



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

راهی به سوی
موفقیت

یک انتخاب
کاملاً منطقی

گروه آموزشی

مهرپویان مهندسی

دهم یازدهم کنکور

● نکته - تست - آزمون

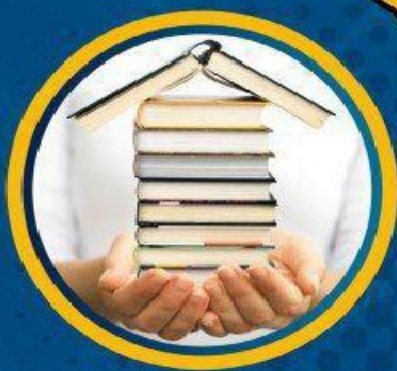
● بررسی کامل دروس ریاضی و فیزیک و شیمی و زیست

● مشاوره و برنامه ریزی تحصیلی

● نکات انگیزشی

● و ...

@mehrpooyan_official



اصل صد: اگر عمل اول به m ضریب و عمل دوم به n ضریب انجام گیرد در عمل به بعد

$n \times m$ ضریب می توانیم این عمل را انجام دهیم

سوال: شخصی ۲ مانتو و ۳ شلوار مختلف دارد، این شخص به تعداد $2 \times 3 = 6$ حالت مختلف می تواند لباس بپوشد

سوال: از طلاهای به رنگ ۲ سبز مختلف، و از رنگ ۳ آبی مختلف وجود دارد در یک صندوق

از $(2 \times 3 = 6)$ طریق مختلف از طلاها به آبی رنگ

سوال: خانم همتا به استواری بسته ای دارد که حاوی ۳ تنوع غذای برای خانم همتا می آورد در این تنوع می تواند

و ۲ مدل غذا و ۳ مدل دسر وجود دارد و شخص کسبه خانم همتا می تواند در کنار خود هم تنوع غذای و دسر

و هم دسر سفارش دهد به چند طریق می تواند غذای سفارش دهد؟ $2 \times 3 = 6$

سوال: از ۳ حرف تکرار شده است که هر کدام می تواند از حروف فارسی یا حروف لاتین تشکیل

شده باشند اگر حرف نهم از این زبان نباشد برای این فرض حالت مختلف وجود دارد

$$\begin{matrix} \text{فارسی} & \text{لاتین} & & \text{فارسی} & \text{لاتین} & \text{فارسی} \\ ۳۲ & \times & ۲۸ & \times & ۳۲ & = & ۲۸۹۷۲ \\ ۲۸ & \times & ۳۲ & \times & ۲۸ & = & ۲۵۰۸۸ \\ \hline & & & & & & ۲۸۹۷۲ + ۲۵۰۸۸ = ۵۴۰۶۰ \end{matrix}$$

سوال: با رقم ۲ و ۳ می خواهم یک عدد ۳ رقمی بسازم به طوری که:

$$\frac{۳}{\text{حالت}} \times \frac{۳}{\text{حالت}} \times \frac{۳}{\text{حالت}} = ۲۷$$

ب) اگر معادله باشد: حالت $3 \times 2 \times 1 = 6$

مثال: با ارقام ۸، ۶، ۵، ۳، ۲، ۱ چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت به صورتی که:

الف) آنکه مجاز نباشد $\leftarrow 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5 = 3125$

ب) آنکه مجاز نباشد \leftarrow حالت ۱۲۰ $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

ج) ۵ رقمی فرد می توانیم داشت (تکرار مجاز نیست) \leftarrow حالت ۴۸ $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5$ (فرد ۵)

مثال: با ارقام ۷، ۳، ۲، ۰، ۹، ۵، ۱، ۴، ۶، ۸ چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت به صورتی که:

الف) چند عدد ۳ رقمی متوالی نوشت \leftarrow حالت ۱۸ $= 3 \times 2 \times 1$

ب) چند عدد ۳ رقمی زوج متوالی نوشت \leftarrow حالت ۲ $= 2 \times 1 \times 1$

ج) چند عدد ۳ رقمی فرد متوالی نوشت \leftarrow حالت ۴ $= 2 \times 2 \times 1$

مثال: با ارقام ۸، ۶، ۵، ۳، ۲، ۱، ۰، ۹، ۴، ۷، ۱۰

الف) چند عدد ۴ رقمی متوالی نوشت \leftarrow حالت ۳۰ $= 5 \times 4 \times 3 \times 2$

