



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

درسنامه فصل اول ریاضی ۲

پایه یازدهم تجربی

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

شیب خط و معادله آن:

شیب خطی که از دو نقطه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ عبور می کند برابر است با $m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$.

معادله ی خطی که شیب آن m باشد و از نقطه ی $A(x_A, y_A)$ عبور کند عبارت است از

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

معادله ی خط موازی با محور x ها عبارت است از $y = b$ که $b \in \mathbb{R}$.

معادله ی خط موازی با محور y ها عبارت است از $x = a$ که $x \in \mathbb{R}$.

شرط موازی بودن دو خط این است که شیب های آن ها مساوی باشد یعنی $m = m'$.

شرط عمود بودن دو خط این است که حاصل ضرب شیب های آن ها مساوی -1 شود یعنی $mm' = -1$.

مثال ۱: دو خط به معادله ی $2y - (m + 1)x = 4$ و $3y + 6x = 1$ با هم موازی هستند ؛ مقدار m را به دست آورید .

مثال ۲: نقاط $A(2,1)$ و $B(-1,-2)$ و $C(0,3)$ سه راس یک مثلث هستند ، مثلث را رسم کردو شیب ضلع AB را به دست آورید .

فاصله بین دو نقطه:

اگر A و B دو نقطه ی هم عرض در صفحه باشند ، آن گاه $AB = |x_A - x_B|$.

اگر C و D دو نقطه ی هم طول در صفحه باشند ، آن گاه $CD = |y_C - y_D|$.

فاصله ی دو نقطه ی $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ برابر است با $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

مثال ۳: نقاط $C(0,4), B(-2,0), A(2,0)$ سه راس یک مثلث هستند. محیط و مساحت مثلث را به دست آورید.

مختصات وسط پاره خط :

نقطه ی وسط پاره خط AB عبارت است از $M\left(\frac{(x_A + x_B)}{2}, \frac{(y_A + y_B)}{2}\right)$

مثال ۴: نقاط $C(-2,1), B(-4,-3), A(3,2)$ سه راس یک مثلث هستند طول میانه ی AM و معادله ی خط AM را به دست آورید.

مثال ۵: قرینه ی نقطه ی $A(2,1)$ نسبت به نقطه ی $M(-1,4)$ را به دست آورید .

فاصله ی نقطه از خط :

فاصله ی نقطه ی $A(x_0, y_0)$ از خط به معادله ی $ax + by + c = 0$ برابر است با

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته ۱: فاصله ی خط $ax + by + c = 0$ از مبدا مختصات برابر است با $d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

نکته ۲: فاصله ی دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ برابر است با

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

مثال ۶: خط به معادله $3x + 4y = 3$ بر دایره ای به مرکز $A(-3,4)$ مماس است. شعاع دایره را به دست آورید.

مثال ۷: نقاط $R(2,-2), Q(5,4), P(-3,0)$ راس های یک مثلث هستند. طول ضلع ها، شیب ضلع ها و مساحت مثلث PQR را به دست آورید.

مثال ۸: فاصله ی نقطه ی $A(-1,1)$ از خط $3x + 4y - m = 0$ برابر با ۲ است مقدار m را به دست آورید.

سوالات امتحانی:

۱- معادله ی خطی را بنویسید که از نقطه ی $(1, 2)$ و محل برخورد دو خط به معادلات زیر بگذرد

$$d_1: x - 2y = -3, \quad d_2: 3x + 2y = 7$$

۲- دو خط $(a + 1)x + ay = 3$ و $(1 + 3a)y = 5 - 3ax$ مفروضند، a را چنان تعیین

کنید که این دو خط بر هم عمود باشند.

۳- اگر $A(1, 2), B(3, -4), C(-1, -1)$ سه راس یک مثلث باشند. طول و معادله ی ارتفاع

وارد بر ضلع BC را بنویسید.

۴- مختصات نقطه ی $P(a^2 - 4, a^2 - 45)$ را داریم a را چنان بیابید که نقطه P روی نیم ساز

ربع دوم باشد.

۵- معادله ی خطی را بنویسید که محور طول ها را در نقطه ی ۳- قطع کرده و بر خط

$$x - 2y + 4 = 0$$
 عمود باشد.

