



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

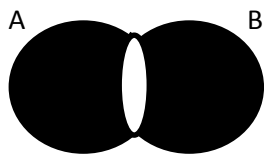
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

\*\*\*تعاریف زیر اکثرا به صورت جای خالی داده می شود.

- ۱- پدیده: پدیده ای که در شرایط یکسان نتیجه آزمایش یا مشاهده قبل از وقوع آن به صورت قطع قابل پیش بینی نباشد.
  - ۲- فضای نمونه ای: مجموعه ای که شامل همه نتیجه ها یا برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی باشد را فضای نمونه ای می نامند.
  - ۳- پیشامد تصادفی: هر زیر مجموعه ای از یک فضای نمونه ای یک پیشامد تصادفی نامیده میشود.
- نکته ۱: اگر یک فضای نمونه ای دارای  $n$  عضو باشد، تعداد  $2^n$  پیشامد تصادفی روی آن می توان تعریف کرد.
- نکته ۲: می دانیم  $\phi$  زیر مجموعه هر مجموعه ای می باشد،  $\phi$  را پیشامد نشدنی می گویند.
- نکته ۳: می دانیم هر مجموعه ای زیر مجموعه ی خودش بوده پس  $S = S$  می باشد  $S$  را پیشامد حتمی می گویند.
- نکته ۴: دو پیشامد ناسازگار: دو پیشامد  $A$  و  $B$  را ناسازگار گوئیم هر گاه  $A$  و  $B$  هیچ عضو مشترکی نداشته باشد یعنی  $A \cap B = \phi$
- نکته ۵: تفاضل دو پیشامد با نماد  $A - B$  نمایش داده می شود و آن زمانی رخ می دهد که پیشامد  $A$  رخ دهد اما پیشامد  $B$  رخ ندهد.
- نکته ۶: متمم یک پیشامد: پیشامدی که متناظر با رخ ندادن پیشامد  $A$  باشد را متمم پیشامد  $A$  گویند و با  $A'$  نمایش داده می شود.
- نکته ۷: موارد احتمال وقوع پیشامد  $A'$ :  $A \cup A' = S, A \cap A' = \phi$
- نکته ۸: دو پیشامد مستقل: دو پیشامد  $A$  و  $B$  را مستقل گوئیم هر گاه وقوع یا عدم وقوع هر یک تاثیری در وقوع دیگری نداشته باشد.
- \* ۴- با توجه به شکل مقابل پیشامد  $(A - B) \cup (B - A)$  را هاشور بزنید.



\*\*\* پیشامد و فضای نمونه ای

۵- یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم الف) فضای نمونه ای این پدیده تصادفی

ب) پیشامد  $A$  که در آن سکه پشت یا تاس زوج بیاید. ج) پیشامد  $B$  که در آن سکه پشت و تاس زوج بیاید.

د) پیشامد  $C$  که در آن تاس کمتر از ۳ بیاید.

$$\text{الف) } S = \{(1/P), (2/P), (3/P), (4/P), (5/P), (6/P), (1/R), (2/R), (3/R), (4/R), (5/R), (6/R)\}$$

$$n(S) = 12$$

$$\text{ب) } A = \{(1/P), (2/P), (3/P), (4/P), (5/P), (6/P), (2/R), (4/R), (6/R)\}$$

$$n(A) = 9$$

$$\text{ج) } B = \{(2/P), (4/P), (6/P)\}$$

$$n(B) = 3$$

$$\text{د) } C = \{(1,P), (2,P), (1,R), (2,R)\}$$

$$n(C) = 4$$

۶- خانواده ای دارای ۳ فرزند است الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی

ب) پیشامد A که در آن حداقل یک فرزند پسر باشد ج) پیشامد B که در آن حداکثر یک فرزند پسر باشد د) پیشامد C که در آن دو فرزند اول هم جنس باشند.

الف)  $n(S) = 2^3 = 8$

ب)  $A = \{(پ,پ,پ), (پ,پ,د), (پ,د,پ), (پ,د,د), (د,پ,پ), (د,پ,د), (د,د,پ), (د,د,د)\}$

ج)  $B = \{(د,د,د), (د,د,پ), (د,پ,د), (د,پ,پ)\}$

د)  $C = \{(پ,پ,پ), (پ,پ,د), (پ,د,د), (د,د,د)\}$

**\*\* جمع احتمالات و متمم**

۷- احتمال قبولی علی در درس زیست ۰/۶ و احتمال قبول نشدن در درس عربی ۰/۳ است و احتمال اینکه در هر دو درس قبول شود ۰/۵ می باشد احتمال اینکه علی

حداقل در دو درس قبول شود چقدر است؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B) = 1 - P(B')$$

$$P(B) = 1 - 0/3 = 0/7$$

$$P(A \cup B) = 0/6 + 0/7 - 0/5 = 0/8$$

• اگر  $P(A) = \frac{1}{3}$ ,  $P(B') = \frac{3}{4}$  و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل  $P(A \cup B)$  را بدست آورید.

