



RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

<https://t.me/riazisara>



ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



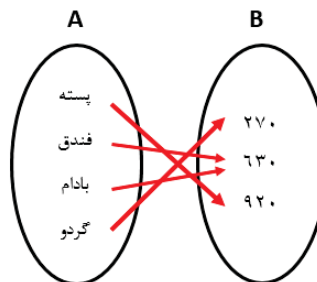
همه‌هنگی کلاس خصوصی آنلاین ریاضی ۰۹۲۲۰۶۳۳۰۶۲



مفهوم تابع: موارد زیادی در پدیده‌های اطراف ما، با یکدیگر در ارتباط هستند و با هم رابطه دارند.

مجموعه $A = \{\text{گردو، بادام، فندق، پسته}\}$ و مجموعه $B = \{۶۳۰, ۲۷۰, ۶۳۰, ۹۲۰\}$ را تعریف می‌کنیم.

نوع محصول	قیمت (تومان)
پسته	۹۲۰
فندق	۶۳۰
بادام	۶۳۰
گردو	۲۷۰



بادام و فندق هر دو دارای یک قیمت هستند (حتی ممکن بود همه دارای یک قیمت باشند). آن چیزی که در تابع بودن اهمیت دارد، این است که یک نوع محصول چند قیمت مختلف نداشته باشد به عبارت دیگر از هر عضو A ، دقیقاً یک پیکان خارج شود و به یکی از عضوهای B نظیر شود مطلب مهم در رابطه بالا، این است که بالاخره هر محصولی یک قیمتی دارد (هیچ محصولی بدون قیمت نیست) و هیچ محصولی هم نیست که دو تا قیمت داشته باشد.

رابطه: بسیاری از پدیده‌های اطراف ما به نوعی با هم ارتباط دارند مثلاً می‌توانیم به هر فرد وزن او یا قد او را نسبت دهیم وقتی رابطه از مجموعه A را به مجموعه B نسبت دهیم ممکن است عضوی از مجموعه A را به دو عضو از مجموعه B نسبت دهیم، به عنوان مثال اگر مجموعه A ، مجموعه ماه‌های سال و B مجموعه دانش آموزان کلاس شما باشد و رابطه از A به B را به صورت ماهی که دانش آموزان در آن متولد شده اند.

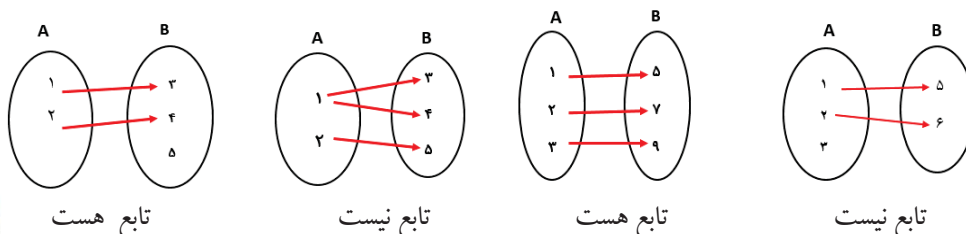
گاهی اوقات جدول یا نمودار پیکانی نداریم بلکه تابع به صورت رابطه بین دو پدیده بیان می‌شود.

رابطه افراد با تاریخ تولد آنها

رابطه افراد با ورزش انتخابی آنها

روش‌های مختلف نمایش تابع

(۱) نمایش نمودار پیکانی (نمودار ون): یک رابطه از مجموعه A به B زمانی تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک فلش خارج شود (ولی اینکه به هر عضو مجموعه B چند تا وارد می‌شود یا نمی‌شود مهم نیست).



تاکید می‌کنم در نمودار ون، مجموعه B به ما ربطی ندارد و فقط حساسیت سر مجموعه A است که دقیقاً باید یکی از آن خارج شود.







(۲) نمایش زوج مرتب: یک رابطه را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب نمایش داد. شرط آنکه این رابطه تابع باشد، آن است که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مولفه اول یکسان نباشد.


$$f = \{(1, 2), (3, 6), (7, 6)\}$$


$$g = \{(5, 3), (2, 6), (2, 7)\}$$

$$h = \left\{ (2, \sqrt{2} + 1), (3, 5), \left(2, \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \right) \right\}$$

دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) زمانی برابرند که $a = c$ و $b = d$ 

x, y را طوری بیابید که دو زوج مرتب $(x + y, 4)$ ، $(3, 6x - y)$ با هم برابر باشند. 

اگر رابطه $f = \{(5, 6), (1, 2x - y), (1, 4), (-2, x + 3y), (-2, 2)\}$ تابع باشد حاصل x, y را بیابید. 

رابطه $R = \{(y, a), (a, 2), (y, a^2), (0, 3)\}$ به ازای کدام مقدار a یک تابع است. 





(۳) نمایش جدولی:

شهر	تبریز	ساری	تهران	گرگان
دمای هوا	۳	۱۱	۵	۱۳

مؤلفه اول x	۲	۳	۵
مؤلفه دوم y	۱	۷	۲

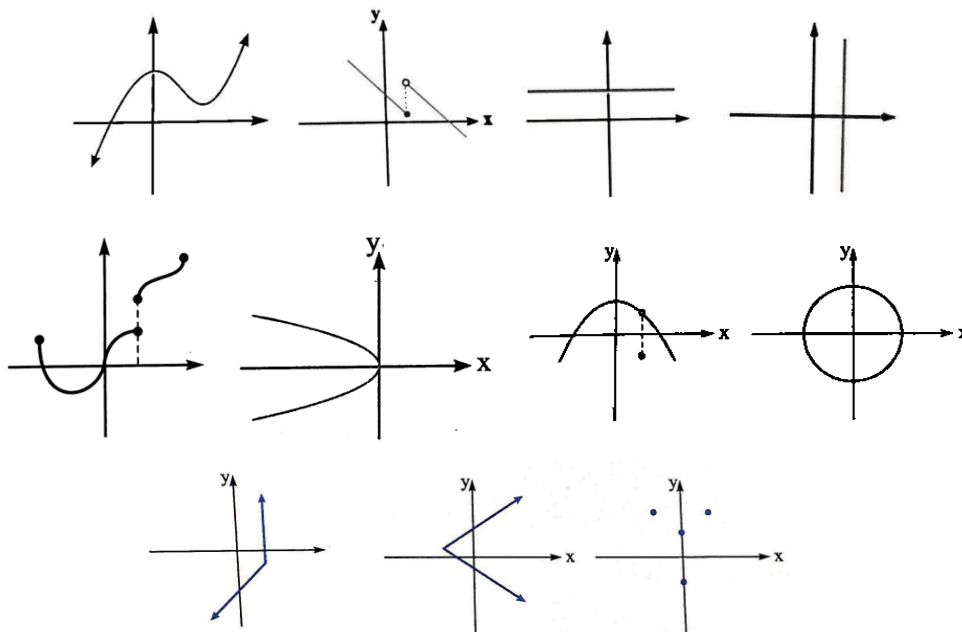
مؤلفه اول x	۲	۲	۳
مؤلفه دوم y	۶	۱	۵

اگر جدول زیر نشان دهنده یک تابع باشد حاصل $a + b$ را بیابید.

x	۲	۳	-۵	۲	$a - 1$
y	۷	$b + 1$	۲	$2a - 1$	۱

(۴) نمایش مختصاتی (نموداری): در این حالت رابطه به صورت یک شکل در دستگاه مختصات رسم می شود.

این شکل‌ها زمانی تابع هستند که هر خط موازی محورها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.





(۵) نمایش توصیفی: بعضی اوقات ورودی‌های یک رابطه را داریم و خروجی‌ها را با یک جمله ریاضی ولی به زبان فارسی بیان می‌کنیم.


رابطه‌ای که به هر کدام از اعضای مجموعه $A = \{-۲, ۳, ۵\}$ توان دوم آن را نسبت دهد.

$$f = \{(-۲, ۴)(۳, ۹)(۵, ۲۵)\}$$

(۶) نمایش جبری یا ضابطه‌ای تابع:

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$$

مثلاً در تابع $f(x) = y = x^2$, $f = \{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16)\}$ در این خصوص در آینده بیشتر بحث می‌کنیم.

کدام یک از روابط زیر یک تابع را معلوم می‌کند. 

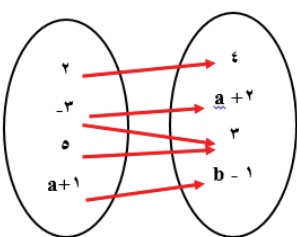
- (۱) رابطه‌ای که به ضلع مربع، مساحت آن را نسبت می‌دهد
- (۲) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه دوم آن را نسبت می‌دهد
- (۳) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد
- (۴) رابطه‌ای که به هر ساختمان، تعداد طبقات آن را نسبت می‌دهد
- (۵) رابطه‌ای که به هر ماه، تعداد روزهای آن را نسبت می‌دهد
- (۶) رابطه بین هر فرد و والدین او
- (۷) رابطه‌ای که به هر فرد، رنگ چشم او را نسبت می‌دهد
- (۸) رابطه‌ای که هر عدد صحیح را به نصف آن نسبت می‌دهد
- (۹) رابطه‌ای که ضلع مثلث متساوی الاضلاع را به محیط آن نسبت می‌دهد
- (۱۰) رابطه‌ای که به هر عدد مجذورش را نسبت می‌دهد
- (۱۱) رابطه‌ای که به هر عدد دو رقمی مثبت، مقسوم علیه آن را نسبت می‌دهد
- (۱۲) رابطه‌ای که به هر فرد شماره موبایلش را نسبت می‌دهد
- (۱۳) رابطه‌ای که به هر کشور، شهرهای توریستی‌اش را نسبت می‌دهد
- (۱۴) رابطه‌ای که به هر کشور، پایتخت آن کشور را نسبت می‌دهد






کدام یک از رابطه‌های زیر تابع است. 

- (۱) رابطه بین افراد و نام مادرشان
- (۲) رابطه بین دانش آموزان نام معلمشان
- (۳) رابطه بین هر انتشارات و اسم نویسنده‌هایش
- (۴) رابطه بین هر عدد مثبت و جذر آن
- (۵) رابطه بین هر ساعت معین در یک مکان مشخص و دمای آن مکان
- (۶) رابطه بین طول قد یک فرد و سن او
- (۷) رابطه بین هر مجموعه متناهی و تعداد عضوهای آن
- (۸) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی یک رقمی مضرب‌های طبیعی و دو رقمی آن را نسبت می‌دهد
- (۹) رابطه بین یک دانش آموز و دوستانش
- (۱۰) رابطه‌ای که هر عدد طبیعی کوچکتر از ۵ مقسوم علیه آن را نسبت می‌دهد
- (۱۱) رابطه‌ای که به هر عدد قدر مطلق آن را نسبت می‌دهد
- (۱۲) رابطه‌ای که به هر زاویه مقدار کسینوس آن زاویه را نسبت می‌دهد



اگر نمودار ون زیر یک تابع باشد a, b را حساب کنید. 

