



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>

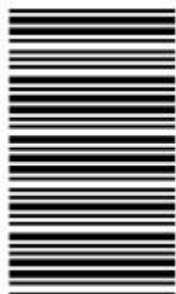


(@riazisara)

کد کنترل

272

E



272E

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

محل امضا:

نام:
نام خانوادگی:

| | | | | |
|--|---|----------------------------------|----------|----------|
|  | | | | |
| «اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره) | | | | |
| جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور | | | | |
| آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۷ | | | | |
| رشته ریاضی کاربردی (کد ۲۲۳۴) | | | | |
| مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه | تعداد سؤال: ۴۵ | | | |
| عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات | | | | |
| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره |
| ۱ | مجموعه دروس تخصصی: مبانی آنالیز ریاضی - آنالیز ریاضی - مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی - مبانی آنالیز عددی - آنالیز عددی پیشرفته - آنالیز حقیقی - تحقیق در عملیات پیشرفته ۱ | ۴۵ | ۱ | ۴۵ |
| این آزمون نمره منفی دارد. | | استفاده از ماشین حساب مجاز نیست. | | |
| حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود. | | | | |

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

- ۱- فرض کنید $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی یکنوا باشد. کدام گزینه پیوستگی f را نتیجه نمی‌دهد؟
 (۱) f برد بسته باشد.
 (۲) f خاصیت مقدار میانی داشته باشد.
 (۳) حد تابع f در هر نقطه بازه $[a, b]$ موجود باشد.
 (۴) f بر $[a, b]$ دارای تابع اولیه باشد.
- ۲- فرض کنید $A = \{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2} : n \in \mathbb{N}\}$ زیر مجموعه اعداد حقیقی باشد. (\bar{A} بستار A و ∂A مرز A است)، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟
 (۱) A بسته نیست و $\partial A \neq \bar{A}$
 (۲) A بسته نیست و $\partial A = \bar{A}$
 (۳) A بسته است و $\partial A = \bar{A}$
 (۴) A بسته است و $\partial A \neq \bar{A}$
- ۳- فرض کنید E زیر مجموعه‌ای از فضای متریک (X, d) است به طوری که $\bar{E} = E$ و $E^\circ = \emptyset$. اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in E \\ 0 & x \notin E \end{cases}$ باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟
 (۱) f فقط بر E^c پیوسته است.
 (۲) f فقط بر E پیوسته است.
 (۳) f همه جا پیوسته است.
 (۴) f هیچ جا پیوسته نیست.
- ۴- فرض کنید d_1 و d_2 دو متر بر مجموعه ناتهی X باشند، به طوری که برای هر دنباله $\{x_n\}$ در X و $x \in X$ اگر $d_1(x_n, x) \rightarrow 0$ آنگاه $d_2(x_n, x) \rightarrow 0$ کدام گزینه نادرست است؟
 (۱) اگر (X, d_1) همبند باشد، آنگاه (X, d_2) همبند است.
 (۲) اگر (X, d_1) فشرده باشد، آنگاه (X, d_2) فشرده است.
 (۳) اگر (X, d_1) کامل باشد، آنگاه (X, d_2) کامل است.
 (۴) اگر $E \subseteq X$ در (X, d_2) بسته باشد، آنگاه E در (X, d_1) بسته است.
- ۵- فرض کنید تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ کراندار، $a \in \mathbb{R}$ و $A = \{\frac{f(a) - f(x)}{a - x} : x \in \mathbb{R}, x \neq a\}$ کدام گزینه درست است؟
 (۱) اگر A بیکران باشد آن گاه f در a مشتق پذیر است.
 (۲) اگر f در a مشتق پذیر باشد آن گاه A بیکران است.
 (۳) اگر f در a مشتق پذیر باشد آن گاه A کراندار است.
 (۴) اگر A کراندار باشد آن گاه f در a مشتق پذیر است.

