



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)



## فصل پنجم

### ریاضی دهم – تابع

ریاضی و تجربی



site : [www.fera.ir](http://www.fera.ir)  
email : [adel3115@gmail.com](mailto:adel3115@gmail.com)  
channel : [telegram.me/math\\_akh](https://t.me/math_akh)  
phone : ۰۹۱۹۰۶۹۰۰۶۳ – ۰۹۳۵۶۷۸۳۳۷۲  
id : @adel\_akhkandi

مؤلف: عادل آخکندی



## به نام خالق زیبایی‌ها

منحنی قائم‌تلیح ابروی توست خط‌مجانِب بر آن، طره‌ی کیسوی توست، حد رسیدن به تو، مبهم و بی‌انتهاست، بازه تعریف دل، در حرم کوی توست، بی‌تو وجودم بود یک سری واکرا، نایه همکراش دایره روی توست، مهر تو چون می‌دهد سمت به بردار دل، هر طرفی روکنی، هم‌جهت و سوی توست، پرتو خورشید شد مشتق از آن چشم تو، گرمی و جان بخشی‌اش جزئی از آن خوی توست، چون به عدد، یک تویی، من همه صفرها، آن چه که معنادار قامت دجوی توست، اگر شود آن دم که مازوج مرتب شویم، سر به رهت می‌نهم، چون که سرم کوی توست، هجر و فراق شکست قائمه قائمی، نقطه پرگار عشق والد و پی جوی توست

یچگاه دلی رامشکن چون ممکن است خانه خدا باشد. یچگاه انسانی را تحقیر نکن چون ممکن است حبیب خدا باشد، یچگاه کنایات را کوچک شمار چون ممکن است آن محطه، محطه مرکب تو باشد.

این نوشته می‌تواند برای هردانش آموزی مورد استفاده قرار گیرد و خواننده می‌تواند از مباحث شتوع آن بهره‌ی کافی را ببرد توصیه می‌کنم که تمام بخش‌ها را کامل مطالعه نمایید

در خاتمه تاکید می‌کنم از آنجا که هیچ کلامی جز کلام خداوند خالی از اشتباه نیست، از خوانندگان عزیز تقاضا می‌کنیم ما را از نظرات، انتقادات و پیشنهادات خویش بهره‌مند ساخته تا در تالیفات بعدی از آنها استفاده شود.



عنوان

# جزوه آموزشی ریاضی پایه دهم فصل پنجم : تابع

نگارش

عادل آخکندی



## صفحه

## فهرست

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| ۱ تابع.....                                                       | ۱  |
| ۱.۱ تعریف تابع.....                                               | ۱  |
| ۲.۱ زوج مرتب.....                                                 | ۳  |
| ۲ تعیین دامنه و برد تابع.....                                     | ۹  |
| ۱.۲ تابع خطی.....                                                 | ۱۵ |
| ۲.۲ روش تعیین معادله تابع خطی به فرم استاندارد $y = mx + h$ ..... | ۱۷ |
| ۳.۲ روش تعیین معادله خط به فرم $y - y_0 = mx - x_0$ .....         | ۱۸ |
| ۱.۳.۲ نتیجه : حالت های مختلف خط راست.....                         | ۲۱ |
| ۳ انواع توابع.....                                                | ۲۲ |
| ۱.۳ توابع چند جمله ای.....                                        | ۲۲ |
| ۱.۱.۳ بررسی تابع همانی و ثابت.....                                | ۲۲ |
| ۲.۳ تابع قدرمطلق.....                                             | ۲۵ |
| ۳.۳ توابع چند ضابطه ای.....                                       | ۲۶ |
| ۳.۴ رسم برخی توابع به کمک انتقال.....                             | ۲۹ |
| ۱.۴.۳ رسم نمودار سهمی $y = mx + kx^2 + n$ به کمک انتقال.....      | ۲۹ |
| ۲.۴.۳ رسم نمودار سهمی $y = kx + a + b$ به کمک انتقال.....         | ۳۱ |
| ۳.۴.۳ محاسبه دامنه توابع (خارج از محدوده کتاب درسی).....          | ۳۴ |
| ۴.۴.۳ برد توابع.....                                              | ۳۷ |
| ۵.۳ تست های جمع بندی.....                                         | ۳۸ |



## معذرت ....

معذرت می‌خواهم فیثاغورس ... چرا که مادر من سخت‌ترین معادلات است!

معذرت می‌خواهم نیوتن ... چرا که مادر من راز جاذبه است!

معذرت می‌خواهم ارسون ... چرا که مادر من اولین چراغ زندگی من است!

معذرت می‌خواهم افلاطون ... چرا که این مادر من است که شهر فاضله قلب من است!

معذرت می‌خواهم رومیو ... چرا که همه راه‌ها به عشق مادر من ختم می‌شود!

معذرت می‌خواهم ژولیت ... چرا که مادر من عشق من است!

تابع یکی از مفاهیم نظریه مجموعه‌ها و حساب دیفرانسیل و انتگرال است. بطور ساده می‌توان گفت که به قاعده‌های تناظری که به هر ورودی خود یک و فقط یک خروجی نسبت می‌دهند، تابع گفته می‌شود. تابع‌ها در شاخه‌های گوناگون دانش کاربرد فراوان دارند. برای نمونه در فیزیک، هنگامی که می‌خواهیم رابطه بین چند متغیر را بیان کنیم، به ویژه هنگامی که مقدار یک متغیر کاملاً وابسته به متغیرهای دیگر است از تابع بهره می‌بریم. تابع در دانش‌های گوناگون بیشتر به عنوان عملگر است که کاری را بر روی داده‌های ورودی می‌انجامد. تابع را همچنین مورد استفاده در علم رایانه برای مدل‌سازی ساختمان داده‌ها و تأثیرات الگوریتم می‌بینیم.

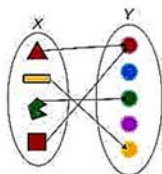




مفهوم تابع و بازنمایی های آن

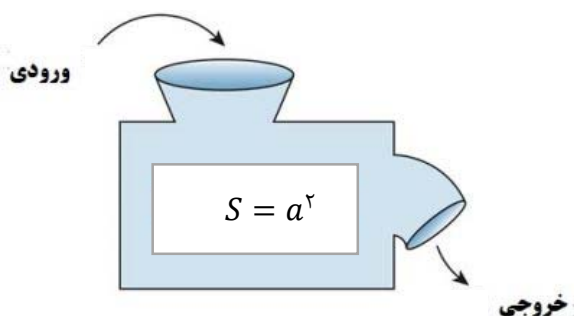
درس اول

۱ تابع



۱.۱ تعریف تابع

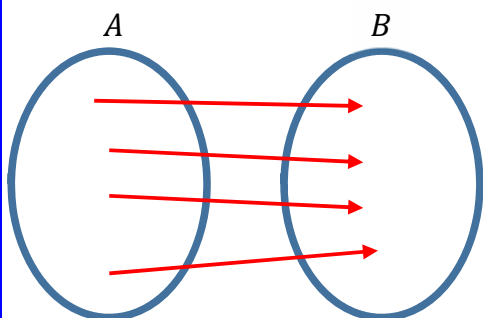
فرض کنید رابطه ای وجود دارد که به کمک آن می توانیم مساحت مربعی به طول ضلع  $a$  را بدست آوریم. می دانیم چنین رابطه ای به صورت  $S = a^2$  خواهد بود ، حال اگر طول اضلاع مربع به صورت های  $\{2, 3, 4, 5\}$  باشد ، آنگاه مساحت مربع چه اعدادی خواهد بود؟



آیا در رابطه بالا امکان دارد که به ازای یک طول ، دو مساحت وجود داشته باشد؟  
در این فصل با چنین روابطی سر و کار خواهیم داشت. که آنها را تابع می نامیم.

**سوال :** فرض کنید دستگاهی وجود دارد که هر کدام از اعضای مجموعه  $A = \{2, 3, -1, \sqrt{7}\}$  را گرفته ، ابتدا آنها را ۲ برابر می کند ، سپس سه واحد از آنها کم می کند. مجموعه خروجی ها را مشخص کنید. سپس برای آن یک رابطه پیشنهاد دهید.

در این مثال می توانیم مجموعه ورودی ها و خروجی ها را به صورت نمودار ون یا جدول نیز نمایش دهیم :



|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

تذکر : توجه کنید که به ازای هر ورودی ، تنها یک خروجی وجود دارد.



**تعریف :** یک تابع از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  ، رابطه ای بین این دو مجموعه است که به هر عضو از  $A$  دقیقاً یک عضو از  $B$  را نسبت می دهد. مجموعه  $A$  را دامنه و مجموعه  $B$  را هم دامنه یا مقصد گویند .

به عنوان مثال رابطه ای که به ضلع یک مربع، محیط مربع را نسبت می دهد. تابع است ، یا رابطه ای که وزن دانش آموز را در هر لحظه نشان می دهد یک تابع است چون ممکن نیست دانش آموزی در یک لحظه دارای دو وزن باشد.

**سوال :** کدام یک از روابط زیر یک تابع را معلوم می کند؟ توضیح دهید.  
الف) رابطه ای که به ضلع یک مثلث، مساحت مثلث را نسبت می دهد.

ب) رابطه ای که به هر فرد، دمای بدن او را در یک زمان معین نسبت می دهد.

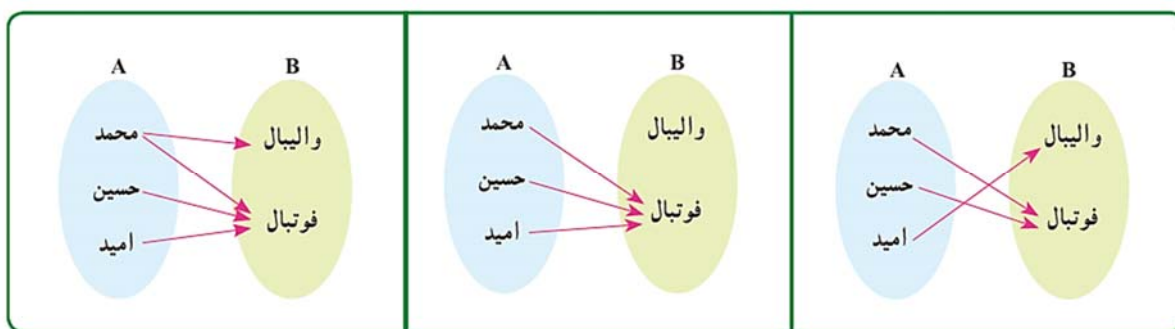
ج) رابطه ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می دهد.

د) رابطه ای که به هر دانش آموز، دوستان او را نسبت می دهد.

ه) رابطه ای که به هر عدد، ریشه های دوم آن عدد را نسبت می دهد.

و) رابطه ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می دهد.

**سوال :** به نظر شما کدامیک از روابط زیر می تواند یک تابع را نمایش دهد؟



دقت کنید که در سوال بالا نظر اولیه خود را بنویسید که بعداً با درک بهتر موضوع ، به درستی یا نادرستی پاسخ خود پی ببرید.

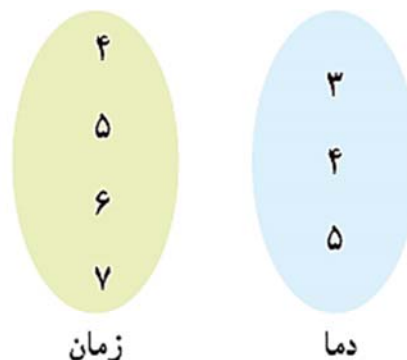
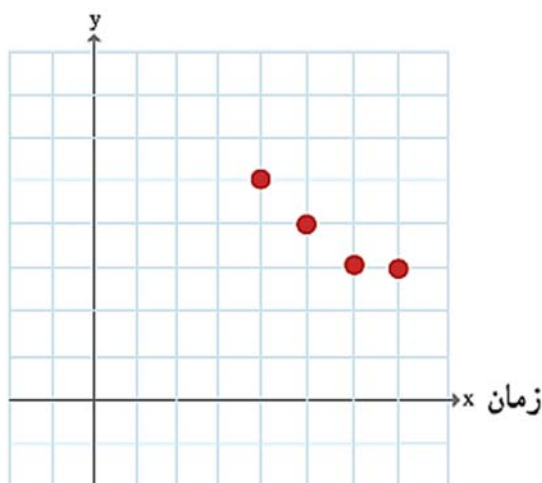


## ۲.۱ زوج مرتب

فرض کنید نمودار زیر دمای هوا را در چهار ساعت متفاوت در شهر سنندج نشان می دهد .

رابطه بین زمان و دما را به صورت نمودار پیکانی نمایش دهید و معلوم کنید که آیا این رابطه یک تابع است؟ جدول را هم کامل کنید.

دما (سانتی گراد)



| ساعت | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ |
|------|---|---|---|---|
| دما  | ۵ | ۴ |   |   |

اگر در نمودار بالا ، محور افقی را طول و محور عمودی را عرض در نظر بگیریم ، آنگاه مختصات هر یک از نقاط داده شده را می توانیم به صورت یک "زوج" در نظر بگیریم :

$$(۴,۵), (۵,۴), (۶,۳), (۷,۳)$$

ترتیب نوشتن اعداد در هر زوج مهم است . مثلاً زوج های  $(۴,۵)$  و  $(۵,۴)$  برابر نیستند و دو نقطه متفاوت در نمودار را نشان می دهند به همین دلیل به هر یک از زوج های بالا یک **زوج مرتب** می گوییم .

اگر همه زوج های مرتب بالا را در مجموعه ای قرار دهیم، یک نمایش دیگر برای رابطه ارائه شده بین زمان و دما به دست می آید که به آن **نمایش زوج مرتبی** رابطه داده شده می گویند. برای نام گذاری این مجموعه جدید از

$$f = \{(۴,۵), (۵,۴), (۶,۳), (۷,۳)\}$$

حروفی مانند  $g$  یا  $f$  استفاده می کنیم لذا داریم :

**تعریف :** هر دوتایی که به صورت  $(a, b)$  نشان داده می شود که ترتیب قرارگیری در آنها اهمیت دارد را زوج مرتب می نامند . در زوج مرتب  $(a, b)$  به  $a$  مؤلفه ی اول و به  $b$  مؤلفه ی دوم می گویند . به عنوان مثال در زوج مرتب  $(۷,۳)$  ، ۷ را مؤلفه اول و ۳ را مؤلفه دوم می نامیم.

تست : رابطه ی  $g = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, 2x + y \leq 7\}$  چند زوج مرتب دارد؟ (ریاضی خراج ۸۸)

۹ (د)

۸ (ج)

۶ (ب)

۵ (الف)

نکته: دو زوج مرتب مساویند هرگاه مولفه های آنها نظیر به نظیر با هم برابر باشند به عبارتی :  $(a, b)$  و  $(c, d)$

مساویند هرگاه :  $a = c$  و  $b = d$

سوال: مقادیر  $a, b$  را به گونه ای بیابید که دو زوج مرتب  $(a^2 - b^2, a - b) = (300, 15)$  برابر باشند ؟

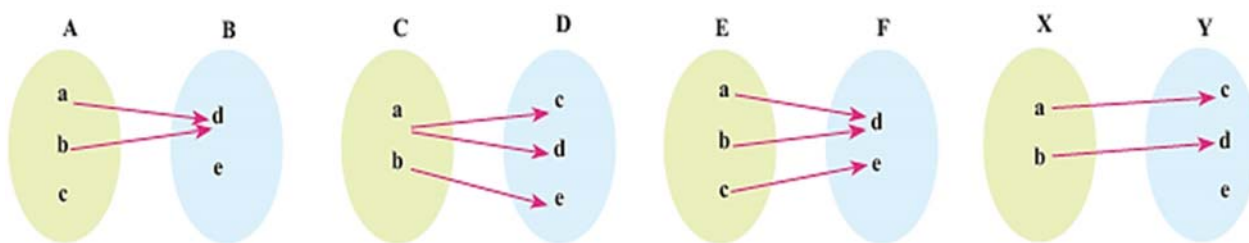
انواع نمایش تابع : ۱- زوج مرتب ۲- نمودار ون ۳- نمودار (مختصاتی) ۴- جدول ۵- ضابطه

سوال : هر کدام از جاهای خالی را تکمیل نموده و بیان کنید که کدام رابطه یک تابع است؟

| توصیف رابطه                                                 | مجموعه زوج های مرتب                     | نمودار پیکانی | جدول یا نمودار |
|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------|----------------|
| به هر عدد طبیعی کمتر از ۴ مقسوم علیه های آن را نسبت می دهد. | $\{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3)\}$ |               |                |
|                                                             | $\{(2,4), (3,9), (4,16)\}$              |               |                |
| به اعداد ۴ و ۷ ریشه های دوم آنها را نسبت می دهد.            |                                         |               |                |

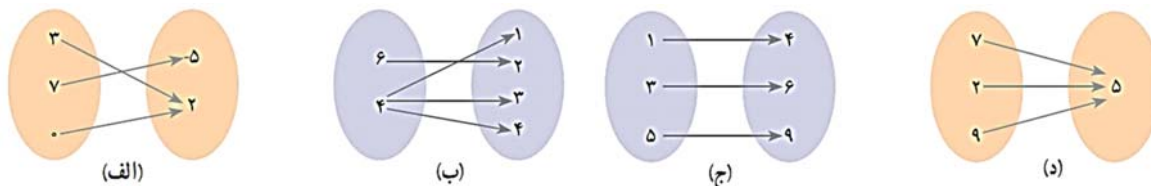
نمایش تابع از روی نمودار ون (نمودار پیکانی) : یک رابطه از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  که با **نمودار پیکانی** نمایش داده می شود تنها در صورتی تابع است که از هر عضو  $A$  **یک و تنها یک** پیکان خارج شده باشد .

**سوال :** کدامیک از نمودار های پیکانی زیر یک تابع است ؟

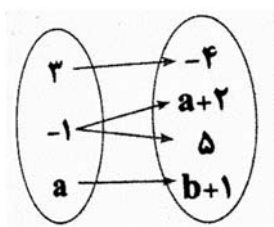


**تذکر :** در این روش از نمایش تابع ، ممکن است به یک عضو از مجموعه دوم چندین پیکان یا هیچ پیکانی وارد نشده باشد !!

**سوال :** کدامیک از نمودارهای ون داده شده مربوط به یک تابع است؟



**تست :** اگر نمودار ون مقابل مربوط به یک تابع باشد مقدار  $a - b$  کدام است؟



۵ ( د )

۸ ( ج )

۳ ( ب )

۶ ( الف )

**نمایش تابع از روی زوج مرتب :** در نمایش یک رابطه با زوج های مرتب، در صورتی با یک تابع مواجه هستیم که در آن، هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه ی اول یکسان نباشند و اگر مؤلفه های اول دو زوج مرتب یکسان بودند، باید مؤلفه های دوم آن دو نیز با هم برابر باشند .

$$f = \{(4,5), (5,4), (6,3), (7,3)\} \quad \text{و} \quad g = \{(2,6), (5,4), (5,3), (7,3)\}$$

سوال : کدامیک از روابط زیر نمایش یک تابع است؟

- |                                                           |                                                |
|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| الف) $\{(2,1), (3,-5), (3,7)\}$                           | ب) $\{(0,1), (\frac{3}{5},1), (-5,1), (8,1)\}$ |
| ج) $\{(1,1), (2,2), (\frac{1}{3},\frac{1}{3}), (-4,-4)\}$ | د) $\{(5,2)\}$                                 |
| هـ) $\{(2,3), (0,-6), (0,3), (\sqrt{7},1)\}$              | و) $\{(2,3), (3,2), (1,1)\}$                   |

سوال : اگر رابطه  $g = \{(2, a-b), (2,3), (1, a+b), (3,0), (1,-1)\}$  یک تابع باشد ، مقادیر  $a$  و  $b$  را بیابید.

تست: رابطه ی  $f = \{(3, m^2), (2,1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$  به ازای کدام مقدار  $m$  یک تابع است؟ (تجربی خارج ۸۵)

- الف)  $-2$       ب)  $-1$       ج)  $2$       د) هیچ مقدار  $m$

تست : در رابطه ی  $f = \{(2,1), (3,4), (5,1), (2,4), (3,4), (1,1)\}$  با حذف حداقل چند عضو تابع حاصل می شود؟

- الف)  $2$       ب)  $1$       ج)  $3$       د) هیچ عضو

سوال : اگر مجموعه  $A$  چهار عضوی و مجموعه  $B$  سه عضوی باشد. آیا می توانید یک تابع از  $A$  به  $B$  تعریف کنید؟

نمایش تابع از روی جدول : در این حالت بایستی **مشابه زوج مرتب** عمل کنیم.

سوال : کدامیک از جدول های زیر مربوط به نمایش یک تابع است؟

|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| x | ۲ | ۹ | ۰ | ۵ | -۱ |
| y | ۱ | ۰ | ۲ | ۴ | ۴  |

(الف)

|   |   |   |   |   |    |     |
|---|---|---|---|---|----|-----|
| x | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵  | ... |
| y | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ... |

(ب)

|   |               |    |   |    |   |            |
|---|---------------|----|---|----|---|------------|
| x | $\frac{1}{3}$ | -۲ | ۵ | -۲ | ۷ | ۱۰         |
| y | $\frac{1}{3}$ | ۱  | ۵ | ۴  | ۵ | $\sqrt{2}$ |

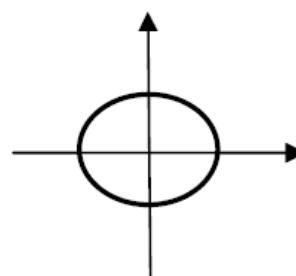
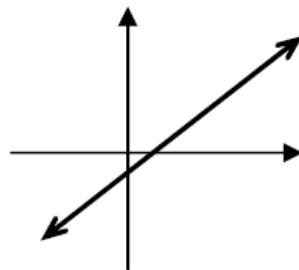
(ج)

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| x | ۲ | ۸ | ۷ | ۴ | ۸ |
| y | ۲ | ۷ | ۷ | ۹ | ۴ |

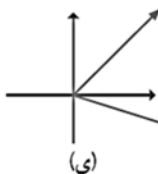
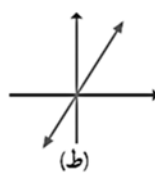
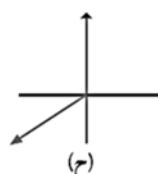
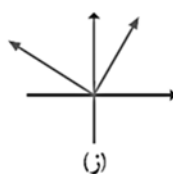
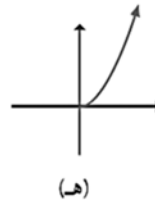
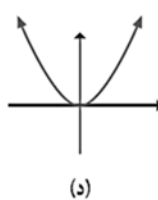
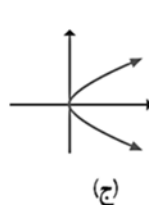
(د)

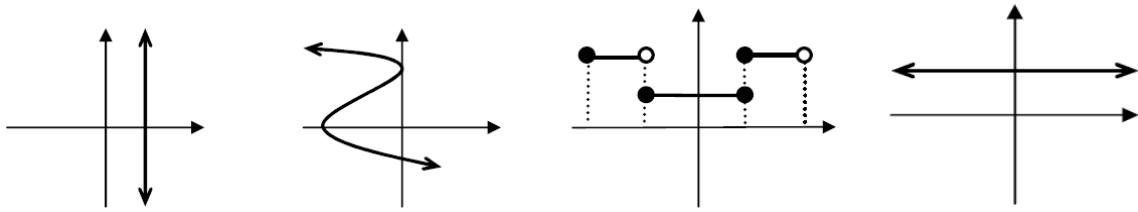
نمایش تابع از روی نمودار (هندسی یا دکارتی) : زمانی یک نمودار، نمودار تابع است که **هر خط موازی محور** **لایها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند** . (چرا؟)

به عنوان مثال نمودار سمت چپ تابع است و نمودار سمت راست تابع نیست.



سوال : کدامیک از نمودارهای داده شده مربوط به یک تابع است؟







## ۲ تعیین دامنه و برد تابع

در جدول زیر رابطه بین تعدادی چند ضلعی و مجموع زوایای داخلی آنها داده شده است. جدول را کامل کنید.

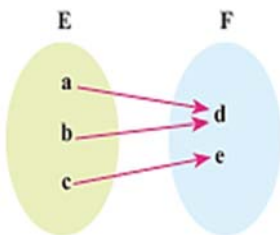
| چندضلعی                   | مثلث        | مربع | لوزی | پنج ضلعی |
|---------------------------|-------------|------|------|----------|
| مجموع زوایای داخلی (درجه) | $180^\circ$ |      |      |          |

حال جدول بالا را به صورت زوج مرتب کامل کنید :

تعریف : مجموعه همه مولفه های اول زوج های مرتب تشکیل دهنده هر تابع را "**دامنه**" و مجموعه همه مولفه های دوم را "**برد**" آن تابع گویند.

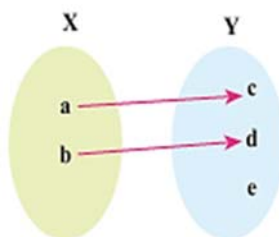
تذکر : دامنه تابع  $f$  را با  $D_f$  و برد تابع  $f$  را با  $R_f$  نمایش می دهند.

الف ) تعیین دامنه و برد به کمک نمودار ون : در صورتی که یک رابطه به کمک نمودار ون تابع باشد مجموعه تمام اعضای مجموعه اول که پیکان از آنها خارج شده است را دامنه و اعضای از مجموعه دوم را که پیکان به آنها وارد شده است را برد گویند. به عنوان مثال :



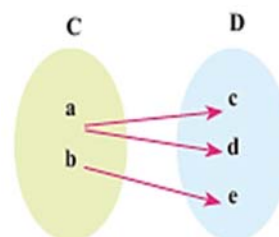
$$D_f = \{a, b, c\}$$

$$R_f = \{e, d\}$$



$$D_f = \{ \quad \}$$

$$R_f = \{ \quad \}$$



ب) تعیین دامنه و برد به کمک زوج مرتب: اگر یک رابطه به صورت زوج مرتب تابع باشد، مجموعه مولفه اول تمام زوج های مرتب، دامنه و مجموعه مولفه های دوم تمام زوج های مرتب را برد گویند به عنوان مثال:

$$f = \{(2,1), (3,4), (5,-1), (-2,4), (1,-5)\} \rightarrow \begin{cases} D_f = \{2,3,5,-2,1\} \\ R_f = \{1,4,-1,-5\} \end{cases}$$

سوال: اگر رابطه  $f = \{(a-1,2), (5,a-2), (a-2,b+3), (3,5), (5,3), (6,b+2)\}$  تابع باشد آنگاه برد تابع را بیابید.

ج) تعیین دامنه و برد به کمک جدول: در این حالت مشابه زوج مرتب عمل می کنیم، به عنوان مثال:

|   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|
| x | 2 | 9 | 0 | 5 | -1 |
| y | 1 | 0 | 2 | 4 | 4  |

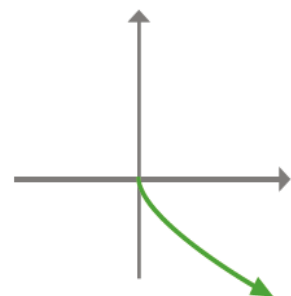
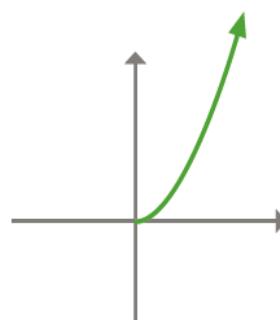
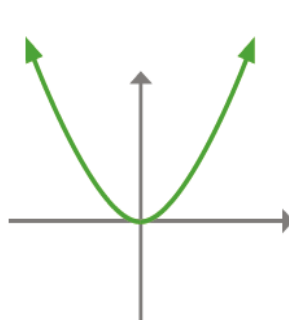
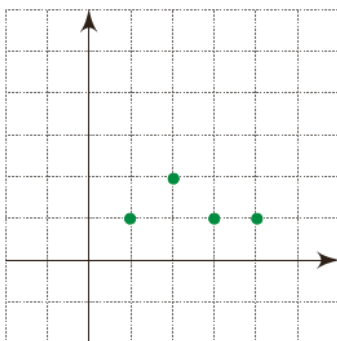
(الف)

|   |   |   |   |   |    |     |
|---|---|---|---|---|----|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | ... |
| y | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | ... |

(ب)

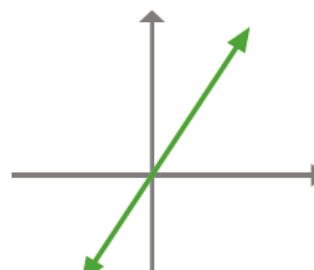
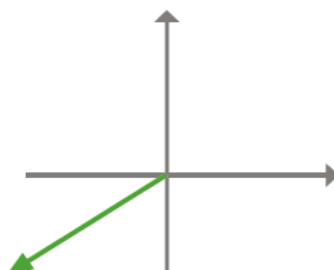
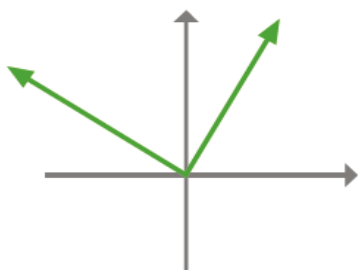
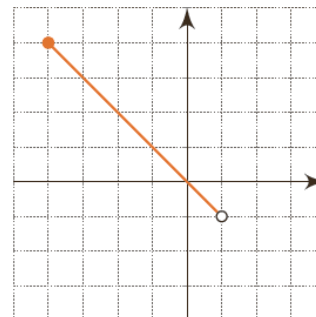
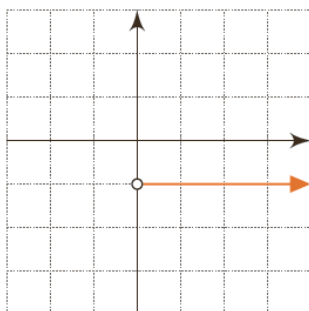
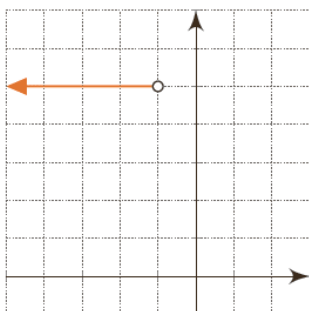
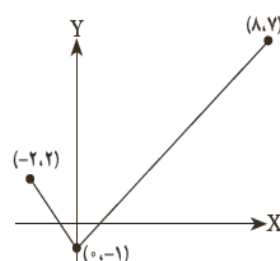
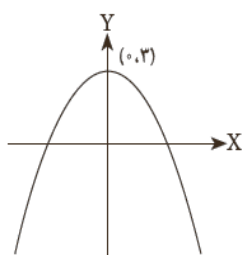
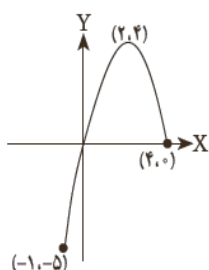
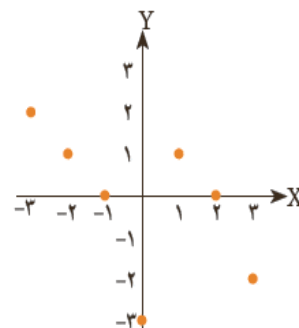
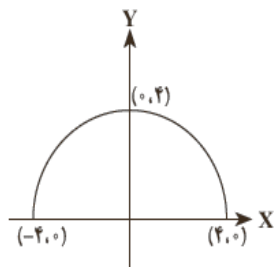
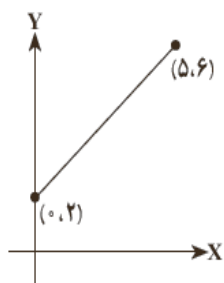
د) تعیین دامنه و برد به کمک نمودار: اگر یک رابطه تابع باشد که به کمک نمودار نمایش داده شده باشد، مجموعه تصویر تمام نقاط نمودار روی محور طول ها دامنه و مجموعه تصویر تمام نقاط روی محور عرض ها برد نام دارد.

سوال: در شکل های زیر دامنه و برد را تعیین کنید:



$$\begin{aligned} D_f &= \{ \quad \quad \quad \} & D_f &= \\ R_f &= \{ \quad \quad \quad \} & R_f &= \end{aligned}$$





سوال : تابعی مثال بنویس که :

الف) دامنه آن تنها شامل دو عضو باشد.

ب) برد آن تنها از یک عضو تشکیل شده باشد.

پ) دامنه آن تنها یک عضو داشته باشد.

ت) دامنه آن نامتناهی باشد، ولی برد آن تنها یک عضو داشته باشد.

ث) دامنه و برد آن نامتناهی باشند.

ج) تابعی مثال بنویس که دامنه آن سه عضو و برد آن دو عضو داشته باشد.

چ) آیا تابعی وجود دارد که دامنه آن دو عضو و برد آن سه عضو داشته باشد؟

بررسی یک فعالیت : دنباله شکل های زیر را در نظر بگیرید :

شکل اول



شکل دوم



شکل سوم



شکل چهارم



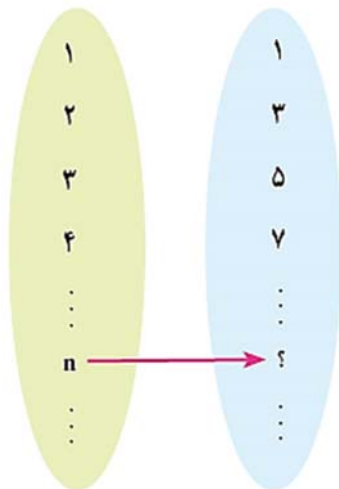
...

...

الف) جدول زیر را کامل کنید.

| شماره شکل      | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ... | ۱۰۰ | ... | n | ... |
|----------------|---|---|---|---|---|---|-----|-----|-----|---|-----|
| تعداد دایره‌ها | ۱ | ۳ |   |   |   |   | ... |     | ... |   | ... |

ب) نمودار ون مربوط به آن را کامل کنید:



ج) به نظر شما چنین دنباله ای تابع است؟ آیا می توانید جمله عمومی آن را بنویسید؟

د) نمودار مختصاتی مربوط به آن را رسم کنید، سپس دامنه و برد تابع را مشخص کنید.

و) نمایش جبری یک تابع (ضابطه)

در مثال بالا عضو ۱ از دامنه به عضو ۱ از برد نظیر شده است لذا می توانیم بنویسیم  $f(1) = 1$  و عضو ۲ از دامنه به عضو ۳ از برد نظیر شده است پس  $f(2) = 3$  و به همین ترتیب می توان گفت که  $f(n) = 2n - 1$  است. این گونه نمایش یک تابع را، نمایش جبری گویند حال اگر متغیر  $x$  را جایگزین متغیر  $n$  کنیم آنگاه داریم  $f(x) = 2x - 1$

در حالت کلی نمایش جبری یک تابع به صورت  $y = f(x)$  است که کار را برای ما ساده تر می کند، توجه کنید که  $f(x)$  به مفهوم  $f \times (x)$  نیست.

**سوال:** مساحت یک مربع به طول ضلع  $x$  را به صورت ضابطه یک تابع بنویسید. سپس مقدار مساحت به ازای  $x = 3$  را محاسبه کنید.

**سوال:** ضابطه تابعی برای مساحت دایره به شعاع  $x$  بنویسید. سپس مقدار مساحت به ازای  $x = 3$  را محاسبه کنید.

**تعریف ضابطه:** اگر  $f$  یک تابع باشد و  $(x, y) \in f$  در این صورت می‌نویسیم  $y = f(x)$ ، که  $x$  را متغیر مستقل و  $y$  را متغیر وابسته به  $x$  می‌نامیم و  $y = f(x)$  را ضابطه تابع می‌گوییم. به عنوان مثال:  $y = x^3$  یا  $f(x) = x^3$

**سوال:** آیا می‌توانید برای زوج مرتب  $f = \{(2, 3), (3, 5), (5, 9), (-2, -5)\}$  یک ضابطه پیشنهاد دهید؟

**تذکر:** گاهی تابع را به صورت  $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$  نمایش می‌دهند.

**یافتن مقدار یک تابع:** برای یافتن مقدار تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = a$  کافی است، به جای  $x$  مقدار  $a$  را در ضابطه تابع قرار دهیم و حاصل را بیابیم به عنوان مثال:

$$f(x) = 2x^2 - 1 \rightarrow f(3) = 2(3)^2 - 1 = (2 \times 9) - 1 = 18 - 1 = 17$$

**سوال:** با توجه به تابع  $f(x) = x^2 - 3$  و  $g(x) = (x - 3)^2$  مقادیر زیر را بیابید.

الف)  $4f(2) + 3g(-1) =$

ب)  $\frac{f(0) + 2g(0)}{2g(1)} =$

پ)  $4f(x) + 3g(x) =$

ت)  $f(f(1)) =$



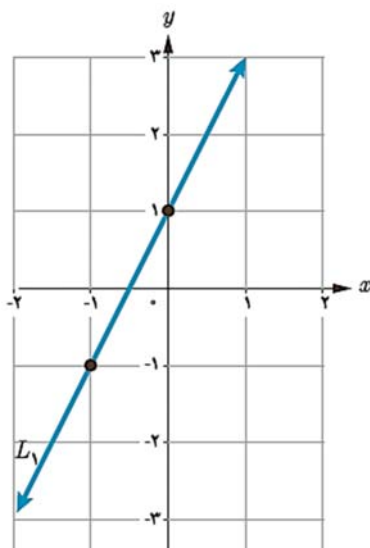
سوال: اگر  $f(x) + f(-1) = 5x - 1$  آنگاه مقدار  $f(1)$  را بیابید.

سوال: اگر  $f(x) = x + a$  و  $g(x) = 2x - b$  باشد و  $f(g(2)) = g(f(3))$  در این صورت مقدار  $a$  را بیابید.

سوال: طول یک مستطیل ۳ واحد بیشتر از عرض آن است. رابطه ای ریاضی بنویسید که محیط این مستطیل را بر حسب تابعی از عرض آن بیان کند.

سوال: نمودار تابعی را رسم کنید که دامنه آن  $[0, 2]$  و برد آن  $[-2, 1]$  باشد. چه تعداد از اینگونه توابع می توان رسم کرد؟

## ۱.۲ تابع خطی



تعریف: هر تابع که بین مولفه اول و دوم آن یک رابطه خطی (درجه اول) موجود باشد، آن را تابع خطی گویند. هر تابع خطی به صورت  $y = ax + b$  است که توان متغیر عدد یک است. در این رابطه،  $a$  را شیب و  $b$  را عرض از مبدا نامند. توابع  $f(x) = 2x - 3$  و  $y = \frac{1}{3}x - \sqrt{2}$  نمونه هایی از یک تابع خطی اند. رسم تابع خطی: برای رسم یک تابع خطی وجود دو نقطه دلخواه کافی است.

سوال: نمودار هر کدام از خطوط زیر را رسم کنید:

الف)  $f(x) = 2x - 4$       ب)  $g(x) = -3x + 1$

نتیجه: دامنه تابع خطی  $f(x) = ax + b$  برابر با ..... و برد آن نیز برابر با ..... خواهد بود.  
سوال: در هر کدام از حالت های زیر نمودار تابع خطی  $y = 2x$  را رسم کنید.

|       | (الف)            | (ب)                | (پ)         | (ت)                       |
|-------|------------------|--------------------|-------------|---------------------------|
| تابع  | $f(x) = 2x$      | $g(x) = 2x$        | $h(x) = 2x$ | $y = 2x$                  |
| دامنه | $\{1, 2, 3, 4\}$ | مجموعه اعداد حقیقی | $[2, 3]$    | مجموعه اعداد حقیقی نامنفی |
| برد   | ?                | مجموعه اعداد حقیقی | ?           | ?                         |

تست: فرض کنید که  $f(x) = ax + b$  یک تابع خطی باشد طوری که  $f(x+2) = f(x) + 2$  و  $f(2) = 5$  در این صورت مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

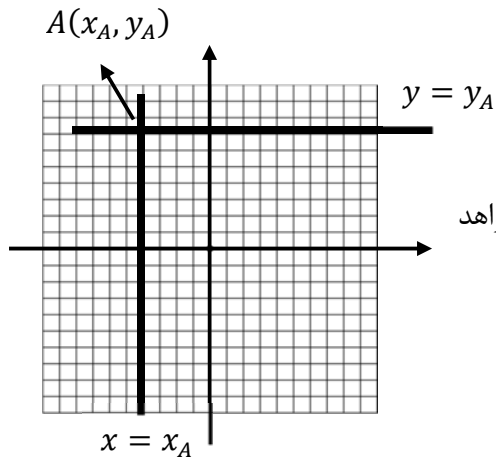
- الف)  $\frac{1}{3}$       ب)  $\frac{1}{2}$       ج)  $\frac{1}{6}$       د)  $\frac{1}{4}$

تست: در تابع خطی  $f$  داریم:  $f(-2) = 1$  و  $f(x+2) = 3 + f(x)$  در این صورت مقدار  $f\left(\frac{2}{3}\right)$  کدام است؟

- الف) 3      ب) 4      ج) 5      د) 2

بررسی دو حالت خاص (خطوط موازی با محورهای مختصات) :

اگر یک خط از نقطه ی  $A(x_A, y_A)$  بگذرد که :



الف ( موازی محور عرض ها باشد آنگاه معادله ی آن به صورت  $x = x_A$  خواهد بود.

ب ( موازی محور طول ها باشد آنگاه معادله ی آن به صورت  $y = y_A$  خواهد بود.

سوال : نمودار هر کدام از خطوط زیر را رسم کنید.

الف (  $x = 1$  ) ب (  $y = -2$  )

نتیجه :

الف ( همان طور که مشاهده شد خطوط  $x = a$  موازی محور ..... هستند. این خطوط تابع نیستند.

الف ( همان طور که مشاهده شد خطوط  $y = b$  موازی محور ..... هستند. این خطوط تابع هستند.

## ۲.۲ روش تعیین معادله تابع خطی به فرم استاندارد $y = mx + h$

حالت اول : در این روش دو نقطه از خط به ما داده می شود که با جایگذاری درون معادله خط به جای  $x, y$  و ایجاد دستگاه معادلات خط دو مجهولی می توان مقادیر شیب خط و عرض از مبدا را یافت. به سوال زیر توجه کنید.

سوال : معادله خطی را بنویسید که از نقاط  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  بگذرد.

**حالت دوم:** در این روش شیب و یک نقطه از خط به ما داده می شود که باز به کمک جایگذاری در معادله خط عرض از مبدا را می یابیم.

**سوال:** معادله خطی را بنویسید که از نقطه  $A = (-3, 2)$  بگذرد و شیب آن برابر ۵ باشد.

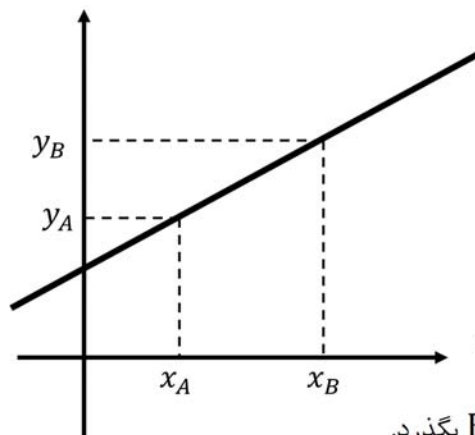
**سوال:** معادله خطی را بنویسید که از نقاط  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$  بگذرد.

### ۳.۲ روش تعیین معادله خط به فرم $y - y_0 = m(x - x_0)$

**حالت اول:** در این روش اگر دو نقطه از خط به ما داده شده باشد، ابتدا شیب خط را به کمک رابطه شیب که در زیر نحوه محاسبه آن توضیح داده شده است را می یابیم:

**شیب خط:** همان طور که می دانیم شیب یک خط گذرنده از دو نقطه  $A = (x_A, y_A)$  ,  $B = (x_B, y_B)$  برابر

است با نسبت جابجایی عمودی بر جابجایی افقی، به عبارت دیگر با توجه به شکل رسم شده شیب خط برابر است با:



$$m_{AB} = \text{شیب خط}$$

پس از محاسبه شیب با جایگذاری یکی از نقاط به دلخواه، در معادله ی

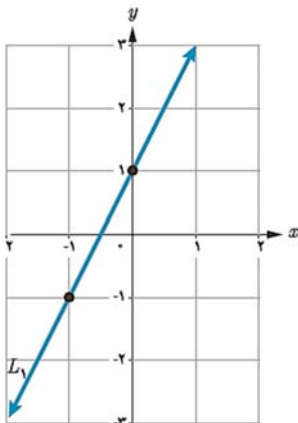
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

به جای  $x_0$  و  $y_0$  معادله را ساده می کنیم.

**سوال:** معادله خطی را بنویسید که از نقاط  $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$  بگذرد.



سوال: معادله تابع خطی رسم شده را بنویسید.



سوال: در یک تابع خطی میدانیم که:  $f(2) = 11$  و  $f(0) = 7$  نمودار این تابع را رسم کنید و نمایش جبری آن را بنویسید.

تست: به ازای کدام  $k$ ، سه نقطه  $(1, 3)$  و  $(2, -1)$  و  $(4, k)$  از یک تابع خطی است؟

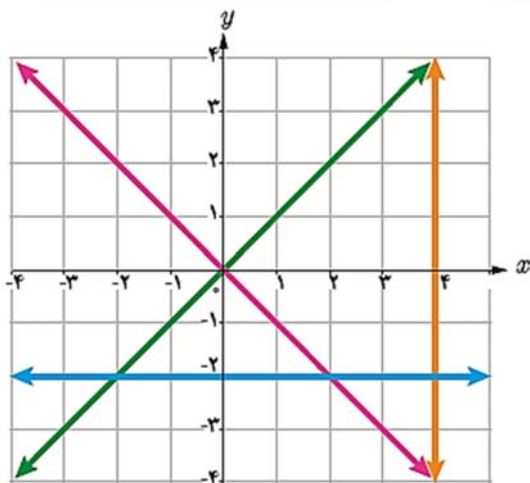
الف) ۹      ب) ۱۶      ج) -۹      د) -۱۶

**یادآوری:** هرگاه از سمت چپ محور طول ها به سمت راست حرکت کنیم و ارتفاع افزایش یابد شیب مثبت است و ارتفاع ثابت بماند، شیب صفر است و ارتفاع کاهش یابد، شیب منفی خواهد بود.

**حالت دوم:** در این حالت شیب و یک نقطه از خط داده می شود که با جایگذاری در معادله به جای  $m$  و  $x_0$  و  $y_0$  معادله را ساده می کنیم.

سوال: معادله خطی را بنویسید که از نقطه  $A = (-3, \frac{2}{3})$  بگذرد و شیب آن برابر ۳- باشد.

سوال : با توجه به شکل داده شده معادله خطوط را بیابید.



جمع بندی :

شیب خطوط موازی محور طول ها برابر ..... است.

شیب خطوط موازی محور عرض ها برابر ..... است.

معادله خط نیمساز ربع اول و سوم به صورت ..... است.

معادله خط نیمساز ربع دوم و چهارم به صورت ..... است.

تذکر : یکی دیگر از حالت های نمایش معادله یک خط به صورت  $ax + by + c = 0$  است که ضرایب  $a, b$  به صورت همزمان نمی توانند صفر باشند به عبارتی دیگر  $a^2 + b^2 \neq 0$  است، که در آن شیب برابر ..... و عرض از مبدا نیز برابر با ..... خواهد بود.

نکته : عرض از مبدا همان محل برخورد نمودار با محور عرض هاست پس برای محاسبه آن کافی است  $x = 0$  را در معادله قرار دهیم.

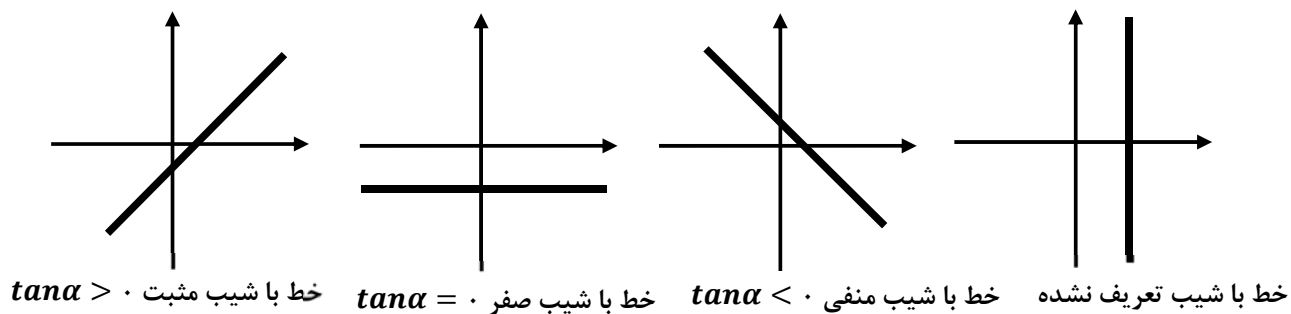
نکته : طول از مبدا همان محل برخورد نمودار با محور طول هاست که برای محاسبه آن کافی است  $y = 0$  را در معادله قرار دهیم.

سوال : محل برخورد خط  $2y = -3x + 1$  با محورهای مختصات را یافته ، سپس آن را رسم کنید.

نکته: معادله خطی که هر دو محورهای مختصات، یعنی طول و عرض را به ترتیب در نقاط  $m$  و  $n$  قطع می کند به صورت  $1 = \frac{x}{m} + \frac{y}{n}$  خواهد بود. (دلیل درستی این مطلب را نشان دهید)

سوال: معادله خطی که محور  $y$  را در نقطه ای به عرض  $-3$  و محور  $x$  را در نقطه ای به طول  $2$  قطع می کند، بیابید.

۱.۳.۲ نتیجه: حالت های مختلف خط راست



سوال: برای اندازه گیری دما از واحدهای **سانتی گراد** و **فارنهایت** استفاده می شود. که با رابطه

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

به یکدیگر وابسته اند.

الف)  $-20$  درجه سانتی گراد، چند درجه سلسیوس است؟

ب)  $104$  درجه سانتی گراد، چند فارنهایت است؟

پ) معادله ای بنویسید که سانتی گراد را برحسب فارنهایت به دست آورد.

ت) آیا رابطه بین این دو واحد، یک تابع خطی را معلوم می کند؟



## ۳ انواع توابع

### ۱.۳ توابع چند جمله ای

یک تابع خطی چون  $f(x) = 2x - 1$  و تابع درجه دوم  $f(x) = 2x^2 + 1$  یا  $f(x) = 2x^3 + 2x^2 + x$  و  $f(x) = \frac{9}{5}x^4 + \sqrt{2}x^2 + 1$  مشابه آنها که چند جمله ای هستند را تابع چند جمله ای گویند.

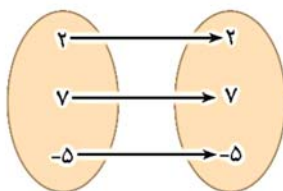
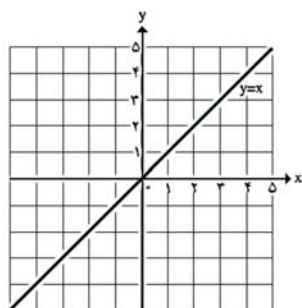
**تعریف:** توابعی را که نمایش جبری آنها، **چند جمله ای های جبری** از یک متغیر هستند، توابع چند جمله ای می نامیم.

دامنه ی تابع  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$  برابر با مجموعه اعداد حقیقی است. به عنوان مثال  $y = x + 1$ ،  $y = 10$ ،  $y = x^3 + 2x - 3$ ،  $y = (2x - 3)(x + 2)$  توابع چند جمله ای اند. که دامنه همگی برابر با کل اعداد حقیقی است.

**سوال:** یک تانکر از یک استوانه و دو نیم کره به شعاع  $r$  در دو انتهای آن، تشکیل شده است. اگر ارتفاع استوانه ۳۰ متر باشد، حجم تانکر را بر حسب تابعی از  $r$  مشخص کنید.

### ۱.۱.۳ بررسی تابع همانی و ثابت

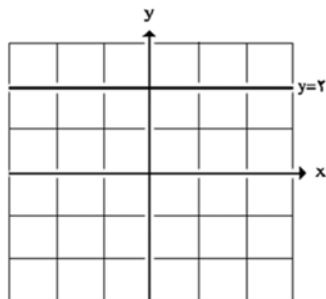
**تابع همانی:** اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد و هر عضو از دامنه تابع، دقیقاً به همان عضو در برد نظیر



شود، تابع را همانی گویند. به طور کلی تابع  $y = x$  یا  $f(x) = x$  را تابع همانی (نیمساز ربع اول و سوم) گویند طوری که دامنه آن برابر کل اعداد حقیقی و برد آن برابر با کل اعداد حقیقی است.

تست: اگر تابع  $f(x) = \frac{mx^2 - nx + p}{2x + 3}$ ، تابع همانی باشد، حاصل  $\frac{m+n}{p+1}$  کدام است؟

- الف) ۱-      ب) ۱      ج) صفر      د) ۲-



تابع ثابت: تابعی مانند  $f$  را که برد آن شامل یک عضو باشد تابع ثابت گوییم. به طور کلی تابع  $f(x) = c$ ،  $c \in \mathbb{R}$  را تابع ثابت گویند طوری که دامنه ی آن برابر کل اعداد حقیقی و برد آن برابر با  $\{c\}$  است. نمودار هر تابع خطی موازی با محور طول ها خواهد بود.

سوال: به کمک نمودار ون مثالی از یک تابع ثابت بنویسید.

سوال: نمودار خط  $x = 2$  را رسم کنید. آیا مربوط به یک تابع ثابت است؟

سوال: آیا هر تابع خطی، یک خط است؟ عکس آن چطور؟

تست: اگر تابع  $f = \{(2, 2a + b), (3, 6), (5, 3a - b)\}$ ، یک تابع ثابت باشد. حاصل  $a + b$  کدام است؟

- الف) ۳      ب)  $2/4$       ج)  $3/6$       د)  $2/6$

تست: اگر تابع  $f(x) = \frac{(a+2)x^2 - bx + 2c - 1}{x^2 + x + 4}$  برای هر  $x$  حقیقی به تابع ثابت  $y = 3$  تبدیل شود، حاصل

$\frac{a}{b+2c}$  کدام است؟

- الف)  $0/5$       ب)  $0/1$       ج)  $0/2$       د)  $0/8$

**سوال :** برای هر مورد مثالی به دلخواه ارائه کنید.  
الف ( مثالی از یک تابع چند جمله ای ارائه کنید.

ب ( یک تابع همانی مثال بزنید که دامنه آن  $\{1, 2, \alpha, \beta\}$  باشد.

پ ( یک تابع مثال بزنید که دامنه و برد آن برابر باشند؛ ولی تابع همانی نباشد.

ت ( مثالی از یک تابع ثابت ارائه کنید که دامنه آن ۵ عضوی باشد.

ج ( مثالی از تابع ثابت در دنیای واقعی ارائه کنید.

**تست :** اگر  $f$  تابع همانی و  $g$  تابع ثابت باشد طوری که  $f(2) + g(-1) = 5$ ، حاصل  $f(-4) + g(10)$  کدام است ؟

الف) ۵-      ب) ۱-      ج) صفر      د) ۶

**تست :** نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 + ax + b$ ، نیمساز ربع اول و سوم را با طول ۲ و محور عرض ها را با عرض ۴- قطع می کند ، حاصل  $a - b$  کدام است؟

الف) ۱-      ب) ۳      ج) ۴-      د) ۳-

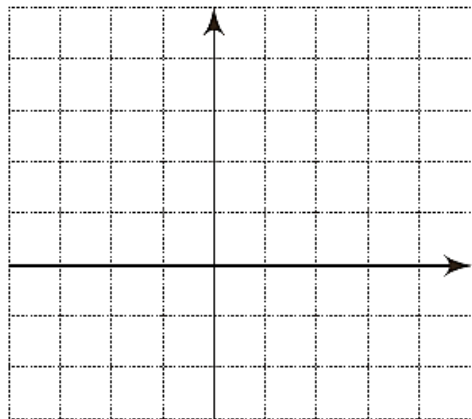
**تذکره :** اگر نمایش جبری تابعی داده شده باشد؛ ولی دامنه آن مشخص نشده باشد، معمولاً بزرگ ترین مجموعه ممکن را دامنه در نظر می گیریم. در غیراین صورت باید دامنه را به طور دقیق مشخص کنیم.

سوال: نمودار توابع داده شده را در دامنه ذکر شد رسم کنید.

| تابع  | $f(x) = x^2$      | $g(x) = x^2$ | $h(x) = x^2$            | $t(x) = x^2$       |
|-------|-------------------|--------------|-------------------------|--------------------|
| دامنه | $\{-2, 0, 1, 2\}$ | $[-2, 3]$    | مجموعه اعداد حقیقی منفی | مجموعه اعداد حقیقی |
| برد   |                   |              |                         |                    |

### ۲.۳ تابع قدرمطلق

جدول زیر تابعی را نشان می دهد که اعداد داده شده را به قدرمطلق آن نظیر می کند. جاهای خالی را پر و نمودار تابع را رسم کنید. دامنه و برد این تابع را معلوم کنید.

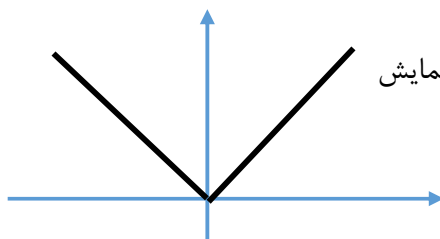


| x    | -2 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{4}$ | 5 |
|------|----|----------------|---|---------------|---------------|---|
| f(x) | 2  | $\frac{1}{2}$  |   |               |               |   |

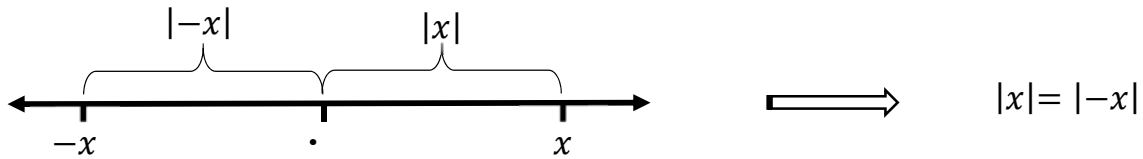
تعریف: تابعی که هر مقدار در دامنه را به قدرمطلق آن در برد نظیر

می کند، تابع قدرمطلق نامیده می شود. قدر مطلق عدد حقیقی  $x$  را با  $|x|$  نمایش

داده و به صورت  $f(x) = |x|$  یا  $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$  نمایش



می دهیم که آنرا تابع قدرمطلق می نامند. دامنه این تابع برابر با  $\mathbb{R}$  و برد آن برابر با بازه  $[0, +\infty)$  است. البته قبلا با مفهوم قدر مطلق به معنی فاصله ی نظیر یک عدد حقیقی چون  $x$  تا مبدا مختصات آشنا شده اید.



نکته: اگر  $n \in \mathbb{N}$  برای هر عدد حقیقی  $a$  داریم:  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ .

تعریف: فاصله ی بین دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  را با  $|a - b|$  یا  $|b - a|$  نشان می دهیم.

### ۳.۳ توابع چند ضابطه ای

مثال: تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x - 3 & x < 0 \end{cases}$  یک تابع چند ضابطه ای یا قطعه ای است. می خواهیم نمودار این تابع را رسم کنیم که برای اعداد نامنفی نمودار سهمی  $y = x^2$  و برای اعداد منفی نمودار خط  $y = -x - 3$  است.

حال به کمک نمودار، دامنه و برد آن را مشخص کنید.

سوال: نمودار هر کدام از توابع چند ضابطه ای زیر را رسم کنید، سپس دامنه و برد آنها را مشخص کنید. سپس مقادیر  $f(3)$  و  $g(-2)$  و  $h(\sqrt{5})$  را محاسبه کنید.

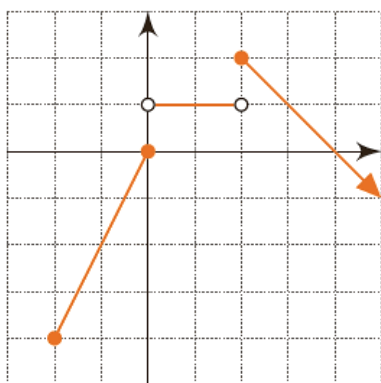
$$f(x) = \begin{cases} -1 & x > 0 \\ 2 & x < 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x-4 & x > 1 \\ \frac{5}{2} & x = 1 \\ -x & -4 \leq x < 1 \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} 2x & 2 \leq x \leq 3 \\ 5 & x < -1 \end{cases}$$



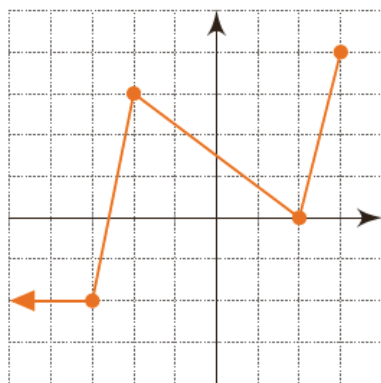
سوال: نمودار توابع زیر را رسم کنید، مقادیر  $f(0)$  و  $g(0)$  و  $ff(5)$  را بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 1 \\ 3x + 1 & x > 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad g(x) = \begin{cases} 2x - 5 & x > 2 \\ 1 & -3 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2}x & x \leq -3 \end{cases}$$

سوال: نمودار تابع قطعه ای  $f$  داده شده است. ضابطه آن را بدست آورید، سپس دامنه و برد آن را بنویسید.



**سوال:** نمودار تابع قطعه ای  $f$  داده شده است. ضابطه آن را بدست آورید، سپس دامنه و برد آن را بنویسید.



تذکر: هر رابطه به صورت  $f(x) = \begin{cases} f_1(x) & x \in D_1 \\ f_2(x) & x \in D_2 \end{cases}$  در صورتی تابع است که:

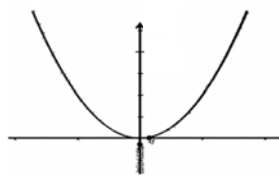
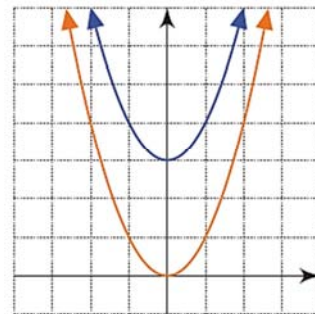
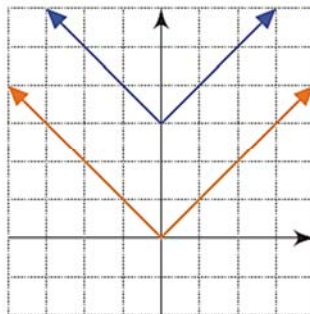
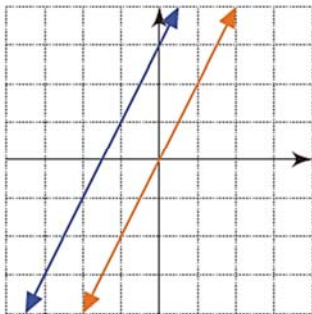
الف)  $f_1(x)$  و  $f_2(x)$  هر دو تابع باشند. ب) دامنه ی این دو اشتراکی نداشته باشند یعنی  $D_1 \cap D_2 = \emptyset$  و یا اگر نقطه اشتراکی مثل  $a$  داشته باشند، داشته باشیم  $f_1(a) = f_2(a)$ .

**سوال:** اگر رابطه  $f$  به صورت  $\begin{cases} x^2 + a & x \geq -1 \\ \frac{x+3}{x+2} & x \leq -1 \end{cases}$  باشد، معین کنید در چه صورتی تابع است؟

تست: ضابطه ی تابع  $f$  به صورت  $\begin{cases} x^2 + a & x \geq -1 \\ \frac{x+3}{x+2} & x \leq -1 \end{cases}$  است، نمودار  $x^2 + a$ ، خط  $y = -x$  را در چند نقطه قطع می کند؟

الف) ۱      ب) ۲      ج) ۳      د) صفر

### ۴.۳ رسم برخی توابع به کمک انتقال



### ۱.۴.۳ رسم نمودار سهمی $y = m(x + k)^2 + n$ به کمک انتقال

همان طور که می دانیم نمودار  $y = x^2$  به صورت مقابل است. حال می خواهیم به کمک

همین نمودار و با حرکت آن نمودارهای دیگری را به صورت تقریبی رسم کنیم که در حل

مسایل می تواند به ما کمک کند. این نوع رسم را انتقال منحنی گویند که در حالت های مختلفی قابل بررسی خواهد بود.

(۱) بررسی نقش  $m$  در حالت  $y = mx^2$  (انقباض و انبساط):

$$\begin{cases} m > 0 \Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m = 1 \\ 0 < m < 1 \end{cases} \\ m < 0 \Rightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m = -1 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \end{cases}$$

سوال: نمودارهای  $y = -x^2$  و  $y = 2x^2$  و  $y = -\frac{1}{3}x^2$  را رسم کنید.

۲) بررسی نقش  $k$  در حالت  $y = (x + k)^2$  (انتقال افقی در راستای محور طول ها):

$$\begin{cases} k > 0 \Rightarrow \\ k < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

سوال: نمودارهای  $y = -(x - 1)^2$  و  $y = (x + 3)^2$  را رسم کنید.

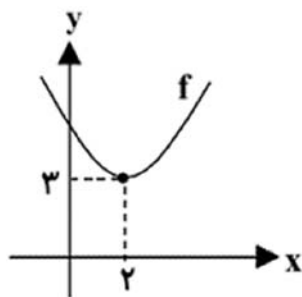
۳) بررسی نقش  $n$  در  $y = x^2 + n$  (انتقال عمودی در راستی محور عرض ها):

$$\begin{cases} n > 0 \Rightarrow \\ n < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

سوال: نمودارهای  $y = x^2 + 2$  و  $y = -x^2 + 2$  و  $y = x^2 - 4$  و  $y = (x + 5)^2 - 2$  و  $y = -3x^2 - 2$  را رسم کنید. در هر حالت دامنه و برد تابع را بیابید.

نکته: در حالتی که نمودار به فرم  $y = a(x + b)^2 + c$  باشد نقطه ی  $(-b, c)$  راس سهمی خواهد بود.

سوال: نمودار تابع  $y = (x + k)^2 + m - 1$  به صورت زیر است مقادیر  $k$  و  $m$  را بیابید.



نکته: در حالتی که نمودار به فرم  $y = a(mx + b)^2 + c$  باشد کافی است در داخل پرانتز از  $m$  فاکتور گرفته و آن را از پرانتز خارج کرد به عنوان مثال در  $y = 2(2x + 1)^2 - 4$

تست: نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 - 3x - 10$  را حداقل چند واحد به طرف  $x$  های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور طول ها غیر منفی باشد؟ (تجربی خارج از کشور ۹۳)

الف ( ۱      ب ( ۱/۵      ج ( ۲      د ( ۳

۲.۴.۳ رسم نمودار سهمی  $y = k|x + a| + b$  به کمک انتقال

( ۱ بررسی نقش  $k$ :

$$\begin{cases} k > 0 \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \\ k = 1 \\ 0 < k < 1 \end{cases} \\ k < 0 \Rightarrow \begin{cases} k < -1 \\ k = -1 \\ -1 < k < 0 \end{cases} \end{cases}$$

سوال: نمودار های  $y = 2|x|$  و  $y = -|x|$  و  $y = -3|x|$  را رسم کنید.

( ۲ بررسی نقش  $a$ :

$$\begin{cases} a > 0 \Rightarrow \\ a < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

مثال: نمودارهای  $y = \frac{-3}{4} + |x - 1|$  و  $y = |x + \frac{1}{4}|$  و  $y = 2 - |x - 2|$  را رسم کنید.

۳) بررسی نقش  $b$ :

$$\begin{cases} b > 0 \Rightarrow \\ b < 0 \Rightarrow \end{cases}$$

سوال: نمودارهای  $y = |x - 1| - 2$  و  $y = -3|x + 4| + 2$  را رسم کنید. سپس دامنه و برد را بیابید.

نکته: در حالتی که نمودار به فرم  $y = k|mx + a| + b$  باشد کافی است در داخل قدرمطلق از  $m$  فاکتور گرفت و قدرمطلق آن را در  $k$  ضرب نمود.

سوال: نمودارهای  $y = \frac{1}{4}|2x - 1| - 2$  و  $y = 3|2x + 4|$  را رسم کنید.

تست: برد تابع با ضابطه  $f(x) = 2|x - 1| - 2$  کدام است؟

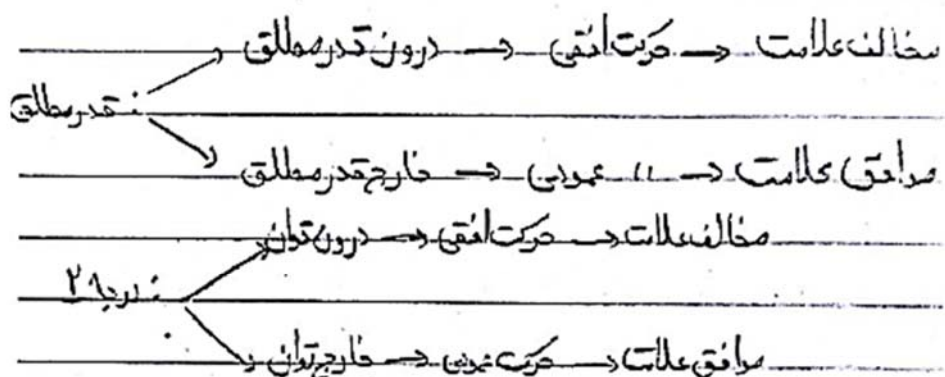
الف)  $\mathbb{R}$

ب)  $(0, +\infty)$

ج)  $(-2, +\infty)$

د)  $(-1, +\infty)$





با داشتن نمودار تابعی مانند  $f(x)$ ، می توان نمودار تابع  $f(x) + k$  را با انتقال نمودار  $f(x)$  به اندازه  $k$  واحد در امتداد محور  $y$  ها به دست آورد. اگر  $k > 0$  باشد انتقال در جهت مثبت و اگر  $k < 0$  باشد انتقال در جهت منفی خواهد بود.

برای رسم نمودار تابع  $f(x+k)$  کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را  $k$  واحد در امتداد محور  $x$  ها انتقال دهیم. اگر  $k > 0$  باشد، انتقال در جهت منفی و اگر  $k < 0$  باشد، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.

تمرین در منزل : نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  محور  $y$  ها را در نقطه ای به عرض ۱ قطع کرده و از نقاط  $(-2, 1)$  و  $(3, -2)$  نیز می گذرد، معادله ی سهمی را بنویسید. نمودار آن را رسم کنید، سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.

### ۳.۴.۳ محاسبه دامنه توابع (خارج از محدوده کتاب درسی)

۱- توابع چند جمله ای: دامنه ی تابع  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$  برابر با مجموعه اعداد حقیقی است. به عنوان مثال  $y = x^3 + 2x - 3$  ,  $y = 10$  ,  $y = x + 1$  توابع چند جمله ای اند.

۲- توابع گویا: تابع  $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$  را یک تابع گویا می گوئیم که در آن  $p$  و  $q$  دو چند جمله ای هستند.

دامنه ی این تابع برابر است با کل اعداد حقیقی بجز (منهای) ریشه های مخرج. یعنی:

$$D_f = \mathbb{R} - \{x | q(x) = 0\}$$

سوال: در هر کدام از توابع زیر، دامنه ی تابع را بیابید.

$$y = \frac{x-1}{x+1} \quad , \quad y = \frac{x^2-3}{|x|+2} \quad , \quad y = \frac{x^2-3}{|x|+2} \quad , \quad y = \frac{2}{x^2+1} \quad , \quad y = \frac{3x}{x^3-8}$$

تست: اگر دامنه ی تابع  $y = \frac{3x-2}{x^2+mx+n}$  برابر  $\mathbb{R} - \{3\}$  باشد حاصل  $m+n$  کدام است؟

الف) ۶-      ب) ۳-      ج) ۳      د) ۶

۳- توابع رادیکالی: دامنه ی تابع گنگ  $g$  با ضابطه  $g(x) = \sqrt[n]{p(x)}$  دو حالت دارد:

الف) اگر  $n$  عددی فرد باشد، دامنه ی تابع برابر با دامنه تابع  $p(x)$  است.

ب) اگر  $n$  عددی زوج باشد دامنه تابع محدوده ای است که  $p(x) \geq 0$ .



سوال: در هر کدام از توابع زیر، دامنه ی تابع را بیابید.

$$y = \sqrt{x^3 + 8} \quad , \quad y = \sqrt{x^2 + x} \quad , \quad y = \sqrt{\frac{x}{x+1}} \quad , \quad y = \sqrt[3]{\frac{2}{x^2+1}}$$

تست: دامنه ی تابع  $y = \sqrt{|4-x|(9-x^2)}$  کدام است؟

الف)  $\mathbb{R} - (-3, 3)$       ب)  $[-3, 3]$       ج)  $[-3, 4] \cup \{-4\}$       د)  $[-3, 3] \cup \{4\}$

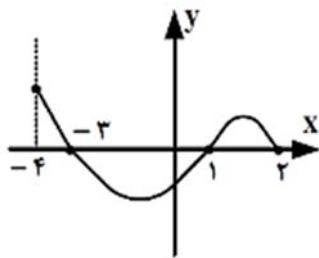
تست: اگر عبارت  $f(x) = \sqrt[4]{\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2}} + \sqrt[3]{2x - x^2}$  عدد حقیقی باشد مقادیر  $x$  کدام است؟ (تجربی خارج ۹۶)

الف)  $[\frac{2}{3}, 2)$       ب)  $[\frac{-2}{3}, \frac{2}{3}]$       ج)  $[\frac{-2}{3}, 0) \cup (0, 2]$       د)  $[\frac{-2}{3}, 0) \cup (0, \frac{2}{3}]$

تست: اگر  $f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$  دامنه تابع  $f(-x)$  کدام است؟ (تجربی خارج ۹۲)

الف)  $x \leq 1$       ب)  $x \geq 1$       ج)  $x \geq -1$       د)  $x \leq -1$

تست: شکل رو به رو نمودار تابع  $f(x)$  است، دامنه ی تابع  $\sqrt{xf(x)}$  کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۲)



الف)  $[0, 2]$

ب)  $[-3, 2]$

ج)  $[-4, -3] \cup [1, 2]$

د)  $[-3, 0] \cup [1, 2]$

تست: دامنه ی تابع  $y = \frac{\sqrt{x(x^2-1)}}{|x|+x}$  کدام است؟

الف)  $-1 \leq x < 0$  (ب)  $0 < x \leq 1$  (ج)  $x > 1$  (د)  $x \geq 1$

تست: مجموعه جواب نامعادله  $-1 < \frac{3x+1}{x-3} < 3$  به کدام صورت است؟ (سراسری تجربی ۹۶)

الف)  $x < 3$  (ب)  $x < \frac{1}{3}$  (ج)  $-\frac{1}{3} < x < 3$  (د)  $\frac{1}{3} < x < 3$

تست: اگر دامنه تابع  $y = \frac{x}{x^2+ax+1}$  برابر با  $\mathbb{R}$  باشد، حدود  $a$  کدام است؟

الف)  $-1 < a < 1$  (ب)  $-2 < a < 2$  (ج)  $0 < a < 2$  (د)  $0 < a < 1$

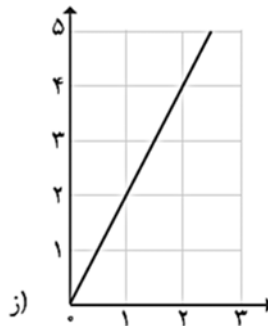
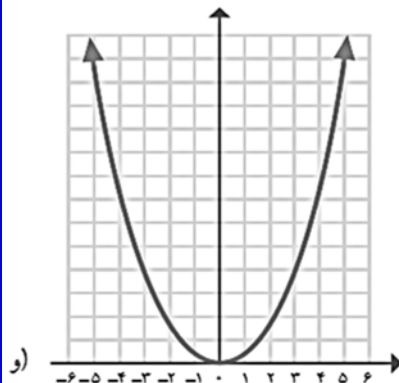
تست: دامنه ی تابع  $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$  کدام فاصله است؟

الف)  $(0, 1]$  (ب)  $(0, 3)$  (ج)  $[1, 2]$  (د)  $(2, 3)$

### ۴.۴.۳ برد توابع

مجموعه‌ی همه‌ی مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتب تشکیل دهنده‌ی تابع  $f$  را "برد تابع" می‌نامند و آن را با  $R_f$  نشان می‌دهند. به بیان دیگر برد یک تابع مجموعه‌ی همه‌ی خروجی‌های آن تابع است. همچنین در نمودار تابع محور عرض‌ها نشان دهنده‌ی برد تابع است.

**سوال:** در شکل‌های مقابل برد تابع را بیابید.



**سوال:** تابعی مثال بزنید که:

- الف) دامنه‌ی آن تنها شامل دو عضو باشد.
- ب) برد آن تنها از یک عضو تشکیل شده باشد.
- ج) دامنه‌ی آن تنها یک عضو داشته باشد.
- د) دامنه‌ی آن نامتناهی باشد ولی برد آن تنها یک عضو داشته باشد.
- ه) دامنه و برد آن نامتناهی باشند.

### ۵.۳ تست های جمع بندی

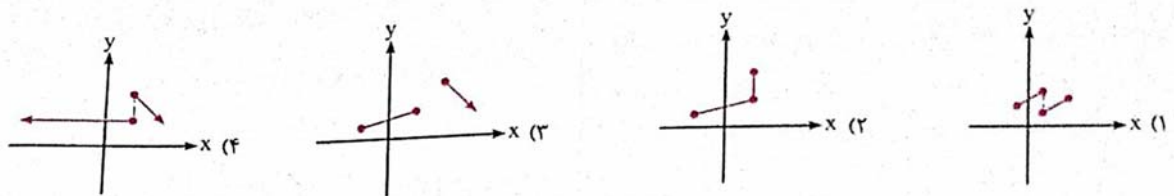
تست ۱: اگر دو زوج مرتب  $(x + y, 7)$  و  $(4, 3x - 2y)$  مساوی باشند، حاصل  $2x + 3y$  کدام است؟

- الف) ۶ (ب) ۷ (ج) ۹ (د) ۱۰

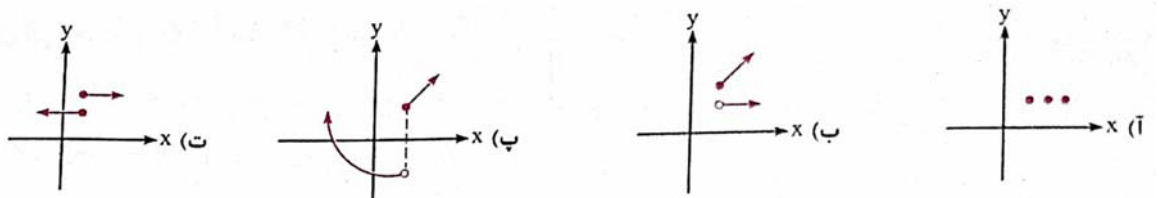
تست ۲: رابطه  $R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2\}$ ، چند زوج مرتب دارد؟

- الف) ۴ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸

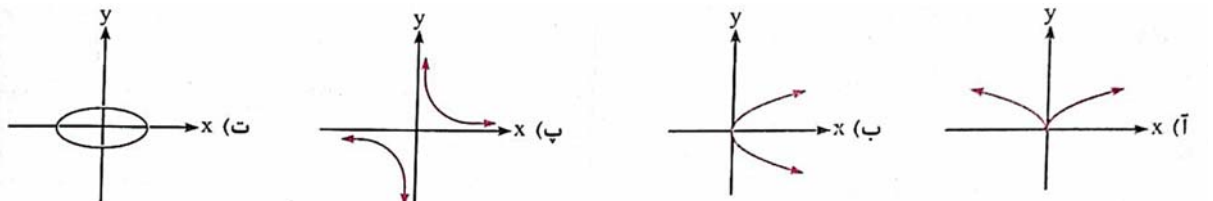
تست ۳: کدام شکل، نمودار یک تابع است؟



تست ۴: چه تعداد از نمودارهای زیر، یک تابع نیست؟



تست ۵: چه تعداد از نمودارهای زیر، نمودار یک تابع است؟



تست ۶: کدام یک از روابط زیر، یک تابع نیست؟

- الف)  $\{(1,2), (2,3), (4,2)\}$       ب)  $\{(1,2), (3,5), (4,7), (3,5)\}$   
ج)  $\{(3,7), (2,7), (-1,7)\}$       د)  $\{(1,2), (-2,-3), (2,3), (1,3)\}$

تست ۷: دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت مجموعه زوج هایی مرتب بیان شده اند. در حالت کلی کدام رابطه ممکن است تابع نباشد؟

- الف)  $f \cup g$       ب)  $f \cap g$       ج)  $f - g$       د)  $g - f$

تست ۸: اگر مجموعه  $f = \{(1,2), (-1, m-1), (-1, 2m)\}$  تابع باشد،  $m$  کدام است؟

- الف) ۱      ب)  $\frac{1}{2}$       ج)  $-\frac{1}{2}$       د) -۱

تست ۹: اگر رابطه  $f = \{(1,2), (a-1,3), (3a-3,-1)\}$  یک تابع باشد،  $a$  کدام می تواند باشد؟

- الف)  $\frac{4}{3}$       ب) ۱      ج) ۲      د) ۳

تست ۱۰: در صورتی که  $f = \{(a,b), (1,a), (-2,3), (1,-2)\}$  یک تابع باشد، مقدار  $b-a$  کدام است؟

- الف) ۳      ب) ۴      ج) ۵      د) ۶

تست ۱۱: کدام یک از گزینه های زیر تابع نیست؟

- الف)  $R = \{(1,2), (\sqrt{2}, 1), (\sqrt{3}, 1)\}$       ب)  $y^2 + x^2 = 0$   
ج)  $y = x - 3$       د)  $K = \{(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}}, 1), (\sqrt{3} + \sqrt{2}, \sqrt{2}), (\sqrt{3} - \sqrt{2}, 2)\}$

تست ۱۲: اگر رابطه  $f = \{(1, 2), (x - 2, 4), (1, x^2 - 7)\}$  تابع باشد، آن گاه  $x$  کدام است؟

- الف) فقط ۳ (ب) فقط -۳ (ج)  $\pm 3$  (د)  $\pm \sqrt{11}$

تست ۱۳: اگر رابطه  $R = \{(3, 2n - 1), (3, 5), (4, 6 - 2m), (4, 2p)\}$  یک تابع باشد، و

$$2p + m + n = 9$$

آن گاه مقدار  $p$  برابر کدام گزینه زیر است؟

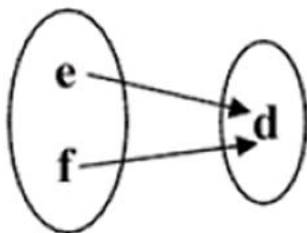
- الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴

تست ۱۴: به ازای چه مقادیری از  $a$  و  $b$ ، رابطه  $R = \{(-1, 32), (3, 9^{a+\frac{b}{3}}), (-1, \sqrt[3]{2\sqrt{2^{a-b}}}), (3, \frac{1}{37})\}$  تابع است؟

- الف)  $a = \frac{25}{3}, b = \frac{-59}{3}$  (ب)  $a = \frac{25}{3}, b = \frac{59}{3}$  (ج)  $a = \frac{-25}{3}, b = \frac{59}{3}$  (د)  $a = \frac{-25}{3}, b = \frac{-59}{3}$

تست ۱۵: نمودار ون تابع  $R = \{(2a, 3c), (4a - 9c, 2b), (d^2 + 1, a)\}$  مطابق شکل زیر است. مقدار

$e + f$  کدام است؟ ( $a$  مقداری حقیقی و مثبت است.)



- الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴

تست ۱۶: با حذف حداقل چند زوج مرتب از رابطه زیر می توان یک تابع به دست آورد؟

$$R = \{(x, y) | x, y \in Z, |x + y| < 2, |x| \leq 1\}$$

- الف) ۲ (ب) ۴ (ج) ۶ (د) ۸

تست ۱۷: زوج مرتب  $(a^2, b^2)$ ، با کدام زوج مرتب هیچ گاه نمی تواند برابر باشد؟

- الف)  $(-a^2, -b^2)$       ب)  $(b^2, a^2)$       ج)  $(4 - 2a^2, -1 - 3b^2)$       د)  $(a, b)$

تست ۱۸: کدام یک از روابط زیر به ازای  $m = 0$ ، یک تابع است؟

- الف)  $\{(m, 1), (1, m), (m, 2)\}$       ب)  $\{(2, m), (1, m), (m, 3)\}$   
ج)  $\{(2m, 1), (2m, 2), (2m, 3)\}$       د)  $\{(m, m), (2m, m + 1), (m + 2, 2)\}$

تست ۱۹: کدام یک از مجموعه های زیر، بیانگر یک تابع با دامنه های  $\{2, 4, 5\}$  و برد  $\{3, 4\}$  است؟

- الف)  $\{(2, 3), (4, 4)\}$       ب)  $\{(2, 4), (4, 3), (5, 3), (2, 5)\}$   
ج)  $\{(2, 3), (2, 4), (5, 4)\}$       د)  $\{(2, 4), (4, 3), (5, 4)\}$

تست ۲۰: اگر رابطه  $R = \{(3, 2^{x+y}), (5, x^2 - y^2), (3, 32), (5, 15)\}$ ، یک تابع باشد، مقدار  $xy$  برابر کدام است؟

- الف) ۴      ب) ۸      ج) -۴      د) ۵

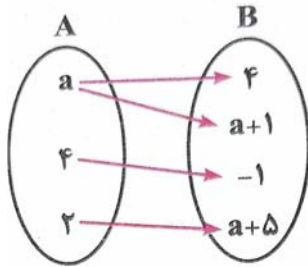
تست ۲۱: در تابع  $f = \{(2, 3), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\}$  مقدار  $2f(2) - f(4)$  کدام است؟

- الف) ۲      ب) ۳      ج) ۴      د) ۷

تست ۲۲: در تابع  $f = \{(a, 2a), (1, a+1), (1, -2), (2, b)\}$ ، تساوی  $f(a) + 2f(2) = 3f(1)$  برقرار است. مقدار  $b$  کدام است؟

- الف) ۳      ب) ۲      ج) ۱      د) صفر

تست ۲۳: نمودار ون تابع  $f$  به صورت زیر و تابع  $g = \{(x, 2x-1) : x \in A\}$  است. مقدار  $f(2) + g(2)$  کدام است؟



- الف) ۷      ب) ۱۱      ج) ۱۲      د) ۱۵

تست ۲۴: در تابع  $f(x) = 4x - \sqrt{1+2x}$ ، مقدار  $f(\frac{3}{4})$  کدام است؟

- الف) ۲      ب) ۴      ج) ۳      د) ۵

تست ۲۵: اگر  $f(x) = 3 + \sqrt{2x}$ ، آن گاه  $f(8)$  کدام است؟

- الف) ۵      ب) ۳      ج) ۷      د) ۸

تست ۲۶: اگر  $f(x) = \frac{3^x+1}{3^x-1}$  باشد،  $f(2) - f(-2)$  کدام است؟

- الف) ۲/۵      ب) -۲/۵      ج) ۱/۲۵      د) ۲/۲۵

تست ۲۷: اگر  $f(\frac{2x-7}{2x+9}) = 8x - 3$  باشد، آن گاه  $f(-1)$  کدام است؟

- الف) ۷      ب) -۹      ج) -۱۱      د) -۷





تست ۲۸: اگر  $f(x) = \sqrt{2-x-x^2}$ ، مقدار  $f(f(-1))$  کدام است؟

- الف) تعریف نشده      ب) صفر      ج) ۱      د)  $\sqrt{2}$

تست ۲۹: اگر  $f(x) = 6f(x-2) + f(x-1)$ ، و  $f(1) = 1$  و  $f(2) = 2$  باشند،  $f(4)$  کدام است؟

- الف) ۱۰      ب) ۲۰      ج) ۸      د) ۱۶

تست ۳۰: اگر  $f(x) + xf(-x) = x^2 + 1$ ، آن گاه  $f(2)$  کدام است؟

- الف) -۱      ب) -۲      ج) ۳      د) ۴

تست ۳۱: در تابع با ضابطه  $f(x) = x^2(2-x)^2$ ، حاصل  $f(1+x) - f(1-x)$  کدام است؟

- الف) صفر      ب)  $4x$       ج)  $2x^2$       د)  $4x^2$

تست ۳۲: اگر  $f(x-3) = x^2 - 4x + 5$  باشد، آن گاه  $f(1-x)$  کدام است؟

- الف)  $x^2 + 1$       ب)  $x^2 + 3$       ج)  $x^2 + 4x + 5$       د)  $x^2 - 4x + 5$

تست ۳۳: دامنه تابع  $f = \{(-1,2), (0,5), (2,3), (1,5)\}$  کدام است؟

- الف)  $\{2,5,3\}$       ب)  $\{-1,0,2\}$       ج)  $\{-1,0,1,2\}$       د)  $\{-1,0,1,2,3,5\}$

تست ۳۴: دامنه تابع  $y = \frac{x+2}{x^2-4}$  کدام است؟

- الف)  $\mathbb{R}$       ب)  $\mathbb{R} - \{-2\}$       ج)  $\mathbb{R} - \{\pm 2\}$       د)  $\mathbb{R} - \{2\}$

تست ۳۵: دامنه تابع  $y = \frac{1}{x^2+2}$  کدام است؟

- الف)  $\mathbb{R} - \{\pm\sqrt{2}\}$       ب)  $\mathbb{R} - \{\sqrt{2}\}$       ج)  $\mathbb{R} - \{-\sqrt{2}\}$       د)  $\mathbb{R}$

تست ۳۶: دامنه تابع  $y = \frac{x^2-1}{(x-1)(x^2+7)}$  چند عضو از مجموعه اعداد حقیقی را ندارد؟

- الف) صفر      ب) ۱      ج) ۲      د) ۳

تست ۳۷: دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{9-x^2} + \sqrt{x^2+8}$  کدام است؟

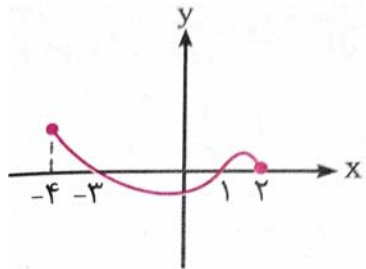
- الف)  $[-3, -2]$       ب)  $[-2, 3]$       ج)  $[-2, 2]$       د)  $[-3, 2]$

تست ۳۸: به ازای چه مقادیری از  $m$ ، عبارت  $\sqrt{mx^2 + 2mx + 1}$  به ازای جمع مقادیر  $x$  دارای معنی است؟

- الف)  $0 < m \leq 2$       ب)  $m > 1$       ج)  $m \leq 1$       د)  $0 \leq m \leq 1$

تست ۳۹: اگر  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  باشد، آن گاه دامنه تابع  $f(3-x)$  کدام است؟

- الف)  $[0, 2]$       ب)  $[0, 3]$       ج)  $[1, 2]$       د)  $[1, 3]$



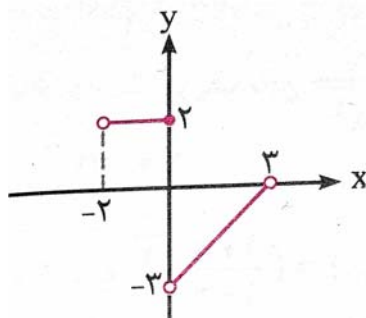
تست ۴۰: شکل مقابل، نمودار تابع  $y = f(x)$  است. دامنه تابع  $\sqrt{xf(x)}$  کدام است؟

الف)  $[0, 2]$  ب)  $[-3, 2]$  ج)  $[-4, -3] \cup [1, 2]$  د)  $[-3, 0] \cup [1, 2]$

تست ۴۱: هم دامنه و برد تابع  $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 1), (4, 1)\}$  به ترتیب  $f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$

چند عضو دارند؟

الف) ۴ و ۵ ب) ۴ و ۳ ج) ۵ و ۳ د) ۳ و ۵



تست ۴۲: شکل مقابل، نمودار تابع  $f$  است. برد تابع  $f$  کدام است؟

الف)  $[-2, 3]$  ب)  $(-3, 3)$  ج)  $(-3, 0)$  د)  $(-3, 0) \cup \{2\}$

تست ۴۳: برد تابع  $y = \frac{x+3}{x-2}$  کدام است؟

الف)  $R$  ب)  $R - \{2\}$  ج)  $R - \{1\}$  د)  $R^+$

تست ۴۴: برد تابع  $y = x^2 + 1$  کدام است؟

الف)  $[1, +\infty)$  ب)  $(1, +\infty)$  ج)  $(0, +\infty)$  د)  $[0, +\infty)$

تست ۴۵: برد تابع  $f(x) = 1 - 3 \cos^2 x$  کدام است؟

الف)  $[-2, 4]$  ب)  $[-2, 1]$  ج)  $[-3, 0]$  د)  $[-3, 3]$

تست ۴۶ : در تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر اتحاد  $f(x) - f(x+1) = 8x + 3$  همواره برقرار باشد، آن گاه:

الف)  $a = 4, b = -1$       ب)  $a = 4, b = 1$       ج)  $a = -4, b = 1$       د)  $a = -4, b = -1$

تست ۴۷ : نمودار تابع خطی  $f$ ، محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۵ قطع می کند. اگر  $f(1) = 3$  باشد،  $f(-1)$  کدام است؟

الف) ۹      ب) ۷      ج) ۵      د) ۳

تست ۴۸ : به ازای کدام مقادیر  $a$ ، نقاط  $(a, 3)$ ،  $(1, 4a+6)$  و مبدا مختصات از یک رابطه خطی حاصل می شوند؟

الف)  $\frac{9}{4}$  و  $-2$       ب)  $\frac{3}{4}$  و  $-2$       ج)  $-\frac{3}{4}$  و  $2$       د)  $-\frac{9}{4}$  و  $-2$

تست ۴۹ : در تابع خطی  $f$ ، رابطه  $f(4x-1) - 2f(x) = 8x + 1$  برقرار است.  $f(\frac{1}{4})$  کدام است؟

الف)  $-5$       ب)  $-3$       ج)  $-1$       د) صفر

تست ۵۰ : در بازه  $[x, +\infty)$  نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$  بالاتر از خط به معادله  $y = 3(x-1)$  قرار نمی گیرد. کم ترین مقدار  $f(x)$  کدام است؟

الف) ۱      ب) ۲      ج) ۳      د) ۴

تست ۵۱: اگر تابع  $f = \{(2, a+b), (1, 2a), (-1, a-2b+1)\}$ ، تابع ثابت باشد،  $a$  کدام است؟

- الف)  $\frac{1}{3}$       ب)  $\frac{2}{3}$       ج)  $-\frac{2}{3}$       د)  $-\frac{1}{3}$

تست ۵۲: اگر تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \frac{4x^2 - ax + c + 1}{bx + c}$ ، یک تابع همانی باشد،  $a + b + c$  کدام است؟

- الف) ۱-      ب) صفر      ج) ۱      د) ۲

تست ۵۳: اگر  $x \geq 0$ ،  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} \\ \sqrt{-x} \end{cases}$ ، مقدار عددی  $f(4) + f(-4)$  کدام است؟

- الف) ۸-      ب) صفر      ج) ۴      د) ۸

تست ۵۴: اگر  $x \geq 1$ ،  $f(x) = \begin{cases} x+2 \\ x^2-1 \end{cases}$ ،  $f(\sqrt{3}-\sqrt{2})$  کدام است؟

- الف)  $1-2\sqrt{6}$       ب)  $4-2\sqrt{6}$       ج) ۴      د)  $4+2\sqrt{6}$

تست ۵۵: در تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x - \sqrt{x+4} \\ 2x+3 \end{cases}$ ، مقدار  $f(f(5)) + f(f(1))$  کدام است؟

- الف) ۶      ب) ۷      ج) ۸      د) ۹

تست ۵۶: تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1-x}} & x < 1 \\ 2x - \frac{3}{4} & x \geq 1 \end{cases}$  مفروض است.  $f(f(\frac{3}{4}))$  کدام است؟

(د)  $\frac{9}{4}$

(ج)  $\frac{5}{4}$

(ب)  $\frac{3}{2}$

(الف)  $\frac{3}{4}$

تست ۵۷: به ازای کدام مقدار  $a$ ، رابطه  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \geq 1 \\ x + \frac{a}{3} & x \leq 1 \end{cases}$  یک تابع است؟

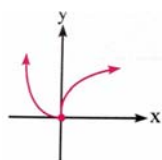
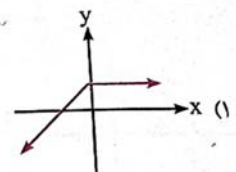
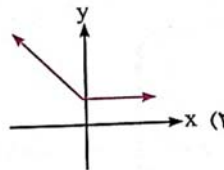
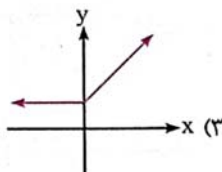
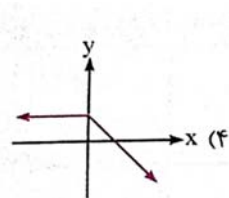
(د) ۳

(ج) -۶

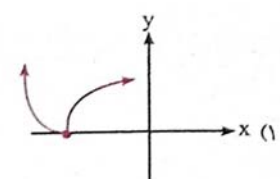
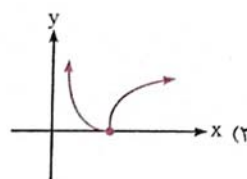
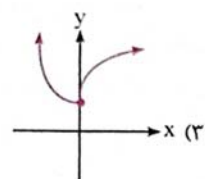
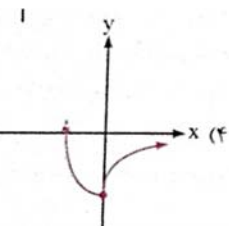
(ب) ۶

(الف) -۳

تست ۵۸: نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x - |x| + 1$  به کدام صورت است؟

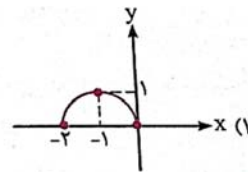
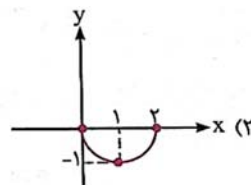
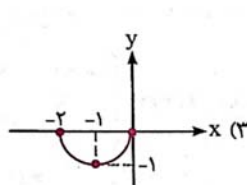
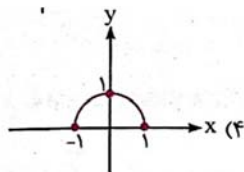
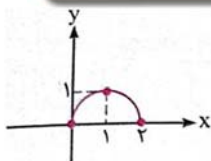


تست ۵۹: اگر نمودار  $y = f(x)$  به صورت مقابل باشد، نمودار  $y = f(x - 2)$  به کدام صورت است؟

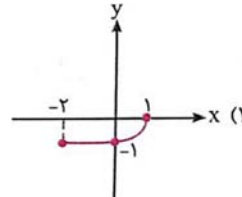
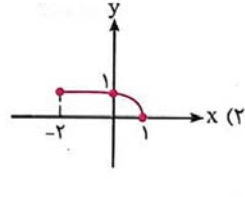
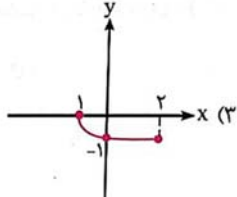
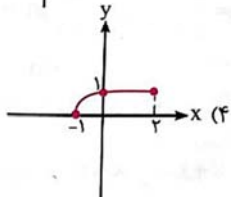
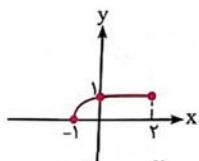


تست ۶۰: شکل مقابل، نمودار تابع با ضابطه  $y = f(x)$  است. نمودار تابع با ضابطه

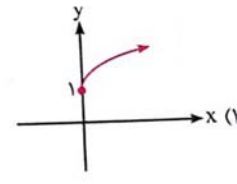
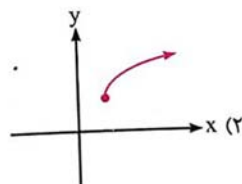
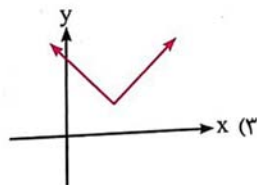
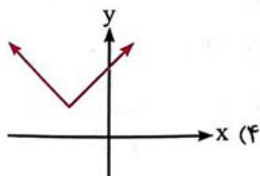
$y = -f(x)$  کدام است؟



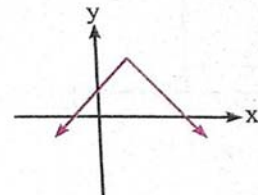
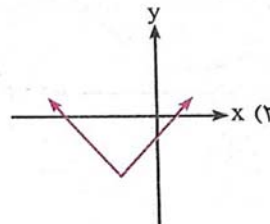
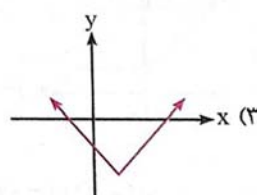
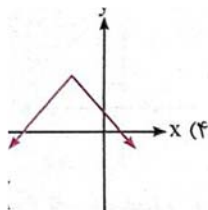
تست ۶۱: شکل مقابل، نمودار تابع  $y = f(x)$  است. نمودار  $y = -f(-x)$  کدام است؟



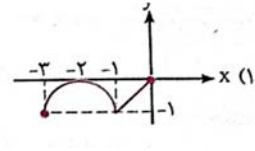
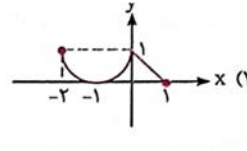
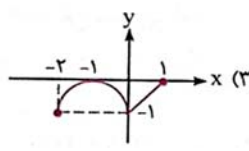
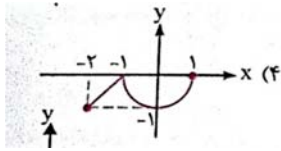
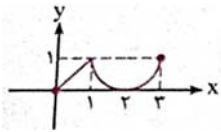
تست ۶۲: نمودار تابع  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} + 1$  به کدام صورت است؟



تست ۶۳: نمودار تابع  $y = 2 - |x + 1|$  به کدام صورت است؟



تست ۶۴: نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است. نمودار تابع  $y = -f(1-x)$  کدام است؟



تست ۶۵: به ترتیب با کدام انتقال های زیر، می توان از نمودار  $y = x^2 - 4x + 3$  به نمودار  $y = x^2 + 2$  رسید؟

(الف) ۳ واحد به پایین و ۴ واحد به راست

(ب) ۳ واحد به بالا و ۲ واحد به راست

(ج) ۳ واحد به پایین و ۴ واحد به چپ

(د) ۳ واحد به بالا و ۲ واحد به چپ

تست ۶۶: نمودار تابع  $y = x^2 - 4x - 4$  را ۲ واحد به چپ و سپس ۳ واحد به بالا منتقل می کنیم. ضابطه تابع حاصل کدام است؟

(الف)  $y = x^2 + 5$  (ب)  $y = x^2 - 5$  (ج)  $y = x^2 - 8x + 11$  (د)  $y = x^2 - 8x + 5$

تست ۶۷: نمودار تابع  $y = \left|\frac{1}{2}x\right| - 2$  را ۴ واحد به طرف  $x$  های منفی و ۱ واحد به طرف  $y$  های مثبت انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع اند؟

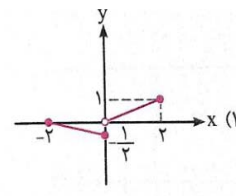
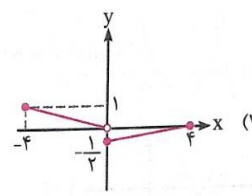
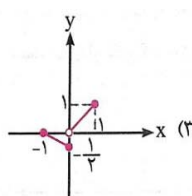
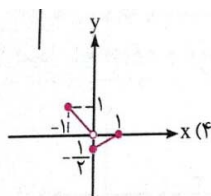
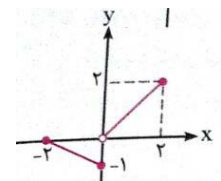
(الف)  $-3/5$

(ب)  $-3$

(ج)  $-2/5$

(د)  $-2$

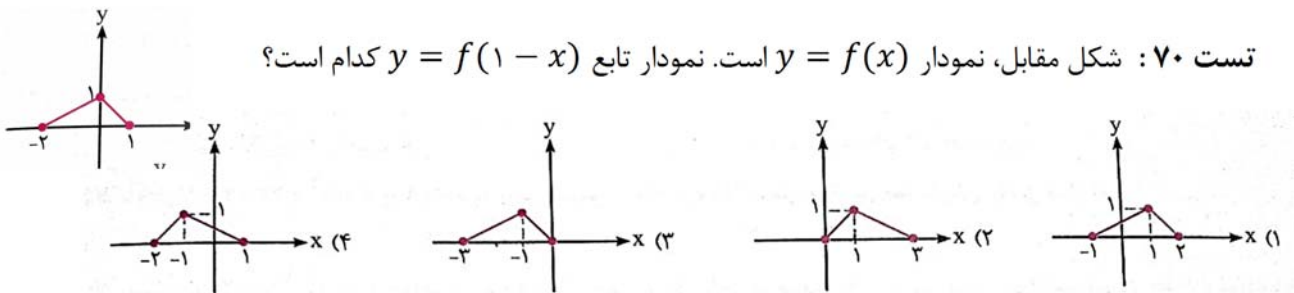
تست ۶۸: شکل مقابل نمودار  $y = f(x)$  است. نمودار  $y = \frac{1}{2}f(-2x)$  به کدام صورت است؟





تست ۶۹: اگر برد تابع با ضابطه  $y = f(x)$  برابر  $[-2, 1]$  باشد، برد تابع با ضابطه  $y = 3f(1 - 2x) - 1$  کدام است؟

- الف)  $(-1, 5]$       ب)  $[-1, \frac{5}{3}]$       ج)  $[-5, 3]$       د)  $(-7, 2)$



تست ۷۱: در تابع با ضابطه  $y = ab^x, b > 0$  داریم  $f(0) = \frac{3}{2}, f(-2) = \frac{3}{32}$ . مقدار  $f(\frac{3}{2})$  کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۱)

- الف) ۶      ب) ۸      ج) ۱۲      د) ۲۴

تست ۷۲: اگر  $f(x - 3) = x^2 - 4x + 5$ ، آنگاه  $f(1 - x)$  کدام است؟ (تجربی داخل ۹۰)

- الف)  $x^2 + 1$       ب)  $x^2 + 3$       ج)  $x^2 + 4x + 5$       د)  $x^2 - 4x + 5$

تست ۷۳: اگر  $f(x) + f(-3) = x^2 + 3$ ، آنگاه  $f(4)$  کدام است؟

- الف) -۱۲      ب) ۷۹      ج) ۷۲      د) -۱۶

تست ۷۴: در تابع با ضابطه  $f(x) = x^2(2 - x)^2$  مقدار  $f(1 + x) - f(1 - x)$  کدام است؟ (تجربی داخل ۸۵)

- الف) صفر      ب)  $4x$       ج)  $2x^2$       د)  $4x^2$

تست ۷۵: اگر  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  ضابطه ی تابع  $f(x) + 1 - 2f(x) + f(x^2)$  کدام است؟ (تجربی خارج ۸۹)

الف)  $\frac{1}{1-x^2}$

ب)  $\frac{2x}{x^2-1}$

ج)  $\frac{2x+1}{1-x^2}$

د)  $\frac{2x-1}{x^2-1}$

تست ۷۶: نمودار تابع با ضابطه ی  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول ۱ و محور  $y$  ها را در نقطه ای به عرض ۶- قطع کرده و از نقطه ی  $(-2, -6)$  میگذرد.  $f(-1)$  کدام است؟ (تجربی خارج ۸۹)

الف) ۸-

ب) ۷-

ج) ۵-

د) ۴-

تست ۷۷: نمودار دو تابع با ضابطه های  $f(x) = \frac{x-a}{2x+1}$  و  $g(x) = x^2 + bx + 3$ ، یکدیگر را در نقطه ای به طول ۲، روی خط  $y = x - 1$  قطع می کنند.  $a + b$  کدام است؟

الف) ۶-

ب) ۵-

ج) ۴

د) ۸

تست ۷۸: اگر  $f(x) + f(x-4) = 0$  باشد، حاصل  $f(x+8) + f(x-4)$  کدام است؟

الف) صفر

ب)  $-4f(x)$

ج)  $4f(x-4)$

د)  $4f(x)$

تست ۷۹: اگر معادله کلی سهمی به صورت  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد و داشته باشیم  $f(2) = 3$  و نمودار سهمی محور طول ها را در نقطه ۱ و محور عرض ها را در ۱- قطع کند حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

الف) صفر

ب) ۱

ج) ۱-

د) ۲

تست ۸۰: اگر  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ، دامنه ی تابع  $f(3 - x)$  کدام است؟ (تجربی داخل ۹۲)

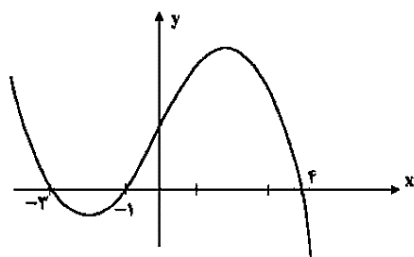
- الف)  $[0, 2]$       ب)  $[0, 3]$       ج)  $[1, 2]$       د)  $[1, 3]$

تست ۸۱: نمودار تابع  $y = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2$  را ۴ واحد به طرف  $x$ های منفی و یک واحد به سمت  $y$ های مثبت انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه با کدام طول متقاطع اند؟ (تجربی داخل ۹۳)

- الف)  $-3/5$       ب)  $-3$       ج)  $-2/5$       د)  $-2$

تست ۸۲: شکل رو به رو، نمودار تابع  $y = f(x - 2)$  است. دامنه تابع با

ضابطه  $y = \sqrt{xf(x)}$  کدام است؟ (تجربی خارج ۹۴)



- الف)  $[-1, 1] \cup [0, 6]$       ب)  $[-3, 1] \cup [0, 2]$   
ج)  $[-5, -3] \cup [-1, 2]$       د)  $[-5, -3] \cup [0, 2]$

تست ۸۳: نمودار تابع با ضابطه  $y = x^2 - 3x - 10$  را حداقل چند واحد به طرف  $x$ های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور  $x$ ها، غیر منفی باشد. (تجربی خارج ۹۳)

- الف) ۱      ب)  $1/5$       ج) ۲      د) ۳

تست ۸۴: اگر  $f(x + \sqrt{x}) = \sqrt{x}$  حاصل  $\frac{f(2) + f(6)}{f(12)}$  کدام است؟

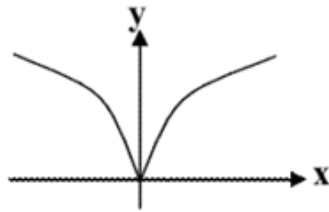
- الف) ۱      ب) ۲      ج) ۳      د) ۴

تست ۸۵: نمودار سهمی به معادله  $y = -x^2$  را یک واحد به سمت چپ و سه واحد به طرف بالا انتقال می

دهیم . معادله ی آن به کدام صورت بیان می شود؟ ( انسانی خارج کشور ۹۱ )

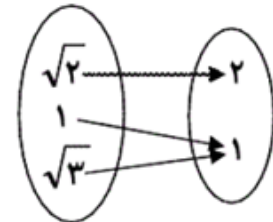
الف (  $y = -x^2 + 2x + 2$  ) ب (  $y = x^2 + 2x + 4$  ) ج (  $y = x^2 - 6x + 8$  ) د (  $y = -x^2 - 2x + 2$  )

۱- کدام یک از گزینه های زیر تابع نیست؟



(۲)

$$R = \{(1, 2), (\sqrt{2}, 1), (\sqrt{3}, 1)\}$$



(۳)

$$K = \{(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}, 1), (\sqrt{3}+\sqrt{2}, \sqrt{2}), (\sqrt{3}-\sqrt{2}, 2)\}$$

(۴)

۲- اگر رابطه ی  $f = \{(1, 2), (x-2, 4), (1, x^2-7)\}$  تابع باشد، آن گاه  $x$  کدام است؟

$\pm \sqrt{11}$  (۴)

$\pm 3$  (۳)

فقط  $-3$  (۲)

فقط  $3$  (۱)

۳- رابطه ی  $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{N}, x \leq 3, x+y \leq 5\}$  دارای چند زوج مرتب می باشد؟

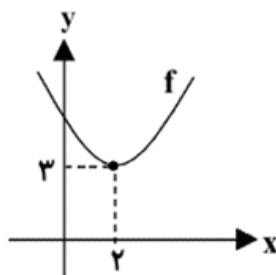
$10$  (۴)

$7$  (۳)

$9$  (۲)

$8$  (۱)

۴- نمودار تابع  $f(x) = (x+k)^2 + m - 1$  به صورت زیر است. زوج مرتب  $(k, m)$  کدام است؟



$(-2, 4)$  (۱)

$(2, 2)$  (۲)

$(-2, 3)$  (۳)

$(2, 4)$  (۴)

۵- اگر  $f(x) = 2|x| - \frac{1}{3}$ ،  $g(x) = \sqrt{x-2} + 1$ ،  $D_f$  و  $R_f$  به ترتیب دامنه و برد تابع  $f$  و  $D_g$  و  $R_g$  به ترتیب

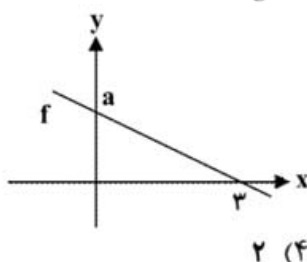
دامنه و برد تابع  $g$  باشند، کدام گزینه صحیح است؟

$R_f = [-\frac{1}{3}, +\infty)$  و  $D_f = [0, +\infty)$  (۲)

$R_f = \mathbb{R}$  و  $D_f = \mathbb{R}$  (۱)

$R_g = [1, +\infty)$  و  $D_g = [2, +\infty)$  (۴)

$R_g = [0, +\infty)$  و  $D_g = [2, +\infty)$  (۳)



$2$  (۴)

$3$  (۳)

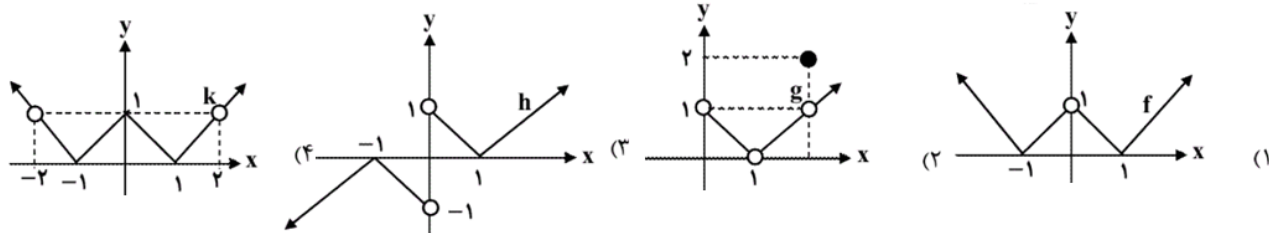
$1$  (۲)

$\frac{4}{3}$  (۱)

۶- شکل مقابل، نمودار تابع خطی  $f$  را نشان می دهد. اگر نمودار وارون

تابع  $f$  از نقطه ی  $(1, \frac{3}{4})$  عبور کند، مقدار  $a$  کدام است؟

۷- در کدام گزینه ی زیر، دامنه و برد تابع نشان داده شده با هم برابرند؟



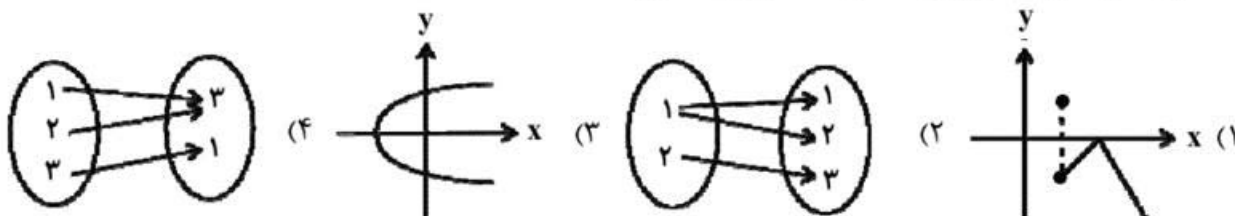
۸- اگر  $f(x) = 4$ ،  $g(x) = -|x - 2|$  و  $h$  تابعی همانی باشد، حاصل  $A = \frac{f(6) + g(1) - h(2)}{g(-1) + h(-2)}$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳)  $-\frac{1}{5}$  (۴)  $-\frac{3}{5}$

۹- اگر معادله ی  $x - 2\sqrt{x-2} + m = 4$  دو جواب حقیقی متمایز داشته باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m \geq 2$  (۲)  $m < 3$  (۳)  $2 \leq m < 3$  (۴) هیچ مقدار

۱۰- کدام یک از گزینه های زیر، نشان دهنده ی یک تابع است؟



۱۱- اگر رابطه ی  $f$  تابع باشد، آنگاه برد این تابع با کدام گزینه برابر است؟

$$f = \{(a-1, 2), (5, a-2), (a-2, b+3), (3, 5), (5, 3), (6, b+2)\}$$

- (۱)  $\{1, 2, 5, 3\}$  (۲)  $\{7, 3, 2, 5\}$  (۳)  $\{4, 2, 3, 5\}$  (۴)  $\{6, 2, 3, 5\}$

۱۲- اگر تابع  $F$  یک تابع خطی،  $F(1) + F(3) = 14$  و  $F(3) - F(1) = 4$  باشد، آنگاه مقدار  $F(2)$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۳- نمودار توابع  $f(x) = 3\sqrt{x+3}$  و  $g(x) = |x-4| + 4$  در چند نقطه یکدیگر را قطع می کنند؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) بیش از ۲ نقطه

۱۴- با توجه به تابع  $f(x) = \{(1, \frac{1}{4}), (2, \frac{3}{4}), (3, \frac{5}{4}), \dots\}$  کدام گزینه می تواند به ترتیب بیان کننده ی ضابطه ی

تابع  $f$  و دامنه ی آن باشد؟

$$(1) Z, f(x) = 2^{x-2} \quad (2) N, f(x) = \frac{2^x - 1}{2} \quad (3) Z, f(x) = \frac{2^x + 1}{2} \quad (4) N, f(x) = \frac{2^x - 2}{2}$$

۱۵- اگر رابطه‌ی  $R = \{(3, 2n-1), (3, 5), (4, 6-2m), (4, 2p)\}$ ، یک تابع باشد و  $2p+m+n=9$ ، آن گاه مقدار  $p$  برابر کدام گزینه‌ی زیر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶- رابطه‌ی  $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, |x| + |y| = 2\}$  چند زوج مرتب دارد؟

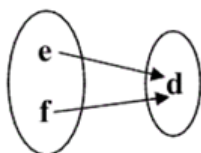
- ۴ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۱۷- به ازای چه مقادیری از  $a$  و  $b$ ، رابطه‌ی  $R = \left\{ (-1, 32), (3, 9^{a+\frac{b}{2}}), (-1, \sqrt[3]{2\sqrt{2^{a-b}}}), (3, \frac{1}{27}) \right\}$  تابع است؟

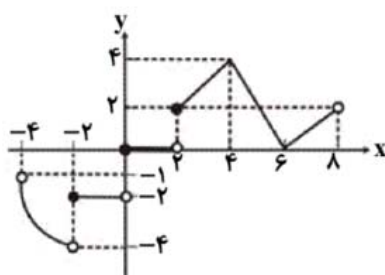
$$(1) \quad a = \frac{25}{3}, b = \frac{-59}{3} \quad (2) \quad a = \frac{25}{3}, b = \frac{59}{3}$$

$$(3) \quad a = \frac{-25}{3}, b = \frac{59}{3} \quad (4) \quad a = \frac{-25}{3}, b = \frac{-59}{3}$$

۱۸- نمودار ون تابع  $R = \{(2a, 3c), (4a-9c, 2b), (d^2+1, a)\}$  مطابق شکل زیر است. مقدار  $e+f$  کدام است؟  
( $a$  مقداری حقیقی و مثبت است.)



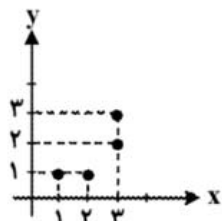
- ۱ (۱)  
۲ (۲)  
۳ (۳)  
۴ (۴)



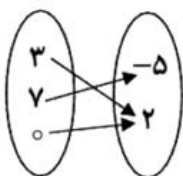
۱۹- اگر تمام نمودار تابع  $f$  به صورت زیر باشد، برد آن کدام است؟

- (۱)  $[-4, 4]$   
(۲)  $[-4, 0) \cup [2, 4]$   
(۳)  $[-4, 8]$   
(۴)  $(-4, -1) \cup [0, 4]$

۲۰- با در نظر گرفتن رابطه‌های زیر، کدام گزینه دامنه‌ی یک تابع را نمایش می‌دهد؟



(الف)



(ب)

|     |    |   |    |
|-----|----|---|----|
| $x$ | ۲  | ۰ | -۱ |
| $y$ | -۲ | ۰ | ۱  |

(ج)

$$\{(-1, 1), (2, 3), (-1, 1), (3, 2)\}$$

(د)

$$(1) \quad \{-5, 2\}$$

$$(2) \quad \{1, 2, 3\}$$

$$(3) \quad \{-1, 2, 3\}$$

$$(4) \quad \{2, 0, 1\}$$

۲۱- رابطه‌ی  $R = \{(\circ, -1), (b, 2a), (1, a - 2b)\}$  تابعی است که برد آن یک عضو دارد. حاصل  $a + b$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۲- با حذف حداقل چند زوج مرتب از رابطه‌ی زیر می‌توان یک تابع به‌دست آورد؟

$$R = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, |x + y| < 2, |x| \leq 1\}$$

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۳- زوج مرتب  $(a^2, b^2)$  با کدام زوج مرتب هیچ‌گاه نمی‌تواند برابر باشد؟

- (۱)  $(-a^2, -b^2)$  (۲)  $(b^2, a^2)$

- (۳)  $(4 - 2a^2, -1 - 3b^2)$  (۴)  $(a, b)$

۲۴- کدام یک از روابط زیر به ازای  $m = \circ$ ، یک تابع است؟

- (۱)  $\{(m, 1), (1, m), (m, 2)\}$  (۲)  $\{(1, m), (2, m), (m, 3)\}$

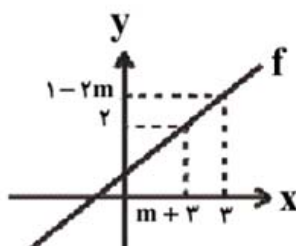
- (۳)  $\{(2m, 1), (2m, 2), (2m, 3)\}$  (۴)  $\{(m, m), (2m, m + 1), (m + 2, 2)\}$

۲۵- کدام یک از مجموعه‌های زیر، بیانگر یک تابع با دامنه‌ی  $\{2, 4, 5\}$  و برد  $\{3, 4\}$  است؟

- (۱)  $\{(2, 3), (4, 4)\}$  (۲)  $\{(2, 4), (4, 3), (5, 3), (2, 5)\}$

- (۳)  $\{(2, 3), (2, 4), (5, 4)\}$  (۴)  $\{(2, 4), (4, 3), (5, 4)\}$

۲۶- نمودار تابع خطی  $f$  به‌صورت زیر است. اگر  $f^{-1}(f^{-1}(2)) = 3$  باشد، آن‌گاه  $f(\frac{7}{3})$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)  $-\frac{7}{3}$

۲۷- اگر  $2f(\frac{1}{y} - x) - f(x + \frac{1}{y}) = 7x - 5$  باشد، حاصل  $f(1)$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۷ (۴) ۷

۲۸- اگر رابطه‌ی  $f = \{(-1, 1), (\circ, -1), (-1, a + 2)\}$  یک تابع باشد و داشته باشیم  $\frac{af(-1)}{k + 2f(\circ)} = 2$ ، آن‌گاه

مقدار  $k$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{2}{5}$



۲۹- اگر  $f(x) = 3x + 5 - f(1)$  باشد، آنگاه  $f(2)$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۹

۳۰- مقدار تابع همانی  $f$  به ازای هر  $x$  از دامنه برابر با  $2x^2 - 6$  است. دامنه‌ی تابع  $f$  کدام است؟

- (۱)  $\mathbb{R}$  (۲)  $\{-\frac{3}{2}, 2\}$  (۳)  $[-\frac{3}{2}, 2]$  (۴)  $\{2\}$

۳۱- اگر  $f(x) = 2x + a$  و  $g(x) = 3x^2 + 1$  باشد، از تساوی  $f(g(1)) = g(f(0))$  مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{-1 \pm \sqrt{85}}{6}$  (۲)  $\frac{1 \pm \sqrt{85}}{2}$  (۳)  $\frac{-1 \pm \sqrt{85}}{2}$  (۴)  $\frac{1 \pm \sqrt{85}}{6}$

۳۲- در تابع خطی  $f$ ،  $f(\sqrt{2}) = \frac{1}{1-\sqrt{2}}$  و  $f(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}$  می‌باشد. حاصل  $f(\frac{1}{2})$  برابر با کدام گزینه‌ی زیر است؟

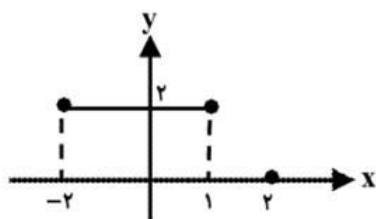
- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2} + \sqrt{2}$

۳۳- اگر رابطه‌ی  $R = \{(3, 2^{x+y}), (5, x^2 - y^2), (3, 32), (5, 15)\}$ ، یک تابع باشد، مقدار  $xy$  برابر کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) -۴ (۴) ۵

۳۴- اگر دو زوج مرتب  $(a+b+5, a-b)$  و  $(3, -2)$  با هم برابر باشند، آنگاه حاصل  $b^3 - a^3$  برابر با کدام گزینه‌ی زیر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) -۸ (۴) ۸



۳۵- با توجه به نمودار زیر، کدام گزینه صحیح است؟

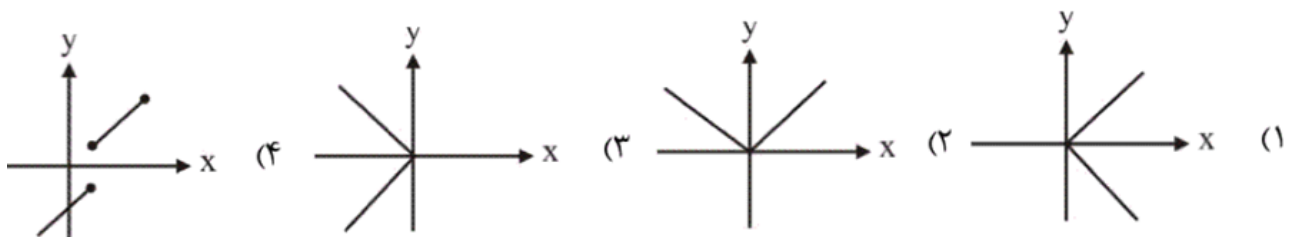
(۱) دامنه، ۳ عضو و برد، ۱ عضو دارد.

(۲) دامنه، ۴ عضو و برد، بی‌شمار عضو دارد.

(۳) دامنه، بی‌شمار عضو و برد، ۲ عضو دارد.

(۴) دامنه و برد، بی‌شمار عضو دارند.

۳۶- کدام گزینه‌ی زیر، نشان‌دهنده‌ی نمودار یک تابع است؟



۳۷- رابطه ی  $f = \{(1, a-1), (2, 3), (a, 3), (1, 2)\}$  یک تابع است. دامنه ی این تابع چند عضو دارد؟

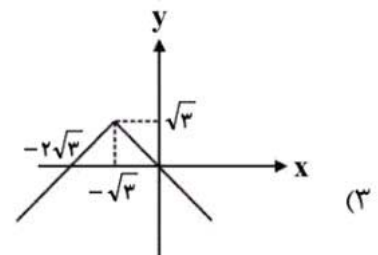
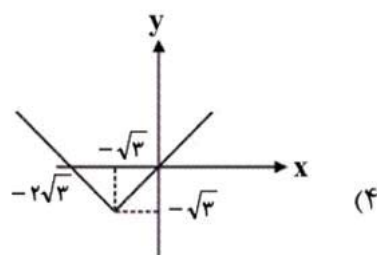
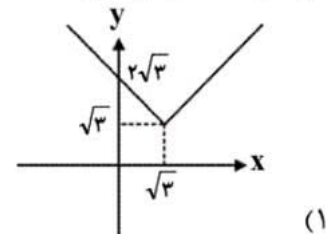
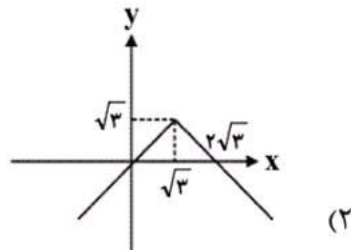
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

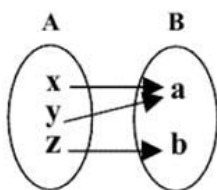
۴ (۱)

۳۸- کدام گزینه نمودار تابع  $f(x) = -|x - \sqrt{3}| + \sqrt{3}$  است؟

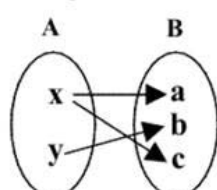


۳۹- هریک از شکل های زیر یک رابطه بین مجموعه ی A و مجموعه ی B را با نمودار ون نمایش می دهند

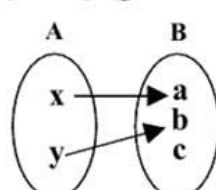
کدام یک از شکل های زیر، نمودار یک تابع از مجموعه ی A به مجموعه ی B هستند؟



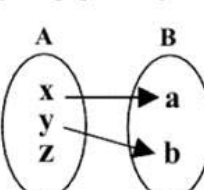
شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳



شکل ۴

(۲) شکل ۱، شکل ۲ و شکل ۴

(۱) شکل ۱، شکل ۳ و شکل ۴

(۴) شکل ۲ و شکل ۳

(۳) شکل ۱ و شکل ۳

۴۰- اگر  $g$  یک تابع همانی و  $f(x) = 3$  یک تابع ثابت باشد، مقدار عبارت  $A$ ، همواره کدام است؟

$$A = \frac{3g(3) + 9f(3)}{3g(3^2) + (f(3))^2}$$

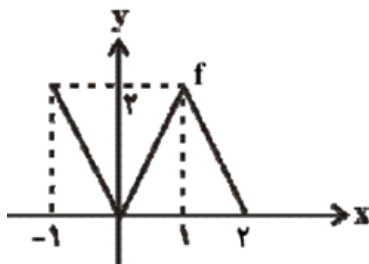
۱ (۴)

۹ (۳)

$g(x)$  (۲)

$f(x)$  (۱)

۴۱- اگر نمودار تابع  $f$  به صورت زیر باشد، دامنه‌ی تابع  $y = \sqrt{f(x)}$ ، برابر کدام گزینه‌ی زیر است؟



(۱)  $[0, 2]$

(۲)  $[-1, 2]$

(۳)  $[1, 2]$

(۴)  $(0, 2]$

۴۲- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{\frac{-1}{x^2 - 4x}}$ ، دامنه‌ی تابع  $f$  کدام است؟

(۱)  $0 < x < 4$  (۲)  $x < 0$  یا  $x > 4$  (۳)  $x \leq 0$  یا  $x \geq 4$  (۴)  $\emptyset$

۴۳- اگر نمودار تابع  $f(x) = 2x^2 + ax + b$  محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع کند و داشته باشیم

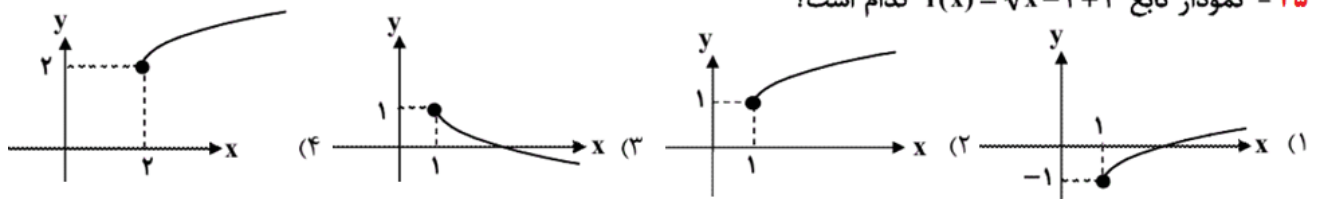
$f(1) = 4$ ، آن‌گاه  $a + b$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۱

۴۴- دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x-2}}$  کدام است؟

(۱)  $\mathbb{R}$  (۲)  $\mathbb{R} - \{2\}$  (۳)  $[2, +\infty)$  (۴)  $(2, +\infty)$

۴۵- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$  کدام است؟



۴۶- برای تابع خطی  $f$  داریم  $f(1) = -1$  و  $f(x+1) - f(x-1) = 4$  ضابطه‌ی  $f$  کدام است؟

(۲)  $f(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$

(۱)  $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

(۴)  $f(x) = -4x + 3$

(۳)  $f(x) = 2x - 3$

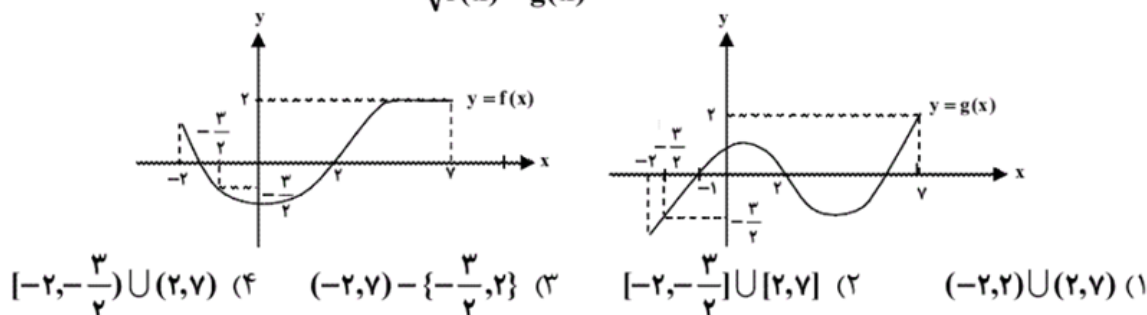
۴۷- برد تابع  $y = \sqrt{1 - \sqrt{2x-1}}$  کدام است؟

(۱)  $[\frac{1}{2}, 1]$  (۲)  $[0, 1]$  (۳)  $[0, \frac{1}{2}]$  (۴)  $(-\infty, 1]$

۴۸- اگر  $f(x) = 2x - 3$  باشد، آن‌گاه  $f(2x) + f(x+1)$  همواره برابر با کدام است؟

(۱)  $6x - 4$  (۲)  $6x - 6$  (۳)  $4x - 4$  (۴)  $4x - 6$

۴۹- نمودارهای توابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر هستند. عبارت  $\frac{1}{\sqrt{f(x)-g(x)}}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف شده است؟



۵۰- دامنه‌ی تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{5-x^2}{x-1}}$  شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) بی‌شمار      (۴) هیچ

۵۱- در تابع همانی  $f = \{(\Delta, b^2 + 4), (b, a - 1), (2, 2b)\}$  مقدار  $a + b$  برابر کدام است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۱      (۴) ۵

۵۲- دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-9}$  کدام است؟

- (۱)  $R - \{-3\}$       (۲)  $R - \{3\}$       (۳)  $(-3, 3)$       (۴)  $R - \{3, -3\}$

۵۳- اگر  $g(x) = \frac{1}{x}$ ،  $g(a+b) + g(b+c) + g(a+c) = \frac{47}{6}$  و  $g(\frac{a+b}{c}) + g(\frac{a+c}{b}) + g(\frac{b+c}{a}) = \frac{17}{10}$  آنگاه

حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۵      (۳) ۶      (۴) ۷

۵۴- دامنه‌ی تابع  $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x-2}}$  کدام است؟

- (۱)  $R$       (۲)  $R - \{2\}$       (۳)  $[2, +\infty)$       (۴)  $(2, +\infty)$

۵۵- اگر  $f(x) = 2x - 3$  باشد، آن گاه  $f(2x) + f(x+1)$  همواره برابر با کدام است؟

- (۱)  $6x - 4$       (۲)  $6x - 6$       (۳)  $4x - 4$       (۴)  $4x - 6$

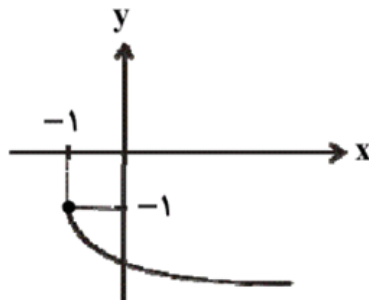
۵۶- اگر مقدار تابع  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$  به ازای  $x_0$  برابر با  $\frac{3}{7}$  باشد، آن گاه مقدار این تابع به ازای  $x_0^2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{49}{9}$       (۲)  $\frac{9}{31}$       (۳)  $\frac{9}{49}$       (۴)  $\frac{1}{7}$

۵۷- تابع  $f$  به ازای  $x=0$  تعریف نشده است و به ازای هر عدد حقیقی و مخالف صفر  $x$  داریم

$$f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$$

چند مقدار حقیقی در معادله  $f(x) = f(-x)$  صدق می کند؟  
 (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) بی شمار



۵۸- نمودار روبرو، کدام یک از توابع زیر را نشان می دهد؟

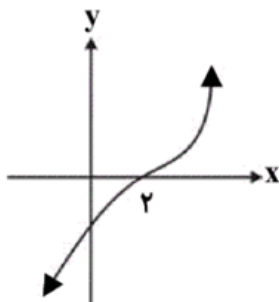
(۱)  $y = \sqrt{x-1} - 1$

(۲)  $y = -\sqrt{x+1} + 1$

(۳)  $y = -\sqrt{x-1} - 1$

(۴)  $y = -\sqrt{x+1} - 1$

۵۹- اگر نمودار تابع  $f$  که دامنه آن مجموعه  $R$  است، به شکل زیر باشد، دامنه  $g$  با ضابطه



$$g(x) = \sqrt{(x^2 - 4)f(x)}$$

(۱)  $(-2, 2)$

(۲)  $[2, +\infty)$

(۳)  $[-2, +\infty)$

(۴)  $R - [-2, 2]$

۶۰- دامنه  $f(x) = \sqrt{\frac{5-x^2}{x-1}}$  شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) بی شمار (۴) هیچ

۶۱- کدام یک از رابطه های زیر یک تابع است؟

(۱)  $\{(1,2), (1,3), (4,1)\}$  (۲)  $\{(2,3), (2,4), (3,5)\}$

(۳)  $\{(1,2), (3,2), (5,2)\}$  (۴)  $\{(-1,3), (-1,7), (1,7)\}$

۶۲- دامنه  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-4}$  چند عضو کمتر از دامنه  $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+1}}$  دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۳- در تابع خطی  $f$ ، اگر  $f(x-1) = f(x) - 1$  و  $f(2) = 0$  باشد، آنگاه نمایش جبری تابع  $f$  کدام است؟

(۱)  $f(x) = 2x - 4$  (۲)  $f(x) = x + 1$

(۳)  $f(x) = -x + 3$  (۴)  $f(x) = x - 2$

۶۴- فرض کنید  $f$  تابعی خطی است که نقطه‌ی  $(۴,۵)$  روی نمودار وارون آن قرار دارد. ضابطه‌ی تابع  $f$  کدام یک از گزینه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

(۱)  $y = \frac{۴}{۵}x$  (۲)  $y = x - ۱$  (۳)  $y = -x + ۲$  (۴)  $y = ۴$

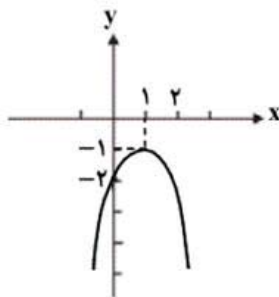
۶۵- اگر  $f(x - \frac{1}{x}) = x + \frac{1}{x} + ۶$  آنگاه  $f(\sqrt{۲})$  کدام می‌تواند باشد؟ ( $x \neq ۰$ )

(۱)  $۶ - \sqrt{۶}$  (۲)  $\sqrt{۲} + ۶$  (۳)  $۴ - \sqrt{۲}$  (۴)  $\sqrt{۲} - ۴$

۶۶- تابع  $f(r)$  محیط نیم دایره را برحسب شعاع آن نشان می‌دهد. کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $f(r) = r(\pi + ۱)$  (۲)  $f(r) = r(\pi + ۲)$  (۳)  $f(r) = \pi r$  (۴)  $f(r) = r(۲\pi + ۲)$

۶۷- نمودار تابع  $f(x) = ۳ - (x - ۲)^۲$  که از نوع چند جمله‌ای درجه دوم می‌باشد، به صورت زیر است.



تساوی  $f(x) = \frac{1}{y}$  به ازای کدام مقدار برای  $x$  می‌تواند برقرار باشد؟

(۱)  $-۱ + \frac{۳}{\sqrt{۲}}$  (۲)  $-۱ + \frac{\sqrt{۳}}{۲}$  (۳)  $\frac{-۲ + \sqrt{۶}}{۲}$  (۴)  $\frac{-۱ - \sqrt{۳}}{۲}$

۶۸- به ازای کدام گزینه‌ی زیر، تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - ۲x - ۳}}{(x - ۳)^2}$  تعریف شده است؟

(۱)  $(-\infty, -۱] \cup [۳, +\infty)$  (۲)  $[-۱, ۳]$  (۳)  $(-\infty, -۱] \cup (۳, +\infty)$  (۴)  $[-۱, ۳)$

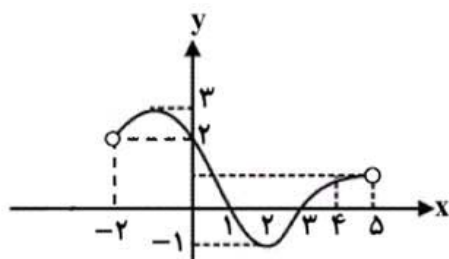
۶۹- برد تابع  $y = \sqrt{۱ - \sqrt{۲x - ۱}}$  کدام است؟

(۱)  $[\frac{1}{۲}, ۱]$  (۲)  $[۰, ۱]$  (۳)  $[۰, \frac{1}{۲}]$  (۴)  $(-\infty, ۱]$



۷۰- اگر شکل زیر، نمودار تابع  $f$  در تمام دامنه اش باشد، آن گاه دامنه ی تعریف تابع  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2-f(x)}}$  کدام

است؟



(۱)  $(0, 5)$

(۲)  $(2, 5)$

(۳)  $(0, 2)$

(۴)  $(-2, 0)$

۷۱- نمودار تابع  $y = \sqrt{x+4} - 1$  از ناحیه ی ... دستگاه مختصات عبور نمی کند و نمودار تابع  $y = \sqrt{-x} + 1$  از ناحیه ی ... دستگاه مختصات عبور می کند.

(۲) چهارم - چهارم

(۱) چهارم - دوم

(۴) سوم - دوم

(۳) سوم - چهارم

۷۲- نمودار تابع  $y = \sqrt{x+4} - 1$  از ناحیه ی ... دستگاه مختصات عبور نمی کند و نمودار تابع  $y = \sqrt{-x} + 1$  از ناحیه ی ... دستگاه مختصات عبور می کند.

(۲) چهارم - چهارم

(۱) چهارم - دوم

(۴) سوم - دوم

(۳) سوم - چهارم

۷۳- دامنه ی تابع  $f(x) = \sqrt{x-|x|} + \sqrt{9-x^2}$  کدام است؟

(۲)  $0 \leq x \leq 3$

(۱)  $-3 \leq x \leq 3$

(۴)  $x \geq 0$

(۳)  $-3 \leq x \leq 0$

۷۴- دامنه ی تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2-x}}}{x}$  برابر کدام گزینه ی زیر است؟

(۲)  $(-\infty, -2]$

(۱)  $[-2, 2]$

(۴)  $[-2, 2] - \{0\}$

(۳)  $(2, +\infty)$

۷۵- اگر تابع  $f(x) = bx - 3a + 2x - 1$  با دامنه ی اعداد حقیقی، تابع همانی باشد، مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

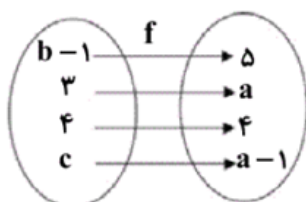
(۴)  $-3$

(۳)  $3$

(۲)  $-\frac{1}{3}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

۷۶- شکل زیر، نمودار تابع همانی  $f$  را نشان می دهد. حاصل  $a + b - 2c$  کدام است؟



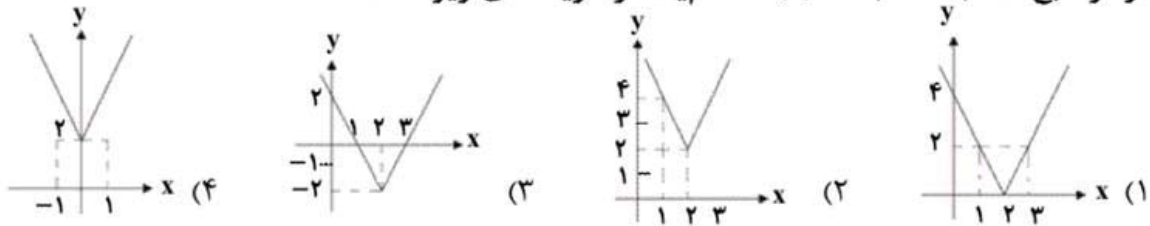
(۱)  $6$

(۲)  $3$

(۳)  $7$

(۴)  $5$

۷۷- نمودار تابع  $f(x) = 2|x-2| + 2$  کدام یک از گزینه های زیر است؟



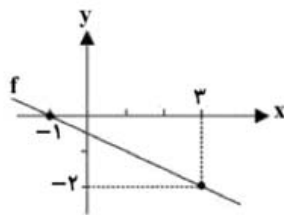
۷۸- دامنه ی تابع  $f(x) = \frac{3x+2}{5x^2-3x-2}$  برابر با کدام یک از گزینه های زیر می باشد؟

- (۱)  $R - \{1\}$  (۲)  $R - \{1, -\frac{4}{5}\}$  (۳)  $R - \{1, \frac{4}{5}\}$  (۴)  $R - \{-1, \frac{4}{5}\}$

۷۹- اگر  $f(x) = \frac{x+a}{2x-b}$ ,  $f^{-1}(3) = 2$  و  $f(\circ) = -3$  باشد، آن گاه حاصل  $a - 6b$  کدام است؟ ( $x \neq \frac{b}{2}$ )

- (۱) صفر (۲)  $\frac{10}{3}$  (۳)  $-\frac{10}{3}$  (۴)  $-5$

۸۰- با توجه به شکل زیر، دامنه ی تابع  $g(x) = \frac{2x-1}{f(x)+1}$  کدام گزینه است؟



- (۱)  $R - \{1\}$   
(۲)  $R - \{-1\}$   
(۳)  $R - \{\frac{1}{2}\}$   
(۴)  $R - \{-\frac{1}{2}\}$

۸۱- اگر محیط و مساحت مربعی را به ترتیب P و S فرض کنیم، کدام گزینه ی زیر می تواند تابعی باشد که مساحت مربع را به محیط آن وابسته می کند؟

- (۱)  $S = \frac{P^2}{4}$  (۲)  $S = \frac{P^2}{16}$  (۳)  $S = 4P^2$  (۴)  $S = P^2$

۸۲- تابع با ضابطه ی  $f(x) = \sqrt{-x} + 1$  به ترتیب از راست به چپ دارای دامنه ی ... و برد ... می باشد.

- (۱)  $[0, +\infty)$ ,  $[1, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, 0]$ ,  $[1, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, 1)$ ,  $[2, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, 0]$ ,  $(2, +\infty)$

۸۳- اگر  $f = \{(5, a^2), (3, 8), (5, 4), (a+1, 2)\}$  تابع باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ یا -۲ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۳



۸۴- اگر رابطه‌ی بین  $x$  و  $f(x)$  در جدول زیر به صورت  $f(x)=ax+b$  باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

|        |    |   |   |   |
|--------|----|---|---|---|
| $x$    | ۰  | ۲ | ۴ | ۶ |
| $f(x)$ | -۱ | ۲ | ۵ | ۸ |

(۴) ۱

(۳)  $\frac{5}{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{3}{2}$

۸۵- در مورد تابع  $f(x)=|x-4|$ ، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) دامنه‌ی تابع  $f$  برابر با مجموعه‌ی اعداد حقیقی است.

(۲) اگر نمودار تابع  $f(x)=|x|$  را ۴ واحد به سمت راست انتقال دهیم، نمودار تابع  $f$  به دست می‌آید.

(۳) این تابع، در سمت راست محور  $y$  ها یک‌به‌یک است.

(۴) نمودار این تابع محور  $y$  ها را در نقطه‌ای به عرض ۴ قطع می‌کند.

۸۶- کدام یک از روابط زیر تابع نمی‌باشد؟

$$x^2 + y^2 + 4x + 2y + 5 = 0 \quad (۲)$$

$$|y| = -4x^2 + 4x - 1 \quad (۱)$$

$$y^2 + 4yx = x - 1 \quad (۴)$$

$$y = \sqrt{x^2 - 4} \pm \sqrt{4 - x^2} \quad (۳)$$

۸۷- اگر رابطه‌ی  $R = \{(2, 4b), (2, a-1), (2, b^2 + a), (2, 3)\}$  یک تابع باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

۸۸- دامنه‌ی تعریف تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}} + \sqrt{\frac{2-x}{x}}$  کدام مجموعه است؟

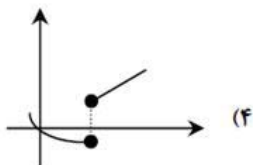
(۴)  $(2, 3)$

(۳)  $[1, 2]$

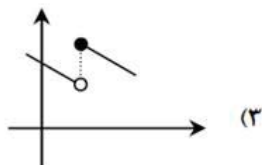
(۲)  $(0, 3]$

(۱)  $(0, 1]$

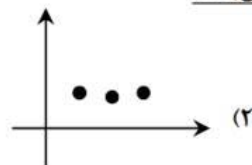
۸۹- کدام یک از شکل‌های زیر تابع نمی‌باشد؟



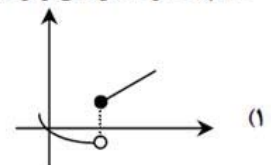
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۹۰- برد تابع  $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$  کدام است؟

(۴)  $(3, +\infty)$

(۳)  $[3, +\infty)$

(۲)  $[0, +\infty)$

(۱)  $R$