



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

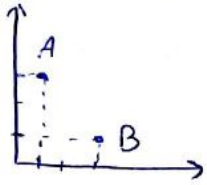
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

زوج مرتب: اگر در عدد a و b با ترتیب خاصی کنار هم قرار گیرند زوج مرتب‌های (a, b) و (b, a) ایجاد می‌شوند. هر زوج مرتب در صفت مشخصات تابع نیز منحصر به فرد است.

نکته: در زوج مرتب (a, b) عدد a مول و عدد b عرض تابع است. به عنوان مثال در شکل زیر دو نقطه $A(۱, ۳)$ و



$B(۳, ۱)$ نمایش داده شده اند واضح است که A و B برهم منطبق نیستند

پس در حالت کلی $(a, b) \neq (b, a)$ است مگر $a=b$ باشد.

شواهد تساوی دو زوج مرتب: دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) در صورتی با هم مساوی اند که $a=c$ و $b=d$ باشد. یعنی مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم نیز با هم برابر باشند.

مثال ۱: اگر دو زوج مرتب $(۴x-۲, ۵y+۷)$ و $(۳x+۱, ۱y-۳)$ با هم مساوی باشند مقدار x و y را بیابید.

تساوی مؤلفه‌های اول $۴x-۲ = ۳x+۱ \rightarrow ۴x-۳x = ۱+۲ \rightarrow \boxed{x=۳}$

تساوی مؤلفه‌های دوم $۱y-۳ = ۵y+۷ \rightarrow ۱y-۵y = ۷+۳ \rightarrow ۴y = ۱۰ \rightarrow \boxed{y=\frac{۱۰}{۴}}$

نهم رابطه: فرض کنید A و B در مجموعه باشند مجموعه شامل زوج مرتب‌هایی است که صورت (a, b) که در آن $a \in A$ و $b \in B$ باشد. رابطه از A به B می‌باشد $(A \rightarrow B)$ مثلاً اگر $A = \{۲, ۳, ۵\}$ و $B = \{۱۲, ۹, ۵\}$ باشد آن‌گاه $R = \{(۲, ۱۲), (۳, ۹), (۵, ۵)\}$ رابطه‌ای از A به B است زیرا اعضای اول زوج مرتب از A و اعضای دوم از B انتخاب شده‌اند.

روش‌های نمایش رابطه:

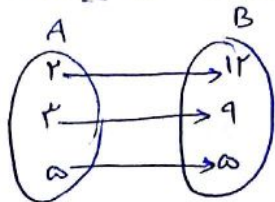
۱- روش جدولی: در این روش، عضوهای مجموعه اول را در ردیف ردیف و عضوهای مربوط به آن‌ها از مجموعه دوم را در ستون ستون می‌نویسیم. عنوان مثال برای رابطه $A \rightarrow B$ داریم

A	۲	۳	۵
B	۱۲	۹	۵

۲- روش استفاده از زوج مرتب‌ها:

$$R = \{(۲, ۱۲), (۳, ۹), (۵, ۵)\}$$

۳- روش استفاده از نمودار دن (نمودار کینان): در این روش از هر عضو مجموعه اول، یک یا نلس (تیکان) خارج شده و به عضو مربوط به خود در مجموعه دوم وارد می شود.



۴- روش استفاده از نمودار در صفحه مختصات: در این نوع نمایش، هر زوج مرتب را به عنوان یک نقطه در یک تصویر کشیم به عنوان آن، حول نقطه در نمودار آن، عرض نقطه ای باشد.



۵- روش مناسبه ای (نمایش بیرونی): فرض کنید رابطه R از A به B تعریف شده باشد هم چنین فرض کنید $x \in A$ و $y \in B$. در این صورت مناسبه R فرض می شود که نشان دهد هر چگونه، ل مربوط به خود تبدیل می شود.

