فصل چهارم

مثلثات

- درس اول : واحدهای اندازه گیری زاویه
- درس دوم: روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی
- درس سوم : توابع مثلثاتی

بارم فصل ٤:

نوبت اول	نوبت دوم	شهریور / دی
۲ نمره (تا ص ۷٦)	۳	۳

فصل ٤ درس ۱: واحدهای اندازه گیری زاویه

پیش نیاز های درس ۱:

- تشخیص زاویه مرکزی و کمان روبه روی آن
- شناخت واحد اندازه گیری درجه
- درک عدد π
- شناخت دایره مثلثاتی و جهت مثلثاتی

اهداف درس ۱:

- معرفی رادیان به عنوان واحد دیگری برای اندازه گیری زاویه و اهمیت آشنایی با این واحد
- رابطه بین طول کمان روبه روی یک زاویه مرکزی و اندازه یک زاویه بر حسب رادیان با توجه به شعاع
- رابطه بین واحدهای اندازه گیری درجه و رادیان

مثلثات:

مثلثات روابط میان طول اضلاع و زاویه های مثلث را بررسی می کند.

دایره مثلثاتی:

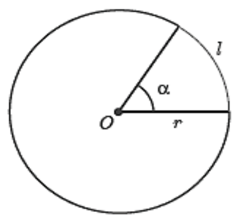
دایره ای است به شعاع واحدوبه مرکز مبدا مختصات که جهت مثبت آن برخلاف گردش عقربه های ساعت است. به این جهت، جهت مثلثاتی می گوییم.

واحد های اندازه گیری زاویه (درجه و رادیان):

درجه : اگر محیط دایره ای را به ۳۶۰ کمان مساوی تقسیم کنیم، اندازهٔ زاویهٔ مرکزی روبه روبه هر کمان یک درجه است

رادیان: یک رادیان برابر است با اندازه زاویه مرکزی که طول کمان روبه روی آن، برابر شعاع دایره باشد.بنابراین :

$$\text{اندازه یک زاویه برحسب رادیان} = \frac{\text{طول کمان روبه رو زاویه}}{\text{شعاع دایره}}$$



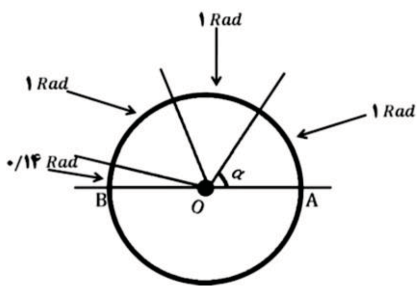
$$\alpha = \frac{l}{r}$$

$l \, , \, r$ هم واحدند

(تمرین ۴ ص ۷۶)

④دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی متر مفروض است .اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول ۸سانتی متراز این دایره چند رادیان است؟حل: $\alpha = \frac{l}{r} = \frac{۸}{۱۰}$ رادیان

✓ نکته:نسبت محیط هر دایره به قطر آن عددی ثابت است که آن را با π (عدد پی)نمایش می دهند مقدار تقریبی این عدد ۳/۱۴ است. بنابراین با توجه به شکل اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمان نیم دایره برابر است با: $\underset{۳/۱۴}{\pi}$ رادیان $= ۱۸۰^\circ$



رابطه درجه و رادیان:

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \begin{cases} D \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}} R \\ R \xrightarrow{\times \frac{۱۸۰}{\pi}} D \end{cases}$$

مثال:

الف) ۱رادیان برابر با چند درجه است؟

ب) ۱درجه برابر با چند رادیان است؟

(کاردرکلاس ۱و۲ ص ۷۵)

①مطابق نمونه هریک از زاویه ها را از درجه به رادیان تبدیل کنید:

$۳۶^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$ $۳۰^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}} \frac{\pi}{۶}$

$۶۰^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$ $۴۵^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$

$۱۸۰^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$ $۹۰^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$

②کامل کنید.

D	۵°		۲۴°		۱۲۰°	
R	$\frac{\pi}{۳۶}$	$\frac{\pi}{۷}$		$\frac{۲\pi}{۵}$		$\frac{۲\pi}{۵}$

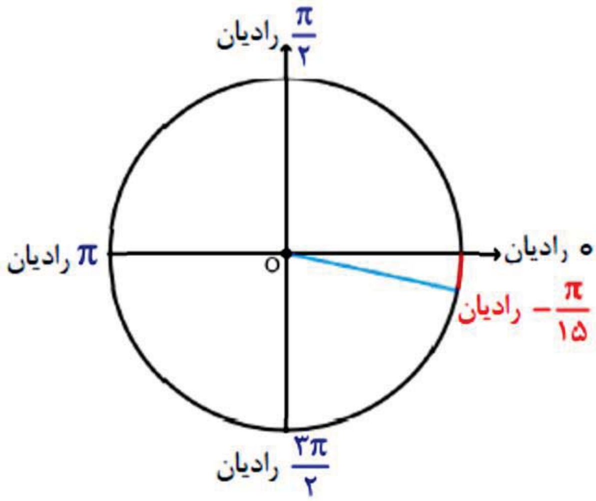
Homework:(تمرین ۱و۲و۳و۵ص ۷٦)

①هر یک از زاویه های زیر را به رادیان تبدیل کنید ، سپس روی دایرهٔ مثلثاتی بیابید.

$۳۶^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$ $۳۱۵^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$

$-۱۲^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}} -\frac{\pi}{۱۵}$ $۱۰۵^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$

$۳۶۰^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$ $۷۲^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}}$

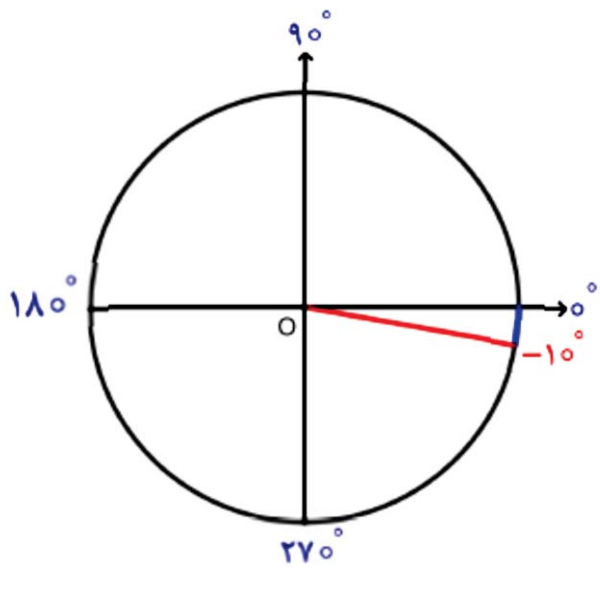


②هر یک از زاویه های زیر را به درجه تبدیل کنید ، سپس روی دایرهٔ مثلثاتی بیابید.

$\frac{۷\pi}{۸} \xrightarrow{\times \frac{۱۸۰}{\pi}}$ $\qquad$ $-\frac{\pi}{۱۸} \xrightarrow{\times \frac{۱۸۰}{\pi}} -۱۰^\circ$

$\frac{۶\pi}{۵} \xrightarrow{\times \frac{۱۸۰}{\pi}}$ $\qquad$ $-\frac{۲\pi}{۵} \xrightarrow{\times \frac{۱۸۰}{\pi}}$

$۲\pi \xrightarrow{\times \frac{۱۸۰}{\pi}}$ $\qquad$ $\frac{۳\pi}{۴} \xrightarrow{\times \frac{۱۸۰}{\pi}}$



③زاویه D برابر با $\frac{\pi}{۲۰}$ رادیان است.اندازه این زاویه چند درجه است؟

⑤درستی یا نادرستی هر یک از جملات زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید.

الف)اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی الساقینی ۱ رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث کوچک تر از اندازه هر یک از ساق های آن است.

ب)در دایره ای به شعاع ۱ سانتی متر طول کمان روبه روی زاویه π رادیان تقریباً برابر با ۳/۱۴سانتی متر است.

پ)انتهای کمان زاویه $\frac{۶\pi}{۵}$ رادیان در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

ت)زاویه های $\frac{۷\pi}{۳۶}, \frac{\pi}{۹}, \frac{۲\pi}{۳}$ رادیان، زوایای یک مثلث را تشکیل می دهند.

کاربرد علمی از مفهوم رادیان:

(فعالیت ص ۷۶)

ایستگاه فضایی بین المللی را مطابق شکل مقابل در نظر بگیریدکه در فاصلهٔ تقریبی ۴۰۰ کیلومتری بالای سطح کره زمین قرار دارد. اگر این ایستگاه توسط ایستگاه زمینی از نقطهٔ A تا نقطه B که با مرکز زمین زاویهٔ ۴۵° می سازند، رصد شود، این ایستگاه چه مسافتی را در مدارخود از A' به B' پوشش می دهد؟ شعاع تقریبی کرهٔ زمین را ۶۴۰۰ کیلومتر فرض کنید.حل:

با استفاده از زاوی مرکزی ۴۵° کمان $A'B'$ را می یابیم:

$$۴۵^\circ \xrightarrow{\times \frac{\pi}{۱۸۰}} \frac{\pi}{۴}$$

$$\alpha = \frac{l}{r} \rightarrow \frac{\pi}{۴} = \frac{A'B'}{\underbrace{۶۴۰۰ + ۴۰۰}_{۶۸۰۰}}$$

$$\rightarrow A'B' = \frac{۶۸۰۰\ \overset{۳/۱۴}{\pi}}{۴} = ۵۳۳۸\,km$$

فصل ٤ درس ۲: روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی

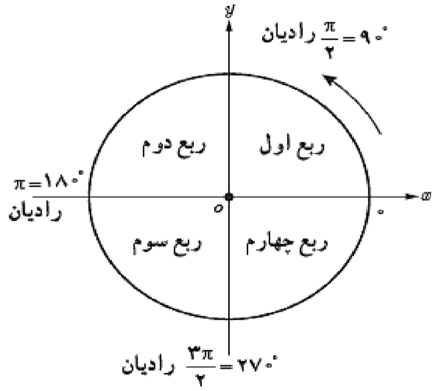
پیش نیاز های درس ۲:

- شناخت دایره مثلثاتی و جهت مثلثاتی و پیدا کردن زوایا روی دایره مثلثاتی
- آشنایی با اتحادهای مثلثاتی فصل مثلثات در سال دهم
- محاسبه نسبت های مثلثاتی زوایای: $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$
- شناخت علامت نسبت های مثلثاتی در هر ربع از دایره مثلثاتی
- آشنایی با مفهوم قرینه نقطه (x, y) نسبت به محور x ها و y ها و مبدأ مختصات.

