



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

# مجموعه الکتابخانه ریاضی

این فصل را با ما بخوان  
تا از ما شوی...

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\}$$

$$Q' = \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, \pi, -\sqrt{2}, \dots \right\}$$

اعداد حقیقی (اعداد صحیح و عدد صحیح)  
غالباً نادیده

$$R = \left\{ -1, \frac{m}{n}, 2, \pi, \dots \right\}$$

همه اعداد

بازه ها :

$$(1, 4) = \{x \mid x \in R, 1 < x < 4\}$$



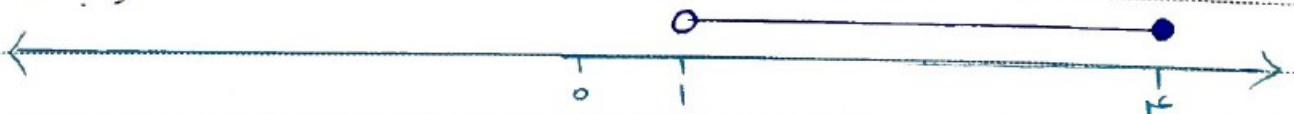
$$[1, 4) = \{x \mid x \in R, 1 \leq x < 4\}$$

(بسته)

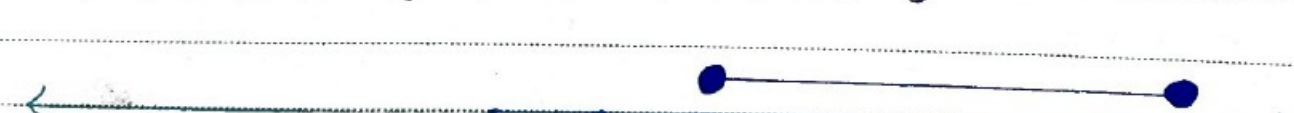


$$(1, 4] = \{x \mid x \in R, 1 < x \leq 4\}$$

(بسته)



$$[1, 4] = \{x \mid x \in R, 1 \leq x \leq 4\}$$

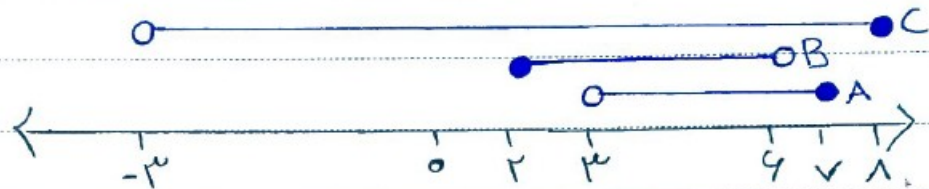


اصناف اشتراك و تفاضل مجموعه ها:

$$A = (3, 7)$$

$$B = [2, 4)$$

$$C = (-3, 1]$$



$$A \cup B = (2, 7) \rightarrow \text{حاصل A و B وجود داشته باشد}$$

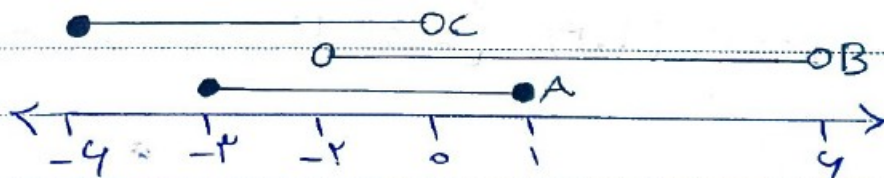
$$A \cap C = (3, 1] \rightarrow \text{حاصل A و C وجود داشته باشد}$$

$$B - C = \emptyset \rightarrow \text{در B باشد ولی در C نباشد}$$

$$A = [-3, 1]$$

$$B = (-2, 4)$$

$$C = [-4, 0)$$



$$A \cup B \cup C = [-4, 4)$$

$$B - C = [0, 4)$$

$$A \cap C = [-3, 0)$$

$$(C - B) \cap A = [-4, -2] \cap [-3, 1] = [-3, -2]$$

مجموعه اعداد صحیح: مجموعه ای که تعداد اعضا آن یک عدد طبیعی باشد

(تعداد دقیقاً مشخص باشد) مثلاً مجموعه اعداد طبیعی بین ۲ و ۵ که برابر است با

۶ و ۸ و ۹ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ این مجموعه ۷ تا می باشد یعنی

دقیقاً می دانیم این مجموعه چند عضو دارد. بنابراین صحیح می باشد.