مثلاً فرض کنید رابطه R بصورت $A = \{1, 2, 3\} \rightarrow B = \{4, 5, 6\}$ تعریف شده باشد. ضابطه $y = 5x + 4$ نشان می دهد که هر x ابتدا در عدد ۵ ضرب می شود با ۴ جمع می شود تا آن به صورت y آید.

$$y = 5x + 4 \begin{cases} x=1 \rightarrow y = 5 \times 1 + 4 = 9 \\ x=2 \rightarrow y = 5 \times 2 + 4 = 14 \\ x=3 \rightarrow y = 5 \times 3 + 4 = 19 \end{cases}$$

دامنه $\{1, 2, 3\}$

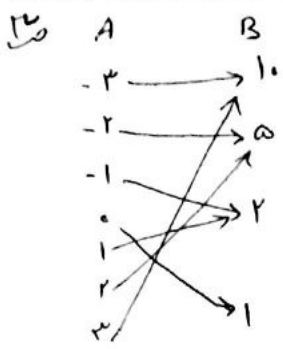
ب $\{9, 14, 19\}$

نکته: به مجموعه ای که دامنه و به مجموعه ای که مقادیر می باشد، مثلاً در سؤال بالا:

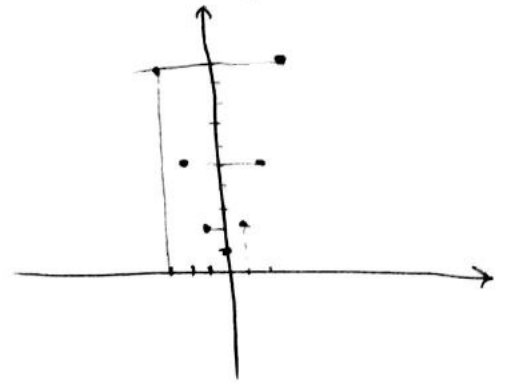
نکته: وقتی می نویسیم $A \rightarrow B$ ، برد لزوماً برابر با B نیست به B مجموعه ای هم دامنه می نویسیم. در اغلب موارد برد زیر مجموعه ای از B است. در رابطه $y = 5x + 4$ ، x را تغییر می دهیم و y را تغییر می دهیم.

مثال برای رابطه $y = x^2 + 1$ که در آن $x \in A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ باشد جدول زوج مرتب نمودار کینانی نمودار مختصات را رسم کنید.

$$y = x^2 + 1 \begin{cases} x = -3 \rightarrow y = (-3)^2 + 1 = 10 \\ x = -2 \rightarrow y = (-2)^2 + 1 = 5 \\ x = -1 \rightarrow y = (-1)^2 + 1 = 2 \\ x = 0 \rightarrow y = 1 \\ x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 = 2 \\ x = 2 \rightarrow y = 2^2 + 1 = 5 \\ x = 3 \rightarrow y = 3^2 + 1 = 10 \end{cases} R = \{(-3, 10), (-2, 5), (-1, 2), (0, 1), (1, 2), (2, 5), (3, 10)\}$$



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	1	5	2	1	2	5	1



سؤال استعاری:

۱- در صورتی که متغیر مستقل و وابسته را مشخص کنید.

$$f(t) = \frac{3t - 5}{5t}$$

$$h(x) = 12 - 8\sqrt{x-1}$$

t ← مستقل
f(t) ← وابسته

x ← مستقل
h(x) ← وابسته

IG ← مستقل

۲- بهره هورسکی IG دانش آموزان، یکی از عوامل مؤثر در دسترس کنونی آنهاست. دسترس کنونی ← وابسته

> مساحت مثلث برابر است با نصف حاصلضرب قاعده در ارتفاع. قاعده و ارتفاع ← مستقل

مساحت ← وابسته

۲- اند توزیع مرتب

(4, 2a-b) - (a-2b, 1) با هم برابر باشند a, b را بیابید.

$$\begin{cases} a - 2b = 4 \\ 2a - b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a - 2b = 4 \\ -4a + 2b = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} a - 2b = 4 \\ -4a + 2b = -4 \\ \hline -3a = 0 \end{array} \rightarrow \boxed{a = 0}$$

$$4 - 2b = 4 \rightarrow -2b = 0 \rightarrow \boxed{b = 0}$$

۳- رابطه R به صورت $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N}, y = x + 3\}$ تعریف شده است. رابطه

R را به شکل مجموعه ای از زوج مرتب ما بنویسید.

$$\begin{array}{l} x=4 \rightarrow y=7 \\ x=3 \rightarrow y=6 \\ x=2 \rightarrow y=5 \\ x=1 \rightarrow y=4 \end{array}$$

$$R = \{(4, 7), (3, 6), (2, 5), (1, 4)\}$$

تعریف تابع:

صک
یک تابع از مجموعه A به مجموعه B رابطه ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده شود.
چون تابع هم نوعی رابطه است برای نمایش تابع هم از هر روش نمایش رابطه ای استفاده می کنیم.

