



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی هشتم

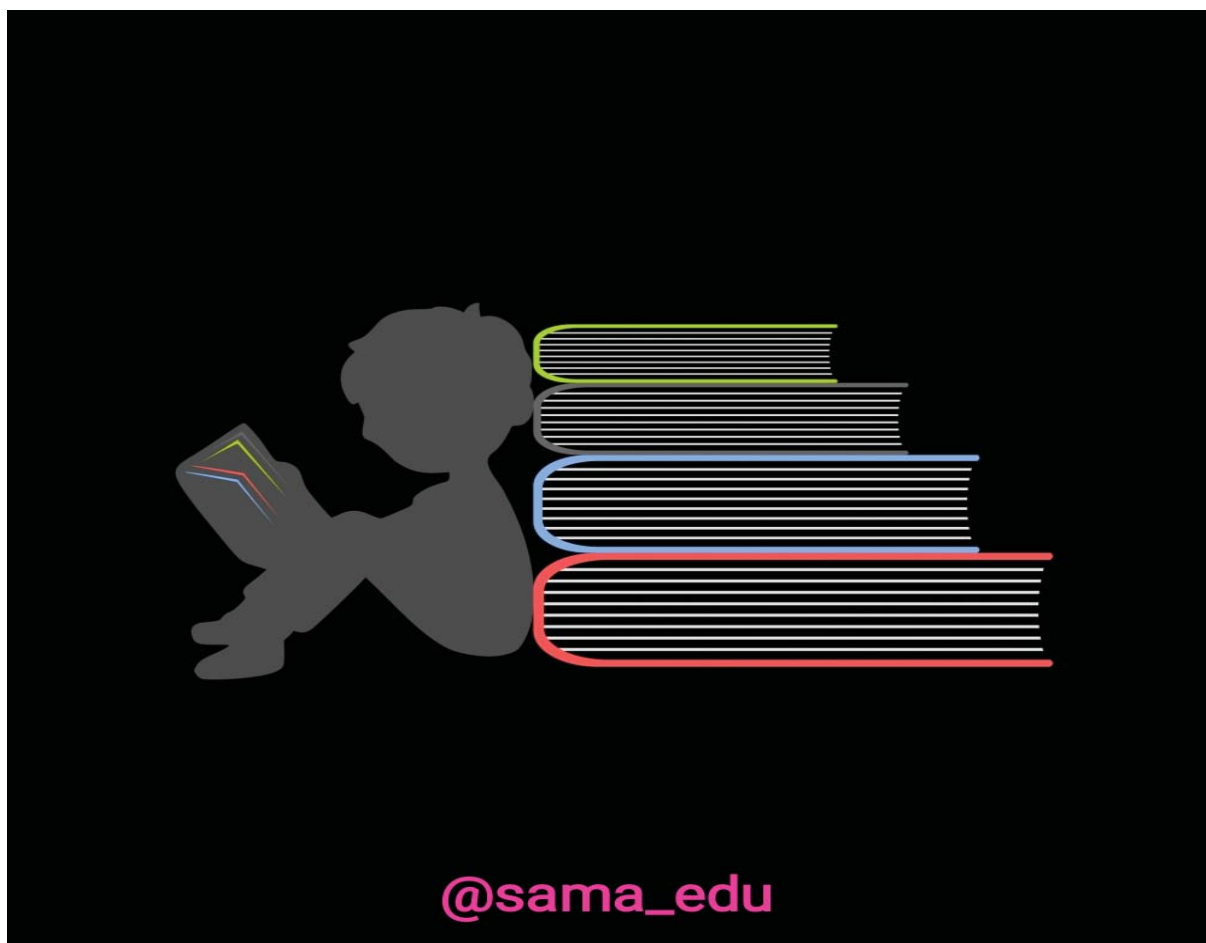
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

مدرس: مهندس صابر ابراهیمی

گروه تدریس صما

کانال تلگرام:

@sama_edu



@sama_edu

عددهای صحیح و کویا

مجموعه اعداد صحیح و گویا

درس اول: یادآوری عددهای صحیح

اعداد صحیح شامل اعداد مثبت، صفر و اعداد منفی میباشد.

