



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

راهی به سوی  
موفقیت

یک انتخاب  
کاملاً منطقی

گروه آموزشی

# مهرپویان مهندسی

دهم یازدهم کنکور

● نکته - تست - آزمون

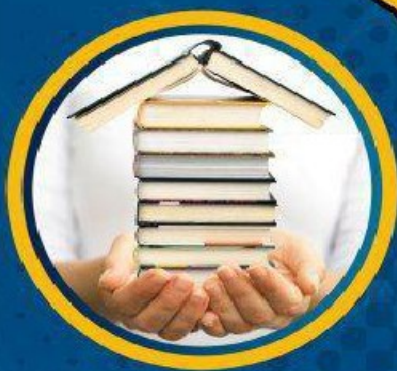
● بررسی کامل دروس ریاضی و فیزیک و شیمی و زیست

● مشاوره و برنامه ریزی تحصیلی

● نکات انگیزشی

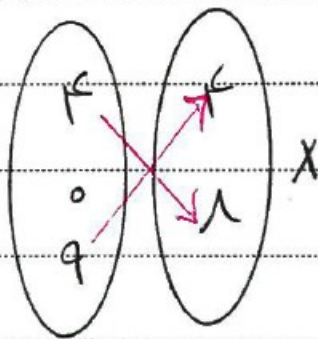
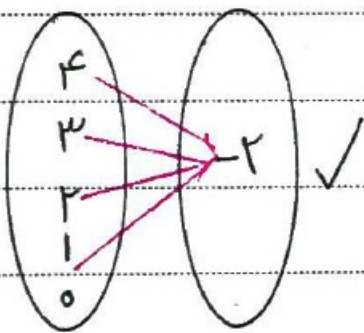
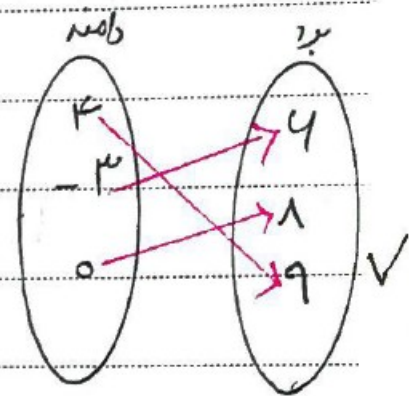
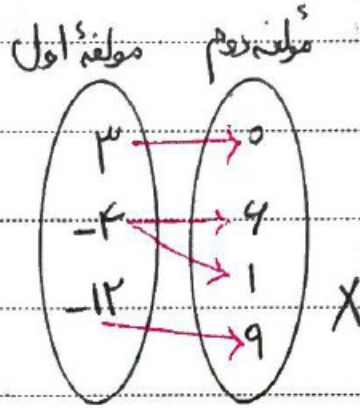
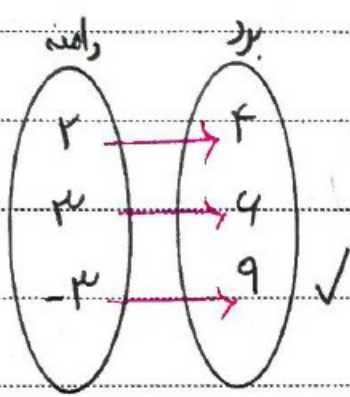
● و ...

@mehrpooyan\_official





تعریف اول تابع (هموار بودن): از نمودار سمت چپ دقیقاً یک بیضا خارج شود



تعریف دوم (زوج مرتب): برای اینکه تابع باشد باید همه مؤلفه اول مساوی برآید

عدد اول سمت چپ همه را نگاه کرده اند ✓  
 (۲, ۴), (۳, -۴), (۵, ۹) ✓

سمت چپ همه بود تابع است ✗  
 (۵, ۵), (۳, ۱), (۳, ۵) ✗

مثال: هم: اگر دو زوج صواب دارای مولفه اول مساوی بودند، آن مولفه کمی نوع آنها

نیز با هم برابر باشد معلوم تابع است  $\checkmark$   $\left[ (1, 5), (3, -2), (1, 5) \right]$

مثال: چنانچه وابسته‌ی زنجیری تابع باشد مقدار  $a$  و  $b$  را بدست آورید.

$$A = \left\{ (1, 4), (3, 9), (1, a), (5, 12), (3, a-2b) \right\}$$

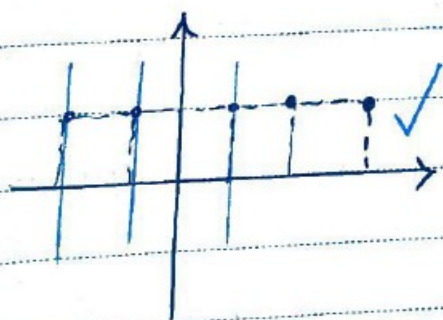
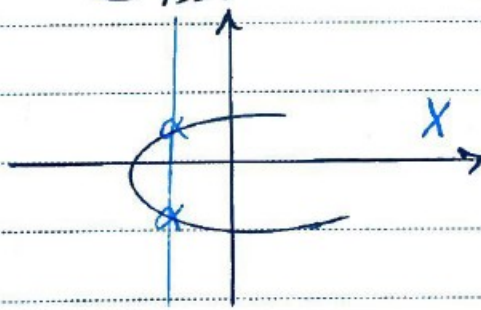
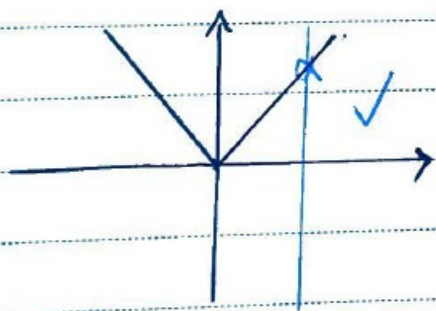
$$(1, 4) = (1, a) \rightarrow a = 4$$

