



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی کنکور یازدهم تجربی -- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مهندسه تجربی و جبر
محال

این فصل را با ما بخوان
تا از ما شوی ...

معادله خط

معادله خط در صفحه به یکی از دو فرم $y = mx + h$ و یا $ax + by + c = 0$ نوشته می شود. در حالتی که $y = mx + h$ است، m را شیب (ضریب زاویه) خط و h را عرض از مبدأ خط می نامیم.

و در حالتی که خط به فرم $ax + by + c = 0$ است شیب خط برابر $m = -\frac{a}{b}$ است.

با مشخص کردن دو نقطه دلخواه از خط می توان نمودار آن را در دستگاه محورهای مختصات رسم کرد.



تعیین معادله خط

الف) با داشتن مختصات یک نقطه از خط مانند $A(x_1, y_2)$ و شیب خط (m) :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال

معادله خطی بنویسید که از نقطه $(1, -2)$ گذشته و شیبش برابر 3- باشد.

ب) با داشتن مختصات دو نقطه متمایز از خط: شیب خطی که از دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ می گذرد برابر $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ است. در این حالت معادله خط به صورت مقابل مشخص می شود:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال

معادله خطی بنویسید که طول از مبدأ و عرض از مبدأ آن به ترتیب 3- و 2 باشند.



شرط موازی و عمود بودن دو خط

* دو خط $y = mx + h$ و $y = m'x + h'$ با هم موازیند، هر گاه شیب آن ها با هم برابر باشند، یعنی $m = m'$.

* دو خط غیر موازی با محورهای مختصات با شیب های m و m' بر هم عمودند، هر گاه شیب هر کدام عکس و قرینه شیب دیگری باشد. به بیان دیگر حاصل ضرب شیب های آنها برابر -1 باشد، یعنی $mm' = -1$.

مثال خط L به معادله $2y - 3x = 1$ و خط T با عرض از مبدأ 5 به معادله $y = mx + 5$ را در نظر

بگیرید.



الف) m را طوری بیابید که خط T با خط L موازی باشد.
ب) به ازای چه مقداری از m ، دو خط بر یکدیگر عمودند؟

مثال اگر خط گذرنده از نقاط $A(1, 2)$ و $B(-2, a)$ موازی خط $y = 3ax + 5$ باشد، مقدار a

کدام است؟

مثال اگر نقاط $A(1, 3)$ و $B(0, -2)$ و $C(3, 1)$ سه رأس مثلثی باشند، معادله ارتفاع CH

را بنویسید.



تستهای تکمیلی



1 خط گذرنده از نقطه $(-1, 4)$ و موازی با خط $y - 3x = 4$ ، محور y ها را با کدام عرض قطع

می کند؟ -8 (1) -9 (2) -10 (3) -13 (4)

2 خط گذرنده از دو نقطه $(1, 3)$ و $(-5, 7)$ ، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را با کدام عرض قطع

می کند؟ 6 (1) 8 (2) 9 (3) 11 (4)

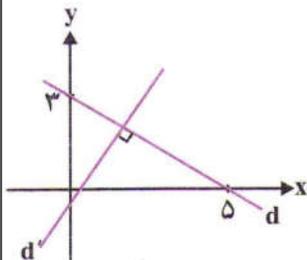
به ازای کدام مقدار a سه خط به معادلات $x + y = 3$ ، $5x - 2y = 1$ و $a^2x + ay = -1$ از یک نقطه می گذرند؟

3

1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 2 (4)

در شکل رو به رو، مجموع شیب های دو خط d و d' کدام است؟

4



$\frac{15}{34}$ (2)

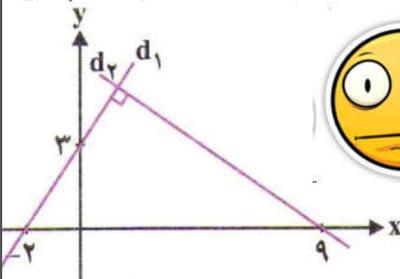
$\frac{34}{15}$ (1)

$\frac{15}{16}$ (4)

$\frac{16}{15}$ (3)

با توجه به شکل مقابل، معادله خط d_2 کدام است؟

5



$2y + 3x = 18$ (2)

$3y + 2x = 18$ (1)

$-2y + 3x = 18$ (4)

$3y - 2x = 18$ (3)

خط d از نقطه $A(2, 3)$ می گذرد و عمود بر خط گذرنده از نقاط $B(6, 1)$ و $C(4, -1)$ است. خط معور x ها را با کدام طول قطع می کند؟

6

1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (4) 6 (4)

سه ضلع مثلثی به معادلات $AB: 2y - x = 3$ و $AC: y - 2x = 5$ و $BC: 2y + 3x = 6$ هستند، معادله ارتفاع AH از مثلث مفروض، کدام است؟

7

$9y - 6x = 17$ (2)

$6y - 4x = 15$ (1)

$3y + 2x = 9$ (4)

$3y - 2x = 7$ (3)



اگر سه نقطه $(2, 0)$ ، $(3, k)$ و $(6, k^2 + 3)$ روی یک خط راست باشند، مقدار k کدام است؟

8

1 (1) و 3 (2) 2 (1) و 3 (2) 3 (2) و 4 (4) 4 (1) و 4 (3)

ریاضی کنکور یازدهم تجربی -- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

9 به ازای کدام مقدار a ، شیب خط گذرنده از نقاط $(a+1, 4)$ و $(2a, 3)$ برابر $\frac{1}{3}$ است؟

- 4 (1) 2 (2) -2 (3) -4 (4)

10 معادله خطی که از مبدأ مختصات و محل برخورد دو خط به معادله های $2x + 3y + 8 = 0$ و $2x - 7y + 12 = 0$ می گذرد، کدام است؟

- 2x + 23y = 0 (1) 4x + 19y = 0 (2)
4x + 15y = 0 (3) 5x + 11y = 0 (4)

11 در خط به معادله $-4x + 3y = -6$ ، مجموع طول و عرض از مبدأ خط کدام است؟

- $-\frac{1}{2}$ (1) $-\frac{7}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{7}{2}$ (4)

12 عرض از مبدأ خط گذرنده از نقاط $(-1, 2)$ و $(2, 4)$ کدام است؟

- 2 (1) 1 (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{8}{3}$ (4)

13 معادله خطی که خط به معادله $4x - y = 1$ را در نقطه ای به طول یک قطع کند و موازی نیمساز ربع دوم و چهارم باشد، کدام است؟

- $y = -x + 4$ (1) $y = -x + 2$ (2)
 $y = -x + 3$ (3) $y = -x + 5$ (4)



14 به ازای کدام مقدار m ، دو خط $mx + (m + 1)y = 1$ و $2x + (m + 3)y = 2$ معادلات دو ضلع مقابل یک مستطیل می باشند؟

- صفر (1) -2 (2) 1 (3) -1 (4)

15 معادله خط عمود بر خط به معادله $3x = 2y + 1$ و گذرنده از نقطه $(2, 5)$ کدام است؟

- $3x - 2y + 4 = 0$ (1) $3y + 2x - 19 = 0$ (2)

$$4x - y - 3 = 0 \quad (4)$$

$$2x - 3y + 11 = 0 \quad (3)$$

16 عرض از مبدأ خط گذرنده از نقطه $(-1, 2)$ و عمود بر خط گذرنده از دو نقطه $(3, 5)$ و $(-1, 4)$ کدام است؟

$$7 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

17 معادله خطی که از محل تلاقی دو خط به معادلات $x + 2y = 1$ و $3x + 5y = 0$ گذشته و بر نیمساز ربع اول و سوم عمود باشد، کدام است؟



$$y = -x - 2 \quad (2)$$

$$y = -x + 4 \quad (1)$$

$$y = -x - 1 \quad (4)$$

$$y = -x + 5 \quad (3)$$

18 سه ضلع مثلثی به معادلات $AB: 2y - x = 3$ و $AC: y - 2x = 5$ و $BC: 2y + 3x = 6$ هستند. معادله ارتفاع AH از مثلث مفروض، کدام است؟

$$9y - 6x = 17 \quad (2)$$

$$6y - 4x = 15 \quad (1)$$

$$3y + 2x = 9 \quad (4)$$

$$3y - 2x = 7 \quad (3)$$

19 دو خط $(m+1)x + my = 3$ و $(1+3m)y = 5 - 3mx$ بر هم عمودند، m کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (1)$$

20 اگر خطی به معادله $(m+1)y = x + 2$ بر خط $y = (2m+1)x + 1$ عمود باشد m کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

21 به ازای کدام مقدار m، مثلث ABC با رأس های $A(3, 5)$ ، $B(m, 2)$ و $C(-1, 4)$ در رأس A قائمه است؟

$$9 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$\frac{15}{4} \quad (2)$$

$$\frac{9}{4} \quad (1)$$



پاسخ کلیدی



شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
1	4	12	4
2	4	13	4
3	2	14	2
4	3	15	3
5	1	16	1
6	3	17	3
7	2	18	2
8	2	19	2
9	3	20	3
10	1	21	1
11	1		

فاصله دو خط

فاصله دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ از رابطه مقابل به دست می آید:

$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



مساحت مربعی که نقاط $A(-1, 4)$ و $B(1, 2)$ دو سر قطری از آن باشند را به دست

مثال

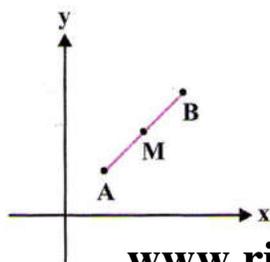
آورید.