ب) چند عدد ۴ رقمی فرد متوالی نوشت \leftarrow حالت ۱۴۴ $= 4 \times 4 \times 3 \times 3$

ج) چند عدد ۴ رقمی مضرب ۵ می توان نوشت \leftarrow حالت ۲۰ $= 5 \times 4 \times 3 \times 1$

۱۸۰ + ۴۸ = ۲۲۸ $= 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3$ بدون ۰
برای این عدد به ۵ بخش میزنیم با بقیه آن ۵ با ما شده وقت کمه به قبل گفته بودیم اگر یکی از اعداد ما ۰ باشد با بقیه نمی توانیم

عدد ۳ رقمی زوج از ۱۰۰ متوالی نوشت ؟ \leftarrow حالت ۸۰ $= 4 \times 5 \times 2$

۳ رقمی و در صحت از ۲۰۰ متوالی نوشت ؟ \leftarrow حالت ۲۰ $= 1 \times 5 \times 2$

Subject:

Year: Month: Day: ()

سوال: با حروف کلمه "مِلْدًا حِنْدُكُم" هر حرفی ستاندری برآوردند - ۴ (با معنی و بی معنی)

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ = ۱۲ حالت
 $\frac{1}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} \times \frac{5}{5}$

۲. چند کلمه در هر حرفی سوال برآوردند - ۴ با بی شریخ و بی دال ختم می شود
۱ ۲ ۳ ۴ = ۶ حالت
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4}$

۱- این صورت اصل جمع مانع $۶۲ = ۲ + ۱۰$ حالت است زیرا ۱۰ عدد ۱۰ و ۲ عدد ۲ است. ۳۲ حرف

می توان انتخاب کرد.

۱- این رمز صورت اصل $۳۲ = ۱۰ \times ۳۲$ حالت دارد چون هر دو کلمه با هم می آیند.

۲- این رمز ۲ حالت دارد! البته اول عدد و البته دوم حرف الفبای فارسی است و البته اول یک

حرف الفبای فارسی و البته دوم یک عدد است.

$$\frac{\text{حرف}}{\text{عدد}} \times ۳۲ = ۳۲$$

$$\frac{۳۲}{۱} \times ۱ = ۳۲ \rightarrow ۳۲ + ۳۲ = ۶۴$$

۳- اصل ضرب $۲۶ \times ۲۶ = ۶۷۶$ هر دو کلمه حرف
اصل ضرب $۱۰ \times ۱۰ = ۱۰۰$ هر دو کلمه عدد

$$۱۰۰ + ۶۷۶ = ۷۷۶ = \text{اصل جمع}$$

$$\frac{۱۰}{\text{عدد}} \times \frac{۹}{\text{عدد}} \times \frac{۲۶}{\text{حرف}} \times \frac{۲۵}{\text{حرف}} = ۵۱۰۰$$

$$۱۰ \times ۱۰ \times ۲۰ = ۲۰۰۰ \text{ حالت}$$

$$۱۰ \times ۱۰ \times ۱۲ \times ۳۰ = ۳۶۰۰ \text{ حالت}$$

سوال ۳:

$$۲ \times ۲ \times ۲ = ۸ \text{ روش مختلف}$$

۱۳ حالت

1
 2 $A = \{11, 22, \dots, 99\}$ $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ - ۲

3
 4 $C = \{س, ه, ف, ن, م, ل, ق, ب, ص, ع, > ج, -\}$

5
 6 $9^{\omega} \times 11^{\mu} \times 9 = 9^{\omega} \times 11^{\mu} = \dots$ (توسیع استخوان)

7
 8
 9 $\omega \times \omega \times \omega \times \omega = \omega^4$ نوع (الف) - ۱

10
 11 $\omega \times \omega \times \omega \times \omega = \omega^4$ نوع - ۱

12
 13 $\omega \times \omega \times \omega \times \omega = \omega^4$ نوع - ۱

14
 15 \dots - ۴

16
 17 $\omega \times \omega = \omega^{20}$ (الف) - ۱

18
 19 $\omega \times \omega = \omega^{20}$ (ب) - ۱

20
 21 - ۸ \dots (توسیع استخوان)

22
 23 $2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 3^{\omega}$ - ۹

24
 25 $2 \times 2 \times 2$
 26 $3 \times 3 \times 3$
 27 $2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 3^{\omega}$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$100 = 10 \times 9!$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$$

$$\frac{7!}{5!} = \frac{7 \times 6 \times 5!}{5!} = 42$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1)$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = n(n-1)$$

مثال: در کتاب ریاضی، فیزیک، شیمی و زیست نام چند طبقه متوالی در یک قفسه یکدیگر قرار داده شد.