اهداف درس ۲:

- شناخت زاویه قرینه $(-\alpha)$ و معرفی نسبت های مثلثاتی آن
- شناخت زاویه مکمل $(\pi-\alpha)$ و معرفی نسبت های مثلثاتی آن
- شناخت زاویه با اختلاف π رادیان $(\pi+\alpha)$ و معرفی نسبت های مثلثاتی آن
- شناخت زاویه متمم $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ و معرفی نسبت های مثلثاتی آن
- شناخت زاویه با اختلاف $\frac{\pi}{2}$ رادیان و $\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$ معرفی نسبت های مثلثاتی آن
- شناخت زاویه هم انتها و معرفی نسبت های مثلثاتی آن

علامت نسبت های مثلثاتی در ربع های دایره و قانون هستک:



همه+	سینوس+	تانژانت کتانژانت +	کسینوس+
↓	↓	↓	↓
ه	س	ت	ک
↓	↓	↓	↓
ربع۱	ربع۲	ربع۳	ربع ۴

(فعالیت ۱ ص ۷۷)

①جدول زیر را کامل کنید.

علامت نسبت مثلثاتی	انتهای کمان روبه‌روی α	زاویه α
$\tan\alpha > 0$	ربع اول	75°
$\sin\alpha$		150°
$\cos\alpha$		210°
$\cot\alpha$		240°
$\tan\alpha$		285°

علامت نسبت مثلثاتی	انتهای کمان روبه‌روی α	زاویه α
$\cos\alpha < 0$	ربع دوم	$\frac{3\pi}{4}$ رادیان
$\sin\alpha$		$\frac{4\pi}{5}$ رادیان
$\tan\alpha$		$\frac{5\pi}{3}$ رادیان
$\cos\alpha$		$\frac{5\pi}{12}$ رادیان
$\cot\alpha$		$\frac{5\pi}{4}$ رادیان

جدول مقادیر نسبت های مثلثاتی:

(کاردرکلاس ۲و۳ ص ۷۸) ②جدول زیر را کامل کنید.

زاویه α / نسبت	0 رادیان $=0^\circ$	$\frac{\pi}{6}$ رادیان $=30^\circ$	$\frac{\pi}{4}$ رادیان $=45^\circ$	$\frac{\pi}{3}$ رادیان $=60^\circ$
$\sin\alpha$		$\frac{1}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	1		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
$\tan\alpha$				
$\cot\alpha$			1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{\pi}{2}$ رادیان $=90^\circ$	π رادیان $=180^\circ$	$\frac{3\pi}{2}$ رادیان $=270^\circ$	2π رادیان $=360^\circ$
		-1	0
	-1		
تعریف نشده		تعریف نشده	

③حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

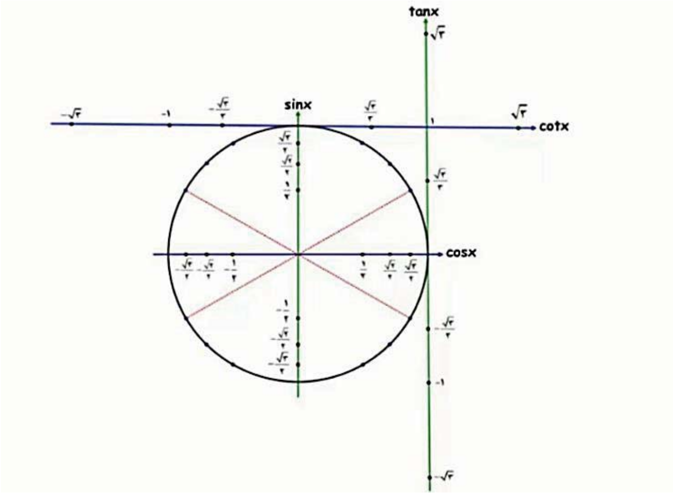
الف) $\cot\frac{\pi}{6}-\tan\frac{\pi}{3}\times\sin\frac{\pi}{4}=$

ب) $\dfrac{\tan^2\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\cot^2\left(\frac{\pi}{4}\right)-\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)}+\cos^2 75^\circ+\sin^2 75^\circ=$

✓ نکته:برای تعیین مقدار نسبت های مثلثاتی هر زاویه،ابتدا زاویه α را تند در نظر میگیریم ومشخص می کنیم زاویه در کدام ربع دایره است و با استفاده از قانون هستک علامت را یافته و پشت نسبت مثلثاتی قرار می دهیم.

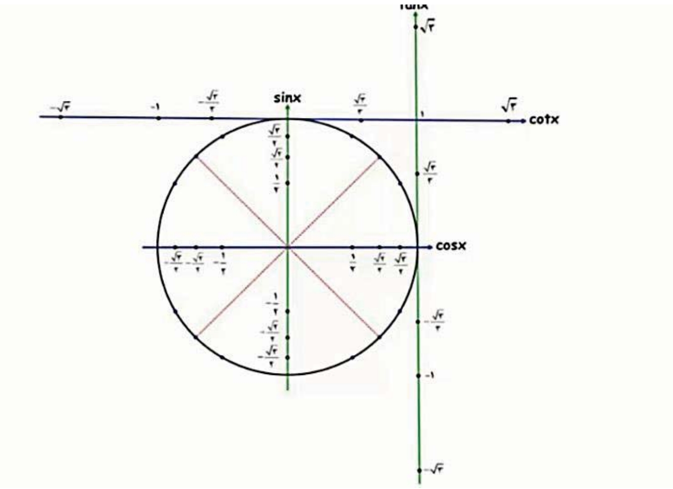
خانواده $\frac{\pi}{6} = 30^\circ$:

$$\left(\underbrace{\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{6},\frac{11\pi}{6}}_{R} \;,\; \underbrace{30^\circ,150^\circ,210^\circ,330^\circ}_{D}\right)$$



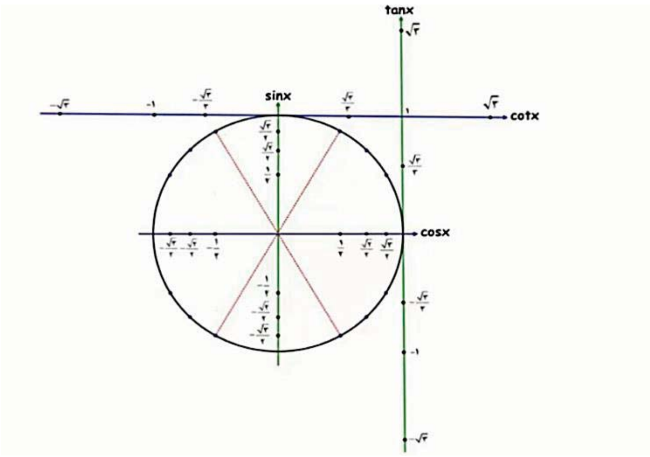
خانواده $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$:

$$\left(\underbrace{\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4},\frac{7\pi}{4}}_{R} \;,\; \underbrace{45^\circ,135^\circ,225^\circ,315^\circ}_{D}\right)$$



خانواده $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$:

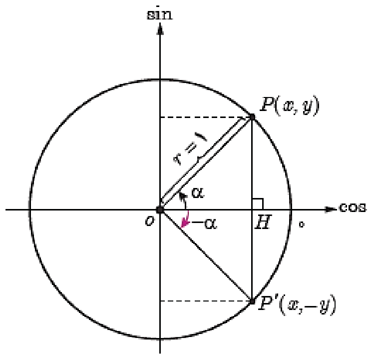
$$\left(\underbrace{\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3},\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3}}_{R} \;,\; \underbrace{60^\circ,120^\circ,240^\circ,300^\circ}_{D}\right)$$



زاویه قرینه $(-\alpha)$ و نسبت های مثلثاتی آن:

دو زاویه را قرینه گوییم که مجموع آنها صفر شود.مثل:

$$\left(30^\circ , -30^\circ\right) \quad , \quad \left(\frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}\right)$$



$$(x, y) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور افقی}} (x, -y)$$

در حالت کلی:

$$\boxed{\begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin\alpha \\ \cos(-\alpha) &= \cos\alpha \\ \tan(-\alpha) &= -\tan\alpha \\ \cot(-\alpha) &= -\cot\alpha \end{aligned}}$$

(مثال ص ۷۹):

مقدار نسبت های $\sin\left(-30^\circ\right), \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ **را بیابید**

حل:

$$\sin\left(-30^\circ\right) \xrightarrow[\sin-]{\text{ربع٤}} -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow[\cos+]{\text{ربع٤}} \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(کاردرکلاس ۲ص ۸۰)