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \qquad \text{B, A ناسازگار} \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

**\*\*\* دو پیشامد مستقل**

۸- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند به طوری که  $P(A) = \frac{2}{5}$  و  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$  آنگاه  $P(B')$  را بدست آورید.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{5} + P(B) - \frac{2}{5} \times P(B) \qquad P(B) = \frac{1}{6}, \qquad P(B') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۹- احتمال اینکه علی در کنکور قبول شود ۰/۳۰ و احتمال اینکه حسن در کنکور قبول شود ۰/۱۵ است چقدر احتمال دارد:

الف) علی و حسن در کنکور قبول شوند.

ب) علی یا حسن در کنکور قبول شود.

الف)  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{30}{100} \times \frac{15}{100} = \frac{45}{1000}$

ب)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{30}{100} + \frac{15}{100} - \frac{45}{1000} = \frac{405}{1000}$

۱۰- احتمال اینکه ۳ نفر دانش آموز

الف- همگی در یک روز از سال بدنیا بیایند  $\frac{356}{356} \times \frac{1}{356} \times \frac{1}{365}$  (ب) هیچ دو نفری در یک روز از سال بدنیا نیاید  $\frac{356}{356} \times \frac{355}{356} \times \frac{354}{356}$

ج) همگی در یک ماه از سال بدنیا بیایند  $\frac{12}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12}$  (د) هیچ دو نفری در یک ماه از سال بدنیا نیایند  $\frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} = \frac{110}{144}$

ه) همگی در تیرماه بدنیا بیایند  $\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12}$  (و) هیچ دو نفری در یک روز از هفته بدنیا نیاید  $\frac{7}{7} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{30}{49}$

ز) همگی در یک روز از هفته بدنیا بیایند  $\frac{7}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{49}$  (ح) همگی در روز دوشنبه بدنیا بیایند  $\frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7}$

\*\*\* احتمال

۱۱- در کیسه ای ۶ مهره ی قرمز و ۵ مهره آبی موجود است می خواهیم ۳ مهره به تصادف انتخاب کنیم چقدر احتمال دارد: الف) هر سه هم رنگ باشند ب) یک مهره

آبی و دو مهره قرمز باشند. ج) حداقل ۲ مهره آبی باشد د) حداکثر ۲ مهره آبی باشند. ه) هیچ مهره ای قرمز نباشد.

الف)  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{11}{3}}$

ب)  $P(B) = \frac{P(B)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{1} \binom{6}{2}}{\binom{11}{3}}$

ج)  $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \binom{6}{1} + \binom{5}{3} \binom{6}{0}}{\binom{11}{3}}$

د)  $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \binom{6}{1} + \binom{5}{1} \binom{6}{2} + \binom{5}{0} \binom{6}{3}}{\binom{11}{3}}$

ه)  $P(H) = \frac{n(H)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{11}{3}} = \frac{10}{165}$

۱۲- در جعبه ی A ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در جعبه ی B ۲ مهره سفید و ۵ مهره سیاه موجود است یکی از جعبه ها را به تصادف انتخاب نموده و ۱ مهره به

تصادف از آن جعبه بر می داریم احتمال اینکه مهره برداشته شده سفید باشد چقدر است؟

$P(\text{سفید بوده}) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{14}$

\*\* معادله

۱۳- معادله ی  $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$  را حل کنید.

$$\frac{x^2 + x + 3 - x^2 + 3x - 2}{x^2 - 1} = 0 \Rightarrow 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

۱۴- به ازای چه مقدار از K معادله ی  $\frac{1}{x-2} + \frac{k}{x+2} = \frac{3x}{x+2}$  دارای جواب  $x=1$  است؟

$$-1 + \frac{k}{k} = 1 \Rightarrow \frac{k}{k} = 2 \Rightarrow k = 4$$

\*\* بازه

۱۵- اگر  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, -3 < x \leq 1\}$  و  $B = [-2, 2)$  باشد.