محل همپوشانی - در خروج نمایان

$$(3, 9) = (3, a-2b) \rightarrow a-2b = 9 \rightarrow -2b = 9-4 = 5 \rightarrow b = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

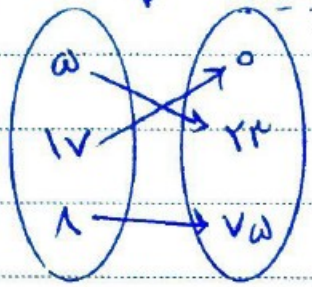
تعریف سهم تابع (منوار): اگر هر خط موازی محور  $y$  هارسم کم از حد باشد نمودار

تابع را در یک نقطه قطع کرده معلوم تابع است





دامنه و برد: به مولفه‌های اول دامنه و به مولفه‌های دوم برد مینویسیم. مثلا



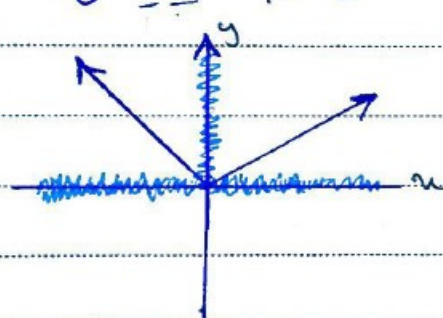
دامنه  $D = \{\omega, ۱۷, ۱\}$

برد  $R = \{۰, ۲۳, ۷۵\}$

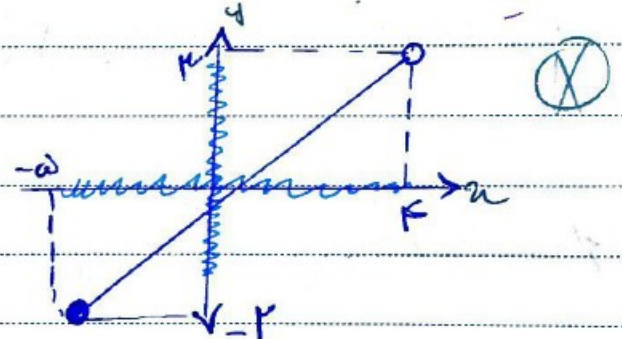
مثال: زوج مرتب  $A = \{(۱, ۶), (-۳, ۰), (۶, -۹)\}$

برد  $R = \{۶, ۰, -۹\}$  دامنه  $D = \{۱, -۳, ۶\}$

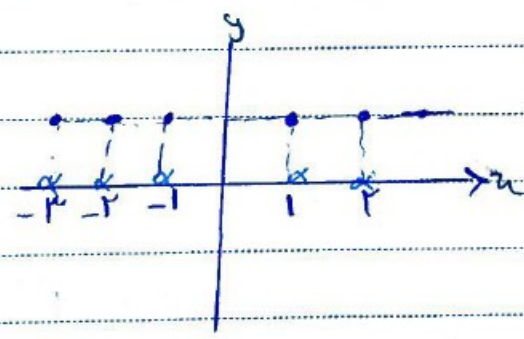
تشفیح دامنه و برد از روی نمودار دامنه مختاری که به ما نشان میدهد و برد آخری که به ما میدهد



$D = (-\infty, +\infty) = R$   
 برد  $R = [۰, +\infty)$



$D = [-۵, ۴]$   
 $R = [-۲, ۳]$



$D = \{-۲, -۱, ۱, ۲\}$   
 $R = \{۱\}$



$$y = f(x) = 2x + 4$$

یعنی مقدار تابع در یک نقطه:

$$x = 2 \rightarrow f(2) = 2(2) + 4 = 10$$

$$x = 0 \rightarrow f(0) = 2(0) + 4 = 4$$

$$x = -2 \rightarrow f(-2) = 2(-2) + 4 = 0$$

$$x = h \rightarrow f(h) = 2h + 4$$

$$x = h + 3 \rightarrow f(h + 3) = 2(h + 3) + 4 = 2h + 6 + 4 = 2h + 10$$

نویسیم  
اراده: تابع خطی تابع برهم  $y = ax + b$  یک تابع خطی می باشد. برای

پیدا کردن ضرایب تابع خطی ابتدا سبب را از صورتی دیگری

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نقطه و در دیگری می نویسیم  $y - y_1 = a(x - x_1)$  قرار می دهیم.

