغچه ۳۶۰ عدد گل‌های مختلف کاشته شده‌اند. اگر ٪۲۵ از این گل‌ها، گل سرخ ٪۱۰ گل لاله و ٪۱۵ آن گل شب‌بو باشند، تعداد گل‌های سرخ، لاله و شب‌بو در این باغچه را تعیین کنید. چند گل از انواع دیگر در این باغچه هست؟

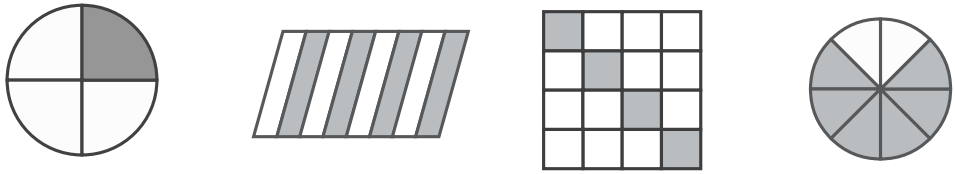
۳۸ــ اگر ٪۴۵ عددی ۹۰ باشد آن عدد را تعیین کنید.

۳۹ــ اگر ٪۲۵ از گنجایش یک ورزشگاه ۲۵۰۰۰ نفر باشد، گنجایش این ورزشگاه چند نفر است؟

۴۰ــ هریک از درصدهای زیر را به کسر تبدیل کنید و تاحدامکان ساده کنید.

۱) ٪۱ ۲) ٪۲ ۳) ٪۳ ۴) ٪۴ ۵) ٪۱۰ ۶) ٪۲۵ ۷) ٪۵۰ ۸) ٪۷۵ ۹) ٪۱۰۰

۴۱ــ هر یک از شکل‌های زیر به قسمت‌های مساوی تقسیم شده است. تعیین کنید چنددرصد از هرکدام از آنها، رنگ شده است؟ چند درصد رنگ نشده است؟



چند جدول برای استخراج نسبت بین دو کمیت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد به منظور طراحی فعالیت، کار در کلاس و با تمرین. در صورت لزوم : عددها را می‌توانید گرد کنید و اگر لازم بود بزرگ یا کوچک کنید.

جدول مواد موجود در صد گرم دانهٔ خشک و رسیده سویا، جوانهٔ سویا، شیر سویا و سس سویا

مواد	دانه خشک سویا	جوانه سویا	شیر سویا	سس سویا
آب	۱۰ گرم	۸۶ گرم	۹۲/۵ گرم	۶۲/۸ گرم
پروتئین	۳۴ گرم	۶ گرم	۳/۴ گرم	۵/۶ گرم
چربی	۱۷/۷ گرم	۱/۴ گرم	۱/۵ گرم	۱/۳ گرم
مواد نشاسته‌ای	۲۹ گرم	۴/۷ گرم	۲/۲ گرم	۹/۵ گرم
کلسیم	۲۲۶ میلی‌گرم	۴۸ میلی‌گرم	۲۰ میلی‌گرم	۸۲ میلی‌گرم
فسفر	۵۵۰ میلی‌گرم	۶۷ میلی‌گرم	۴۸ میلی‌گرم	۱۰۴ میلی‌گرم
آهن	۸/۴ میلی‌گرم	۱ میلی‌گرم	۰/۸ میلی‌گرم	۴/۸ میلی‌گرم
ویتامین آ	۸۰ واحد	۸۰ واحد	۴۰ واحد	۷۳۲۰ واحد
ویتامین ب۱	۱/۱ میلی‌گرم	۰/۲۵ میلی‌گرم	۰/۸ میلی‌گرم	۰/۰۲ میلی‌گرم
ویتامین ب۲	۰/۳ میلی‌گرم	۰/۲ میلی‌گرم	۰/۰۳ میلی‌گرم	۰/۲۵ میلی‌گرم
ویتامین ب۳	۲/۲ میلی‌گرم	۰/۸ میلی‌گرم	۰/۲ میلی‌گرم	۰/۴ میلی‌گرم

نام ماده غذایی در ۱۰۰ گرم	کربوهیدرات	فیبر (gr)	چربی (gr)	کلسترول (mg)	آهن (mg)	کالری
نان لواش	۶۲	۳/۰	۵/۱	۰	۳	۲۸۸
نان بربری	۵۷	۵/۰	۵/۱	۰	۵	۲۶۵
نان سنگک	۵۵	۱	۴/۱	۰	۱	۲۵۹
نان باگت	۵۱	۳	۴/۲	۰	۳	۲۸۶
برنج پخته (بدون روغن)	۲۴	۳/۱	۳/۰	۰	۵/۰	۱۰۸
ماکارونی پخته (بدون روغن)	۲۳	۸/۰	۵/۰	۰	۱	۱۱۱

نام ماده غذایی در ۱۰۰ گرم	کربوهیدرات (گرم)	فیبر (گرم)	چربی (گرم)	کلسترول (میلی‌گرم)	آهن (میلی‌گرم)	کیلوکالری
هندوانه	۷	۴/۰	۳/۰	۰	۲/۰	۳۱
طالبی	۸	۱	۰	۰	۲/۰	۳۵
خربزه	۱۱	۲	۰	۰	۱/۰	۴۸
انگور	۱۷	۱	۰	۰	۳/۰	۶۳
انجیر تازه	۱۵	۴	۳/۰	۰	۴/۰	۷۴
انجیر خشک	۶۵	۱۵	۵/۱	۰	۳	۲۵۵
هلو	۸	۲	۰	۰	۱/۰	۳۳
سیب با پوست	۱۵	۸	۰	۰	۵/۰	۶۰
پرتقال	۱۴	۹	۰	۰	۱/۰	۵۹
نارنگی	۱۱	۲	۰	۰	۱/۰	۴۳
کیوی	۱۵	۲	۵/۰	۰	۴/۰	۶۱
لیموشیرین	۹	۲	۰	۰	۳/۰	۳۷
خرما	۷۴	۸	۴/۰	۰	۳/۱	۲۷۵
موز	۲۳	۳	۳/۰	۰	۳/۰	۹۲

نام ماده غذایی در ۱۰۰ گرم	کربوهیدرات (گرم)	فیبر (گرم)	چربی (گرم)	کلسترول (گرم)	آهن (گرم)	کیلوکالری انرژی
شیر گاو پرچرب	۵	۰	۳	۱۴	۰	۶۲
شیر پاستوریزه	۵	۰	۲	۱۰	۰	۵۷
شیر ۲٪ چربی	۵	۰	۲	۹	۰	۵۰
شیرکاکائو	۱۰	۰	۴	۱۳	۳/۰	۸۷
ماست پاستوریزه	۵	۰	۲	۹	۰	۶۰
ماست پرچرب	۵	۰	۳	۱۳	۰	۶۱
پنیر پاستوریزه	۲	۰	۲۰	۷۵	۳/۰	۲۶۰
دوغ	۲	۰	۱	۲	۰	۳۳
کشک	۸	۰	۷	۴۴	۲	۳۷۸
بستنی	۲۴	۰	۱۱	۴۴	۰	۲۰۲
خامه	۳	۰	۳۷	۱۳۰	۰	۳۴۵
کره	۰	۰	۸۱	۲۳۰	۲/۰	۷۱۶

جدول مواد موجود در ۱۰۰ گرم پرتقال پوست‌کنده	
آب	۸۶ گرم
پروتئین	۱ گرم
نشاسته	۰/۲ گرم
کلسیم	۱۲ گرم
فسفر	۴۰ میلی‌گرم
آهن	۲۰ میلی‌گرم
سدیم	۰/۴ میلی‌گرم
پتاسیم	۱میلی‌گرم
ویتامین آ	۲۰۰ میلی‌گرم
ویتامین ب۱	۲۰۰ واحد
ویتامین ب۲	۰/۱ واحد
ویتامین ب۳	۰/۰۴ میلی‌گرم
ویتامین ث	۵۰ میلی‌گرم

مقدار متوسط(در ۱۰۰ گرم شیر)	مواد مغذی اصلی
۸۷/۵	آب (گرم)
۶۶	انرژی (کالری)
۳/۴	پروتئین (گرم)
۳/۹	چربی (گرم)
۴/۸	لاکتوز (قند شیر) (گرم)
۱۱۵	کلسیم (میلی‌گرم)
۹۲	فسفر (میلی‌گرم)
۵۲	ویتامین «آ» (میکروگرم)
۰/۰۳	ویتامین «د» (میکروگرم)
۰/۰۴	ویتامین «ب ۱» (میلی‌گرم)
۰/۲	ویتامین «ب ۲» (میلی‌گرم)

چک لیست ارزشیابی

ردیف	ارزشیابی توصیفی	خیلی خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش
۱	مفهوم نسبت بین دو مقدار را می‌فهمد.				
۲	در موقعیت‌های مختلف، تشخیص می‌دهد که کدام موقعیت به نسبت مربوط است.				
۳	می‌تواند نسبت‌ها را باهم مقایسه کند.				
۴	کاربرد نسبت در درون ریاضی را می‌داند.				
۵	کاربرد نسبت در ریاضی و علوم دیگر را می‌داند.				
۶	در حل کردن مسئله‌ها از نسبت استفاده می‌کند.				
۷	در به‌کارگیری نسبت به مهارت رسیده است.				
۸	صورت‌های مختلف نمایش نسبت را می‌شناسد.				
۹	صحبت کردن با مفهوم نسبت را می‌داند.				
۱۰	از نسبت در زمینه‌های فرهنگی اجتماعی، تربیتی استفاده می‌کند مانند توجه به محیط زیست، تغذیه و سلامت، صنعت، پس‌انداز				
۱۱	چند نسبت را می‌تواند باهم مقایسه کند.				
۱۲	نسبت‌های مساوی را تشخیص می‌دهد.				
۱۳	نسبت‌های نامساوی را تشخیص می‌دهد.				
۱۴	می‌تواند یک یا چند نسبت، مساوی یک نسبت داده شده بنویسد.				
۱۵	از رسم شکل برای تعیین نسبت‌های مساوی استفاده می‌کند.				
۱۶	نسبت‌های مساوی را در حل مسائل به‌کار می‌گیرد.				

۱۷	کاربرد نسبت‌های مساوی در درون و برون ریاضی را می‌داند.				
۱۸	مفهوم کمیت‌های متناسب را می‌داند.				
۱۹	مفهوم کمیت‌های نامتناسب را می‌داند.				
۲۰	مفهوم تناسب را می‌داند.				
۲۱	می‌تواند جزء چهارم یک تناسب را به‌دست آورد.				
۲۲	در حل مسائل از تناسب استفاده می‌کند.				
۲۳	در مسائل فرهنگی، اجتماعی، تربیتی تناسب را به‌کار می‌گیرد.				
۲۴	مفهوم درصد را درک می‌کند.				
۲۵	ارتباط بین نسبت و درصد را می‌داند.				
۲۶	می‌تواند یک درصد را محاسبه کند.				
۲۷	در حل مسائل از درصد استفاده می‌کند.				
۲۸	در زمینه‌های فرهنگی، اجتماعی، تربیتی از مفهوم درصد استفاده می‌کند.				
۲۹	می‌تواند با مفهوم درصد صحبت کند.				
۳۰	رابطهٔ بین نسبت، نسبت‌های مساوی، تناسب و درصد را می‌داند.				
۳۱	مهارت تصویرسازی و استفاده از آنها برای نسبت، تناسب و درصد را دارد.				
۳۲	می‌تواند به‌طور غیرمستقیم مفاهیم و ایده‌هایی از حوزه‌های اجتماعی فرهنگی مانند توجه به محیط زیست، ارزش کار، ارزش‌های سلامت و ... را طرح کند.				

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۴ تقارن و چند ضلعی‌ها

نگاه کلی به فصل

این فصل شامل چهار درس است. درس اول، با یادآوری مفهوم خط تقارن و تقارن خطی شروع می‌شود و در ادامه این مفهوم با توجه بیشتری نسبت به سال‌های قبل مورد بررسی قرار می‌گیرد. درس دوم به مفهوم تقارن مرکزی و مرکز تقارن می‌پردازد. اگرچه در سال‌های قبل نمونه‌هایی از این مطلب برای دانش‌آموزان در غالب مثال آمده است ولی برای اولین بار این مفهوم در این کتاب معرفی می‌شود. درس سوم به معرفی زاویه و نیمساز می‌پردازد. دانش‌آموزان با مفهوم زاویه و انواع آن به خوبی آشنایی دارند ولی مفهوم نیمساز برای اولین بار ارائه می‌شود. سرانجام درس آخر این فصل مربوط به چندضلعی‌هاست. در این فصل دانش‌آموزان می‌توانند مجموع زوایای مثلث و چهارضلعی را به‌دست آورند و با برخی از ویژگی‌های قطر و نیمساز در چهارضلعی‌ها آشنا می‌شوند.

تصویر عنوانی

اهداف اصلی این فصل، درک مفاهیم تقارن، زاویه و چندضلعی‌هاست و بنابراین در این فصل تصویرهایی از بناهای تاریخی، اماکن متبرکه، تصاویر طبیعی، موجودات زنده و ... آمده است که در آنها تقارن، انواع زاویه‌ها و چهارضلعی‌ها دیده می‌شوند.

دانستنی‌هایی برای معلم

تقارن : تقارن یکی از مفاهیم زیبا و در عین حال مهم و پرکاربرد در هندسه می‌باشد. تقارن در خارج از ریاضیات و مخصوصاً در طبیعت نیز وجود دارد. در ساختارهای مولکولی و بلورها، شبکه‌های کریستالی و ... تقارن‌های موجود، باعث می‌شود که خواص زیادی از آنها توسط دانشمندان به‌طور دقیق مورد بررسی قرار گیرد.

در معماری، وجود تقارن، زیبایی خاصی به ساختمان‌ها و بناهای تاریخی بخشیده است. یکی از این بناهای تاریخی به عنوان تصویر اصلی فصل انتخاب شده است که به‌خوبی تقارن آینه‌ای یا بازتاب را نشان می‌دهد.

توسعه مفاهیم و اهداف

دانش‌آموزان با خط تقارن آشنا هستند، امّا در این بخش با استفاده از قرینه یک نقطه می‌توان قرینه بقیه شکل را به‌دست آورد. در فصل این مفهوم در دو مرحله آموزش داده می‌شود؛ با استفاده از کاغذ شطرنجی و بدون استفاده از آن. مثال‌های قابل فهم مثل انعکاس تصویر یک درخت در آب، یک برگ، یک پروانه، تصویر یک حیوان از جلو یا تصویر شخص در آینه به خوبی می‌تواند خط تقارن و بازتاب یا انعکاس را نشان دهد. از اهداف دیگر این بخش این است که دانش‌آموزان درک کنند

یک شکل می‌تواند خط تقارن نداشته باشد یا تعدادخط‌های تقارن بیشتر از یک خط باشد. اگرچه در سال‌های قبل با شکل‌هایی آشنا شده‌اند که دارای یک یا دو خط تقارن بوده است ولی در این بخش شکل‌هایی با ۴، ۶ و ۱۰ خط تقارن نیز آمده‌اند. از دیگر ویژگی مثال‌های این بخش این است که دانش‌آموز می‌تواند با درنظر گرفتن نقاط روی یک شکل، قرینه شکل را بدون استفاده از کاغذ شطرنجی پیدا کند.

در قسمت آخر این بخش، مفهوم تقارن مرکزی و مرکز تقارن بیان شده است. هدف اصلی این بخش این است که دانش‌آموز مفاهیم تقارن مرکزی و مرکز تقارن را درک کند و بداند که در تقارن مرکزی اندازه شکل تغییر نمی‌کند، ولی جهت آن تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، دانش‌آموز با مفهوم دوران به اندازه ۱۸۰ درجه آشنایی پیدا کند و بتواند قرینه شکل نسبت به یک نقطه را با دوران ۱۸۰ درجه پیدا کند.

بنابراین در این درس از دانش‌آموز انتظار می‌رود مفاهیم زیر را درک کند :

الف) خط تقارن

ب) تقارن محوری

ج) مرکز تقارن

د) تقارن مرکزی

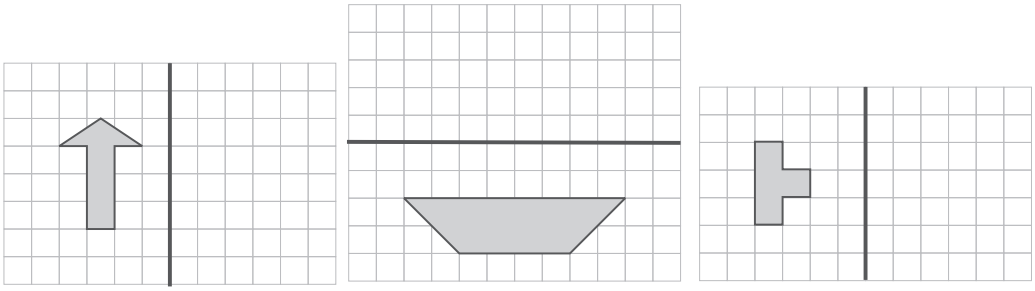
درس اوّل

خط تقارن

روش تدریس

برای شروع این بخش می‌توان با یادآوری مفهوم خط تقارن، خط تقارن تصویر یک شیء یا یک موجود زنده را پیدا کرد. هدف فعالیت اول پیداکردن قرینه شکل نسبت به خط تقارن با استفاده از پیدا کردن قرینه نقاط در کاغذ شطرنجی است. برای پیدا کردن قرینه نقاط به جز روش محمد مهدی و علی می‌توان با شمردن تعداد مربع‌ها یا استفاده از آینه نیز قرینه نقطه را پیدا کرد. همچنین هدف کار در کلاس کسب مهارت در فعالیت بالا و تصور کردن قرینه شکل بدون رسم آن است.

مثال زیر می‌تواند به این کار در کلاس اضافه شود :



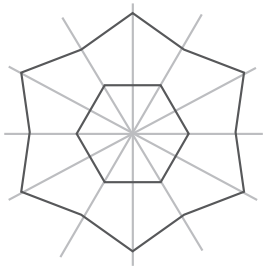
کار در کلاس

شما می‌توانید قرینه شکل را نسبت به خط تقارن به کمک آینه، تا کردن و یا تصویر ذهنی مجسم کنید، به کمک کار در کلاس ۱، قرینه شکل‌های زیر را ابتدا با تصور ذهنی نسبت به خط‌های تقارن داده شده رسم کنید.

هدف فعالیت ۲ : آموزش مفاهیم بالا در کاغذ غیرشطرنجی و بااستفاده از گونیا و خط‌کش است باید دقت شود که در کار در کلاس مربوط به این قسمت کاغذها دقیقاً به شکل مستطیل یا هر شکلی که در آن آمده است باشند. از آنجایی که هدف اصلی، پیداکردن قرینه یک شکل با استفاده از پیدا کردن قرینه نقاط است، در این کار در کلاس اکثر مثال‌ها در مورد پیدا کردن قرینه نقاط است.

حل برخی از تمرین‌ها

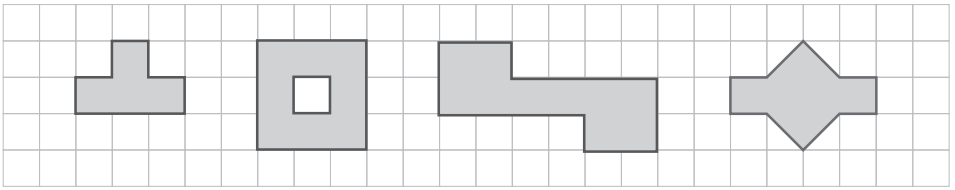
تمرین ۲ : شکل سمت راست دارای چند خط تقارن است.

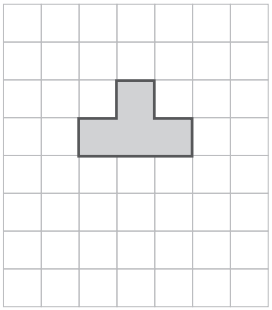


در این شکل، دقیقاً ۶ خط تقارن وجود دارد که تاکنون به جز شش‌ضلعی یک شکل با این تعداد خط تقارن مطرح نشده است. این شکل قسمت اصلی یک مولکول به نام فولرن است. فولرن در سال ۱۹۸۵ توسط هری کروتو و همکارانش در یک آزمایشگاه در آمریکا ساخته شد و دنیای نانوتکنولوژی با پیدایش فولرن $C_{۶۰}$ یا باکی‌بال وارد مرحله تازه‌ای شد. کروتو و همکارانش، به‌خاطر این کشف بزرگ جایزه نوبل دریافت کردند.

تمرین‌هایی برای ارزشیابی

۱ــ در شکل‌های زیر تعداد خطوط تقارن را پیدا کنید.



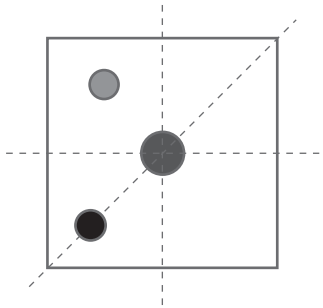


۲ــ الف) شکل زیر چند خط تقارن دارد؟

ب) یک مربع را طوری رنگ کنید که شکل، خط تقارن نداشته باشد.

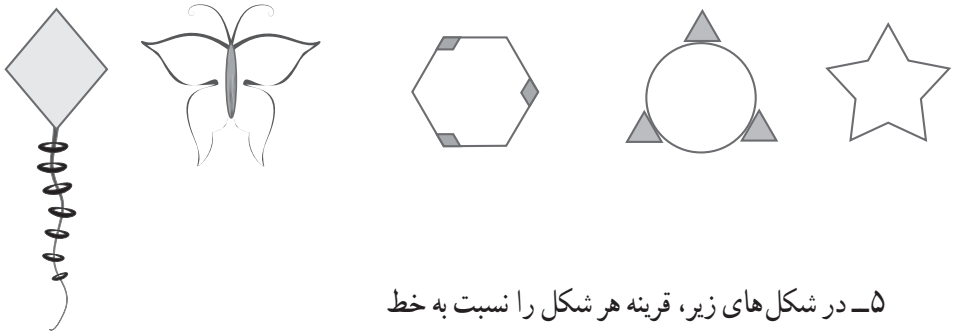
ج) آیا می‌توانید یک مربع را طوری رنگ‌آمیزی کنید که شکل چهار خط تقارن داشته باشد؟

۳ــ در کاغذ مربعی شکل زیر، تعدادی نقاط رنگی رسم شده است.