۶- اگر $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تابعی پیوسته باشد که برای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $f(x) + x \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t f(t) dt = 1$ ، کدام گزینه

درست است؟

(۱) f بیکران است.

(۲) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ موجود است.

(۳) f بینهایت بار مشتق پذیر است.

(۴) مجموعه نقاطی که تابع f صفر می‌شود متناهی است.

۷- تابع $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ را در نظر بگیرید و قرار دهید $f_n(x) = f(x^n)$ ($n \geq 1$) . کدام گزینه شرط لازم و کافی

برای هم‌پیوستگی دنباله $\{f_n\}$ است؟

(۱) کراندار باشد.

(۲) f پیوسته باشد.

(۳) f پیوسته یکنواخت باشد.

(۴) f تابع ثابت باشد.

۸- به ازای چه مقادیری از a سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n \sin(na)}{n}$ همگرا می‌باشد؟

(۱) $a \in \mathbb{Z}$

(۲) $a \in \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$

(۳) $a \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{2k+1}{2} \pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$

(۴) $a \in \mathbb{R}$

۹- تبدیل خطی $\phi: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ با ضابطه $\phi(A) = A + A^T$ را در نظر بگیرید. رتبه ϕ برابر است با:

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۱۰- فرض کنید $M_3(\mathbb{Q})$ فضای برداری ماتریس‌های 3×3 روی میدان \mathbb{Q} است و داریم:

$$E = \left\{ \begin{bmatrix} a & c & b \\ b & a+c & b+c \\ c & b & a+c \end{bmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Q} \right\}$$

E یک زیرفضای برداری $M_3(\mathbb{Q})$ است. بعد E چقدر است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۶

(۴) ۹

۱۱- $\alpha = \{x, 2x+1\}$ و $\beta = \{x+2, -x+1\}$ پایه‌های مرتب فضای برداری چندجمله‌ای‌ها با درجه حداکثر ۱ روی \mathbb{R} می‌باشند. ماتریس نمایش تبدیل خطی که پایه β را نظیر به نظیر به پایه α می‌برد برابر است با:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 1 \\ \frac{2}{3} & -1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 1 \\ -\frac{2}{3} & -1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 1 \\ -\frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

۱۲- فرض کنید $A, B \in M_3(\mathbb{R})$ و $\text{Tr}(AB) = 0$. در این صورت کدام گزینه درست است؟

$$A^T = B^T \quad (۱)$$

$$AB^T = B^T A \quad (۲)$$

$$A^T B^T = B^T A^T \quad (۳)$$

$$(AB)^T = (BA)^T \quad (۴)$$

۱۳- فرض کنید A یک ماتریس 3×3 با درایه‌های حقیقی باشد به طوری که $\text{tr}(A^T) = 1$ و $\text{tr}(A) = 0$ و $\det A = 0$. حاصل ضرب مقادیر ویژه ناصفر A برابر است با:

$$-\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$-\sqrt{2} \quad (۴)$$

۱۴- V یک فضای برداری با بعد متناهی روی \mathbb{R} می‌باشد. فرض کنید $T: V \rightarrow V$ تبدیل خطی است که برای هر $v \in V$ داریم $T(T(v)) = -v$ در این صورت $\dim V$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$$۶ \quad (۱)$$

$$۷ \quad (۲)$$

$$۹ \quad (۳)$$

$$۱۵ \quad (۴)$$

۱۵- I_3 ماتریس همانی 3×3 و J_3 ، ماتریسی 3×3 است که تمام درایه‌های آن ۱ می‌باشد. برای ماتریس زیر مجموع $\text{rank } A$ و تکرر مقدار ویژه صفر کدام است؟

$$A = \begin{pmatrix} O & I_3 \\ J_3 & O \end{pmatrix}$$

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۱۶- اگر A یک ماتریس مربعی حقیقی و غیر همانی باشد که $A^t = A^2$ (ترانپوذه)، آنگاه مقادیر ویژه A کدام است؟