شعاع دایره ای که مرکزش $(1, 2)$ و از مبدأ مختصات بگذرد را بیابید.

مثال

نقطه وسط پاره خط

مختصات نقطه وسط پاره خط AB عبارت است از:



$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

مثال اگر نقاط $A(4, -5)$ و $B(-2, -3)$ دو سر قطری از دایره باشند، مختصات مرکز دایره کدام است؟

مثال اگر نقاط $A(-2, 3)$ و $B(2, 0)$ و $C(0, -2)$ سه رأس از مثلث ABC باشند، طول میانه AM کدام است؟

مثال قرینه نقطه $A(3, -2)$ نسبت به نقطه $M(-2, 1)$ را به دست آورید.

مثال مثلث با رأس های $A(1, 9)$ ، $B(3, 1)$ و $C(7, 11)$ را در نظر بگیرید:



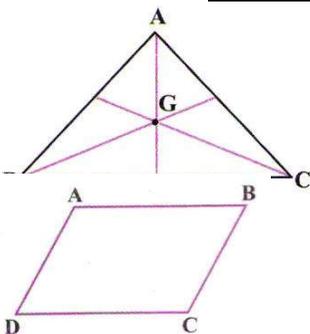
الف) مختصات M ، نقطه وسط ضلع BC را مشخص کنید.
ب) طول میانه AM را محاسبه کنید.
پ) معادله میانه AM را به دست آورید.

مثال الف) نقطه $N(5, 4)$ وسط پاره خط واصل بین دو نقطه A و $B(7, -2)$ است. مختصات نقطه A را بیابید.



ب) قرینه نقطه $C(1, 2)$ نسبت به نقطه $M(-1, 4)$ را به دست آورید.
پ) قرینه نقطه $P(\alpha, \beta)$ نسبت به مبدأ مختصات را به دست آورید.

نکته الف) مختصات مرکز ثقل مثلث ABC که محل تلاقی میانه های مثلث است، عبارت است از:



$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

ب) در متوازی الاضلاع $ABCD$ شکل مقابل داریم:

$$x_A + x_C = x_D + x_B$$

$$y_A + y_C = y_D + y_B$$

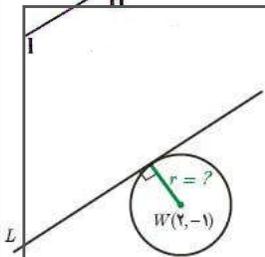
مثال اگر نقاط $A(-1, 3)$ و $C(2, -1)$ و $D(1, -1)$ سه رأس متوازی الاضلاع $ABCD$

باشند، مختصات رأس B کدام است؟

فاصله نقطه از خط

فاصله نقطه $A(x_1, y_1)$ از خط به معادله $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = |AH| = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

مثال خط $L: 3x - 4y = 0$ بر دایره ای به مرکز $W(2, -1)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید. (راهنمایی: خط مماس بر دایره بر شعاع گذرنده از نقطه تماس عمود است.)

مثال یکی از اضلاع مربعی بر خط $L: y = 2x - 1$ واقع است. اگر $A(3, 0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت آن را به دست آورید.



مثال خط $x + 2y = 3$ بر دایره ای به مرکز $O(1, -1)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید.

مثال اگر فاصله نقطه A واقع بر نیمساز ناحیه اول از خط به معادله $x + 3y - 2 = 0$ برابر $\sqrt{10}$ باشد، طول نقطه A کدام است؟

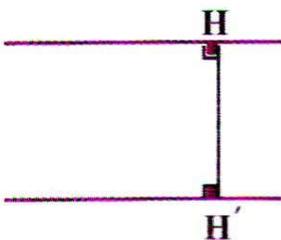
مثال اگر نقاط $A(2, 3)$ و $B(-2, 0)$ و $C(0, -3)$ سه رأس مثلث ABC باشند، اندازه ارتفاع BH را به دست آورید.

فاصله بین دو خط موازی

فاصله بین دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$

$$d = |HH'| = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

از رابطه زیر به دست می آید:



معادلات اضلاع مربعی به صورت $2x - 3y + 1 = 0$ و $4x - 6y - 3 = 0$ هستند.
مساحت مربع را به دست آورید.

مثال

معادله خطی که با دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ موازی باشد و از

نکته



آن ها به فاصله برابر باشد عبارت است از:

$$ax + by + \frac{c + c'}{2} = 0$$

معادله خطی که از دو $2x + y - 3 = 0$ و $y = -2x - 1$ به یک فاصله باشد بنویسید.

مثال

تست های تکمیلی

دایره ای به مرکز $(-4, 3)$ از نقطه $(8, 8)$ می گذرد، شعاع دایره کدام است؟

1

17 (4

13 (3

9 (2

5 (1

در مثلثی با رئوس $A(2, 4)$ ، $B(0, 1)$ ، و $C(4, 0)$ معادله میانه وارد بر ضلع AC کدام

2

است؟



$$3y = x - 2 \quad (2)$$

$$3y = x + 3 \quad (1)$$

$$y = 3x + 6 \quad (4)$$

$$y = 3x - 6 \quad (3)$$

معادله عمود منصف پاره خط واصل بین دو نقطه $(2, 5)$ و $(0, -1)$ کدام است؟

3



$$x + 3y = 5 \quad (2)$$

$$2y - x = 3 \quad (1)$$

$$3y + 2x = 8 \quad (4)$$

$$3y + x = 7 \quad (3)$$

ریاضی کنکور یازدهم تجربی -- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

4 نقاط $A(1, 2)$ و $B(0, 5)$ و $C(3, 4)$ سه رأس متوازی الاضلاع ABCD هستند.
مختصات رأس D کدام است؟

- (1) $(4, 1)$ (2) $(1, 4)$ (3) $(2, 3)$ (4) $(3, 2)$

5 نقطه $A(7, 6)$ رأس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $2y - 3x = 11$ و $3y + 4x = 8$ می باشند. مختصات تقاطع قطرهای آن کدام است؟

- (1) $(1, 5)$ (2) $(3, 4)$ (3) $(3, 5)$ (4) $(4, 3)$

6 فاصله دو خط موازی $d: 3x + 4y + 8 = 0$ و $d': 6x + (a + 2)y + a = 0$ کدام است؟

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

7 دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط معادلات $2y + x = 6$ و $2x - y = 7$ و یک رأس آن نقطه $A(8, 5)$ است. مساحت این مستطیل کدام است؟

- (1) $7/2$ (2) $9/6$ (3) $11/4$ (4) $12/8$

8 نقطه $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع کدام است؟ (سراسری خارج از کشور تجربی - 93)

- (1) 40 (2) 45 (3) 75 (4) 80

9 نقاط $A(3, 3)$ و $B(-1, 1)$ و $O(0, 0)$ سه رأس یک مستطیل هستند. مساحت این مستطیل چه قدر است؟

- (1) 3 (2) 6 (3) 9 (4) 12

10 مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 5)$ و $B(3, 0)$ و $C(0, 2)$ کدام است؟ (سراسری خارج از کشور تجربی - 92)

- (1) 6 (2) $6/5$ (3) 7 (4) $7/5$

دایره ای به شعاع 1 بر خط $d: 3x + 4y = 0$ مماس است. اگر مرکز این دایره روی نیمساز ربع اول و سوم باشد، مختصات مرکز کدام است؟