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

با صرف نظر از روش و نحوه سرآوردن:

$$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

چندتا حرف متوالی نوشت؟

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

چندتا حرف متوالی نوشت؟

چندتا حرف متوالی نوشت که در آنجا حرف دیگری هم نوشته باشند؟

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

* مانند هر سوالی که در 2 حرف انداخته باشند آن در 7 حرف در نظر می گیریم (فرض رویید)

سؤال (ی) بود (ی) دارد یک سؤال قرار دهیم پس 7 حالت داریم پس تعداد حالات

در است 7! = 7! = 7! (ی) ندارد - 2 حالت دارد، (فالتویلی)

و بعد دارد پس اصل ضرب عمل آن می شود $2! \times 7!$

عندما نلاحظ 8 حرفاً متتالياً نلاحظ عدد 8 الحروف المتبقية في الترتيب

أجمل أن أحدها أن 8 ردي $4! \times 4!$

عندما نلاحظ 8 حرفاً متتالياً نلاحظ عدد 8 الحروف المتبقية في الترتيب

أجمل أن أحدها أن 8 ردي $3! \times 4!$

عندما نلاحظ 8 حرفاً متتالياً نلاحظ عدد 8 الحروف المتبقية في الترتيب

أجمل أن أحدها أن 8 ردي $4! \times 4!$

عندما نلاحظ 8 حرفاً متتالياً نلاحظ عدد 8 الحروف المتبقية في الترتيب

عندما نلاحظ 8 حرفاً متتالياً نلاحظ عدد 8 الحروف المتبقية في الترتيب

ترتيب الحروف المتبقية $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ نفس الحجم، بل ترتيبها

عدد الحروف المتبقية 4 أي 4 حرفاً متتالياً في الترتيب

$$P(9, 4) = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 9 \times 8 \times 7 \times 6!$$

عدد الحروف المتبقية 4 أي 4 حرفاً متتالياً في الترتيب

$$P(7, 4) = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 7 \times 6 \times 5$$

عدد الحروف المتبقية 4 أي 4 حرفاً متتالياً في الترتيب

$$P(4, 4) = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1!}{1!} = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$



14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30

ترتیب: زمانه منظم از بین n عدد مختلف $(n$ جسم) r شیء را انتخاب کنیم

ولی ترتیب مهم نباشد به آن ترتیب دریم و آنرا به صورت زیر علامت میزنیم

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال حاصل می آید زیر این است

$$\binom{\omega}{r} = \frac{\omega!}{(\omega-r)! r!} = \frac{\omega!}{r! r!} = \frac{\omega \times \omega \times \omega!}{r! \times r!} = \omega$$

$$P(\omega, r) = \frac{\omega!}{(\omega-r)!} = \frac{\omega!}{r!} = \frac{\omega \times \omega \times \omega!}{r!} = \omega$$

$$\binom{1}{r} = \frac{1!}{(1-r)! r!} = \frac{1!}{r! r!} = \frac{1 \times 1 \times 1!}{r! \times r!} = 1$$

TANDIS

$$\binom{v}{\mu} = \frac{v!}{(v-\mu)! \times \mu!} = \frac{v!}{\mu! \times \mu!} = \frac{v \times \cancel{v} \times \omega \times \cancel{\omega} \times \mu}{\mu \times \cancel{\mu} \times \mu} = \mu \omega$$

$$\binom{1}{\omega} = \frac{1!}{\mu! \times \omega!} = \frac{1 \times \cancel{v} \times \omega}{\mu \times \omega} = \omega \mu$$

روش کمی محاسبه سریع در مسائل آوریل ترکیب

$$\textcircled{1} \binom{1}{\mu} = \binom{1}{\omega}$$

در خروجی ۲ بعد
توالتی توالت

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

$$\textcircled{2} \binom{\omega}{2} = \frac{\omega \times \omega}{2} = 10$$

$$\binom{1}{9} = \binom{1}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = 21$$

$$\textcircled{3} \binom{9}{1} = 9$$

$$\binom{11}{1} = 11$$

$$\binom{1}{v} = \binom{1}{1} = 1$$

$$\binom{\omega}{0} = 1$$

$$\binom{\omega}{\omega} = 1$$

$$\binom{\mu}{\mu} = 1$$

$$\textcircled{4} \binom{4}{0} = 1$$

$$\binom{v}{0} = 1$$

$$\textcircled{5} \quad \binom{12}{1} = \binom{11}{1} + \binom{11}{0} \quad \text{جمله} \Rightarrow \binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1}$$

