



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

کد کنترل

270

E



270E

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

محل امضا:

نام:
نام خانوادگی:

صبح جمعه ۱۳۹۶/۱۲/۴ دفترچه شماره (۱)		 <p>«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)</p> <p>جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور</p>	
آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۷			
رشته آمار (کد ۲۲۳۲)			
مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه		تعداد سؤال: ۴۵	
عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات			
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: مبانی آنالیز ریاضی - ریاضی عمومی ۱ و ۲ - مبانی احتمال - احتمال ۱ و ۲ - استنباط آماری ۱	۴۵	۱
این آزمون نمره منفی دارد.		استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.	
حق چاپ تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.			

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- فرض کنید $\Psi(x) = \frac{d}{dx} \ln(\Gamma(x))$, $x > 0$ ، که در آن Γ تابع گاما می‌باشد. تابع $\Psi(x+1) - \Psi(x)$ کدام است؟

(۱) e^x

(۲) $\ln x$

(۳) $\frac{1}{x}$

(۴) $\frac{1}{x^2}$

۲- مقدار $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) $+\infty$

(۴) موجود نیست.

۳- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \tan \frac{1}{n} \cdot \ln\left(\frac{1}{1+\frac{1}{n}} \times \dots \times \frac{1}{1+\frac{1}{n(n-1)}}\right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} \ln 2 + 1$

(۲) $\frac{1}{2} \ln 2 - 1$

(۳) $1 + \frac{1}{2} \ln 2$

(۴) $1 - \frac{1}{2} \ln 2$

۴- اگر $y = x^y$ ، مقدار $\frac{dy}{dx}$ در نقطه $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۰

(۳) ۱

(۴) e

۵- مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{2n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^n$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}\pi}{6} \quad (1)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}\pi}{6} \quad (4)$$

۶- مقدار $\int_0^1 \log(1-x) dx$ کدام است؟

$$-\infty \quad (1)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$0 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۷- معادله $e^x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

$$0 \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

۸- توابع $f(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^m$ و $g(x) = \frac{f(x)}{1-x}$ را برای $|x| < 1$ در نظر بگیرید، تابع $g(x)$ کدام است؟

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^i a_k \right) x^i \quad (1)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{i+1} a_k \right) x^i \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^i (k+1) a_k \right) x^i \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{i+1} (k+1) a_k \right) x^i \quad (4)$$

۹- حجم جسم دوار حاصل از دوران ناحیه بین دو منحنی $y = x^2$ و $y = x^3$ حول محور y ها کدام است؟

(۱) π

(۲) $\frac{3\pi}{5}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{\pi}{10}$

۱۰- مقدار $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{\Delta x}{1+y^{\Delta}} dy dx$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} \ln 2$

(۲) $\frac{1}{3} \ln 2$

(۳) $2 \ln 2$

(۴) $3 \ln 2$

۱۱- به چند طریق می‌توان ۱۳ مهره یکسان را بین ۸ نفر تقسیم کرد به طوری که به هر نفر حداکثر ۲ مهره برسد؟

(۱) ۱۱۲

(۲) ۱۲۱

(۳) ۱۲۰

(۴) ۱۰۲

۱۲- اگر در یافته‌های مرتب شده $x_{(9)}, x_{(10)}, x_{(11)}, x_{(9)}, x_{(10)}, x_{(11)}, 1, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 13$ مقدار برد میان چارکی (IQR) برابر ۱۰ باشد، در این صورت مقدار $x_{(9)}$ کدام است؟

(۱) ۱۴

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۷

۱۳- در شهری تعداد افراد دارای گروه خونی O و گروه خونی A تقریباً با هم برابرند. تعداد افراد گروه خونی B، $\frac{1}{10}$ برابر تعداد افراد گروه خونی A و دو برابر تعداد افراد گروه خونی AB هستند. احتمال اینکه نوزادی که فرار است در این شهر تازه به دنیا آید دارای گروه خونی AB باشد، کدام است؟