مجموعه اعداد نامتناهی:

مجموعه اعداد که تعداد آنها دقیقاً مشخص نباشد یعنی نتوانیم بگوییم عدد طبیعی تعداد آن را

مشخص کنیم. مثلاً مجموعه اعداد طبیعی یا مجموعه اعداد صحیح یا مجموعه اعداد حقیقی بین ۵ و ۱

مثال:



$A - B$  مجموعه اعداد صحیح

{ ۲ و ۳ و ۴ و ... }

مجموعه مرجع  $U$  :

$U =$  مجموعه دانش آموزان کلاس دهم

$$A \cup A = U \iff \{a, b, c, d\} = A$$

$$U - A = A'$$

مجموعه مرجع: در هر صفت مجموعه  $A$  از صفتی مجموعه های مورد بحث زیر مجموعه آن

باشند مجموعه مرجع می نامیم و آنرا با  $U$  نشان می دهیم

تعریف تقعر: مجموعه  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A$  زیر مجموعه  $U$  ( $A \subseteq U$ ) آنرا

مجموعه  $U - A$  را تقعر  $A$  می نامیم و آنرا با  $A'$  نشان می دهیم. به عبارت

سایر  $A'$  شامل عضوایی از  $U$  می باشد که در  $A$  وجود ندارد.

$$U = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$$

مثال:



$$A = \{2, 3, 5\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 7\}$$

الف)  $A'$  و  $B'$  ؟

$$A' = \{0, 1, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

ب)  $A = (A')$

$$B = \{1, 3, 4, 5, 8, 9, 10\}$$

$$A \cup B = \{ \}$$

$$\text{ج) } \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B - A = \{ \}$$

$$\text{ب) } \{3, 5\}$$

$$A - B = \{ \}$$

$$\text{ا) } \{0, 6, 7\}$$

$$U = \emptyset$$

$$\emptyset = U$$

الف) اگر مجموعه  $Q$  به صورت  $Q = B - A$  باشد قسم  $Q$  را بیست کنید.

$$Q = \{0, 6, 7\} \rightarrow \bar{Q} = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10\}$$

کار بر خط صحت

الف) دو مجموعه نام بریده متناهی باشند

۱- مجموعه اعداد طبیعی سه رقیب  
۲- مجموعه شمارنده‌ها عدد ۱۵

ب) دو مجموعه نامتناهی مثال زیر نیز در نظر باشند

۱- مجموعه گرها منفی با صولت ۲  
۲- مجموعه اعداد طبیعی زوج

ج) دو مجموعه نامتناهی مثل  $A$  و  $B$  مثال زیر نیز در  $A \cap B$  بوده و  $B - A$  تهی

عنوان باشد

۱-  $N$  و  $W$  شامل ۰ می باشد که در  $N$  وجود ندارد

سوالی ص ۷۰

الف)  $\frac{1}{3}$  عدد بین ۰ و ۱ است. چهار عدد گویا دیگر از بازه (۰، ۱) بنویسید و جواب خود را با دوستانه مقایسه کنید.

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$$

ب) آیا می توان بین ۰ و ۱ در هر تعداد عدد گویا درخواست کرده بود؟

پ) در مورد مناسبت یا ناسبت بودن اعداد گویا موجود در بازه (۰، ۱) چه نتیجه ای می گیرید؟

نتیجه می گیریم که تعداد اعداد گویا در بازه (۰، ۱) ناسبتی می باشد.

ت) در مورد مناسبت یا ناسبت بودن  $Q$  چه می گویید؟  $Q$  یک مجموعه ناسبتی است.

ث) اگر  $A$  دارای یک زیر مجموعه ناسبتی باشد، آنگاه  $A$  یک مجموعه ناسبتی خواهد بود.

تمرین ص ۷۱:

- فرض کنید  $U$  مجموعه تمام مضرب های طبیعی عدد ۵ باشد.