۶- فاصله ی نقطه ی $M(2, 1)$ را از خط $4x = 3y - 10$ به دست آورید. سپس خط مزبور را

رسم کنید.

۷- معادله ی خطی را بنویسید که از دو نقطه ی $A(0, -3), B(-2, 0)$ بگذرد.

۸- a را چنان تعیین کنید که خطوط $\Delta, \Delta', \Delta''$ به معادلات زیر در یک نقطه متقاطع باشند.

$$\Delta: 3x - 2y = 7, \quad \Delta': x + 2y = 5, \quad \Delta'': (a - 1)x + (1 - 2a)y = 3$$

تست:

۱. خط به معادله $3y.4x = 6$ محور های مختصات را در نقاط A و B قطع می کند . اندازه ی پاره خط AB کدام است ؟

3(۴

$2\sqrt{2}$ (۳

$2/5$ (۲

$\sqrt{5}$ (۱

۲. نقطه ی $A(6, m)$ بالای محور x ها قرار دارد و فاصله ی آن از مرکز مختصات ۱۰ می باشد، m کدام است ؟

9(۴

8(۳

7(۲

6(۱

۳. فاصله ی محل تلاقی خطوط $y = 2x + 3$ و $y = x + 3$ از مبدأ مختصات کدام است ؟

4(۴

3(۳

2(۲

1(۱

۴. اگر فاصله ی نقطه ی $A(3,4)$ از نقطه $B(a, a)$ برابر 5 باشند ، a کدام است ؟

8(۴

7(۳

6(۲

5(۱

۵. طول نقطه ی M واقع بر محور طول ها که از دو نقطه ی $B(-2,3)$ و $C(4, -1)$ به یک فاصله باشد کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴

$\frac{1}{3}$ (۳

$\frac{2}{3}$ (۲

$-\frac{1}{3}$ (۱

۶. نقاط $A(1,7)$ ، $B(1, K)$ مفروضند ، فاصله نقطه $M(1,1)$ از وسط AB چقدر است ؟

$|5 - k|$ (۴

$\frac{|5+k|}{2}$ (۳

k (۲

$\frac{|5-k|}{2}$ (۱

۷. مساحت مثلثی با معادلات اضلاع $2y + x = 8$ و $y = 2x - 1$ و $y + 3x = 4$ کدام است ؟

4(۴

3(۳

$\frac{7}{2}$ (۲

$\frac{5}{2}$ (۱

۸. به ازای کدام مقدار b خط $3x + by = \frac{5}{2}$ از وسط پاره خط واصل به دو نقطه ی

$B(5, -2), A(-1, 3)$ می گذرد؟

7(۴

4(۳

-4(۲

-7(۱

۹. معادله ی خطی که پاره خط واصل ما بین دو نقطه ی $A(\frac{1}{3}, -2), B(\frac{2}{3}, 3)$ را نصف کرده و با خط

$D: x - 2y + 5 = 0$ موازی باشد کدام است ؟

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ (۴

$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ (۳

$y = -2x + 4$ (۲

$y = 2x + 4$ (۱

۱۰. به ازای کدام مقدار m خط $mx + (m - 1)y + 7 = 0$ بر نیم ساز ربع چهارم عمود است؟

-1(۴

1(۳

$-\frac{1}{2}$ (۲

$\frac{1}{2}$ (۱

۱۱. خط گذرنده از نقطه $A(-1, 3)$ و موازی با خط $2x + y = 6$ محور طول ها را در چه نقطه ای قطع

می کند ؟

2(۴

$\frac{1}{2}$ (۳

$-\frac{1}{2}$ (۲

-2(۱

۱۲. مقدار m چقدر باشد تا دو خط $3x + 4y = 6$, $(2m - 1)x + y = 6$ روی محور طول

یکدیگر را قطع کنند ؟

2(۴

-4(۳

4(۲

-2(۱

۱۳. مساحت سطح محصور بین خط $3x + 4y = 12$ و خطوط $x = 0$ و $y = 0$ چند واحد مربع است ؟

- 12(۱) 4(۲) 6(۳) 8(۴)

۱۴. فاصله ی نقطه ای واقع بر نیم ساز ناحیه دوم از خطی به معادله ی $3y - 2x + 4 = 0$ برابر $3\sqrt{13}$ است ، عرض نقطه کدام است ؟