$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

*اعداد صحیح را با نماد \mathbb{Z} نشان می‌دهند که ابتدای کلمه‌ی آلمانی Zahlen به معنای اعداد است.

*عددهای کسری شامل اعداد صحیح نمی‌باشند.

قرینه یک عدد صحیح:

برای نوشتن قرینه یک عدد، علامت آن را قرینه می‌کنیم.

مثال: قرینه‌ی عددهای -4 ، 8 و 0 به ترتیب برابرند با $+4$ ، -8 و 0 .

جمع و تفریق عددهای صحیح:

همیشه ابتدا علامت عدد بزرگتر را می‌نویسیم و سپس اگر دو عدد هم علامت بودند آنها را جمع می‌کنیم و اگر هم علامت نبودند، عدد بزرگتر را منهای عدد کوچکتر می‌کنیم.

نکته: در جمع و تفریق اعداد صحیح، هنگامی که دو علامت پشت سر هم قرار گرفت، می‌توانیم آن علامتها را در هم ضرب کنیم و تبدیل به یک علامت کنیم:

$$+ . + \rightarrow +$$

$$- . - \rightarrow +$$

$$+ . - \rightarrow -$$

ضرب علامت‌ها



به طور کلی ضرب علامتهای شبیه به هم مثبت می‌شود و ضرب علامتهای مخالف هم منفی می‌شود. این نکته در ضرب اعداد صحیح نیز کاربرد فراوانی دارد که در ادامه به آن خواهیم پرداخت.

مثال:

$$-۴ + (-۵) = -۴ - ۵ = -(۴+۵) = -۹$$

$$+۶ + (-۹) = -(۹-۶) = -۳$$

$$+۷+۲ = +(۷+۲) = +۹$$

$$-۱۵ - (+۸) = -۱۵ - ۸ = -(۱۵+۸) = -۲۳$$

$$۱۴ - (-۹) = ۱۴+۹ = ۲۳$$

تمرین: جمع و تفریق‌های زیر را انجام دهید:

۱) $۱۲ - ۲۵ =$

۲) $-۱۹ + ۴ =$

۳) $۱۷ - (+۱۵) =$

۴) $-۲۴ + (-۳۹) =$

۵) $-۱۵ + (-۲۸) =$

۶) $-۷ - ۹ =$

۷) $-۲۴ - (-۱۱) =$

۸) $۲۱ - (-۱۲) =$

۹) $-(-۱۶) + (-۱۵) =$

۱۰) $-(+۶) - (-۸) + (-۹) =$

۱۱) $-(-(+۴)) + (-(+(-۶))) =$

۱۲) $-۳ + (-۵ - (۷)) =$

۱۳) $[-(-۱۴) + (-(-۱۸))] + [-۱۷ + (-(+۱۶))] =$

ضرب و تقسیم اعداد صحیح:

با توجه به نکته‌ای که گفته شد، ابتدا علامت جواب را مشخص می‌کنیم. سپس اعداد را در هم ضرب و یا تقسیم می‌کنیم.

مثال:

$$(-9) \times (+5) = -45$$

ابتدا منفی را در مثبت ضرب کردیم که حاصل منفی شد. سپس ۹ را در ۵ ضرب کردیم.

$$+27 \div (-3) = -9$$

مثبت در منفی می‌شود منفی و سپس ۲۷ را بر ۳ تقسیم کردیم.

تمرین: ضرب و تقسیم‌های زیر را انجام دهید:

$$۱) ۲۴ \div ۸ =$$

$$۲) -۷ \times ۹ =$$

$$۳) ۸ \times (-۶) =$$

$$۴) -۵۴ \div (-۹) =$$

$$۵) (-۱۳) \times (-۳) =$$

نکته: وقتی چند عملیات ریاضی پشت سر هم قرار می‌گیرند، اولویت ابتدا با عبارت داخل پرانتز یا گروه است. سپس اولویت با توان یا جذر است و سپس ضرب و تقسیم و در انتها جمع و تفریق. پس همیشه ابتدا داخل پرانتز را حل می‌کنیم و بعد ضرب و تقسیم را انجام می‌دهیم و در انتها جمع و تفریق را انجام می‌دهیم. ضرب و تقسیم نسبت به هم اولویت ندارند و وقتی که چند ضرب و تقسیم در یک عبارت وجود داشتند، آن‌ها را از چپ به راست انجام می‌دهیم. همینطور برای جمع و تفریق هم نسبت به هم اولویت نداریم.