الف)  $U$  را با اعضای آن بنویسید؟  
 $A = \{ \dots, 20, 15, 10, 5, 0 \}$

-  $U$  مناسبتی است یا ناسبتی؟

- یک زیر مجموعه ناسبتی از  $U$  بنویسید؟  
 $B = \{ 0, 5, 10, 15, 20 \}$



۱- دو زیر مجموعه نامتناهی مانند C و D از U نویسد بطوریکه  $C \subseteq D$  باشد

$$C = \{ \dots, 100, 1000, 10000, \dots \} \quad D = \{ \dots, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots \}$$

۲- متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌ها زیر را مشخص کنید

(الف) مجموعه اعداد طبیعی نامتناهی

(ب) مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۳۶ متناهی

(ج) بازه  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$  متناهی

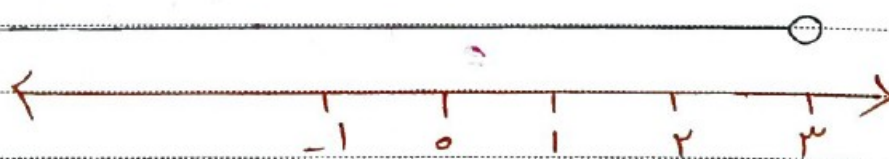
(د)  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$  متناهی یا نه