- 5(۱) 6(۲) 7(۳) 8(۴)

۱۵. نقاط $C(6,6), B(-3,3), A(3,-3)$ سه راس یک متوازی الاضلاع هستند ، مختصات راس چهارم کدام است ؟

- (12,0)(۱) (-12,-6)(۲) (6,12)(۳) (-6,12)(۴)

۱۶. اگر $B(m,n), A(m,-n)$ دو سر یک پاره خط باشند ، معادله ی عمود منصف AB کدام است ؟

- $x = m$ (۱) $x = 0$ (۲) $y = -x$ (۳) $y = 0$ (۴)

حل معادله به روش تغییر متغیر: در برخی از معادلات می توان با در نظر گرفتن یک متغیر جدید، آن معادله را به یک معادله ی درجه دوم تبدیل کرد. در این حالت بعد از حل معادله ی درجه دوم، معادله ی تغییر متغیر را حل می کنیم.

مثال ۱: معادلات زیر را حل کنید.

الف) $x^4 - 7x^2 + 10 = 0$

ب) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 4$

تذکره: اگر $K = \left(x + \frac{1}{x}\right)$ آن گاه:

الف) $|K| = 2 \leftarrow$ معادله یک جواب هم علامت با K دارد.

ب) $|K| > 2 \leftarrow$ معادله دو جواب هم علامت با K دارد.

پ) $|K| < 2 \leftarrow$ معادله جواب حقیقی ندارد.

مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله ی درجه دوم: در معادله ی $ax^2 + bx + c = 0$ (با $a \neq 0$) مجموع و حاصل ضرب ریشه ها را به ترتیب با S و P نشان می دهیم و از روابط زیر بدست می آیند:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

نوشتن معادله درجه دوم با داشتن S و P : معادله درجه دوم با مجموع ریشه های S و حاصل ضرب ریشه های p به صورت $x^2 - sx + P = 0$ می باشد.

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3SP$$

مثال ۲: دو عدد حقیقی بیابید که مجموع آن ها ۲۳ و حاصل ضرب آن ها ۱۳۲ باشد.

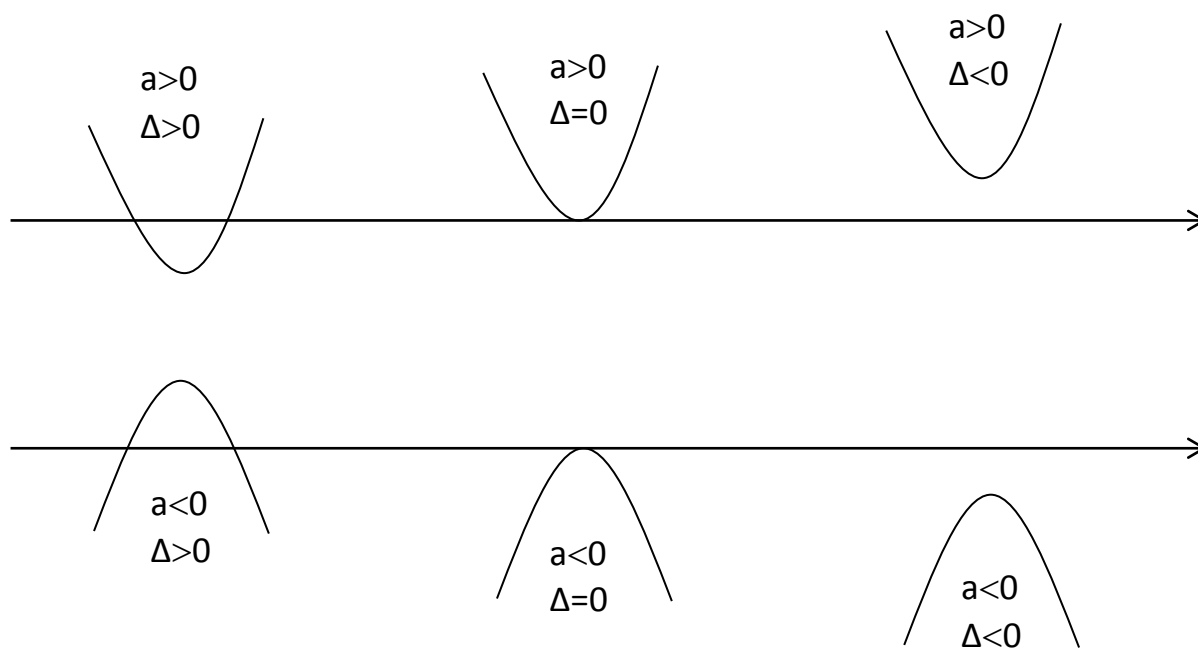
ماکزیمم یا می نیمم سهمی: معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ را در نظر بگیرید، اگر $a > 0$ سهمی