(۲) $\frac{2}{43}$

(۱) $\frac{1}{43}$

(۴) $\frac{4}{43}$

(۳) $\frac{3}{43}$

۱۴- در یک مسابقه پینت‌بال، کیوان و کامران یکی پس از دیگری به سمت یکدیگر تیرهای رنگی پرتاب می‌کنند، هر کدام که زودتر بتواند تیررنگی را به دیگری بزند، برنده اعلام می‌شود. با فرض اینکه اصابت تیر به هر یک دارای احتمال مساوی p باشد و کیوان تیر اول را پرتاب کند، احتمال برنده شدن کامران کدام است؟

$$(1) \frac{p}{1-(1-p)^2}$$

$$(2) \frac{p^2}{1-(1-p)^2}$$

$$(3) \frac{1-p}{1-(1-p)^2}$$

$$(4) \frac{(1-p)p}{1-(1-p)^2}$$

۱۵- دو جعبه در اختیار داریم، در جعبه اول ۴ فیوز سالم و ۶ فیوز خراب و در جعبه دوم ۱۶ فیوز سالم و a فیوز خراب وجود دارد. یک فیوز از هر جعبه به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه هر دو سالم یا هر دو خراب باشند، $\frac{1}{3}$ است. مقدار a کدام است؟

$$(1) 10$$

$$(2) 12$$

$$(3) 14$$

$$(4) 16$$

۱۶- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون و با واریانس یک باشد، مقدار متوسط فاصله X از میانگین آن کدام است؟

$$(1) \frac{1}{e}$$

$$(2) \frac{2}{e}$$

$$(3) 1$$

$$(4) 2e$$

۱۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت بر بازه $[-1, 1]$ باشد. کدام یک از دو متغیر تصادفی زیر ناهمبسته هستند؟

$$(1) X \text{ و } -X$$

$$(2) X \text{ و } X^2$$

$$(3) X \text{ و } X^3$$

$$(4) X \text{ و } \sin(X)$$

۱۸- در دسته کلید شخصی n کلید وجود دارد که فقط یکی از آن‌ها درب اتاق کارش را باز می‌کند. هر بار این شخص به تصادف و یک به یک هر یک از کلیدها را مستقل از یکدیگر امتحان می‌کند. واریانس تعداد دفعاتی که لازم است تا درب باز شود در صورتی که کلیدهای اشتباهی کنار گذاشته شوند، کدام است؟

$$(1) \frac{n(n-1)}{12}$$

$$(2) \frac{n(n+1)}{12}$$

$$(3) \frac{n^2-1}{12}$$

$$(4) \frac{n^2+1}{12}$$

۱۹- تعداد ۱۶ عدد به تصادف و با جایگذاری از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ انتخاب می‌شود. فرض کنید X تعدادی از این اعداد که کمتر یا مساوی پنج هستند و Y تعدادی که بیش از پنج هستند، باشند، کواریانس X و Y کدام است؟

$$(1) 2$$

$$(2) -2$$

$$(3) 4$$

$$(4) -4$$

۲۰- نقطه‌ای به تصادف در بازه $[0, 1]$ انتخاب می‌کنیم و آن را t می‌نامیم. متغیر تصادفی S را سطح محصور بین منحنی $y = x^3$ و محور x ها از نقطه صفر تا نقطه انتخاب شده t در نظر می‌گیریم، در این صورت تابع چگالی احتمال S کدام است؟

$$(1) \frac{-3}{(4s)^4}; 0 \leq s \leq 1$$

$$(2) \frac{-3}{(4s)^4}; 0 \leq s \leq \frac{3}{4}$$

$$(3) \frac{\sqrt{2}}{4} s^{-\frac{3}{4}}; 0 \leq s \leq \frac{1}{4}$$

$$(4) \left(\frac{1}{4s}\right)^{-\frac{3}{4}}; 0 \leq s \leq 1$$

۲۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی نمایی مستقل با $E(X_i) = \frac{1}{\lambda_i}$ ، $i = 1, 2, \dots, n$ باشند. مقدار