11



- (1) $(4, 4)$ یا $(-4, -4)$ (2) $(5, 5)$ یا $(-5, -5)$
 (3) $(6, 6)$ یا $(-6, -6)$ (4) $(7, 7)$ یا $(-7, -7)$

نقطه A روی خط $2y = x$ قرار دارد. نقطه $B(9, -10)$ مفروش است. اگر $AB = 13$ ، آنگاه مختصات A کدام می تواند باشد؟

12

- (1) $(2, 1)$ (2) $(4, 2)$ (3) $(6, 3)$ (4) $(8, 4)$

دو نقطه بر خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله این نقاط از خط به معادله $2x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این دو نقطه، کدام است؟

13

- (1) 9 و -15 (2) 11 و -15 (3) 15 و -11 (4) -9 و 11

نقاط $(2, 5)$ و $(-1, 2)$ و $(0, 0)$ سه رأس مثلث اند، مساحت مثلث کدام است؟

14



- (1) $\frac{7}{2}$ (2) $\frac{9}{2}$ (3) 7 (4) 9

اگر نقاط $(2, 0)$ و $(1, 1)$ دو رأس مجاور یک مربع باشند، محیط مربع کدام است؟

15

- (1) 6 (2) 4 (3) $6\sqrt{2}$ (4) $4\sqrt{2}$

نقاط $A(3, 3)$ و $B(-1, 1)$ و $O(0, 0)$ سه رأس یک مستطیل هستند. مساحت مستطیل چقدر است؟

16



- (1) 3 (2) 6 (3) 12 (4) 9

نقاط $A(3, -1)$ و $B(1, -3)$ دو سر قطری از یک دایره اند. شعاع این دایره کدام است؟

17

- (1) 2 (2) 1 (3) $2\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{2}$

ریاضی کنکور یازدهم تجربی -- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

18 شعاع دایره به مرکز $(2, -3)$ و گذرنده از نقطه $(-6, 3)$ کدام است؟

- 12 (1) 10 (2) 8 (3) 6 (4)

19 کدام یک از نقاط زیر روی دایره مرکز $(2, -1)$ و گذرنده از نقطه $(3, 0)$ قرار دارد؟

- (1, 3) (1) (5, 0) (2) (2, 4) (3) (-3, 6) (4)

20 خطوط $x - 2y = 1$ و $3x + y = 10$ ، معادله دو قط دایره ای گذرنده از مبدأ مختصات می باشند، شعاع دایره کدام است؟

- 2 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{10}$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{5}$

21 اگر مسافت فیزیکی هر درجه طول و عرض جغرافیایی 110 کیلومتر و طول و عرض جغرافیایی شهر A به ترتیب 45° و 37° و طول و عرض جغرافیایی شهر B به ترتیب 37° و 31° باشد، فاصله بین دو شهر A و B را چند کیلومتر است؟

- 990 (1) 1100 (2) 880 (3) 770 (4)

22 فاصله مبدأ مختصات از نقطه وسط پاره خط AB که در آن $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ می باشند، کدام است؟

- 3 (1) $\sqrt{10}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) 4 (4)

23 نقاط $A(2, -1)$ ، $B(0, 1)$ و $C(-1, 1)$ سه رأس یک مثلث هستند. طول میانه CM برابر است با:



- 4 (1) $\sqrt{5}$ (2) 4 (3) $2\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{2}$

24 اگر $A(3, 5)$ و $B(-2, 1)$ و $C(1, -1)$ رأس های مثلث ABC باشند، معادله میانه BM کدام است؟



- 2 (1) $2y = x + 4$ (2) $4y = x + 4$ (3) $2y = x + 6$ (4) $4y = x + 6$

معادله خطی که از وسط پاره خط AB که در آن $A(1, -2)$ و $B(3, 4)$ می باشند، گذشته و بر خط $2x + 3y = 1$ عمود باشد، کدام است؟

25



$3x + 2y = 8$ (2)

$3x - 2y = 4$ (1)

$2x + 3y = 7$ (4)

$2x - 3y = 1$ (3)

نقاط $A(2, 4)$ و $B(0, -2)$ دو سر قطری از یک دایره اند. کدام یک از نقاط زیر روی این دایره قرار دارد؟

26

$(-2, 1)$ (4)

$(2, 3)$ (3)

$(3, -1)$ (2)

$(4, 0)$ (1)

میانهای مثلث ABC با رأس های $A(2, 1)$ و $B(4, -1)$ و $C(0, 3)$ در نقطه (x_0, y_0) همدیگر را قطع می کنند. $x_0 + y_0$ کدام است؟

27



5 (4)

4 (3)

3 (2)

2 (1)

قرینه نقطه $(3, 5)$ نسبت به نقطه (a, b) است. $a + b$ کدام است؟

28

6 (4)

5 (3)

4 (2)

3 (1)

اگر A' قرینه نقطه $A(-3, 4)$ نسبت به مبدأ مختصات و B' قرینه نقطه $B(2, 1)$ نسبت به نقطه $M(3, -1)$ باشد، شیب خط گذرنده از دو نقطه A' و B' کدام است؟

29



$-\frac{2}{3}$ (4)

-1 (3)

$\frac{2}{3}$ (2)

1 (1)

عمود منصف پاره خط AB که در آن $A(3, 2)$ و $B(-1, 4)$ باشند، از کدام نقطه زیر می گذرد؟

30



$(2, 5)$ (4)

$(2, 1)$ (3)

$(3, 5)$ (2)

$(3, 4)$ (1)

31 اگر AC قطر متوازی الاضلاع ABCD و $A(-1, 7)$ ، $B(2, -3)$ و $C(6, 0)$ رأس های آن باشند مختصات D کدام است؟

- (1) $(2, 10)$ (2) $(3, 10)$ (3) $(2, 9)$ (4) $(3, 9)$



32 نقاط $(2, 0)$ ، $(-1, 3)$ دو رأس و نقطه $(4, 1)$ محل تلاقی دو قطر یک متوازی الاضلاع می باشند. کدام نقطه زیر یکی از رأس های دیگر آن است؟

- (1) $(-1, 7)$ (2) $(-1, 8)$ (3) $(-1, 9)$ (4) $(-1, 10)$

33 نقاط $A(1, 2)$ ، $B(-5, 2)$ و $C(-2, 5)$ سه رأس یک مستطیل هستند. مجموع طول و عرض رأس چهارم کدام است؟



- (1) -3 (2) -5 (3) -1 (4) 1

34 نقطه $A(2, 5)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $x + 2y = 6$ و $2x - y = -3$ می باشند. مختصات وسط قطر مستطیل کدام است؟

- (1) $(0, 3)$ (2) $(2, 6)$ (3) $(1, 4)$ (4) $(3, 1)$

35 نقطه $A(7, 6)$ رأس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $3y - 4x = 8$ و $2y - 3x = 11$ می باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟

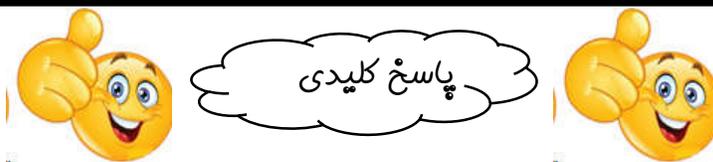
- (1) $(1, 5)$ (2) $(3, 4)$ (3) $(3, 5)$ (4) $(4, 3)$

36 فاصله نقطه $A(3, -1)$ از خط به معادله $y = 2x + 3$ کدام است؟

- (1) $2\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{10}$ (3) $\sqrt{5}$ (4) $2\sqrt{5}$

37 فاصله نقطه $A(3, 5)$ از خط $y = -1$ ، چند برابر فاصله A تا خط $x = 7$ می باشد؟

- (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) 2



شماره تست	پاسخ تست	شماره تست	پاسخ تست
1	3	20	2
2	1	21	2
3	3	22	2
4	1	23	1
5	3	24	4
6	1	25	1
7	2	26	1
8	4	27	2
9	2	28	2
10	2	29	1
11	2	30	4
12	2	31	2
13	2	32	3
14	2	33	1
15	4	34	3
16	2	35	
17	4	36	4
18	2	37	3
19	1		

روش تغییر متغیر برای حل معادله

برای حل معادله $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ که یک معادله دو مجهذوری است، می توان به جای x^2 متغیر جدیدی مانند u قرار داد و معادله را به یک معادله درجه دوم تبدیل کرد. به صورت مقابل:

$$x^2 = u \Rightarrow u^2 - 5u + 4 = 0$$





معادله های مقابل را حل کنید.