② حاصل هریک از عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\cot\left(-\frac{\pi}{۳}\right)\times\cos\left(-\frac{\pi}{۶}\right)+\tan\left(-\frac{\pi}{۴}\right)=$$

الف) $\dfrac{\cos\left(-۹۰^\circ\right)+\sin\left(-۲۷۰^\circ\right)}{\sin\left(-۱۸۰^\circ\right)-\cos\left(-۳۶۰^\circ\right)}$

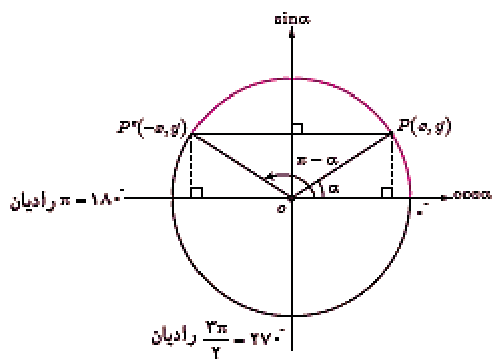
ب) $\cot\left(-\frac{\pi}{۶}\right)+\tan\left(-\frac{\pi}{۳}\right)$

پ) $\cos\left(-۴۵^\circ\right)\times\cos\left(-۶۰^\circ\right)+\sin\left(-۴۵^\circ\right)\times\sin\left(-۶۰^\circ\right)$

زاویه مکمل $(\pi-\alpha)$ و نسبت های مثلثاتی آن:

دو زاویه را مکمل گوییم؛ هرگاه مجموع آنها ۱۸۰° یا π رادیان شود $\alpha+\beta=\pi \to \beta=\pi-\alpha$.مثل:

$$\left(۳۰^\circ,۱۵۰^\circ\right)\ ,\ \left(\frac{\pi}{۳},\frac{۲\pi}{۳}\right)$$



قرینه نسبت به محور عمودی

$$(x,y)\longrightarrow(-x,y)$$

در حالت کلی:

$$\boxed{\begin{aligned}\sin(\pi-\alpha)&=\sin\alpha\\ \cos(\pi-\alpha)&=-\cos\alpha\\ \tan(\pi-\alpha)&=-\tan\alpha\\ \cot(\pi-\alpha)&=-\cot\alpha\end{aligned}}$$

(کاردرکلاس ۱ ص۸۰)

①مکمل هریک از زاویه های زیر را مشخص کنید:

$-۲۵^\circ \to ۱۸۰^\circ-\left(-۲۵^\circ\right)=۲۰۵^\circ$

$۷۵^\circ \to$

$\frac{\pi}{۱۲}\to \pi-\frac{\pi}{۱۲}=\frac{۱۱\pi}{۱۲}$

$\frac{-\pi}{۴}\to$

(مثال ص ۸۰ و ۸۱):

مقدار نسبت های $\sin\left(۱۵۰^\circ\right), \cos\left(\frac{۵\pi}{۶}\right)$ را بیابید.حل:

$$\sin\left(۱۵۰^\circ\right)=\sin\left(۱۸۰-۳۰^\circ\right)\xrightarrow[\sin+]{\text{ربع ۲}}\sin ۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}$$

$$\cos\left(\frac{۵\pi}{۶}\right)=\cos\left(\frac{۶\pi-\pi}{۶}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{۶}\right)\xrightarrow[\cos-]{\text{ربع ۲}}-\cos\frac{\pi}{۶}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

مقدار $\cos\left(\frac{۵\pi}{۶}\right)$ را از طریق خانواده $\left(\frac{\pi}{۶}\right)$ هم می توان یافت

(فعالیت ص۸۱)

حاصل هریک از نسبت های مثلثاتی زیر را به دست آورید.

$\tan\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)=$

$\cos\left(\frac{۳\pi}{۴}\right)=$

$\sin\left(۱۲۰^\circ\right)=$

$\cot\left(-120^\circ\right) =$

$\cos\left(135^\circ\right) =$

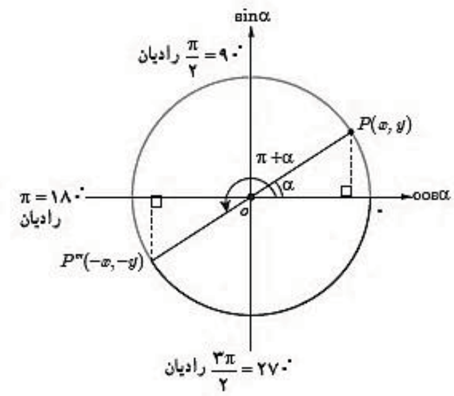
(کاردر کلاس ۴ص۸۵)

④ نسبت های مثلثاتی زاویه 180° را از روی مکمل آن بیابید.

زاویه با اختلاف π رادیان $\left(\pi+\alpha\right)$ ونسبت های مثلثاتی آن:

دو زاویه را مکمل گوییم؛ هرگاه اختلاف آنها 180° یا π رادیان شود $\beta-\alpha=\pi \rightarrow \beta=\pi+\alpha$ **.مثل:**

$$\left(30^\circ, 210^\circ\right) \quad , \quad \left(\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right)$$



$$(x,y) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدا مختصات}} (-x,-y)$$

در حالت کلی:

$\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(\pi+\alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(\pi+\alpha) = \tan\alpha$

$\cot(\pi+\alpha) = \cot\alpha$

(مثال ص ۸۲ و ۸۱):

مقدار نسبت های $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right), \tan\left(210^\circ\right)$ **را بیابید.**

حل:

$$\tan\left(210^\circ\right) = \tan\left(180+30^\circ\right) \xrightarrow[\tan+]{\text{ربع ۳}} \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{6\pi+\pi}{6}\right) = \sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow[\sin-]{\text{ربع ۳}}$$
$$-\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

مقدار $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ **را از طریق خانواده** $\left(\frac{\pi}{6}\right)$ **هم می توان یافت**

(فعالیت ص۸۲)

حاصل هریک از نسبت های مثلثاتی زیر را به دست آورید.

$\sin 225^\circ =$

$$\tan\left(-225^\circ\right) = -\tan\left(180^\circ+45^\circ\right) \xrightarrow[\tan+]{\text{ربع ۳}} -\tan 45^\circ = -1$$

$\cos\left(\frac{-4\pi}{3}\right) =$

$\sin\left(\frac{-7\pi}{6}\right) =$

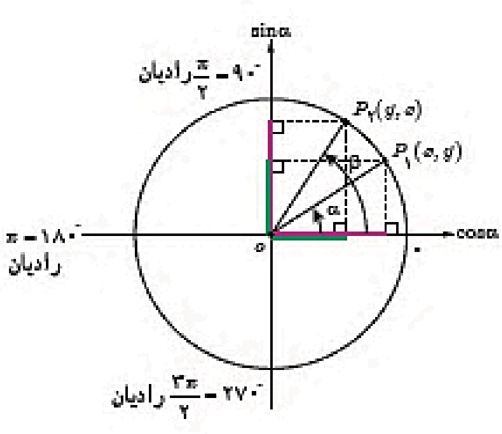
$\cot\left(\frac{5\pi}{4}\right) =$

زاویه متمم $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ نسبت های مثلثاتی آن:

دو زاویه رامتمم گوییم؛ هرگاه مجموع آنها 90° یا $\frac{\pi}{2}$

رادیان شود $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2} \rightarrow \beta=\frac{\pi}{2}-\alpha$ **.مثل:**

$$\left(30^\circ, 60^\circ\right) \quad , \quad \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$



$$(x,y)\xrightarrow{\text{متمم}}(y,x)$$

در حالت کلی:

$$\sin\left(\frac{\pi}{۲}-\alpha\right)=\cos\alpha$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{۲}-\alpha\right)=\sin\alpha$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{۲}-\alpha\right)=\cot\alpha$$
$$\cot\left(\frac{\pi}{۲}-\alpha\right)=\tan\alpha$$

مثال:

متمم هریک از زاویه های زیر را مشخص کنید:

$۳۰^\circ \to ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$

$۴۵^\circ \to$

$\frac{\pi}{۳} \to \frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۳} = \frac{\pi}{۶}$

$\frac{\pi}{۴} \to$

(مثال ص۸۲):

مقدار نسبت های $\sin\left(\frac{\pi}{۳}\right), \tan\left(۳۰^\circ\right)$ را بیابید.

$$\tan\left(۳۰^\circ\right)=\tan\left(۹۰^\circ-۶۰^\circ\right)\xrightarrow[\substack{\tan+\\ \tan\to\cot}]{\text{ربع ۱}}\cot ۶۰^\circ=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{۳}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۶}\right)\xrightarrow[\substack{\sin+\\ \sin\to\cos}]{\text{ربع ۱}}\cos\frac{\pi}{۶}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(فعالیت ص۸۳)

زاویه ای معرفی کنید که با متمم خودش برابر باشد .