$P(X_{(1)} = X_1)$ کدام است؟ ($X_{(1)}$ آماره ترتیبی اول است)

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \dots + \lambda_n} \quad (1)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \dots + \lambda_{n-1}} \quad (2)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \dots + \lambda_n} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \dots + \lambda_{n-1}} \quad (4)$$

۲۲- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند. مقدار $E[\text{cov}(Y, Y | X)]$ کدام است؟

$$f(x, y) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{(y+1)!}, \quad x = 0, 1, \dots, y, \quad y = 0, 1, 2, \dots, \quad \lambda > 0$$

$$\lambda \quad (1)$$

$$\lambda^2 \quad (2)$$

$$\frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda^2}{2} \quad (4)$$

۲۳- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل از توزیع برنولی با پارامتر p باشند. مقدار $E(XY | X + Y)$ کدام است؟

$$\begin{cases} 0 & x + y = 2 \\ 1 & x + y = 0, 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 0 & x + y = 0, 1 \\ 1 & x + y = 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} 0 & x + y = 2 \\ \frac{1}{2} & x + y = 0, 1 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} 0 & x + y = 0, 1 \\ \frac{1}{2} & x + y = 2 \end{cases} \quad (4)$$

۲۴- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با تابع احتمال توأم زیر باشند. مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} E \left\{ \frac{n(n+1)}{X(1+X)} Y e^{-X} \right\}$ کدام است؟

$$P(X=i, Y=j) = \frac{2}{n(n+1)}, \quad j=1,2,\dots,i, \quad i=1,2,\dots,n$$

$$\frac{e}{e-1} \quad (1)$$

$$\frac{1}{e-1} \quad (2)$$

$$\frac{2}{e-1} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2(e-1)} \quad (4)$$

۲۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با میانگین θ باشد. همچنین فرض کنید \bar{X}_n میانگین نمونه است. توزیع مجانبی $\sqrt{n} \left(\frac{1}{\bar{X}_n} - \frac{1}{\theta} \right)$ کدام است؟

$$N(0, 1) \quad (1)$$

$$N\left(0, \frac{1}{\theta^2}\right) \quad (2)$$

$$N\left(0, \frac{1}{\theta^2}\right) \quad (3)$$

$$N\left(0, \frac{1}{\theta^2}\right) \quad (4)$$

۲۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال با میانگین μ باشد. اگر \bar{X} میانگین نمونه باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

$$(1) \quad \bar{X} \text{ برای } \mu^2 \text{ بسنده است.}$$

$$(2) \quad \bar{X} \text{ برای } \mu^2 \text{ بسنده نیست.}$$

$$(3) \quad \bar{X}^2 \text{ برای } \mu \text{ بسنده است.}$$

$$(4) \quad \bar{X} \text{ برای } \mu^3 \text{ بسنده نیست.}$$

۲۷- فرض کنید $X_j \sim P(\lambda \mu^{j-1})$ ، $j=1, \dots, n$ ، متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند که در آن λ و μ نامعلوم می‌باشند. آماره بسنده برای μ و λ کدام است؟

$$(1) \quad (\sum X_j, \sum j^2 X_j)$$

$$(2) \quad (\sum (X_j - 1), \sum j X_j^2)$$

$$(3) \quad (\sum j X_j, \sum j^2 X_j)$$

$$(4) \quad (\sum X_j, \sum (j-1) X_j)$$

۲۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد. اگر $X_{(n)}$ بزرگ‌ترین آماره ترتیبی و M میانۀ نمونه باشد (n عددی فرد است)، مقدار $E\left(\frac{M}{X_{(n)}}\right)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{n}$ (۳) $\frac{n+1}{2n}$ (۴) $\frac{n+1}{n}\theta$

۲۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآورد گشتاوری θ کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{\text{Beta}(\alpha, \beta)} (x-\theta)^{\alpha-1} (1-x+\theta)^{\beta-1}, \theta < x < \theta+1, \theta \in \mathbb{R}, \text{Beta}(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx$$