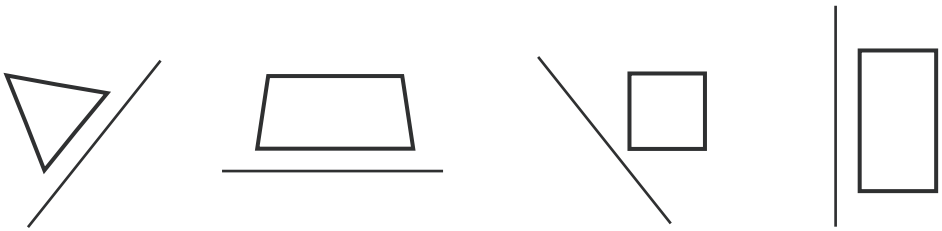


الف) قرینه نقطه آبی نسبت به خط قرمز را رسم کنید.
ب) قرینه نقطه سیاه نسبت به خط آبی را رسم کنید.
ج) قرینه نقطه قرمز نسبت به خط آبی را پیدا کنید.

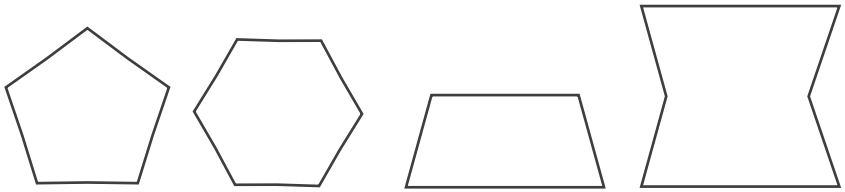
۴ــ در هر شکل، خط‌های تقارن را پیدا کنید.



۵ــ در شکل‌های زیر، قرینه هر شکل را نسبت به خط تقارن رسم کنید.



۶ــ همه خطوط تقارن شکل‌های زیر را رسم کنید.



درس دوم

مرکز تقارن

اهداف

درک مفاهیم زیر

۱ــ تقارن مرکزی

۲ــ مرکز تقارن

۳ــ در تقارن مرکزی اندازه شکل تغییر نمی‌کند ولی جهت تغییر می‌کند.

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ کاغذ شفاف یا صفحه پوستی

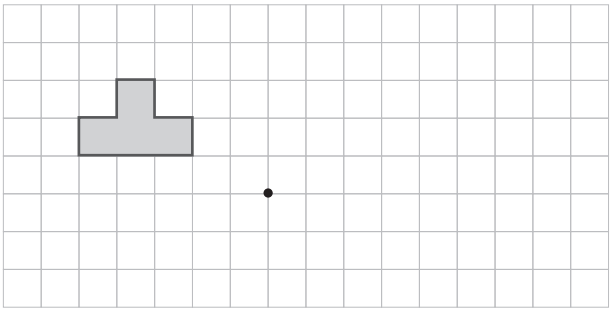
۲ــ کاغذ شطرنجی

روش تدریس

این درس به‌طور کلی به آموزش مفهوم مرکز تقارن و تقارن مرکزی می‌پردازد. از آنجایی که این مفهوم برای اولین بار ارائه می‌شود، بنابراین باید با یک مقدمه‌ای در مورد چرخش و اجسام دورانی بحث را شروع کنید. می‌توانید از شکل‌های زیادی در طبیعت همانند پنکه، چرخ و فلک، چرخ گاری و ... که بیانگر چرخش هستند شروع کنید. در اینجا نهایت دقت را به‌عمل آورید زیرا هدف آموزش محور دوران نیست. بنابراین فقط چرخش‌هایی که در صفحه می‌باشند را برجسته کنید. از آنجا که هدف اصلی این درس، درک این مطلب است که قرینه مرکزی، چرخش به اندازه ۱۸۰ درجه است، بنابراین از دوران‌های ۱۸۰ درجه بحث را شروع کنید. فعالیت ۱، در واقع برای درک مفهوم مرکز تقارن کار در کلاس برای کسب مهارت بیشتر در درک این مفهوم است. در فعالیت ۲، برای درک قرینه مرکزی است و کار در کلاس هم برای کسب مهارت و آموزش مفاهیم بالاست. از آنجایی که این مفهوم برای اولین بار ارائه شده است و در سال بعد با توسعه بیشتری ادامه پیدا می‌کند، از مدرسین

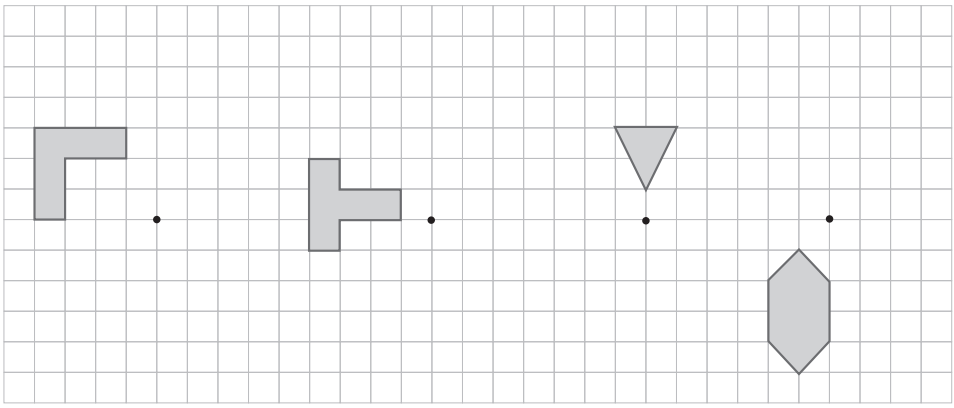
انتظار می‌رود این مفهوم را با استفاده از پیدا کردن قرینه یک نقطه آموزش ندهند، زیرا هدف اصلی این بخش نیست. همچنین توصیه می‌شود این مفاهیم را در کاغذ شطرنجی آموزش دهید. تمرین‌های زیر می‌توانند به‌عنوان مثال‌های کمکی در تدریس استفاده شوند :

۱ــ قرینه شکل روبه‌رو نسبت به نقطه داده شده کدام‌یک از شکل‌های زیر است.

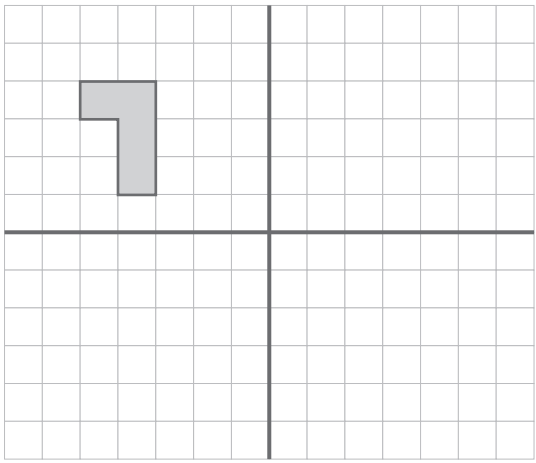


سعی کنید ابتدا قرینه هر شکل را تصور کنید و سپس قرینه شکل را با استفاده از دوران ۱۸۰ درجه رسم کنید.

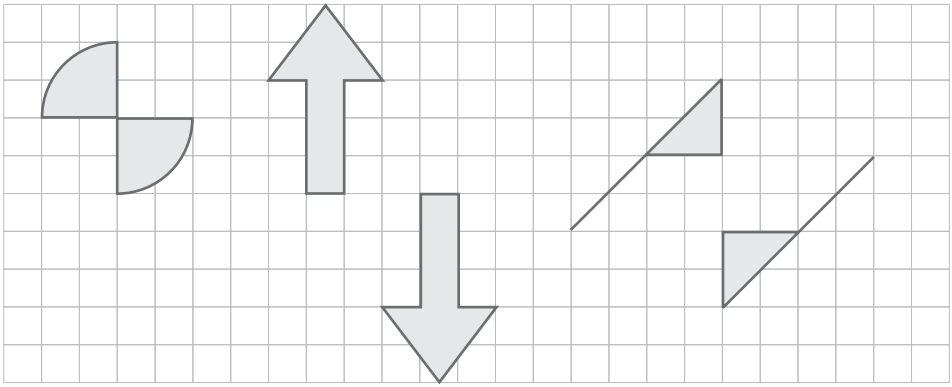
۲ــ شکل‌های زیر را حول مرکز تقارن، ۱۸۰ درجه دوران دهید تا قرینه آنها نسبت به مرکز تقارن پیدا شوند.



۳ــ قرینه شکل (۱) نسبت به خط تقارن قرمز رنگ را پیدا کنید تا شکل (۲) به‌دست آید. سپس قرینه شکل (۲) نسبت به خط آبی را پیدا کنید تا شکل (۳) به‌دست آید. اگر قرینه شکل (۱) را نسبت به نقطه «آ» پیدا کنید چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ توضیح دهید.



۴ــ اگر هر شکل، به اندازه ۱۸۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت چرخیده باشد، مرکز تقارن هر شکل را پیدا کنید.



درس سوم

زاویه و نیمساز

اهداف

۱ــ مجموع زوایای مثلث = ۱۸۰

۲ــ درک مفهوم نیمساز و پیدا کردن آن با استفاده از نقاله

۳ــ به‌کارگیری مفهوم نیمساز برای پیدا کردن زاویه مجهول در یک شکل هندسی

نکته: استفاده از پرگار در این فصل توصیه نمی‌شود.

ابزارهای مورد نیاز

۱ــ نقاله **۲ــ خط‌کش**

۳ــ گونیا **۴ــ قیچی برای بریدن**

روش تدریس

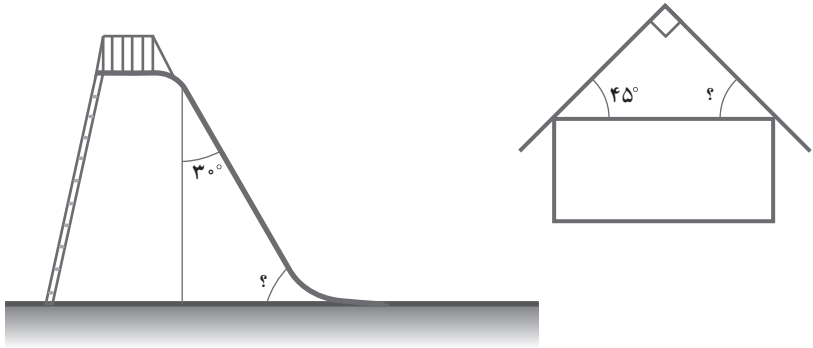
از آنجایی که دانش‌آموز با مفهوم زاویه و انواع آن آشنایی دارد، می‌توانید با یک تمرین یا یک مثال یا یک تصویر ساده همانند دکل‌های برق مفهوم زاویه را یادآوری کنید. سپس با فعالیت ۱ درس را شروع کنید. در این فعالیت دقت کنید که حتماً به روش گفته شده مجموع زوایای یک مثلث پیدا شوند و هرگز با استفاده از نقاله زاویه‌ها اندازه‌گیری نشوند، زیرا خطاهای احتمالی در اندازه‌گیری باعث می‌شود که نتیجه درست و منطقی که مجموع زوایای مثلث برابر با ۱۸۰ است حاصل نشود. از آنجایی که دانش‌آموز می‌داند اندازه زاویه نیم‌صفحه ۱۸۰ درجه است، با کنار هم قرار دادن مناسب گوشه‌های انواع مثلث‌های مختلف، یک زاویه نیم‌صفحه به‌دست می‌آورد و از این‌رو نتیجه موردنظر به آسانی حاصل می‌شود.

نکته : در این مثال، دانش‌آموز بدون اندازه‌گیری و با یک اثبات نظری مسئله را حل می‌کند. تمرین‌های کار در کلاس بسیار ساده طراحی شده‌اند و هدف همه آنها تثبیت هدف فعالیت است.

در فعالیت ۲ برای اولین بار دانش‌آموزان با استفاده از نقاله نیمساز یک زاویه را اندازه‌گیری می‌کنند و در ادامه تمرین‌های این فعالیت از مفهوم نیمساز، برای اندازه‌گیری زاویه مجهول استفاده شده است. تمرین‌های کار در کلاس نیز در همین راستا طراحی شده‌اند. برای مثال‌های بیشتر می‌توانید از تمرین‌های زیر کمک بگیرید.

کار در کلاس

۱ــ در شکل‌های زیر، اندازه زاویه داده شده را به‌دست آورید.



۲ــ در جاهای خالی سه عدد متوالی طوری قرار دهید که زاویه‌های یک مثلث باشند.

ـــــ و ـــــ و ـــــ

۳ــ آیا مثلث می‌تواند دو زاویه راست داشته باشد؟ توضیح دهید.

۴ــ یک مثلث رسم کنید که همه زاویه‌های آن تند باشند.

۵ــ جاهای خالی را با نوشتن عددی مناسب پر کنید :

الف) نیمساز، یک زاویه..... درجه را به دو زاویه ۳۰° درجه تقسیم می‌کند.

ب) ..... تقارن محوری ندارد ولی مرکز تقارن دارد.

فرهنگ خواندن

زاویه یا گوشه یک مفهوم هندسی است که به ناحیه‌ای از صفحه گفته می‌شود که بین دو نیم‌خط که در یک نقطه مشترک‌اند قرار دارد و به نقطه مشترک این دو نیم‌خط، رأس گفته می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم یک واحد اندازه‌گیری زاویه، درجه است. این مفهوم ترجمه انگلیسی angle است که خود از واژه لاتین angulus به معنی گوشه گرفته شده است. برای اندازه‌گیری زاویه از نقاله استفاده می‌شود. اگر دایره را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت یک زاویه معادل یک درجه می‌سازد. از دیگر واحدهای اندازه‌گیری زاویه، رادیان است. یک رادیان معادل $\frac{۱۸۰}{\pi}$ درجه است.

انواع زاویه عبارتند از :

زاویه تند : اندازه آن کمتر از ۹۰ درجه است.

زاویه راست : اندازه آن برابر ۹۰ درجه است.

زاویه باز : اندازه آن بیشتر از ۹۰ و کمتر از ۱۸۰ درجه است.

زاویه بازتاب : اندازه آن بیشتر از ۱۸۰ درجه و کمتر از ۳۶۰ درجه است.

زاویه کامل : اندازه آن برابر ۳۶۰ درجه است.

منبع : ویکی پدیا

درس چهارم

چند ضلعی‌ها و مجموع زوایای آنها

اهداف

۱ــ مجموع زوایای یک چهارضلعی برابر با ۳۶۰ درجه است.

۲ــ مرور ویژگی‌های چهارضلعی‌ها و ویژگی قطر و نیمساز در مربع، مستطیل، لوزی و متوازی‌الاضلاع

ابزارهای مورد نیاز : ۱ــ خط‌کش ۲ــ گونیا

روش تدریس

از آنجایی که دانش‌آموزان با مفهوم چندضلعی‌ها آشنایی دارند، درس می‌تواند با یادآوری مفهوم چندضلعی شروع شود یا با یک کاربرد از آنها، مثلاً استفاده از چندضلعی‌ها در کاشی‌کاری.

فعالیت ۱ برای یادآوری ویژگی‌های چهارضلعی‌هاست، مثل تعداد زاویه‌ها و انواع آنها، متوازی‌اضلاع و تعداد زاویه‌های راست و .... البته با استفاده مفاهیم بخش ۱، در سطر آخر جدول اطلاعاتی در مورد تعداد خط‌های تقارن آنها هم به‌دست می‌آید.

در قسمت دوم این فعالیت، دانش‌آموز با دو روش می‌تواند مجموع زوایای داخلی یک چهارضلعی را پیدا کند. روش اول شاخه مثلث است و در روش دوم با تبدیل یک چهارضلعی به دو مثلث می‌توان مجموع زوایا را پیدا کرد. یک تمرین خوب برای روش دوم محاسبه مجموع زوایای داخلی پنج ضلعی و شش‌ضلعی است که برای تمرین بیشتر پنج‌ضلعی توصیه می‌شود.

هدف فعالیت دوم این است که دانش‌آموز بداند در بعضی از چهارضلعی‌ها مثل متوازی‌الاضلاع، لوزی، مربع و مستطیل قطرها همدیگر را نصف می‌کنند ولی در همه چهارضلعی‌ها این مطلب درست نیست. به‌عنوان مثال، در ذوزنقه دلخواه در حالت کلی این قاعده برقرار نیست. در ادامه این فعالیت هدف این است که دانش‌آموز بداند در برخی از چهارضلعی‌ها مثل مربع و لوزی قطرها نیمسازند ولی مثلاً در مستطیل این‌طور نیست. برای درک بهتر این قسمت پیشنهاد می‌شود، انواع چهارضلعی‌ها

ارائه شوند. سرانجام در قسمت آخر این فعالیت در مورد ارتباط قطر، خط تقارن در یک چهارضلعی بحث می‌شود. از آن‌جایی که در تمرین ۳، برای ذوزنقه متساوی‌الساقین، مستطیل، لوزی و متوازی‌الاضلاع در مورد ارتباط نیمساز و خط تقارن سؤال پرسیده شده است. پیشنهاد می‌شود، تمرین زیر، به این فعالیت اضافه شود.

فعالیت

۱ــ در کدام‌یک از شکل‌های زیر، قطرها روی خط تقارن شکل قرار دارند.

۲ــ در فعالیت بالا، آیا نیمسازها روی خط تقارن قرار دارند؟

۳ــ کدام‌یک از شکل‌های فعالیت ۱، مرکز تقارن دارند؟

۴ــ مثلثی رسم کنید که دارای سه خط تقارن باشد.

۵ــ ذوزنقه‌ای رسم کنید که دارای دو خط تقارن است. نام دیگر این چهارضلعی چیست؟

۶ــ مستطیلی که چهار خط تقارن دارد چه نام دارد؟

بدفهمی‌ها

معمولاً نتایجی که در مورد یک شکل هندسی به‌دست می‌آید، قابل تعمیم نیست. به عنوان مثال در مورد ذوزنقه متساوی‌الساقین فعالیت ۴ در بالا مثلث متساوی‌الاضلاع سه خط تقارن دارد، در حالی که مثلث متساوی‌الساقین یک خط تقارن دارد و سایر مثلث‌ها فاقد خط تقارن هستند. بنابراین در این موارد از دانش‌آموزان بخواهید تا توضیح دهند که چرا نتیجه‌ای که به‌دست آمده است فقط در مورد این شکل خاص برقرار است. سپس از وی بخواهید تا نتایج حاصل را در صورت امکان در مورد سایر چندضلعی‌ها تعمیم دهند.

توصیه‌های آموزشی

۱ــ در طرح سؤال‌های مربوطه سطح دانش‌آموزان درنظر گرفته شود و متناسب با سطح آنها مسئله و تمرین داده شود.

۲ــ برای درک بهتر مفاهیم، از اشیا و اجسام طبیعی نیز استفاده کنید.

به عنوان مثال، در بخش مربوط به تقارن و چندضلعی‌ها حتماً از کاغذ و قیچی یا کاغذ شفاف استفاده شود.

۳ــ آموزگاران محترم به کتاب‌های ریاضی سال‌های اول تا چهارم احاطه کامل داشته باشند. مفهوم زاویه و انواع آن به‌خصوص سر کلاس چهارم به تفصیل آمده است و مفهوم خط تقارن در سال‌های دوم و سوم به اندازه کافی و مبسوط آمده است.

تمرین‌هایی برای ارزشیابی

۱ــ جدول زیر را کامل کنید.

چندضلعی	مثلث	مربع	پنج‌ضلعی	شش‌ضلعی	هفت‌ضلعی
تعداد مثلث‌ها در چندضلعی	۱	۲	.....	.....	.....
تعداد ضلع‌ها در چندضلعی	۳	.....	۵	.....	.....

۲ــ یک مثلث رسم کنید و ویژگی‌های آن را بیان کنید.

۳ــ کدام یک از جملات زیر درست و کدام غلط است :

الف) هر لوزی یک نوع مربع است.

ب) مستطیل یک نوع متوازی‌الاضلاع است.

ج) هر مربع یک مستطیل است ولی هر مستطیل یک مربع نیست.

۴ــ در کدام شکل‌ها، نیمساز، خط تقارن نیز هست؟

لوزی، مربع، ذوزنقه، متوازی‌الاضلاع، مثلث متساوی‌الساقین

۵ــ در هریک از دسته اعداد زیر، زاویه‌های مربوط به یک چهارضلعی آمده است. نوع چهارضلعی را مشخص کنید.

الف) ۹۰، ۹۰، ۹۰، ۹۰

ب) ۹۰، ۹۰، ۱۲۰، ۶۰

ج) ۱۲۰، ۱۲۰، ۶۰، ۶۰

د) ۱۳۰، ۱۴۰، ۳۰، ۶۰

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

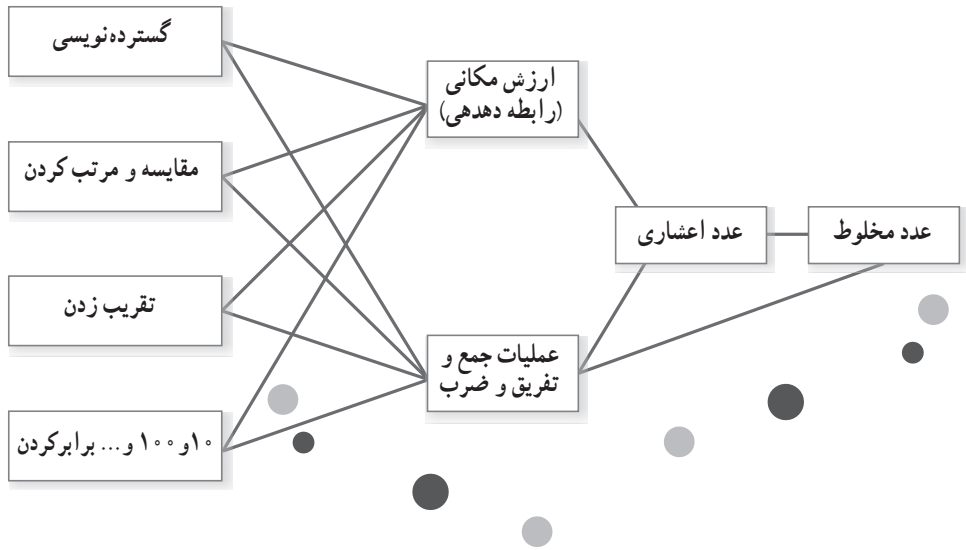
۵ اعداد اعشاری

نگاه کلی به فصل

این فصل شامل ۴ درس است. آشنایی با اعداد اعشاری، جمع، تفریق و ضرب اعداد اعشاری

دانش‌آموزان در کلاس چهارم با اعداد اعشاری تا مرتبهٔ دهم آشنا شده‌اند. در درس اوّل با یادآوری عدد مخلوط و اعشاری، شناخت آنها تا مرتبهٔ هزارم توسعه می‌یابد. در سه درس بعدی عملیات جمع و تفریق و ضرب اعداد اعشاری کار می‌شود. دانش‌آموزان ضمن آشنایی با طرق مختلف جمع و تفریق به ضرورت توجه به ارزش مکانی در عملیات واقف می‌شوند و در درس آخر با ضرب اعداد اعشاری درهم و ضرب اعداد اعشاری در ۱۰ و ۱۰۰ و ... آشنا می‌شوند. ارتباط اعداد اعشاری و زندگی با کاربرد آنها در واحدهای مختلف اندازه‌گیری مورد توجه واقع شده است.