$\sin\frac{\pi}{۴}=\cos\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \quad , \quad \sin ۴۵^\circ=\cos ۴۵^\circ=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\tan\frac{\pi}{۴}=\cot\frac{\pi}{۴}=۱ \quad , \quad \tan ۴۵^\circ=\cot ۴۵^\circ=۱$

$\sin\frac{\pi}{۲}=\cos ۰=۱ \quad , \quad \sin ۹۰^\circ=\cos ۰^\circ=۱$

$\tan\frac{\pi}{۲}=\cot ۰=$ ت $\quad , \quad \tan ۹۰^\circ=\cot ۰^\circ=$ ت

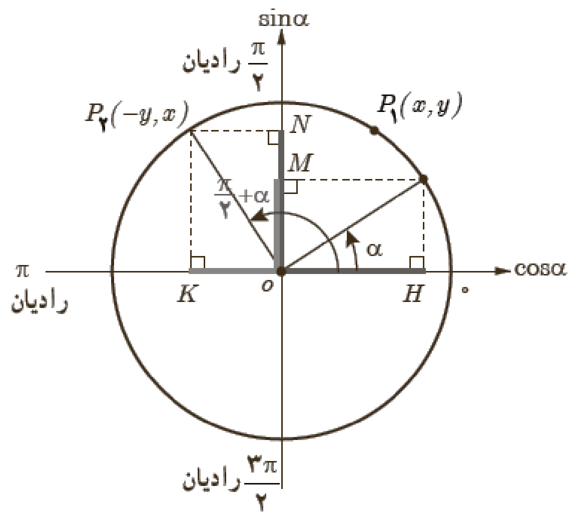
زاویه متمم $\left(\frac{\pi}{۲}+\alpha\right)$ نسبت های مثلثاتی آن:

دو زاویه رامتمم گوییم؛ هرگاه اختلاف آنها ۹۰° یا $\frac{\pi}{۲}$ رادیان شود $\beta-\alpha=\frac{\pi}{۲} \to \beta=\frac{\pi}{۲}+\alpha$.

(کاردر کلاس ۲ص۸۵)

2 اختلاف کدام دو زاویه $\frac{\pi}{۲}=۹۰^\circ$ می شود؟

$\left(۱۲۰^\circ,۳۰^\circ\right) \ , \ \left(۱۳۵^\circ,۴۵^\circ\right) \ , \ \left(\frac{۲\pi}{۳},\frac{\pi}{۶}\right)$



در حالت کلی:

$$\sin(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=\cos\alpha$$

$$\cos(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\tan(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\cot\alpha$$

$$\cot(\frac{\pi}{۲}+\alpha)=-\tan\alpha$$

(مثال ص ۸۳):

مقدار نسبت های $\tan\left(۱۵۰^\circ\right),\sin\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)$ را بیابید.

$$\tan\left(۱۵۰^\circ\right)=\tan\left(۹۰^\circ+۶۰^\circ\right)\xrightarrow[\substack{\tan- \\ \tan\to\cot}]{\text{ربع ۲}}-\cot۶۰^\circ=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\sin\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۶}\right)\xrightarrow[\substack{\sin+ \\ \sin\to\cos}]{\text{ربع ۲}}\cos\frac{\pi}{۶}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(فعالیت و کاردر کلاس ص۸۴)

حاصل هریک از نسبت های مثلثاتی زیر را به دو روش مکمل و متمم به دست آورید

$\sin۱۳۵^\circ =$

$cos\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)=$

(تمرین ۴ ص۸۷)

④ در تساوی زیر به جای x یک زاویه مناسب قرار دهید.

الف) $\sin x=\cos\left(۲۰^\circ+x\right)$

حل: با توجه به رابطه نوشته شده باید زوایا متمم باشند .

$$x+۲۰^\circ+x=۹۰^\circ\rightarrow ۲x=۷۰^\circ\rightarrow x=۳۵^\circ$$

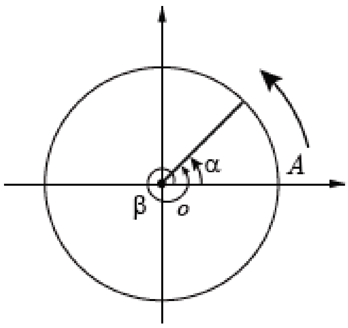
ب) $\tan\left(x+\frac{\pi}{۱۸}\right)=\cot\left(\frac{۲\pi}{۹}+x\right)$

حل: با توجه به رابطه نوشته شده باید زوایا متمم باشند .

$$x+\frac{\pi}{۱۸}+\frac{۲\pi}{۹}+x=\frac{\pi}{۲}\rightarrow ۲x=\frac{۴\pi}{۱۸}\rightarrow x=\frac{\pi}{۹}$$

زاویه هم انتها و نسبت های مثلثاتی آن:

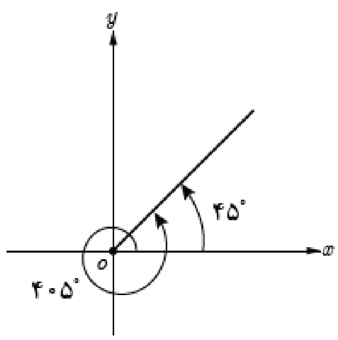
دوزاویه α و β را هم انتها گوییم؛ هرگاه اضلاع انتهایی آنها بر هم منطبق شود و اختلاف آنها مضارب زوجی از π $\left(۲\pi,۴\pi,\ldots\right)$ یا ۱۸۰° $\left(۳۶۰^\circ,۷۲۰^\circ,\ldots\right)$



(مثال ص ۸۶):

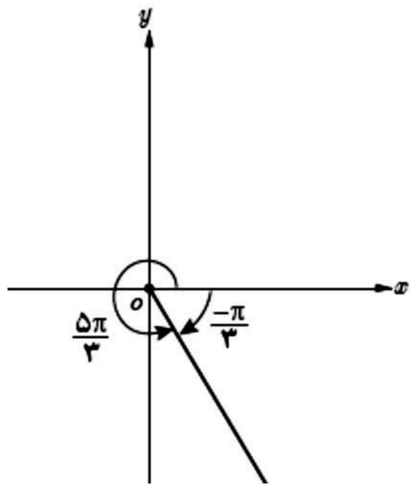
زاویه های $\left(۴۰۵^\circ,۴۵^\circ\right)$ هم انتها هستند زیرا

$$۴۰۵^\circ-۴۵^\circ=۳۶۰^\circ$$



زاویه های $\left(\frac{5\pi}{3}, \frac{-\pi}{3}\right)$ هم انتها هستند زیرا

$$\frac{5\pi}{3} - \left(\frac{-\pi}{3}\right) = \frac{5\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{6\pi}{3} = 2\pi$$



در حالت کلی:

$\sin(2k\pi-\alpha)=-\sin\alpha$	$\sin(2k\pi+\alpha)=\sin\alpha$
$\cos(2k\pi-\alpha)=\cos\alpha$	$\cos(2k\pi+\alpha)=\cos\alpha$
$\tan(2k\pi-\alpha)=-\tan\alpha$	$\tan(2k\pi+\alpha)=\tan\alpha$
$\cot(2k\pi-\alpha)=-\cot\alpha$	$\cot(2k\pi+\alpha)=\cot\alpha$

(مثال و کاردرکلاس ص ۸۶):

مقدار نسبت های مثلثاتی زیر را بیابید.

$$\tan(405^\circ) = \tan(360^\circ + 45^\circ) \xrightarrow[\tan+]{\text{ربع ۱}} \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin(750^\circ) =$$

$$\tan(-315^\circ) =$$

$$\cos(300^\circ) =$$

$$\sin(420^\circ) =$$

$$\cot(-330^\circ) =$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{6\pi-\pi}{3}\right) = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) \xrightarrow[\sin-]{\text{ربع ٤}} -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{12\pi-\pi}{4}\right) = \sin\left(\underset{\pi}{3\pi} - \frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow[\sin+]{\text{ربع ۲}} \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{-7\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{8\pi-\pi}{4}\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow[\cos+]{\text{ربع ٤}} \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

توجه:

در محاسبه $k\pi \pm \alpha$ اگر k زوج بود، $k\pi$ را حذف می کنیم

اگر k فرد بود جای $k\pi$ عدد π را قرار می دهیم

Homework:(تمرین۱و۲و۳ ص۸۷)

1 حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $\tan 135^\circ + \cot 120^\circ =$

ب) $\cos(-210^\circ) + \cot(240^\circ) =$

ب) $\sin 630^\circ + \tan(-540^\circ) =$

ت) $\cos\left(-۷۲۰^\circ\right)+\cot\left(-۶۰۰^\circ\right)+\tan ۷۲۰^\circ-\tan(-۶۰۰^\circ)=$

ث) $\sin\frac{۲۵\pi}{۳}-\cos\frac{۲۳\pi}{۴}=$

ج) $\dfrac{\sin\frac{۳\pi}{۴}-\cos\frac{۵\pi}{۶}}{\sin(\frac{-۳\pi}{۴})-\tan(\frac{-۴\pi}{۳})}=$

②جدول زیر را کامل کنید. حل:

زاویه x / نسبت	۱۲۰°	۱۳۵°	۱۵۰°	۲۱۰°	۲۲۵°	۲۴۰°	۳۰۰°	۳۳۰°
$\sin x$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$
$\cos x$	$-\frac{۱}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	$-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$	$-\frac{۱}{۲}$	$\frac{۱}{۲}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
$\tan x$	$-\sqrt{۳}$	-۱	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	۱	$\sqrt{۳}$	$-\sqrt{۳}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
$\cot x$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	-۱	$-\sqrt{۳}$	$\sqrt{۳}$	۱	$\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$	$-\sqrt{۳}$

③درستی تساوی های زیر را بررسی کنید.