(۱) \bar{x} (۲) $\bar{x} - \frac{1}{2}$ (۳) $2\bar{x} - 1$ (۴) $\bar{x} + \frac{1}{2}$

۳۰- اگر X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد، تمام برآوردهای ماکسیمم درست‌نمایی (MLE) پارامتر θ براساس تک مشاهده $X = x$ کدام است؟ ($\alpha \in [0, 1]$)

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} e^{x-\theta} & x < \theta \\ \frac{1}{3} & \theta \leq x < \theta+1 \\ \frac{1}{3} e^{-(x-\theta-1)} & x \geq \theta+1 \end{cases}$$

(۱) $\alpha x + 1$ (۲) $\alpha x - 1$ (۳) $x + \alpha$ (۴) $x - \alpha$

۳۱- فرض کنید X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد، اگر $x = 7$ مشاهده شود برآورد ماکسیمم درست‌نمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \frac{(x-\theta)^2}{3}, \quad \theta-1 \leq x \leq \theta+2$$

(۱) ۸

(۲) ۲

(۳) ۵

(۴) ۷

۳۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n و Y_1, \dots, Y_n دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌های نمایی به ترتیب با میانگین‌های θ و $\frac{1}{\theta}$ باشند. به ازای چه مقدار از آماره $T = C \frac{\bar{X}}{\bar{Y}}$ یک برآوردگر ناریب θ^2 است؟ ($n > 2$)

(۱) $\frac{n-2}{n}$

(۲) $\frac{n-1}{n}$

(۳) $\frac{n}{n-2}$

(۴) $\frac{n}{n-1}$

۳۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد. UMVUE پارامتر $\gamma(\theta) = P_{\theta}(X_1 > 2\theta)$ کدام است؟ (Φ نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است)

(۱) $\Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\bar{X}\right)$

(۲) $1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{n-1}{n}}\bar{X}\right)$

(۳) $\Phi\left(\sqrt{\frac{n-1}{n}}\bar{X}\right)$

(۴) $1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}}\bar{X}\right)$

۳۴- اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد، برآورد UMVU صدک p ام توزیع کدام است؟ ($x_{1:n}$ و \bar{x} به ترتیب آماره ترتیبی اول و میانگین نمونه‌اند.)

$$f(x) = e^{-(x-\theta)}, \quad x > \theta$$

(۱) $\bar{x} - \frac{1}{n}$

(۲) $x_{1:n} - \frac{1}{n} - \ln(1-p)$

(۳) $x_{1:n} - \frac{1}{n}$

(۴) $\bar{x} - \frac{1}{n} - \ln(1-p)$

۳۵- فرض کنید $X \sim N(\theta, 1)$ و $h(\theta) = \theta^2$ باشد. مقدار تابع اطلاع فیشر $h(\theta)$ کدام است؟

(۱)

(۲) $\frac{1}{\theta^2}$

(۳) $4\theta^2$

(۴) $\frac{1}{4\theta^2}$

۳۶- فرض کنید $\Lambda = \{a_1, a_2, a_3\}$ ، $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ ، جدول زیان و تابع احتمال به صورت زیر باشند. با در نظر گرفتن پیشین یکنواخت تصمیم بیز کدام است؟

A \ Θ	Λ			θ	X	
	a_1	a_2	a_3		x_1	x_2
θ_1	۰	۱	۲	θ_1	۰/۱	۰/۹
θ_2	۲	۰	۱	θ_2	۰/۹	۰/۱

(۱) $d_{\pi}(x) = \begin{cases} a_2 & x = x_1 \\ a_1 & x = x_2 \end{cases}$

(۲) $d_{\pi}(x) = \begin{cases} a_1 & x = x_1 \\ a_2 & x = x_2 \end{cases}$

(۳) $d_{\pi}(x) = \begin{cases} a_2 & x = x_1 \\ a_3 & x = x_2 \end{cases}$

(۴) $d_{\pi}(x) = \begin{cases} a_1 & x = x_1 \\ a_3 & x = x_2 \end{cases}$

۳۷- فرض کنید $A = \{a_1, a_2\}$ ، $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ ، جدول زیان و تابع احتمال به صورت زیر باشند. تصمیم مینیماکس (غیر تصادفی) کدام است؟