شبکه مفهومی



تصویر عنوانی

آشنایی دانش‌آموزان با مفاخر ایران در ارتقا خودباوری و غرور ملی تأثیر بسزایی دارد. در این راستا غیاث‌الدین جمشید کاشانی به عنوان یکی از دانشمندانی که حدود ۶۰۰ سال پیش می‌زیسته و کسرهای دهگانی (اعشاری) را ابداع کرده معرفی شده است.

همچنین یکی از موارد کاربرد اعداد اعشاری لزوم حساسیت در اندازه‌گیری‌هاست و این موضوع در مسابقات ورزشی نمود بیشتری پیدا می‌کند.

دانستنی‌های معلم

تا پیش از اختراع عددهای اعشاری، هر واحد را به شصت قسمت برابر تقسیم می‌کردند و درصورت لزوم، هریک از آنها را نیز به شصت قسمت کوچک‌تر تقسیم می‌کردند و همین‌طور ادامه می‌دادند. مانند تقسیم هر ساعت به شصت دقیقه و هر دقیقه به شصت ثانیه. انجام محاسبات با این

عددها کار بسیار مشکلی بود؛ اما حدود ۶۰۰ سال پیش یک دانشمند این مشکل را برای همیشه حل کرد. او هر واحد را به‌جای تقسیم به شصت به ده تقسیم کرد.

این ریاضیدان اولین بار از عدد اعشاری اختراعی خود، برای نوشتن عدد پی استفاده کرد. او عدد پی را به کمک ۸۵۰۳۶۰۳۶۸ ضلعی منتظم تا هفده رقم اعشار محاسبه کرد.

تا دویست سال پیش، اعداد اعشاری را به‌صورت‌های مختلفی می‌نوشتند. برای مثال، عدد ۴/۷۵ را به‌صورت‌هایی که در جدول می‌بینید، می‌نوشتند.

۴/۷۵	۴,۷۵	۴ ⓪ ۷ ① ۵ ②	۴.۷۵
۴ ۷۵	۴،۷′۵″	۴, ⓪ ۷, ① , ۵, ②	۴(۷۵)
۴°: ۷′۵″	۴ / ۷′۵″	۴ ۷۵ ... ②	۴ | ۷۵

در حال حاضر نیز کشورهای گوناگون برای نوشتن عددهای اعشاری از روش‌های متنوعی استفاده می‌کنند.

ایران	امریکا	انگلستان	اروپا
۴/۷۵	4.75	$4^{\circ}75$	4_{75} یا 4،75

مخترع عددهای اعشاری ریاضیدان و ستاره‌شناس برجسته ایرانی «غیاث‌الدین جمشید کاشانی» است.

توسعهٔ مفاهیم

در هریک از مراحل آموزش دهم، صدم و هزارم تأکید بر ارتباط کسر و عدد مخلوط با اعداد اعشاری که منجر به ساختن یک ایدهٔ هماهنگ از اعداد خواهد شد.

جمع و تفریق اعداد اعشاری نیز با استفاده از ابزار، کشیدن شکل و نشان دادن عملیات روی محور به تفهیم بهتر کمک خواهد کرد.

دانش‌آموزان باید با روش‌های مختلف جمع و تفریق به این درک کلی برسند که مرتبه‌های یکسان را باهم جمع کنند و انتقال به مرتبهٔ دیگر را تجربه و تمرین کنند و در درس، ضرب همانند ضرب کسرها می‌توان ضرب اعداد اعشاری را روی مساحت نشان داد.

استفاده از ابزار تکنولوژی

علاوه بر استفاده از نوارهای کسری و صفحات اعشاری برای ساختن اعداد اعشاری و ارتباط آن با اعداد کسری از ماشین حساب در درس ضرب می‌توان بهره گرفت.

سایت : www.nrich.maths.org

www.mathsisfun.com

معرفی منابع

ـ کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت. ای. ریس، مرلین. ن. سایدام، موی مونتگوموی لیندکوئیست. ترجمه : مسعود نوروزیان، ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.

ـ آموزش ریاضیات در دبستان، روبین یورگنسن، شلی‌دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، بینش نو، ویرایش دوم.

ـ ریاضیات برای معلمان (نسخه مدرس)، گروهی از نویسندگان به سرپرستی جی. ال. مارتین، ترجمه شهرناز بخشعلی‌زاده، ۱۳۸۹، مؤسسه فرهنگی برهان (انتشارات مدرسه).

ـ Musser,G.L., Burger, W.F., & Peterson, B.E.(۲۰۱۴).

Mathemutics for Elementary Teachers; a contemporary approach. USA: Courier kendallville.

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

۱ـ عدد ۸۵۶/۰۹۴ را به حروف بنویسید.

گستردهٔ این عدد را بنویسید.

رقم صدم و رقم صدگان آن را بنویسید.

رقم صدم ..... رقم صدگان .....

ارزش کدام رقم در این عدد از همه کمتر است؟

حداقل چقدر به این عدد اضافه کنیم تا رقم دهم آن تغییر کند.

۲ــ در هر قسمت مشخص کنید ۱۰/۰۸۷ بین کدام دو عدد است و دور عددی که به آن نزدیک‌تر است، خط بکشید.

الف) ۱۱ و ۱۰ ‌ ‌ ‌ ‌ ۱۰۱ و ۱۰۰ ‌ ‌ ‌ ‌ ۲ و ۱

ب) ۱۰/۷ و ۱۰/۸ ‌ ‌ ‌ ‌ ۱۰/۲ و ۱۰/۱ ‌ ‌ ‌ ‌ ۱۰/۱ و ۱۰

ج) ۱۰/۰۹ و ۱۰/۱ ‌ ‌ ‌ ‌ ۱۰/۰۹ و ۱۰/۰۸ ‌ ‌ ‌ ‌ ۱۰۰/۸۸ و ۱۰۰/۸۷

۳ــ جای تقریبی عدد ۲/۸۴ را روی محور زیر مشخص کنید. پیکان زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟

۴ــ جاهای خالی را کامل کنید.

۳/۵۶ یعنی ..... تا یکی و ..... تا دهم و ..... تا صدم.

یا ۳/۵۶ یعنی ..... تا یکی و ..... تا صدم.

۵ــ مقایسه کنید.

۰/۶۷ ◯ ۰/۶۷۷ ‌ ‌ ‌ ‌ ۰/۱۰۰ ◯ یک صدم ‌ ‌ ‌ ‌ ۰/۵ ◯ $\frac{۱}{۵}$

۱۲/۱۹ ◯ ۱۲/۰۹۴ ‌ ‌ ‌ ‌ ۸/۱۲۵ ◯ ۸/۳ ‌ ‌ ‌ ‌ ۰/۴۹ ◯ ۰/۰۴۹

۶ــ در جای مناسب اعداد زیر، علامت ممیّز بگذارید.

عرض کمد اتاق ۱۶۷ متر است.

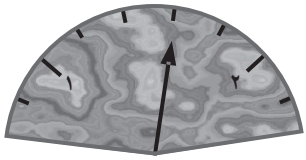
جرم یکی از پرتقال‌های ظرف میوه ۴۶۸ کیلوگرم است.

۷ــ اعداد زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

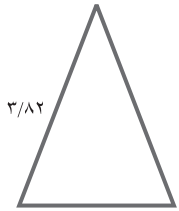
۵/۲ ــ ۵۰/۰۷ ــ ۵/۰۱۸ ــ $۵\frac{۹}{۱۰}$ ــ ۵/۰۷ ــ پنجاه و هفت صدم

۸ــ جمع و تفریق کنید.

$$\begin{array}{r} ۱۳/۹ \\ +\ ۵/۷ \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} ۵/۸ \\ -\ ۲/۲۶ \\ \hline \end{array}$$



۹ــ در صفحهٔ مدرج روبه‌رو، عقربه چه عدد اعشاری را نشان می‌دهد؟



۱۰ــ اگر محیط این مثلث متساوی‌الساقین ۹/۳ سانتی‌متر باشد اندازهٔ قاعده چند سانتی‌متر است؟

۱۱ــ عرض فرشی ۲/۹۵ متر و طول آن ۳/۷۶ متر است. سطح این فرش چند مترمربع است؟ اگر این فرش را در اتاقی به طول و عرض ۴/۵ و ۳/۲ متر بیندازیم چه سطحی از اتاق بدون فرش می‌ماند؟

۱۲ــ در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

۱۰۰۰ × ۴/۳۹ = ...

..... × ۰/۳۵۶ = ۳۵/۶

۲۰۰ × ۱۴/۷۵ = ...

..... × ۱۰۰ = ۱۹/۸

چک‌لیست ارزشیابی

۱ــ عددهای اعشاری تا مرتبهٔ هزارم را می‌خواند و می‌نویسد.

۲ــ رابطهٔ بین مرتبه‌ها اعم از اعشاری و غیراعشاری را درک می‌کند.

۳ــ گستردهٔ عدد اعشاری را می‌نویسد.

۴ــ عددهای اعشاری را با حذف ارقام اعشاری تقریب می‌زند.

۵ــ عددهای اعشاری را باهم مقایسه می‌کند.

۶ــ جای اعداد اعشاری را روی محور تشخیص می‌دهد.

۷ــ از اعداد اعشاری برای بیان واحدهای مختلف اندازه‌گیری استفاده می‌کند.

۸ــ جمع، تفریق و ضرب اعداد اعشاری را انجام می‌دهد.

۹ــ حاصل ضرب‌هایی مثل ۳/۴ × ۱۰۰ را بدون انجام ضرب می‌نویسد.

۱۰ــ الگوهای عددهای اعشاری را ادامه می‌دهد.

۱۱ــ مسئله‌های مربوطه را حل می‌کند.

درس اوّل

عددهای اعشاری

اهداف

۱ــ خواندن و نوشتن عددهای اعشاری تا مرتبهٔ هزارم

۲ــ درک روابط بین ارزش رقم‌های مختلف به‌خصوص از دهم به یکی

۳ــ نوشتن گستردهٔ عدد

۴ــ پیدا کردن عدد تقریبی مربوط به اعشار

۵ــ مقایسه و مرتب کردن عددها

۶ــ مرتبط کردن اعداد اعشاری و کسری و عدد مخلوط

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ نوارهای کسری

۲ــ شکل‌های مختلف مثل واحد لیتر و مربع‌های شطرنجی

روش تدریس

این درس ابتدا با یادآوری عدد مخلوط و عدد اعشاری تا مرتبهٔ دهم که درکلاس چهارم بوده وارد مبحث اعداد اعشاری شده و کسر را به اعشار ارتباط می‌دهد. در واقع عدد اعشاری همان کسر، عدد مخلوط است با این فرق که در کسر مخرج، هر عددی می‌تواند باشد ولی در عدد اعشاری مخرج ۱۰ یا توان‌هایی از ۱۰ است و به همین دلیل آن را در جدول ارزش مکانی دهدهی می‌توانیم نشان دهیم.

در اندازه‌گیری کمیت‌های مختلف مثل طول و سطح و حجم و گنجایش و جرم و ... بعضی مواقع می‌خواهیم اندازه‌ای را با واحدی مشخص بیان کنیم. مثلاً اندازهٔ قد یک فرد با واحد سانتی‌متر ۱۷۲ سانتی‌متر و با واحد متر ۱/۷۲ متر و ۲۵۰ سی‌سی در واحد لیتر ۰/۲۵ لیتر بیان می‌شود. در این

مواقع نیاز به نمایش اعشاری اعداد داریم. در فعالیت‌های درس سعی شده از اندازه‌ها در کمیت‌های مختلف به عنوان نمونه استفاده شود و حساسیت‌های اندازه‌گیری و بیان دقیق اندازه‌ها با استفاده از اعداد اعشاری به‌کار رود.

حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین ۲ به درک بزرگی و کوچکی اعداد و محدودهٔ آنها روی محور اعداد و پیوستگی اعداد اعشاری و کسری و ... کمک می‌کند.

در تمرین ۳ قسمت آخر دانش‌آموزان باید عددی بنویسند که از ۰/۶۱ بزرگ‌تر و از ۰/۶۲ کوچک‌تر باشد. می‌دانیم که بین هر دو عدد بی‌شمار عدد دیگر می‌توان پیدا کرد. مثلاً:

۰/۶۱ < ۰/۶۱۱ < ۰/۶۱۲ < ۰/۶۱۳ < ۰/۶۱۴ < ..... < ۰/۶۲

تمرین ۴ و ۵ کاربرد اعداد اعشاری در زندگی روزمره است. مثال‌های مشابهی در کلاس بیان کنید و آنها را عملاً اندازه بگیرید. عرض پاک‌کن ۳/۶ سانتی‌متر ــ ارتفاع اتاق ۳/۴ متر ــ دمای بدن ۳۹/۴ درجه ــ ۰/۲۵ لیتر آب در لیوان ــ فاصلهٔ ۳/۷۵ کیلومتر یا ۳۷/۵ کیلومتر (که البته برای دانش‌آموزانی که به شهر دیگر برای تحصیل می‌روند و یا ۰/۳۷۵ کیلومتر برای دانش‌آموزانی که مدرسه و منزلشان به هم نزدیک است.) ــ ۲۹/۵ لیتر بنزین.

توصیه‌های آموزشی

۱ــ هر مرتبه ده برابر مرتبهٔ کوچک‌تر از خود و یک دهم مرتبهٔ بزرگ‌تر از خود است. لازم است دانش‌آموزان با روش‌های مختلف این موضوع را درک کنند. محور، نمایش با شکل و یا با استفاده از کوئیزنر به این درک کمک خواهد کرد.

۲ــ بین هر دو عدد را می‌توان به ۱۰ قسمت تقسیم کرد و یک مرتبه در جدول ارزش مکانی برای بیان آن ساخت. این موضوع در محوری که باز شده بهتر مشاهده می‌شود، نمایش متحرک آن که در سایت mathsisfun قسمت اعداد اعشاری (decimal number) است را می‌توانید استفاده کنید.

۳ــ صفر جلوی اعداد اعشاری در اندازهٔ عدد تغییری ایجاد نمی‌کند. لذا ۰/۳ و ۰/۳۰ و ۰/۳۰۰ برابر است. تبدیل عدد اعشاری به کسر و استفاده از کسرهای مساوی در تفهیم این مطلب کمک می‌کند. ادامه دادن عددها با الگو که در کتاب آمده در این راستا طراحی شده است.

۴ــ گسترده نویسی عدد در درک جای عدد روی محور و پیدا کردن مقدار تقریبی عدد و جمع

و تفریق مؤثر است. با انجام مسابقه و فعالیت‌های عملی این موضوع را بسط دهید.

از کارت‌های رنگی مخصوص هر مرتبه و ساختن اعداد با کارت و وسایل مشابه می‌توانید استفاده کنید.

۵ــ در مواردی مثل ۰/۲۵ و ۲۰/۰۵ که خواندن یکسانی دارند از اصطلاح بیست واحد و پنج صدم برای ۲۰/۰۵ استفاده کنید.

بدفهمی‌های رایج

گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند عدد اعشاری عدد نیست و آنها را جزو اعداد دیگر به‌حساب نمی‌آورند. ارتباط اعداد اعشاری و کسری و عدد مخلوط و عدد معمولی (به رقم و به حروف) و نمایش همه با هم روی محور و مقایسهٔ همه نوع از این اعداد باهم در پیوستگی این فهم کمک می‌کند.

گاهی فکر می‌کنند قسمت اعشار عدد و قسمت صحیح از هم جداست. اگر ارتباط مرتبه‌های اعداد در جدول ارزش مکانی مخصوص ارتباط مرتبهٔ دهم و مرتبهٔ یکی خوب برقرار شده باشد کمتر دچار این مشکل خواهند شد. با استفاده از شکل و کوئیزنر و ادامه دادن اعداد روی این موضوع تمرین کنید.

گاهی هرچه ارقام عدد بیشتر باشد فکر می‌کنند عدد بزرگ‌تر است و به مرتبهٔ عدد توجه ندارند مثل :

۳/۷ < ۳/۶۹۸

ابتدا از دانش‌آموزان بخواهید اعداد را در جدول ارزش مکانی بگذارند و بعد مقایسه کنند. می‌توانند به‌جای رقم‌های صدم و هزارم در عددی مثل ۳/۷ رقم صفر قرار بدهند تا متوجه مقدار عدد بشوند. کم‌کم بدون جدول این کار را انجام دهند.

گاهی دانش‌آموز متوجه نیست که تمام اعدادی که فقط ارقام اعشاری دارند مثل ۰/۳۷۵ از صفر بزرگ‌تر و از یک کوچک‌ترند و روی محور جایی بین صفر و یک قرار خواهند گرفت و فکر می‌کنند این عدد خیلی بزرگ است.

مثال‌هایی از اشتباه‌های دیگر :

۴/۰۶۳ = ۴/۶۳	۰/۱۰۰ = یک صدم	$\frac{۱}{۷}$ = ۰/۷
۰/۰۲۳=۰/۲۳=۲۳	۰/۵۴ = ۰/۵۴۴	$\frac{۱}{۳۵}$ = ۱/۳۵
۴/۶۳۰ > ۴/۶۳	۴/۰۸۵ > ۴/۶۳	۴/۸ < ۴/۶۳

درس دوم

جمع عددهای اعشاری

اهداف

۱ــ جمع کردن اعداد اعشاری تا مرتبهٔ هزارم

۲ــ توجه به جمع کردن اعداد هم مرتبه با هم

۳ــ آشنایی با روش‌های مختلف جمع کردن (فقط در حد آشنایی)

۴ــ تقریب زدن قبل از محاسبه و مقایسه حاصل تقریبی و دقیق برای مطمئن شدن از حاصل دقیق

۵ــ استفاده از مهارت جمع‌کردن در حل مسائل روزمره

ابزار مورد نیاز : واحدهای مختلف مثل مربع‌های شطرنجی

روش تدریس

این فعالیت با پرداختن به مسائلی که جمع، راه حل آنهاست و حل کردن مسئله به روش‌های مختلف به انواع بازنمایی عملیات جمع می‌پردازد، جمع کردن روی محور و یک واحد، یک واحد به عدد قبلی اضافه کردن، گسترده دیدن عدد دومی و ...

مسئلهٔ اوّل : جمع کردن روی محور، عدد اوّلی را می‌سازیم (روی محور جلو می‌رویم). گستردهٔ عدد دومی را درنظر داریم و ابتدا یک واحد یک واحد یک واحد روی محور جلو می‌رویم و بعد به اندازهٔ رقم مرتبهٔ کوچک‌تر جلو می‌رویم به هر جا رسیدیم، حاصل است.

مسئلهٔ دومی : عدد اوّلی را داریم، گستردهٔ عدد دومی را درنظر می‌گیریم. از مرتبه‌های کوچک‌تر شروع می‌کنیم و به عدد اوّلی اضافه می‌کنیم و به حاصل مرتبهٔ بعدی و بعدی را اضافه می‌کنیم.

مسئلهٔ سومی : عدد اوّلی را داریم گستردهٔ عدد دوم را در نظر می‌گیریم، این بار برعکس دفعهٔ پیش از مرتبه‌های بزرگ‌تر به عدد اوّلی اضافه می‌کنیم و مرتبه به مرتبه جلو می‌رویم.

روش اخیر این مزیت را دارد که در مواردی که می‌خواهیم حدود جواب را بدانیم با یک عملیات به حاصل‌جمع واقعی نزدیک‌تر می‌شویم.

در نهایت همهٔ اعداد را در جدول ارزش مکانی می‌نویسیم و از مرتبهٔ کوچک‌تر همه را با هم جمع می‌کنیم.

هدف از این فعالیت این نیست که دانش‌آموز به تمام روش‌های مطرح شده تسلّط پیدا کند، بلکه با انواع روش‌ها فقط آشنا شود و در خلال آن به لزوم جمع و یا تفریق کردن اعداد هم مرتبه با هم و در صورت لزوم انتقال به مرتبهٔ بعدی برسد.

در کار در کلاس دانش‌آموزان باید به جدول ارزش مکانی تسلط داشته باشند و خودشان اعداد را در جدول و سپس بدون جدول حل کنند یکی از اهداف ضمنی طرح مسئله‌های مرتبط به بنزین در این درس‌ها، ایجاد نگرش استفاده از وسایل حمل و نقل عمومی و صرفه‌جویی در مصرف بنزین است که خود مزایای متعددی دارد.

حل بعضی از تمرین‌ها

در تمرین ۲ علاوه بر مهارت جمع‌کردن، پیدا کردن حدود جواب مدنظر قرار گرفته، با توجه به اینکه ۱/۹۹ به ۲ خیلی نزدیک است حاصل تقریباً ۸ = ۲ × ۴ واحد به عدد اوّل اضافه می‌شود.

تمرین ۴ را می‌توان بسط داد و بازی‌های مشابه در کلاس انجام داد :

بزرگ‌ترین عدد ⟵	۸/۷۶۹
کوچک‌ترین عدد ⟵	+ ۲/۳۴۱
	۱۱/۱۱۰

یکی از توانمندی‌های دانش‌آموزان خواندن اعداد در وسایل مدرج است که در تمرین آخر به آن پرداخته شده، خوب است دانش‌آموزان با واحدهای مختلف و اندازه‌های مختلف تمرین‌های مشابهی در این زمینه انجام دهند.

توصیه‌های آموزشی

با مثال‌های متنوع انتقال از دهم به یکی را تمرین کنید و سپس انتقال از صدم به دهم و از هزارم به صدم. دانش‌آموزان می‌توانند با رنگ کردن و با ابزارهایی مثل کوئیزنر این کار را عملاً تجربه کنند.

جمع ذهنی را تمرین کنید. خوب است هر دانش‌آموز مسیر فکری خود را برای جمع کردن در کلاس بیان کند.

در مواقعی که اعداد، مرتبهٔ صدم و یا هزارم ندارند و با اعدادی که این مرتبه‌ها را دارند جمع می‌شوند، توجه شود که دانش‌آموزان اعداد هم‌مرتبه را با هم جمع کنند و برای راحتی کار می‌توانند در رقم صدم و یا هزارم دستهٔ اوّل صفر بگذارند.

قبل از جمع کردن، حدود اعداد را با حذف ارقام اعشاری پیدا کنند و حاصل تقریبی را به‌دست آورند که اگر درجاگذاری رقم‌ها در مرتبه‌ها اشتباه کردند به این وسیله متوجه شوند.