مثال

ب) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

الف) $2x^4 - 7x^2 - 4 = 0$

مثال حاصل جمع ریشه های معادله $(x^2 - 6x)^2 + 13(x^2 - 6x) + 40 = 0$ کدام است؟

مثال

(ج: گزینه صحیح 3)

16 (4

12 (3

8 (2

4 (1

مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله درجه دوم

یادآوری

روابط ریشه های معادله درجه دوم

اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آن گاه مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله به صورت زیر است:

$\alpha + \beta = S = -\frac{b}{a}$ و $\alpha \cdot \beta = P = \frac{c}{a}$



در معادله $-2x^2 + x + 5 = 0$ بدون حل معادله، مجموع و حاصل ضرب ریشه ها را به دست

آورید.

مثال

اگر α و β ریشه های معادله $x^2 + 3x + 1 = 0$ باشند، مقدار عبارات زیر را بیابید.

مثال

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ (د)

$|\alpha - \beta|$ (ج)

$\alpha^3 + \beta^3$ (ب)

$\alpha^2 + \beta^2$ (الف)



اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت های $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ و

مثال

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \text{ را بیابید.}$$



تستهای تکمیلی



مجموع ریشه های معادله $2x^2 + (2m - 1)x - 5 = 0$ برابر 3 است. مقدار m کدام است؟

1

$\frac{5}{2}$ (4

$\frac{2}{5}$ (3

$-\frac{2}{5}$ (2

$-\frac{5}{2}$ (1

حاصل ضرب ریشه های معادله $3x^2 + 10x - m = 0$ برابر 2 می باشد. مقدار m کدام است؟

2

-6 (4

-4 (3

4 (2

6 (1

اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 3x - 7 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{\beta}{\beta+1}$ کدام است؟

3

$\frac{5}{9}$ (4

$\frac{9}{5}$ (3

$\frac{3}{11}$ (2

$\frac{11}{3}$ (1

اگر α و β ریشه های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}}$ چقدر است؟

4

6 (4

4 (3

3 (2

2 (1

اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - mx + 2 = 0$ باشند، و رابطه $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4$ برقرار

5

باشد مقدار m کدام است؟



8 (4

6 (3

-6 (2

-8 (1

به ازای کدام مقادیر m ، مجموع معذورات ریشه های معادله $x^2 - mx + (m + 3) = 0$ برابر 14 است؟

6

-3, 2 (4

-4, 2 (3

-2, 4 (2

-2, 3 (1

به ازای کدام مقدار m ، مجموع مربعات ریشه های حقیقی معادله $mx^2 - (m + 3)x + 5 = 0$ برابر 6 می باشد؟ (سراسری تجربی - 93)

7

$-1, \frac{9}{5}$ (4

$-\frac{9}{5}, 1$ (3

1 (2

$-\frac{9}{5}$ (1

معادله $x^2 + (2m + 1)x + 3m - 1 = 0$ دو ریشه قرینه دارد. مقدار m کدام است؟

8



$\frac{1}{3}$ (4

$\frac{1}{2}$ (3

$-\frac{1}{3}$ (2

$-\frac{1}{2}$ (1

ریشه های معادله $3x^2 - (3m + 1)x + m = 0$ عکس یکدیگر هستند. مجموع این ریشه ها کدام است؟

9



3 (4

$\frac{10}{3}$ (3

$\frac{5}{2}$ (2

$-\frac{17}{4}$ (1

در معادله $(x + 1)(x^2 - x + 6m) = 0$ حاصل ضرب سه ریشه، -6 است. m کدام است؟

10

4 (4

3 (3

2 (2

1 (1

در معادله $3x^2 - 17x + m = 0$ یک ریشه از سه برابر ریشه دیگر 3 واحد پیش تر است. m کدام است؟

11

15 (4

12 (3

10 (2

9 (1

به ازای کدام مقدار m ، ریشه های حقیقی معادله $mx^2 - 3x + m^2 = 2$ ، معکوس یکدیگرند؟

12

2 (4

1 (3

-1 (2

-2 (1

اگر α و β جواب های معادله $2x^2 - 6x - 1 = 0$ باشند، حاصل

13



$\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$ کدام است؟

-8 (4

8 (3

-27 (2

27 (1

14 در معادله $2x^2 - 6x + C = 0$ ، یکی از ریشه ها از دو برابر دیگری یک واحد کمتر است. مقدار C کدام است؟



35 (4

30 (3

25 (2

20 (1

15 در معادله درجه دوم $2x^2 + ax + 9 = 0$ ، یک ریشه دو برابر ریشه دیگر است. مجموع دو ریشه مثبت کدام است؟



5 (4

4/5 (3

4 (2

3/5 (1

16 α و β ریشه های معادله $x^2 + 6x - 1 = 0$ هستند، حاصل $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (4

$-\frac{2}{3}$ (3

$\frac{3}{2}$ (2

$\frac{2}{3}$ (1

17 به ازای کدام مقدار m ریشه های حقیقی معادله $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس یکدیگرند؟



2 (4

1 (3

-1 (2

-2 (1



شماره تست	پاسخ تست
1	1
2	4
3	1
4	3
5	1
6	3
7	3
8	1
9	3
10	1
11	2
12	2
13	1
14	3
15	3
16	1
17	2

نوشتن معادله درجه 2 با داشتن S و P

اگر α و β ریشه های معادله درجه دومی باشند در این صورت با تعیین مجموع و حاصل ضرب ریشه ها یعنی $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha \cdot \beta$ می توانیم معادله درجه دوم را به صورت مقابل بنویسیم:

$$x^2 - sx + p = 0$$



معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ و $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ باشد.

مثال



تشکیل معادله درجه دوم جدید

اگر معادله درجه دومی داده شود و معادله ای خواسته شده باشد که ریشه هایش رابطه ای با ریشه های معادله اول داشته باشد، با تشکیل S و P معادله اولیه، معادله درجه دوم خواسته شده را از فرمول $x^2 - sx + p = 0$ می نویسیم.

مثال معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش 3 برابر ریشه های معادله $x^2 + 4x + 1 = 0$ باشد.

مثال معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش مجذور ریشه های معادله $x^2 - x - 3 = 0$ باشد.

مثال اگر α و β ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشد، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $\left\{\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}\right\}$ باشد.



تست های تکمیلی



1 مستطیلی به محیط 18 و مساحت 7 داریم. طول ضلع کوچک مستطیل کدام است؟

$\frac{8-\sqrt{43}}{2}$ (4)

$\frac{9-\sqrt{53}}{2}$ (3)

$\frac{8-\sqrt{53}}{2}$ (2)

$\frac{9-\sqrt{43}}{2}$ (1)

2 اگر α و β ریشه های معادله $x^2 + 3x - 2 = 0$ باشند، مجموعه جواب های کدام معادله زیر

$\frac{1}{\beta+1}$ و $\frac{1}{\alpha+1}$ است؟

$$x^2 - 8x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$2x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (4)$$

$$4x^2 - x - 1 = 0 \quad (3)$$

3 اگر α و β ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، مجموعه جواب های کدام معادله، به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1 \text{ و } \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟ (سراسری ریاضی - 92)

$$4x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$4x^2 - 5x + 1 = 0 \quad (1)$$

$$4x^2 - 3x - 1 = 0 \quad (4)$$

$$4x^2 - 5x - 1 = 0 \quad (3)$$



4 ریشه های کدام معادله، از معکوس ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟ (سراسری تجربی - 94)

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (3)$$



5 معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $-1 + 2\sqrt{3}$ و $1 + 2\sqrt{3}$ کدام است؟

$$x^2 + 6\sqrt{3}x + 2 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + 3\sqrt{3}x - 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 4\sqrt{3}x + 11 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 - 2\sqrt{3}x - 9 = 0 \quad (3)$$

6 ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + ax + b = 0$ ، یک واحد از ریشه های معادله $3x^2 + 7x + 1 = 0$ بیشتر است b کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$



7 جواب های کدام معادله، معکوس ریشه های معادله $3x^2 - 5x - 4 = 0$ است؟

$$4x^2 - 5x - 3 = 0 \quad (2)$$

$$4x^2 - x - 3 = 0 \quad (1)$$

$$4x^2 + 5x - 3 = 0 \quad (4)$$

$$4x^2 + x - 3 = 0 \quad (3)$$



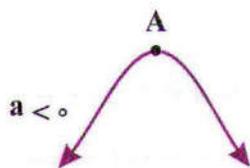
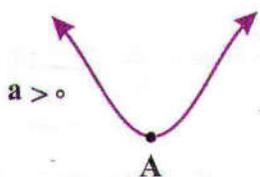


شماره تست	پاسخ تست
1	3
2	3
3	3
4	4
5	4
6	2
7	4



ماکزیمم یا مینیمم سهمی

نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ یک سهمی است که با توجه به علامت a به یکی از دو صورت مقابل است:



در شکل های فوق نقطه A را رأس سهمی می گویند. می دانیم

* اگر $a > 0$ باشد همان طور که می بینیم سهمی رو به بالا است و به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ کم ترین مقدار (مینیمم) خود را اختیار می کند.