رو به بالا است و به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ کمترین مقدار خود را اختیار می کند و اگر $a < 0$ سهمی رو به پایین

است و به ازای $x = -\frac{b}{2a}$ بیشترین مقدار خود را اختیار می کند.

نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ راس سهمی از رابطه‌ی $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ بدست می آید.

صفرهای تابع درجه دو: به طور کلی نقاط برخورد نمودار یک تابع با محور x ها را صفرهای تابع می نامیم.



مثال ۳: اگر α و β ریشه های معادله‌ی $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ را بدست آورید.

مثال ۴: اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = (k + 3)x^2 - 4x + k$ برابر با صفر باشد مقدار k را بدست آورید.

مثال ۵: دو برابر عددی از عدد دیگر ۶ واحد بیشتر است. اگر حاصل ضرب آن ها می نیمم باشد، مجموع آن دو عدد چقدر است؟

معادلات شامل عبارات گویا: برای حل معادلات شامل عبارات گویا ابتدا کوچکترین مضرب مشترک مخرج کسرها را بدست می آوریم، سپس طرفین معادله را در کوچکترین مضرب مشترک مخرج کسرها ضرب نموده و معادله جبری بدست آمده را حل می کنیم.

تذکر: جواب بدست آمده باید مخرج هیچ کدام از کسرها در معادله ی اولیه را صفر نکند.

مثال ۶: معادلات زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } \frac{3}{x+2} + \frac{2}{x} = \frac{4(x-1)}{x^2-4}$$

$$\text{ب) } \frac{x+2}{x-2} = 1 - \frac{3}{x+5}$$

معادلات گنگ: معادلاتی را که مجهول در آن ها عبارت های رادیکالی هستند معادلات گنگ می نامند. برای حل این معادلات دو طرف معادله را به توان فرجه ی رادیکال می بریم تا رادیکال حذف شود.

تذکر: جواب بدست آمده باید در معادله صدق کند.

مثال ۷: معادلات زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } \sqrt{2x-1} = 2-x$$

$$\text{ب) } 3x+4 = \sqrt{x^2+6}$$

تست:

۱- در معادله‌ی درجه دوم $2x^2 + ax + 9 = 0$ ، یک ریشه دو برابر ریشه دیگر است. مجموع دو ریشه مثبت کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) ۵

۲- در معادله‌ی $3x^2 - 15x + m = 0$ اگر یکی از ریشه‌ها ۲ واحد از ریشه دیگر بیشتر باشد، m کدام است؟

- (۱) $\frac{59}{5}$ (۲) $\frac{63}{5}$ (۳) $\frac{59}{4}$ (۴) $\frac{63}{4}$

۳- در معادله‌ی درجه دوم $4x^2 + kx = 21$ اگر مجموع ریشه‌ها برابر ۲- باشد ریشه بزرگتر کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{7}{2}$

۴- اگر منحنی به معادله‌ی $y = 2x^2 - 4x + m - 3$ محور x ها را در دو نقطه به طول‌های مثبت قطع کند. آن گاه مجموعه مقادیر m کدام است؟

- (۱) $m > 2$ (۲) $3 < m < 4$ (۳) $3 < m < 5$ (۴) $4 < m < 5$

۵- مساحت زمین مستطیلی شکلی ۱۸ متر مربع و محیط آن ۱۷ متر است. اختلاف طول و عرض زمین چند متر است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۲

۶- در معادله درجه دوم $(x - 1)^2 + 2\sqrt{3}(x - 1) = 6$ بزرگترین جواب x کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{3}$ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۷- ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + ax + b = 0$ یک واحد از ریشه های معادله ی