خوب است از دانش‌آموزان پرسیده شود که ۱۱/۹۱ به ۱۱ نزدیک‌تر است یا ۱۲ و در نتیجه ۱۲ تقریب بهتری خواهد بود.

بدفهمی‌های رایج

یکی از بدفهمی‌ها عدم انتقال حاصل‌جمع دهم‌ها به یکان است.

$$\begin{array}{r} ۵/۸ \\ +۱/۵ \\ \hline ۶/۱۳ \end{array}$$

اگر دانش‌آموز مرتبه‌های اعشاری را جدا از مرتبه‌های دیگر ببیند این مشکل به‌وجود می‌آید.

تأکید ارتباط این مرتبه‌ها در حل این مشکل کمک می‌کند. کارهای عملی و محاسبات ذهنی می‌تواند در رفع آن مؤثر باشد.

گاهی هم دانش‌آموزان ارقام اعداد را در جای درست قرار نمی‌دهند و هنگام جمع بدون توجّه به مرتبه‌ها جمع می‌کنند.

از آنها بخواهید ابتدا اعداد را زیر هم و در جدول ارزش مکانی جمع کنند تا کم‌کم مشکل رفع گردد.

۹/۳۲ + ۴/۶ = ۹/۷۸

درس سوم

تفریق اعشار

اهداف

۱ــ تفریق اعداد اعشاری تا مرتبهٔ هزارم

۲ــ توجه به مرتبه‌های اعداد هنگام تفریق

۳ــ آشنایی با روش‌های مختلف تفریق

۴ــ تقریب زدن قبل از محاسبه و مقایسهٔ حاصل تقریبی و دقیق برای مطمئن شدن از حاصل دقیق

۵ــ استفاده از مهارت تفریق در حل مسائل روزمره

ابزار مورد نیاز : واحدهای مربع شطرنجی و امثال آن

روش تدریس

مشابه درس جمع دانش‌آموزان با روش‌های مختلف تفریق آشنا می‌شوند. لازم نیست دانش‌آموزان به همهٔ این روش‌ها تسلط پیدا کنند و درنهایت به یک روش مسلط شوند و عملیات جمع یا تفریق را به‌درستی و سریع انجام دهند، کافی است. در خلال روش‌های مختلف جمع و تفریق ضمن آشنا شدن با راه‌های متفاوت آنها هم می‌توانند روشی را خود ابداع کنند و درستی آن را امتحان کنند. خوب است دانش‌آموزان تشویق شوند که مسیر فکری خود را برای خود و دیگران بیان‌کنند تا هم خودشان متوجه فکرهای خود شوند و هم دیگران از فکرهای متفاوت از خودشان و راه‌های دیگر باخبر شوند. در ضمن در اکثر مواقعی که دانش‌آموزان دچار مشکل هستند وقتی معلّم آنها را هدایت می‌کند که فکرهای خود را بلند بیان کنند مشکل‌شان خود به‌خود حل می‌شود. و در مواردی هم که حل نمی‌شود معلم متوجه گرهٔ کار می‌شود.

در انواع روش‌های مختلف تأکید بر جمع و تفریق ارقام هم مرتبه ضروری است.

حل بعضی از تمرین‌ها

در تمرین آخر تمام زمان اعضای گروه‌ها که واحد ثانیه دارند را جداگانه جمع و اختلاف این دو زمان را پیدا می‌کنیم. (در اندازه‌گیری زمان مسابقات معمولاً تا صدم ثانیه را هم حساب می‌کنند.)

گروه تلاش ۱۲/۴۵ + ۱۴/۰۹ + ۱۱/۰۱۸ + ۲۰/۰۳ = ۵۷/۷۵ ثانیه

گروه امید ۱۵/۱۷ + ۱۰/۲ + ۱۲/۳۶ + ۱۸/۵ = ۵۶/۲۳ ثانیه

اختلاف زمان ثانیه ۵۷/۷۵ − ۵۶/۲۳ = ۱/۵۲

توصیه‌های آموزشی

ــ از دانش‌آموزان بخواهید مسیر فکری خود را هنگام تفریق بیان کنند.

ــ تا جایی که ممکن است مهارت محاسبات ذهنی آنها را تقویت کنید و با بازی و مسابقه روی سرعت محاسبات کار کنید.

ــ دانش‌آموزان می‌توانند از جدول ارزش مکانی برای عملیات استفاده کنند. ولی در نهایت باید بتوانند بدون جدول هم محاسبه کنند.

ــ از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های خود روشی جدید برای عملیات جمع یا تفریق ابداع کنند و درستی آن را امتحان کنند.

ــ اگر دانش‌آموزان گستردهٔ عدد را در ذهن داشته باشند عملیات را راحت‌تر انجام خواهند داد.

ــ روی آخرین سؤال کار در کلاس وقت بگذارید و پاسخ‌های متفاوت از دانش‌آموزان بخواهید.

این موضوع درک بی‌شمار بودن و این که اعداد اعشاری که فقط رقم اعشاری دارند بین صفر و یک هستند را توسعه می‌بخشد.

بدفهمی‌های رایج

ــ ممکن است دانش‌آموزان مرتبه‌ها را در عملیات درنظر نگیرند. اگر قبل از محاسبه حدود جواب را حدس بزنند در پیشگیری از محاسبات غلط مؤثر خواهد بود.

ــ در مواقعی که رقم‌های اعشاری عدد دوم از عدد اوّلی بیشتر است، دانش‌آموزان می‌توانند به‌جای رقم‌های صدم و یا هزارم صفر بگذارند و سپس عملیات را انجام دهند:

۲/۳	۱ ۱۲ ۱۰ ~~۲~~/~~۳~~ ۰
−۱/۶۷	−۱/ ۶ ۷
	۰/۶ ۳

درس چهارم

ضرب اعشار

اهداف

۱ــ ضرب اعداد اعشاری تا مرتبهٔ هزارم

۲ــ تسلط بر قانون ضرب اعدادی مثل ۱۰ و ۱۰۰ و... در اعداد اعشاری

۳ــ ارتباط اعداد کسری و اعشاری

۴ــ تقریب زدن حدود حاصل‌ضرب

۵ــ به‌کارگیری مهارت ضرب در حل مسائل مربوطه

ابزار مورد نیاز : ماشین‌حساب

روش تدریس

در این درس دانش‌آموزان با استفاده از جمع و ارتباط آن با ضرب پاسخ سؤالات را به‌دست می‌آورند و به‌روش استقرایی با توجه به رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب و رقم‌های اعشاری حاصل‌ضرب به قانون آن پی می‌برند و سپس اعداد اعشاری را به کسر تبدیل و حاصل‌ضرب را به‌دست می‌آورند و با تبدیل دوبارهٔ آن به اعداد اعشاری صحّت قاعده‌ای که در قسمت قبل به‌دست آوردند را تجربه می‌کنند.

در فعالیت بعدی یکی از عامل‌های ضرب اعداد صفردار مثل ۱۰ و ۱۰۰ و ۲۰۰ و... هستند که در اعداد اعشاری ضرب می‌شوند. دانش‌آموزان حاصل این ضرب‌ها را با ماشین‌حساب پیدا می‌کنند و به روش استقرایی متوجه تأثیر صفرعامل‌های ضرب در جای ممیز حاصل‌ضرب می‌شوند.

بعد از این قانون استفاده می‌کنند و ضرب‌های دیگر را انجام می‌دهند.

حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین ۴ به این هدف طراحی شده که دانش‌آموزان موضوع زیر را فقط ببینند.

ــ هر عدد را در عددی کوچک‌تر از یک ضرب کنیم حاصل از عدد اوّل کوچک‌تر می‌شود.

$b < ۱$

$a \,.\, b = ab \qquad ab < a$

مثال : $۰/۳ < ۱$

$۵ \times ۰/۳ = ۱/۵ \qquad ۱/۵ < ۵$

مثال دیگر : $\frac{۲}{۳} < ۱$

$\frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳} \qquad \frac{۱}{۳} < \frac{۱}{۲}$

ــ هر عدد را در عددی بزرگ‌تر از یک ضرب کنیم حاصل از عدد اوّل بزرگ‌تر می‌شود.

$b > ۱$

$a \,.\, b = ab \qquad ab > a$

مثال : $۱/۵ > ۱$

$۵ \times ۱/۵ = ۷/۵ \qquad ۷/۵ > ۵$

مثال دیگر : $\frac{۴}{۳} > ۱$

$\frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۲}{۳} \qquad \frac{۲}{۳} > \frac{۱}{۲}$

ــ و بدیهی است که اگر عددی را در یک ضرب کنیم نه کوچک می‌شود و نه بزرگ و خود همان عدد می‌شود.

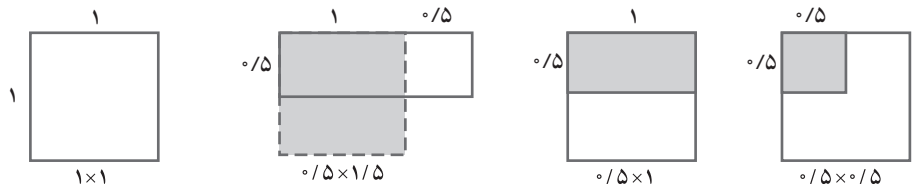
$۵ \times ۱ = ۵$

دانش‌آموزان معمولاً این تصور را دارند که اگر عددی را در عددی ضرب کنیم حاصل بزرگ‌تر می‌شود و نمی‌توانند بپذیرند که ضرب می‌تواند باعث کوچک‌شدن عدد هم بشود. آنها معمولاً از ضرب مفهوم چند برابر شدن را درک می‌کنند.

با استفاده از نشان دادن ضرب روی مساحت به درک درست از ضرب می‌توانیم کمک کنیم.

از دانش‌آموزان توانمندتر بخواهید ابتدا سطح ۱ × ۱ را بکشند و سپس ضرب‌های زیر را به ترتیب روی شکل نشان دهند.

و از آنها بخواهید در مورد تأثیر عامل ضرب در حاصل ضرب فکر کنند.



در تمرین ۷ در واقع اعداد بسیاری می‌توان پیدا کرد که حاصل‌ضرب ۰/۳۶ داشته باشند.

این سؤال علاوه بر تمرین روی عامل‌های ضرب و جای ممیز در حاصل‌ضرب و تأثیر عامل‌های صفردار روی حاصل‌ضرب به هدف داشتن تصور درستی از ۰/۳۶ مترمربع طراحی شده است. برای این کار اندازه‌های عامل‌های ضرب با تأکید بر واحد هر کدام باید مشخص شوند مثلاً:

۰/۳۶ مترمربع = ۰/۶ متر × ۰/۶ متر

یعنی مربعی به ضلع ۶۰ سانتی‌متر که می‌تواند سطح یک میز یک نفره باشد

۰/۳۶ = ۶ متر × ۰/۰۶ متر

این اندازه هم می‌تواند درست باشد ولی باید چیزی پیدا کنیم که عرض ۶ سانتی‌متر و طول ۶ متر داشته باشد.

و این باید چیزی به عرض ۴ میلی‌متر و طول ۹۰ متر باشد!

۹۰×۰/۰۰۴=۰/۳۶

وقتی از دانش‌آموزان بخواهیم برای اندازه‌هایی که انتخاب کردند یک مثال واقعی بزنند این فرصت را به آنها می‌دهیم تا در مورد اندازه‌های واقعی و ارتباط آن با اعشار فکر کنند و کم‌کم تخمین بهتری از اندازه‌ها داشته باشند.

پس از آموزش درس حجم می‌توانید با سؤالاتی مشابه، دانش‌آموزان را به این نکته متوجه کنید که برای حجم حتماً باید سه تا عدد داشته باشیم و آنها لازم است ۳ تا اندازهٔ طولی را تخمین بزنند که حاصل‌ضربی مثلاً برابر ۰/۳۶ متر مکعب داشته باشد.

در تمرین ۸ :

مثال :

۳/۶×۲=۷/۲	۰/۲×۲=۰/۴
۰/۳۶×۲۰=۷/۲	۰/۱×۴=۰/۴
۰/۹×۸=۷/۲	۰/۰۰۱×۴۰۰=۰/۴

توصیه‌های آموزشی

ــ قبل از شروع درس، ارتباط جمع و ضرب را یادآوری کنید. همچنین دانش‌آموزان به کلمه‌های عامل ضرب و حاصل‌ضرب کاملاً واقف باشند.

ــ می‌توانید از ماشین‌حساب کمک بگیرید و مثال‌های متفاوتی از ضرب عددهای اعشاری کار کنید. خودتان را به حاصل‌ضرب‌هایی محدود نکنید که فقط تا مرتبهٔ هزارم دارند. سعی کنید تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب را هر بار تغییر دهید.

توجه دانش‌آموزان را به ارتباط تعداد رقم‌های اعشاری حاصل‌ضرب و تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب جلب کنید.

مثال $\underbrace{۲/۳۷}_{\text{۲ رقم}} \times \underbrace{۰/۲}_{\text{۱ رقم}} = \underbrace{۰/۴۷۴}_{\text{۳ رقم}}$

$\underbrace{۲۳۷}_{\text{۰ رقم}} \times \underbrace{۰/۰۰۲}_{\text{۳ رقم}} = \underbrace{۰/۴۷۴}_{\text{۳ رقم}}$

$\underbrace{۲۳/۷}_{\text{۱ رقم}} \times \underbrace{۰/۰۲}_{\text{۲ رقم}} = \underbrace{۰/۴۷۴}_{\text{۳ رقم}}$

ــ از دانش‌آموزان بخواهید مثال‌هایی که کار کردید را به کسر تبدیل کنند و حاصل کسری را دوباره به اعشار تبدیل کنند. و از آنها در مورد تعداد رقم‌های اعشاری حاصل‌ضرب و عامل‌های ضرب سؤال کنید.

$۲\frac{۳۷}{۱۰۰} = \frac{۲۳۷}{۱۰۰}$ $\qquad$ $\frac{۲۳۷}{۱۰۰} \times \frac{۲}{۱۰} = \frac{۴۷۴}{۱۰۰۰} = ۰/۴۷۴$

$۲۳۷ \times \frac{۲}{۱۰۰۰} = \frac{۴۷۴}{۱۰۰۰} = ۰/۴۷۴$

$۲۳\frac{۷}{۱۰} = \frac{۲۳۷}{۱۰}$ $\qquad$ $\frac{۲۳۷}{۱۰} \times \frac{۲}{۱۰۰} = \frac{۴۷۴}{۱۰۰۰} = ۰/۴۷۴$

ــ پس از به‌دست آوردن قانون ضرب و تسلط کامل مثال‌هایی بدهید که سمت راست‌ترین رقم یکی از عامل‌ها ۵ و سمت راست‌ترین رقم عامل دیگر ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ باشد. دانش‌آموزان توجه کنند که صفر به‌دست آمده هم یکی از رقم‌های اعشاری حاصل‌ضرب است.

$$\underbrace{۰/۳۵}_{\text{۲ رقم}} \times \underbrace{۰/۴}_{\text{۱ رقم}} = \underbrace{۰/۱۴۰}_{\text{۳ رقم}}$$

ــ و مثال‌هایی چون :

$$\underbrace{۰/۲۰۰}_{\text{۳ رقم}} \times \underbrace{۰/۴۰}_{\text{۲ رقم}} = \underbrace{۰/۰۸۰۰۰}_{\text{۵ رقم}}$$

و

$$\underbrace{۰/۲}_{\text{۱ رقم}} \times \underbrace{۰/۴}_{\text{۱ رقم}} = \underbrace{۰/۰۸}_{\text{۲ رقم}}$$

۰/۲۰۰ =۰/۲ و ۰/۴۰=۰/۴ و ۰/۰۸۰۰۰=۰/۰۸

ــ در آموزش فعالیت بعدی نیز دانش‌آموز می‌تواند با استفاده از ماشین‌حساب ضرب‌ها را انجام دهد و به ارتباط صفرهای عامل ضرب و تأثیر آن در جای ممیز حاصل‌ضرب پی ببرد.

ــ در این قسمت هم پس از تسلط کامل مثال‌هایی نظیر

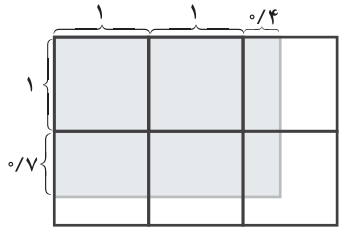
$\underbrace{۰/۵}_{\text{۱ رقم}} \times ۲۰۰ = \underbrace{۱۰۰/۰}_{\text{۱ رقم}} = ۱۰۰$ را کار کنید.

و توجه دانش‌آموزان را به صفرهای حاصل‌ضرب و تعداد رقم‌های اعشاری جلب کنید.

ــ از دانش‌آموزان بخواهید همانند درس ضرب کسرها، اعداد اعشاری را نیز روی مساحت نمایش دهند.

۲/۴ × ۱/۷

$$\begin{array}{rl} ۲/۴ & \\ \times\ ۱/۷ & \\ \hline ۲ & \leftarrow ۲ \times ۱ \\ ۱/۴ & \leftarrow ۲ \times ۰/۷ \\ ۰/۴ & \leftarrow ۰/۴ \times ۱ \\ +\ ۰/۲۸ & \leftarrow ۰/۴ \times ۰/۷ \\ \hline ۴/۰۸ & \end{array}$$



$$۲/۴ \times ۱/۷ = (۲ \times ۱) + (۲ \times ۰/۷) + (۰/۴ \times ۱) + (۰/۴ \times ۰/۷)$$
$$= ۲ + ۱/۴ + ۰/۴ + ۰/۲۸$$
$$= ۴/۰۸$$

ــ برای دانش‌آموزان توانمندتر می‌توانید به این نکته اشاره کنید که چون ۲/۴ بین ۲ و ۳ است و ۱/۷ بین ۱ و ۲ است پس حاصل‌ضرب بین ۲ و ۶ است :

$$۲ < ۲/۴ < ۳$$
$$۱ < ۱/۷ < ۲$$
$$۲ \times ۱ = ۲ < ۲/۴ \times ۱/۷ < ۲ \times ۳ = ۶$$

و این موضوع از روی شکل پیداست.

ــ همچنین دانش‌آموزان توانمندتر می‌توانند به نکته‌ای که در قسمت «حل بعضی از تمرین‌ها» گفته شد بپردازند.

بدفهمی‌های رایج

گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند تعداد رقم‌های اعشاری دو عامل ضرب را باید درهم ضرب کنند و در حاصل‌ضرب تأثیر بدهند. هنگام تدریس به این نکته توجه کنید که تعداد رقم‌های اعشاری عامل‌های ضرب با هم جمع می‌شود.

در مواردی که سمت راست‌ترین رقم عامل‌های ضرب ۵ و اعداد زوج هستند توجه کنند که صفر حاصل‌ضرب را در تعداد رقم‌ها به حساب بیاورند.

ــ گاهی دانش‌آموزان فکر می‌کنند با عمل ضرب همیشه حاصل‌ضرب بزرگ‌تر می‌شود که در قسمت «حل بعضی از تمرین‌ها» به این موضوع اشاره شد.

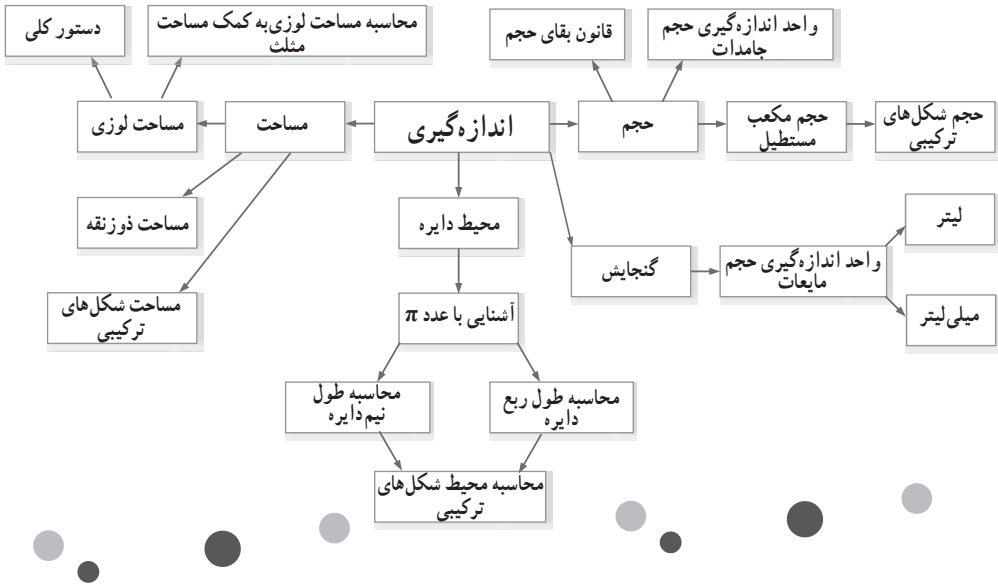
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۶ اندازه‌گیری

نگاه کلی به فصل

این فصل، شامل ۴ درس است. در درس اوّل مساحت لوزی و ذوزنقه در قالب فعالیت معرفی خواهد شد، درس دوم به اندازه‌گیری محیط دایره اختصاص یافته و ضمن آن عدد π به دانش‌آموزان معرفی می‌شود. درس سوم به معرفی حجم اختصاص داده شده است. در این درس مفاهیم بقای حجم، ضرورت نیاز به واحد دقیق برای اندازه‌گیری حجم اجسام و در نهایت دستور محاسبه حجم مکعب مستطیل ارائه می‌شود و از دانش‌آموز انتظار می‌رود حجم شکل‌های ترکیبی را نیز بتواند محاسبه کند. درس پایانی این فصل به مفهوم گنجایش پرداخته و در واقع جمع‌بندی از مفاهیم مربوط به گنجایش که در پایه‌های تحصیلی پیشین مطرح شده است، ارائه می‌شود. در این فصل واحدهای اندازه‌گیری لیتر و سی‌سی (میلی‌لیتر، سانتی‌متر مکعب) معرفی می‌شود و توصیه می‌شود واحدهای دیگر اندازه‌گیری مثل مترمکعب مطرح نشود.

شبکه مفهومی



تصویر عنوانی

هدف از صفحهٔ عنوانی جلب توجه دانش‌آموز به محیط اطراف و اشاره به مظاهری از کاربرد ریاضیات در طبیعت پیرامونی یا دست‌سازه‌های بشر است. با این هدف که دانش‌آموز، ریاضیات را چیزی بیگانه از زندگی نداند. از طرف دیگر سعی مؤلفین این کتاب بر این بوده است که در تنظیم محتوا نگاهی جامع به سراسر کشور داشته باشند. لذا صفحهٔ عنوانی به معرفی میدان امام همدان به‌عنوان یکی از آثار ملی اختصاص یافت. طراحی این میدان به شکل دایره با ۶ خیابان منشعب از آن است و به همین لحاظ، نماد شهرسازی مدرن قلمداد شده است. معماری این میدان بسیار شبیه به میدان حسن‌آباد تهران است.