(۱) ۱ و ۲

(۲) ۲ یا -۲

(۳) ۱ یا ۰

(۴) ۰ و -۱

۱۷- در یک دستگاه ممیز شناور نرمال شده برای نمایش اعداد حقیقی در مبنای ۲ با 10^6 رقم مانتیس و روش بریدن در نمایش اعداد، فاصله بین عدد قابل نمایش 2^P ، $P > 1$ ، و بزرگ‌ترین عدد قابل نمایش کوچک‌تر از 2^P کدام است؟

(۱) 2^{-6} (۲) 2^{-10} (۳) 2^{P-10} (۴) 2^{P-6}

۱۸- فرض کنید α ریشه ساده معادله $f(x) = 0$ و $f''(\alpha) = 0$. مرتبه همگرایی روش نیوتن برای محاسبه تقریبی از α کدام است؟

(۱) ۲

(۲) خطی

(۳) دست‌کم ۲

(۴) دست‌کم ۳

۱۹- تقریب $f(x) = \cos x$ درباره $[0, 1]$ با قطعه‌های درونیاب خطی روی زیربازه‌ها با طول برابر مد نظر است. طول هر زیربازه دست‌کم چقدر باشد تا کران بالای خطای برشی ناشی از درونیاب‌های خطی روی هر زیربازه بیش از

$$10^{-8} \times \frac{1}{4} \text{ نباشد؟}$$

(۱) 4×10^{-4} (۲) 2×10^{-4} (۳) 2×10^{-3} (۴) $\frac{1}{2} \times 10^{-3}$

۲۰- قاعده انتگرال‌گیری زیر را در نظر بگیرید:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \frac{1}{4} \left[af(-1) + bf\left(\frac{1}{3}\right) \right]$$

مقادیر a ، b و k چقدر باشند تا این قاعده برای چندجمله‌ای‌هایی با بیشترین درجه ممکن k دقیق باشد؟

(۱) $a = 1, b = 3, k = 1$ (۲) $a = 1, b = 3, k = 2$ (۳) $a = 1, b = 1, k = 1$ (۴) $a = 1, b = 1, k = 2$

۲۱- برای چه مقادیر w_1 و w_2 روش انتگرال‌گیری $\int_0^1 x\sqrt{x}f(x)dx \approx w_1f(0) + w_2f(1)$ برای توابع چندجمله‌ای

خطی دقیق است؟

$$w_2 = \frac{2}{5}, w_1 = \frac{4}{35} \quad (2) \qquad w_2 = \frac{2}{5}, w_1 = \frac{2}{7} \quad (1)$$

$$w_2 = \frac{2}{7}, w_1 = \frac{4}{35} \quad (4) \qquad w_2 = \frac{2}{7}, w_1 = \frac{2}{5} \quad (3)$$

۲۲- اگر \bar{x} جواب محاسبه شده برای یک مسأله و x جواب دقیق مسأله باشد و بتوان نشان داد که $\|\bar{x}\| \leq 10^{-30} + 10^{-10}$ و $\|x - \bar{x}\| \leq 10^{-7}$ ، آن‌گاه تعداد رقم‌های دهمی یکسان در x و \bar{x} دست کم برابر است با

۱۱ (۱)

۱۷ (۲)

۱۸ (۳)

۳۰ (۴)

۲۳- درونیاب گویا به صورت $\varnothing(x) = \frac{a+bx}{c+dx}$ برای نقاط (i, i^2) ، $i = 0, 1, 2, \dots$

(۱) وجود ندارد.

(۲) برابر $\frac{3x}{5-2x}$ است.

(۳) یکتاست.

(۴) به تعداد نامتناهی وجود دارد.