در رابطه زیر a, b را طوری بیابید که رابطه داده شده یک تابع باشد. 

$$R = \{(1, a^2), (2, 3), (a, -1), (1, a+2), (2, b-1)\}$$







مقدار a, b را طوری بیابید که روابط داده شده تابع باشند. 

$$f = \{(5, a^2 - 2a), (6, b^2 - 1), (7, -2), (5, 3), (6, 26)\}$$

$$f = \{(2, a^2 + b^2), (3, ab), (4, -1), (2, 10), (3, 4)\}$$

به ازای چند مقدار m رابطه زیر یک تابع است. 

$$\{(m, 2 - m^2), (m, m^2 + 2), (1, m^2), (1, 2 - m^2), (m + 1, m^2 + 2), (m + 1, 2 - m^2)\}$$

اگر رابطه $R = \{(2, 4^{x+y}), (-1, x^2 - y^2), (2, 64), (-1, 15)\}$ یک تابع باشد حاصل $x + y$ کدام است. 





اگر رابطه $f = \{(5, -4), (n, 4), (5, n^2 - 5n), (1, n)\}$ تابع باشد n کدام است. تابع را رسم کنید.

اگر $R = \left\{ (2n + 1, n^2), (5, 2m), (5, 4m - 1), (6 - 2m, n^2 - \frac{3n}{2}) \right\}$ تابع باشد این تابع چند زوج مرتب متمایز دارد.

اگر رابطه $R = \{(-1, 2), (5, 3x + 2y), (5, 1), (-1, 5x + 3y), (2, 7)\}$ یک تابع باشد حاصل x, y را بیابید.

اگر رابطه $R = \{(-4, 1), (-2, 1), (a + 1, 5), (a + 2, b + 1), (-2, a + 5), (1, -2), (b + 1, c)\}$ یک تابع باشد حاصل a, b, c را بیابید.





عضوهای مجموعه زوج مرتب‌های زیر را بنویسید و مشخص کنید کدام یک از آنها تابع هستند



$$A = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N}, x + 3y = 9\}$$

$$B = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x + y \leq 3\}$$

$$C = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 4\}$$



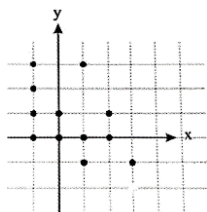


$$D = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x^2 + y^2 = 4\}$$

$$E = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N}, 2x + y \leq 7\}$$

$$F = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, (x^2 - 4)^2 + |y^2 - 3y| = 0\}$$

با حذف حداقل چند نقطه شکل زیر یک تابع می‌شود.





حداقل چند عضو از مجموعه $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{18}{1+|y|} \right\}$ حذف شود تا یک تابع باشد. ?

حداقل چند عضو از مجموعه $f = \left\{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{72}{y^2 - 1} \right\}$ حذف شود تا یک تابع باشد. ?





مجموعه‌های $A = \{a, b, c, d\}$ و $B = \{1, 2, 6\}$ مفروض است. نمودار پیکانی دو رابطه از A به B بنویسید که یکی تابع باشد و دیگری تابع نباشد. ?

اگر $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{1, 2\}$ باشد چند رابطه از A به B می‌توان تعریف کرد. ?

اگر R رابطه‌ای باشد که به هر عدد طبیعی کمتر از ۷ مقسوم علیه‌های آن را نسبت دهد. ?

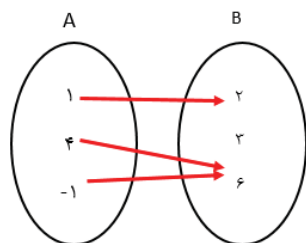




دامنه و برد توابع:

تابع از ۲ جز مهم به نام دامنه (ورودی تابع) و برد (خروجی تابع) تشکیل شده است. روش‌های مختلف نمایش دامنه و برد:

(۱) نمودار پیکانی:



$$\text{دامنه } D = \{1, 4, -1\}$$

$$\text{هم دامنه } B = \{2, 3, 6\}$$

$$\text{برد } R = \{2, 6\}$$

برد زیر مجموعه هم دامنه است.

۲- جدول:

x	۱	۳	۶
y	۲	۵	-۱

$$D = \{1, 3, 6\}$$

$$R = \{2, 5, -1\}$$

۳- زوج مرتب

$$f = \{(2, 1), (3, 4), (5, 4)\}$$

$$D_f = \{2, 3, 5\} \quad R_f = \{1, 4\}$$

۴- نمودار مختصاتی:

(الف) برای به دست آوردن دامنه تابع نمودار را روی محور X ها تصویر می‌کنیم محدوده X دامنه تابع است.

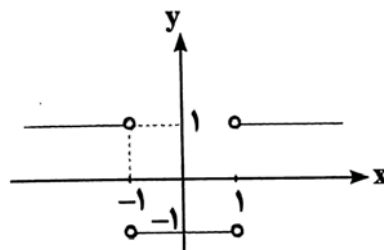
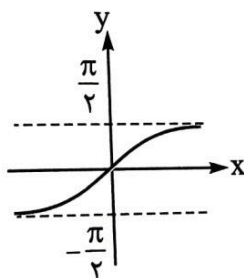
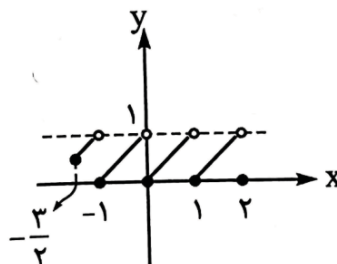
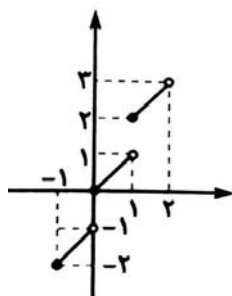
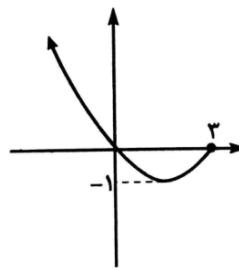
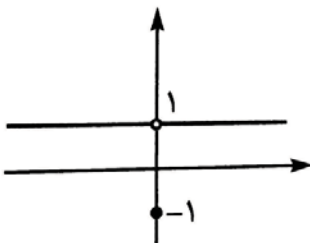
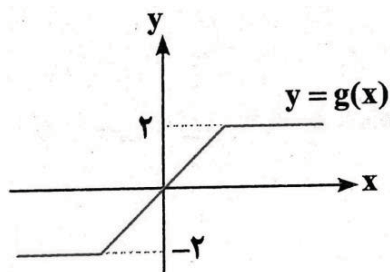
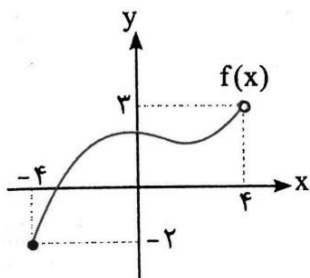
(ب) برای به دست آوردن برد تابع نمودار را روی محور Y تصویر می‌کنیم محدوده Y برد تابع است.





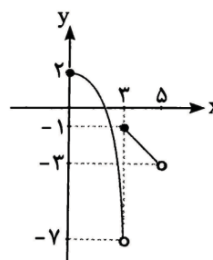
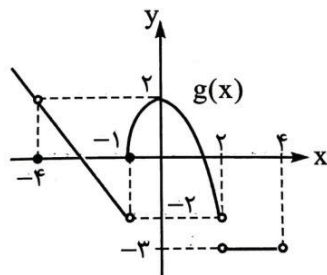
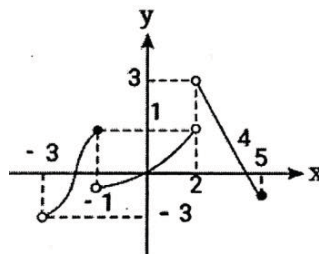
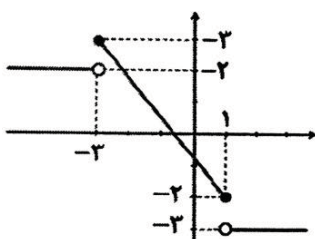
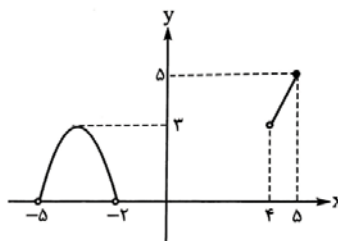
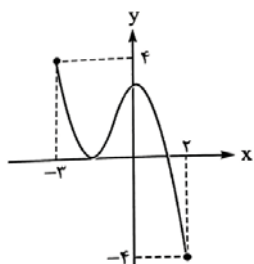
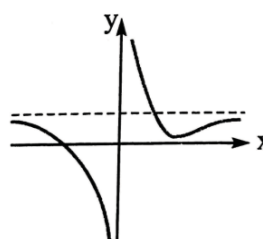
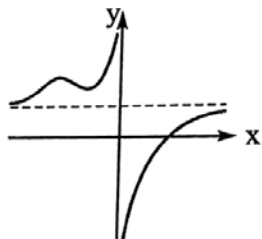
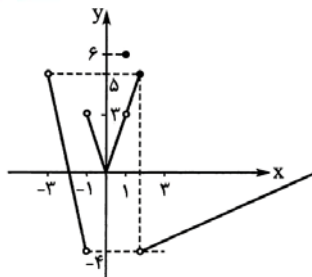
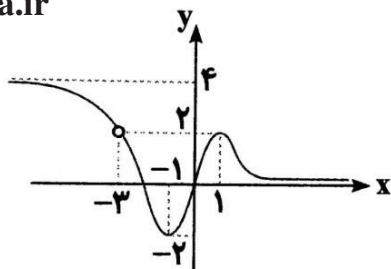
تابع
دهم

با توجه به نمودارهای زیر دامنه و برد توابع را بیابید. ?





تابع
دهم





تابعی مثال بنویس که :

(۱) دامنه و برد آن سه عضو داشته باشد

(۲) دامنه آن چهار عضو و برد آن سه عضو داشته باشد

(۳) برد آن فقط یک عضو داشته باشد

(۴) دامنه آن فقط یک عضو داشته باشد

(۵) دامنه آن نامتناهی و برد آن متناهی باشد

(۶) دامنه و برد آن نامتناهی باشد

در هر قسمت تابعی با شرایط زیر بنویسید:

(۱) دامنه آن فقط ۳ عضو داشته باشد (با نمودار پیکانی)

(۲) تعداد اعضای دامنه و برد برابر باشد (با فرم جدولی)


(۳) همه اعداد طبیعی را به عدد ۳ نسبت دهد (نمایش جبری)


(۴) همه اعداد طبیعی را به قرینه آنها نسبت دهد (نمایش جبری)


سه تابع مختلف رسم کنید که دامنه آنها $[-2, 2]$ و برد آنها $[0, 4]$ باشد.