الف) بازه ی A (ب) مجموعه ی B (ج)  $A \cap B$  (د)  $A \cup B$  (ه)  $A - B$  (و)  $B - A$  (ز)  $A'$  (ح)  $B'$

الف)  $A = (-3, 1]$

ب)  $B = \{x | x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}$

ج)  $A \cap B = [-2, 1]$

د)  $A \cup B = (-3, 2)$

ه)  $A - B = (-3, -2)$

و)  $B - A = (1, 2)$

ز)  $A' = (-\infty, -3] \cup (1, +\infty)$

ح)  $B' = (-\infty, -2) \cup [2, +\infty)$

\*\*\* نامعادله

۱۶- نامعادله ی  $\frac{6-x^2}{x} > 1$  را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه نشان دهید.

$$\frac{6-x^2-x}{x} > 0$$

x	-3	0	2	
$\frac{6-x^2-x}{x}$	-	+	+	-
x	-	-	+	+
$\frac{6-x^2-x}{x}$	+	-	+	-
x				

مجموعه جواب  $= (-\infty, -3) \cup (0, 2)$

۱۷- نامعادله  $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq -1$  را حل کرده و جواب را به صورت بازه نمایش دهید.

$$\frac{x^2 - x^2 + 1}{x^2 + x} \geq -1 \Rightarrow \frac{1}{x^2 + x} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} \geq 0$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(1) = -3 < 0$$

$$x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	-1	0	+\infty
$x^2 + x + 1$	+	+	+
$x^2 + x$	+	-	+
$\frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x}$	+	-	+

$$\text{مجموعه جواب} = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$$

\*\*\*مثلاث

۱۸- مقدار  $\text{Sin}(75^\circ)$  را بدست آورید.

$$\text{Sin}(30^\circ + 45^\circ) = \text{Sin}30^\circ \cdot \text{Cos}45^\circ + \text{Cos}30^\circ \cdot \text{Sin}45^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

۱۹- اگر  $\alpha$  زاویه ای حاده و  $\beta$  زاویه ای منفرجه باشد و  $\text{Sin} \alpha = \frac{1}{3}$  و  $\text{Sin} \beta = \frac{2}{5}$  آن گاه حاصل  $\text{Sin}(\alpha + \beta)$  و  $\text{Cos}(\alpha + \beta)$  را به دست آورید.

$$\text{Cos} \alpha = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3}, \text{Cos} \beta = -\sqrt{1 - \frac{4}{25}} = -\frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\text{Sin}(\alpha + \beta) = \text{Sin} \alpha \text{Cos} \beta + \text{Cos} \alpha \text{Sin} \beta = \left(\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{21}}{5}\right) + \left(\frac{\sqrt{8}}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right)$$

$$\text{Cos}(\alpha + \beta) = \text{Cos} \alpha \text{Cos} \beta - \text{Sin} \alpha \text{Sin} \beta = \left(\frac{\sqrt{8}}{3}\right)\left(-\frac{\sqrt{21}}{5}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5}\right)$$

۲۰- درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.

$$\frac{\text{Sin} \alpha}{1 + \text{Cos} \alpha} = \tan \frac{\alpha}{2} \quad \frac{\text{Sin} \alpha}{1 + \text{Cos} \alpha} = \frac{2 \text{Sin} \frac{\alpha}{2} \text{Cos} \frac{\alpha}{2}}{2 \text{Cos}^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\text{Sin} \frac{\alpha}{2}}{\text{Cos} \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2}$$

\* دامنه

۲۱- دامنه ی هر یک از توابع زیر را بدست آورید.

الف)  $5x^2 - 6x - 5$

$D = \mathbb{R}$

ب)  $\frac{3x-1}{x^2-1}$

$D = \mathbb{R} - \{\text{ریشه های منخرج}\} \rightarrow D = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

ج)  $\sqrt{x^2-4}$

$x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

د)  $\frac{\sqrt{-x^2+4x}}{x-1}$

$D = [0, 4] - \{1\}$

ه)  $\frac{5x+7}{\sqrt{x-1}}$

$D = (1, +\infty)$

و)  $\sin \sqrt{x}$

$D = [0, +\infty)$

دامنه کمان

ز)  $\cos \frac{1}{x}$

$D = \mathbb{R} - \{0\}$

دامنه ی کمان

ح)  $\tan 2x$

$D = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, 2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \right\} \Rightarrow \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right\}$

ط)  $\cot x$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi\}$

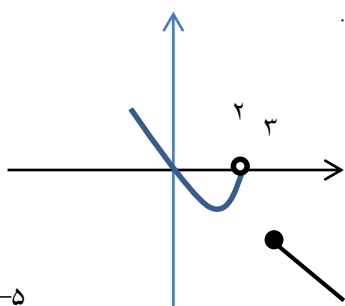
ی)  $\text{Log}_x^{x+1} \begin{cases} x+1 > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \rightarrow D = (0, +\infty) - \{1\}$

\*\*\* رسم نمودار

۲۲- تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x < 2 \\ -2x + 1 & x \geq 2 \end{cases}$  داده شده است.