تشخیص تابع در حالت های مختلف

۱- تشخیص تابع از روی جدول: یک رابطه که بصورت جدول داده شده است، وقتی تابع است که اعداد ردیف بالا بی جدول (مؤلفه های اول یا همان xها) مختلف باشند یا اینکه اگر بعضی از آن ها با هم مساوی بودند، اعداد ردیف پایین مربوط به آن ها (مؤلفه دوم یا همان yها) نیز با هم مساوی باشند.

به طور خلاصه باید برای سده x فقط یک y وجود داشته باشد.

عنوان مثال داریم:

$$\begin{array}{c|cccc} x & -2 & 0 & 4 & 5 \\ \hline y & 9 & \frac{1}{3} & \sqrt{2} & -4 \end{array} \Rightarrow$$

تابع است چون x ها همگی متفاوت اند

$$\begin{array}{c|cccc} x & (\sqrt{3}) & -4 & 5 & \sqrt{3} \\ \hline y & 2 & 3 & 9 & 13 \end{array}$$

تابع نیست چون در ردیف بالا دو x تکرار وجود دارد.

۲- تشخیص تابع از روی زوج مرتب ها: اگر رابطه ای مثل R به صورت مجموعه ای از زوج مرتب ها داده شود، در صورتی که R یک تابع است که تمام عضوهای اول (xها) مختلف باشند یا اگر دریا چندین زوج مرتب، عضوهای اولشان مساوی بود، عضوهای دومشان نیز مساوی باشد به عنوان مثال داریم.

$$f = \{(5, 2), (7, 8), (9, 10)\}$$

تابع است چون عضوهای اول همگی مختلف اند.

$$g = \{(3^2, 5), (4, 2), (9, 1)\}$$

تابع نیست زیرا دو x داریم.

مثال اگر مجموعه $f = \{(1, a+b), (2, a-b), (1, 3), (2, 5)\}$ صرف یک تابع باشد متغیر a و b را بیابید.

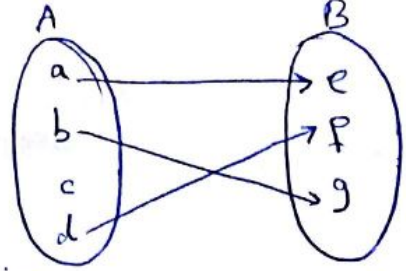
$$\begin{cases} a - b = 3 \\ a + b = 5 \end{cases}$$

$$2a = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{2} = 4$$

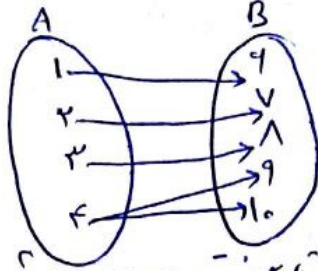
$$a - b = 3 \xrightarrow{a=4} 4 - b = 3 \rightarrow b = 1$$

۳- تشخیص تابع از روی نمودار دن: نمودار دن یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B، وقتی تابع است که از هر عضو مجموعه A

دقیقاً یک فلس خارج شود. یعنی اگر از هر عضو A یک یا بیشتر از یک فلان خارج شود، تابع نیست. فلان نفوا هم دارد.

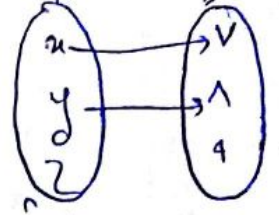


تابع است چون از هر عضو A یک فلس خارج شد



تابع نیست چون از ۴ دو فلس خارج شده است.

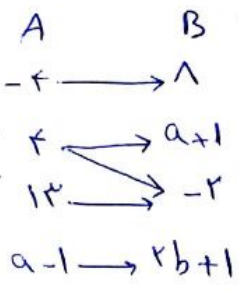
بعضی سوال داریم:



تابع نیست چون از ۲ فلس خارج شده است.

مثال- اگر نمودار دن بی‌نهایت تابع باشد $a+b$ در ۲ است.