۲۴- فرض کنید $p(y)$ یک چند جمله‌ای درونیاب برای داده به صورت $((y_i, y_i^2(2y_i - 1)))$ با $y_i = i$ ، $i = 0, 1, 2, 3$ است. در این صورت، $p(y)$ برابر است با

y^2 (۱)

$2y^2$ (۲)

$2y^2 - y^2$ (۳)

(۴) یک چندجمله‌ای از درجه ۴

۲۵- فرض کنید $r(x) = x^2 - x$ چند جمله‌ای درونیاب در نقاط $x_0 = 1$ ، $x_1 = 2$ ، $x_2 = 4$ و $s(x) = \frac{4}{3}x^2 - 3x + \frac{1}{3}$

چندجمله‌ای درونیاب در نقاط x_1 ، x_2 و $x_3 = 5$ باشد. اگر $p(x)$ چند جمله‌ای درونیاب درجه سه در چهار نقطه x_0 ، x_1 ، x_2 ، x_3 باشد، $p(3)$ کدام است؟

$\frac{35}{6}$ (۲)

$\frac{35}{8}$ (۱)

$\frac{35}{2}$ (۴)

$\frac{35}{4}$ (۳)

۲۶- فرض کنید $\Delta = \left[0, \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right]$ افزایشی از بازه $[0, 1]$ و $Y = \{y_0, y_1, y_2\}$ مقایر تابع f در نقاط $x_i \in \Delta$ و $S_{\Delta}(y; x)$ درونیاب اسپلاین درجه سه طبیعی به صورت زیر باشد:

$$S_{\Delta}(y; x) = \begin{cases} 1 + ax + bx^2 + cx^3, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ -1 + d(x - \frac{1}{2}) + e(x - \frac{1}{2})^2 - 10(x - \frac{1}{2})^3, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

مقادیر b و e کدام است؟

(۱) $b = 0$ و $e = 20$

(۲) $b = 0$ و $e = 20$

(۳) $b = 0$ و $e = 5$

(۴) $b = 0$ و $e = 5$

۲۷- در فرمول انتگرال گیری $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} f(x) dx + \frac{1}{\varepsilon} \int_{1-\varepsilon}^1 f(x) dx \right] + E(f)$ که $0 < \varepsilon < \frac{1}{2}$ هسته پتانو، $k(t)$ به ازای $\varepsilon \leq t \leq 1 - \varepsilon$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} t(1-t)$

(۲) $\frac{1}{2} (1-t)^2 (1 - \frac{1}{2\varepsilon})$

(۳) $-\frac{1}{2} t(1-t) + \frac{1}{4} \varepsilon$

(۴) $\frac{1}{2} t^2 (1 - \frac{1}{2\varepsilon})$

۲۸- در محاسبه تخمینی برای انتگرال معین $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^2 x dx$ به روش دوزنقه‌ای مرکب روی $n > 1$ زیر بازه با طول هر زیر بازه برابر با $h = \frac{\pi}{2n}$ ، مرتبه خطا برابر است با

(۱) h^2

(۲) h^3

(۳) h^4

(۴) h^5

۲۹- در مورد زیرمجموعه‌های \mathbb{R} با اندازه لبگ، کدام گزینه درست است؟

(۱) مرز هر مجموعه نامشمار، اندازه پذیر است.

(۲) هر مجموعه نامشمار دارای زیرمجموعه‌ای با اندازه مثبت است.

(۳) هر مجموعه نامشمار دارای زیرمجموعه‌ای اندازه ناپذیر است.

(۴) خانواده‌ای نامشمار از زیرمجموعه‌های دوبه‌دو مجزا و اندازه پذیر با اندازه مثبت در $[0, 1]$ وجود دارد.

۳۰- فرض کنید m اندازه لبگ بر \mathbb{R} باشد. اگر $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ تابعی باشد که $f \circ m$ (ترکیب f و m) یک اندازه است، در مورد f کدام گزینه درست است؟

(۱) f صعودی است ولی لزوماً جمعی نیست.

(۲) لزوماً f تابع همانی یا تابع ثابت است.

(۳) f جمعی است ولی لزوماً پیوسته نیست.

(۴) f جمعی و پیوسته است.