———— x ——— x ——— =

Solve

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(r, r) = \frac{r!}{r!} = \frac{r \times r \times \omega \times \cancel{r!}}{\cancel{r!}} = r \cdot \omega$$

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$$\binom{r}{r} = \frac{r!}{r! r!} = \frac{r \times r \times \omega \times \cancel{r!}}{\cancel{r!} \times r!} = \frac{\omega}{r!}$$

$$\binom{9}{r} = \binom{9}{9-r}$$

$$\binom{1}{0} = 1$$

$$\binom{1}{r} = \frac{1 \times \omega}{r} = \frac{1}{r}$$

$$\binom{1}{1} = \binom{1}{0} = 1$$

$$\binom{\omega}{r} = \binom{\omega}{\omega-r} = \frac{\omega \times \cancel{r!}}{r!} = 1$$

$$\binom{r}{1} = r$$

$$\binom{\omega}{r} = \binom{\omega}{1} = \omega$$

سوال: روی گلاس ۲۰ نفر میخوانیم یک تنم (فوق سوال) شکل هم بصورتی که در روزنامه با

یک نفر دفاع و دیگر یک نفر حمله است. چند صفت میخوانیم این کار را انجام دهیم؟

$$\frac{20}{\text{روزانه}} \times \frac{19}{\text{روز}} \times \frac{18}{\text{حمله}} = 684$$

سوال: از بین دانش آموزان یک گلاس ۲۰ نفر میخوانیم یک ۳ نفر سوال شکل هم

چند صفت میخوانیم این کار را انجام دهیم؟

$$\binom{20}{3} = \frac{20!}{17! \times 3!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17!}{17! \times 3 \times 2 \times 1} = 114$$

تکلیف استاده از $x-x$ و ترکیب و ترتیب

الف) کاربرد ترتیب: از ترتیب در حل مسائل استاد میخوانیم در هر روز یک سوال گفته است

مثلا تعداد جایگشت های نوایی از شش آبی که در این صورت جواب $P(6,2)$

ب) کاربرد استاده از $x-x$: زمانه میخوانیم حمله جدید بازم با عدد جدید میخوانیم

۱- از بین چند شیء چندتا را انتخاب میخوانیم و سمت در جایگاه آنها نیز تعیین شده باشد

مثلا: با حروف انگلیسی چگونه میخوانیم حمله جدید یا با اعداد ... اعداد جدید میخوانیم

مانند مثال اول ↑

ج) کاربرد ترکیب: نشانده میزاجیم از این چند جسم چندتا را انتخاب کنیم ولی بست
دقیق آنها مشخص نباشد، مانند مثال دوم →

مثال: در کسبه ای ۴ مهر سفید و ۳ مهر سیاه وجود دارد. میزاجیم از این کسبه ۳ مهر
خارج می‌کنیم و خارج می‌کنیم →
 $\left. \begin{array}{l} 4 \text{ سفید} \\ 3 \text{ سیاه} \end{array} \right\}$

الف) چند حالت وجود دارد که ۳ مهر سفید باشد؟
 $\binom{4}{3} = \binom{4}{1} = 4$

ب) چند حالت وجود دارد که ۳ مهر سیاه باشد؟
 $\binom{3}{3} = 1$

ج) چند حالت وجود دارد که ۲ مهر سفید و ۱ مهر سیاه باشد؟
 $\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 6 \times 3 = 18$

د) چند حالت وجود دارد که حداقل ۲ مهر سیاه وجود داشته باشد؟
 $\frac{4 \times 3}{2} = 6$

سیاه یعنی ۱ سیاه و ۲ سفید یا ۲ سیاه و ۱ سفید باشد.
 $\binom{3}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{4}{2} \times \binom{3}{1}$

نکته: حاصل جمع هر سوال در سوالی از (الف) استفاده کرد (ضرب) می‌کنیم و هر سوال از (ب) استفاده
 کرد (جمع) می‌کنیم