از ۴ دو فلس خارج شده است پس برای اینکه تابع داشته باشیم مقدار آنها را فلس ها را مربوط به ۴ باید با هم مساوی باشند

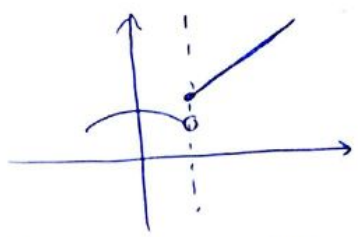


$$a+1 = -2 \rightarrow \boxed{a = -3}$$

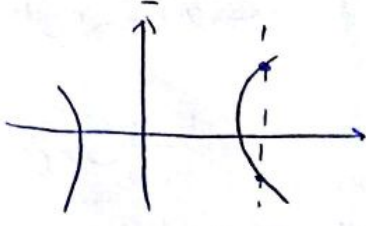
به ازای $a = -3$ حاصل $a-1$ برابر با -4 می شود. و چون -4 در بار دیگر شده باید به لفظ های دوم -4 یکسان شوند.

$$2b+1 = 8 \rightarrow 2b = 7 \rightarrow \boxed{b = \frac{7}{2}}$$

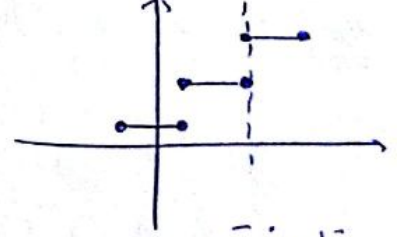
۴- تشخیص تابع از روی نمودار هندسی (مختصات): نمودار یک رابطه وقتی تابع است که در هر خط موازی محور عرض ها (عمود لرها) نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. بعضی سوال داریم:



تابع است



تابع نیست



تابع نیست

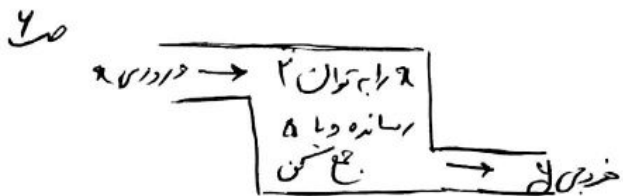
۵- تشخیص تابع از روی ضابطه (فرمول جبری): بسیاری از توابع را می توانیم به کمک بسویجه یا مایین فرض کنیم

که در دردی x از دامنه یا سایر عملیات جبری انجام داده و خردی ل از برد را به ما تحویل می دهد. مثلاً

در شکل مقابل، هر دو که وارد سیستم تابع f شود، مایین f آن را به توان ۲ رسانده و با 5 جمع می شود

یعنی ضابطه f به صورت $y = x^2 + 5$ می باشد البته x جایی ل می توان $f(5)$ هم استفاده کرده

دنبولیم $f(x) = x^2 + 5$



مثال ۱ قسمتی از تابع f بصورت جدول زیر است برای f یک ضابطه مناسب بنویسید پس به آن $f(\sqrt{x})$

د $f(m-1)$ را بدست آورید

x	۰	۱	۲	۳	۴
y	۵	۶	۹	۱۴	۲۱

$y = x^2$ ، $f(x) = x^2$ $\begin{cases} f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 = x \\ f(m-1) = (m-1)^2 = m^2 + 1 - 2m \end{cases}$

مثال ۲ قسمتی از تابع f بصورت جدول مقابل است. برای f یک ضابطه مناسب بنویسید. پس به آن ضابطه ای که بدست آورده اید $f(f(0))$ ، $f(5)$ ، $f(-1)$ را بیابید.

x	۰	۱	۳	۳	۴
y	۵	۹	۱۳	۱۷	۲۱

$f(x) = 4x + 5 \rightarrow f(x) = 4 \times 5 + 5 = 25$

$f(-1) = -4 + 5 = 1$

$f(f(0)) = f(5) = 4 \times 5 + 5 = 25$

نکته: بررسی تابع بران یک معادله جبره در کتاب درسی مطرح نشده و ما هم با آن کار نداریم. شما فقط در ضمن حد بدانید که اگر لا توان زوج داشت یا داخل قدر مطلق باشد یا علامت های \pm همراه وجود داشته باشد معمولاً تابع متخذه هم دارد.

مثال $x^3 + y^5 = 12$

تابع است چون لا توان فرد دارد

$y = \pm \sqrt[5]{x^3 + 12}$

نیست چون \pm وجود دارد.

$|y| - 2x = 8$

تابع نیست چون لا داخلی قدر مطلق است

$y = 3x - 2$

تابع نیست چون لا توان زوج دارد.

