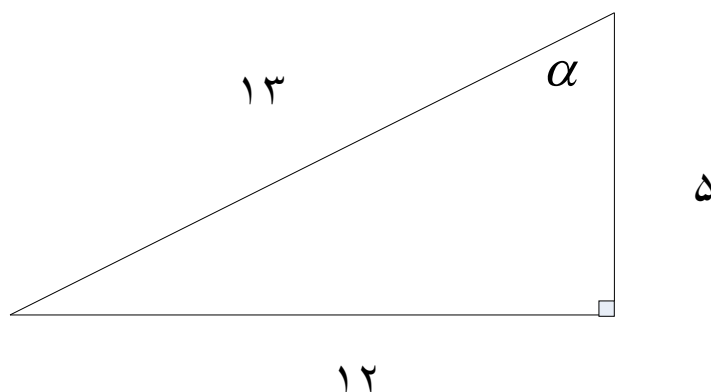


اگر α زاویه ای در بازه $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$ باشد که $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ مقدار $\tan \frac{\alpha}{2}$ را حساب کنید



راه حل اول

$$\cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{-5}{13} = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow 1 \tan^2 \frac{\alpha}{2} = 18$$

$$\Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{18} \xrightarrow{\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{3\pi}{4}} \tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{3}{2}$$

راه حل دوم

$$\sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{-12}{13} = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow$$

$$6 \tan^2 \frac{\alpha}{2} + 13 \tan \frac{\alpha}{2} + 6 = 0 \Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \begin{cases} -\frac{3}{2} \\ -\frac{2}{3} \end{cases}$$

به نظر شما چرا جواب $\tan(\frac{\alpha}{2}) = -\frac{2}{3}$ غیر قابل قبول است؟

راه حل سوم

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2} = \frac{1 - (-\frac{5}{13})}{2} = \frac{18}{26} = \frac{9}{13}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} = \frac{1 + (-\frac{5}{13})}{2} = \frac{4}{26} = \frac{2}{13}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sqrt{\frac{9}{13}}}{-\sqrt{\frac{2}{13}}} = -\frac{3}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{12}{5} = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$2 \tan^2 \frac{\alpha}{2} + 5 \tan \frac{\alpha}{2} - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

لطفاً به راه حل دوم توجه کنید که ۲ تا جواب دارد نظرتان را اعلام نمایید