$3x^2 + 7x + b = 0$ بیشتر است. b کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

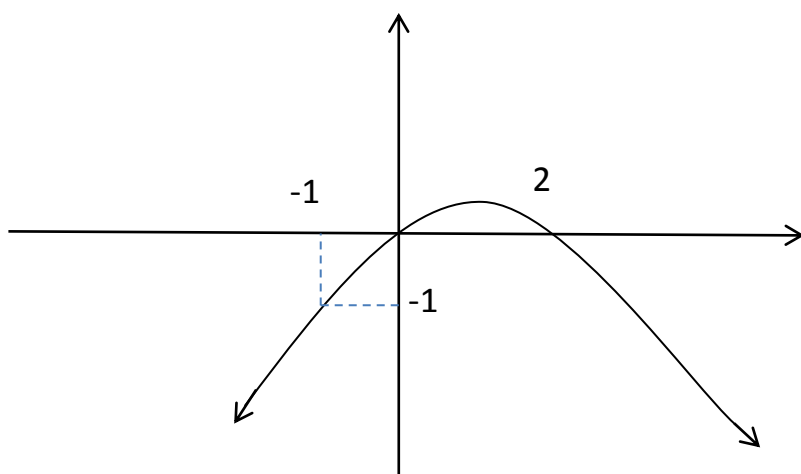
۸- نمودار تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ مانند شکل مقابل است. حاصل $a+3b-c$ کدام است؟

۲ (۴)

۶ (۳)

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۱)



۹- به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع $y = (m + 2)x^2 - 2mx + 1$ همواره در بالای محور xهاست؟

$-1 < m < 2$ (۴)

$-2 < m < 2$ (۳)

$-2 < m < -1$ (۲)

$m > -2$ (۱)

۱۰- به ازای کدام مقدار m راس سهمی $y = mx^2 - 3x + 1$ بر روی نیم ساز ربع اول و سوم قرار دارد؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{15}{4}$ (۳)

$-\frac{15}{4}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

۱۱) به ازای کدام مقادیر a منحنی به معادله $y = ax^2 - (a+2)x$ از ناحیه دوم محورهای مختصات نمی گذرد؟

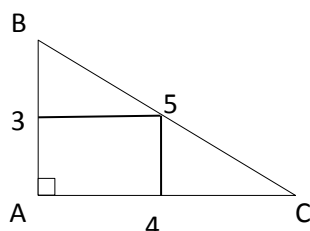
- (۱) $a \leq 2$ (۲) $a > 0$ (۳) $a \leq -2$ (۴) $-2 \leq a < 0$

۱۲) اگر $3r + r\theta = 15$ و $r > 0$ و $\theta > 0$ به ازای کدام مقدار r عبارت $s = r^2\theta$ ماکزیمم است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{75}{2}$ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۱۳) در مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع ۳، ۴ و ۵ مستطیلی مانند شکل مقابل محاط شده است. بیشترین مقدار مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳



۱۴) مجموعه ی تمام مستطیل هایی که محیط آن ها ۱۶ است را در نظر می گیریم. می نیمم طول اقطار این مستطیل ها کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) ۶

۱۵) جواب معادله ی $\frac{x}{a-x} - \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ با شرط اینکه $a \neq 0$ باشد کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{3}$ (۲) $\frac{a}{2}$ (۳) $\frac{2a}{3}$ (۴) $\frac{3a}{2}$

۱۶) مجموع ریشه های معادله ی $0 = \left(\frac{x-2}{3x+1}\right)^2 - 4\left(\frac{x-2}{3x+1}\right) + 3$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{17}{8}$ (۲) $-\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{13}{2}$

۱۷- معادله ی $\sqrt{1 + \frac{9}{x}} + 4\sqrt{\frac{x}{x+9}} = 4$ چند جواب دارد؟

۳(۴)

۲(۳)

۱(۲)

۱(صفر)

۱۸- معادله ی $\sqrt{x-8} + \sqrt{9+\sqrt{8-x}} = 3$ چند جواب دارد؟

۴(صفر)

۱(۳)

۲(۲)

۳(۱)