دو تابع مثال بزنید که دامنه و برد آنها یکی باشد ولی هیچ دو زوج مرتب مشترکی نداشته باشند (دامنه ۴ عضو) 

همیشه تعداد اعضای دامنه از تعداد اعضای برد بزرگتر یا مساوی اند امکان ندارد تعداد اعضای برد از دامنه بیشتر باشد. 

اگر $A = \{1, 2, 3\}$ دامنه تابع باشد تعداد اعضای برد f را بررسی کنید. 

چند مورد از موارد زیر امکان پذیر است 

(۱) دامنه ۳ عضوی و برد ۵ عضوی

(۲) دامنه ۵ عضوی و برد نامتناهی

(۳) برد یک عضوی و دامنه ۳۰۰ عضوی

(۴) دامنه تک عضوی

(۵) دامنه و برد نامتناهی

(۶) دامنه اعداد طبیعی و برد اعداد حسابی

(۷) دامنه و برد هر دو نامتناهی

(۸) دامنه (۳, ۵) و برد $[-3, 50]$





؟ کدام جمله درست یا نادرست است.

- ۱) اگر دامنه تابع متناهی باشد برد آن هم متناهی است
- ۲) اگر دامنه تابع متناهی باشد بردش نامتناهی است
- ۳) اگر دامنه تابع نامتناهی باشد برد هم نامتناهی است
- ۴) اگر دامنه تابع نامتناهی باشد بردش متناهی است
- ۵) تابعی به صورت زوج مرتب داریم که تعداد اعضای دامنه اش از بردش بیشتر باشد

؟ دامنه یک تابع $3x - 22$ و برد آن $x + 2$ عضو دارد x چند مقدار صحیح دارد.

؟ تابع f تعداد اضلاع چند ضلعی را به تعداد قطرهای آن نسبت می دهد تابع را به صورت زوج مرتب بنویسید و ضابطه جبری تابع را بنویسید.

؟ نمودار تابعی رسم کنید با دامنه $[-1, 2]$ و برد $[-3, 2]$ این مسئله چند جواب دارد.





ضابطه یا نمایش جبری تابع: ضابطه تابع را با نماد $f(x)$ نمایش می‌دهند به رابطه یا قانون بین اعضای دامنه و برد تابع f ضابطه می‌گویند.

خروجی برد $y = f(x)$ → f → ورودی x ماشین تابع

رسالت توابع زیر را بگویید. ?

$$f(x) = x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = \frac{1}{x} - 1$$

$$f(x) = \sqrt{x}$$

مقدار دهی به تابع:

? اگر $f(x) = 3x + \sqrt{x}$ باشد حاصل هر یک را بیابید.

$$f(9) =$$

$$f(f(1)) =$$

? با توجه به اینکه $f = \{(1, -1), (3, -2), (5, 4), (-1, 3)\}$ حاصل $f(f(1)) - f(f(-1))$ را بیابید.

? تابع $f = \{(1, 2), (3, 4), (5, 7), (7, 8)\}$ و $f(f(x)) = 8$ مقدار x را بیابید.


? اگر f یک تابع و $f(3) = -1$ و $f(2) = 5$ و $f(1) = 2$ تابع را به صورت زوج مرتب بنویسید.






نمایش فرم کامل تابع


$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$$

تابع $f: \{-1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$ را به صورت زوج مرتب بنویسید. 

$$f(x) = 2x + 3$$

برد تابع $f: \{2, -1\} \rightarrow B$ کدام است. 

$$f(x) = 2x - 3$$

در هر یک از توابع زیر مقادیر خواسته شده را بیابید. 

$$f(x) = x^2 + 3x \Rightarrow f(5) =$$


$$f(x) = x^2 + 2x - 1 \Rightarrow f(\sqrt{2} - 1) =$$

$$f(x) = x^2 - 6x^2 + 12x - 1 \Rightarrow f(\sqrt[3]{2} + 2) =$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 8x + 1}{x^2 + 8x - 3} \Rightarrow f(\sqrt{5} - 4) =$$






اگر $f = \{(0, 2), (4, 3), (-1, 4)\}$ و $g = \{(4, 5), (0, 1), (2, 3)\}$ آنگاه حاصل عبارات زیر را بیابید. 

$$f(4) \times g(2) =$$


$$g(2f(0)) =$$


$$g(\sqrt{f(-1)}) =$$


اگر $f(x) = x^2 - 4x + 1$ حاصل عبارات زیر را بیابید. 

$$f(x-1) =$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

اگر $f(3x - 2x^2) = 4x^2 - 6x + 8$ باشد حاصل $f(-5)$ را بیابید. 

اگر $f\left(\frac{2x-1}{x+3}\right) = x - 2|x|$ باشد حاصل $f(1)$ را بیابید. 

اگر $f(2x) = 3 - f(5) - 2x$ مقدار $f(8)$ کدام است. 





در هر مورد ضابطه تابع $f(x)$ را بیابید



$$f(x) + 3f(-x) = 5x - 1$$

$$f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = \sqrt{x}$$

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^r + \frac{1}{x^r} + x^r + \frac{1}{x^r} + 7$$

$$f(\sin x \cos x) = \tan x + \cot x$$

$$f(x^r + x) = x^r + 2x^r + x^r + 5$$

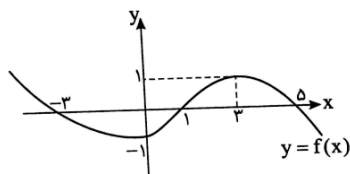
اگر $f(\tan x) = \frac{2 \sin x - \cos x}{\sin x + 3 \cos x}$ مقدار $f(5)$ کدام است.



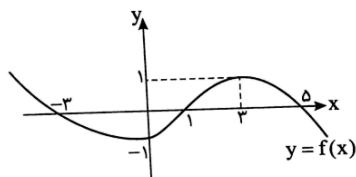


تابع
دهم

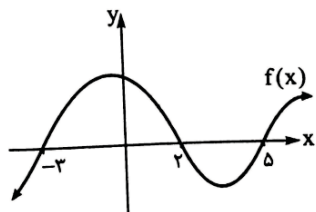
معادله $f(x) = \frac{1}{2}$ ، $f(x) = 2$ و $f(x) = 0$ چند ریشه دارد.



نمودار $y = f(x)$ داده شده مجموع جواب‌های معادله $f(f(2x-1)) = -1$ را بیابید.



با توجه به نمودار نامعادله‌های $f(x) > 0$ و $f(x) \leq 0$ و $xf(x) < 0$ حل کنید.



اگر $f(\sqrt{x}) = 2x - \sqrt{x} + 1$ حاصل $f(3)$ کدام است.



اگر $f(x-3) = x^2 - 4x + 5$ باشد، حاصل $f(1-x)$ کدام است.



$x^2 - 4x + 5$ (۴)

$x^2 + 4x + 5$ (۳)

$x^2 + 3$ (۲)


$x^2 + 1$ (۱)

اگر $f\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 4x + \frac{4}{x} - 1$ مقدار $f(3)$ را بیابید.








مدل سازی در توابع ریاضی: در این قسمت نوشتن ضابطه تابع وظیفه ماست.

طول یک مستطیل ۵ واحد از عرض آن بیشتر است مساحت این مستطیل را بر حسب طول بیابید. 

مساحت دایره را به عنوان تابعی از محیط آن بنویسید و برعکس. 


مثلثی ساخته ایم که طول دو ضلع آن ۳ و ۴ است و زاویه بین آنها α است تابع مساحت مثلث را بر حسب α بنویسید. 

در مثلث‌های قائم الزاویه‌ای که مساحت آنها ۶ سانتی متر مربع است، طول وتر را به عنوان تابعی از یک ضلع قائمه بنویسید. 


یک تانکر آب از یک استوانه و دو نیمکره به شعاع r در دو انتهای استوانه ساخته شده اگر ارتفاع استوانه ۸ متر باشد حجم تانکر را به صورت تابعی از r بنویسید. 

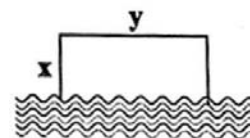






اگر مساحت یک مثلث متساوی الاضلاع S باشد تابعی بنویسید که S را به ضلع مثلث وابسته کند، محیط مثلث را بر حسب مساحت بیابید. 


محیط یک مثلث قائم الزاویه ۱۰ سانتی متر است مساحت مثلث را به صورت تابعی بر حسب وتر بنویسید. 

با یک طناب به طول ۲۰ متر در کنار یک رودخانه زمینی به شکل مستطیل جدا کردیم مساحت مستطیل را بر حسب عرض آن بیابید. 



خطی با شیب منفی که از نقطه $(۳, ۲)$ می گذرد با محورهای مختصات در ناحیه اول یک مثلث قائم الزاویه می سازد مساحت مثلث را به صورت تابعی از طول از مبدا خط بیابید. 

مساحت کل یک نیمکره را به صورت تابعی بر حسب حجم آن بنویسید. 

در یک استوانه مجموع ارتفاع و دو برابر شعاع قاعده برابر ۱۰ است تابعی بنویسید که حجم استوانه را بر حسب شعاع قاعده بیان کند. 





انواع توابع:

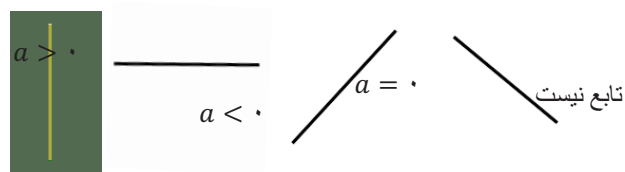
(۱) توابع چند جمله‌ای: $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots$

$a, b, c \in R$

$f(x) = 3x^5 + \sqrt{2}x + \frac{1}{5}$ $f(x) = x^5 + 3x^2 + 7x^2$

دامنه این توابع همیشه \mathbb{R} است

(۲) تابع خطی: به تابع $f(x) = ax + b$ تابع خطی می‌گوییم a شیب خط و b عرض از مبدا خط است.



? اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(3) = 7$ و $f(7) = 19$ باشد نمایش جبری تابع را بنویسید حاصل $f(10)$ را بیابید و نمودار آن را رسم کنید.

? اگر $f(x) = 4 - 5x$ با دامنه $[a, b]$ و برد $[5, 19]$ باشد، مقدار ab را بیابید.

? اگر تابع $f(x) = (x-1)^2 + ax^2 + b$ خطی باشد و $f(2) = 4$ حاصل $f(5)$ را بیابید.





اگر تابعی خطی باشد و از نقاط $(1, 7)$ و $(-3, -1)$ عبور کند حاصل $f(5)$ را بیابید.



چند تابع خطی با دامنه $[-1, 3]$ و برد $[1, 4]$ وجود دارد.



در تابع خطی f رابطه $f(x+1) - f(2x+1) = 2$ برقرار است اگر $f(2) = 1$ حاصل $f(-1) + f(5)$ را بیابید.