الف) نمودار تابع  $f$  را رسم کنید. ب) مقدار  $f(f(3))$  را محاسبه کنید. ج) دامنه ی تابع  $f$  را بدست آورید.

الف)



ب)  $f(3) = -5$

$f(f(3)) = f(-5) = 35$

ج)  $D = (-\infty, 2) \cup [2, +\infty)$

\*\*\* ترکیب و مقداردهی توابع

۲۳- توابع  $f(x) = \frac{x}{x-2}$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  داده شده است.

الف) دامنه ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) تابع fog را تشکیل دهید.

ج) حاصل عبارت (۱)  $\left(\frac{f+2g}{-g}\right)$  را بدست آورید.

د) دامنه ی fxg را بصورت بازه نمایش دهید.

$$\text{الف) } D_f = \mathbb{R} - \{2\}, D_g = \{0, +\infty\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ g} = [0, +\infty) - \{4\}$$

$$\text{ب) } (f \circ g)(x) = f(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$\text{ج) } \frac{f(1)+2g(1)}{-g(1)} = \frac{-1+2}{-1} = -1$$

$$\text{د) } D_{fxg} = D_f \cap D_g = [0, +\infty) - \{2\}$$

\*\*\* تابع

۲۴- اگر  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، مقادیر  $a, b, c$  را طوری تعیین کنید که این سهمی محور  $x$ ها را در نقطه ای به طول ۱ و محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۱- قطع کند و از نقطه ی  $(-2, 3)$  نیز بگذرد.

$$(0, -1) \Rightarrow c = -1$$

$$\begin{aligned} (1, 0) &\rightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ 4a-2b+c=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ 4a-2b=4 \end{cases} \Rightarrow a=1, b=0 \\ (-2, 3) &\rightarrow \begin{cases} 4a-2b+c=3 \\ 4a-2b=4 \end{cases} \end{aligned}$$

۲۵- دو تابع  $y = x^2 + ax - 3b$  و  $y = -x + b$  داده شده اند. مقادیر  $a, b$  را چنان محاسبه کنید که نمودارهای این دو تابع روی محور  $x$ ها در نقطه ای به طول ۱ همدیگر را قطع کنند.

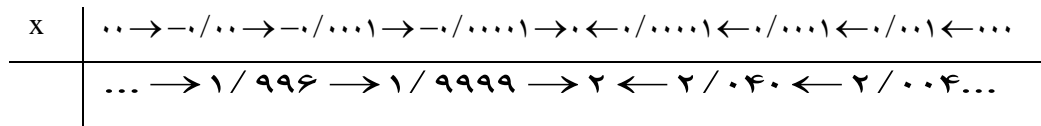
$$(1, 0) \Rightarrow 0 = -1 + b \Rightarrow b = 1$$

$$(1, 0) \Rightarrow 0 = +1 + a + 3 \Rightarrow a = -4$$



\*مقدمه حد

۲۶- با توجه به حد تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$  را وقتی به سمت صفر میل می کند تعیین کنید.



\*\* وجود حد

۲۷- بررسی نمایید آیا تابع  $f(x) = \begin{cases} -3x + 4 & x \geq 1 \\ 2x^2 + x & x < 1 \end{cases}$  در نقطه  $x = 1$  حد دارد؟

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} -3x + 4 = -3(1) + 4 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x^2 + x = 2(1)^2 + (1) = 3$$

چون حد چپ با حد راست برابر نیست پس تابع در این نقطه حد ندارد.

۲۸- نمودار تابع  $f$  به صورت زیر داده شده است. با توجه به نمودار، حاصل حدهای خواسته شده را بدست آورید.