ه) چند حالت وجود دارد که حداقل ۲ مهر سیاه انتخاب شده باشد؟

$\binom{3}{2} \times \binom{4}{1} + \binom{3}{1} \times \binom{4}{2} + \binom{4}{3} \times \binom{3}{0} = 12 + 18 + 4 = 34$
 (سیاه و سفید سیاه) (سفید و سیاه) (سیاه و سیاه)

هر یک دوره مسابقات کشتی از بین ۴ داور ایرانی و ۳ داور خارجی و دو داور روس قرار است

کشتیگران از داوران تشکیل شود. به چند طریق می توان این کار را انجام داد:

الف) کسبه ۴ نفره باشد:

$$\binom{9}{1} = \frac{9!}{0! \times 9!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 9!} = 124$$

ب) کسبه ۳ نفره باشد؛ و از هر کشور داور حضور داشته باشد:

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} = 24$$

ج) کسبه ۵ نفره باشد و دقیقاً ۲ داور ایرانی حضور داشته باشد:

$$\binom{4}{2} \times \binom{5}{3} = 60$$

یعنی ۲ داور را از بین ایرانی که به طور مساوی ۳ داور را نیز از بقیه داور

د) کسبه ۶ نفره باشد و حداقل ۳ داور ایرانی و حداکثر ۱ خارجی حضور داشته باشد:

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{3} + \binom{4}{4} \times \binom{5}{2} = 10 + 15 = 25$$

ه) کسبه ۲ نفره باشد و دقیقاً ۳ داور ایرانی و ۲ داور روس و ۱ داور خارجی حضور داشته باشد:

$$\binom{4}{3} \times \binom{5}{2} \times \binom{1}{1} = 12$$

و) کسبه ۵ نفره باشد و حداقل ۱ داور ایرانی حضور داشته باشد:

$$\binom{4}{1} \binom{5}{4} + \binom{4}{2} \binom{5}{3} + \binom{4}{3} \binom{5}{2} + \binom{4}{4} \binom{5}{1} = 120 \checkmark$$

⊗

مثال: از میان کتاب مختلف به چند طریق می‌توانیم ۴ کتاب را در یک کیف انتخاب کنیم

$${}^6_2 \times {}^5_2 \times {}^4_2 \times {}^3_2 = 15$$

کتاب

به چند طریق می‌توانیم ۴ کتاب را در یک کیف انتخاب کنیم

$$\binom{6}{2} = \binom{5}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

⊙

از میان ۸ ریاضی و ۵ فیزیک کتاب است که می‌توانیم انتخاب کنیم

طوری که این ۳ کتاب انتخاب شود

الف) ۲ ریاضی و ۳ فیزیک

$$\binom{8}{2} \times \binom{5}{3} = 280$$

ب) ۳ ریاضی و ۲ فیزیک

$$\binom{8}{3} \times \binom{5}{2} = 56$$

ج) ۲ ریاضی و ۱ فیزیک

$$\binom{8}{2} \times \binom{5}{1} = 28$$

$$\binom{7}{0} + \binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 2^7 = 128$$

(۱)

(۳) تعداد دانش آموزان کلاس را n در نظر میگیریم بنابراین داریم $\binom{n}{2} = 21$



$$\frac{n \times (n-1)}{2} = 21 \quad \frac{n(n-1)}{2} \neq \frac{21}{1}$$

$$n(n-1) = 21 \times 2$$

$$n(n-1) = 42$$

$$n = 7$$

(۴) چون برای رسم مثلث به دو نقطه و یک لبه نیاز داریم $\binom{7}{2}$

$$\binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

برای رسم هر دو نقطه و یک لبه به دو نقطه و یک لبه نیاز داریم که این سه مورد نقاط مثلث است

برای کسین مثلث به ۳ نقطه نیاز داریم و این سه نقطه نیز بر روی یک خط راست است



$$\binom{4}{2} + \binom{4}{1} = 6 + 4 = 10$$

$$\binom{1}{1} \binom{2}{1} \binom{3}{2} = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

(۲ الف)

۱ رئیس
۲ معاون

$$\frac{14!}{11! \times 3!} = 14 \times 13 \times 12 = 2184$$

۳ حسابدار
۴ کارشناس
۵ سرکارمند

$$\binom{1}{1} \binom{2}{1} \binom{3}{2} \binom{4}{3} = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

(ب)

۶ کارشناس
۷ حقوقی

$$\binom{1}{1} \binom{2}{1} \binom{3}{2} \binom{4}{3} \binom{5}{4} = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

(ج)