مثال:

$$-۱۳ \div (-۲ + ۶) - (-۴) \times (۸ + (-۵)) = -۱۳ \div ۴ - (-۴) \times (۳) = -۴ - (-۱۲) = -۴ + ۱۲ = ۸$$

تمرین: عملیات ریاضی زیر را انجام دهید:

$$۱) ۱۱ \times ۲ - ۳ \times ۴ \div ۶ =$$

$$۲) ۷ - ۲ \times ۴ + ۳ =$$

$$۳) -۱۶ \div ۲ \times ۳ - ۴ =$$

$$۴) ۱ - ۲ \times (۱ - (۸ - ۹)) =$$

$$۵) [- (-۱۸ + (-۳)) \div (۱۳ - (+۶))] =$$

$$۶) ۱۲۵ \div ۵ - ۶ \times ۱۵ + ۱۰ =$$

$$۷) ۳۸ - ۷ \times ۶ \div (-۱۰ + ۸) =$$

$$۸) ۲۵ \div (-۵) + (-۴) \times ۸ \div ۲ - (-۵) + (-۹ \div ۳) =$$

نکته: وقتی که دو عبارت و یا یک عدد و یک عبارت پشت سر هم باشند و بین آنها علامتی نباشد، آنها را میتوان در هم ضرب نمود. مثال:

$$(۶ - (-۹)) (۱ + (-۴)) = (۱۵) (-۳) = ۱۵ \times (-۳) = -۴۵$$

$$۹) (-۴۱ - ۳۸) (۱۲ \times (۸ + (-۱۳))) =$$

$$۱۰) (۲۸ \div ((۵۲ - ۲۳) - (-۵ \times (-۳)))) (-۷۸ + (-۸۴)) =$$

$$۱۱) -۳۳ + (-۴۲) - (۱۶ \div (۲ - (-۲) (-۱ - (+۷)))) =$$

نکته: با اعداد طبیعی در سالهای قبل آشنا شدیم. اعداد طبیعی شامل اعداد مثبت میباشد:

$$۱, ۲, ۳, ۴, \dots$$

اعداد طبیعی را با نماد \mathbb{N} که ابتدای کلمه Natural به معنای طبیعی است نشان می‌دهند.

نکته: گونه‌ای دیگر از اعداد وجود دارند که به آنها اعداد حسابی می‌گویند که شامل اعداد مثبت به همراه صفر می‌باشند. در واقع اگر عدد صفر را به مجموعه اعداد طبیعی اضافه کنیم، اعداد حسابی به دست می‌آیند:

$$۰, ۱, ۲, ۳, ۴, \dots$$

اعداد حسابی را با نماد \mathbb{W} که ابتدای کلمه Whole به معنای کامل است، نشان می‌دهند.

*حالا میتوان به راحتی گفت که اعداد صحیح از اعداد طبیعی و قرینه اعداد طبیعی به همراه صفر تشکیل شده است.

تمرین: اعداد صحیح بین ۴- و ۳ را بنویسید:

تمرین: اعداد صحیح بین ۶- تا ۱ را بنویسید:

تمرین: بزرگترین عدد صحیح منفی و کوچکترین عدد صحیح مثبت را مشخص کنید:

تمرین: کدام یک از اعداد زیر هم صحیح و هم حسابی و هم طبیعی است؟

$$-2, 6, 0.9, 0, \frac{8}{3}, -\frac{22}{8}, \sqrt{9}$$

تمرین: اعداد حسابی، طبیعی و صحیح را از نظر داشتن تعداد اعضا، به ترتیب بنویسید:

نکته: اگر یک سری عدد که به طور منظم پشت سر هم قرار گرفته باشند داشته باشیم، میتوانیم با کمک

روابط زیر، تعداد و مجموع آنها را به دست آوریم:

تعداد:

$$n = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله اعداد}} + 1$$

مجموع:

$$s = \frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{2} \times n$$

مثال) مجموع و تعداد اعضاء مجموعه اعداد زیر را به دست آوریم:

$$5, 9, 13, 17, 21, \dots, 93$$

ابتدا تعداد اعضاء را بدست آوریم:

$$n = \frac{93-5}{4} + 1 = \frac{88}{4} + 1 = 23$$

حالا میتوانیم مجموع اربع سرر عدد را به دست بیاوریم:

$$S = \frac{93+5}{2} \times 23 = \frac{98}{2} \times 23 = 49 \times 23 = 1127$$

تمرین: مجموع اعداد دنباله‌های زیر را حساب کنید:

$$2, 4, 6, 8, \dots, 78$$

$$4, 10, 16, 22, \dots, 190$$

نکته: اگر این سری اعداد دارای اعداد یکی در میان مثبت و منفی باشند، عملیات ریاضی بین آنها را انجام می‌دهیم. از رابطه تعداد اعضا که گفته شد استفاده میکنیم و عدد به دست آمده برای تعداد اعضا را نصف میکنیم. در انتها برای بدست آوردن مجموع، نصف تعداد اعضا را در حاصل عملیات ریاضی بین آن اعداد ضرب می‌کنیم.

مثال: مجموع دنباله اعداد زیر را به دست آوریم:

$$3, -5, 7, -9, 11, -13, \dots, -65$$

عملیات ریاضی اعداد مثبت و منفی اربع دنباله:

$$3-5 = 7-9 = 11-13 = \dots = 63-65 = -2$$

تعداد اعضاء را یخ دنباله برابر است با:

$$n = \frac{65 - 2}{2} + 1 = 31 + 1 = 32$$

لاکنوخ برابر به دست آوردن مجموع اعداد دنباله، نصف تعداد اعداد را در حاصل عملیات ریاضی یعنی -2 ضرب می‌کنیم:

$$S = \frac{32}{2} \times (-2) = 16 \times (-2) = -32$$

تمرین: مجموع دنباله اعداد زیر را به دست آورید:

$$8, -12, 16, -20, 24, -28, \dots, -76$$

تمرین: در جای خالی علامتهای + و یا - را قرار دهید به طوری که حاصل عبارت بزرگترین عدد ممکن شود:

$$1) 3 - (\dots 4) \dots (+2) - (5 \dots 3)$$

$$2) -7 \dots (-6) \times (-2)$$

$$3) 8 + (\dots 5) \dots (-3) - (\dots 7)$$

درس دوم: معرفی عددهای گویا

هر عدد که بتوان آن را به صورت کسری نمایش داد، عددی گویاست.

تعریف اعداد گویا به زبان ریاضی، به شرح زیر است:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

*صورت و مخرج اعداد گویا، عددی صحیح و مخرج مخالف صفر است.

*نماد اعداد گویا \mathbb{Q} می باشد که از کلمه ایتالیایی *quoziente* به معنای خارج قسمت گرفته شده است.

*تمام اعداد صحیح و حسابی و طبیعی جز اعداد گویا هستند.

عدد $\frac{5}{7}$ عدد گویاست. عدد $\frac{68}{\pi}$ عدد گویا، صحیح، حسابی و طبیعی است. چرا؟

تمرین: عبارتهای زیر را ساده کنید و نوع اعداد را مشخص کنید:

$$۱) \frac{-5 \times (+8)}{-6 \times (-2)} =$$

$$۲) \frac{9 \times (-4)}{-12 \times 3} =$$

$$۳) \frac{27 \times 16}{3 \times 12} =$$

درس سوم: جمع و تفریق اعداد گویا

برای جمع و تفریق کسرها، ابتدا باید مخرج مشترک دو کسر را پیدا کنیم. سپس فقط صورتها را با هم جمع و یا از هم کم می کنیم.

مخرج مشترک در واقع ک م م مخرج کسرهاست. ک م م مخرج دو کسر را پیدا می کنیم. سپس باید کسرها را تبدیل به کسری با مخرج ک م م کنیم. برای این کار صورت و مخرج کسرها را باید در عددی مناسب ضرب کنیم.