اگر برد تابع خطی $f(x) = 3x + 2$ بازه $[-4, 17]$ باشد دامنه این را بیابید.



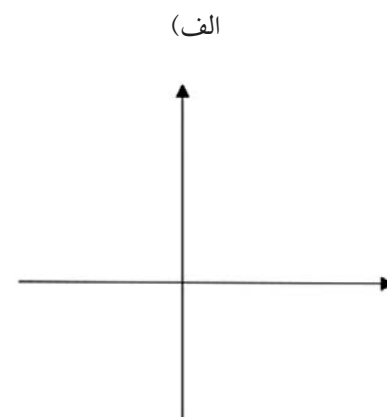
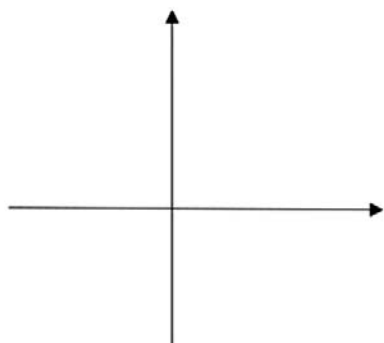
در تابع خطی $f(x) = (a+b)x^r - (2a-b+3)x^r + 2ax - b + 3$ حاصل $f(3)$ را بیابید.



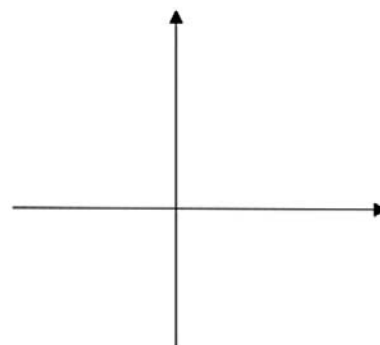
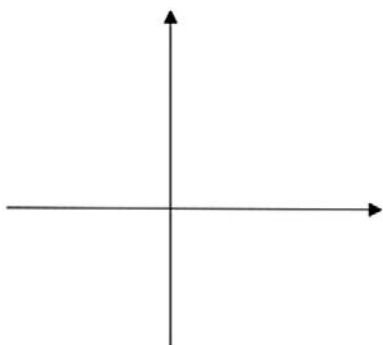



تابع خطی $f(x) = 2x - 1$ را با دامنه‌های زیر رسم کنید. 

(الف) \mathbb{R} (ب) $(-2, 3]$

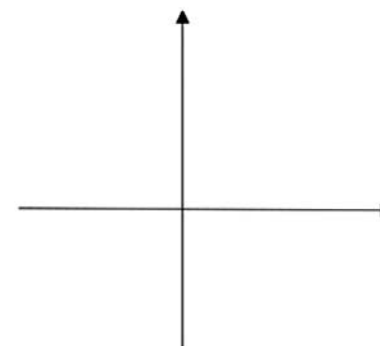
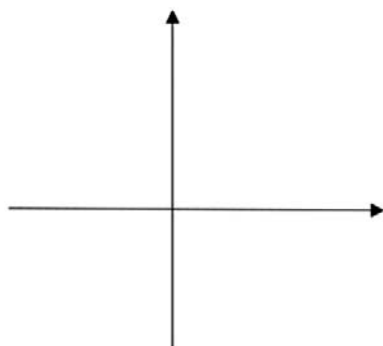


(ج) $\{-1, 2, 3\}$ (د) $[2, +\infty)$



تابع خطی $f(x) = x + 2$ را با بردهای زیر رسم کنید. 

(الف) $\{2, 3\}$ (ب) $(-1, 2)$





؟ برای اندازه گیری دما از واحدهای سانتیگراد و فارنهایت استفاده می شود با رابطه خطی $F = \frac{9}{5}C + 32$ به هم

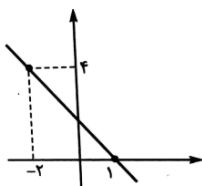
وابسته اند.

الف) منفی ۲۰ درجه سانتیگراد چند درجه فارنهایت است.

ب) ۱۰۴ درجه فارنهایت چند سانتیگراد است.

پ) معادله ای بنویسید که سانتیگراد را بر حسب فارنهایت بیان کند.

؟ ضابطه تابع خطی زیر را بنویسید.



؟ تابع خطی $y = 13 - x$ در دو نقطه به طول های ۲ و ۸ با سهمی $y = -\frac{1}{3}x + ax + b$ متقاطع اند مختصات راس

سهمی را بیابید.

؟ اگر f یک تابع خطی افزایشی باشد و $f(f(x)) = 9x + 4$ باشد حاصل $f(6)$ کدام است.





تاکسی متر یک تاکسی بدین صورت کار می کند که مبلغ ۲۰۰ تومان ورودی گرفته و هر یک کیلومتر که تاکسی طی می کند مبلغ ۷۵ تومان کرایه در نظر می گیرد.

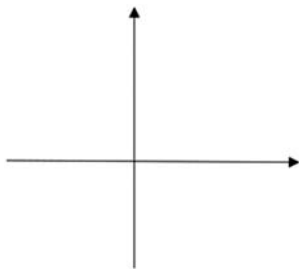
الف) جدول زیر را تکمیل کنید و رابطه خطی بین کیلومتر طی شده و مبلغ کرایه را بیابید.

x (km)					
y کرایه					

ب) اگر تاکسی برای رسیدن به مقصد یک مسافر ۲۷ کیلومتر طی کند کرایه مسافر چقدر می شود.

ج) با ۱۸۰۰ تومان حدوداً چه مسافتی می توان با تاکسی طی کرد.

د) نمودار تابع را رسم کرده و دامنه آن را بیابید.

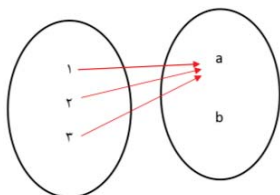


اگر تابع $f = \{(-1, 2), (2, -5), (b, -b+1), (a, 2b-1)\}$ خطی باشد، مقدار a, b را بیابید.

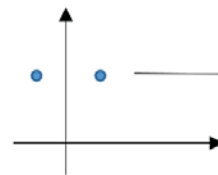
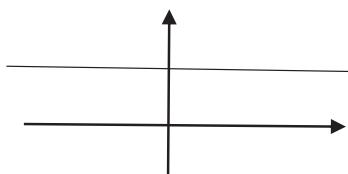


تابع ثابت: تابع را ثابت می‌گوییم هرگاه برد آن شامل یک عضو باشد.

$$f = \{(2, 3)(5, 3)(6, 3)\}$$



$$f(x) = c$$



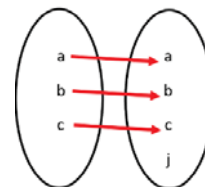
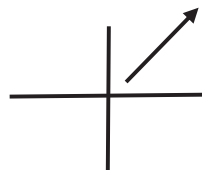
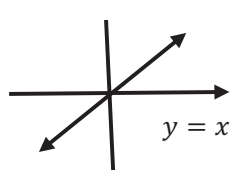
تابع ثابت نوعی از توابع خطی است که $a = 0$

$$f(x) = 5$$

تابع همانی: تابع f را همانی می‌گوییم هرگاه هر عضو دامنه f دقیقاً به همان عضو در برد تابع نزدیک شود نمودار آن نیمساز ربع اول و سوم یا بخشی از آن است.

$$f(x) = x$$

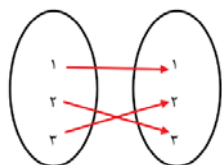
$$f(x) = \{(2, 2)(5, 5)(\sqrt{2}, \sqrt{2})\}$$



تابع همانی نوعی از توابع خطی است که $a = 1$ و $b = 0$

در تابع همانی همیشه دامنه و برد با هم برابرند ولی هر تابعی که دامنه


و برد برابر دارد لزوماً همانی نیست.



در تابع همانی f ، $D_f = \{1, 5, a\}$ و $R_f = \{b, 1, 8\}$ است حاصل a, b را بیابید. ?

اگر f تابعی ثابت باشد و $f(2) = a + 3$ و $f(5) = 2a - 1$ حاصل $f(-3)$ کدام است. ?




در هر مورد مقادیر a, b, c را طوری بیابید که تابع f تابع ثابت باشد. 

$$f = \{(3, 2), (6, c-1), (-1, a+3b), (2, 2a-b)\} \text{ (الف)}$$

$$f(x) = (a-1)x^2 + x^2 - 2bx + cx^2 + 4x + 2 \text{ (ب)}$$

$$f = \{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a+1-2b), (5, c-2)\} \text{ (ج)}$$

در هر مورد مقادیر a, b, c را چنان بیابید که تابع همانی باشد. 

$$f = \{(a, 3), (4, a-b), (c-2, a+b)\} \text{ (الف)}$$

$$f(x) = ax^2 + (a+b-4)x + c + b - 2a \text{ (ب)}$$

$$f(x) = \frac{4x^2 - ax + c + 1}{bx + 3} \text{ (ج)}$$

$$f = \{(a+b, 1), (2, a+c), (b+c, 3), (6, 6)\} \text{ (د)}$$





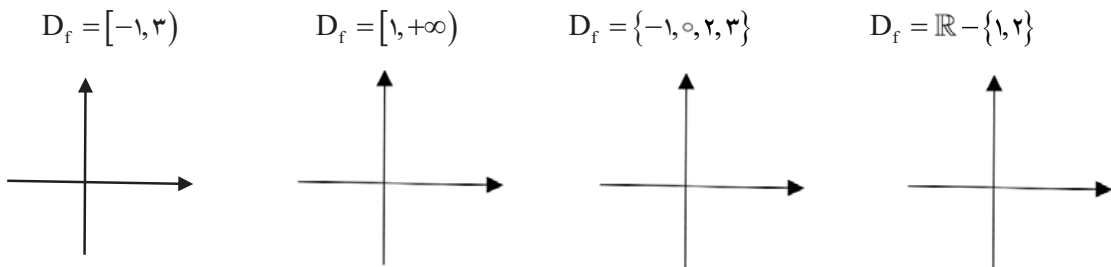
تابع
دهم

اگر برد تابع ثابت f برابر با مجموعه $R_f = \{5, a+1\}$ و زوج مرتب‌های $(3, 2b-1)$ و $(6, b+c)$ عضو f باشد a, b, c را بیابید.