(ه) مجموعه مضرب‌ها طبیعی عدد ۱۰۰ نامتناهی

۳- دو مجموعه نامتناهی مثال زیر را اشتراک آنها مجموعه‌ها ذکر کنید

مجموعه اعداد طبیعی و اعداد صحیح کوچکتر از ۵

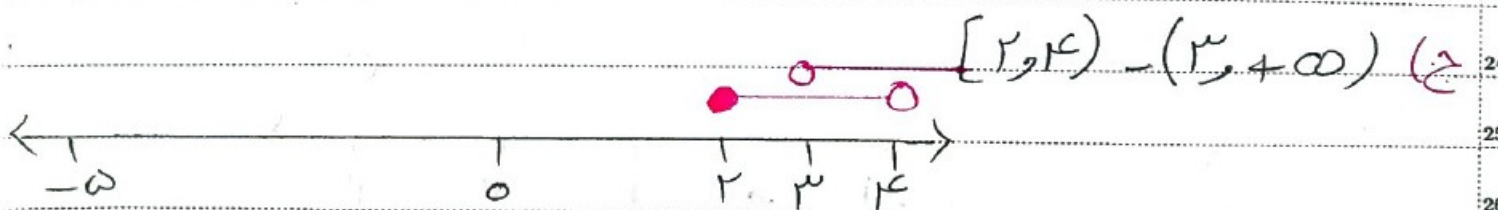
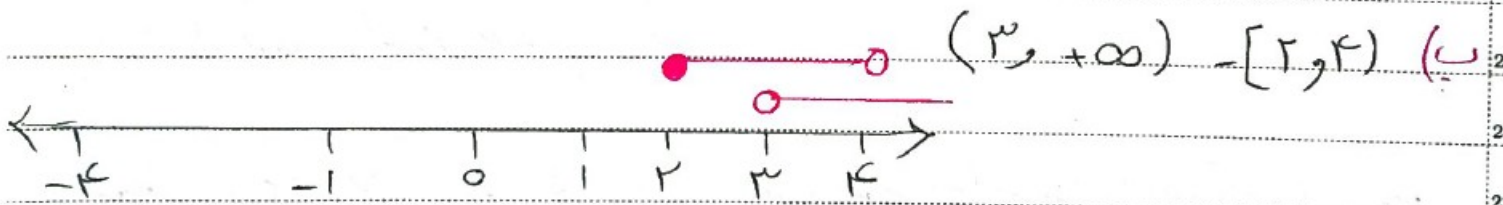
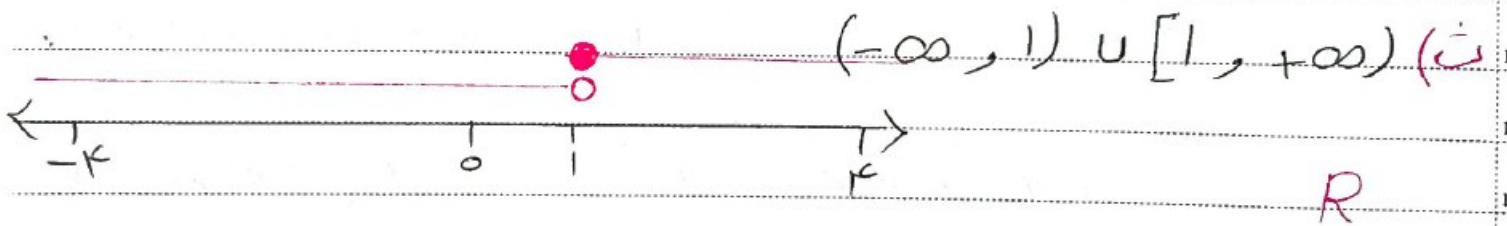
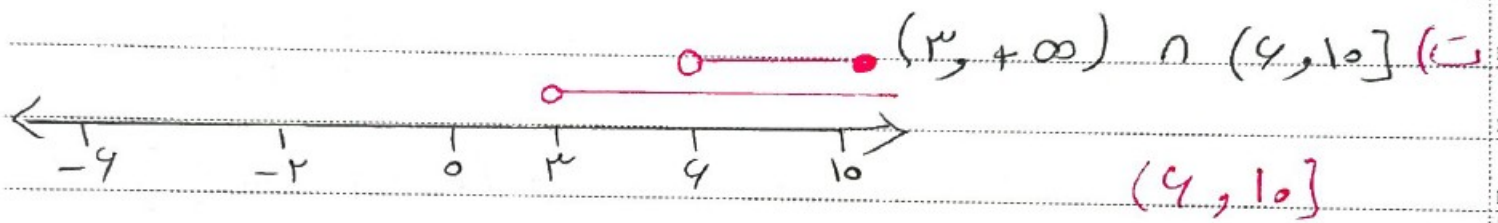
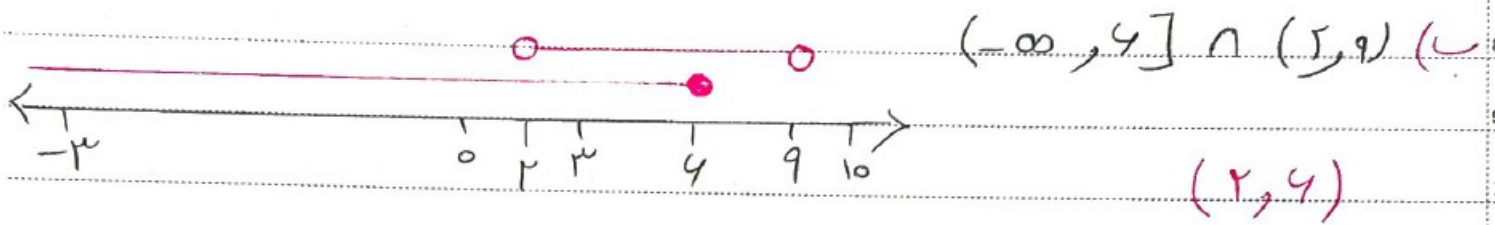
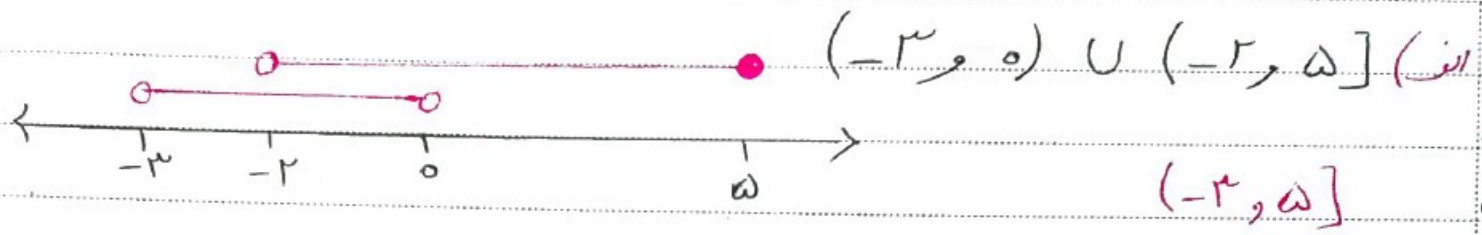
۴- مجموعه  $R = \{3\}$  را روی محور  $\mathbb{N}$  و در دو سبب آنرا به صورت اجتماع یونانز بنویسید



۵- اگر  $A \subseteq B$  و A و B مجموعه متناهی باشند آنگاه A متناهی خواهد بود یا نامتناهی!

متناهی

۶- حاصل ضرب از مجموعه‌ها زیر را برسم بانواعی آنها رو یک محور بیفتا آورید



مجموعه‌های جدا از هم یا (مجزا): عناصر دو مجموعه دارای هیچ عضو مشترکی نباشند.