الف) $\sin ۸۴۰^\circ=\sin ۶۰^\circ$

حل:

$$\underline{\sin ۸۴۰^\circ}=\sin(۷۲۰^\circ+۱۲۰^\circ)=\sin ۱۲۰^\circ$$

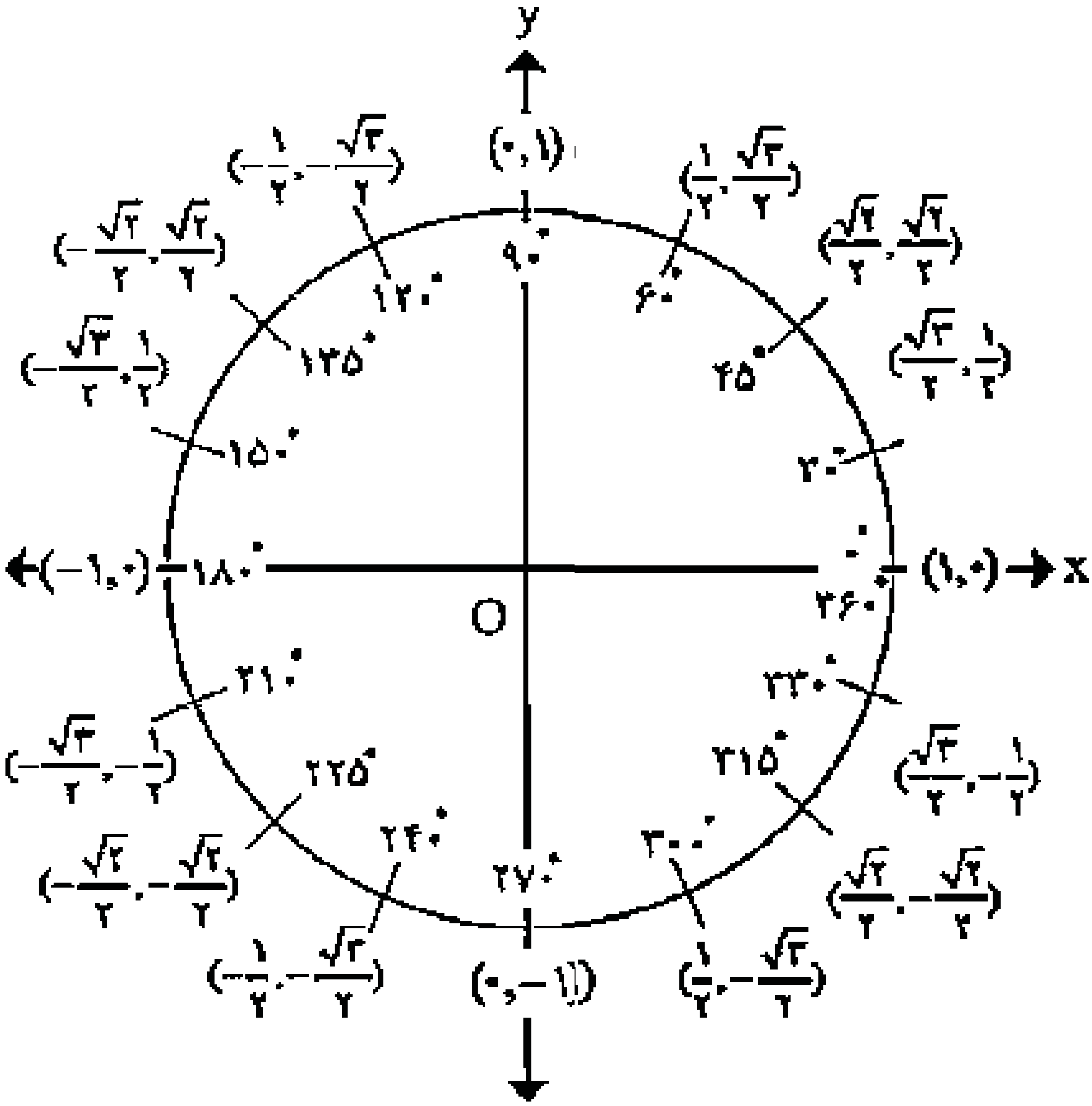
$$=\sin(۱۸۰^\circ-۶۰^\circ)\xrightarrow[\sin+]{\text{ربع ۲}}\underline{\sin ۶۰^\circ}$$

ب) $\cos\left(-۳۲۴^\circ\right)=\cos ۳۶^\circ$

پ) $\tan\left(-۱۰۰۰^\circ\right)=\tan ۸۰^\circ$

ت) $\sin ۸۷۵^\circ=\sin ۱۵۵^\circ$

مقادیر سینوس و کسینوس بعضی زوایا روی دایره مثلثاتی:



فصل ٤ درس ٣: توابع مثلثاتی

پیش نیاز های درس ۱:

- محاسبه نسبت های مثلثاتی سینوس و کسینوس تمامی زوایا
- آشنایی با مفهوم بازه ها
- شناخت دامنه و برد
- درک مفاهیم انتقال عمودی، افقی، انبساط و انقباض در راستای محورy های نمودار توابع

اهداف درس ۱:

- آشنایی با رسم توابع سینوس و کسینوس در صفحه مختصات از طریق نقطه یابی
- آشنایی با ویژ گی های توابع سینوس و کسینوس
- رسم تابع با ضابطه $y = a\sin\left(x+b\right)$ به کمک انتقال $y=\sin x$
- رسم تابع با ضابطه $y = a\cos\left(x+b\right)$ به کمک انتقال $y=\cos x$

تابع مثلثاتی:

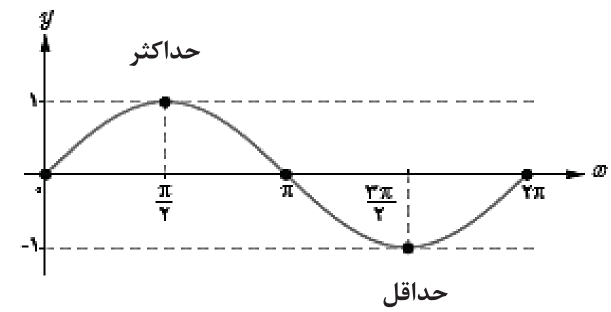
هر تابع شامل نسبت های مثلثاتی را تابع مثلثاتی می گوییم که ساده ترین آن $y=\sin x$ و $y=\cos x$ می باشد.

رسم تابع سینوس $(y=\sin x)$ از طریق نقطه یابی:

(فعالیت ص ۸۸ و ۸۹)

۵نقطه مهم را درجدول مقادیر مشخص می کنیم و نقاط را روی محور مختصات پیدا و به هم وصل می کنیم

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0	1	0	-1	0
تغییرات	↗	↘	↘	↗	



ویژگی های تابع سینوس باضابطه $(y=\sin x)$:

(فعالیت ۷و۸ص ۹۰)

⑦نمودار تابع سینوس در بازه های $[0,2\pi]$ و $[2\pi,4\pi]$ و...همچنین در بازه های $[-2\pi,0]$ و $[-4\pi,-2\pi]$ و...نیزیکسان است.

بنابراین به آن تابع متناوب می گوییم چون در فواصل معینی نمودار آن تکرارمی شود.طول هر یک از این فاصله را دوره تناوب می گوییم و دوره تناوب آن $T=2\pi$ می باشد.

⑧ کامل کنید:

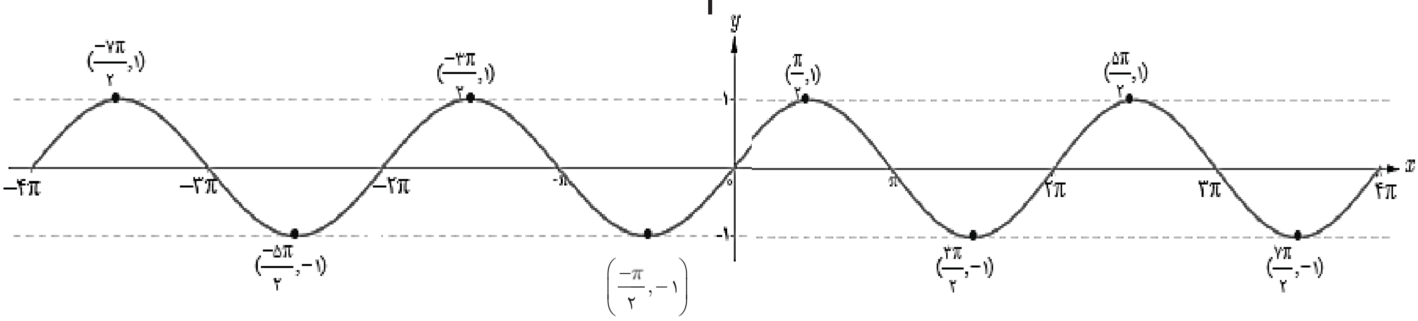
الف) دامنه ی تابع سینوس $\underline{R}$ و برد آن $\underline{[-1,1]}$ است.

ب)مقدار تابع سینوس $(y=\sin x)$ در طول های $x=k\pi,\ k\in z$ برابر $\underline{(0)}$است.

پ)حداکثر مقدار تابع سینوس $(y=\sin x)$ برابر $\underline{(1)}$است که در نقاطی به طول های $x=\frac{\pi}{2}$ و $\underline{x=\frac{-3\pi}{2}}$ و $\underline{x=\frac{5\pi}{2}}$ و $\underline{x=\frac{-7\pi}{2}}$ ودر حالت کلی $x=2k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in Z$ به دست می آید.

ت)حداقل مقدار تابع سینوس $(y=\sin x)$ برابر $\underline{(-1)}$است که در نقاطی به طول های $\underline{x=\frac{-\pi}{2}}$ و $x=\frac{3\pi}{2}$ و $\underline{x=\frac{-5\pi}{2}}$ و $\underline{x=\frac{7\pi}{2}}$ ودر حالت کلی $x=2k\pi+\frac{3\pi}{2}, k\in Z$ به دست می آید.