* اگر $a < 0$ باشد همان طور که می بینیم سهمی رو به پایین است و به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ بیش ترین مقدار (ماکزیمم) خود را اختیار می کند.

* مختصات رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ به صورت $A(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ است.

* سهمی دارای یک خط محور تقارن به معادله $x = -\frac{b}{2a}$ است.

تعیین کنید کدام یک از سهمی های زیر ماکزیمم و کدام یک مینیمم دارند . سپس مقدار ماکزیمم یا مینیمم هر یک را مشخص کنید .

مثال

الف) $g(x) = -(x + 1)^2 + 3$

ب) $h(x) = x^2 - 4x + 9$

مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع با ضابطه های زیر را به دست آورید .

مثال

الف) $f(x) = -2x^2 + 8x - 5$

ب) $g(x) = 3x^2 + 6x + 5$

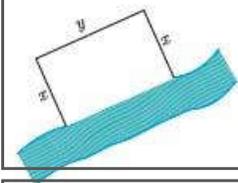
پیش ترین مساحت زمینی مستطیل شکل را که می توان توسط یک طناب از زمینی که یک طرف آن رودخانه است محصور کرد ، 648 متر مربع است . طول طناب چند متر است ؟

مثال

یک پنجره به شکل مستطیلی است که در بالای آن یک مثلث متساوی الاضلاع قرار گرفته است . اگر محیط پنجره 4m باشد ، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد .

مثال

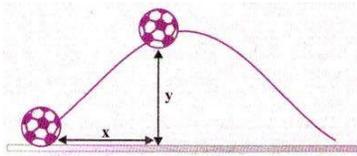
قرار است در کنار یک رودخانه ، محوطه ای مستطیل شکل ایجاد کنیم . برای این کار لازم است سه ضلع محوطه نرده کشی شود . اگر تنها هزینه نصب 100 متر نرده را



در اختیار داشته باشیم ، ابعاد مستطیل را طوری تعیین کنید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن گردد .

مثال

یک توپ فوتبال توسط یک بازیکن شوت می شود و طبق شکل رو به رو حرکت می کند تا دوباره به زمین بخورد . اگر مسیر حرکت توپ از رابطه $y = -0.013x(x - 26)$ به دست توپ چند متر افقی را طی می کند تا دوباره به زمین برسد ؟ حداکثر ارتفاعی که توپ پالا می رود چقدر است ؟





رأس سهمی $y = x^2 - 4x + 3$ کدام است؟

1

(1, -1) (2, -15) (3, 0) (4, -16) (-1, 16)

بیشترین مقدار سهمی $y = -3x^2 + 12x - 1$ کدام است؟

2

(1, 10) (2, 11) (3, 12) (4, 15)

کمترین مقدار سهمی $y = x^2 + 6x - 4$ کدام است؟

3

(1, -13) (2, -9) (3, -7) (4, -3)

اگر می‌نیمم سهمی با ضابطه $y = (m - 1)x^2 + x$ برابر -2 باشد، m کدام است؟

4



(1, $\frac{9}{4}$) (2, $\frac{3}{4}$) (3, $\frac{3}{8}$) (4, $\frac{9}{8}$)

اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = (k + 3)x^2 - 4x + k$ برابر صفر باشد، مقدار k کدام

5

است؟



(1, -4) (2, -1) (3, 1) (4, 4)

اگر خط $x = 1$ محور تقارن سهمی $y = 2x^2 + 3mx + 1$ باشد، مقدار m کدام است؟

6



(1, $\frac{3}{4}$) (2, $\frac{4}{3}$) (3, $-\frac{4}{3}$) (4, $-\frac{3}{4}$)

محور تقارن سهمی $y = -2x^2 + 5x - 1$ ، خط به معادله $3x - 2y = 1$ را با کدام عرض قطع

7



می‌کند؟ (1, $\frac{7}{8}$) (2, $\frac{11}{8}$) (3, $\frac{3}{5}$) (4, $\frac{2}{5}$)

ریاضی کنکور یازدهم تجربی -- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

سهمی به معادله $f(x) = (m - 2)x^2 + 2x - 2 - 2m$ در دو نقطه محور x ها را قطع می

8

کند. اگر طول یکی از نقاط 2 باشد، طول نقطه دیگر کدام است؟



-4 (4

4 (3

-1 (2

1 (1

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را در نقطه ای به طول 1 و محور y ها را

9

در نقطه ای به عرض 6- قطع کرده و از نقطه $(-2, -6)$ می گذرد، $f(-1)$ کدام است؟



-4 (4

-5 (3

-7 (2

-8 (1

اگر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را با طول های 2 و 3- و محور y ها را با

10

عرض 12 قطع کند، b کدام است؟



4 (4

-4 (3

2 (2

-2 (1

فوتبالیستی توپ را شوت می کند که تابع مسیر حرکت توپ به صورت $y = -\frac{1}{60}x^2 + 2x$

11

است. نقطه برخورد توپ با زمین کدام است؟

(300, 0) (4

(240, 0) (3

(180, 0) (2

(120, 0) (1



راکتی به صورت عمودی شلیک می شود. ارتفاع راکت در زمان t با تابع

12

$h(t) = 200t - at^2$ به دست می آید، اگر راکت پس از 50 ثانیه به سطح زمین بازگردد، ارتفاع

اوج راکت کدام است؟

5000 (4

4000 (3

2500 (2

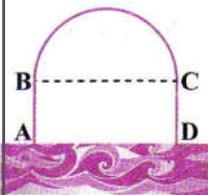
2000 (1

می خواهیم کنار یک پیست اسکی روی آب، یک جایگاه تماشاچیان درست کنیم که از یک مستطیل

13

و یک نیم دایره روی یک ضلعش ساخته شده باشد. اگر طول قفس دور جایگاه

تماشاچیان 100 متر باشد، حداکثر مساحت جایگاه چقدر است؟ (دقت کنید، ضلع AD



$\frac{10000}{3\pi}$ (4

$\frac{8000}{\pi}$ (3

$\frac{5000}{\pi}$ (2

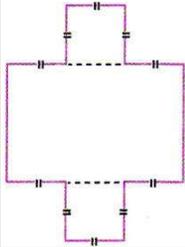
$\frac{4000}{\pi}$ (1



یک پنجره می سازیم که ابتدا یک مستطیل رسم می شود، سپس روی دو ضلع رو به رو، مربعی که طول ضلعش $\frac{1}{3}$ طول ضلع مستطیل است، اضافه می شود. اگر محیط پنجره (دوازده ضلع دارد) برابر

14

با 26 متر باشد، حداکثر مساحت پنجره کدام است؟



$\frac{113}{4}$ (2)



$\frac{109}{4}$ (1)

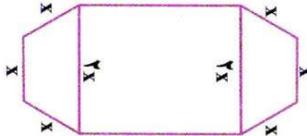
$\frac{121}{4}$ (4)

$\frac{117}{4}$ (3)

یک استادیوم به شکل مستطیل در حال ساخت است. که دو دوزنقه در دو انتهای آن قرار گرفته اند که طول اضلاعشان $x, x, x, 2x$ است. اگر محیط استادیوم 600 متر باشد، حداکثر مساحت

15

مستطیل چقدر است؟



20000 (2)



15000 (1)

30000 (4)

25000 (3)



شماره تست	پاسخ تست
1	1
2	2
1	3
4	4
1	5
3	6
2	7
4	8
1	9
1	10
1	11
2	12
2	13
4	14
1	15



صفرهای تابع درجه 2

نقاط برخورد نمودار یک تابع با محور x ها را صفرهای تابع می گویند چون در این نقاط مقدار تابع برابر صفر می شود.