مثال) با فرض آنکه $f: A \rightarrow R$ $f(x) = 2x^2 + 3$ $A = \{-1, \sqrt{2}, 0\}$ باشد، بردار تابع f را بدست آورید.

$$f(x) = 2x^2 + 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 + 3 = 5 \\ x = \sqrt{2} \rightarrow f(\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2})^2 + 3 = 7 \\ x = 0 \rightarrow f(0) = 2(0)^2 + 3 = 3 \end{array} \right.$$

دامنه $D_f = \{-1, \sqrt{2}, 0\}$ $R_f = \{3, 5, 7\}$

مثال) بردار تابع $f(x) = x^2 + 4$ را بدست آورید $\{2, \omega\}$ را بدست آورید.

$$f(x) = x^2 + 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} f(\omega) = \omega^2 + 4 = 14 \\ f(-2) = (-2)^2 + 4 = 8 \end{array} \right.$$

مثال) در تابع $f(x) = 2x^2 - mx + 1$ مقدار m را طوری بیابید که زبرج مرتب $(-1, -2)$ عکس از این تابع باشد.

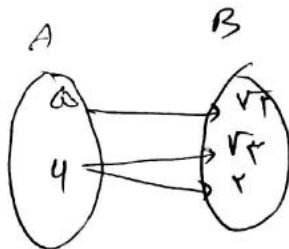
$$f(-1) = -2 \rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - m(-1) + 1$$

$$f(-1) = 2 + m + 1 = -2 \rightarrow 1 + m = -2 \rightarrow m = -3$$

$$m = -\frac{12}{4} = -3$$

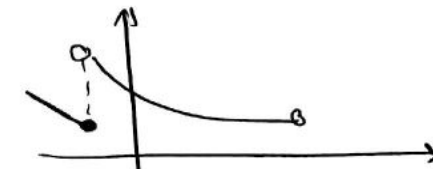
مثال) در جای خالی عددی که در هید که عبارت تابع شود.

$$f = \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \omega \right), (9, 1), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \omega \right), (2, 4) \right\}$$



نیت. چون برای 4 در A دو عضو دارد

مثال) معادله $x^2 + y^2 = 10$ را بر روی محورهای مختصات رسم کنید.



تابع است چون فقط موازی لها در یک نقطه قطع می کنند.

مثال

مثال) برای مرتب از توابع زیر یک ضابطه مناسب بنویسید

الف) $f = \{(2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$

$f(x) = 10x + 1$

ب) $g = \{(6, 1), (-6, 4), (3, 9), (-3, 16)\}$

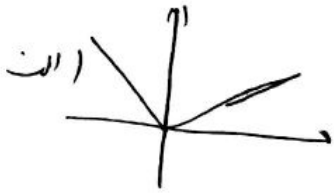
ج)

x	1	2	3
y	5	4	14

$g(x) = x^2$

$f(x) = x^2 + 5$

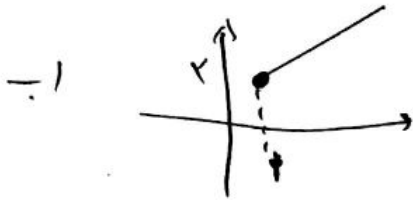
مثال) دامنه و برد نمودارهای زیر را مشخص کنید



$D = \mathbb{R}$

$R = [0, +\infty)$

از صفر تا بی نهایت



$D = [2, +\infty)$

$R = [2, +\infty)$

از یک تا بی نهایت

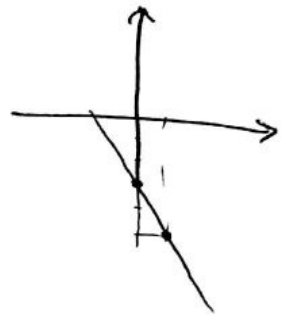
تعریف تابع خطی: هر تابع که بتوان آن را به شکل $f(x) = ax + b$ نشان داد، یک تابع خطی نامیده می‌شود. $(a, b \in \mathbb{R})$ چنانچه اگر $a \neq 0$ باشد دامنه و برد این تابع برابر \mathbb{R} است به عبارت ساده‌تر، دامنه و برد هر خطی که شکل $y = ax + b$ باشد برابر \mathbb{R} است.

مثال: دایره که در خط $y = ax + b$ عدد a شیب و عدد b عرض از مبدأ است. مثلاً در خط $y = -\frac{3}{4}x + \sqrt{3}$ شیب برابر $-\frac{3}{4}$ و عرض از مبدأ برابر $\sqrt{3}$ است.