✓ نکته: برای رسم توابعی به صورت $y=a\sin(x+b)$ می توان از قوانین انتقال یا نقطه یابی استفاده کرد(برای یادآوری مراحل رسم توابع به فصل ۳درس ۱ رجوع شود)



(کاردرکلاس ص ۹۰)

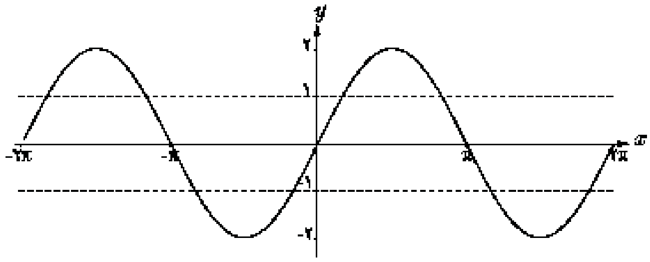
هر یک از توابع با ضابطه های داده شده دارای کدام نمودار است؟

$۱) y = ۲\sin x$

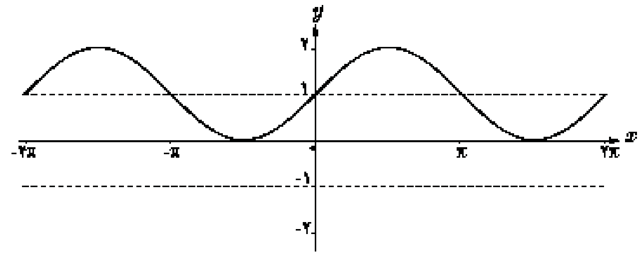
$۲) y = \sin\left(x - \frac{\pi}{۲}\right)$

$۳) y = \sin x + ۱$

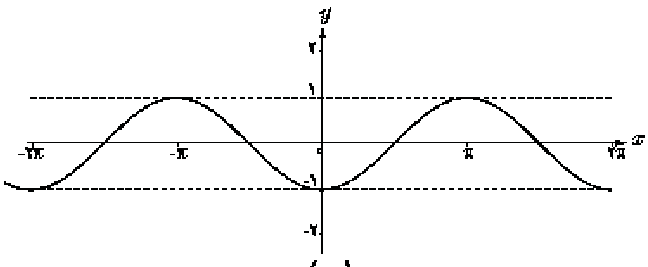
$۴) y = -\sin x + ۱$



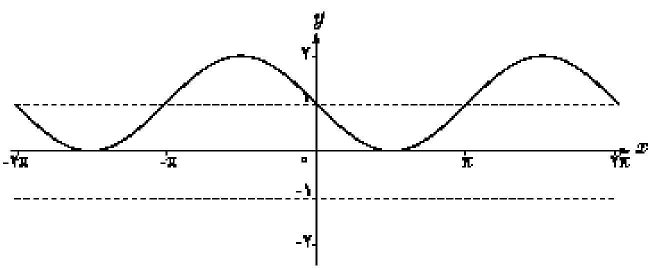
(الف)



(ب)



(پ)



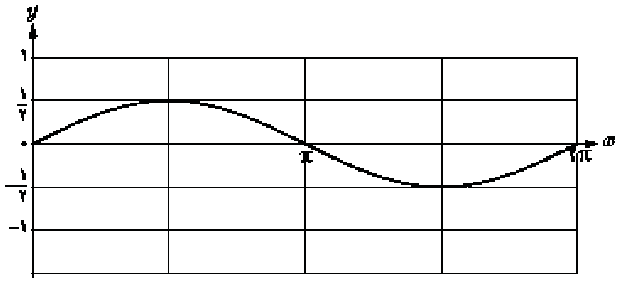
(ت)

(تمرین ۴ ص ۹۴)

④با ذکر دلیل مشخص کنید کدام یک از گزاره های زیر درست و کدام نادرست اند.

الف) شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $\left(y = \frac{۱}{۲}\sin x\right)$ **را نشان می دهد.**

حل: درست است زیرا مقادیر y نصف شده است



پ) برای رسم نمودار تابع با ضابطه $\left(y = ۱ + \sin x\right)$ **کافی است نمودار تابع سینوس را به اندازه یک واحد در راستای محور x ها انتقال دهیم.**

حل: نادرست است زیرانمودار باید در راستای محور y ها انتقال یابد

(تمرین ۲ص ۹۳)

②نمودار هر یک از توابع با ضابطه های زیر را در دستگاه مختصات در بازه های داده شده رسم کنید.

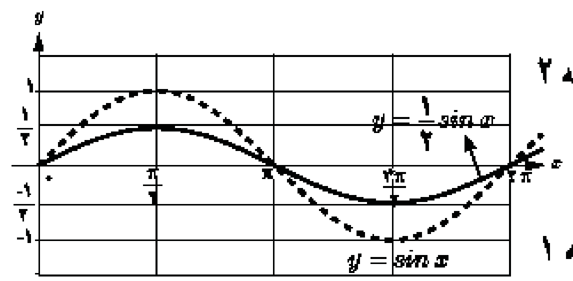
حل: ابتدا نمودار $\left(y = \sin x\right)$ **را رسم می کنیم سپس به کمک انتقال یا نقطه یابی نمودار خواسته شده را رسم میکنیم وبا توجه به بازه داده شده نمودار را حذف کرده و یا امتدادمی دهیم.**

$۱) y = \frac{۱}{۲}\sin x \quad , \quad \left[\circ , ۲\pi\right]$

انتقال به صورت آسانسوری است و مقادیر y نصف می شوند

x	$\circ$	$\frac{\pi}{۲}$	π	$\frac{۳\pi}{۲}$	۲π
y	$\circ$	$\frac{۱}{۲}$	$\circ$	$\frac{-۱}{۲}$	$\circ$

مرحله ۲

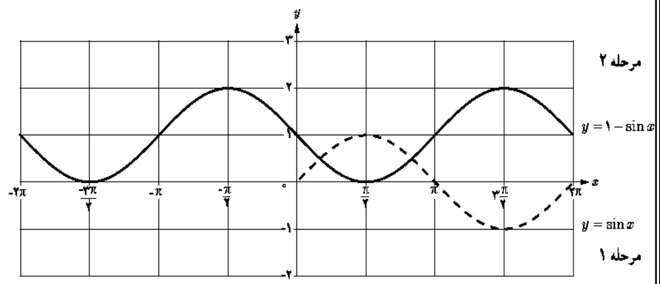


مرحله ۱

۳) $y = 1 - \sin x$, $\left[-2\pi, 2\pi\right]$

درتابع $y=-\sin x+1$ انتقال به صورت آسانسوری است و مقادیر y ابتدا در ۱- ضرب سپس با ۱ جمع می شوندبا توجه به بازه داده شده نمودار را امتداد می دهیم.

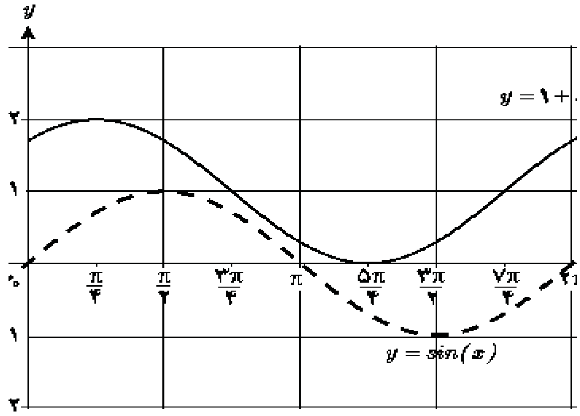
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	1	0	1	2	1
	$0(-1)+1$	$1(-1)+1$	$0(-1)+1$	$-1(-1)+1$	$0(-1)+1$



۵) $y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, $\left[0, 2\pi\right]$

در $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$ انتقال به صورت آسانسوری وقطاری است و مقادیر y با ۱جمع و مقادیر x منهای $\frac{\pi}{4}$ می شوند وبا توجه به بازه داده شده نمودار را حذف می کنیم.

x	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$
	$0-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}$	$\pi-\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}$	$2\pi-\frac{\pi}{4}$
y	1	2	1	0	1
	$0+1$	$1+1$	$0+1$	$-1+1$	$0+1$

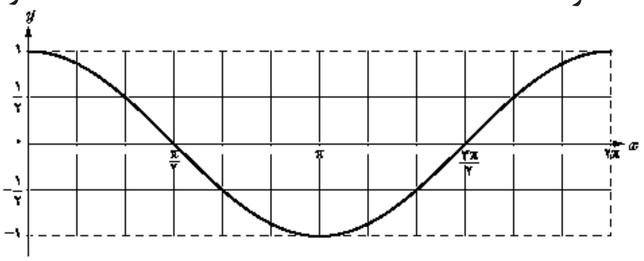


رسم تابع کسینوس $y=\cos x$ از طریق نقطه یابی:

(فعالیت ص ۹۱ و ۹۲)

۵نقطه مهم را درجدول مقادیر مشخص می کنیم و نقاط را روی محور مختصات پیدا و به هم وصل می کنیم

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	1	0	-1	0	1
تغییرات	↘	↘	↗	↗	



ویژگی های تابع کسینوس باضابطه $(y=\cos x)$:

(فعالیت ۷و۸ص ۹۲و۹۳)

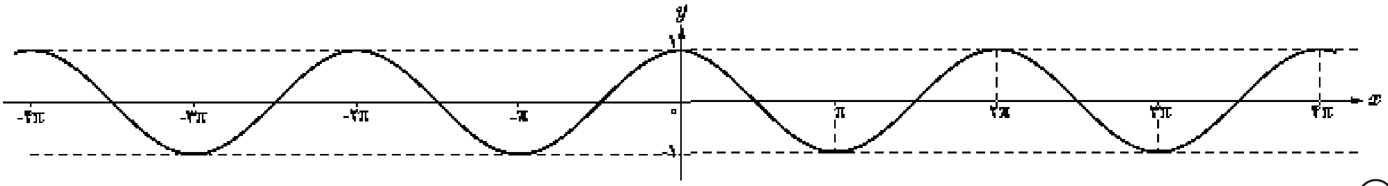
8 کامل کنید:

الف) دامنه ی تابع کسینوس R و برد آن $[-1,1]$ است.