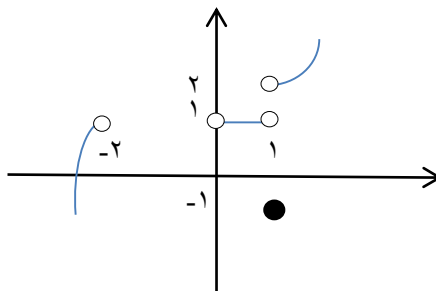
الف)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$

ج)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  وجود ندارد

د)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1$

ه)  $f(1) = -1$



\* قضیه فشردگی

۲۹- اگر به ازای هر  $x$  داشته باشیم  $2 - x^2 \leq g(x) \leq 2 \cos x$  حد تابع  $g(x)$  را در  $x = 0$  تعیین کنید.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cos x &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0} (2 - x^2) &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2 \text{ طبق قضیه فشردگی}$$

حاصل انواع حد

\* ۳۰- در صورتی که  $f(x-2) = \frac{x+6}{x-2}$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  را حساب کنید.

$$\begin{cases} t = x - 2 \\ x = t + 2 \end{cases} \Rightarrow f(t) = \frac{t+8}{t} \Rightarrow f(x) = \frac{x+8}{x} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+8}{x} = 9$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x - 6} \quad -31 \quad ***$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x - 6} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{3(x-2)} = \frac{-1}{3} \quad \text{رفع ابهام}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{x+7}} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{x+7}} \quad -32$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{x+7}} \times \frac{3 + \sqrt{x+7}}{3 + \sqrt{x+7}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(3 + \sqrt{x+7})}{2-x} = -24$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x} \quad -33$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{2 \sin^2 x} = \frac{1}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \times \frac{\sin 2x}{2 \times x} \times \lim_{x \rightarrow 0} 3 \times \frac{\tan 3x}{3 \times x} = 2 \times 3 = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \tan 3x}{x^2} \quad -34$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{2}{\cos x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{2}{\cos x} \quad -35$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{2x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{2x} \quad -36$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2x}{-3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{-3x} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 1}}{5 - 3x} \quad -37$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{x^2} = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 + \sqrt{x+2}}{x^2 + 5x - 1} \quad -38$$

\*\*\* پیوستگی

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2} & x < 2 \\ -1 & x = 2 \\ 3-x^2 & x > 2 \end{cases}$$

۳۹- پیوستگی تابع را در نقطه ای به طول  $X=2$  بررسی کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3 - 4 = -1$$

$$f(2) = -1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = -1$$

تابع  $f$  را در  $X=2$  پیوسته است.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2 & x > 1 \\ 3 & x = 1 \\ -3x + b & x < 1 \end{cases}$$

۴۰- در تابع مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری بیابید که تابع در  $X=1$  پیوسته باشد.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} -3 + b$$

$$f(1) = 3$$

$$\Rightarrow a + 2 = -3 + b = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases}$$

\*\*\* آهنگ متوسط و آهنگ لحظه ای

$$f(x) = x^2 + 2x - 1$$

۴۱- تابع داده شده است.

الف) آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از نقطه  $X_1 = 1$  به  $X_2 = 3$  تغییر کند، تعیین کنید.

ب) آهنگ لحظه ای تغییر این تابع را در نقطه  $X_0 = 2$  بدست آورید.

$$\text{الف) } \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{14 - 2}{2} = 6 \quad \text{ب) } f'(x) = 2x + 2 \Rightarrow f'(2) = 6$$

\*\* تعریف مشتق

۴۲- با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع  $f(x) = \sqrt{x-1}$  را در نقطه ی به طول  $x=5$  به دست آورید.

$$f'(5) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x - 5} \times \frac{\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt{x-1} + 2} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{(x - 5)(\sqrt{x-1} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{x-1} + 2} = \frac{1}{4}$$

\*\*\* مشتق گیری با استفاده از قوانین مشتق

$$\text{۴۳- } f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{2x} \quad f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right)(2x) - (2)(\sqrt{x-1})}{(2x)^2}$$

$$\text{۴۴- } g(x) = (4x-1)^3 (x^3 - x) \quad g'(x) = 3(4x-1)^2 (4)(x^3 - x) + (3x^2 - 1)(4x-1)^3$$

$$\text{۴۵- } h(x) = \text{Cot}(2x) + \text{Sin}^2(x)$$

$$h'(x) = -2(1 + \cot^2 2x) + 2\text{Sin} x \cdot \text{Cos} x$$

\*\* شیب

۵۲- شیب خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x+5}$  را در نقطه ای به طول  $x=4$  به دست آورید.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+5}} \Rightarrow f'(4) = m = \frac{1}{2\sqrt{4+5}} = \frac{1}{6}$$

\*\* دامنه ی مشتق پذیری

۵۳- دامنه ی مشتق پذیری تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را بدست آورید.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \rightarrow D_{f'} = (0, +\infty)$$