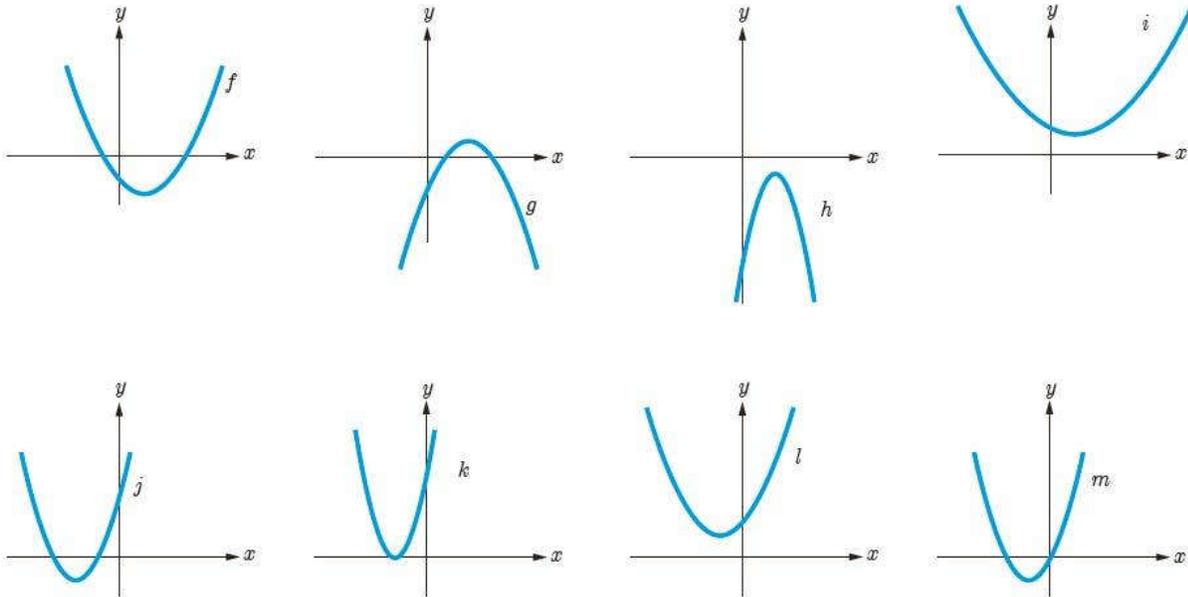
با توجه به این که نمودار تابع درجه 2 یک سهمی است. لذا صفرهای تابع در واقع ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ است که به کمک Δ می توان تعداد صفرهای این تابع را تعیین کرد.

در تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ علامت a و b و c را می توان با توجه به نمودار تابع تعیین کرد.

نکته

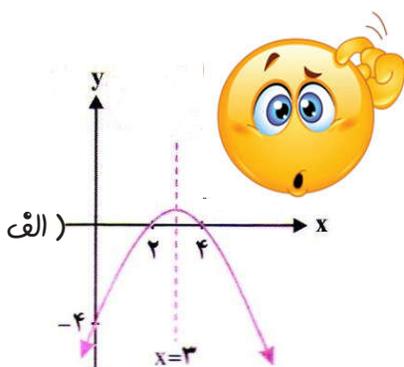
با توجه به نمودارهای داده شده، علامت a و b و c را مشخص کنید.

مثال



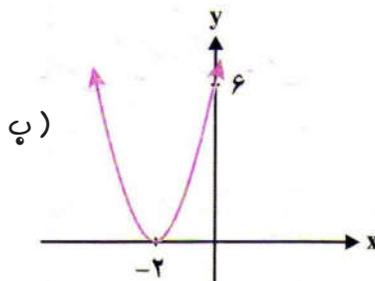
تعیین معادله سهمی به کمک نمودار

اگر سهمی محور x ها را در 2 نقطه به طول های x_1 و x_2 قطع کرده باشد در این صورت معادله سهمی را به صورت $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ می نویسیم و اگر سهمی محور x ها را در یک نقطه به طول x_1 قطع کرده باشد در این صورت معادله سهمی را به صورت $f(x) = a(x - x_1)^2$ می نویسیم که در هر حالت با داشتن مختصات یک نقطه دیگر از سهمی و صدق دادن در معادلات فوق پراحتی می توانیم a را به دست آوریم و معادله سهمی را بنویسیم.



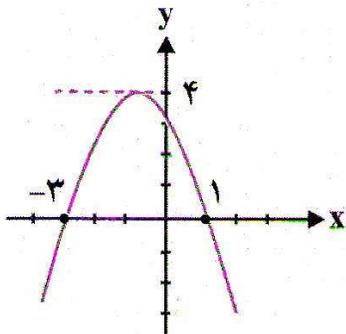
معادله سهمی های زیر را بنویسید.

مثال



اگر نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل مقابل باشد، مقدار $a + b$ را بیابید.

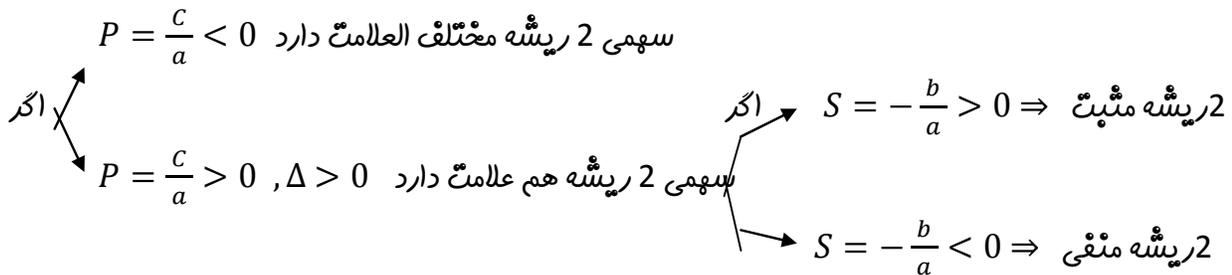
مثال





علامت ریشه های تابع درجه 2

برای تعیین علامت صفرهای تابع درجه 2 (در صورت وجود) که همان علامت ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ است، می توانیم از علامت S و P کمک بگیریم. به صورت زیر:



مثال در توابع زیر تعداد و علامت ریشه ها را (در صورت وجود) مشخص کنید.

ب) $y = 3x^2 - 6x + 2$ آ) $y = -2x^2 + 4x + 3$

مثال در معادله $(m - 1)x^2 + 4x - 2m + 6 = 0$ ، حدود m را چنان مشخص کنید که معادله دارای دو ریشه مختلف علامت باشد.

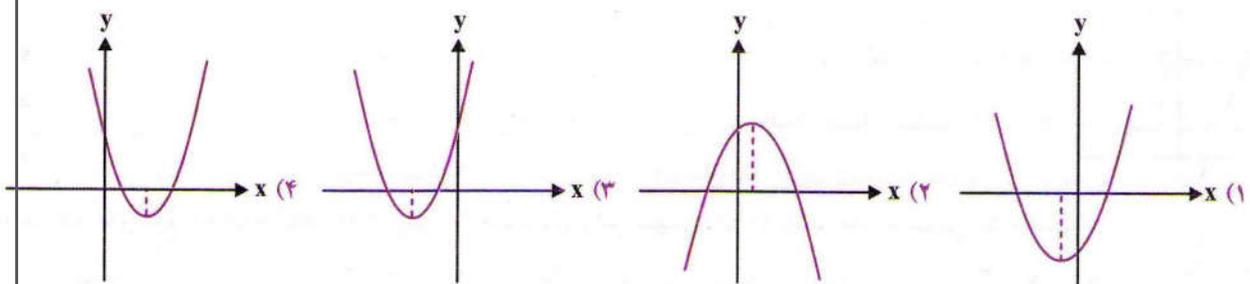
مثال حدود m را چنان مشخص کنید که معادله $x^2 + (2m - 1)x + 9 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی مثبت باشد.