بر آن مجموعه‌ی جدا از هم با هم می‌زنند مثلاً دو مجموعه  $A$  و  $B$  که به صورت زیر هستند

مجزا می‌باشند زیرا دارای هیچگونه اشتراکی با هم نیستند  
 $A = \{2, 3, 5\}$

$B = \{4, 9, 0\}$  و  $A \cap B = \emptyset$  → جدا از هم

تعداد اعضای مجموعه  $A$  را با علامت  $n(A)$  نشان می‌دهند

بار آوردی:

منظور از شمارنده در واقع همان مقسم است. آن عدد می‌باشد مثلاً شمارنده عدد ۱ برابر است با (۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ و ۲۲ و ۲۳ و ۲۴ و ۲۵ و ۲۶ و ۲۷ و ۲۸ و ۲۹ و ۳۰ و ۳۱ و ۳۲ و ۳۳ و ۳۴ و ۳۵ و ۳۶ و ۳۷ و ۳۸ و ۳۹ و ۴۰ و ۴۱ و ۴۲ و ۴۳ و ۴۴ و ۴۵ و ۴۶ و ۴۷ و ۴۸ و ۴۹ و ۵۰ و ۵۱ و ۵۲ و ۵۳ و ۵۴ و ۵۵ و ۵۶ و ۵۷ و ۵۸ و ۵۹ و ۶۰ و ۶۱ و ۶۲ و ۶۳ و ۶۴ و ۶۵ و ۶۶ و ۶۷ و ۶۸ و ۶۹ و ۷۰ و ۷۱ و ۷۲ و ۷۳ و ۷۴ و ۷۵ و ۷۶ و ۷۷ و ۷۸ و ۷۹ و ۸۰ و ۸۱ و ۸۲ و ۸۳ و ۸۴ و ۸۵ و ۸۶ و ۸۷ و ۸۸ و ۸۹ و ۹۰ و ۹۱ و ۹۲ و ۹۳ و ۹۴ و ۹۵ و ۹۶ و ۹۷ و ۹۸ و ۹۹ و ۱۰۰)

عدد اول عددی است که به غیر از خودش و ۱ هیچ عدد دیگری بخش‌پذیر نباشد مثلاً: عدد ۵ عدد اول می‌باشد

مثلاً: نشان می‌دهد که در سوالی از ما تعداد اجتماع دو مجموعه را بخواهند می‌زنیم از رابطه‌ی زیر استفاده کنیم

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

سوال: اگر  $n(A) = 20$ ،  $n(B) = 12$ ، و  $n(A \cap B) = 6$ ،  $n(A \cup B) = ?$  \*

$$n(A) = 20$$

$$n(B) = 12$$

$$n(A \cap B) = 6$$

$$20 + 12 - 6 = 26$$

سؤال: اگر  $n(A) = 13$  ،  $n(B) = 17$  ،  $n(A \cup B) = 25$  باشد

آنگاه  $n(A \cap B) = ?$  اثبات کنید

$$n(A) = 13$$

$$n(B) = 17$$

$$n(A \cup B) = 25$$

$$n(A \cap B) = ?$$

سؤال: اگر  $n(A) = 15$  ،  $n(A \cap B) = 5$  ،  $n(A \cup B) = 30$  آنگاه

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad n(B) \text{ را محاسبه کنید}$$

$$n(A) = 15$$

$$30 = 15 + n(B) - 5$$

$$n(A \cap B) = 5$$

$$30 = 15 + n(B)$$

$$n(B) = ?$$

$$30 - 15 = n(B)$$

$$n(B) = 15$$

نکته: اگر تعداد اعضای هر مجموعه برابر مثلا ۳۰ باشد و  $n(A)$  در این مجموعه برابر

۵ باشد در این صورت تعداد اعضا مجموعه  $A$  برابر با ۲۵ است

$$\left. \begin{array}{l} n = 30 \\ n(A) = 5 \end{array} \right\} n(A)' = 30 - 5 = 25$$

کار در کلاس ۱۲

سوال ۶: در یک کلاس ۲۵ نفری تعداد ۱۵ نفر عضو تیم والیبال و ۱۱ نفر عضو تیم فوتبال

کلاس هستند اگر ۵ نفر از دانش آموزان این عضو هیچ یک از این تیم نباشند

مشخص کنید چند نفر از آنها عضو هر دو تیم هستند؟

فوتبال ۱۱ → ۲۵ - ۵ = ۲۰ → ورزشکار غیر ورزشکار کل

$$n(A \cup B) = 20 = \text{ورزشکار}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A) = 15 = \text{والیبال}$$

$$20 = 15 + 11 - n(A \cap B)$$

$$n(B) = 11 = \text{فوتبال}$$

$$n(A \cap B) = 24 - 20 = 4$$

$$n(A \cap B) = ?$$

سوال ۷: در یک کلاس ۳۱ نفری تعداد ۱۴ نفر از دانش آموزان عضو گروه سرود ۱۹ نفر از آنها عضو