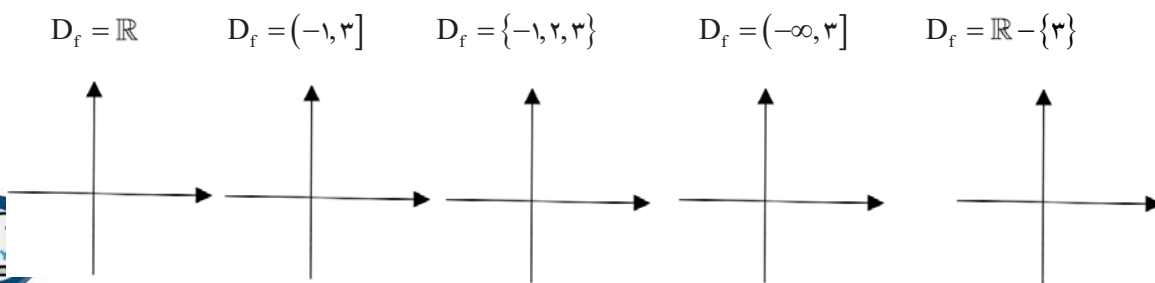
در تابع ثابت f حاصل $2f(a+b) - f(a) - f(b)$ را بیابید.

اگر f تابعی ثابت و g تابعی همانی باشد و رابطه $\frac{g(3)+f(g(1))}{f(g(5))-1} = 2$ باشد حاصل $\frac{g(3)}{f(5)}$ کدام است.
($D_f = D_g = \mathbb{R}$)

f تابع همانی با دامنه‌های زیر رسم کنید.



تابع ثابت $f(x) = 2$ را با دامنه‌های زیر رسم کنید.





اگر $f(x) = (a-b)x + c + 3$ همانی و $g(x) = (a+b)x - 2a$ تابع تابعی ثابت باشد مقدار $f(a) + g(b)$ را بیابید.



اگر $f(x) = \frac{(a-5)x + 3}{3x - 2}$ تابعی ثابت است مقدار a را بیابید.



در تابع همانی f اگر $f(5-2m) = 3m + 12$ باشد حاصل $f(5m+1)$ را بیابید.



اگر f همانی و g ثابت باشد و $\frac{f(2)g(2)}{f^2(\sqrt{2}) + g(\sqrt{3})} = 1$ حاصل $\frac{f(4) + g(4)}{g(1) + 1}$ را بیابید.




اگر $f = \{(3, n^2 - 2n)(m, 8)(2n - 5, t)(4, 3m + 2)\}$ یک تابع ثابت سه عضوی باشد حاصل $m + n + t$ را





بیابید.





اگر $f(x) = \frac{2x^2 + 3x + cx + d}{ax^2 + bx - 1}$ تابع همانی باشد حاصل a, b, c, d را بیابید. 


اگر $f = \{(n^2 + 2n, 8)(n + 3, k)(m + 7, t)\}$ یک تابع همانی با دامنه دو عضوی باشد و $m, n \in \mathbb{N}$ مقدار $m + t + k + n$ را بیابید. 

آیا توابع زیر ثابت هستند. 

$$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$f(x) = \tan x \cot x$$

$$f(x) = (\sin^2 x)(2 + \tan^2 x + \cot^2 x) \cos^2 x$$

اگر $f(x) = (a - c)x^2 + (a - b)x + 3x - 4 + b$ تابع همانی است مقدار $\frac{f(a) + f(b)}{f(a + c)}$ را بیابید. 





توابع زیر را رسم کنید. ?

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$$

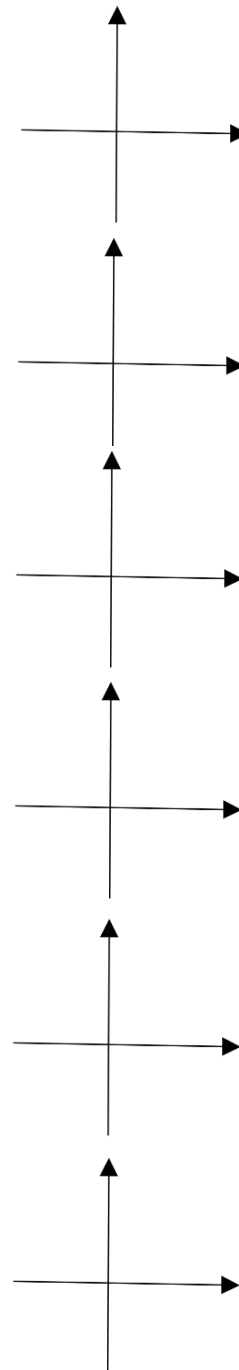
$$f(x) = \frac{x^2}{x}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 + 1}$$

$$f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 4}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$f(x) = \frac{4x - 2}{2x - 1}$$




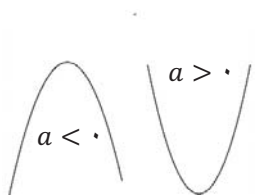



تابع درجه ۲ (سهمی)


$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$


در فصل قبل با این تابع آشنا شدید.

دامنه این تابع \mathbb{R} و برد این تابع $\left[-\frac{\Delta}{4a}, +\infty\right)$ یا $\left(-\infty, \frac{\Delta}{4a}\right]$ است. 



ضابطه یک تابع درجه ۲ را بیابید که از نقاط $(۱, ۴)$ $(-۳, ۱۶)$ $(۲, ۱۱)$ عبور کند سپس حاصل $f(-۲)$ را بیابید. 

برد تابع $f(x) = x^2 - 4x$ را با دامنه $[۰, ۵]$ بیابید. 

برد تابع $f(x) = \sqrt{۸ + ۲x - x^2}$ را بیابید. 





تابع چند ضابطه‌ای (قطعه‌ای): دامنه این توابع شامل چند بخش است و هر بخش ضابطه متفاوتی دارد.

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \in D_1 \\ f_2(x) & x \in D_2 \\ \vdots & \vdots \\ f_n(x) & x \in D_n \end{cases} \quad D_1 \cap \dots \cap D_n = \emptyset$$

برای محاسبه دامنه و برد توابع چند ضابطه‌ای باید اجتماع بگیریم.

اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 8x & x \geq 2 \\ x + 2 & x < 2 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارات زیر را بیابید.

$f(3) =$

$f(2) =$

$f(1) =$

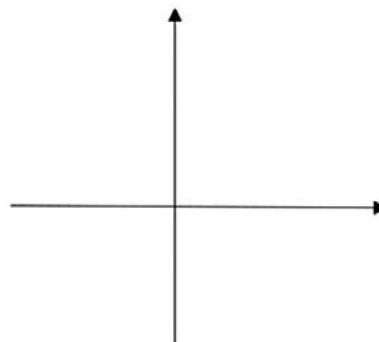
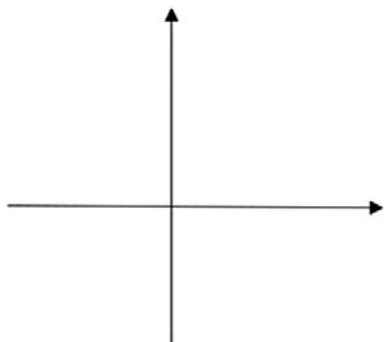
$f(f(1)) =$

رسم توابع چند ضابطه: ابتدا مرزها تعیین شود و هر تابع در دامنه خودش نصب شود

نمودار توابع زیر را رسم و دامنه و برد را تعیین کنید.

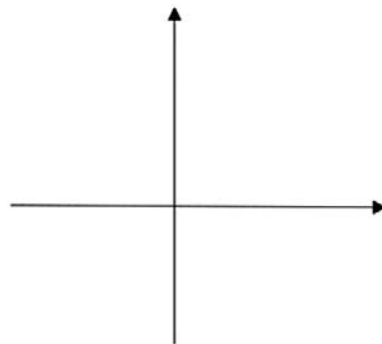
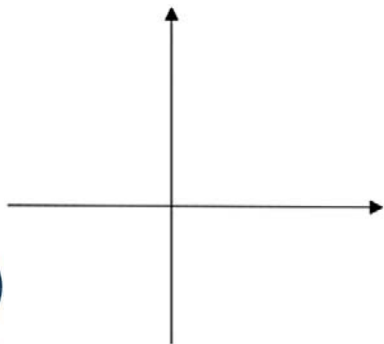
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x - 1 & x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x > 0 \\ 1 - x & x \leq 0 \end{cases}$$



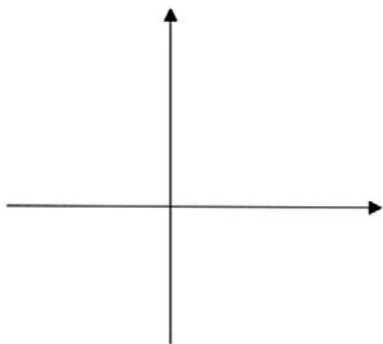
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 0 \\ 1 - x^2 & x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3 & x > 1 \\ x - 2 & x \leq 1 \end{cases}$$

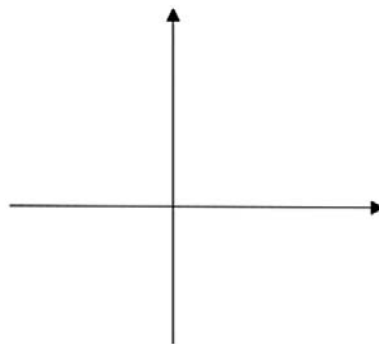




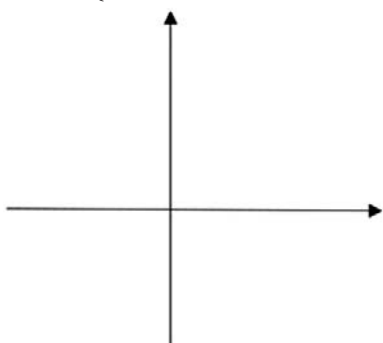
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x+1 & x > 0 \end{cases}$$



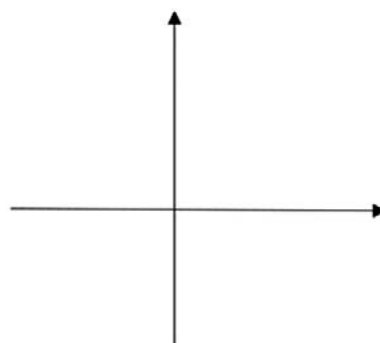
$$f(x) = \begin{cases} 3 & x > 2 \\ 1 & 0 < x \leq 1 \\ -1 & x \leq -1 \end{cases}$$



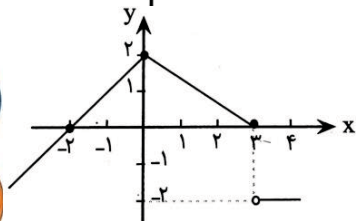
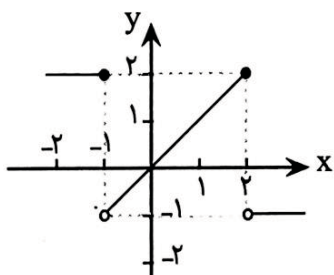
$$f(x) = \begin{cases} 2+3x & -2 < x \leq 0 \\ \frac{1}{3}x+1 & 0 < x \leq 3 \\ x^2-4 & x > 3 \end{cases}$$

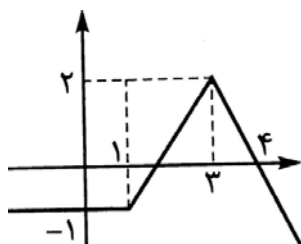
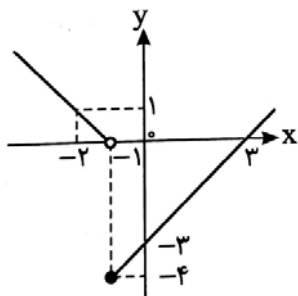
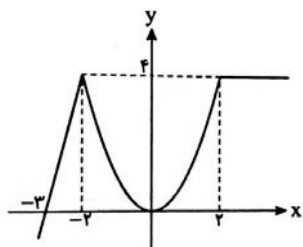



$$f(x) = \begin{cases} 2+x & x \leq -1 \\ 2x-x^2 & 0 < x < 2 \\ 2 & x \geq 2 \end{cases}$$



با توجه به شکل‌های زیر ضابطه تابع به همراه دامنه برد را مشخص کنید. ?