مثال:

$$\frac{2}{4} + \frac{8}{6} = \frac{9}{12} + \frac{16}{12} = \frac{9+16}{12} = \frac{25}{12}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{13}{12} = \frac{15}{24} - \frac{26}{24} = \frac{15-26}{24} = \frac{-11}{24}$$

تمرین: جمعها و تفریقهای زیر را انجام دهید:

$$۱) \frac{-6}{5} + \frac{17}{25} =$$

$$۲) \frac{-11}{12} + \frac{9}{10} - \frac{8}{5} =$$

$$۳) \frac{13}{2} + \left(\frac{-27}{8}\right) =$$

$$۴) \frac{26}{21} - \frac{12}{7} =$$

$$۵) \frac{-4}{9} - \left(\frac{-5}{6}\right) =$$

$$۶) \frac{-7}{12} + \frac{-5}{18} =$$

$$۷) \frac{8}{15} - \frac{7}{12} =$$

$$۸) -۳ + \left(\frac{-۲}{۷}\right) =$$

$$۹) -۳\frac{۲}{۵} + \left(-۴\frac{۹}{۱۰}\right) =$$

$$۱۰) ۵\frac{۱}{۸} - ۶ + \frac{۷}{۴} =$$

$$۱۱) -۱.۶ - ۳\frac{۱}{۵} + \frac{۲۵}{۱۵} =$$

درس چهارم: ضرب و تقسیم اعداد گویا

برای ضرب اعداد گویا، ابتدا علامت جواب را طبق نکته ضرب علامتها که آموختیم مشخص می‌کنیم. سپس صورت را در صورت و مخرج را در مخرج ضرب می‌کنیم.

مثال:

$$\frac{-۲}{۸} \times \frac{۵}{۴} = \frac{-۱۵}{۳۲}$$

برای تقسیم دو عبارت گویا، کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب می‌کنیم. برای معکوس

کردن، جای صورت و مخرج را عوض می‌کنیم. مثال:

$$\left(\frac{-۵}{۴}\right) \div \left(-\frac{۷}{۲}\right) = \frac{-۵}{۴} \times \left(-\frac{۲}{۷}\right) = \frac{۲۵}{۲۸}$$

نکته: هنگام ضرب کسرها می‌توانیم صورت هر کسر را با مخرج کسر دیگر و یا همان کسر ساده

کرد. مثال:

$$\frac{۸}{۳} \times \frac{۹}{۱۲} = \frac{۴}{۱} = ۴$$

نکته: قانون دور در دور، نزدیک در نزدیک

یکی دیگر از راه‌های حل تقسیم کسرها، این است که آن دو کسر را بر روی یکدیگر بنویسیم تا یک کسر با دو صورت و دو مخرج به دست آید. برای به دست آوردن جواب، نزدیک را در نزدیک و دور را در دور ضرب می‌کنیم. حاصل دور در دور را در صورت و نزدیک در نزدیک را در مخرج می‌نویسیم. مثال:

$$\frac{-5}{4} \div \frac{2}{8} = \frac{\frac{-5}{4}}{\frac{2}{8}} = \frac{-40}{12} = \frac{-10}{3}$$

نکته: قبل از ضرب دور در دور، نزدیک در نزدیک، می‌توانیم کسرها را یکی در میان ساده کنیم.

مثال:

$$\frac{-5}{4} \div \frac{2}{8} = \frac{\frac{-5}{\cancel{4}}}{\frac{\cancel{2}}{8}} = \frac{-10}{4}$$