درس اوّل

مساحت لوزی و ذوزنقه

اهداف

۱ــ ذوزنقه و لوزی را بشناسد و بتواند در اطراف خود به نمونه‌هایی از آن اشاره کند.

۲ــ فرمول محاسبه مساحت لوزی را بداند.

۳ــ بتواند مساحت لوزی را با داشتن اندازه قطرها محاسبه کند.

۴ــ فرمول محاسبه مساحت ذوزنقه را بداند.

۵ــ بتواند مساحت ذوزنقه را با داشتن اندازهٔ قاعده‌ها و ارتفاع محاسبه کند.

۶ــ بتواند مساحت شکل‌های ترکیبی را محاسبه کند.

۷ــ قانون بقای مساحت را بداند و بتواند از آن استفاده کند.

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ کاغذ رنگی

۲ــ قیچی

روش تدریس

فعالیت اوّل فقط به قصد ایجاد انگیزه و جلب توجه دانش‌آموز به محیط اطراف و تأکید بر کاربرد اشکال هندسی در زندگی روزمره است. در تصویر میانی اشارهٔ دانش‌آموز به لوزی یا متوازی‌الاضلاع هر دو صحیح است.

فعالیت دوم در واقع پیش نیاز فعالیت ۳ است. به این معنا که ویژگی‌های چهارضلعی‌ها مرور می‌شود و بر ویژگی عمودمنصف‌بودن قطرها در لوزی تأکید می‌شود. چرا که در فعالیت ۳ محاسبه مساحت لوزی بدون درنظر داشتن این ویژگی ممکن نخواهد بود.

در فعالیت ۳ هدف این است کــه مساحت لوزی بـه کمک مساحت شکل‌هایی کـه پیش از این،

دانش‌آموز با مساحت آن آشناست محاسبه شود و رسیدن به دستور کلی محاسبهٔ مساحت لوزی مدنظر نیست.

در این روش با رویکرد استفاده از راهبردهای چندگانه، مساحت لوزی به کمک تقسیم آن به چهار مثلث، تقسیم به دو مثلث بالایی و پایینی و تقسیم به دو مثلث چپ و راست قابل محاسبه است.

این فعالیت فهم عمیق را مدنظر دارد و فعالیت ۴ به جهت دستیابی به سرعت در محاسبات طراحی شده است. در این کتاب سعی شده است بین آموزش رویه‌ای و آموزش مفهومی تعادل برقرار باشد.

در فعالیت ۴، محاسبهٔ دستور کلی مساحت لوزی به کمک مساحت مستطیل آموزش داده می‌شود و در پایان به جهت سهولت مطالعات بعدی برای دانش‌آموز، هدف کلی این درس (دستور کلی محاسبه مساحت لوزی) داخل کادر پایین صفحه ارائه شده است.

فعالیت بعدی با روش مشابه، محاسبه دستور کلی مساحت ذوزنقه را درنظر دارد و انتظار می‌رود دانش‌آموز با کمک معلم و دوستانش بتواند با پرکردن جاهای خالی به‌دستور کلی دست پیدا کند.

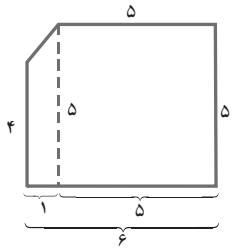
حل بعضی تمرین‌ها

کار در کلاس صفحه ۱۰۸

روش اوّل :

مساحت مربع + مساحت ذوزنقه = مساحت شکل

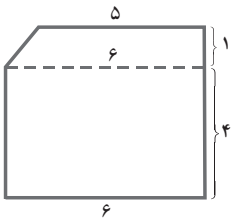
$$= \frac{(۵+۴)\times ۱}{۲} + ۵\times ۵ = ۴/۵ + ۲۵ = ۲۹/۵ \quad \text{یا} \quad \frac{۹}{۲} + ۲۵$$



روش دوم :

مساحت مستطیل + مساحت ذوزنقه = مساحت شکل

$$= \frac{(۵+۶)\times ۱}{۲} + ۴\times ۶ = ۵/۵ + ۲۴ = ۲۹/۵$$



تمرین ۱ــ صفحه ۱۰۹ : ایدهٔ این تمرین برگرفته از مطالعات تیمز است. محاسبهٔ ساق ذوزنقه و قاعده بزرگ آن با توجه به شکل‌ها قابل محاسبه است. ساق ذوزنقه با توجه به شکل اوّل و سوم با ضلع مربع یکی است و لذا ۲ سانتی‌متر است و قاعده بزرگ ذوزنقه با توجه به شکل میانی دو برابر ضلع مربع و ۴ است.

مساحت تمامی شکل‌ها با هم برابر است و نیازی به محاسبه نیست (قانون بقای مساحت)

ولی محیط شکل‌ها با هم متفاوت است.

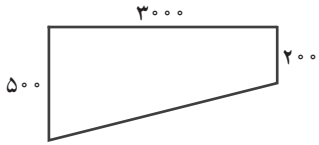
محیط شکل نیما = ۹ × ۲ = ۱۸

محیط شکل ایمان = ۷ × ۲ = ۱۴

محیط شکل امین = ۹ × ۲ = ۱۸

تمرین ۳ : این مسئله جزء مسائل باز پاسخ است که با منظورکردن اعداد کسری و اعشاری بی‌نهایت جواب دارد، لذا برای راحتی محاسبات پاسخ را به ۳ مورد محدود کرده‌ایم. مثال : {۴ و ۳} یا {۱۲ و ۱} یا {۶ و ۲}

تمرین ۴ : در این فعالیت محاسبهٔ مساحت دیوارهٔ استخر مدنظر است. فقط یک دیواره و آن هم ذوزنقه‌ای است که در تصویر کتاب مشخص است. برای محاسبه بهتر است ابتدا اندازه‌ها برحسب سانتی‌متر نوشته شود که برای پاسخ‌گویی به قسمت (ب) مشکلی پیش نیاید. به این ترتیب :



$$\Rightarrow \text{مساحت دیواره} = \frac{(۲۰۰+۵۰۰)\times ۳۰۰۰}{۲} = ۱۰۵۰۰۰۰$$

$$\text{مساحت هر کاشی لوزی شکل} = \frac{۱۰\times ۱۰}{۲} = ۵۰ \xrightarrow[\text{تعداد کاشی لازم}]{} \frac{۱۰۵۰۰۰۰}{۵۰} = ۲۱۰۰$$ کاشی لازم است.

تمرین ۵ : با توجه به رنگ‌ها در شکل میانی مساحت دو ذوزنقهٔ چپ و راست و همین‌طور مساحت دو ذوزنقهٔ بالایی و پایینی برابر است.

همین‌طور در شکل سمت راست، همرنگ بودن لوزی‌ها به این معناست که مساحت آنها با هم یکی است. بنابراین مساحت کل شکل ۸ برابر مساحت یکی از لوزی‌ها خواهد بود.

$$\text{مساحت لوزی} = (۳ \times ۱) \div ۲ = \frac{۳}{۲}$$

$$\text{مساحت کل شکل} = ۸ \times \frac{۳}{۲} = ۱۲$$

تمرین ۶ : با توجه به شکل، قطر کوچک لوزی با عرض نوار مستطیل‌شکل برابر و 5cm است.

قطر بزرگ لوزی $\frac{۱}{۵}$ طول نوار مستطیل‌شکل و لذا ۸ سانتی‌متر است.

روش ۱ : این مسئله می‌تواند با محاسبه مستقیم حل شود.

مساحت یک لوزی = (۵ × ۸) ÷ ۲ = ۲۰

مساحت تمام لوزی‌ها = ۲۰ ×۵ = ۱۰۰

مساحت مستطیل = ۴۰ × ۵ = ۲۰۰ ⇒ نصف مساحت نوار رنگ شده است.

روش ۲ : به کمک فعالیتی که برای پیداکردن دستور مساحت لوزی انجام شد مساحت هر لوزی نصف مستطیلی است که در آن احاطه شده است. پس مساحت کل قسمت رنگی نصف مساحت نوار است.

روش ۳ : به کمک شمارش قسمت‌های رنگی همین پاسخ به دست خواهد آمد.

بدفهمی‌ها

معمولاً دانش‌آموزان فقط شکل را برای ذوزنقه به رسمیت می‌شناسند لذا در این درس سعی شده است ذوزنقه در انواع شکل‌های آن اعم از ؛ و به دانش‌آموزان معرفی شود.

به همین لحاظ در فعالیت ۲ هم ذوزنقه در حالت کاملاً کلی ارائه شده است. (متساوی‌الساقین یا قائم‌الزاویه نیست).

درس دوم

محیط دایره

اهداف

۱ــ تمام اجزاء دایره را بشناسد.

۲ــ فرمول محیط دایره را بداند و بتواند محیط دایره را محاسبه کند.

۳ــ با عدد π تا دورقم اعشار آشنا شود.

۴ــ بداند که افزایش و کاهش اندازهٔ شعاع، افزایش و کاهش محیط را موجب می‌شود.

۵ــ مفهوم نیم‌دایره و ربع دایره را بداند.

۶ ــ بتواند محیط شکل‌های ترکیبی را محاسبه کند.

۷ــ کار با ابزار هندسی نظیر خط‌کش و پرگار را بداند.

روش تدریس

شروع درس با ارائهٔ فعالیتی است که با زندگی روزمره ارتباطی نزدیک دارد و علاوه بر آن مرور و یادآوری یادگیری‌های قبلی دانش‌آموز در مورد دایره مدنظر است.

هدف فعالیت شماره ۲ نیز این است که دانش‌آموز متوجه شود با افزایش تعداد اضلاع چندضلعی محاط داخل دایره، اندازهٔ محیط چندضلعی به محیط دایره نزدیک‌تر می‌شود.

در فعالیت ۳ پس از مرور اجزاء دایره، هدف، ابتدا آشنایی با مقدار عدد π است و در نهایت به کمک جدول ارائه شده و اندازه‌های داخل آن و به کمک استفاده از ماشین‌حساب و تقسیم محیط دایره بر قطر آن، انتظار می‌رود دانش‌آموز به عدد تقریبی ۳ اشاره کند.

در نهایت معلم مقدار دقیق‌تر این عبارت یعنی ۳/۱۴ را به عنوان عدد π به دانش‌آموزان معرفی می‌کند.

با مقایسه ستون دوم و سوم جدول انتظار می‌رود فرمول محیط دایره توسط دانش‌آموزان و با همکاری معلم قابل دستیابی باشد.

قسمت (ت) این فعالیت به این منظور طراحی شده است که دانش‌آموز متوجه شود تغییر واحد

اندازه‌گیری از ۲ سانتی‌متر به ۲ متر، محیط را از سانتی‌متر به متر تبدیل می‌کند و محاسبهٔ مجدد محیط دایره ضرورتی ندارد.

حل برخی تمرین‌ها

کار در کلاس ۱ صفحه ۱۱۱ : دانش‌آموز برای اندازه‌گیری قطر اجسام دایره‌ای اطراف خود نیاز به کمک دوستان و معلم دارد. برای مثال نیاز دارد متوجه شود خط‌کش را آن‌قدر روی لبهٔ لیوان جابه‌جا کند که بیشترین اندازه را به قطر نسبت دهد.

فعالیت صفحه ۱۱۱ : هدف این است که به کمک عقربه‌های ساعت و مفاهیم نیم ساعت و ربع ساعت، نیم دایره و ربع دایره در ذهن دانش‌آموز مفهوم عمیق‌تری پیدا کند.

کار درکلاس صفحه ۱۱۲ : برای پیدا کردن محیط شکل‌های ترکیبی جهت فلش‌ها نشان‌دهندهٔ تأکید بر این مطلب است که در محاسبهٔ محیط، حرکت از یک نقطه آغاز شده و به همان نقطه بازخواهیم گشت. علاوه بر این تقویت گفتمان ریاضی هم مدنظر است و تأکید بر این است که دانش‌آموز ابتدا به زبان خود اندازهٔ خط‌های لازم را بنویسد و بعد به محاسبه بپردازد. برای مثال محیط شکل سمت راست :

شعاع دایره بزرگ + نصف محیط دایره کوچک + نصف محیط دایره بزرگ = محیط شکل

$$= \frac{(۱۰\times ۳)}{۲} + \frac{۵\times ۳}{۲} + ۵ = ۱۵ + ۷/۵ + ۵ = ۲۷/۵$$

تمرین ۳ صفحه ۱۱۲ : محیط شکل سمت چپ :

$\frac{۳}{۴}$ از محیط دایره + شعاع + شعاع = محیط شکل

$$= ۱۰ + ۱۰ + (۲۰ \times ۳) \times \frac{۳}{۴} = ۱۰ + ۱۰ + ۴۵ = ۶۵$$

در تمرین‌هایی که لازم است مقدار عدد π برابر ۳ درنظر گرفته شود، این مطلب داخل پرانتز ذکر شده است. در بقیه تمرین‌ها پیشنهاد می‌شود مقدار π برابر ۳/۱۴ منظور شود.

بدفهمی‌ها

مهم‌ترین بدفهمی این فصل به محاسبه محیط برمی‌گردد. لازم است با ارائهٔ تمرین‌های مناسب تفاوت محیط شکل‌های زیر برای دانش‌آموز مشخص شود. به‌طور مثال محیط برابر است با نصف محیط دایره و محیط شکل برابر است با نصف محیط دایره + طول قطر دایره.

درس سوم

حجم

اهداف

۱ــ قانون بقای حجم را بداند و به‌کارگیرد. (حجم یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن تغییر نمی‌کند.)

۲ــ بتواند حجم شکل را با داشتن واحدهای مختلف محاسبه کند.

۳ــ واحد اندازه‌گیری حجم جامدات (سانتی‌متر مکعب) را بداند.

۴ــ فرمول حجم مکعب مستطیل را بداند و آن را در حل مسائل به‌کارگیرد.

۵ــ حجم یک مکعب مستطیل را با داشتن اندازهٔ ابعاد آن در حالت گسترده نیز محاسبه کند.

۶ــ حجم شکل‌های ترکیبی را محاسبه کند.

۷ــ بتواند حجم شکل‌های مختلف را تخمین بزند.

روش تدریس

تمام فعالیت‌های این قسمت ناظر به مفهوم بقای حجم است که مطالعات روان‌شناسی سن ۱۱ سال را برای مواجهه و فهم آن مناسب دانسته‌اند. هدف این است که دانش‌آموز بداند چیدمان متفاوت تعداد مشخصی مکعب، حجم متفاوتی را برای شکل حاصل، نخواهد داشت و حجم کلی یک شکل با تغییر شکل ظاهری آن عوض نمی‌شود. در این فعالیت سعی شده است از مثال‌هایی که با زندگی روزمره دانش‌آموزان عجین است استفاده شود. این فعالیت به جامدات صلب توپر اشاره دارد و لذا اجسام کشسانی و گازها موردنظر این فعالیت نیست.

به معلمان پیشنهاد می‌شود در صورت ناکافی دانستن این مثال‌ها، برای دانش‌آموزان مثال‌های بیشتری ارائه کنند.

در فعالیت صفحه ۱۱۴ هدف این است که دانش‌آموزان ابتدا با محاسبه حجم شکل با دو واحد متفاوت در شماره ۱ به دو اندازه متفاوت دست پیدا کنند تا لزوم وجود واحد استاندارد را حس کنند. لذا واحد سانتی‌متر مکعب به دانش‌آموزان معرفی می‌شود.

در فعالیت شماره ۲ هدف این است که در قالب یک جدول، تفاوت کاربری واحدهای مختلف اندازه‌گیری مثل سانتی‌متر / متر، لیتر و سانتی‌مترمکعب برای دانش‌آموز دسته‌بندی و منظم شود.

در فعالیت ۳ محاسبهٔ حجم جامدات منظم مدنظر است و برای شروع مکعب‌مستطیل انتخاب شده است.

در این فعالیت به کمک راهبردهای چندگانه، حجم مکعب مستطیل به ۳ طریق اندازه‌گیری می‌شود و هدف این است که در پایان دانش‌آموز بتواند به‌دستور کلی محاسبه حجم مکعب مستطیل دست پیدا کند.

در فعالیت صفحه ۱۱۵ نیز دانش‌آموز برای پیدا کردن حجم شکل مرکب با روش‌های متفاوت مواجه می‌شود.

در روش اوّل شکل، با رسم خط افقی به دو مکعب بالایی و پایینی تقسیم شده است، در روش دوم حجم شکل به شکل مجموع حجم دو مکعب مستطیل سمت چپ و راست محاسبه شدنی است و در روش سوم با کم‌کردن حجم فضای خالی از حجم مکعب مستطیل کامل شده، حجم قسمت رنگی محاسبه می‌شود.

در ادامه فعالیت، از دانش‌آموزان خواسته شده است که راه حل دیگری پیشنهاد بدهند. می‌توان با رسم خط افقی و عمودی شکل را به ۳ مکعب مستطیل تبدیل کرد و حجم را محاسبه کرد. دقت شود که استفاده از فرمول کلی «مساحت قاعده × ارتفاع» جزء اهداف آموزش این کتاب نیست.

حل برخی تمرین‌ها

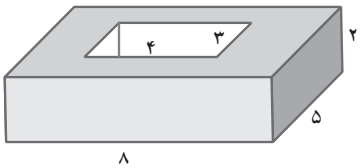
کار در کلاس صفحه ۱۱۵ : در تمرین ۱ در دو مکعب اوّل و سوم اندازه‌ها یکی است. هدف این است که تأکید شود تغییر شکل جسم، تغییر حجم آن را نتیجه نمی‌دهد.

کار در کلاس صفحه ۱۲۶

حجم مکعب مستطیل داخلی – حجم مکعب مستطیل بیرونی = حجم شکل رنگی

= ۲ × ۵ × ۸ – ۴ × ۳ × ۲ =

= ۸۰ – ۲۴ = ۵۶ سانتی‌مترمکعب



در تمرین ۱ قسمت (پ) بهتر است دانش‌آموز با انجام قسمت الف و ب متوجه این نکته شود که حجم ده کتاب هم‌اندازه روی هم ۱۰ برابر حجم کتاب اوّل است و نیازی به محاسبه نیست. هر چند محاسبه هم اشکالی ندارد.

در تمرین ۲ هدف این است که ارتباط ریاضی با زندگی روزمره نشان داده شود.

انتظار این است که در نگاه اوّل دانش‌آموز حجم مکعب‌مستطیل را بیشتر از حجم مکعب تخمین بزند.

اما بعد از محاسبه متوجه خواهد شد که حجم دو شکل برابر است.

برای قسمت آخر این سؤال ممکن است دانش‌آموزی مکعب‌مستطیل را انتخاب کند با این استدلال که حجم آن بیشتر به‌نظر می‌آید و مشتری را بیشتر جلب می‌کند. این استدلال بیشتر هدف این کتاب را تأمین می‌کند.

ولی این امکان هم وجود دارد که دانش‌آموز مکعب مستطیل را انتخاب کند به این دلیل که جعبه برای پودر لباس‌شویی درنظرگرفته شده و لذا در دست گرفتن آن ساده‌تر از مکعب است که باز هم پاسخ صحیح است.

این احتمال هم وجود دارد که به هر دلیل قابل قبولی دانش‌آموز مکعب را انتخاب کند. به هر حال هدف این سؤال تقویت قدرت استدلال دانش‌آموز و کاربرد ریاضی در زندگی است.

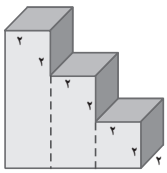
تمرین ۴ صفحه ۱۱۷ : حجم هر شکل به چندین روش قابل محاسبه است و تمامی روش‌های درست قابل قبول است.

روش اوّل :

حجم مکعب سوم + حجم مکعب مستطیل دوم + حجم مکعب مستطیل اوّل = حجم شکل

= ۲ × ۲ × ۶ + ۲ × ۲ × ۴ + ۲ × ۲ × ۲

= ۲۴ + ۱۶ + ۸ = ۴۸ سانتی‌مترمکعب

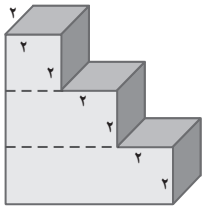


روش دوم :

حجم مکعب مستطیل پایینی + حجم مکعب مستطیل وسطی + حجم مکعب بالایی = حجم شکل

$= ۲ \times ۲ \times ۲ + ۲ \times ۴ \times ۲ + ۲ \times ۶ \times ۲$

$= ۸ + ۱۶ + ۲۴ = ۴۸$ سانتی‌متر مکعب

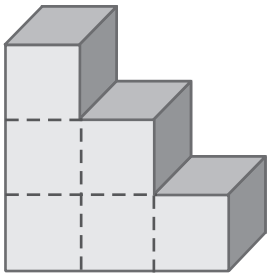


روش سوم :

شش برابر حجم یک مکعب = حجم شکل

$= ۶ \times (۲ \times ۲ \times ۲) = ۶ \times ۸ = ۴۸$

سانتی‌متر مکعب



در حالت دشوارتر ممکن است دانش‌آموز بخواهد مکعب را کامل کرده و با کم‌کردن فضای خالی از کل شکل حجم قسمت رنگی را محاسبه کند.

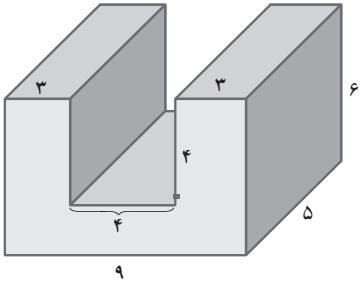
به همین ترتیب در تمرین ۴، شکل سمت چپ هم به چند روش می‌تواند حل شود.

ساده‌ترین روش عبارت است از :

حجم مکعب مستطیل فضای خالی ـ حجم مکعب مستطیل کلی = حجم شکل

$= ۹ \times ۵ \times ۶ - ۴ \times ۴ \times ۵$

$= ۲۷۰ - ۸۰ = ۱۹۰$ سانتی متر مکعب



تمرین ۵ صفحه ۱۱۷ : هدف تخمین زدن است. مهارتی که بسیاری از بزرگسالان ما هم در آن آموزش مناسب ندیده‌اند.

قسمت الف) به‌سادگی قابل حل است.

قسمت ب) حجم چه چیزی ممکن است صد سانتی‌متر مکعب باشد؟ جعبه‌ای در ابعاد مثلاً ۵ و ۵ و ۴ یا یک جامدادی.