A \ \Theta	a_1	a_2	x \ \theta	۰	۱
	θ_1	۱ ۰		θ_1	۰٫۲
θ_2	۲ ۳	θ_2	۰٫۹	۰٫۱	

$$\delta_M(x) \equiv a_1 \quad (۱)$$

$$\delta_M(x) = \begin{cases} a_1 & x = 0 \\ a_2 & x = 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\delta_M(x) \equiv a_2 \quad (۳)$$

$$\delta_M(x) = \begin{cases} a_2 & x = 0 \\ a_1 & x = 1 \end{cases} \quad (۴)$$

۳۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر λ باشد. اگر توزیع نمایی با پارامتر ۱ به عنوان توزیع پیشین برای λ در نظر گرفته شود، برآورد بیز برای $\psi(\lambda) = e^{-\lambda}$ تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟

$$\left(\frac{1}{n+1}\right)^{\bar{x}} \quad (۱)$$

$$e^{-\frac{\sum x_i + 1}{n+1}} \quad (۲)$$

$$\left(\frac{n+1}{n+2}\right)^{\sum x_i + 1} \quad (۳)$$

$$e^{-\bar{x}} \quad (۴)$$

۳۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه (\circ, θ) باشد و θ خود دارای توزیع پیشین یکنواخت روی بازه (\circ, c) است. تابع زیان را به صورت $L(\theta, \delta) = \left(\frac{\delta - \theta}{\theta}\right)^2$ در نظر بگیرید. برآورد بیز پارامتر θ کدام است؟ ($X_{(n)}$ آماره ترتیبی n ام است)

$$\frac{n+1}{n} X_{(n)} \cdot c \frac{X_{(n)}^n - c^n}{X_{(n)}^{n+1} - c^{n+1}} \quad (۱)$$

$$\frac{n+1}{n} X_{(n)} \frac{X_{(n)}^n - c^n}{X_{(n)}^{n+1} - c^{n+1}} \quad (۲)$$

$$\frac{n+1}{n} X_{(n)} \cdot c \frac{X_{(n)}^n + c^n}{X_{(n)}^{n+1} + c^{n+1}} \quad (۳)$$

$$\frac{n+1}{n} X_{(n)} \frac{X_{(n)}^n + c^n}{X_{(n)}^{n+1} + c^{n+1}} \quad (۴)$$

۴۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $(\theta, \theta+1)$ باشد. اگر بدانیم θ دارای تابع چگالی احتمال پیشین $U(\circ, 1)$ است، برآورد بیز θ تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟ ($X_{(i)}$ i امین آماره ترتیبی است)

$$\frac{X_{(n)} + X_{(1)}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{X_{(n)} + X_{(1)} - 1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{\min(\circ, X_{(n)} - 1) + \max(1, X_{(1)})}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\max(\circ, X_{(n)} - 1) + \min(1, X_{(1)})}{2} \quad (۴)$$

۴۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $\text{Bin}(1, \theta)$ باشد. اگر تابع زیان مربع خطا، $\gamma(\theta) = \theta(1-\theta)$ و $\hat{\theta}_B$ به ترتیب نمایانگر برآوردگرهای بیز $\gamma(\theta)$ و θ تحت تابع زیان مربع خطا با در نظر گرفتن پیشین یکنواخت و $\hat{\theta}$ برآوردگر ML پارامتر θ باشند، کدام گزینه با احتمال یک برقرار است؟