مثال: ضرایب تابعی را بنویسید که از دو نقطه  $f(1) = 3$  و  $f(4) = 12$  بگذرد و سبب

①  $f(1) = 3 \rightarrow (1, 3)$

②  $f(4) = 12 \rightarrow (4, 12)$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{12 - 3}{4 - 1} = \frac{9}{3} = 3 \rightarrow a = 3$$

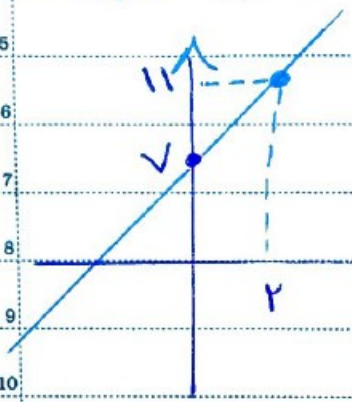
$$y - y_1 = a(x - x_1) \rightarrow y - 3 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3x - 3 + 3 \Rightarrow y = 3x$$

$$f(5) = 3(5) = 15$$



مثال: برای یک تابع خطی بدانیم  $f(2) = 11$  و  $f(0) = 7$  نمودار این تابع

با رسم کنید و نشان دهید که آن را بنویسید!  $f(2) = 11$   $f(0) = 7$



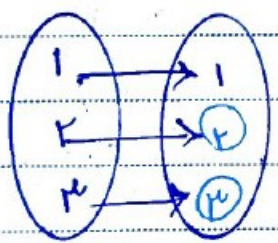
$$a = \frac{7-11}{0-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$y - y_1 = a(x - x_1) \rightarrow y - 11 = 2(x - 2) \rightarrow$$

$$y - 11 = 2x - 4 \rightarrow y = 2x - 4 + 11 \rightarrow y = 2x + 7$$

تابع همتای: تابعی است که هر عدد  $x$  و نیز همان  $y$  میسر است  $f(x) = x$

مثال  $f(x) = x$   $f(0) = 0$   $f(1) = 1$   $f(2) = 2$   $f(3) = 3$   $f(4) = 4$   $f(5) = 5$



$$f(x) = x \rightarrow x = x$$

- $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)$

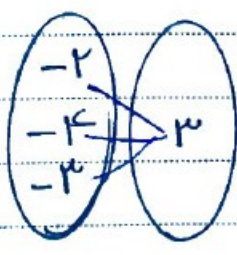
تابع ثابت: تابعی است که هر عددی باشد  $y$  ثابت بوده و غیر متغیر است

مثال: اگر تابع  $f(x) = 4$  یک تابع ثابت باشد

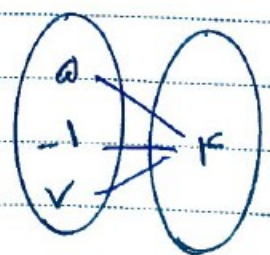
$$f(0) = 4$$

$$f(-2) = 4$$

$$f(1) = 4$$



تابع ثابت



- $\{(4, -2), (0, -2), (1, -2)\}$



سؤال: اگر تابع صاف باشد  $f = (a+b, 1-a), (b, a-r)$  نام مستقیم  $axb$

$$\begin{cases} a+b=1-a \\ b=a-r \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a+b=1 \\ -a+b=-r \end{cases} \rightarrow \begin{array}{r} 2a+b=1 \\ -2a+2b=-2r \\ \hline 3b=-2r \rightarrow b=-\frac{2}{3}r \end{array}$$

حاصل می شود  $\Rightarrow$

اگر  $f = (1, a^2-4), (r, b+1), (r, a)$  تابع صاف باشد قدر مطلق  $axb$  نتیجه

نام مستقیم  $axb$   $\Rightarrow y$  برابر  $\Rightarrow a^2-4 = b+1 = a \quad |a+b| \neq$

$$a^2-4 = a \rightarrow a^2 - a - 4 = 0 \rightarrow (a-r)(a+r) = 0 \rightarrow \begin{cases} a-r=0 \rightarrow a=r \\ a+r=0 \rightarrow a=-r \end{cases}$$

$$a=r \rightarrow b+1 = a \rightarrow b = a-1 = r-1 = r \rightarrow |a+b| = |r+r| = a \checkmark$$

$$a=-r \rightarrow b+1 = a \rightarrow b = a-1 = -r-1 = -r \rightarrow |a+b| = |-r-r| = |-2r| = a \checkmark$$



تابع چند ضابطه ای (قطعه ای): در این مدل تابع  $y$  سه بخش از  $D$  دارد و با توجه به