هزار سانتی‌متر مکعب چطور؟ این فضا در واقع نشان‌دهندهٔ حجم یک لیتر است. پس هر جعبه‌ای که تقریباً به اندازهٔ ۱ لیتر گنجایش داشته باشد می‌تواند جواب مسئله باشد مثل جعبه دستمال کاغذی.

دقت کنید که هزار سانتی‌مترمکعب ده برابر صد سانتی‌متر مکعب است. لذا کافی است اشاره شود که هزار سانتی‌متر مکعب اندازهٔ جعبه‌ای است که در آن ۱۰ تا جامدادی جا می‌شود.

صد هزار سانتی‌مکعب صد برابر جعبهٔ قبلی است. یعنی جعبه‌ای با ابعاد حدودی ۵۰ و ۵۰ و ۴۰ یا جعبه‌ای که بشود درون آن ۱۰۰جعبه دستمال کاغذی چید.

تمرین ۶ صفحه ۱۲۷ : جزء سؤالات باز پاسخ است که اگر اعداد اعشاری را لحاظ کنیم بی‌نهایت جواب خواهد داشت. لذا با خواستن ۳ جواب آن را محدود کرده‌ایم. مثل {۶ و ۲ و ۴} یا {۱۲ و ۲و ۲} یا {۴ و ۴ و ۳}.

استفاده از روش‌هایی که شکل را به کمک خط چین به۳ مکعب مستطیل مجزا تقسیم می‌کند نیز کاملاً صحیح است.

درس چهارم

گنجایش

اهداف

۱ــ واحد اندازه‌گیری حجم مایعات را بداند.

۲ــ با واحد لیتر، سانتی‌متر مکعب، سی‌سی و میلی‌لیتر آشنا باشد.

۳ــ بتواند لیتر را به میلی‌لیتر و برعکس تبدیل کند.

روش تدریس

این درس در واقع جمع‌بندی کل مطالب ارائه شده در خصوص گنجایش در پایه‌های قبلی است و علاوه بر آن واحد سی‌سی هم به دانش‌آموزان معرفی می‌شود.

در این فعالیت هم نظیر آنچه در درس قبل آمده بود، ابتدا دانش‌آموز مفهوم گنجایش را در شماره ۱ فعالیت مرور و یادآوری می‌کند و در فعالیت ۲ و ۳ ضرورت استفاده از واحد استاندارد را متوجه می‌شود. در آخر واحد لیتر به او معرفی شده و دانش‌آموز با کاربرد یک مثال روزمره می‌تواند حجم یک لیتر را تخمین زده و تصور کند.

در فعالیت صفحه بعد از دانش‌آموز خواسته می‌شود که با دقت به محیط اطراف نمونه‌هایی از کاربرد لیتر را مثال بزند. در شمارهٔ سوم، هدف این است که ضرورت استفاده از واحدهای کوچک‌تر از لیتر توسط دانش‌آموز درک شود.

در این کتاب اشاره‌ای به مفاهیم مترمکعب و ... نخواهد شد. فقط کافی است دانش‌آموز با واحد لیتر و میلی‌لیتر ، سی‌سی یا سانتی‌متر مکعب آشنا شود.

حل برخی تمرین‌ها

کار در کلاس ۲ صفحه ۱۲۰ : برای اندازه‌گیری حجم جامدات غیرمنظم طراحی شده است. با توجه به اینکه سطح آب ۱۰cc افزایش داشته لذا حجم سنگ ۱۰ سانتی‌متر مکعب است.

کار در کلاس ۳ صفحه ۱۲۰ : هدف تبدیل اعداد اعشاری و کسری به یکدیگر و تبدیل واحدهاست.

سؤال ۴ صفحه ۱۲۰ : هدف باز هم گره‌زدن ریاضی با زندگی روزمره و نیز پرورش مهارت‌های اقتصادی دانش‌آموز است.

هدف این است که دانش‌آموز بداند برای داشتن یک لیتر شیر، بهتر است یک پاکت یک لیتری ۲۵۰۰ تومانی انتخاب کند، نه ۴ پاکت ۲۵۰ میلی‌لیتری ۲۸۰۰ تومانی.

در قسمت (پ) با توجه به هدف سؤال که تهیه ماست است ۲/۵ لیتر شیر موردنیاز می‌تواند به ۳ روش تأمین شود :

۳ پاکت شیر بزرگ بخرد	۳ × ۲۵۰۰ = ۷۵۰۰
۲ پاکت شیر بزرگ و ۲ پاکت شیر کوچک بخرد	۲ × ۲۵۰۰ + ۲ × ۷۰۰ = ۶۴۰۰
۱۰ پاکت شیر کوچک بخرد	۱۰ × ۷۰۰ = ۷۰۰۰

لذا اگر نیلوفر فقط ۷۰۰۰ تومان داشته باشد بهتر است روش دوم را انتخاب کند که از همه به‌صرفه‌تر است.

تمرین ۵ صفحه ۱۲۱ : طول ۱۰ سانتی‌متری برای ماهی، جزء اطلاعات اضافی در صورت مسئله است.

هدف این است که دانش‌آموز با سؤالاتی مواجه شود که اطلاعات اضافی داشته باشد و دانش‌آموز تشخیص دهد استفاده از کدام اطلاعات ضروری است و کدام اطلاعات ربطی به پاسخ مسئله ندارد. این مسئله به کمک تناسب به راحتی قابل حل است.

در بقیه تمرین‌های این صفحه کار با اعداد اعشاری و کسری و تبدیل واحدهای اندازه‌گیری حجم مایعات مدنظر است.

فرهنگ نوشتن

هدف این است که دانش‌آموز با لمس اجسام دو بعدی و سه بعدی و بیان ویژگی‌های آن به زبان خودش هم فهم عمیق‌تری از اشکال هندسی پیدا کند و هم گفتمان ریاضی را تمرین کند.

این فعالیت می‌تواند به شکل شفاهی انجام شود و اصراری به نوشتن ویژگی‌ها نیست.

در تمرین ۱ : هدف این است که با توجه به جدول، دانش‌آموز تأثیر مستقیم چند برابر شدن یا نصف شدن شعاع و قطر را در اندازهٔ محیط دایره ببیند و تشخیص دهد.

پاسخ تمرین ۳ صفحه ۱۲۳

الف) قطرهای لوزی برابرند : گاهی

ب) دو تا از ضلع‌های ذوزنقه موازی‌اند : همیشه

پ) قطرهای لوزی برهم عمودند : همیشه

ت) دوتا از ضلع‌های ذوزنقه مساوی‌اند : گاهی

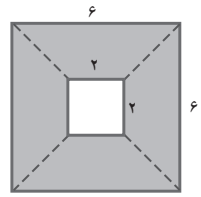
ث) می‌توانیم یک ذوزنقه با ۳ زاویه قائمه رسم کنیم : هیچ‌وقت

ج) ذوزنقه دو زاویه راست دارد : گاهی

در تمرین چهارم هدف، محاسبهٔ مستقیم مساحت ذوزنقه‌ها در شکل اوّل و دوم نیست. به همین دلیل همهٔ اندازه‌ها داده نشده است. این به این خاطر است که دانش‌آموز به تفکر واداشته شود و نگاه ابزاری و رویه‌ای نداشته باشد.

مساحت مربع کوچک − مساحت مربع بزرگ = مساحت قسمت رنگی

سانتی مترمربع ۳۲ = ۴ − ۳۶ =

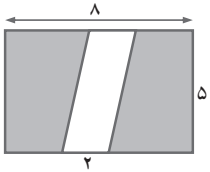


روش اوّل :

مساحت متوازی‌الاضلاع − مساحت مستطیل = مساحت قسمت رنگی

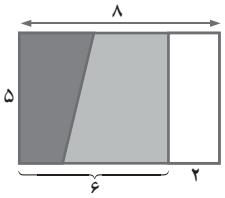
$= ۸ \times ۵ - ۲ \times ۵$

$=$ ۴۰ − ۱۰ = ۳۰ سانتی‌متر مربع



روش دوم :

مساحت قسمت رنگی = مساحت مستطیل = ۶ × ۵ = ۳۰ سانتی‌مترمربع

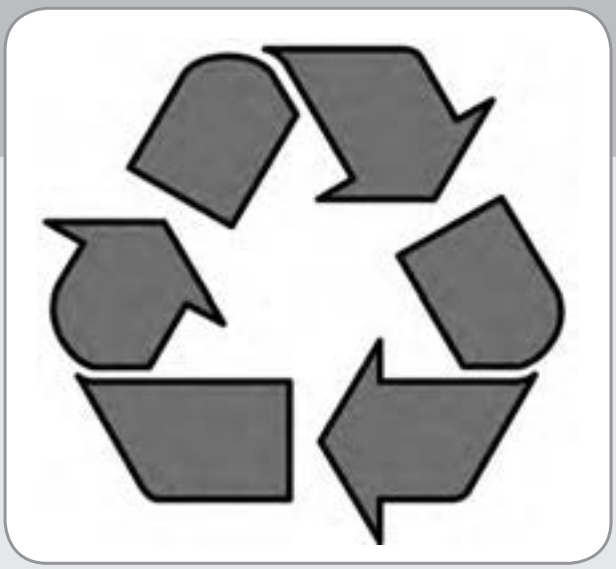


معمّا و سرگرمی

هدف از طراحی این معما کار با ابزار اندازه‌گیری (خط‌کش) است و در عین حال دقت دانش‌آموز در قالب انجام بازی سنجیده می‌شود.

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۷ آمار و احتمال



نگاه کلی به فصل

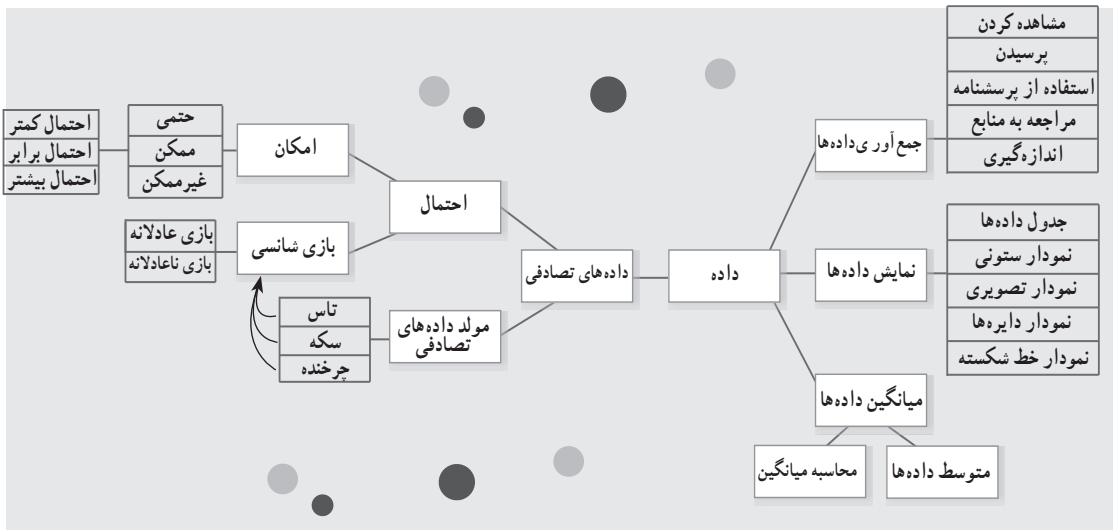
این فصل شامل سه درس است.

در درس اوّل روش‌های جمع‌آوری داده‌ها (مشاهده کردن، پرسیدن، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به کتاب‌ها یا سایت‌ها و اندازه‌گیری) و روش‌های نمایش داده‌ها (جدول داده‌ها، نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار خط شکسته و نمودار دایره‌ای) به کمک مثال‌های مختلف مرور شده‌اند. در مواردی هم به مصادیق استفاده از یک مورد به‌طور مستقیم پرداخته شده است.

در درس دوم مفهوم میانگین یا متوسط داده‌ها معرفی شده است و بازنمایی‌های مختلفی از این مفهوم ارائه شده است؛ همچنین دو روش برای محاسبه میانگین در این درس پیشنهاد شده است.

در درس سوم، مفهوم احتمال مورد توجه قرار گرفته است و ضمن یادآوری مفاهیم سال‌های گذشته، بازی‌های شانسی عادلانه و ناعادلانه معرفی و شانس برد در بازی‌های شانسی مورد بررسی قرار گرفته است.

شبکه مفهومی



تصویر عنوانی

در بسیاری از برنامه‌ریزی‌ها سیاست‌گذاری‌ها، از علم آمار استفاده می‌شود. داده‌ها منابع مهمی برای تصمیم‌گیری هستند. گاهی استفاده از علم آمار می‌تواند از فاجعه‌ای که در حال رخ دادن است، جلوگیری کند. تصویر عنوانی این فصل به یکی از این موارد یعنی کاهش سطح جنگل‌های ایران و بازیافت کاغذ به عنوان یکی از راه‌های جلوگیری از این فاجعه اختصاص یافته است. در طول فصل نیز اشاره‌هایی به این موضوع دیده می‌شود.

دانستنی‌هایی برای معلم

علم آمار، علم جمع‌آوری، نمایش، تغییر و تحلیل داده‌هاست. در این علم از روش‌های مختلفی از جمله مشاهده کردن، پرسشنامهٔ رجوع به کتب، سایت و منابع و ... همانطور که در درس اول این فصل بیان شده است، برای جمع‌آوری اطلاعات و داده‌ها استفاده می‌شود. پس از جمع‌آوری داده‌ها، برای استفاده راحت‌تر از آنها و طبقه‌بندی داده‌ها، از جدول داده‌ها استفاده می‌شود.

پس از خلاصه‌نویسی و طبقه‌بندی داده‌ها در جدول داده‌ها، به منظور نمایش بهتر داده‌ها و با هدف اینکه داده‌های جمع‌آوری شده به گونه‌ای نمایش داده شود که در سریع‌ترین زمان ممکن، جمع‌بندی از داده‌ها به صورت بصری به مخاطبین منتقل شود، از انواع نمودارها استفاده می‌شود. انواع نمودارها، شامل نمودار ستونی، نمودار تصویری، نمودار خط شکسته، نمودار دایره‌ای، نمودار هیستوگرام و ... هست. هر یک از نمودارهای بیان شده با هدف خاصی مورد استفاده قرار می‌گیرد. به عنوان نمونه، از نمودار ستونی برای مقایسه داده‌ها استفاده می‌شود و با استفاده از آن می‌توان، بیشترین و کمترین داده‌ها و میزان اختلاف داده‌ها با یکدیگر را نمایش داده به طور معمول از نمودار خط شکسته برای نمایش میزان تغییرات یک یا چند کمیت مورد مطالعه و از نمودار دایره‌ای برای نمایش سهم هر داده از کل داده‌ها استفاده می‌شود. برای تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده در علم آمار، از شاخص‌ها و معیارهای مختلفی استفاده می‌شود. این شاخص‌ها به طور کلی به دو دسته شاخص‌های مرکزی و شاخص‌های پراکندگی تقسیم‌بندی می‌شود. شاخص‌های مرکزی، معیارهایی هستند که اطلاعاتی در مورد محل تمرکز داده‌ها ارائه می‌کند. این شاخص‌ها شامل میانگین، میانه، نما (مد) می‌باشند. شاخص‌های پراکندگی اطلاعاتی درخصوص نحوه توزیع و پراکندگی داده‌ها ارائه می‌کنند. دامنه تغییرات، انحراف از معیار، واریانس، ضریب پراکندگی و ... تعدادی از شاخص‌های پراکندگی هستند. جهت کسب اطلاعات بیشتر در مورد شاخص‌های مرکزی و پراکندگی می‌توان به کتاب‌ها و منابع مرتبط با آمار مراجعه کرد.

میانگین یا متوسط داده‌ها، شاخص مرکزی در علم آمار است که انواع مختلفی دارد. میانگین حسابی، میانگین هندسی، میانگین وزنی و میانگین همساز، انواعی از میانگین هست که با توجه به کاربردهای مختلفی که هر یک دارند، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

میانگین حسابی، یکی از انواع میانگین هست که بیشتر در کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا نهم مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای محاسبه میانگین حسابی داده‌ها، از فرمول زیر استفاده می‌شود :

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

به عنوان مثال، میانگین پنج عدد ۱۲،۱۵،۱۷،۶ و ۱۰ به صورت زیر محاسبه می‌شود :

$$\frac{۱۰+۱۲+۱۵+۱۷+۶}{۵} = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲$$

محاسبه میانگین فقط از این روش محاسبه نمی‌شود، بلکه روش‌های دیگری برای محاسبه آن وجود دارد. یکی از آن روش‌ها، استفاده از میانگین فرضی برای محاسبه میانگین حسابی است. در این روش، عدد دلخواهی به عنوان میانگین فرضی در نظر گرفته می‌شود و براساس آن با استفاده از فرمول زیر میانگین حسابی محاسبه می‌شود :

$$\text{میانگین حسابی} = \text{میانگین فرضی} + \frac{\text{مجموع اختلاف هر داده با میانگین فرضی}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

به عنوان نمونه برای محاسبه میانگین حسابی پنج عدد ۱۲،۱۵،۷،۶ و ۱۰ با استفاده از میانگین فرضی، اگر میانگین فرضی ۱۰ در نظر گرفته شود، ابتدا اختلاف هر یک از داده‌ها با میانگین فرضی محاسبه می‌شود :

۱۰−۱۰=۰

۱۲−۱۰=۲

۱۵−۱۰=۵

۱۷−۱۰=۷

۶−۱۰=−۴

سپس مجموع اختلاف داده‌ها با میانگین فرضی محاسبه می‌شود :

مجموع اختلاف داده‌ها بامیانگین فرضی = ۰+۲+۵+۷+(−۴)=۱۰

میانگین حسابی براساس فرمول زیر حساب می‌شود :

$$\text{میانگین حسابی} = \text{میانگین فرضی} + \frac{\text{مجموع اختلاف داده‌ها با میانگین فرضی}}{\text{تعداد داده‌ها}} = ۱۰ + \frac{۱۰}{۵} = ۱۰+۲=۱۲$$

روش‌های دیگری نیز برای محاسبه میانگین حسابی وجود دارد که علاقمندان می‌توانند برای اطلاع از آنها به کتاب‌های آماری مراجعه کنند.

میانگین حسابی دارای خواصی هست که به تعدادی از آنان در زیر اشاره می‌شود :

خواص میانگین حسابی :

۱ــ میانگین حسابی تعدادی مقدار ثابت همان مقدار ثابت هست. به عنوان نمونه، میانگین حسابی ۶،۶،۶،۶،۶،۶،۶ همان ۶ هست.

$$\frac{۶+۶+۶+۶+۶+۶+۶}{۷} = \frac{۴۲}{۷} = ۶$$

۲ــ اگر به هر یک از داده‌ها مقدار ثابتی کم یا اضافه شود به مقدار میانگین حسابی نیز همان مقدار ثابت اضافه یا کم خواهد شد. این خاصیت را در قالب مثال زیر می‌توان بیان کرد :

$$۸,۱۰,۱۲,۷,۵,۱۸ \xrightarrow[\text{عدد ۴ جمع می‌کنیم}]{\text{هر یک از داده‌ها را با}} ۱۲,۱۴,۱۶,۱۱,۹,۲۲$$

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{۸+۱۰+۱۲+۷+۵+۱۸}{۶} = ۱۰ \xrightarrow{+۴} \text{میانگین حسابی} = \frac{۱۲+۱۴+۱۶+۱۱+۹+۲۲}{۶} = \frac{۸۶}{۶} = ۱۴$$

۳ــ مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین حسابی همیشه صفر است.

۲۰,۱۸,۱۴,۳,۱۰,۱۰,۱۱,۲

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{۲۰+۱۸+۱۴+۳+۱۰+۱۰+۱۱+۲}{۸} = \frac{۸۸}{۸} = ۱۱$$

$$\text{اختلاف داده‌ها از میانگین} \begin{cases} ۲۰-۱۱=۹ \\ ۱۸-۱۱=۷ \\ ۱۴-۱۱=۳ \\ ۳-۱۱=-۸ \\ ۱۰-۱۱=-۱ \\ ۱۰-۱۱=-۱ \\ ۱۱-۱۱=۰ \\ ۲-۱۱=-۹ \end{cases} \xrightarrow[\text{داده از میانگین}]{\text{مجموع اختلاف}} ۹+۷+۳+(-۸)+(-۱)+(-۱)+۰+(-۹) = ۱۹-۱۹ = ۰$$

میانگین همساز :

میانگین همساز، یکی از انواع میانگین است که معمولاً برای محاسبه متوسط سرعت، مطالعه در شبکه‌های برق، عینک‌شناسی و ... کاربرد دارد. در این میانگین، در صورتی که تعدادی داده مانند $x_۱ , x_۲ , \ldots x_n$، همگی مخالف صفر و هم علامت باشند (یعنی یا همگی مثبت و یا همگی منفی باشند) میانگین همساز آنها با استفاده از فرمول زیر به‌دست می‌آید :

$$\text{میانگین همساز} = \frac{\overset{\text{تعداد داده‌ها}}{n}}{\frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲} + \cdots + \frac{۱}{x_n}}$$

به عنوان مثال برای محاسبه میانگین همساز چهار عدد ۶,۷,۱۰ و ۱ به صورت زیر عمل می‌کنیم :

$$\text{میانگین همساز} = \frac{۴}{\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۷}+\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱}} = \frac{۴}{\frac{۷۰+۶۰+۴۲+۴۲۰}{۴۲۰}} = \frac{۴}{\frac{۵۹۲}{۴۲۰}} = ۴ \div \frac{۵۹۲}{۴۲۰} = \frac{۱}{\cancel{۴}} \times \frac{\overset{۱۰۵}{\cancel{۴۲۰}}}{\underset{\underset{۳۷}{\cancel{۱۴۸}}}{\cancel{۵۹۲}}} = \frac{۱۰۵}{۳۷}$$

از این میانگین در مواردی استفاده می‌شود که باید میانگین نسبت‌هایی را محاسبه کرد که صورت و مخرج آنها دارای واحدهای یکسانی نیستند.

مثال : اتومبیلی فاصله بین دو شهر A و B را که ۹۰ کیلومتر است با سرعت متوسط ۶۰ کیلومتر در ساعت پیمود و با سرعت ۳۵ کیلومتر در ساعت برگشته است. سرعت متوسط در رفت و برگشت را محاسبه کنید.