۳۱- بازه $[0, 1]$ با اندازه لبگ m و مجموعه $E = [0, \frac{1}{4}]$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $f_n(x) = \begin{cases} \chi_E(x) & \text{فرد } n \\ 1 - \chi_E(x) & \text{زوج } n \end{cases}$.

دنباله $\{f_n\}$ به‌طور نقطه‌وار همگرا و دنباله عددی $\left\{ \int_0^1 f_n dm \right\}$ همگرا

(۱) است، است.

(۲) نیست، است.

(۳) است، نیست.

(۴) نیست، نیست.

۳۲- \mathbb{R} با اندازه لبگ را در نظر بگیرید. فرض کنید $f_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & 0 \leq x \leq 2^n \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$. درباره دنباله $\{f_n\}$ کدام گزینه درست است؟

(۱) $f_n \rightarrow 0$ (در نرم L^2)، اما $f_n \not\rightarrow 0$ (در اندازه).

(۲) $f_n \rightarrow 0$ (در نرم L^2) و $f_n \rightarrow 0$ (در اندازه).

(۳) $f_n \not\rightarrow 0$ (در نرم L^2) و $f_n \not\rightarrow 0$ (در اندازه).

(۴) $f_n \rightarrow 0$ (در اندازه)، اما $f_n \not\rightarrow 0$ (در نرم L^2).

۳۳- فرض کنید $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع حقیقی نامنفی انتگرال‌پذیر بر یک فضای اندازه (X, S, μ) باشد و

$$a_n = \int_X f_n d\mu$$

کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر $a_n \rightarrow 0$ ، آنگاه $f_n \rightarrow 0$ (تقریباً همه‌جا).

(۲) اگر $f_n \rightarrow 0$ (در اندازه)، آنگاه $a_n \rightarrow 0$.

(۳) اگر $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد، آنگاه $f_n \rightarrow 0$ (تقریباً همه‌جا).

(۴) اگر $f_n \rightarrow 0$ (تقریباً همه‌جا)، آنگاه $a_n \rightarrow 0$.

۳۴- فرض کنید H یک فضای هیلبرت و x و y دو عضو متعامد ناصفر آن باشند. گزاره‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$\|x\|^2 + \|y\|^2 = \|x - y\|^2 \quad (\text{الف})$$

(ب) x و y مستقل خطی هستند.

کدام گزینه درست است؟

(۱) (الف) و (ب) هر دو درست هستند.

(۲) (الف) درست است اما (ب) نادرست است.

(۳) (ب) درست است اما (الف) نادرست است.

(۴) (الف) و (ب) هیچ کدام درست نیستند.

۳۵- فرض کنید $\{a_n\} \subseteq \mathbb{R}^+$ دنباله‌ای اکیداً صعودی و همگرا به $a \in \mathbb{R}^+$ باشد. عملگر خطی $T: \ell^2 \rightarrow \ell^2$ را با ضابطه $T(\{x_n\}) = \{a_n x_n\}$ ($\{x_n\} \in \ell^2$) در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

(۱) $\|T\| = \sqrt{a}$ کراندار است و

(۲) $\|T\| = a$ کراندار است و

(۳) $\|T\| = a^2$ کراندار است و

(۴) T بی کران است.

۳۶- فرض کنید $S = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b\}$ ناتهی است که در آن A یک ماتریس $m \times n$ است. به علاوه، بردار ناصفر $d \in \mathbb{R}^n$ وجود دارد به طوری که $Ad = 0$. آنگاه

(۱) S نقطه رأسی ندارد و بی کران است.

(۲) S نقطه رأسی ندارد ولی لزوماً بی کران نیست.

(۳) S می تواند نقطه رأسی داشته باشد ولی حتماً بی کران است.

(۴) S می تواند نقطه رأسی داشته باشد ولی لزوماً بی کران نیست.