ب)مقدار تابع کسینوس $(y=\sin x)$ در طول های $x=\frac{k\pi}{2}, k\in Z$ برابر (0) است.

پ)حداکثر مقدار تابع کسینوس $(y=\cos x)$ برابر (1) است که در طول های $x=2k\pi, k\in Z$ به دست می آید.

ت)حداقل مقدار تابع کسینوس $(y=\cos x)$ برابر (-1) است که درطول های $x=(2k+1)\pi, k\in Z$ به دست می آید.



⑦نمودار تابع کسینوس در بازه های $[0,2\pi]$ و $[2\pi,4\pi]$ و... همچنین در بازه های $[-2\pi,0]$ و $[-4\pi,-2\pi]$ و...نیزیکسان است.

بنابراین به آن تابع متناوب می گوییم چون در فواصل معینی نمودار آن تکرارمی شود.طول هر یک از این فاصله را دوره تناوب می گوییم و دوره تناوب آن $T=2\pi$ می باشد.

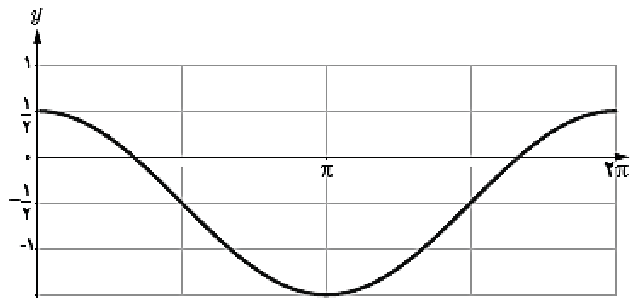
✓ نکته: برای رسم توابعی به صورت $y=a\cos(x+b)$ می توان از قوانین انتقال یا نقطه یابی استفاده کرد

(تمرین ۴ ص ۹۴)

④با ذکر دلیل مشخص کنید کدام یک از گزاره های زیر درست و کدام نادرست اند.

ب) شکل زیر، نمودار تابع با ضابطه $\left(y=\cos x-\frac{1}{2}\right)$ را نشان می دهد.

حل: درست است زیرا نمودار به اندازه $\frac{1}{2}$ واحد به پایین منتقل شده است.



ت) برای رسم نمودار تابع با ضابطه $\left(y=-\cos x\right)$ کافی است نمودار تابع کسینوس را نسبت به محور x ها قرینه کنیم

حل: درست است

(کاردرکلاس ص ۹۳)

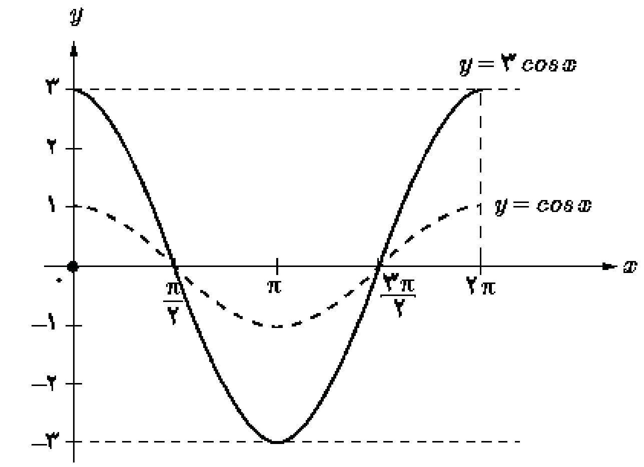
نمودار هر یک از توابع با ضابطه های زیر را رسم کنید.

حل: ابتدا نمودار $\left(y=\cos x\right)$را رسم می کنیم سپس به کمک انتقال یا نقطه یابی نمودار خواسته شده را رسم میکنیم وبا توجه به بازه داده شده نمودار را حذف کرده و یا امتدادمی دهیم.

$y=3\cos x \quad , \quad [0\,,\,2\pi]$

انتقال به صورت آسانسوری است و مقادیر y، ۳برابرمی شوند

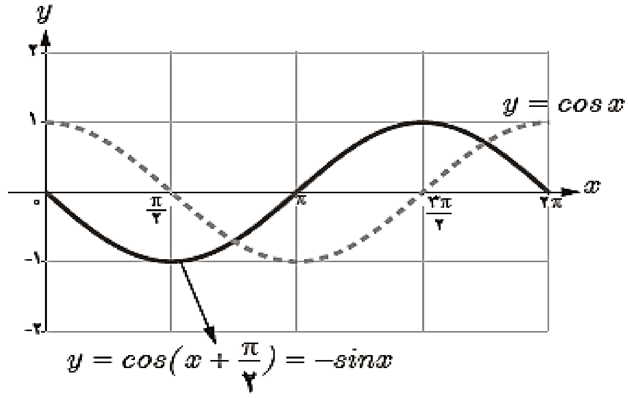
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	3	0	-3	0	3
	$1(3)$	$0(3)$	$-1(3)$	$0(3)$	$1(3)$



$1)\; y=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) \quad , \quad [0\,,\,2\pi]$

در $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$انتقال به صورت قطاری است ومقادیر x منهای $\frac{\pi}{2}$ می شوند

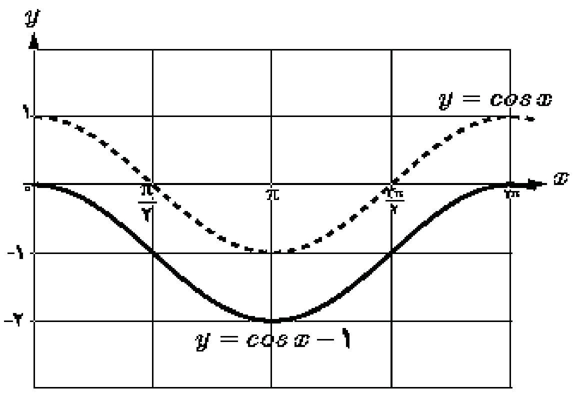
x	$-\frac{\pi}{2}$ ($0-\frac{\pi}{2}$)	0 ($\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}$)	$\frac{\pi}{2}$ ($\pi-\frac{\pi}{2}$)	π ($\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}$)	$\frac{3\pi}{2}$ ($2\pi-\frac{\pi}{2}$)
y	1	0	-1	0	1



۲) $y=\cos x-1$, $[0 , 2\pi]$

در تابع $y=\cos x-1$ انتقال به صورت آسانسوری است و مقادیر y منهای یک می شوند

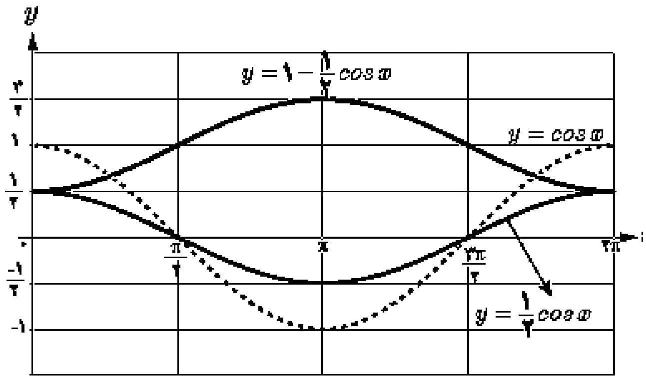
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	0 ($1-1$)	-1 ($0-1$)	-2 ($-1-1$)	-1 ($0-1$)	0 ($1-1$)



۳) $y=1-\frac{1}{2}\cos x$, $[0 , 2\pi]$

در تابع $y=-\frac{1}{2}\cos x+1$ انتقال به صورت آسانسوری است و مقادیر y ابتدا در $-\frac{1}{2}$ ضرب سپس با ۱ جمع می شوند

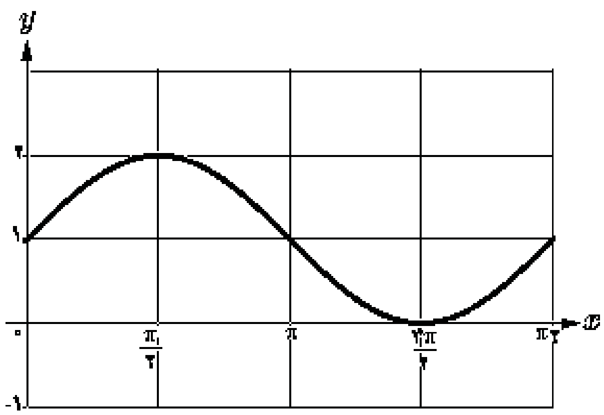
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
y	$\frac{1}{2}$ ($1(-\frac{1}{2})+1$)	1 ($0(-\frac{1}{2})+1$)	$\frac{3}{2}$ ($-1(-\frac{1}{2})+1$)	1 ($0(-\frac{1}{2})+1$)	$\frac{1}{2}$ ($1(-\frac{1}{2})+1$)