تست های تکمیلی

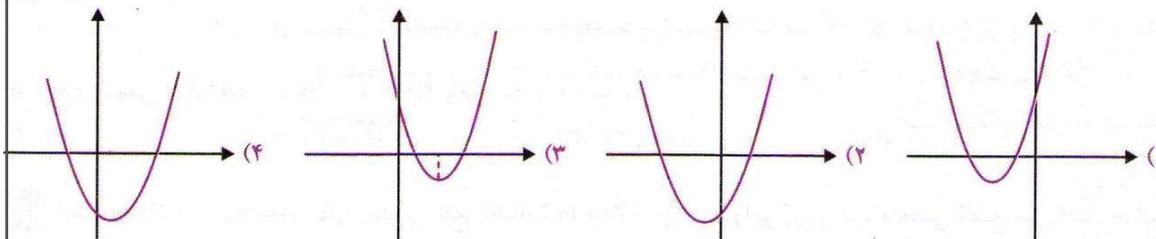


1 نمودارهای زیر مربوط به تابعی درجه دوم با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ هستند. در کدام نمودار $a > 0$ ، $b > 0$ و $c > 0$ است؟



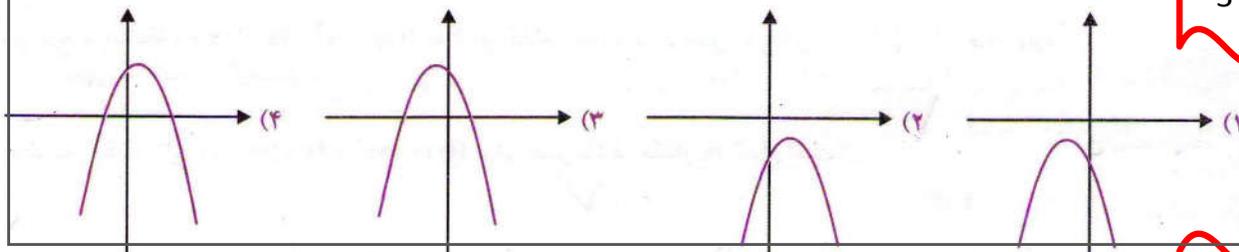
نمودار تابع $f(x) = x^2 - 2x - 5$ شبیه کدام گزینه است؟

2



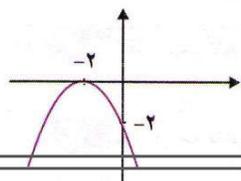
نمودار تابع $f(x) = -x^2 + 2x - 2$ شبیه کدام گزینه است؟

3



نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل رو به رو است. حاصل ac کدام است؟

4



-2 (4

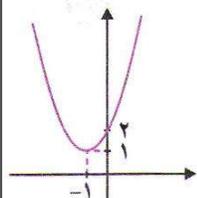
2 (3

-1 (2

1 (1

نمودار تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ به شکل رو به رو است. حاصل $\frac{b+c}{a}$ کدام است؟

5



4 (2

2 (1

8 (4

6 (3

در چه بازه ای سهمی با ضابطه $f(x) = x^2 - 7x + 12$ پایین محور x است؟

6

(1, 6) (4

$(-\infty, 3)$ (3

$(4, +\infty)$ (2

(3, 4) (1

اگر ماکزیمم مقدار تابع $f(x) = mx^2 + 4x(m+3)$ برابر صفر باشد، مقدار m کدام است؟

7

4 (4

-4 (3

-1 (2

1 (1

به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، نمودار تابع $f(x) = ax^2 + (a + 3)x - 1$ محور x ها را در دو نقطه به طول های منفی قطع می کند؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - 92)

8



- (1) $a < -9$ (2) $a < -3$ (3) $a > -1$ (4) $-3 < a < 0$

به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله $y = (m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + 12$ ، محور x ها را در دو نقطه به طول های منفی قطع می کند؟ (سراسری ریاضی - 95)

9



- (1) $m > 2$ (2) $-1 < m < 2$ (3) هر مقدار m (4) هیچ مقدار m

به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، منحنی به معادله $y = (m + 2)x^2 + 3x + 1 - m$ ، محور x ها را در دو طرف مبدأ مختصات قطع می کند؟ (سراسری ریاضی خارج از کشور - 95)

10



- (1) $m > 1$ یا $m < -2$ (2) $-2 < m < 1$ (3) فقط $m < -2$ (4) فقط $m > 1$

اگر منحنی به معادله $y = 2x^2 - 4x + m - 3$ ، محور x ها را در دو نقطه با طول های مثبت قطع کند، آن گاه مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟ (سراسری ریاضی - 95)

11



- (1) $m > 3$ (2) $3 < m < 4$ (3) $3 < m < 5$ (4) $4 < m < 9$

نمودار تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + 4x + a - 3$ از طرف بالا بر محور x ها مماس شده است، طول نقطه تماس کدام است؟

12

- (1) -2 (2) $-\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

کدام مقدار m ، نمودار تابع $y = (m - 2)x^2 - 3x + m + 2$ بالای محور x ها و مماس بر آن است؟

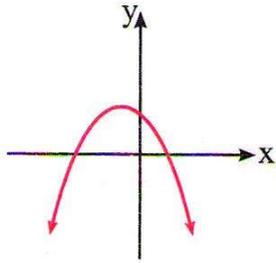
13



- (1) -3 (2) $-\frac{5}{2}$ (3) $\frac{5}{2}$ (4) 3

نمودار تست های بعدی، سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است. با توجه به نمودار داده شده به تست

ها پاسخ دهید.



علامت a و c کدام است؟

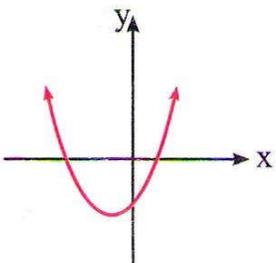
14

(2) $a, c < 0$

(1) $a, c > 0$

(4) $c > 0, a < 0$

(3) $c < 0, a > 0$



علامت a و b کدام است؟

15

(2) $a, b < 0$

(1) $a, b > 0$

(4) $b > 0, a < 0$

(3) $a > 0, b < 0$



شماره تست	پاسخ تست
1	3
2	4
3	2
4	1
5	2
6	1
7	3
8	1
9	4
10	1
11	3
12	2
13	3
14	4
15	1



مستطیل طلائی مستطیلی است که نسبت مجموع طول و عرض آن به طول مستطیل برابر با نسبت طول به عرض آن باشد. به عبارت دیگر اگر طول و عرض مستطیل به ترتیب x و y باشند داشته باشیم:

$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y}$$

نسبت طول به عرض این مستطیل را نسبت طلائی می گویند.

معادلات گویا معادلاتی که شامل عبارات گویا (یعنی کسرهائی که صورت و مخرج آن ها چند جمله ای اند) باشند را معادلات گویا می گویند.

جواب های به دست آمده نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کند.



معادلات زیر را حل کنید. آیا تمام جواب های به دست آمده مورد قبول هستند؟

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{2}{k} - \frac{3k}{k+2} = \frac{k}{k^2+2k} \quad (\text{الف})$$

مثال



$$\frac{2}{x+1} + \frac{x-2}{x^2-x} = \frac{x}{x^2-1} \quad (\text{ب})$$

معادلات زیر را حل کنید.

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{x-2} = 2 \quad (\text{الف})$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{5}{x^2-3x-4} = \frac{x+1}{x-4} \quad (\text{ج})$$

مثال

مثال دو نقاش با هم یک ساختمان را 18 روزه رنگ می کنند. اگر هر یک به تنهایی کار را انجام دهند ، نقاش اول 15 روز زودتر از نقاش دوم این کار را انجام می دهد. مجموع روزهایی که دو نقاش کار را به تنهایی تمام می کنند چند روز است؟





تستهای تکمیلی



1 معادله $2x + \frac{3}{x} = -1$ چه وضعیتی دارد؟

(2) ریشه حقیقی ندارد.

(1) دو ریشه مثبت دارد.

(4) ریشه مضاعف دارد.

(3) دو ریشه منفی دارد.