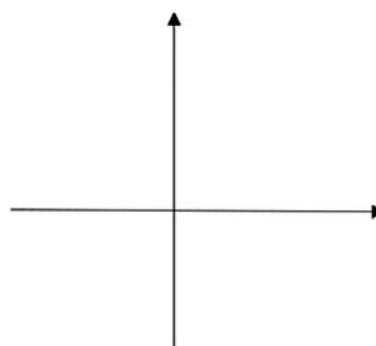
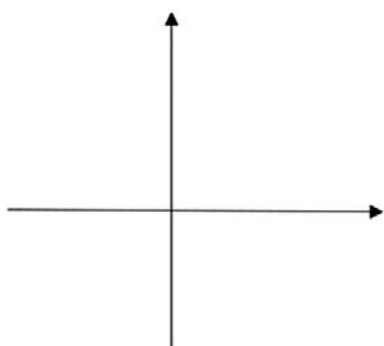




توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد را بیابید. 

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x \in \mathbb{Z} \\ 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

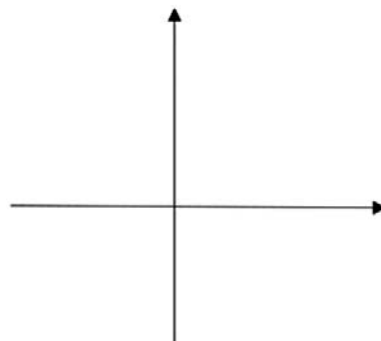
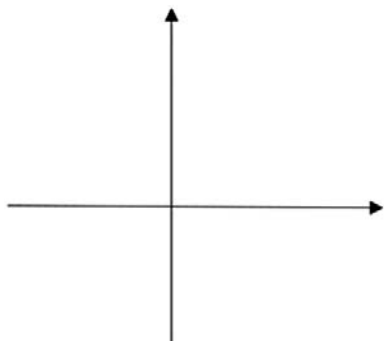
$$f(x) = \begin{cases} 2 & |x| < 1 \\ x+2 & |x| \geq 1 \end{cases}$$





$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x^2 - 2x \leq 0 \\ -1 & |x| > 3 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x > 1 \\ 2 & x \leq 0 \end{cases}$$



اگر $f(x) = \begin{cases} 2x+a & x \geq 1 \\ 3x+2a & x \leq 1 \end{cases}$ یک تابع باشد حاصل $f(5)$ را بیابید.

اگر $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ \sqrt{-x} & x \leq 0 \end{cases}$ حاصل $f(f(f(-81)))$ را بیابید.

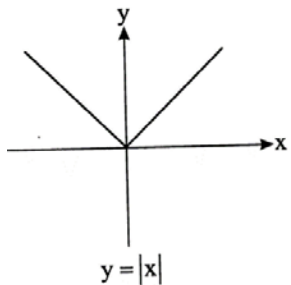
اگر $f(x) = \begin{cases} 2x & x \notin \mathbb{Z} \\ -3x^2 & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ حاصل $f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ را بیابید.

اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 1 \\ \frac{1}{x} & x < 1 \end{cases}$ جواب‌های معادله $f(x) = 2$ را بیابید.





تابع
دهم



$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

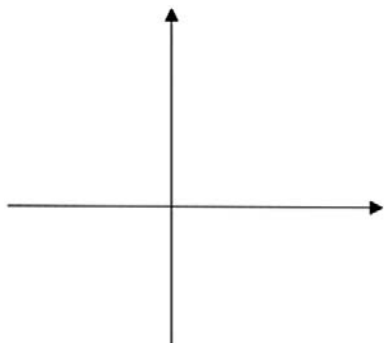
تابع قدر مطلق

روش کلی برای رسم توابع شامل قدر مطلق تعیین علامت به ازای ریشه‌های داخل قدر مطلق و حذف قدر مطلق

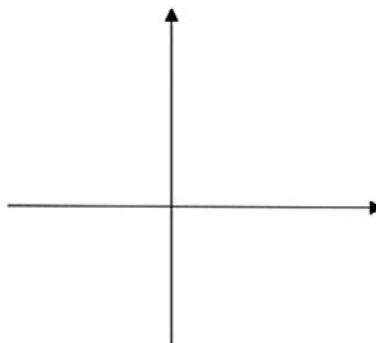


نمودار توابع زیر را رسم کنید.

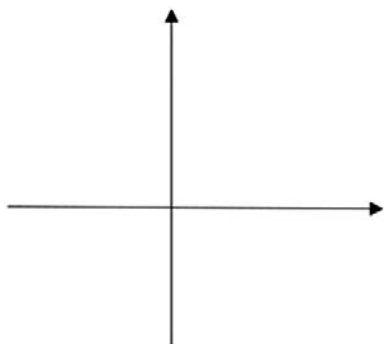
$$y = x|x|$$



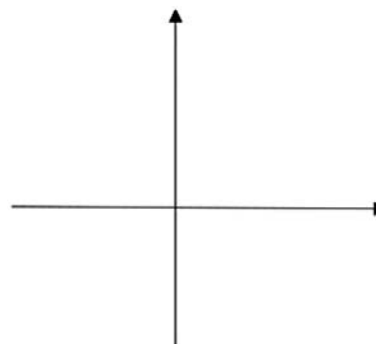
$$y = x + |x|$$



$$y = x - |x| + 1$$



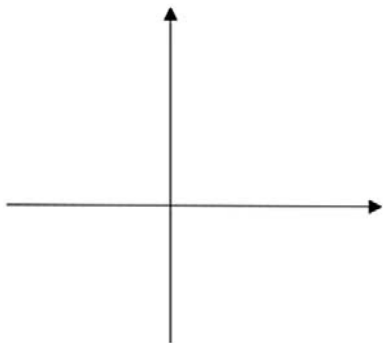
$$y = \frac{|x|}{x}$$



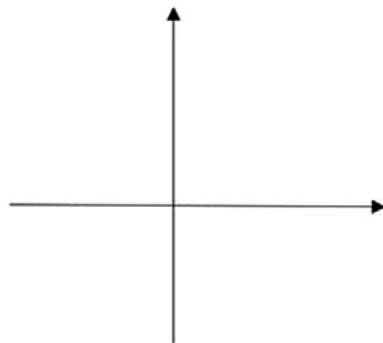


تابع
دهم

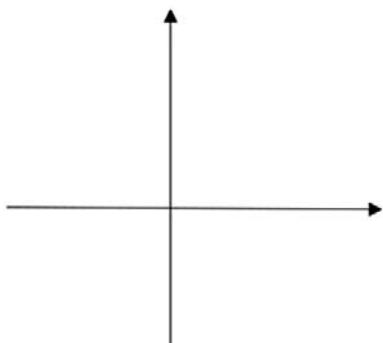
$$y = |x|(x - 4)$$



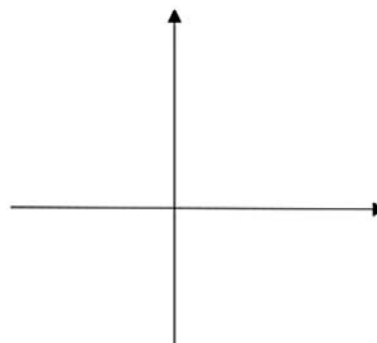
$$y = x \left(x + \frac{2}{|x|} \right)$$



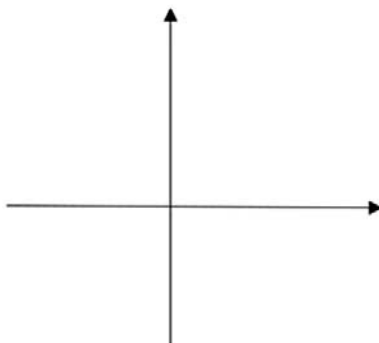
$$y = x \left(|x| + \frac{2}{|x|} \right)$$



$$f(x) = |x - 1| + 2x$$



$$y = |x - 1| + |x + 2|$$





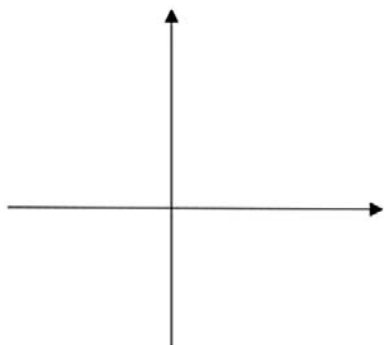
تابع زیر را به صورت بدون قدر مطلق بنویسید



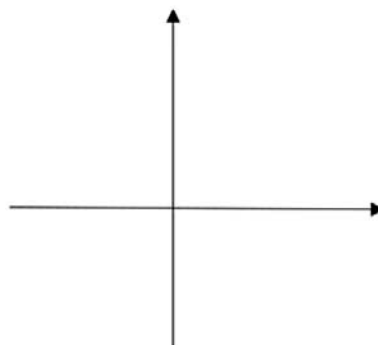
$$f(x) = |2x - 6| + 3x - 1$$

رسم سریع

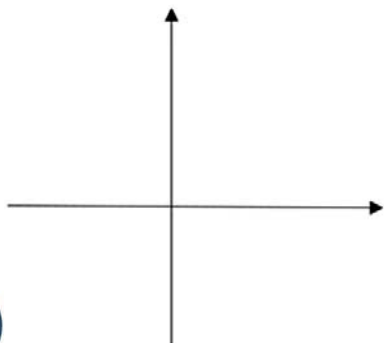
$$y = |2x - 4|$$



$$y = |ax + b|$$



$$y = \left| \frac{1}{3}x - 1 \right|$$





تبدیل توابع

الف) انتقال توابع

عمودی $y = f(x) \pm k$: نمودار f به اندازه k واحد بالا یا پایین می‌رود.