رسم نمودار خط: برای رسم نمودار یک خط کافی است به x دو مقدار دلخواه نسبت داده و y را بدین ترتیب به این ترتیب ۲ نقطه از خط بدست می‌آید که با وصل کردن آن‌ها به هم و امتداد دادن از دو طرف، نمودار خط بدست می‌آید. البته قبل از آنکه به x عدد بدهیم بهتر است خط را به شکل استندارد $y = ax + b$ تبدیل کنیم.

مثال $y = -2x - 3$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow y = -3 & A(0, -3) \\ x=1 \rightarrow y = -2-3 = -5 & B(1, -5) \end{cases}$$

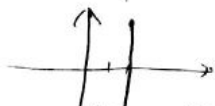


مثال $y = \frac{2}{3}x + 1$

$$\begin{cases} x=0 \rightarrow y = 1 \\ x=2 \rightarrow y = 2 \end{cases}$$

نکته: به x هر عدد دلخواه می‌توان داد ولی بهتر است بلبار به x صفر و بار دیگر عددی دهیم که خروجی سه‌گانه از بین برد خط‌های خاص:

همواره که به شکل $x = k$ باشد $(k \in \mathbb{R})$ یک رابطه خطی است ولی تابع نیست زیرا یک خط عمودی (متوازی محور y) نشان می‌دهد. دامنه این گونه معادلات مجموعهٔ تمام اعداد \mathbb{R} و برد آن \mathbb{R} است چنانچه $x = 2$ که دامنه آن \mathbb{R} و برد آن $\{2\}$ می‌باشد.



همچنین همواره که به شکل $y = k$ باشد $(k \in \mathbb{R})$ یک تابع خطی است که نمودار آن خطی موازی محور x است.

همچنین همواره که به شکل $y = k$ باشد $(k \in \mathbb{R})$ یک تابع خطی است که نمودار آن خطی موازی محور x است. دامنه اینگونه معادلات \mathbb{R} و برد آن مجموعهٔ تمام اعداد \mathbb{R} است چنانچه $y = 2$ که دامنه آن \mathbb{R} و برد آن $\{2\}$ می‌باشد.



فرد فعل y_1 خط و معادله خط: اگر دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ از یک خط راست باشیم مثلا
 شیب این خط از رابطه $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ بدست می آید. معادله خطی که از این دو نقطه می گذرد بدین صورت با

$$y - y_2 = m(x - x_2) \quad \text{یا} \quad y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال) معادله خطی اینرسی که از دو نقطه $A(1, 2)$ و $B(4, -2)$ بگذرد.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 2}{4 - 1} = -\frac{4}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = -\frac{4}{3}(x - 1)$$

$$y = -\frac{4}{3}x + \frac{4}{3} + 2 \rightarrow \boxed{y = -\frac{4}{3}x + \frac{10}{3}}$$

مثال) معادله خطی اینرسی که از نقاط $A(4, 3)$ و $B(-2, 5)$ بگذرد.

کاربرد تابع خطی در حل مسائل:

بسیاری از تغییرها بصورت خطی هستند. هم دایره هم سنه مثلا وقتی یک گلوله را از بالای ساختمان جها می بینیم صوت گلوله در هر لحظه از رابطه $v = -10t$ بدست می آید (لاستیت در ۱۰ متران است) در حل مسائل این چنین همیشه به دنبال دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ هستیم. سپس شیب خط و معادله خط را به کمک نقاط A و B می نویسیم.

مثال) با افزایش ارتفاع از سطح زمین دمای هوا کاهش می یابد. اگر دمای هوا در سطح زمین ۲۰ درجه سانتی گراد و دمای هوا در ارتفاع ۱۰ کیلومتر ۱۰ درجه سانتی گراد باشد فرض کنیم رابطه بین دما T و ارتفاع h خطی باشد. رابطه خطی آن را بنویسید.