حل : ابتدا مسئله را از رابطه فیزیکی حل می‌کنیم تا جواب صحیح را پیدا کنیم. این اتومبیل ۱/۵ ساعت زمان رفت و ۳ ساعت زمان برگشت داشته، یعنی ۴/۵ ساعت در راه بوده و ۱۸۰ کیلومتر مسافت را پیموده است پس سرعت متوسط برابر است با :

$$\text{سرعت } V = \frac{\overset{\text{مسافت}}{x}}{\underset{\text{زمان}}{t}} = \frac{۱۸۰}{۴/۵} = ۴۰\frac{km}{n}$$

اگر این مسئله را با میانگین حسابی حل می‌کردیم حاصل به صورت زیر به‌دست می‌آمد :

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{۶۰+۳۰}{۲} ۴۵\frac{km}{n}$$

و اگر از میانگین همساز استفاده کنیم : $\text{میانگین همساز} = \frac{۲}{\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۳۰}} = \frac{۲}{\frac{۳}{۶۰}} = ۲ \times \frac{۶۰}{۳} = ۴۰\frac{km}{n}$

ملاحظه می‌کنیم که برای آنکه پاسخ صحیح به‌دست آید از میانگین همساز استفاده شود.

احتمال

احتمال، یکی از شاخه‌های علم آمار است که در آن وقوع یک اتفاق تصادفی (اتفاقی که از قبل قابل پیش‌بینی دقیق نیست) مورد برآورد و تخمین قرار می‌گیرد.

آنچه در آموزش مفهوم احتمال می‌تواند به درک بهتر دانش‌آموزان از این مفهوم کمک کند، این است که آنان قبل از درگیر شدن با مفهوم ریاضی احتمال، با استفاده از تجربه و به صورت عملی و با تکرار و آزمایش درک تجربی از این مفهوم داشته باشد.

در کتاب‌های درسی جدیدالتألیف ریاضی نیز در گام اول، رویکرد تجربی به احتمال مدّ نظر بوده است. پس از آن درگام دوم رویکرد ذهنی مورد نظر قرار گرفته است؛ یعنی طرح آزمایش‌های ذهنی با تعداد تکرارهای بسیار زیاد و پیش‌بینی کلی یک آزمایش تصادفی.

پس از این دو گام، دانش‌آموزان آماده وارد شدن به مباحث کلاسیک احتمال یعنی سفارش حالت‌های ممکن و مطلوب و نسبت دادن عدد به احتمال رخ دادن یک اتفاق هستند. این گام در کتاب‌های متوسطه (۱) مورد توجه قرار گرفته است.

در رویکرد کلاسیک احتمال رخ دادن یک اتفاق برابر است با $= \dfrac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب برای رخ دادن آن اتفاق}}{\text{تعداد کل حالت‌های ممکن}}$

مثال : در پرتاب یک تاس : احتمال اینکه عدد زوج بیاید به صورت زیر محاسبه می‌شود :

$\frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۶} =$ احتمال زوج آمدن تاس

۳ : تعداد حالت‌های مطلوب ۲,۴,۶ = حالت‌های مطلوب (زوج آمدن تاس)

۶ : تعداد کل حالت‌های ممکن ۱,۲,۳,۴,۵,۶ = کل حالت‌های ممکن

بر این اساس در هر آزمایش ابتدا باید همهٔ حالت‌های ممکن هم شانس را پیدا کنیم و سپس در میان آنها، حالت‌های مطلوب را مشخص کنیم.

مثال : در پرتاب دو تاس؛ احتمال آنکه مجموع عددهای روی دو تاس ۵ باشد به صورت زیر محاسبه می‌شود :

+	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	۲	۳	۴	۵	۶	۷
⚁	۳	۴	۵	۶	۷	۸
⚂	۴	۵	۶	۷	۸	۹
⚃	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
⚄	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
⚅	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

$\frac{۱}{۹} = \frac{۴}{۳۶} =$ احتمال ۵ بودن مجموع‌عددها

۴ : تعداد حالت‌های مطلوب

۳۶ : تعداد حالت‌های ممکن

توسعه مفاهیم

۱ــ انجام پروژه‌های آماری شامل جمع‌آوری، انتخاب نوع نمایش، بررسی و تفسیر داده‌ها در موضوعات مختلف می‌تواند مسیر مناسبی برای توسعه مفاهیم درس اوّل این فصل باشد.

۲ــ اگر مفهوم میانگین به‌خوبی درک شده باشد، می‌توان روش‌های گوناگونی برای محاسبه آن یافت و میانگین را به شکلی ساده‌تر و حتی ذهنی محاسبه کرد. ایجاد فرصت در کلاس درس و طرح مسئله برای یافتن روش‌های گوناگون، به درک مفهوم میانگین و توسعه آن کمک می‌کند.

۳ــ تجربه انجام بازی‌های شانسی و جمع‌آوری داده‌های مربوط به آن می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا تصور بهتری از مفهوم احتمال داشته باشند و برای برداشتن گام‌های بعدی در یادگیری احتمال آماده‌تر شوند.

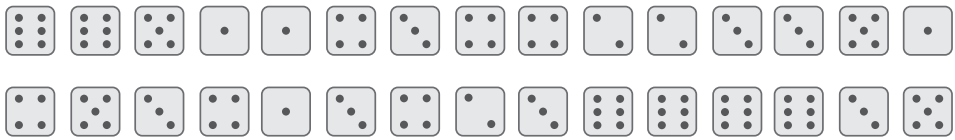
استفاده از ابزار و تکنولوژی

معمولاً برای انجام آزمایش‌های تصادفی از سکه و تاس استفاده می‌کنیم. سکه و تاس، ساده‌ترین نوع مولّدهای تصادفی هستند. برای آنکه بتوانید آزمایش‌های تصادفی را بارها و بارها تکرار کنید، می‌توانید از مُوَلّدهای تصادفی مَجازی[1] (virtual random generators) استفاده کنید. سایت‌های مختلفی این امکان را برایتان فراهم می‌کنند و معمولاً با یک جستجوی ساده می‌توانید ابزار مورد نظرتان را بیابید. سایت www.random.org این امکان را برایتان فراهم می‌کند که مولد اعداد تصادفی دلخواه خودتان را بسازید.

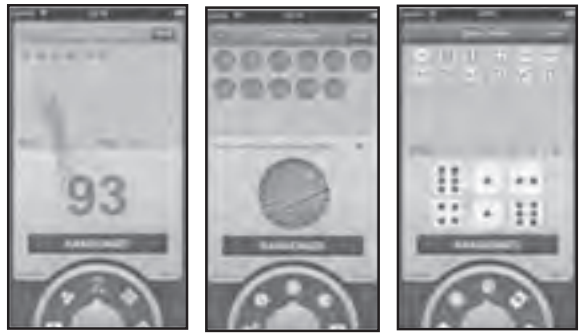
مثلاً در صفحه اوّل سایت کافیست کمترین مقدار مورد نظرتان را در جعبه Min و بیشترین مقدار مورد نظرتان را در جعبه Max وارد کنید و با کلیک روی Generate، نتیجه آزمایش را که یک عدد صحیح تصادفی از میان کمترین تا بیشترین مقدار داده شده است، در قسمت Result ببینید.

۱ــ مولدهای تصادفی مجازی، برنامه‌های رایانه‌ای هستند که پرتاب سکه و تاس در آن شبیه‌سازی شده است. در این برنامه‌ها معمولاً امکان جمع‌آوری داده‌های مربوط به تعداد زیادی آزمایش وجود دارد.

یا مثلاً در صفحه پرتاب تاس به آدرس www.random.org/dice می‌توانید تعداد تاس‌هایی را که می‌خواهید پرتاب کنید در جعبه Roll Virtual Dice انتخاب کنید و با کلیک روی Roll Dice نتیجه را ببینید. در تصویر زیر نتیجه پرتاب ۳۰ تاس آمده است.



این سایت تعدادی نرم‌افزار مولد تصادفی هم در اختیارتان قرار می‌دهد که می‌توانید روی تلفن‌های همراهتان نصب کنید.



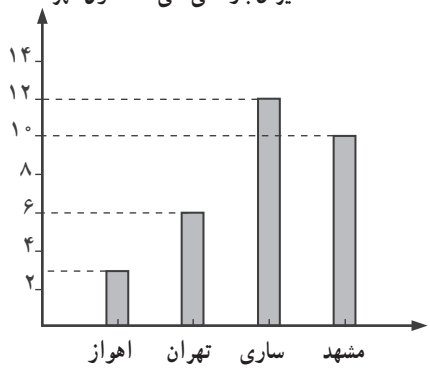
نرم‌افزار Excel برای واردکردن داده‌ها و رسم نمودارها بسیار ساده و در دسترس است. پیشنهاد می‌شود در این فصل بیشتر به سراغ این نرم‌افزار بروید.

نمونه سؤال‌هایی برای ارزشیابی

لازم به ذکر است که این سؤال‌ها به عنوان نمونه است و به روش‌های مختلف و در موقعیت‌های مختلف معلم می‌تواند از آنها استفاده کند.

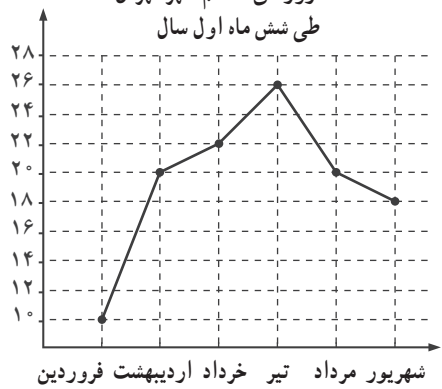
۱ــ با استفاده از هر یک از نمودارهای صفحه بعد، اطلاعات خواسته شده در جدول مقابل از نمودارها را کامل کنید.

میزان بارندگی کلی هفته اول مهر ماه



شهر	خط نشان	میزان بارندگی
اهواز		
تهران		
ساری		
مشهد		

تعداد روزهای ناسالم شهر تهران
طی شش ماه اول سال



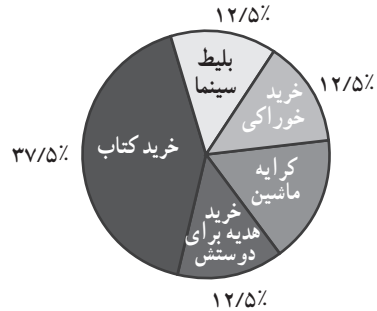
ماه‌های سال	
فروردین	
اردیبهشت	
خرداد	
تیر	
مرداد	
شهریور	

ــ در کدام ماه تعداد روزهای ناسالم نسبت به ماه‌های قبل کمترین افزایش را داشته است؟

ــ تعداد روزهای ناسالم در کدام ماه، بیشترین افزایش را نسبت به ماه‌های قبل خود داشته است؟

ــ در کدام ماه‌ها، تعداد روزهای ناسالم نسبت به ماه‌های قبل خود کاهش داشته است؟

سهم هزینه علی طی هفته گذشته از ۲۰۰۰۰ تومان پول خود



نوع هزینه	درصد	مقدار (تومان)
بلیط سینما		
خرید خوراکی		
کرایه ماشین		
خرید کتاب		
خرید هدیه برای دوستش		

۲ــ برای پاسخ گفتن به هر یک از سؤالات زیر، کدام یک از روش‌های جمع‌آوری اطلاعات (مشاهده کردن، پرسیدن، استفاده از پرسشنامه، مراجعه به کتاب‌ها و سایت‌ها و اندازه‌گیری) را پیشنهاد می‌کنید؟

ــ تعداد ضربان قلب یک کودک در هر دقیقه

ــ تعداد همکلاسی‌های علاقمند به ورزش شنا

ــ میزان علاقمندی هر یک از دانش‌آموزان پایه پنجم مدرسه به درس‌های پایه پنجم ابتدایی

ــ تعداد دانش‌آموزانی که امروز با پیراهن سفید به مدرسه آمدند.

ــ جدول زیر، تعداد دانش‌آموزان شرکت کننده در جشن نیکوکاری مدرسه طی روزهای هفته را نشان می‌دهند؛ مشخص کنید به طور متوسط در هر روز چند دانش‌آموز در این جشن شرکت کرده‌اند؟

ــ اگر بخواهید درصد افراد شرکت کننده در جشن در هر روز نسبت به تعداد کل شرکت‌کنندگان را با نموداری نمایش دهید، از چه نموداری استفاده می‌کنید؟

روزهای هفته	تعداد افراد شرکت کننده
شنبه	۱۰۰
یکشنبه	۱۱۰
دوشنبه	۶۰
سه‌شنبه	۵۰
چهارشنبه	۸۰

۴ــ میانگین شش عدد ۲۰،۲۵،۱۳،۱۷،۱۶ و ۱۹ را بدست آورید.

۵ ــ میانگین پنج عدد مختلف ۸۰ شده است مجموع این عددها چند است؟

۶ ــ میانگین سه عدد مختلف ۸ شده است. اگر یکی از این اعداد ۲ باشد، دو عدد دیگر چه عددهایی می‌توانند باشند؟

۷ــ جاهای خالی را با کلمات مناسب پرکنید. (پاسخ این سؤالات می‌تواند با توجه به تجربه‌های شخصی دانش‌آموزان متفاوت باشد)

ــ علی چون اصلاً مسواک نمی‌زند، .....دندان‌هایش خراب می‌شود.

ــ فاطمه چون به طور منظم مسواک می‌زند ..... دندان‌هایش سالم می‌ماند.

ــ ..... اینکه در تابستان برف بیاید.....است.

ــ در یک بازی شانسی عادلانه، ..... برد من با بازیکن دیگر ..... است.

۸ــ در هر یک از بازی‌های زیر، بازی‌های عادلانه و ناعادلانه را مشخص کنید و علت ناعادلانه بودن بازی را بنویسید.

ــ تاسی را می‌اندازیم، اگر ۱، ۳ و ۵ آمد، بازیکن اول برنده است و در غیر این صورت بازیکن دوم.

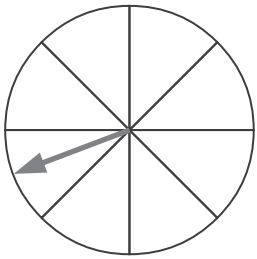
ــ در بازی مقابل

بازیکن اول			شروع				بازیکن دوم

هر یک از بازیکنان تاس را می‌اندازند و با هر بار شش آمدن یک خانه از خانه شروع به سمت خانه مربوط به خود می‌روند.

ــ در کیسه‌ای ۱۰ تیله وجود دارد. ۳ تای آنها آبی، ۳ تای آنها قرمز و ۴ تای آنها سبز است. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه، یک تیله برداریم، اگر آبی بود بازیکن اول برنده است و اگر قرمز بود بازیکن دوم برنده است.

۹ــ چرخنده مقابل را طوری رنگ کنید که بازی، بازی عادلانه‌ای برای دو بازیکن باشد.



معرفی منابع

۱ــ رشد برهان متوسطه (۱) سال تحصیلی ۹۳-۹۲، شماره‌های ۶۷، ۶۸، ۶۹ ، ۷۰.

۲ــ کمک به کودکان در یادگیری ریاضیات، رابرت. ای. ریس، مرلین. ن. سایدام و مری مونتگومری لیندکوئسیت ترجمه مسعود نوروزیان ۱۳۹۱، انتشارات مدرسه، چاپ ششم.

۳ــ آموزش ریاضیات در دبستان، روبین یورگنسن و شلی دال، ترجمه دکتر امیرحسین آشنا، ۱۳۹۳، انتشارات بینش نو، ویرایش دوم.

چک‌لیست ارزشیابی

ردیف		بسیار خوب	خوب	قابل قبول	نیازمند تلاش و آموزش
۱	به کمک روش‌های جمع‌آوری داده، داده‌ها را جمع‌آوری می‌کند و در جدول قرار می‌دهد.				
۲	به کمک جدول داده‌ها، نمودار ستونی رسم می‌کند.				
۳	به کمک جدول داده‌ها، نمودار دایره‌ای رسم می‌کند.				
۴	به کمک جدول داده‌ها، نمودار خط شکسته رسم می‌کند.				
۵	می‌تواند داده‌های مختلف را روی نمودارها پیدا کند.				
۶	نمودار مناسب برای نمایش داده‌ها را از میان ستونی، خط شکسته و دایره‌ای انتخاب می‌کند.				
۷	با مفهوم میانگین آشناست.				
۸	می‌تواند میانگین داده‌ها را محاسبه کند.				
۹	می‌تواند مسئله‌های مربوط به میانگین را حل کند.				
۱۰	با مفهوم احتمال آشناست.				
۱۱	از عبارت‌های غیرممکن، احتمال کمتر، احتمال برابر، احتمال بیشتر و حتمی برای بیان امکان رخ دادن یک اتفاق استفاده می‌کند.				
۱۲	عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌های شانسی ساده را تعیین می‌کند.				

درس اوّل

جمع‌آوری و نمایش داده‌ها

اهداف

۱ــ آشنایی با برخی روش‌های جمع‌آوری داده‌ها

۲ــ کسب توانایی در استفاده از روش‌های مناسب نمایش داده‌ها

۳ــ درک خصوصیات و کاربرد هر نمودار

۴ــ انتخاب نمودار مناسب در موارد مختلف

۵ــ توانایی استخراج داده‌ها از روی نمودارهای مختلف

ابزارهای مورد نیاز:

۱ــ صفحه شطرنجی ۰/۵ سانتی‌متری برای رسم نمودارها

۲ــ روزنامه، مجله، کتاب و ... برای شروع درس

روش تدریس

درس را با ارائه مثال‌هایی از آمار و کاربردهای آن در زندگی روزمره شروع کنید. مثلاً آمار دانش‌آموزان هر کلاس در مدرسه و لزوم آن برای برنامه‌ریزی‌هایی که در طول سال تحصیلی انجام می‌شود.

با توجه به اینکه این درس بیشتر به یادآوری و جمع‌بندی مطالب سال‌های گذشته می‌پردازد، از دانش‌آموزان بخواهید در گروه‌های کوچک قرار بگیرند و به انجام فعالیت اوّل بپردازند.

هدف این فعالیت مرور جدول داده‌ها، نمودار ستونی و دایره‌ای است.

در نمودار ستونی به محورهای افقی و عمودی نمودار توجه شده است و دو نمودار ستونی متفاوت برای یک سری داده رسم و مقایسه شده است. در نمودار دایره‌ای به مفهوم نسبت هر داده به کل داده‌ها و ارتباط آن با تناسب و درصد که جزءِ مفاهیمی هستند که دانش‌آموزان در این پایه با آنها آشنا شده‌اند، پرداخته شده است.

کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است به تمرین بیشتر همین موضوعات پرداخته است. از دانش‌آموزان بخواهید این قسمت را به‌صورت فردی انجام دهند و سپس پاسخ‌هایشان را در گروه مقایسه و بررسی نمایند.

انجام فعالیت بعدی را هم به گروه‌ها بسپارید.

این فعالیت به نمودار خط شکسته و ویژگی آن که نمایش تغییرات یک کمیت می‌باشد، پرداخته است. دانش‌آموزان با انجام این فعالیت با واژه‌های افزایشی، کاهشی و بدون تغییر آشنا می‌شوند.

اوّلین کار در کلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است، بازهم مربوط به نمودار خط شکسته است. اما کاردرکلاس‌های بعدی به جمع‌بندی مطالب در قالب روش‌های جمع‌آوری داده‌ها و روش‌های نمایش داده‌ها و انتخاب روش مناسب در موارد مختلف اختصاص دارد.

دقت فرمایید که ممکن است دانش‌آموزان به دلایل مختلف روش‌های جمع‌آوری یا نمایش متفاوتی را انتخاب کنند؛ بنابراین، آنچه باید مورد توجه قرار بگیرد، دلایلی است که ارائه می‌کنند نه روشی که انتخاب کرده‌اند.

پیشنهاد می‌شود پس از آنکه دانش‌آموزان به تنهایی کار در کلاس‌ها را حل کردند، در گروه به بررسی، مقایسه پاسخ‌ها و بحث و تبادل نظر پیرامون آنها بپردازند.

فعالیت پیشنهادی

این فعالیت به جای کار در کلاس ۲ صفحهٔ ۱۲۷ اجرا می‌شود.

اهداف

- توسعه مهارت رسم نمودار ستونی
- تعمیق درک جدول داده‌ها و نمودار دایره‌ای

زمان : ۲۰ دقیقه

وسایل مورد نیاز : کاغذ A۴ به تعداد گروه‌ها

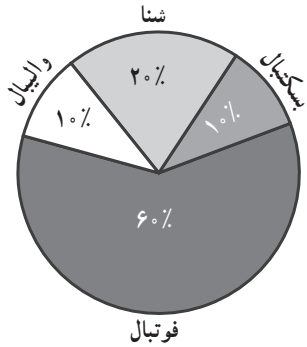
شرح فعالیت

روش اجرا :

۱ــ دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند و در اختیار هر گروه یک برگ کاغذ A۴ قرار داده می‌شود.

۲ــ توسط معلم مسئله زیر خوانده شده، نمودار و جدول داده‌های زیر در روی تخته کلاس نوشته می‌شود :

حسین از همکلاسی‌هایش درباره ورزش مورد علاقه‌شان سؤال کرد و نتایج را با استفاده از نمودار دایره‌ای نمایش داد. با توجه به اینکه حسین از ۳۰ نفر از همکلاسی‌هایش این سؤال را پرسیده است جدول داده‌های زیر را کامل کنید.



ورزش	تعداد افراد
فوتبال	
بسکتبال	
شنا	
والیبال	

۳ــ از گروه‌ها خواسته می‌شود تا جدول داده‌ها را تکمیل کنند و با توجه به آن نمودار ستونی را رسم کنند و به سؤالات زیر پاسخ دهند.

ــ کدام بازی بیشترین طرفدار را دارد؟

ــ کدام بازی کمترین طرفدار را دارد؟

ــ طرفداران بازی بسکتبال چند نفر از طرفداران بازی شنا کمتر است.

ــ تفاوت نمودار دایره‌ای با ستونی چیست؟

۴ــ دو گروه نتیجه کار خود را ارائه می‌دهند.

۵ ــ با هدایت معلم تفاوت دو نمودار بررسی می‌شود.

حل بعضی از تمرین‌ها

در تمرین (۲)، شماره تلفن‌ها مانند واژگان هستند و ارزش عددی ندارند و بنابراین در رسم نمودار نیز مانند یک واژه با آنها برخورد می‌شود، نه عدد. نمودار مناسب برای نمایش این داده‌ها، نمودار ستونی یا تصویری است و چون تغییرات داده‌ها اهمیتی ندارد، استفاده از نمودار خط شکسته مناسب نیست.

توصیه‌های آموزشی

ایجاد فرصت گفتگو درباره مصادیق استفاده از آمار، همچنین فرصت‌هایی برای جمع‌آوری و نمایش داده‌ها به روش‌های مختلف می‌تواند به درک بهتر مفاهیم این درس کمک کند.

استفاده از چوب خط در حین جمع آوری داده‌ها توصیه می‌شود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

۱ــ برخی از دانش‌آموزان، در رسم و بررسی نمودارهای ستونی که محور عمودیشان از صفر آغاز نمی شود، دچار اشتباه می‌شوند.