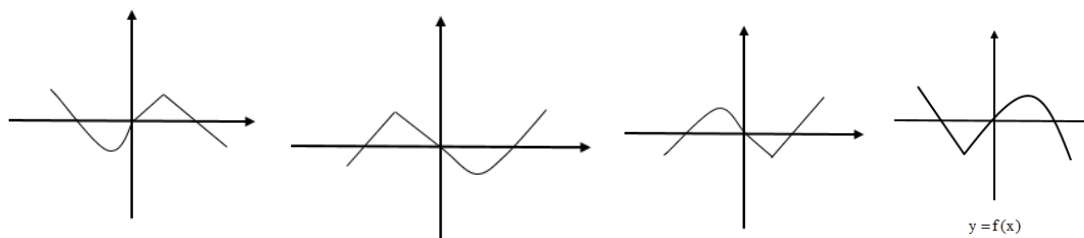
افقی: $y = f(x \pm k)$: نمودار f به اندازه k واحد به راست یا چپ می‌رود.

ب) انبساط و انقباض

عمودی: $y = kf(x)$: عرض‌ها k برابر می‌شوند.

افقی: $y = f(kx)$: طول‌ها $\frac{1}{k}$ برابر می‌شوند.

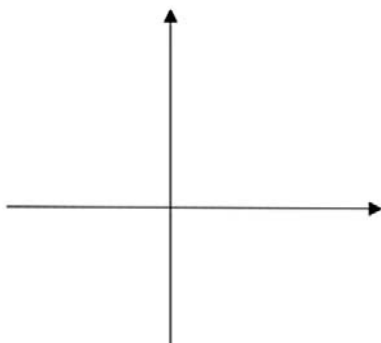
انعکاس (قرینه):



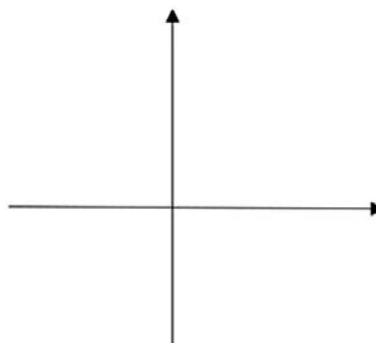
نمودار توابع زیر را با انتقال رسم کنید و دامنه و برد را تعیین کنید.



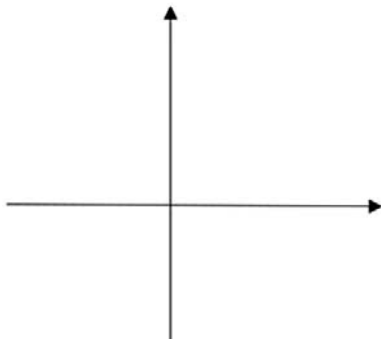
$$y = -|x| + 3$$



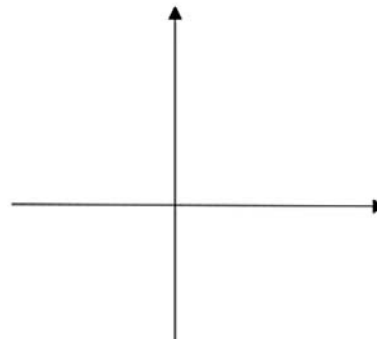
$$y = |x - 1| + 2$$



$$y = 3 - (x - 1)^2$$

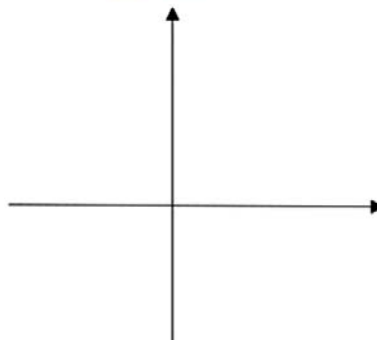


$$y = (x + 1)^2 - 1$$



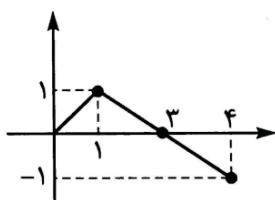


$$y = \begin{cases} (x-1)^2 & x > 0 \\ |x+1| - 2 & x < 0 \end{cases}$$



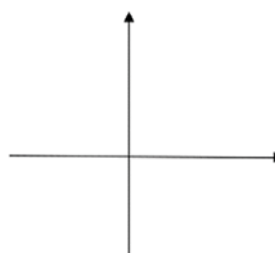
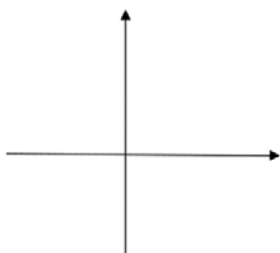
برای رسم تابع $g(x) = x^2 + 4x + 3$ از روی $f(x) = x^2$ کدام مراحل لازم است.

نمودار تابع f داده شده نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.



$$y = f(x+1) - 2$$

$$y = -f(x) + 1$$



الف) برای رسم نمودار تابع $f(x) = 3 - x^2$ کفایت نمودار $y = x^2$ نسبت به محور قرینه کنیم سپس در امتداد محور نمودار تابع را ۳ واحد به سمت انتقال دهیم.

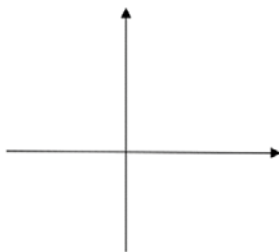
ب) برای رسم نمودار $f(x) = x^2 - 4x + 7$ کفایت نمودار $y = x^2$ را در امتداد محورها واحد به سمت و در امتداد محورها واحد به سمت انتقال دهیم.





تابع
دهم

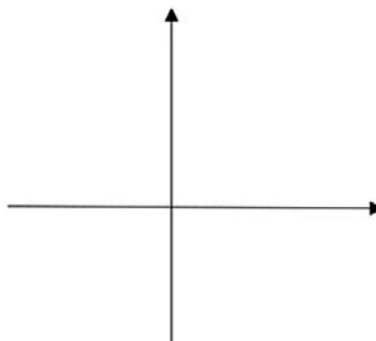
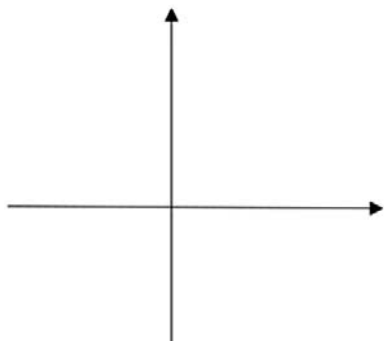
نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ را رسم کنید.



رسم دو تابع مهم

$y = |x + a| + |x + b|$

$y = |x + a| - |x + b|$



رسم تابع $y = |f(x)|$ ابتدا $y = f(x)$ را رسم کن سپس y های منفی پاک و به بالای محور y ها انتقال پیدا کند.

$y = |x^2 - 1|$

نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت، سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال می دهیم نمودار جدید در کدام بازه بالای نیم سازه ربع اول است.

مساحت ناحیه محدود به نمودار دو تابع $y = x + |x|$ و $y = 2 - |x|$ را بیابید.





پایه تحصیلی : دهم

نام دبیر : مهندس حسن پور

عنوان آزمون : تابع



۱ اگر $f(x) = \frac{ax^2 + bx^2 - cx - 2}{x^2 + 3x + 1}$ یک تابع ثابت و $g(x) = \frac{dx^2 + ex^2 + fx^2 + gx}{-2x^2 + 3x + 1}$ یک تابع همانی باشد، حاصل

کدام است؟ $\frac{a+b+c}{d+e+f+g}$

۲ (۴)

۳ (۳)

۱ (۲)

۴ (۱)

۲ مساحت بین دو نمودار $y_1 = |x + 1|$ و $y_2 = -|x + 2| + 3$ کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

۳ مساحت ناحیه‌ای که به محورهای مختصات و نمودار توابع $f(x) = |x - 2|$ و $g(x) = |x| + 1$ محصور می‌شود، کدام است؟

$\frac{7}{4}$ (۴)

$\frac{15}{8}$ (۳)

$\frac{9}{8}$ (۲)

۲ (۱)



۴ اگر f تابع همانی، g تابعی ثابت و h تابعی خطی باشد به طوری که $h(2) = 0$ ، $h(4) = 6$ و $h(x) = -2$ و $\frac{f(2) + g(-2)}{2g(0)} = -2$ آنگاه حاصل

$$\frac{f\left(\frac{1}{5}\right) + g(1)}{h\left(\frac{7}{2}\right)}$$

کدام است؟

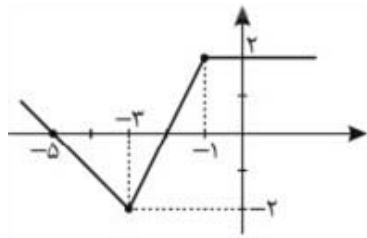
$-\frac{2}{5}$ (۴)

$-\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

۵ با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $f(-4) + 4f\left(-\frac{3}{2}\right) + f(4)$ کدام است؟



۴ (۴)

۵ (۳)

-۳ (۲)

۷ (۱)

۶ اگر f تابعی همانی و g تابع ثابت باشد، به طوری که $f(\sqrt{a} - 2a) = 9$ و $g(3 - 3\sin^2 x) = 7a - 2$ آنگاه حاصل $f(\sqrt{7a-8}) + g(\sqrt{1-a})$ کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

۸ (۲)

۱۶ (۱)



۷ اگر $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & x > 0 \\ 4x + 5 & x < 0 \end{cases}$ و بدانیم $f(\sqrt{a} - 1) = 13$ آنگاه a کدام است؟

$\frac{9}{196}$ (۴)

$\frac{196}{9}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲)

۹ (۱)

۸ اگر رابطه‌ی $f = \{(a, x + y), (b, -y), (a, 1), (b, 2x - y)\}$ تابع باشد، مقدار عبارت $2x + 2y$ کدام است؟ ($a \neq b$)

-۱۲ (۴)

۱ (۳)

۱۲ (۲)

صفر (۱)

۹ اگر $f(x) = 2x + 3$ ، $g(x) = x^2 + 1$ ، $h(x)$ تابع همانی و $k(x) = 2$ تابع ثابت باشند،

مقدار $\frac{h(f(2)) + h(g(2))}{k(f(2)) + g(k(2))}$ کدام است؟

$\frac{4}{7}$ (۴)

$\frac{12}{7}$ (۳)

$\frac{12}{14}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

۱۰ حداقل چند عضو از مجموعه $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{20}{1 + |y|}\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)



۱۱) اگر تابع f به طوری که $f(x^y - x) = x^y - x^y$ یک تابع همانی باشد، حاصل جمع عضوهای مجموعه دامنه تابع f کدام است؟

$\frac{3}{8}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۱ (۱)

۱۲) نمودار تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ را یک واحد در راستای محور x ها به سمت چپ انتقال داده و سپس نسبت به محور y ها قرینه کرده و در نهایت یک واحد در راستای محور y ها به پایین منتقل کرده‌ایم. مجموع طول و عرض رأس سهمی نهایی کدام است؟

-۳ (۴)

-۳/۵ (۳)