۳۷- اگر در یکی از تکرارهای الگوریتم سیمپلکس، مقدار آزمون می نیمم کسر (مربوط به شدنی بودن) برای همه متغیرهای غیر پایه‌ای برابر با صفر باشد، آنگاه

(۱) ناحیه شدنی تنها یک نقطه ناتبه‌یافته دارد.

(۲) ناحیه شدنی تنها یک نقطه تباه‌یافته دارد.

(۳) ناحیه شدنی ممکن است بیش از یک نقطه داشته باشد و همگی ناتبه‌یافته باشند.

(۴) ناحیه شدنی ممکن است بیش از یک نقطه با دست کم یک نقطه راسی تباه‌یافته داشته باشد.

۳۸- فرض کنید جدول زیر بخشی از یک جدول سیمپلکس برای حل مسأله $\begin{cases} \text{Min } z = c^t x \\ \text{s.t. } Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$ (P) است. آنگاه مقدار متغیر x_5 در هر جواب

| | z | ... | x_5 | ... | RHS | | | | |
|-------|---|-----|-------|-----|-----|---|-----|---|---|
| z | 1 | | | | | | | | |
| ⋮ | ⋮ | | | | | | | | |
| x_5 | 0 | 0 | ... | 0 | 1 | 0 | ... | 0 | 0 |
| ⋮ | ⋮ | | | | | | | | |

(۱) شدنی مسأله (P) صفر است.

(۲) شدنی رأسی مسأله (P) صفر است ولی در نقاط غیر

رأسی لزوماً صفر نیست.

(۳) بهینه مسأله (P) صفر است ولی در نقاط غیر بهینه

لزوماً صفر نیست.

(۴) تبهگن (تباه‌یافته) مسأله (P) صفر است ولی در نقاط

ناتبه‌یافته لزوماً صفر نیست.

۳۹- مجموعه S به صورت $S = \{x \mid Ax \leq b, L \leq x \leq U\}$ که در آن، $A, m \times n, m < n, b \geq 0$ و $L \leq U$

(۱) بی کران است.

(۲) همواره تهی است.

(۳) همواره ناتهی است.

(۴) می تواند تهی یا ناتهی باشد.

۴۰- مدل برنامه ریزی خطی با متغیرهای کراندار زیر داده شده است (دقت کنید مسأله ماکزیم سازی است):

$$\text{Max } z = 2x_1 + 5x_2$$

$$\text{s.t. } 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 12$$

$$2x_1 + x_2 - x_4 = 4$$

$$1 \leq x_1 \leq 4, -2 \leq x_2 \leq 3, 0 \leq x_3 \leq 4, 0 \leq x_4 \leq 2$$

یک جواب پایه‌ای شدنی را در نظر بگیرید که در آن x_3 و x_4 متغیرهای پایه‌ای و x_1 و x_2 غیر پایه‌ای باشند که x_1 در کران پایین و x_2 در کران بالا قرار دارند. با شروع از این جواب پایه‌ای پس از یک تکرار روش سیمپلکس با متغیرهای کراندار، مقدار بهینه برابر است با

$$16 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$36 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

۴۱- مسئله (P) را به صورت

$$\text{Max } b^T v$$

$$\text{s.t. } A^T v \leq c \quad (P)$$

$$v \leq 0$$

با $c \geq 0$ در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. در این صورت کدام مورد صحیح است؟

(۱) (D) می‌تواند بی‌کران باشد.

(۲) مسئله (D) یا جواب بهینه دارد یا ناشدنی است.

(۳) اگر $b \leq 0$ آن‌گاه (D) ناشدنی است.

(۴) هر دو جواب بهینه دارند.

۴۲- مسئله (P) را به صورت

$$\text{Min } Z = c^T x$$

$$\text{s.t. } Ax \geq b \quad (P)$$

$$x \geq 0$$

با $b \leq 0$ و $c \geq 0$ در نظر بگیرید. قید جدید $d^T x \geq 0$ با $d \geq 0$ را به مسئله (P) اضافه کنید و مسئله جدید را

(P') بنامید. کدام مورد صحیح است؟

(۱) دوگان (P') می‌تواند ناشدنی باشد.