$$\gamma(\hat{\theta}_B) = \hat{\gamma}_B \quad (۱)$$

$$\gamma(\hat{\theta}) > \hat{\gamma}_B \quad (۲)$$

$$\gamma(\hat{\theta}_B) \neq \hat{\gamma}_B \quad (۳)$$

$$\gamma(\hat{\theta}) < \hat{\gamma}_B \quad (۴)$$

۴۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $\text{Exp}(1, \mu)$ ، با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر $x_{1:n}$ اولین آماره ترتیبی در این نمونه باشد. در کلاس برآوردگرهای $\{c(x_{1:n} - \frac{1}{n}) : c > 0\}$ تحت تابع زیان مربع خطا، برآورد مینیماکس μ کدام است؟

$$\frac{n}{n+1}(x_{1:n} - \frac{1}{n}) \quad (۱)$$

$$(x_{1:n} - \frac{1}{n}) \quad (۲)$$

$$\frac{n}{n+2}(x_{1:n} - \frac{1}{n}) \quad (۳)$$

$$\frac{n+1}{n}(x_{1:n} - \frac{1}{n}) \quad (۴)$$

۴۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع توزیع F باشد. برآوردگر مینیماکس $P(X_1 \leq 0)$ با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا کدام است؟ ($T = \# \text{ of } X_i \leq 0$)

$$\frac{T}{\sqrt{n}} \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{1}{2(1+\sqrt{n})} \quad (۱)$$

$$\frac{T}{n} \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{1}{2(1+\sqrt{n})} \quad (۲)$$

$$\frac{T}{\sqrt{n}} \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{1}{1+\sqrt{n}} \quad (۳)$$

$$\frac{T}{n} \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{1}{1+\sqrt{n}} \quad (۴)$$

۴۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پاراتو با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر

$$T_1 = \frac{1}{n-1} \sum \ln \frac{x_i}{x_{(1)}} \quad , \quad T_2 = \frac{1}{n} \sum \ln \frac{x_i}{x_{(1)}} \quad \text{و} \quad T_3 = \frac{1}{n+1} \sum \ln \frac{x_i}{x_{(1)}} \quad \text{باشند، تحت تابع زیان مربع خطا، گزینه$$

صحیح کدام است؟

$$f_{\alpha, \sigma}(x) = \frac{\alpha \sigma^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \quad x \geq \sigma$$

(۱) T_1 بر T_2 غلبه اکید دارد و T_2 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

(۲) T_2 بر T_3 غلبه اکید دارد و T_3 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

(۳) T_3 بر T_1 غلبه اکید دارد و T_1 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

(۴) T_1 بر T_3 غلبه اکید دارد و T_3 مجاز (پذیرفتنی) نیست.

۴۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(\sigma, \theta)$ باشد. با تعریف $\delta_1(\underline{X}) = (n+1)X_{(1)}$ و

$$\delta_2(\underline{X}) = 2\bar{X}, \quad \delta_3(\underline{X}) = \frac{n+1}{n} X_{(n)} \quad \text{و} \quad \delta_4(\underline{X}) = \frac{n+2}{n+1} X_{(n)}$$

است؟

(۱) $\delta_1(\underline{X})$ برآوردگر ناریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

(۲) $\delta_4(\underline{X})$ برآوردگر اریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

(۳) $\delta_3(\underline{X})$ برآوردگر ناریب و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

(۴) $\delta_3(\underline{X})$ برآوردگر ناریب با کمترین واریانس و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

کلید اولیه آزمون دکترای سال 1397

گروه امتحانی	شماره پاسخنامه	نوع دفترچه	عنوان دفترچه
علوم پایه	1	E	امار

شماره سوال	گزینه صحیح	شماره سوال	گزینه صحیح
1	3	31	3
2	2	32	2
3	4	33	4
4	3	34	2
5	1	35	4
6	2	36	1
7	2	37	1
8	1	38	3
9	4	39	1
10	1	40	4
11	1	41	3
12	4	42	2
13	1	43	1
14	4	44	3
15	4	45	2
16	2		
17	2		
18	3		
19	4		
20	3		
21	3		
22	1		
23	2		
24	2		
25	3		
26	1		
27	4		
28	3		
29	2		
30	4		