-۴ (۲)

-۲/۵ (۱)

۱۳) اگر تابع f ، تابع خطی و $3f(1-x) + f(x+2) = 2x - 3$ باشد، مقدار $2f\left(-\frac{1}{2}\right) + 3f\left(\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

۳ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۴) اگر $f(x) = \begin{cases} mx^2 + 1 & ; x \geq -2 \\ |x| - 17 & ; x \leq -2 \end{cases}$ ضابطه یک تابع باشد، حاصل $f(3+m)$ کدام است؟

-۱۶ (۴)

-۱۵ (۳)

-۴ (۲)

-۳ (۱)

۱۵) تابع خطی $f(x) = ax + 2b$ مفروض است. اگر به ازای هر x داشته باشیم $f(x+1) = f(x) + 1$ و $f(-2) = 8$ باشد مقدار $a + b$ کدام است؟

۵ (۴)

۱ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)



۱۶ نمودار تابع خطی f ، محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول $\frac{-1}{2}$ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{1}{4}$ قطع می‌کند. نمودار f ، نیمساز ربع دوم و چهارم را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱ $\frac{1}{2}$ ۲ $-\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{1}{4}$ ۴ $-\frac{1}{4}$

۱۷ رابطه $f = \{(a, x + y), (b, m^2), (a, m^2 - 1), (b, x - y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

- ۱ $2/5$ ۲ $20/5$ ۳ 24 ۴ 42

۱۸ نمودار $\frac{1}{f}$ را در امتداد محور x ها، a واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را g می‌نامیم. سپس تابع $|g|$ را در امتداد محور y ها، 2 واحد در جهت

منفی انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع $\frac{1}{|f|}$ برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. اگر f تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی $f(x + a) = 3$ کدام است؟

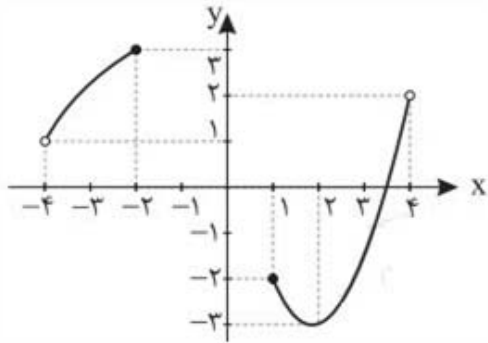
- ۱ $2 + \sqrt{2}$ ۲ 2 ۳ $2 - \sqrt{2}$ ۴ $\sqrt{2}$

۱۹ برد تابع قطعه‌ای $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ x - 2 & ; x \geq 0 \end{cases}$ به صورت بازه $[a, +\infty)$ است. خط $y = -a$ نمودار $f(x)$ را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

- ۱ 1 ۲ 2 ۳ $\sqrt{2}$ ۴ 4



۲۰ اشتراک دامنه و برد تابع f که نمودار آن به صورت زیر است، شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟



۵ ۴

۳ ۳

۶ ۲

۴ ۱

۲۱ اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = x^2 - 4x + 3$ بازه‌ی $(1, 5]$ باشد، برد این تابع کدام است؟

۴ $(-1, 8]$

۳ $(0, 8]$

۲ $[-1, 8]$

۱ $[0, 8]$

۲۲ کدام رابطه قطعاً تابع است؟

۲ رابطه‌ای با دامنه $\{0, 1, 2\}$ و برد $\{1, 2, 3\}$

۱ رابطه‌ای با دامنه $\{0, 1, 2\}$ و برد $\{1, 2, 3, 4\}$

۴ رابطه‌ای با برد فقط $\{a\}$

۳ رابطه‌ای با دامنه فقط $\{a\}$

۲۳ اگر $f = \{(-2, 2), (a^2 + 3, 2), (b - 2, 2), (3a + 1, 2)\}$ تابعی با دامنه دو عضوی باشد، اختلاف حداکثر و حداقل مقدار $a + b$ کدام است؟

۴ ۳

۳ ۴

۲ ۱۲

۱ ۱۰



۲۴ اگر $f = \{(1, b), (-1, 2a + 3), (b + 1, c)\}$ تابع همانی، $g(x) = (1 - x)^2 + ex^2 + cx + b$ تابع ثابت و نیز $h(x) = m - n|2 - x|$ دارای برد $(-\infty, 4]$ بوده و محور y ها را با عرض -6 قطع کند، حاصل $g(mc + n) - h(a - b + e)$ کدام است؟

۱۶ **۴**

۲۰ **۳**

۲۴ **۲**

۲۸ **۱**

۲۵ اگر رابطه‌ی $f = \{(a^2 - 2a - 4, a), (b, a - 1), (c, b - a)\}$ یک تابع همانی با سه زوج مرتب باشد، حاصل جمع عضوهای مجموعه‌ی دامنه‌ی تابع f کدام است؟

۵ **۴**

-3 **۳**

۶ **۲**

-4 **۱**

۲۶ برد تابع $g(x) = \begin{cases} |x + 2| & -2 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ کدام است؟

$-1 \leq y < 2$ **۴**

$-2 < y \leq 2$ **۳**

$0 < y \leq 2$ **۲**

$-2 \leq y < 1$ **۱**

۲۷ اگر $f(x) = \begin{cases} 2ax & x > 0 \\ x + 3b - a & x \leq 0 \end{cases}$ تابع همانی باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

$\frac{1}{6}$ **۴**

$\frac{1}{2}$ **۳**

$\frac{1}{3}$ **۲**

$\frac{2}{3}$ **۱**



۲۸ کدام رابطه، تابع نیست؟

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & -2 \leq x \leq 1 \\ 3 - x & 0 \leq x < 5 \end{cases} \quad \text{۲}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & -2 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & 2 \leq x < 4 \end{cases} \quad \text{۱}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3 & -4 \leq x \leq 0 \\ 3 - 2x & 0 \leq x \leq 5 \end{cases} \quad \text{۴}$$

$$f(x) = \begin{cases} x - 4 & -4 \leq x \leq 0 \\ 3 - 2x & 1 \leq x < 5 \end{cases} \quad \text{۳}$$

۲۹ در تابع f ، برد مجموعه‌ی یک عضو $\{k\}$ است و تابع همانی g با دامنه‌ی R تعریف شده و رابطه‌ی

$$\frac{-g(-k) - 2f(k)}{g(2) - 1} = 2(f(-2))^2 + 3g(k)$$

برقرار است، k کدام می‌تواند باشد؟

$$-\frac{3}{2} \quad \text{۴} \quad -\frac{5}{2} \quad \text{۳} \quad \frac{1}{2} \quad \text{۲} \quad \frac{3}{2} \quad \text{۱}$$

۳۰ اگر نمودار تابع ثابت f ، از نقطه‌ی $(-2, 3)$ بگذرد، حاصل $(f(4))^2 + 2f(-1)$ کدام است؟

$$18 \quad \text{۴} \quad 12 \quad \text{۳} \quad \text{صفر} \quad \text{۲} \quad -2 \quad \text{۱}$$

۳۱ هرگاه تابع $f(x) = \begin{cases} a & ; x = 2 \\ \frac{x^2 + bx + c}{x - 2} & ; x \neq 2 \end{cases}$ یک تابع خطی باشد $f(a)$ برابر است با:

$$1 \quad \text{۴} \quad -4 \quad \text{۳} \quad 2 \quad \text{۲} \quad -1 \quad \text{۱}$$



۲۲ اگر f یک تابع همانی و g یک تابع ثابت باشد به نحوی که $g(m) - f(2m + 1) = 3$ و $f(m) = g(4) - 3$ ؛ آنگاه حاصل $f(g(m))$ برابر است با:

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۳ چه تعداد از روابط زیر، یک تابع را مشخص می‌کند؟
 الف) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، مقسوم‌علیه‌های آن را نسبت می‌دهد.
 ب) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، ریشه(ها) پنجم آن را نشان می‌دهد.
 پ) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.
 ت) رابطه‌ای که به هر فرد، قد او را نسبت می‌دهد.
 ث) رابطه‌ای که به هر فرد، دوستان او را نسبت می‌دهد.
 ج) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، ریشه(ها)ی چهارم آن را نسبت می‌دهد.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵)

۲۴ بازه‌ی $(2, 4)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع $f(x) = ax^2 + bx - 2$ در این بازه، بالای نمودار تابع $g(x) = 3x - 1$ قرار دارد. مقدار b کدام است؟

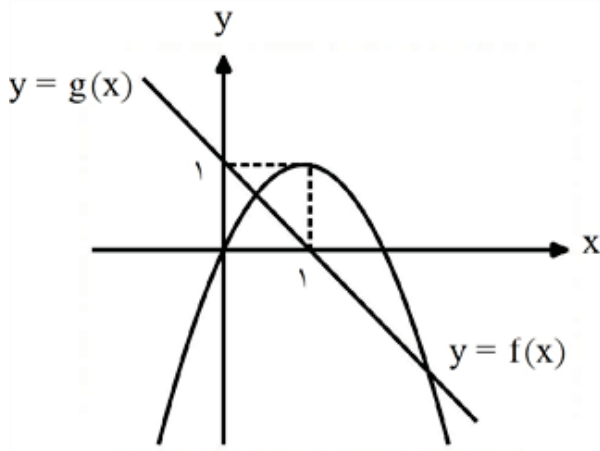
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۵ فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a + b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f ، کدام است؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴)



۲۶ نمودار تابع با ضابطه‌های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه‌ی مختصات مطابق شکل زیر داده شده است. مجموع جواب‌های معادله‌ی $f(x) = g^2(x)$ کدام است؟



۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

-۲ (۱)

۲۷ در بازه‌ی (a, b) ، نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ ، بالاتر از نمودار تابع $y = 2x + |x|$ است. طول نقطه‌ی وسط این بازه کدام است؟

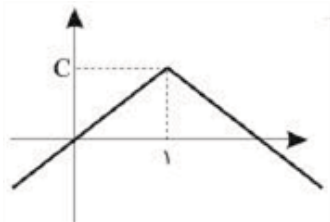
$-\frac{1}{5}$ (۴)

-۱ (۳)

$-\frac{1}{5}$ (۲)

-۲ (۱)

۲۸ نمودار تابع $y = a - |x + 2b|$ به صورت زیر می‌باشد، مقدار $a + b - c$ کدام است؟



صفر (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)



۳۹

چند مورد از مطالب زیر، درست هستند؟

تابعی وجود دارد که دامنه و برد آن تهی باشد.

تابعی وجود دارد که دامنه آن غیر تهی و برد آن تهی باشد.

تابعی وجود دارد که تعداد عضو دامنه کمتر از تعداد عضو برد باشد.

دو تابع وجود دارد که دامنه و برد آنها یکی ولی اشتراک آنها تهی باشد.

۱

۲

۳

۴

۴۰

اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x^2 - 2x + 2}{x}$ مقدار $f(5)$ را حساب کنید.