2 تعداد جواب های معادله $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ کدام است؟

(4) 3

(3) 2

(2) -1

(1) صفر

3 حاصل ضرب ریشه های معادله $\frac{2x}{x+1} - \frac{3}{x-2} = 4$ کدام است؟

(4) $\frac{5}{2}$

(3) $\frac{3}{2}$

(2) $-\frac{5}{2}$

(1) $-\frac{3}{2}$

4 به ازای کدام مقدار مثبت a معادله $\frac{x+a}{x} - \frac{x}{x+a} = \frac{4a}{x+a}$ دارای جواب $x = 1$ است؟

(4) 1

(3) 2

(2) 3

(1) 4

5 اگر $x = 1$ جواب معادله $\frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-2} = \frac{-x-7}{x^2-x-2}$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

(4) فاقد جواب دیگر

(3) 3

(2) صفر

(1) -1

6 مجموعه جواب معادله های $\frac{a}{x} + \frac{b}{x+1} = 4$ و $x^2 - 3x + 2 = 0$ یکسان است. a کدام است؟

(4) -8

(3) -12

(2) 12

(1) 8

7 به ازای کدام مقدار صحیح a ، معادله $\frac{ax}{x+1} - \frac{2}{x-1} = \frac{a}{x^2-1}$ فقط یک ریشه حقیقی دارد؟

(4) -3

(3) -2

(2) 2

(1) 1



ریاضی کنکور یازدهم تجربی -- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

8 در یک مستطیل، نسبت مجموع طول پا دو برابر عرض به طول با نسبت طول پا عرض آن برابر است در این مستطیل، طول چند برابر عرض است؟



- 3 (4) $\frac{5}{2}$ (3) 2 (2) $\frac{3}{2}$ (1)

9 برای رنگ آمیزی نمای یک ساختمان از دو دستگاه A و B استفاده می شود. اگر این دو دستگاه با هم کار کنند، این رنگ آمیزی 4 ساعت طول می کشد. اگر سرعت کار دستگاه A، دو برابر سرعت کار دستگاه B باشد، با دستگاه B در چند ساعت می توان نمای این ساختمان را رنگ آمیزی کرد؟

- 9 (4) $\frac{7}{5}$ (3) 12 (2) 15 (1)

10 اگر سه شیر آب A، B و C هم زمان باز باشند، یک استخر در 18 ساعت پر از آب می کنند. اگر حجم آبی که از شیر A خارج می شود، 2 برابر حجم آب خارج شده از شیر B، سه برابر حجم خارج شده از شیر C باشد، آن گاه این استخر پس از چند ساعت فقط با شیر B پر می شود؟

- 60 (4) 54 (3) 48 (2) 36 (1)

11 علی و حسین کاری را در عرض 3 ساعت انجام می دهند. اگر علی به تنهایی کار را در 9 ساعت انجام دهد، حسین به تنهایی کار را در چند ساعت انجام می دهد؟

- $\frac{9}{2}$ (4) 12 (3) $\frac{11}{2}$ (2) 6 (1)

12 سه ماشین چمن زنی A، B و C چمن یک زمین را در 24 ساعت کوتاه می کنند. سرعت ماشین A دو برابر B و سه برابر C است. ماشین A به تنهایی چمن زمین را در چند ساعت کوتاه می کند؟

- 52 (4) 48 (3) 44 (2) 40 (1)

13 معادله $\frac{x^2+2x}{x} - \frac{x+a}{x+a} = 0$ جواب ندارد، a کدام است؟

- 2 (4)

- صفر (3)

- 2 (2)

- 1 (1)



14 اگر $x = 2$ یکی از جواب های معادله $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+4} = \frac{K}{x}$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

- 1 (1) -2 (2) -3 (3) -4 (4)

15 معادله $\frac{x-2}{x-1} + \frac{x-2}{x+2} = 1$ چند جواب حقیقی دارد؟

- 1 (1) 2 (2) 3 (3) 4 (هیچ)

16 معادله $2x + \frac{3}{x} = -1$ چه وضعی دارد؟



(2) ریشه حقیقی ندارد.

(1) دو ریشه مثبت دارد.

(4) ریشه مضاعف دارد.

(3) دو ریشه منفی دارد.

پاسخ کلیدی



شماره تست	پاسخ تست
1	2
2	2
3	2
4	3
5	4
6	4
7	3
8	2
9	2
10	4
11	4
12	2
13	1
14	2
15	2
16	2

معادلات رادیکالی



مثال

معادلات زیر را حل کنید.

ب) $\sqrt{3x - 2} + 2 = x$

الف) $2\sqrt{2x - 1} = x + 1$

ج) $\sqrt{2x + 10} - \sqrt{2x - 2} = \sqrt{7 - x}$

مثال

مختصات نقاطی روی محور y ها بیابید که فاصله شان از نقطه $A(3, 2)$ برابر 5 باشد.

مثال

اگر یک شیء از بالای ساختمانی به ارتفاع 50 متر سقوط آزاد کند، پس از t ثانیه در ارتفاع

h متری از سطح زمین قرار خواهد داشت؛ به طوری که $t = \sqrt{10 - \frac{h}{5}}$.

این جسم، دو ثانیه پس از سقوط در چه ارتفاعی نسبت به سطح زمین قرار دارد؟

مثال

الف) عدد صحیحی بیابید که تفاضل آن از جذرش برابر نصف آن عدد باشد. مسئله چند

جواب دارد؟

ب) عدد صحیحی بیابید که تفاضل جذرش از آن عدد برابر نصف آن باشد. مسئله چند جواب دارد؟





1 جواب معادله $x - \sqrt{x} = 2$ ، کدام است؟

1

9 (4

4 (3

1 (2

1 (1 صفر



2 معادله $2x + \sqrt{2x - 1} = 1$ دارای :

2

(2 جواب نیست .

(1 یک جواب مضاعف است .

(4 یک جواب است .

(3 دو جواب متمایز است .



3 معادله $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ ، از نظر تعداد جواب ها چگونه است؟

3

(2 دو جواب هم علامت

(1 یک جواب دارد .

(4 جواب ندارد .

(3 دو جواب با علامت مختلف

4 به ازای کدام مقدار a ، $x = 3$ جواب معادله $2x + \sqrt{3x + a} = 10$ می باشد؟

4

5 (4

6 (3

7 (2

8 (1

5 اگر $x = 4$ یکی از جواب های معادله $2x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد ، جواب دیگر آن کدام است؟

5

(4 جواب دیگر ندارد .

(3 (3

(2 (2

(1 $\frac{1}{2}$

6 فاصله دو نقطه $A(m, 2m + 3)$ و $B(2, -3)$ برابر 5 است . مقادیر m کدام اند؟

6

(4 $4, -2$

(3 $3, 2$

(2 $4, -1$

(1 $-3, -1$

7 طول نقطه M واقع بر محور طول ها که از دو نقطه $B(-2, 3)$ و $C(4, -1)$ به یک فاصله باشد ،

7

(4 $-\frac{2}{3}$

(3 $\frac{1}{3}$

(2 $\frac{2}{3}$

(1 $-\frac{1}{2}$ کدام است



ریاضی کنکور یازدهم تجربی -- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

8 عرض نقطه M واقع بر محور y ها که از دو نقطه $B(1, 1)$ و $C(3, -3)$ به یک فاصله باشد، کدام

است؛ (1) -2 (2) -3 (3) -4 (4) -5

9 نقطه $(a, 2a)$ مرکز دایره ای گذرنده بر دو نقطه $(2, 1)$ و $(-1, 4)$ است. شعاع این دایره کدام

است؛ (1) 3 (2) 4 (3) $2\sqrt{2}$ (4) $3\sqrt{2}$

10 دایره ای از دو نقطه $(0, 1)$ و $(3, 0)$ گذشته و معادله یک قطر آن به صورت $x - y = 2$ است.

شعاع این دایره کدام است؛

(1) $\sqrt{2}$ (2) 2 (3) $\sqrt{5}$ (4) 3

11 فاصله نقطه A به طول مثبت روی خط $y = x + 3$ نقطه $(-1, 1)$ برابر 5 است. عرض نقطه A

کدام است؛ (1) 6 (2) 5 (3) 4 (4) 3

12 زمانی که یک جسم از ارتفاع 50 متر سقوط آزاد می کند، پس از t ثانیه در ارتفاع h متری قرار

دارد، به طوری که $t = \sqrt{10 - \frac{h}{5}}$ ، پس از چند ثانیه از ارتفاع 30 متری به ارتفاع 5 متری می رسد؛

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

13 نقطه A روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارد به طوری که فاصله اش از نقطه $B(6, -1)$ برابر است

با 5. طول نقطه A کدام است؛

(1) 2 یا 4 (2) 2 یا 3 (3) 1 یا 4 (4) 1 یا 3

14 رقم یکان عدد صحیحی که از 5 برابر جذرش 14 واحد پیش تر است، کدام است؛

(1) 1 (2) 4 (3) 6 (4) 9

15 تعداد جواب های حقیقی معادله $\sqrt{2x-1} = x-2$ کدام است؛

(1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

تعداد جواب های معادله $\sqrt{x+3} = \sqrt{2x-1} + 1$ کدام است؟

16

هیچ (4)

3 (3)

2 (2)

1 (1)

حاصل جمع جواب های معادله $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{5}{2}$ کدام است؟

17

$\frac{26}{5}$ (4)

$\frac{17}{4}$ (3)

$\frac{10}{3}$ (2)

$\frac{5}{2}$ (1)



پاسخ کلیدی



شماره تست	پاسخ تست
1	3
2	4
3	4
4	2
5	4
6	1
7	3
8	1
9	1
10	3
11	2
12	1
13	2
14	4
15	2
16	1
17	3