۴) $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+1$, $[0 , 2\pi]$

در $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+1$ انتقال به صورت آسانسوری وقطاری است و مقادیر y با ۱ جمع و مقادیر x بعلاوه $\frac{\pi}{2}$ می شوند

x	$\frac{\pi}{2}$ ($0+\frac{\pi}{2}$)	π ($\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}$)	$\frac{3\pi}{2}$ ($\pi+\frac{\pi}{2}$)	2π ($\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{2}$)	$\frac{5\pi}{2}$ ($2\pi+\frac{\pi}{2}$)
y	2 ($1+1$)	1 ($0+1$)	0 ($-1+1$)	1 ($0+1$)	2 ($1+1$)



$y=\cos(x-\frac{\pi}{2})+1$

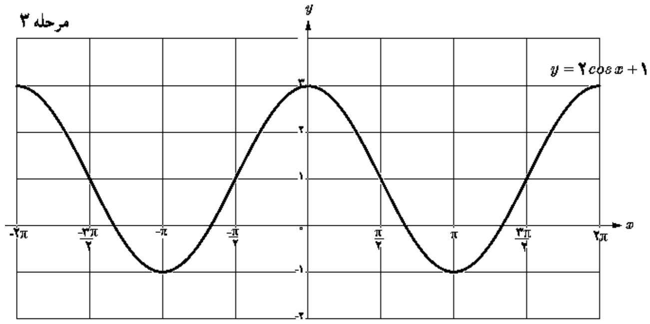
(تمرین ۲ص ۹۳)

②نمودار هر یک از توابع با ضابطه های زیر را در دستگاه مختصات در بازه های داده شده رسم کنید.

$۲)y = ۲\cos x + ۱ \quad , \quad \left[-۲\pi, ۲\pi\right]$

درتابع $y = ۲\cos x + ۱$ انتقال به صورت آسانسوری است و مقادیر y ابتدا در۲ ضرب سپس با ۱ جمع می شوند باتوجه به بازه داده شده نمودار را امتداد می دهیم.

x	۰	$\frac{\pi}{۲}$	π	$\frac{۳\pi}{۲}$	۲π
y	۳	۱	-۱	۱	۳
	$۱(۲)+۱$	$۰(۲)+۱$	$-۱(۲)+۱$	$۰(۲)+۱$	$۱(۲)+۱$



$۴)y = -۱ + \cos x \quad , \quad \left[-۴\pi, ۴\pi\right]$

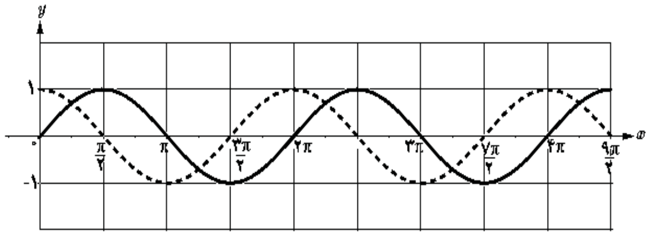
درتابع $y = \cos x - ۱$ انتقال به صورت آسانسوری است و مقادیر y منهای یک می شوند باتوجه به بازه داده شده نمودار را امتداد می دهیم

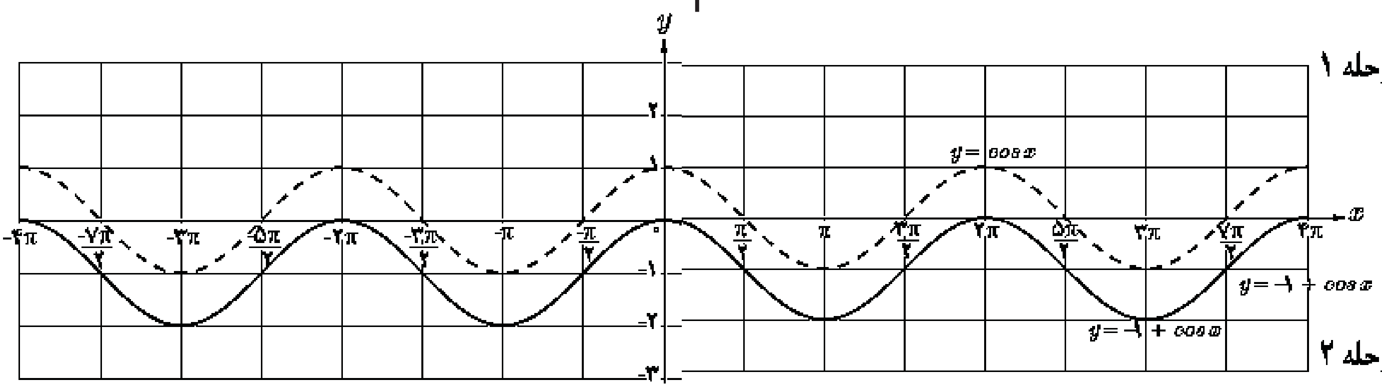
x	۰	$\frac{\pi}{۲}$	π	$\frac{۳\pi}{۲}$	۲π
y	۰	-۱	-۲	-۱	۰
	$۱-۱$	$۰-۱$	$-۱-۱$	$۰-۱$	$۱-۱$

$۶)y = \cos\left(x - \frac{\pi}{۲}\right) \quad , \quad \left[۲\pi, ۴\pi\right]$

در $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{۲}\right)$ انتقال به صورت قطاری است ومقادیر x بعلاوه $\frac{\pi}{۲}$ می شوند

x	$\frac{\pi}{۲}$	π	$\frac{۳\pi}{۲}$	۲π	$\frac{۵\pi}{۲}$
	$۰+\frac{\pi}{۲}$	$\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۲}$	$\pi+\frac{\pi}{۲}$	$\frac{۳\pi}{۲}+\frac{\pi}{۲}$	$۲\pi+\frac{\pi}{۲}$
y	۱	۰	-۱	۰	۱





(تمرین ۳ص ۹۴)

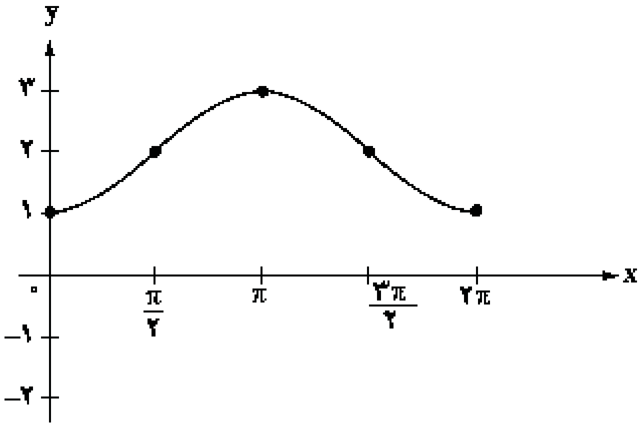
3 با توجه به نمودار توابع سینوس و کسینوس، مشخص کنید هریک از دو نمودار زیرکدام یک از ضابطه های داده شده را دارند .نمودار تابع با سایر ضابطه ها را نیز رسم کنید.

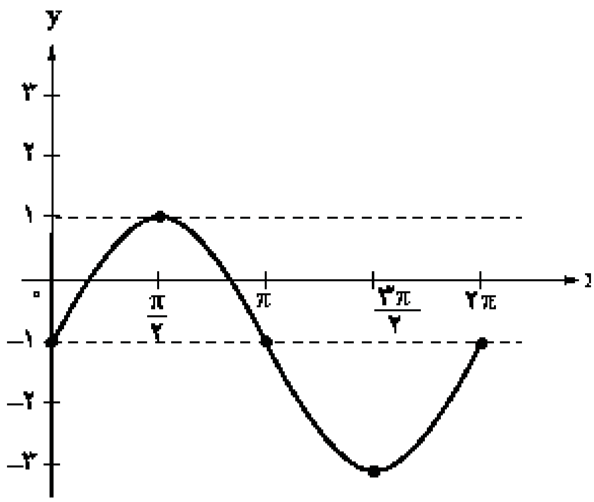
الف) $y = ۲\cos x + ۱$

ب) $y = ۲\sin x + ۱$

پ) $y = ۲ - \cos x$

ت) $y = \sin x - ۲$





(تمرین ۱ص ۹۳)

آیا نمودار های هر جفت از توابع زیر بر هم منطبق اند؟

۱) $y = \sin x , y = \cos\left(x - \frac{\pi}{۲}\right)$

حل: این دو نمودار بر هم منطبقند زیرا:

$$۱)\begin{cases} y = \sin x \\ y = \cos\left(x - \frac{\pi}{۲}\right) = \cos\left(-(\frac{\pi}{۲} - x)\right) = \cos(\frac{\pi}{۲} - x) = \sin x \end{cases}$$

۲) $y = \cos x , y = \sin\left(\frac{\pi}{۲} + x\right)$

حل: این دو نمودار بر هم منطبقند زیرا:

$$۲)\begin{cases} y = \cos x \\ y = \sin\left(\frac{\pi}{۲} + x\right) = \cos x \end{cases}$$

۳) $y = \cos x , y = \cos\left(۲\pi - x\right)$

حل: این دو نمودار بر هم منطبقند زیرا:

$$۳)\begin{cases} y = \cos x \\ y = \cos\left(۲\pi - x\right) = \cos x \end{cases}$$

۴) $y = \sin x , y = \sin\left(۵\pi - x\right)$

حل: این دو نمودار بر هم منطبقند زیرا:

$$۴)\begin{cases} y = \sin x \\ y = \sin\left(۵\pi - x\right) = \sin\left(۴\pi + \pi - x\right) = \sin\left(\pi - x\right) = \sin x \end{cases}$$