مقادیر از رابطه مناسب استفاده می‌شود. مثال: اگر ضابطه‌ی تابع  $f$  به صورت زیر

$$y = \begin{cases} u+3 & u > 1 \\ u^2-4 & u \leq 1 \end{cases}$$

باشد مقادیر زیر را بدین آردید

$$f(2) = \text{ضابطه اول} = 2+3 = 5$$

مثال  $\uparrow$

$$f(0) = \text{ضابطه دوم} = 0^2-4 = -4$$

$$f(-1) = \text{''''} = 1-4 = -3$$

اگر تابع  $f(u)$  به صورت زیر باشد و ضابطه اول  $f(u) = 4$  و

$$y = \begin{cases} 2u^2-4a & u \geq 2 \\ 3u+2b & u < 2 \end{cases} \quad f(-2) = -4$$

$$f(2) = 4 \xrightarrow[\text{دوم}]{\text{اول}} 2(2)^2 - 4a = 4 \rightarrow 4a = 4 - 8 \rightarrow -4a = -12$$

$$a = \frac{-12}{-4} = 3$$

$$f(-2) = -4 \xrightarrow[\text{دوم}]{\text{اول}} 3(-2) + 2b = -4$$

$$2b = -4 + 6 = 2$$

$$\frac{2b}{2} = \frac{2}{2}$$

$$b = 1$$



تابع قدر مطلق: خواص قدر مطلق به این صورت است: اگر  $x$  در  $\mathbb{R}$  باشد + باشد

عقد عبارت  $|x|$  برابر  $x$  است اگر  $x$  در  $\mathbb{R}$  باشد - قدر مطلق آن عبارت است از  $-x$  می‌باشد

$$|x| = x \quad | \sqrt{x} - 1 | = \sqrt{x} - 1$$

$$| -x | = x \quad | 1 - \sqrt{x} | = -(1 - \sqrt{x}) = \sqrt{x} - 1$$

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

رسم نمودار:

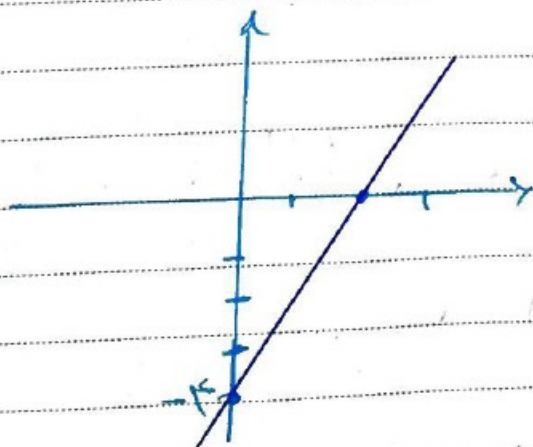
(رقم اندک نمودار تابع خطی و ثابت بصورت خاصه‌ها می‌باشد)

الف) رسم نمودار تابع درجه اول و ثابت: برای رسم به دو نقطه نیاز داریم آن دو

نقطه را روی محور مشخص کرده و سپس آن دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم، مثلاً

$$f(x) = 2x - 4$$

$x$	0	2
$y$	-4	0



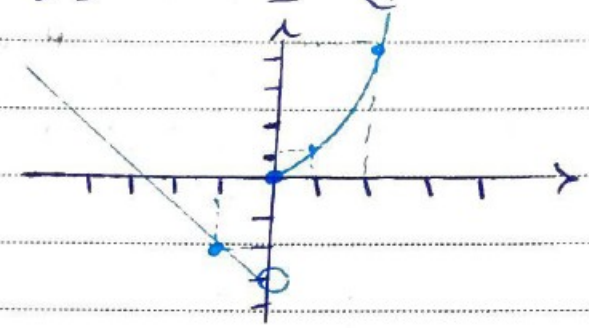


وقت کمتر به نمودار تابع در ۲۲ صورت ممکن یعنی منفی

ب) رسم نمودار توابع در ۴ صورت: (همه: برای رسم این توابع به سه نقطه نیاز داریم)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ -x-3 & x < 0 \end{cases}$$

مثال: نمودار توابع زیر را رسم کنید.



$x > 0$  →

$x$	0	1	2
$y$	0	1	4

$x < 0$  →

$x$	0	-1
$y$	-3	-2

نمودار تابع زیر را رسم نموده و دامنه و بردار آنرا مشخص کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x-5 & x > 2 \\ 2 & -3 < x \leq 2 \\ -\frac{1}{2}x & x \leq -3 \end{cases}$$

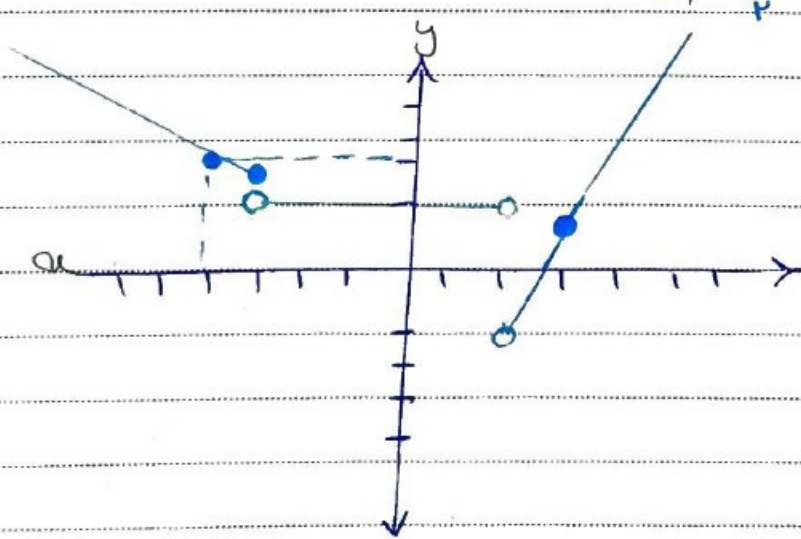
$x$	2	3
$y$	-1	1

$x$	-3	2
$y$	1	1

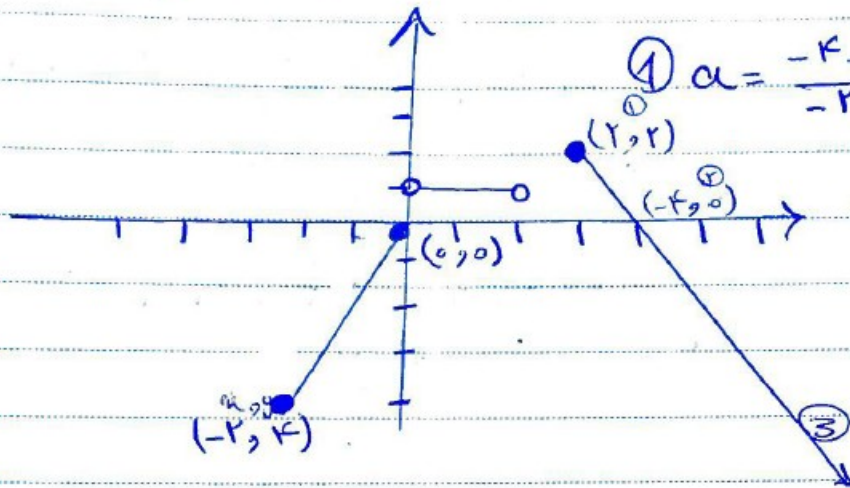
$x$	-3	-4
$y$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} - 1 = 1$



$D = (-\infty, 2 + \infty)$   
 $R = (-1, 2 + \infty)$



مثال: نمودار تابع قطعی  $f$  داده شده است. ضرایب آن را بیابید.  $f$  در دامنه  $\mathbb{R}$  و بردار  $\mathbb{R}$  تعریف شده است.



$$\textcircled{1} \alpha = \frac{-4 - 0}{-2 - 0} = 2$$

اینوسید  
میانگین

$$y - y_1 = \alpha(x - x_1) \rightarrow$$

$$y - 0 = 2(x - 0) \rightarrow$$

$$y = 2x$$

$$\textcircled{1} \quad 2x \quad -2 \leq x \leq 0$$

$$\textcircled{3} = \frac{0 - 2}{2 - 0} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\textcircled{2} \quad 1 \quad 0 < x < 1$$

$$y - y_1 = \alpha(x - x_1) \rightarrow$$

$$y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 2) \rightarrow$$

$$y - 2 = -\frac{1}{2}x + 1 \rightarrow$$

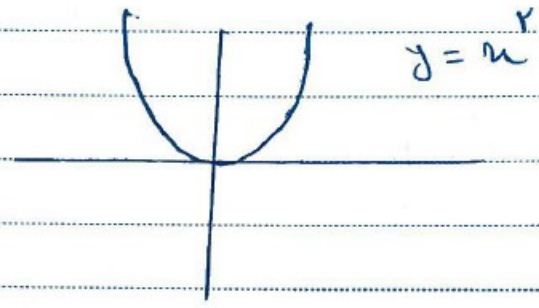
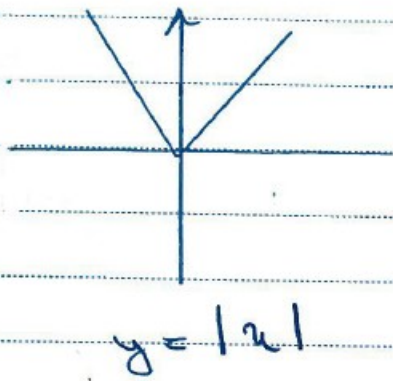
$$y = -\frac{1}{2}x + 1 + 2 \rightarrow \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)$$

$$\textcircled{3} \quad -\frac{1}{2}x + 3 \quad x \geq 1$$



رسم نمودار تابع به کمک انتقال: برای رسم تابع به کمک انتقال تابع نشان نمودار

بعضی از توابع مهم میباشند که میتوان  $y = |x|$  و  $y = x^2$  را نام برد که نمودار آنها بصورت شکل زیر میباشند



در رسم نمودارها به روش انتقال، اگر تغییرات برای  $x$  بود تغییرات را به صورت قرینه اعمال

کنیم یعنی اگر در تابع گفته شده باشد دو واحد به راست، نمودار را دو واحد به چپ انتقال

میدهیم.

ولی اگر تغییرات برای  $y$  بود تغییرات را در جهت اعمال میکنیم، مثلاً اگر گفته بود دو واحد

به بالا، نمودار را دو واحد به بالا انتقال میدهیم.

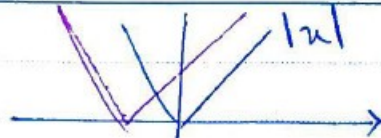


$y = |x+2|$

✓  
حقیقت

$y = |x+2|$

تغییرات برای  $x$



$y = |x|+2$

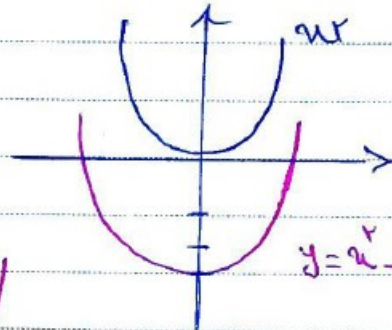
$y = |x|+2$

تغییرات برای  $y$



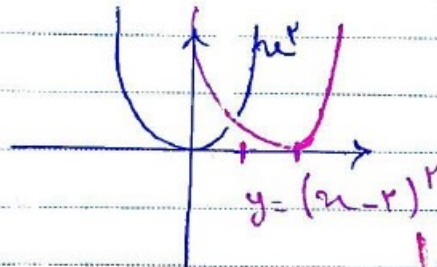
$y = x^2 - 4$

تغییرات برای  $y$

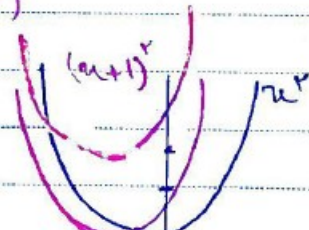


$y = (x-2)^2$

تغییرات برای  $x$

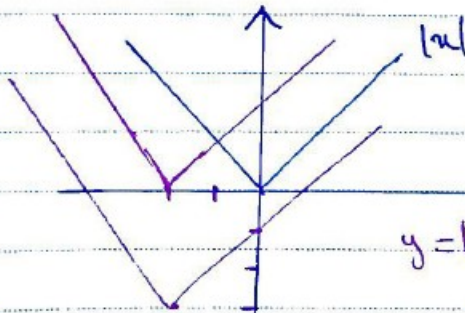


$y = (x+1)^2 + 2$



$y = |x+2| - 4$

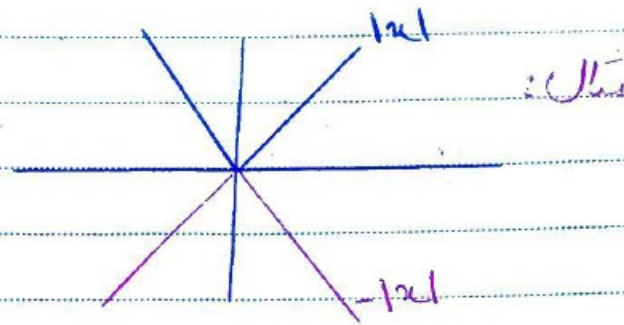
$y = |x+2| - 4$



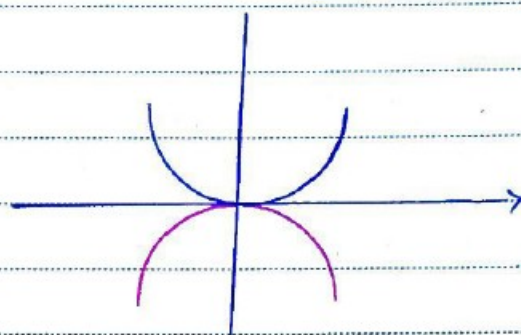
از بیرون به منفی دست کادر و از بیرون به مثبت دست کادر  
هر چه بیشتر قدر مطلق  $y$  به حقیقت و برعکس همین



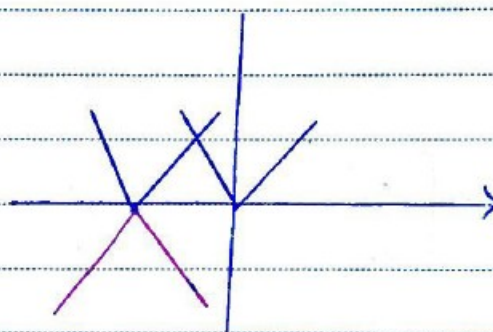
$$y = -|x|$$



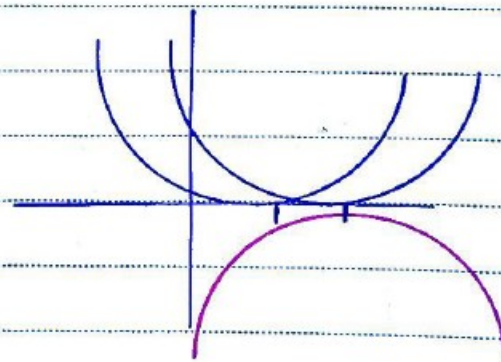
$$y = -x^2$$



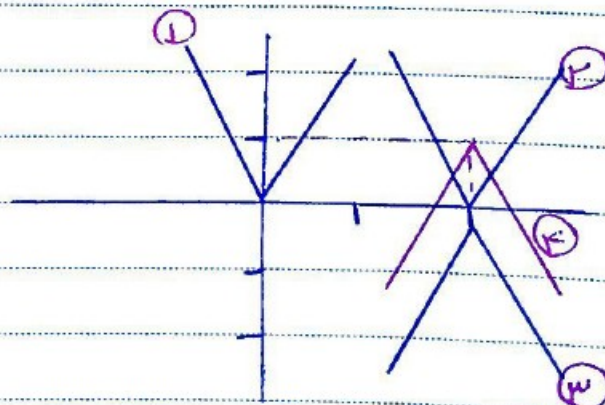
$$y = -|x+1|$$



$$y = -(x-2)^2$$

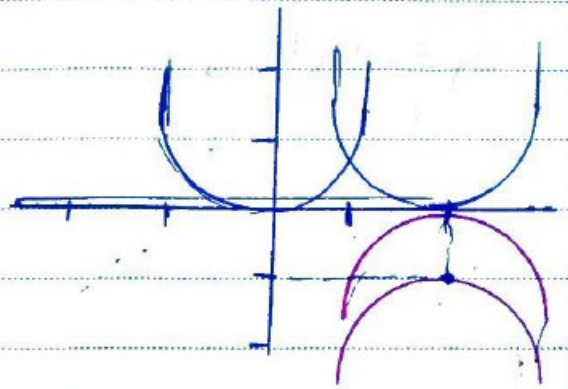


$$y = -|x-1| + 1$$





$$y = -(x-2)^2 - 1$$



این سه تابع در یک نقطه یعنی در  $x=2$  به هم می‌رسند. این عدد را  $x_0$  می‌نامند.

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

$$g(x) = |x-3| + 4$$

$$g(0) = |0-3| + 4 = 7$$

$$g(2) = |2-3| + 4 = 5$$

$$g(-2) = |-2-3| + 4 = 9$$

$$h(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 1 \\ 4x + 1 & x < 1 \end{cases}$$

$$f(0) = 0^2 - 4(0) + 1 = 1$$

$$f(2) = 2^2 - 4(2) + 1 = -3$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 4(-2) + 1 = 17$$

$$f(1) = 1^2 - 4(1) + 1 = -2$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 1 & x > 1 \\ 4 & 1 \geq x > 0 \\ -4x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(2) = 4(2) - 1 = 7$$

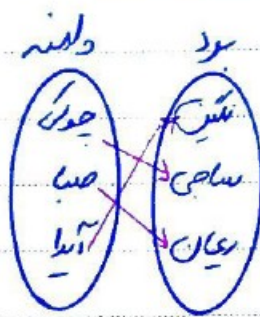
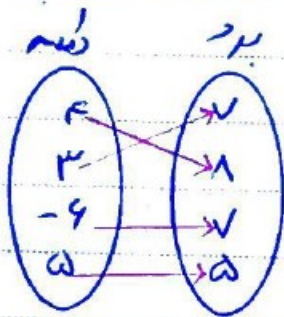
$$f(1) = 4 = 4$$

$$f(-1) = -4(-1) + 1 = 5$$

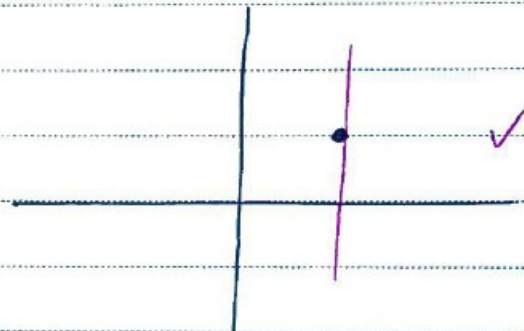
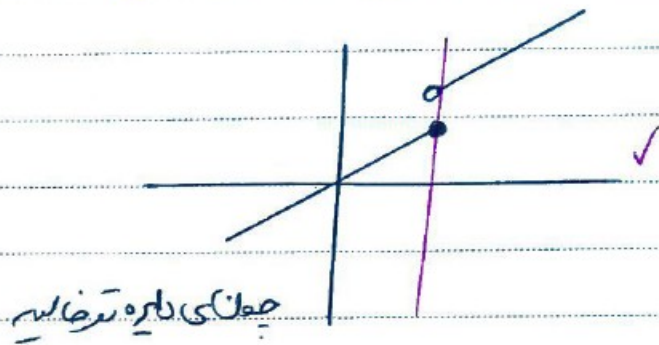
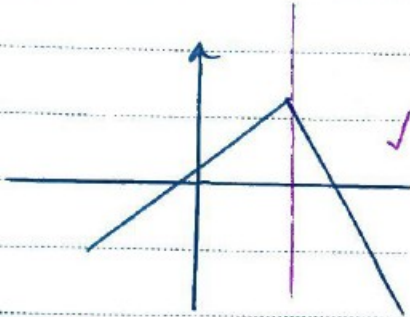
$$f(0) = -4(0) + 1 = 1$$

$$f(2) = 4 = 4$$





مرکز عمل ۵ :



$$\{(1, 2), (-1, 9), (5, 13), (11, 13)\} \checkmark$$

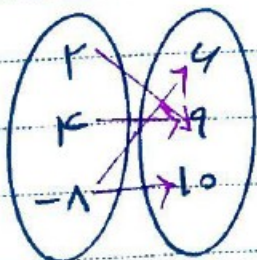
$$D \rightarrow x = (1, -1, 5, 11)$$

$$R = (2, 9, 13, 13)$$

$$\{(1, 2), (1, 2), (5, 13), (11, 13)\} \checkmark$$

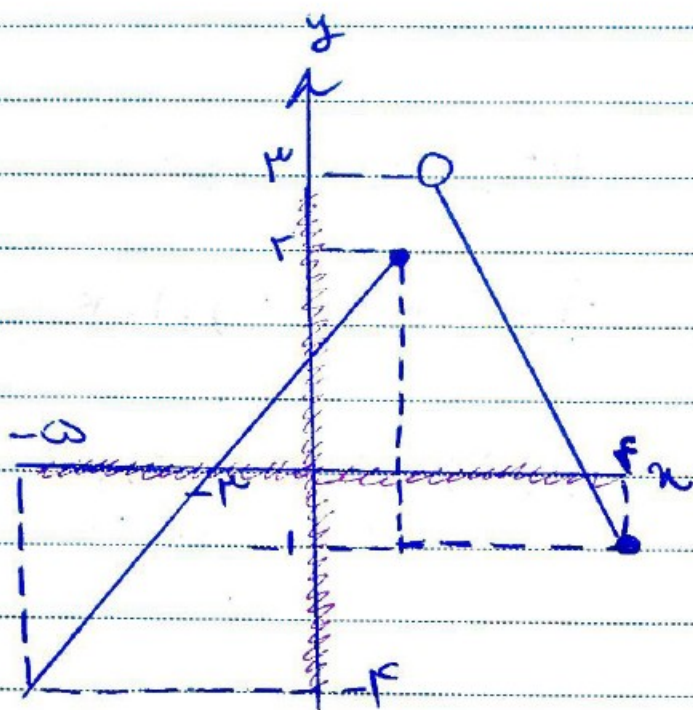
$$A = \{(1, 4), (1, 9), (1, 2), (1, 4)\} \quad (x=4) \rightarrow (y=4x^2)$$

ابتدا مشخص کنید تابع از چه چیزی به چه چیزی می‌رود و آن را مشخص کنید.



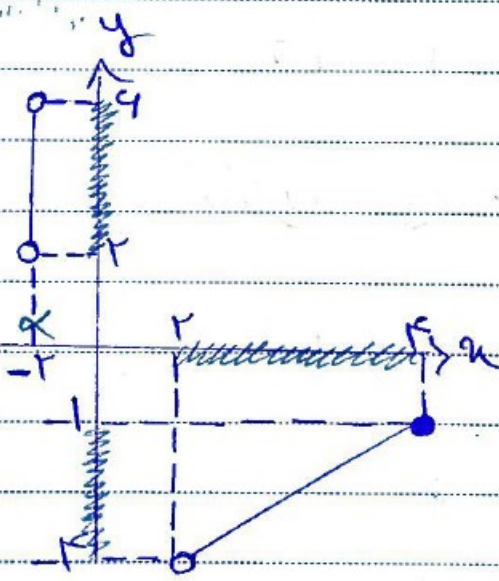
D دانشه بود





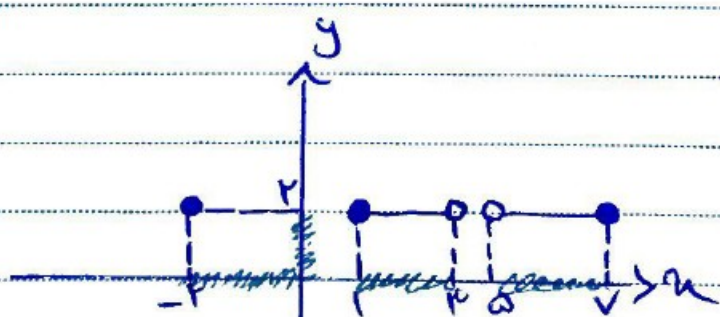
$$D = (-\omega, \kappa]$$

$$R = (-\kappa, \kappa)$$



$$D = \{r\} \cup (r, \kappa]$$

$$R = (-\kappa, 1] \cup (r, \omega)$$



$$D = [r] \cup (1, \kappa) \cup (\omega, \nu]$$

$$R = [r]$$



$$f(x) = x - a$$

$$f(x) = x^2 - 4x + k$$

$$f(r) = r - a = -k$$

$$f(r) = r^2 - 4(r) + k = k - 1r + k = -a$$

$$f(1) = 1 - a = a$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + k = k + 1r + k = 19$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - kx & x > 1 \quad \text{حرفه بزرگتر از 1} \\ a & x = 1 \quad \text{حرفه مساوی 1} \\ -x + k & x < 1 \quad \text{حرفه کوچکتر از 1} \end{cases}$$

$$f(-1) = 1 \quad \text{حرفه کوچکتر از 1} \quad -(-1) + k = 1$$

$$f(1) = 1 \quad \text{حرفه مساوی 1} \quad a$$

$$f(k) = 0 \quad \text{حرفه بزرگتر از 1} \quad k^2 - k(k) = 0$$