۲ــ استفاده از نمودارهای نامناسب از دیگر مصادیق بدفهمی‌های دانش‌آموزان است.

درس دوم

میانگین

اهداف

۱ــ آشنایی با مفهوم میانگین

۲ــ آشنایی با بازنمایی جبری و هندسی از مفهوم میانگین

۳ــ توانایی در محاسبه میانگین چند عدد

۴ــ استفاده از مفهوم میانگین در حل مسئله‌ها

ابزارهای مورد نیاز :

۱ــ میله و حلقه یا تعدادی مکعب

۲ــ ماشین حساب

روش تدریس

این درس برای دانش‌آموزان، جدید است و پیش از این در هیچ یک از مباحث درسی به آن پرداخته نشده است.

پیشنهاد می‌شود درس را با انجام عملی فعالیت اوّل آغاز کنید. می‌توانید نمایشی اجرا کنید و به کمک میله و حلقه یا تعدادی مکعب دو ستون به ارتفاع ۳ و ۷ آماده کنید. سپس مسئله را که مساوی‌کردن ارتفاع این دو ستون با استفاده از همین ابزار است، مطرح کنید. اجازه دهید دانش‌آموزان راه‌حل‌های خودشان را در کلاس توضیح دهند. سپس از دانش‌آموزان بخواهید به راه حل‌های ارائه شده در کتاب نگاه کنند و هر کدام را توضیح دهند و درباره اینکه کدام راه حل‌های ارائه شده در کلاس، شبیه هر کدام از این راه‌ها است، گفتگو کنند.

در راه حل سمت راست، یک نفر همه حلقه‌ها را بیرون آورده و دوباره یکی یکی و به‌صورت

مساوی در میله‌ها قرار می‌دهد. در راه حل سمت چپ یک نفر از ستونی که ارتفاع بیشتری دارد، حلقه برمی‌دارد و روی ستونی که ارتفاع کمتری دارد، قرار می‌دهد تا دو ستون هم‌ارتفاع شوند.

این فعالیت تصویری از میانگین ارائه می‌دهد که به درک بهتر این مفهوم کمک می‌کند. فعالیت دوم نیز به ارائه بازنمایی هندسی مفهوم میانگین (هم ارتفاع کردن ستون‌ها) و بازنمایی جبری آن (میانگین چند عدد برابر است باحاصل جمع آن عددها تقسیم بر تعداد آنها) می‌پردازد.

پیشنهاد می‌شود این فعالیت در گروه‌های دانش‌آموزی کوچک انجام شود.

در آخرین سؤال مطرح شده در این فعالیت، به یکی از کاربردهای میانگین به‌طور ضمنی اشاره شده است.

کار درکلاسی که در ادامه این فعالیت آمده است، بیشتر به محاسبه میانگین پرداخته است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان پس از آنکه به‌صورت فردی آنها را حل کردند، پاسخ‌هایشان را در گروه مقایسه نمایند و درباره درستی یا نادرستی پاسخ‌هایشان بحث کنند. در کار در کلاس (۳) میانگین به‌صورت عدد مخلوط آمده است و می‌تواند فرصتی برای گفتگو در گروه ایجاد کند.

فعالیت بعدی به ارائه روش دیگری برای محاسبه میانگین چند عدد پرداخته است. دقت فرمایید که لازم نیست دانش‌آموزان این روش را حفظ کنند و در موارد دیگر به کار ببرند، بلکه هدف فعالیت، بیان این مطلب است که با مراجعه به مفهوم میانگین و استفاده از آن می‌توان روش‌های میانبری برای محاسبه میانگین پیدا کرد. البته تنها یک روش میانبر وجود ندارد و روش‌های مختلفی می‌توان یافت. مثلاً وقتی می‌خواهیم میانگین ۵ عدد ۲۰، ۲۰، ۱۷، ۱۹ و ۱۹ را حساب کنیم می‌توانیم ببینیم که هر عدد چند واحد از ۲۰ کمتر است، ۰، ۰، ۳، ۱ و ۱ حالا این عددها را با هم جمع کنیم و بر ۵ تقسیم کنیم. حاصل ۱ می‌شود. پس این عددها به طور متوسط یک واحد از ۲۰ کمترند. پس میانگین این داده‌ها برابر است با ۱۹ = ۱ − ۲۰

فعالیت پیشنهادی

پیشنهاد می شود فعالیت ۱ و ۲ قبل از فعالیت صفحه ۱۳۰ کتاب‌درسی انجام شود.

فعالیت ۱

اهدف : ایجاد زمینه برای درک مفهوم میانگین

زمان : ۱۰ دقیقه

روش اجرا :

۱ــ دانش‌آموزان در گروه‌های سه نفره قرار داده می‌شوند.

۲ــ توسط معلم مسئله زیر خوانده شده و اطلاعات روی تخته کلاس ثبت می‌شود معلم کلاس پنجم ۲ کتاب به گروه شماره ۱، ۴ کتاب به گروه شماره ۲ و ۳ کتاب به گروه شماره ۳، برای مطالعه داده است. اگر معلم بخواهد این کتاب‌ها را به طور مساوی بین ۳ گروه تقسیم کند به هر گروه چند کتاب برای مطالعه داده می‌شود؟

۳ــ پس از مشورت گروه‌ها، به انتخاب معلم دو گروه نتیجه کار خود را اعلام می‌کنند و سایر گروه‌ها دربارهٔ کار آنها اظهار نظر می‌کنند.

۴ــ گروهی که پاسخ صحیح را به دست آورده دربارهٔ نحوهٔ کار خود توضیح می‌دهد.

فعالیت ۲

اهدف : درک مفهوم میانگین

زمان : ۱۰ دقیقه

روش اجرا :

۱ــ دانش‌آموزان در گروه های سه نفره قرار داده می‌شوند.

۲ــ توسط معلم مسئله زیر خوانده شده و اطلاعات روی تخته کلاس ثبت می‌شود.

علی دانش‌آموز کلاس هفتم است. نمرات ریاضی او در چهار ماهه اول سال به ترتیب ۱۹، ۱۸، ۱۶ و ۱۵ است. به نظر شما معلم ریاضی چه نمره‌ای را برای کارنامه او در نظر گرفته است.

۳ــ پس از مشورت گروه‌ها دو گروه بر انتخاب معلم نتیجه کار خود را اعلام می‌کنند و سایر گروه‌ها درباره درستی کار آنها اظهار نظر می‌کنند.

۴ــ گروهی که پاسخ صحیح را به دست آورده دربارهٔ نحوهٔ کار خود توضیح می‌دهد.

۵ــ توسط معلم مفهوم میانگین بیان می‌شود و از دانش‌آموزان سؤال می‌شود چه کاربردهای دیگری را برای میانگین در زندگی روزمره می‌شناسند.

حل بعضی از تمرین‌ها

تمرین (۱) و (۵) به‌طور ضمنی به یکی از کاربردهای میانگین اشاره دارند. پاسخ تمرین (۱)، چهل و شش سانتی‌متر و پاسخ تمرین (۵)، حدوداً ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ تومان = ۵۰ × ۵۰۰ × ۴۰۰ است. (در این محاسبه،هر سال تقریباً ۵۰ هفته در نظر گرفته شده است.)

توصیه : امکان دارد دانش‌آموزان هر سؤالی را از طریق چند راه مختلف حل کنند. در اینجا دو راه حل پیشنهادی به عنوان نمونه برای حل سؤال ۶ ارائه شده است.

روش اول : استفاده از راهبرد زیر مسئله

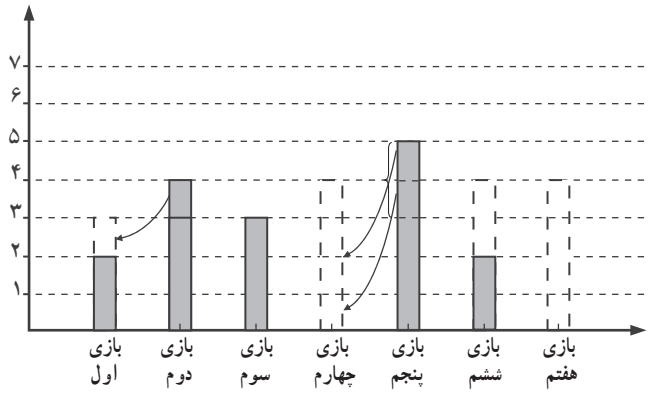
میانگین تعداد گل‌ها در ۷ بازی قرار است برابر ۳ شود، پس مجموع تعداد گل‌ها باید ۲۱=۳×۷ باشد. پس مجموع تعداد گل‌ها در ۶ بازی را از ۲۱ کم می‌کنیم تا پاسخ مسئله به‌دست آید :

۲۱ − (۲+۴+۳+۰+۵+۲)=۵ گل

روش دوم : استفاده از راهبرد رسم شکل

با توجه به اینکه میانگین تعداد گل‌ها باید ۳ باشد، با استفاده از مفهوم میانگین، تا آنجایی که ممکن است تعداد گل‌های ۶ بازی را یکسان سازی می‌کنیم (یعنی از بازی‌هایی که تعداد گل‌هایشان بیشتر از ۳ است، از تعداد گل‌هایش کم می‌کنیم و به گل‌های بازی‌هایی که تعداد گل‌هایشان کمتر از ۳ است اضافه می‌کنیم تا تعداد گل زده در هر بازی از شش بازی به ۳ برسد.)

پس از انجام این مرحله، با توجه به اینکه به طور میانگین در هر بازی از ۷ بازی باید ۳ گل زده شده باشد، تعداد گل‌هایی که مورد نیاز است تا تعداد گل‌های هر بازی به ۳ برسد را با رنگ قرمز رسم می‌کنیم. بنابراین تعداد گل‌های مورد نیاز برای آنکه تعداد گل های هر بازی به طور میانگین به ۳ برسد، طبق شکل برابر ۵ هست. پس در بازی هفتم باید ۵ گل زده شود.



در تمرین (۶)، قرار است میانگین تعداد گل‌ها در ۷ بازی برابر ۳ شود، پس مجموع تعداد گل‌ها باید ۲۱= ۳× ۷ باشد، پس مجموع تعداد گل‌ها در ۶ بازی را از ۲۱ کم می‌کنیم تا پاسخ مسئله به‌دست آید :

۲۱ − (۲+۴+۳+۰+۵+۲) =۵ گل

۷ــ الف) مجموع چهار عدد : ۴۰ = ۱۰× ۴

ب) مجموع دو عدد دیگر : ۱۳= (۲+۲۵) – ۴۰ ، پس دو عدد دیگر می‌توانند، (۳ و ۱۰)، (۴و ۹)، (۵ و ۸) یا (۶ و ۷) باشند.

توصیه‌های آموزشی

لازم است دانش‌آموزان پیش از درگیر شدن در مسئله‌های پیچیده این درس، به خوبی با مفهوم میانگین آشنا باشند.

استفاده از ماشین حساب برای محاسبه میانگین توصیه می‌شود.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

گاهی برخی از دانش‌آموزان از میانگین در حل مسئله‌هایی که به این موضوع ارتباطی ندارند استفاده می‌کنند. مثلاً به مسئله زیر توجه کنید :

«اتومبیلی مسیری را با سرعت ۵۰ کیلومتر در ساعت رفت و با سرعت ۷۰ کیلومتر در ساعت برگشت. سرعت متوسط این اتومبیل در رفت و برگشت چقدر بوده است؟»

به نظر می‌رسد، دلیل این اشتباه واژه‌های یکسان (متوسط) برای بیان انواع میانگین است. پاسخ این مسئله برابر ۶۰ یعنی میانگین حسابی ۵۰ و ۷۰ نیست، بلکه پاسخ با میانگین همساز ۵۰ و ۷۰ یعنی ۵۸/۳ برابر است (همانطور که در بخش دانستنی‌هایی برای معلم بیان شد). پیشنهاد می‌شود که دانش‌آموزان به صورت زودرس در معرض این نوع مسئله‌ها قرار نگیرند و در صورت لزوم مسئله را به کمک رسم شکل، مورد تحلیل قرار دهند.

درس سوم

احتمال

اهداف

۱ــ یادآوری مفهوم احتمال و واژه‌های مرتبط با آن

۲ــ توانایی بیان در امکان رخ دادن یک اتفاق به کمک واژه‌ها و با توجه به تجربه‌های قبلی

۳ــ آشنایی با مفهوم آزمایش و مفهوم تکرارهای زیاد یک آزمایش

۴ــ آشنایی با بازی‌های شانسی عادلانه و ناعادلانه و توانایی تشخیص عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌های شانسی ساده

ابزارهای مورد نیاز:

۱ــ تاس

۲ــ سکه

۳ــ چرخنده

۴ــ مهره یا دکمه‌های رنگی و پاکت

۵ــ کاغذ شطرنجی

روش تدریس

درس را با تشکیل گروه‌های کوچک شروع کنید و فرصت دهید تا دانش‌آموزان در گروه به انجام فعالیت اوّل بپردازند. شما هم به گروه‌ها سر بزنید و در صورت بروز اشکالات احتمالی دانش‌آموزان را هدایت کنید. در پایان از یکی از اعضای هر گروه بخواهید یکی دو تا از جمله‌های ساخته شده در گروه را برای بقیه بخواند.

فعالیت دوم انجام دادنی است و لازم است از قبل وسایل لازم برای انجام آن فراهم شود.

می‌توانید برای هر گروه یک سری وسیله آماده کنید. خود دانش‌آموزان هم می‌توانند در آماده‌سازی وسایل همراه شما باشند.

ابتدا از دانش‌آموزان بخواهید هریک به تنهایی قسمت (الف) فعالیت را کامل کنند. دقت کنید که در این فعالیت احتمال بیشتر، کمتر یا برابر برای رخ دادن یک اتفاق در مقایسه با رخ ندادن همان اتفاق بیان شده است و نه در مقایسه با رخ دادن اتفاقات دیگر. مثلاً احتمال آنکه مهره قرمز باشد از احتمال آنکه مهره زرد باشد بیشتر است، اما احتمال قرمز بودن مهره با احتمال قرمز نبودن آن برابر است و بنابراین در این مورد احتمال برابر علامت زده شده است.

انتظار می‌رود دانش‌آموزان با توجه به تجربه‌های قبلیشان به این قسمت پاسخ درست بدهند.

پس از انجام قسمت (الف) وسایل را در اختیار گروه‌ها قرار دهید. در قسمت (ب) هر دانش‌آموز باید ۲۰ بار آزمایش را انجام دهد و نتیجه را با کمک چوب خط در جدول یادداشت کنند. در این قسمت فرصتی پیش آمده تا دانش‌آموزان از چوب خط در جای مناسب آن استفاده کنند.

در قسمت (پ) این داده‌های جمع‌آوری شده با هم جمع می‌شوند. بنابراین مثلاً اگر تعداد دانش‌آموزان شما ۳۰ نفر باشد، روی هم ۶۰۰ = ۲۰× ۳۰ داده در کلاس جمع‌آوری شده است که می‌تواند تا حدودی بیانگر تعداد زیاد آزمایش‌ها باشد.

آنچه در این قسمت مهم است بررسی داده‌ها است. در قسمت (ب) در ۲۰ آزمایش ممکن است اتفاقات مختلفی افتاده باشد و نتیجه با انتظاری که در قسمت (الف) تبیین شده بود، متفاوت باشد؛ چرا که نتیجه یک آزمایش تصادفی در تعداد تکرارهای کم اساساً قابل پیش بینی نیست. اما در قسمت (پ) انتظار می‌رود تقریباً در نیمی از ۶۰۰ آزمایش مهره قرمز مشاهده شده باشد. تأکید روی دو عبارت غیرقطعی «انتظار می‌رود» و «تقریباً» در تحلیل داده‌ها بسیار مهم است. ضمن آنکه ممکن است این انتظار در ۶۰۰ آزمایش هم برآورده نشود.

کار در کلاس این قسمت هم در ادامه فعالیت و با تأکید بر همین موضوعات طرح شده است. در کاردرکلاس (۲) نتایج ۱۰۰۰۰ بار آزمایش در یک جدول خلاصه شده‌اند. با توجه به تعداد زیاد آزمایش‌ها انتظار داریم که رنگ‌ها در نمودار دایره‌ای مربوط به نتایج، تقریباً به همان نسبتی که رنگ‌ها در چرخنده دیده می‌شوند، مشاهده شوند.

در فعالیت بعدی، یک بازی شانسی آمده است که در آن هیچ کدام از بازیکنان نسبت به دیگری امتیازی ندارد. این بازی یک بازی عادلانه است و در یک دور بازی ممکن است هر کدام از بازیکنان برنده شوند و نتیجه قابل پیش بینی نیست، اما در تعداد بازی‌های زیاد، انتظار می‌رود هر بازیکن تقریباً

در نصف موارد برنده شده باشد.

دقت کنید که ممکن است دانش‌آموزان تجربه کافی برای تعیین عادلانه یا ناعادلانه بودن بازی‌ها نداشته باشند و تجربه‌های شخصی در تعداد آزمایش‌های کم در تصمیم‌گیری‌هایشان دخالت داشته باشد. با ایجاد فرصت برای تکرار زیاد هر بازی یا استفاده از مولدهای تصادفی مجازی برای تکرار زیاد بازی شبیه‌سازی شده می‌توانید به تجربه دانش‌آموزان اضافه کنید و آنها را در درک بهتر مفهوم احتمال یاری نمایید.

در کار در کلاس (۱) که در ادامه آمده است، چند بازی ساده‌تر معرفی شده‌اند.

بازی (الف) عادلانه است. بازی (ب) عادلانه نیست. در بازی عادلانه (پ) اگر عقربه روی رنگ دیگری بایستد، بازی بدون برنده است. بازی (ت) ناعادلانه است.

کار در کلاس (۲) هم به توسعه به‌مفهوم پرداخته است. این کار در کلاس پاسخ‌های مختلفی دارد. (۱۰ آبی، ۱۰ سبز)، اوّلین پاسخی است که به ذهن می‌رسد، اما پاسخ (۵ آبی، ۵ سبز، ۱۰ قرمز) هم می‌تواند یکی از پاسخ‌های درست باشد.

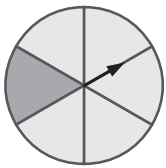
دقت کنید :

در کار در کلاس ۳ صفحه ۱۳۵، منظور از جمله «احتمال مشاهدهٔ کدام شکل بیشتر است؟»، «احتمال مشاهده کدام شکل نسبت به هر یک از شکل‌های دیگر بیشتر است؟» هست که پاسخ، شکل دایره است.

در تمرین ۳ صفحه ۱۳۷، در پاسخ سینا و مینا، منظور احتمال اینکه عقربه روی سبز (یا زرد) بایستد، بیشتر از هر یک از رنگ‌های دیگر است.

در سؤال ۴ صفحه ۱۳۷، نیز منظور، احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید نسبت به احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از رنگ‌های دیگر هست.

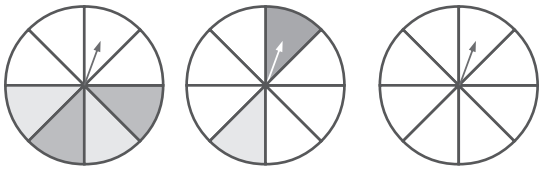
حل بعضی از تمرین‌ها



در تمرین (۲) درباره ۵ بار پرتاب سکه سؤال شده است. پاسخ این تمرین «بله» است؛ یعنی ممکن است که سکه هر ۵ بار رو بیاید. تجربه می‌تواند به دانش‌آموزان در تشخیص این مطلب کمک کند.

در تمرین (۳) قسمت‌ها مساوی نیستند و با اضافه کردن خط و مساوی کردن قسمت‌ها معلوم می‌شود که مینا درست می‌گوید.

تمرین (۴) پاسخ‌های مختلفی دارد و درستی یا نادرستی هر پاسخ باید با مراجعه به صورت سؤال بررسی شود. در اینجا چند مورد از پاسخ‌های درست آمده است :



توصیه‌های آموزشی

طراحی و انجام بازی‌های شانسی به کمک ابزارهای واقعی یا مجازی مولد تصادفی، مهم‌ترین اقدام برای توسعه درک دانش‌آموزان و آماده‌سازی آنها برای عبور از این مرحله از شناخت احتمال است. پیشنهاد می‌شود دانش‌آموزان نتایج یک بازی شانسی را حدس بزنند. سپس هریک به‌طور جداگانه آزمایش کنند، نتایج را به کمک نمودار ستونی و یا در جدول داده‌ها نمایش دهند و با هم مقایسه کنند و پس از چند بار تکرار، پیش‌بینی‌شان را در صورت لزوم تعدیل کنند.

مهم است که دانش‌آموزان در پایان این درس بدانند که نتیجه یک آزمایش تصادفی قابل پیش‌بینی نیست اما در تعداد زیاد آزمایش‌ها می‌توان گفت که تقریباً انتظار داریم چه نتایجی را مشاهده کنیم.

بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان

برخی از دانش‌آموزان از عبارت‌هایی که امکان رخ دادن یک اتفاق را بیان می‌کنند، از لحاظ ادبی درست استفاده نمی‌کنند. گاهی باور به بدشانسی و خوش‌شانسی در پاسخ‌هایی که دانش‌آموزان به سؤالات مربوط به‌احتمال می‌دهند، دیده می‌شود. لازم است.

برخی از دانش‌آموزان این تصور را دارند که ⚅ کمتر از عددهای دیگر در نتیجه پرتاب یک تاس مشاهده می‌شود.

مراجعه به نتایج تعداد کمی آزمایش تصادفی برای دادن حکم کلی درباره آن نیز یکی دیگر از بدفهمی‌های رایج در این مبحث است.

پاسخ معمّا و سرگرمی

در بازی ارائه شده در معما و سرگرمی، جدول‌های زیر نشان می‌دهند که در مجموع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس، اعداد ۲ تا ۱۲ شانس برابری ندارند، به همین دلیل ماشین‌ها نیز چون براساس مجموع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس شماره‌گذاری شده‌اند، شانس برابری برای حرکت ندارند. بنابراین این بازی، بازی عادلانه‌ای نیست.

جدول نتایج جمع اعداد حاصل از پرتاب دو تاس

+	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲

جدول تعداد حالت‌های ممکن در پرتاب دو تاس برای اعداد ۲ تا ۱۲

اعداد	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد حالت‌های ممکن	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

البته نیاز نیست که به دانش‌آموزان از این طریق بیان شود که این بازی عادلانه نیست، بلکه دانش‌آموزان بایستی با انجام بازی و تجربه‌ای که در جریان این بازی کسب می‌کنند، به ناعادلانه بودن بازی برسند.

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)