تمرین: ضربها و تقسیم‌های زیر را انجام دهید: (ساده ترین صورت جواب را بنویسید)

$$۱) \frac{12}{15} \times \frac{21}{6} =$$

$$۲) \frac{-4}{25} \times \frac{(-15)}{12} =$$

$$۳) \frac{-18}{32} \times \frac{8}{24} =$$

$$۴) \frac{16}{9} \times \frac{(-27)}{24} =$$

$$۵) \frac{20}{18} \div \frac{8}{12} =$$

$$۶) \frac{-۲۵}{۶} \div \frac{۱۵}{۱۲} =$$

$$۷) \frac{-۱۴}{۱۸} \div \frac{(-۲۸)}{۲۷} =$$

$$۸) \frac{۴۲}{۱۴} \div \frac{(-۳۵)}{۴۹} =$$

$$۹) \frac{\frac{۷۲}{۶}}{\frac{۶۳}{۱۲}} =$$

$$۱۰) \frac{\frac{-۴۹}{۳۸}}{\frac{۲۸}{۱۹}} =$$

تمرین: عملیات ریاضی زیر را انجام دهید:

$$۱) \left(-\frac{۶}{۸} + \frac{(-۳)}{۶} \right) \times \left(۴ \div \frac{-۲}{۵} \right) =$$

$$۲) \left(\frac{-۲۴}{۷} \times \frac{۱۴}{۸} \right) + \frac{۱۲}{۹} \div \left(\frac{-۵}{۶} - \frac{(-۴)}{۱۲} \right)$$

$$۳) \frac{۹}{۴} + \frac{(-۲)}{۳} \times \frac{(-۵)}{۶} - \frac{۱۴}{۳} \div \frac{(-۲۱)}{۹} =$$

$$۴) \left(۴\frac{۱}{۶} - ۲.۴ \right) + \left(\frac{۸}{۳} \div ۴ \right) \times \left(-\frac{۶}{۵} \right) =$$

$$5) \frac{\frac{2 + (-6)}{-3 \times 5}}{\frac{-16 \div (-2)}{-12 - 3}} =$$

$$6) -5 \div \frac{5}{\frac{4}{15}} + \left(-4 \frac{3}{7} \times 0.6 \right) =$$

نکته: بین دو عدد گویا، بیشمار عدد گویا می‌توان نوشت. دو راه برای نوشتن هر تعداد عدد دلخواه بین دو عدد گویا وجود دارد.

روش اول:

ابتدا دو کسر داده شده را هم مخرج می‌کنیم. سپس صورت و مخرج آنها را در یک واحد بیشتر از تعداد خواسته شده ضرب می‌کنیم.

* یادمان باشد که پس از هم مخرج کردن دو کسر، حتما باید عدد کوچکتر اول نوشته شود.

مثال: سه عدد گویا بین $\frac{1}{5}$ و $\frac{2}{10}$ مینویسیم:

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{10} \rightarrow \frac{2}{10}, \frac{2}{10} \rightarrow \left(\frac{2}{10}, \frac{2}{10} \right) \times 4 \rightarrow \frac{8}{40}, \frac{8}{40} \Rightarrow \frac{8}{40}, \frac{9}{40}, \frac{10}{40}, \frac{11}{40}, \frac{12}{40}$$

روش دوم:

میتوانیم بین دو عدد گویا، یکی یکی عدد گویا ایجاد کنیم. برای این کار صورتها را با هم ضرب می‌کنیم تا صورت کسر جدید ایجاد شود و مخرجها را با هم ضرب می‌کنیم تا مخرج کسر جدید را بسازد.

همان مثال قبلی را در نظر میگیریم:

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{10} \rightarrow \frac{1}{5}, \frac{1+2}{5+10}, \frac{2}{10} \rightarrow \frac{1}{5}, \frac{4}{15}, \frac{2}{10} \rightarrow \frac{1}{5}, \frac{1+4}{5+15}, \frac{4}{15}, \frac{4+2}{15+10}, \frac{2}{10} \Rightarrow \frac{1}{5}, \frac{5}{20}, \frac{4}{15}, \frac{7}{25}, \frac{2}{10}$$

تمرین: بین $\frac{5}{2}$ و $\frac{9}{4}$ چهار عدد گویا بنویسید:

تمرین: سه عدد گویا بین اعداد گویای زیر بنویسید:

$$\frac{-3}{5}, \frac{-2}{4}$$

تمرین: پنج عدد گویا بین $\frac{-1}{6}$ و $\frac{1}{12}$ بنویسید:

تمرین: بین اعداد گویای $\frac{3}{6}$ و $\frac{7}{4}$ چهار عدد گویا بنویسید: