



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

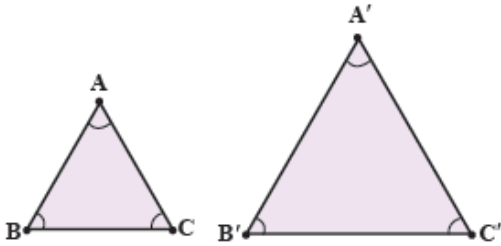
## فصل دوم

## مثلثات

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

تشابه دو مثلث

دو مثلث را متشابه گویند، هرگاه یکی بزرگ‌نمایی یا کوچک‌نمایی مثلث دیگر باشد، برای این منظور باید زوایای تطبیق در آن‌ها برابر و نسبت اضلاع متناظر نیز با هم برابر باشند.



$$\hat{A} = \hat{A}' , \quad \hat{B} = \hat{B}' , \quad \hat{C} = \hat{C}'$$

$$ABC \sim A'B'C'$$

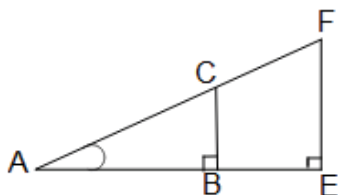
$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'}$$

نکته

هرگاه یکی از سه شرط زیر در دو مثلث مشاهده شد، آن دو مثلث متشابه هستند:

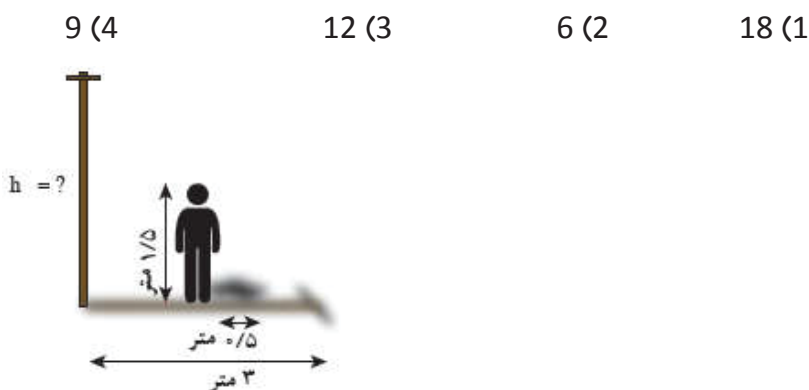
- 1) سه ضلع از مثلثی با سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند.
- 2) دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند.
- 3) یک زاویه از یک مثلث با یک زاویه از مثلث دیگر برابر و ضلع‌های تطبیق این زاویه‌ها متناسب باشند.

قضیه تالس



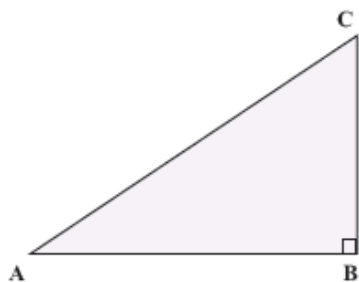
تست

علی می خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه‌ی آن 3 متر است، حساب کند. قد علی 1/5 متر و طول سایه‌ی او در همان لحظه 0/5 متر است. ارتفاع تیر برق چه قدر است؟



نسبت های مثلثاتی در مثلث قائم الزویه

بر اساس تعریف در مثلث قائم الزویه ABC داریم:



نکته

$$\begin{aligned} \tan A &= \frac{\sin A}{\cos A} & , & & \cot A &= \frac{\cos A}{\sin A} \\ \tan A \cdot \cot A &= 1 & , & & \cot A &= \frac{1}{\tan A} & , & & \tan A &= \frac{1}{\cot A} \end{aligned}$$

نکته

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot\theta$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

تست

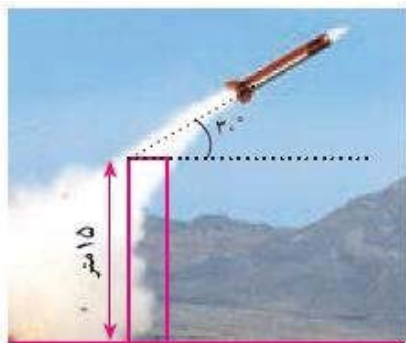
یک موشک در ارتفاع 15 متری از سطح زمین و با زاویه  $30^\circ$  پرتاب می شود. این موشک پس از طی 2000 متر با همین زاویه، به چه ارتفاعی از سطح زمین می رسد؟

$1000\sqrt{3} + 15$  (4)

1036 (3)

$1000\sqrt{3}$  (2)

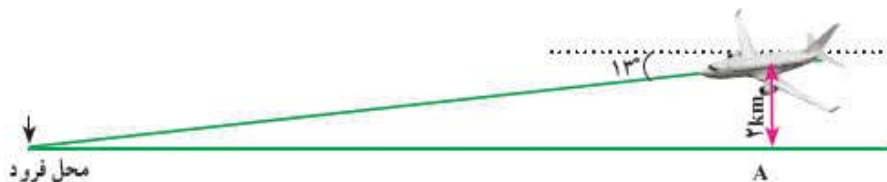
1015 (1)



مثال

یک هواپیما در ارتفاع 2 km از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه هواپیما با افق

حدود  $13^\circ$  باشد، هواپیما در چه فاصله ای از نقطه ای A فرود می آید؟ ( $\tan 13^\circ = 0.23$ )



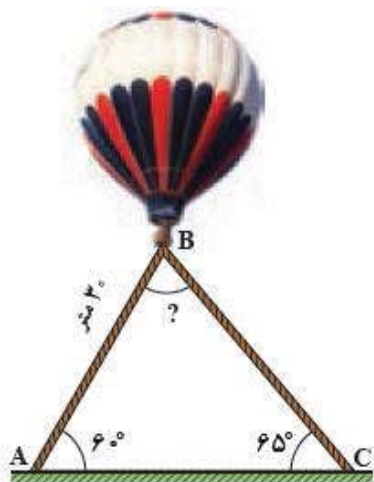
یک بالزن توسط دو طناب به زمین بسته شده است. طول طناب BC کدام است؟ ( $\sin 65^\circ \cong 0.9$ )

$\frac{25}{3}$  (4)

$\frac{50}{3}$  (3)

$\frac{25\sqrt{3}}{3}$  (2)

$\frac{50\sqrt{3}}{3}$  (1)



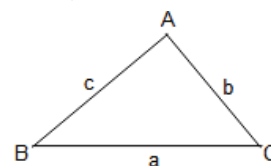
به دست آوردن مساحت در یک مثلث به کمک مثلثات

در هر مثلث دلخواه داریم:

$$S = \frac{1}{2}absinC = \frac{1}{2}acsinB = \frac{1}{2}bc sinA$$

به عبارت دیگر:

$$S = \frac{1}{2} (\text{حاصل ضرب اندازه دو ضلع}) \times (\text{سینوس زاویه بین آن دو ضلع})$$



تست

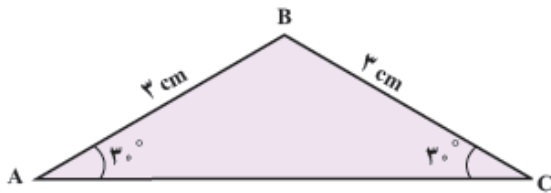
مساحت مثلث ABC کدام است؟

(1)  $\frac{9}{8}$

(2)  $\frac{9}{8}\sqrt{3}$

(3)  $\frac{9}{4}$

(4)  $\frac{9}{4}\sqrt{3}$



تست

مساحت یک شش ضلعی منتظم به ضلع a کدام است؟

(1)  $\frac{3}{2}a^2$

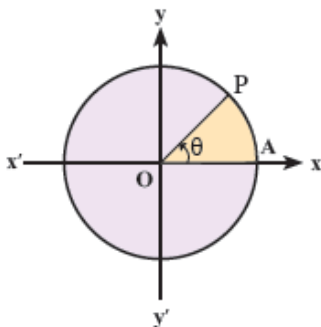
(2)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

(3)  $\frac{3}{4}a^2$

(4)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$

دایره مثلثاتی

دایره ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع واحد (شعاع 1) است. در این دایره نقطه A مبدأ حرکت برای رسم زاویه است. حال اگر نقطه P روی دایره در خلاف جهت عقربه های ساعت حرکت کند، زاویه مثبت و وقتی نقطه M روی دایره در جهت عقربه های ساعت حرکت کند، زاویه منفی است



محورهای x و y دایره مثلثاتی را به چهار ناحیه مساوی تقسیم می کنند که هر یک از این قسمت ها را ناحیه یا ربع مثلثاتی می نامیم.



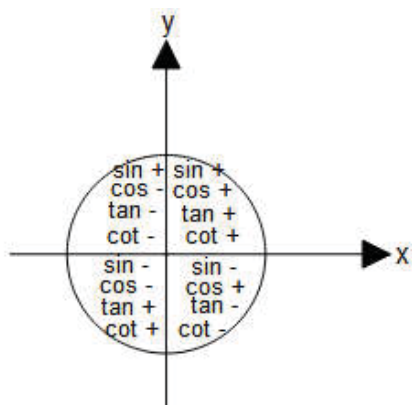
توجه

زاویه های  $0^\circ$ ،  $90^\circ$ ،  $180^\circ$  و  $270^\circ$  و  $360^\circ$  زوایای مرزی هستند و آن ها را در هیچ کدام از ناحیه های مثلثاتی در نظر نمی گیریم.



نکته

	$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin\theta$	0	1	0	-1	0
$\cos\theta$	1	0	-1	0	1
$\tan\theta$	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0
$\cot\theta$	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده



$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$



تست

اگر  $\sin\theta$  و  $\tan\theta$  هم علامت باشند، آن گاه  $\theta$  در کدام ربع مثلثاتی قرار دارد؟



# ریاضی دهم کنکور ----- مهندس مرتضی مهرپویان 09107602027

(1) اول یا سوم      (2) دوم یا چهارم      (3) اول یا چهارم      (4) دوم یا سوم



در کدام زاویه‌ی زیر، مقدار سینوس منفی و کسینوس مثبت است؟

(1)  $225^\circ$       (2)  $135^\circ$       (3)  $62^\circ$       (4) 273



اگر  $\sin\theta \cos\theta < 0$ ، آن گاه  $\theta$  در کدام ربع مثلثاتی می‌تواند باشد؟

(1) اول یا سوم      (2) دوم یا چهارم      (3) دوم یا سوم      (4) اول یا چهارم



$$y = mx + n$$

الف) اگر دو نقطه داده باشند،  $(x_2, y_2), (x_1, y_1)$   $y - y_1 = m(x - x_1) \Leftrightarrow (x_2, y_2), (x_1, y_1)$

ب) اگر زاویه داده باشند:  $y - y_1 = m(x - x_1)$   $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \tan\alpha$$



معادله خطی که زاویه آن با جهت مثبت محور  $x$  ها  $30^\circ$  و از نقطه‌ی  $(0, 1)$  می‌گذرد، کدام است؟

$$y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} \quad (2) \qquad y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$y = \sqrt{3}x - \sqrt{x} \quad (4) \qquad y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

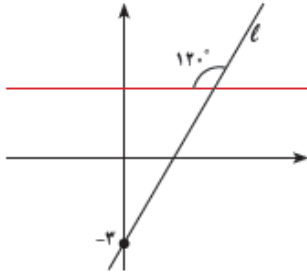


معادله خط  $L$  کدام است؟

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3 \quad (2) \qquad y = \sqrt{3}x - 3 \quad (1)$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3 \quad (4)$$

$$y = \sqrt{3}x + 3 \quad (3)$$



تست

خط  $3y - \sqrt{3}x + 2 = 0$  با محور  $y$  ها چه زاویه ای می سازد؟

$90^\circ$  (4)

$60^\circ$  (3)

$45^\circ$  (2)

$30^\circ$  (1)

روابط بین نسبت های مثلثاتی

مثال

فرض کنید  $\alpha$  زاویه ای در ناحیه دوم مثلثاتی باشد و  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ، نسبت های دیگر مثلثاتی زاویه  $\alpha$  را به دست آورید.

مثال

اگر  $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$  و  $\alpha$  زاویه ای در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، نسبت های دیگر مثلثاتی زاویه  $\alpha$  را به دست آورید.

تست

اگر  $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، آنگاه  $\tan 135^\circ$  کدام است؟

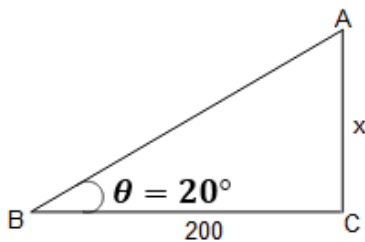
- 1 (1)      -1 (2)       $-\frac{1}{2}$  (3)       $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (4)

تست

در مثلث مقابل اندازه‌ی  $x$  چه قدر است؟ ( $\sin 20^\circ \cong \frac{1}{3}$ )

- 100 $\sqrt{8}$  (1)      200 $\sqrt{8}$  (2)      50 $\sqrt{8}$  (3)      25 $\sqrt{8}$  (4)

$$\theta = 20^\circ$$



تست

با فرض  $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ، حاصل  $(\tan \theta - \cot \theta)^2 - \frac{1}{\cos^2 \theta}$  کدام است؟

- $-\frac{11}{9}$  (1)       $-\frac{12}{25}$  (2)       $\frac{16}{25}$  (3)       $\frac{16}{9}$  (4)

تست

حاصل  $\left(\frac{1}{1-\sin \theta} + \frac{1}{1+\sin \theta}\right) - 2\tan^2 \theta$  کدام است؟

- 1 (1)      صفر (2)      1 (3)      2 (4)

تست های تکمیلی

تست

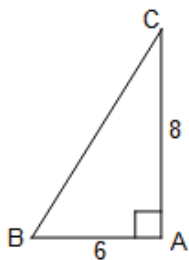
در شکل مقابل، حاصل  $\sin \hat{B} + \cos \hat{C}$  کدام است؟

1/2 (4)

1/4 (3)

1/8 (2)

1/6 (1)



تست

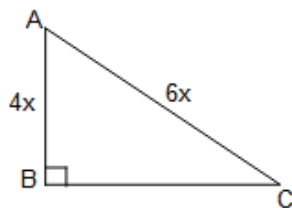
در شکل مقابل، حاصل  $\tan \hat{A} + \cot \hat{C}$  کدام است؟

$\sqrt{5}$  (4)

$\frac{\sqrt{13}}{2}$  (3)

$\sqrt{13}$  (2)

$\frac{\sqrt{5}}{2}$  (1)



تست

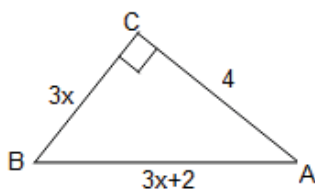
در مثلث قائم الزاویه مقابل، مقدار  $\sin \hat{A}$  کدام است؟

$\frac{5}{9}$  (4)

$\frac{3}{5}$  (3)

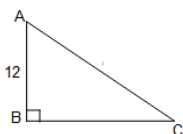
$\frac{2}{5}$  (2)

$\frac{4}{5}$  (1)



تست

در مثلث قائم الزاویه مقابل، اگر  $\tan \hat{A} = \frac{3}{4}$  و  $AB = 12$  باشد، محیط مثلث کدام است؟



35 (4)

21 (3)

25 (2)

36 (1)

تست

در مثلث قائم الزاویه ABC، زاویه A قائمه و  $\tan \hat{C} = \frac{5}{12}$  است. مقدار  $\cos \hat{B} + \cos \hat{C}$  کدام است؟

- (1)  $\frac{20}{13}$  (2)  $\frac{17}{13}$  (3)  $\frac{7}{13}$  (4)  $\frac{12}{13}$

تست

مقدار عددی عبارت  $(\sin 60^\circ - \sin 45^\circ)(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)$  کدام است؟

- (1)  $\frac{3}{4}$  (2)  $\frac{1}{4}$  (3)  $\frac{1}{2}$  (4) صفر

تست

حاصل عبارت  $\frac{\tan 30^\circ}{1 + \tan^2 30^\circ} \times \frac{1 - \cot^2 60^\circ}{\cot^2 60^\circ + 1}$  کدام است؟

- (1)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (3)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$  (4)  $\frac{\sqrt{3}}{16}$

تست

اگر  $A = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{2 \tan 30^\circ + \sin 60^\circ}{\sin^2 45^\circ - \sqrt{3} \cos 30^\circ}$  باشد، آن گاه A کدام است؟

- (1)  $-\frac{7}{6}$  (2)  $-\frac{7}{2}$  (3)  $-7$  (4)  $-\frac{7}{3}$

تست

حاصل عبارت  $\cot 2^\circ \cot 3^\circ \cot 45^\circ \cot 87^\circ \cot 88^\circ$  کدام است؟

- (1)  $(\tan 45^\circ)^2$  (2) 2 (3)  $(\tan 88^\circ)^2$  (4)  $(\cot 88^\circ)^2$

تست

در صورتی که  $\frac{\sin \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{3}{2}$  باشد، مقدار  $\tan \theta$  کدام است؟

- (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 1

تست

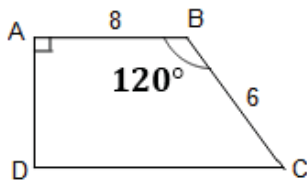
اگر  $\tan\theta = 0.2$  باشد، مقدار  $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{2\sin\theta}$  کدام است؟

- 1) 3      2)  $1/2$       3) 2      4) -2

تست

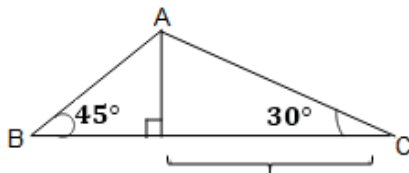
در شکل مقابل، محیط ذوزنقه ABCD کدام است؟

- 1)  $25 + 3\sqrt{3}$       2)  $25 + \sqrt{3}$   
3)  $24 + 4\sqrt{2}$       4)  $24 + \sqrt{2}$



تست

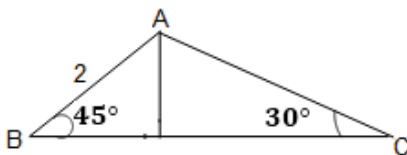
در شکل مقابل، طول AB کدام است؟



تست

یک آنتن (دکل) توسط دو سیم AB و AC مطابق شکل مهار شده است. در این صورت طول BC کدام است؟

- 1)  $\sqrt{6} + \sqrt{3}$       2)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$   
3)  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$       4)  $3\sqrt{2}$



تست

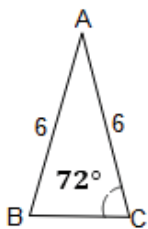
شخصی با قد 180 سانتی متر در فاصله  $\frac{2}{5}$  متری یک تیر چراغ برق به ارتفاع 3 متر ایستاده است. این شخص چند سانتی متر به تیر نزدیک شود تا سایه اش 2 برابر قدش شود.

- 10 (1)      20 (2)      30 (3)      40 (4)

تست

مؤسسه ای غرفه فروش محصولات خود را در زمینی به ابعاد مقابل پریا کرده است. مساحت این زمین کدام است؟ ( $\sin 36^\circ \cong 0.6$ )

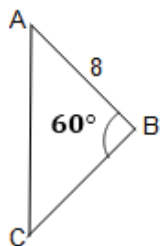
- 9/8 (4)      18 (3)      10/8 (2)      8/01 (1)



تست

در شکل مقابل، مساحت مثلث  $AB = 8, 16\sqrt{3}$  است. محیط مثلث کدام است؟

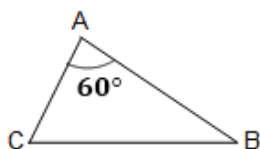
- 36 (4)      34 (3)      24 (2)      16 (1)



تست

در شکل مقابل، اگر  $AB = 2AC$  و مساحت مثلث  $8\sqrt{3}$  باشد، طول ارتفاع وارد بر ضلع AB چقدر است؟

- $4\sqrt{3}$  (4)       $3\sqrt{3}$  (3)       $2\sqrt{3}$  (2)       $\sqrt{3}$  (1)



تست

در متوازی الاضلاع اندازه دو قطر 12 و 8 واحد و زاویه بین دو قطر 135 درجه است. مساحت متوازی الاضلاع چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟ ( $\sin 135^\circ = \sin 45^\circ$ )

32 (4

36 (3

24 (2

18 (1

تست

مساحت مثلث ABC برابر 16 واحد مربع است. اگر  $b = 8$  و  $c = 5$  باشد، اندازه ضلع متوسط  $a$  کدام است؟

$5\sqrt{2}$  (4

$3\sqrt{5}$  (3

$\sqrt{41}$  (2

$\sqrt{39}$  (1

تست

زمینی مثلثی شکل که یک ضلع آن با رودخانه ای مجاور است را در نظر بگیرید. اگر طول دو ضلع این زمین به ترتیب 6 و  $2\sqrt{6}$  باشد و این دو ضلع با مرز رودخانه به ترتیب زوایای  $45^\circ$  و  $60^\circ$  بسازند، طول مرز رودخانه چقدر است؟

مطابق روابط  $a = b\cos C + c\cos B$  و  $b = c\cos A + a\cos C$  و  $c = a\cos B + b\cos A$  داریم؛

$$x = 2\sqrt{6}\cos 60^\circ + 6\cos 45^\circ \Rightarrow x = 2\sqrt{6} \times \frac{1}{2} + 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{6} + 3\sqrt{2}$$

تست

اگر  $P(-\sqrt{3}, 1)$ ، یک نقطه از صفحه مختصات و  $O$  مبدأ مختصات باشد، زاویه  $OP$  با جهت مثبت محور  $x$  ها کدام است؟

$150^\circ$  (4

$135^\circ$  (3

$120^\circ$  (2

$60^\circ$  (1



تست

اگر  $P(2n + m, m - 2)$ ، انتهای کمان رو به رو به زاویه  $\alpha$  در ناحیه سوم دایره مثلثاتی باشد و داشته باشیم  $\sin \alpha = -\frac{1}{4}$ ، مقدار  $n$  کدام است؟

$\frac{\sqrt{15}+7}{8}$  (4)       $\frac{\sqrt{15}-7}{8}$  (3)       $\frac{-\sqrt{15}-7}{8}$  (2)       $\frac{-\sqrt{15}+7}{8}$  (1)

تست

اگر  $\tan \theta = \frac{1}{3}$  و انتهای کمان  $\theta$  در ناحیه سوم باشد، مقدار  $\sin \theta$  کدام است؟

$\frac{1}{9}$  (4)       $\frac{\sqrt{10}}{10}$  (3)       $\frac{-\sqrt{10}}{10}$  (2)       $\frac{-10}{9}$  (1)

تست

اگر  $\cos \theta = \frac{1}{5}$  و انتهای کمان  $\theta$  در ربع چهارم باشد،  $\tan \theta$  کدام است؟

$-2\sqrt{5}$  (4)       $-2\sqrt{6}$  (3)       $2\sqrt{5}$  (2)       $2\sqrt{6}$  (1)

تست

اگر  $\sin x$  و  $\tan x$  هم علامت باشند، انتهای کمان رو به رو به زاویه  $x$  در کدام ناحیه دایره مثلثاتی می تواند باشد؟

(1) اول یا چهارم      (2) اول یا دوم      (3) اول یا سوم      (4) دوم یا چهارم

تست

اگر  $\sin \theta > 0$  و  $\sin \theta \cdot \tan \theta < 0$ ، آنگاه زاویه  $\theta$  در کدام ربع دایره مثلثاتی است؟

(1) اول      (2) دوم      (3) سوم      (4) چهارم

تست

خط  $\sqrt{3}x - 3y = 1$  با جهت مثبت محور  $x$  ها چه زاویه ای می سازد؟

- 45° (1)      30° (2)      60° (3)      90° (4)

تست

اگر خط  $(a + 5)y - 2\sqrt{3}ax + 1 = 0$  با جهت مثبت محور  $x$  ها زاویه 60° بسازد،  $a$  کدام است؟

- 5 (1)       $5\sqrt{3}$  (2)       $2\sqrt{3}$  (3)      2 (4)

تست

خط  $d$ ، محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول 2 با زاویه 45° قطع می کند و از ناحیه دوم محورهای مختصات عبور نمی کند. این خط محور  $y$  ها را با چه عرضی قطع می کند؟

- 2 (1)      -3 (2)      -4 (3)      -1 (4)

تست

اگر  $\cos\alpha = 4m + 2$  باشد، حدود تغییرات  $m$  کدام است؟

- $0 \leq m \leq 1$  (1)       $\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{1}{2}$  (2)  
 $-\frac{1}{4} < m < 0$  (3)       $-\frac{3}{4} \leq m \leq -\frac{1}{4}$  (4)

تست

اگر  $0^\circ \leq x \leq 20^\circ$  و  $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$ ، مقادیر  $m$  در کدام فاصله است؟

- (1,2] (1)      (0,2) (2)      (2,3] (3)      (0,3] (4)

تست

ساده شده عبارت  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$  برابر کدام است؟

- (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4)  $2\sin \alpha \cos \alpha$

تست

ساده شده عبارت  $(1 - \sin^2 \theta)(1 - \tan^2 \theta)$  کدام است؟

- (1)  $2\tan^2 \theta$  (2)  $1 - 2\sin^2 \theta$   
(3)  $2\cot^2 \theta$  (4)  $1 - 2\cos^2 \theta$

تست

حاصل عبارت  $\cos^2 \theta(1 + 2\tan^2 \theta) + (\cos \theta - 1)(\cos \theta + 1)$  کدام است؟

- (1) -1 (2) صفر (3) 1 (4) 2

تست

حاصل  $\left(\frac{1}{1-\sin \theta} + \frac{1}{1+\sin \theta}\right) - 2\tan^2 \theta$  کدام است؟

- (1) -1 (2) صفر (3) 1 (4) 2

تست

نقطه  $P\left[\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right]$  را روی دایره مثلثاتی  $180^\circ$  در جهت حرکت عقربه های ساعت حول مبدأ مختصات دوران می

دهیم، نقطه ای جدید چه زاویه ای بر روی دایره ای مثلثاتی به وجود می آورد؟

- (1)  $-240^\circ$  (2)  $60^\circ$  (3)  $135^\circ$  (4)  $-120^\circ$