(۲) (P) و (P') هر دو جواب‌های بهینه دارند.

(۳) (P) می‌تواند جواب بهینه داشته باشد ولی (P') جواب بهینه نداشته باشد.

(۴) (P') می‌تواند جواب بهینه داشته باشد ولی (P) جواب بهینه نداشته باشد.

۴۳- اگر یک مسئله برنامه ریزی خطی اولیه جواب بهینه داشته باشد و متغیر جدیدی همراه با ضرایب مربوط در تابع

هدف و قیدها به مسأله اضافه شود، آن‌گاه دوگان مسئله جدید

(۱) شدنی است.

(۲) می‌تواند بی‌کران باشد.

(۳) یا ناشدنی است یا بی‌کران.

(۴) یا جواب بهینه دارد یا ناشدنی است.

۴۴- یک مسئله برنامه ریزی خطی، ماتریس پایه بهینه $B = [a_4, a_2, a_3]$ و B^{-1} (وارون پایه) به صورت زیر هستند:

$$\text{Min } z = x_1 - 2x_2$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 - x_3 = 2$$

$$-x_1 - x_2 - x_4 = 1$$

$$x_2 + x_5 = 3$$

$$x_1, \dots, x_5 \geq 0$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اگر قید جدید به صورت $b_4 \leq -4x_1 + 5x_2 + x_3$ به مسئله اضافه شود، به ازای چه مقادیری از b_4 پایه B همچنان بهینه می ماند؟

$$(1) \quad b_4 \geq 2$$

$$(2) \quad b_4 \geq 16$$

$$(3) \quad b_4 \leq 20$$

$$(4) \quad b_4 \leq 12$$

۴۵- برای روش سیمپلکس با متغیرهای کران دار، کدام مورد نا درست است؟

(۱) ماتریس های پایه ممکن است در دو افراز پایه ای شدنی متمایز، یکسان باشند.

(۲) در تباهیدگی ممکن است مقدار هیچ متغیر پایه ای صفر نباشد.

(۳) وقتی دو متغیر پایه ای هم زمان به کران هاشان می رسند، الگوریتم متوقف می شود.

(۴) در برخی از تکرارها ممکن است مقدار متغیر واردشونده پس از محورگیری کاهش یابد.

کلید اولیه آزمون دکترای سال 1397

| گروه امتحانی | شماره پاسخنامه | نوع دفترچه | عنوان دفترچه |
|--------------|----------------|------------|---------------|
| علوم پایه | 1 | E | ریاضی کاربردی |

| شماره سوال | گزینه صحیح | شماره سوال | گزینه صحیح |
|------------|------------|------------|------------|
| 1 | 1 | 31 | 2 |
| 2 | 2 | 32 | 4 |
| 3 | 1 | 33 | 3 |
| 4 | 3 | 34 | 1 |
| 5 | 3 | 35 | 2 |
| 6 | 3 | 36 | 1 |
| 7 | 4 | 37 | 4 |
| 8 | 4 | 38 | 1 |
| 9 | 4 | 39 | 4 |
| 10 | 2 | 40 | 3 |
| 11 | 2 | 41 | 2 |
| 12 | 4 | 42 | 2 |
| 13 | 1 | 43 | 4 |
| 14 | 1 | 44 | 2 |
| 15 | 4 | 45 | 3 |
| 16 | 3 | | |
| 17 | 3 | | |
| 18 | 4 | | |
| 19 | 2 | | |
| 20 | 1 | | |
| 21 | 4 | | |
| 22 | 1 | | |
| 23 | 3 | | |
| 24 | 3 | | |
| 25 | 2 | | |
| 26 | 2 | | |
| 27 | 4 | | |
| 28 | 3 | | |
| 29 | 1 | | |
| 30 | 4 | | |