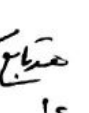
$$A(h=0, T=20) \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 20}{1 - 0} = -10$$


$$B(h=1, T=10)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 20 = -10(x - 0)$$

$$y = -10x + 20 \rightarrow T = -10h + 20$$

تربیع درجه دوم ← آشنایی با سهمی:

عبارت درجه دوم به شکل $y = ax^2 + bx + c$ باشد ($a \neq 0$)، عبارت $y = ax^2 + bx + c$ درجه دوم یا سهمی نام دارد. نمودار سهمی به شکل 


سهمی بسته به نقطه S در صورت نمودار رأس سهمی داریم. خصوصاً خط مماس رسم شده در این نقطه مماس محور تقارن سهمی است 

در صورت شکل، طول رأس سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ است. بدین ترتیب عرض S کافی است در تابع سهمی جای x ها عدد


بدست آمده از جدول $x = -\frac{b}{2a}$ را قرار دهیم. معادله محور تقارن هم $x = -\frac{b}{2a}$ است (مثلاً در سهمی

$$y = x^2 - 2x - 1 \quad \text{داریم}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2 \times 1} = 1 \rightarrow y = (1)^2 - 2(1) - 1 = 1 - 2 - 1 = -2 \quad S(1, -2)$$

نقطه: در تابع $y = ax^2 + bx + c$ اگر ضریب x^2 یعنی a عدد مثبت باشد سهمی مانند رسم دارد (شکل سهمی باز است یعنی نمودار آن به شکل 

خطا ندارد. در این حالت عرض S را می‌توان از آن (از عرض بسته تا a سهمی بسته است

یعنی اگر ضریب x^2 یعنی عدد a مثبت باشد سهمی مانند رسم دارد (شکل سهمی باز است یعنی نمودار آن به شکل 

مثال) خصوصاً رأس سهمی همان زیر را بدست آورید و ببینید در سهمی مانند رسم دارد یا منبسط؟

$$y = x^2 - 4x - 3 \quad x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times 1} = 2 \quad S(2, -7)$$

$$y = 2^2 - 4 \times 2 - 3 = 4 - 8 - 3 = -7$$

چون ضریب x^2 مثبت است سهمی منبسط دارد.

$$\rightarrow y = -2x^2 + 5 \quad x = -\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow y = 5 \rightarrow S(0, 5)$$

چون ضریب x^2 منفی است سهمی مانند رسم دارد.

رسم نمودار سهمی: برای رسم سهمی مراحل زیر را انجام می‌دهیم (در همین توضیح نمودار هم می‌بینیم)
 نمودار سهمی

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y = 2^2 - 4 \times 2 + 1 = 4 - 8 + 1 = -3$$

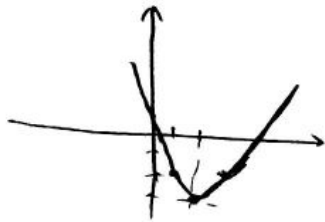
۱- ابتدا مختصات رأس سهمی را پیدا می‌کنیم:

۲- جدولی رسم می‌کنیم و طول و عرض رأس را در ستون وسط جدول، زیر هم می‌نویسیم. حال اعداد مثبت از طول رأس و یک واحد بیشتر از آن را در دو طرف رأس قرار می‌دهیم

x	1	2	3
y	-2	-3	-2

۳- عرض دو نقطه دو طرف رأس را پیدا می‌کنیم در این مثال $x=1$ و $x=3$ را در جابجایی قرار می‌دهیم تا ببینیم چه اتفاقی می‌افتد. البته این دو نقطه همیشه با هم هم‌سطحی دارند

۴- حال با توجه به علامت ضریب x^2 تشخیص می‌دهیم سهمی \max دارد یا \min . پس نقاط جدول را امتحان می‌کنیم و وصل می‌کنیم.



مثال نمودار سهمی‌های زیر را رسم کنید.

۱) $y = x^2 + 2x - 3$ ۲) $y = x^2 - 4$ ۳) $y = x^2$

حل برخورد (تلاقی) دو سهمی: فرض کنید می‌خواهیم نقطه تلاقی برخورد دو سهمی F و G را بدست آوریم. برای این مسئله گمان است معادله $F = G$ را حل کنیم. البته F و G در واقع همان ل‌های دو سهمی هستند. این ترتیب $x \geq x_1$ معانی نقاط برخورد بدست می‌آید. با جایگزینی آنها در یکی از سهمی‌ها داریم معادله بدست می‌آید.

مثال نمودارهای دو سهمی $y = x^2$ و $y = 2x^2 - 4$ درجه تقابلی پیدا می‌کنیم یا نه؟

$$2x^2 - 4 = x^2 \rightarrow 2x^2 - x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$$