گروه تئاتر هستند اگر ۵ نفر از دانش آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند معلوم

است: الف) تعداد دانش آموزانی که عضو فقط گروه سرود هستند؟ فقط سرود  $14 - 5 = 9$

ب) تعداد دانش آموزانی که فقط در گروه تئاتر هستند؟ فقط تئاتر  $19 - 5 = 14$

ج) تعداد دانش آموزانی که عضو هیچ یک از این گروه نیستند؟  $31 - (14 + 19 - 5) = 21$

۶- در یک تور مسیحی از ۱۱۰ شرکتی یک پروتگاه زعبیره آ، مشخص شد که ۷۰ نفر

آنها در یک گاه گذشته از محصولات شرکت A و ۵۷ نفرشان از محصولات شرکت

B خرید کرده اند. همچنین ۳۲ نفر از آنان اعلام کردند که در این مدت از هر دو شرکت

خرید کرده اند. چه تعداد از این ۱۱۰ نفر در یک گاه گذشته :

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 70 + 57 - 32 = 127 - 32 = 95$$

(الف) دست کم از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.

۹۵ نفر از یکی از این دو شرکت خرید داشته اند.

$$n(A) = 70, \quad n(B) = 57, \quad n(A \cup B) = 95$$

(ب) فقط از شرکت A خرید کرده اند.

$$n(A \cap B') = 38$$

فقط از شرکت A خرید کرده اند و از B

خرید نکرده اند

(پ) (فقط) از یکی از این دو شرکت خرید کرده اند.

$$n(A \cap B') \cup (B \cap A') = n(A \cap B') + n(B \cap A') = 38 + 25 = 63$$

فقط

(ت) از هیچ یک از این دو شرکت خرید نکرده اند.

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 110 - 95 = 15$$

انگیزه حقیقی:

انگیزه حقیقی  $T_n = an + b$  در جمله عمومی آنها بصورت  $T_n = an + b$  می باشد (توجه: حقیقی)

می نامند که در آنها  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی دلخواه و  $n$  فقط می تواند

باشد و اگر  $a$  و  $b$  و ... باشد دنباله حقیقی است

$$U_n = 3n + 1$$

$$a = 3, b = 1$$

$$U_n = 5n + 0$$

$$a = 5, b = 0$$

$$U_n = -3n - 12$$

$$a = -3, b = -12$$

$$U_n = 4$$

$$a = 0, b = 4$$

مثال: جمله عمومی یک دنباله حقیقی بصورت  $T_n = 5n - 2$  می باشد. جمله اول آن

سوم را نوشته و سپس دنباله را مشخص کنید  
۳، ۸، ۱۳، ۱۸، ۲۳، ۲۸، ۳۳، ...

$$n=1 \rightarrow T_1 = 5(1) - 2 = 3$$

$$n=2 \rightarrow T_2 = 5(2) - 2 = 8$$

$$n=3 \rightarrow T_3 = 5(3) - 2 = 13$$

$$n=4 \rightarrow T_4 = 5(4) - 2 = 18$$

$$n=10 \rightarrow T_{10} = 5(10) - 2 = 48$$



در دنباله فوق جمله هفتم را مشخص کنید

$$n=17 \cdot T_{17} = \omega(17) - 2 = 14$$

جمله هفتم (نهمی) فوق برابر ۱۱ می باشد. ( $n=9$ )

$$T_n = \omega n - 2$$

$$11 = \omega n - 2$$

$$11 + 2 = \omega n$$

$$\omega n = 13 \rightarrow n = \frac{13}{\omega} = 13 \checkmark$$

مثال: در یک دنباله حسابی چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ می باشد. جمله عمومی

$$T_n = an + b$$

این دنباله را مشخص کنید

$$\begin{cases} a_4 = 17 \rightarrow a \times 4 + b = 17 \rightarrow \begin{cases} 4a + b = 17 \\ 10a + b = 41 \end{cases} \\ a_{10} = 41 \rightarrow a \times 10 + b = 41 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a + b = 17 \\ 10a + b = 41 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a + b = 17 \\ -6a = -24 \end{cases} \rightarrow a = \frac{-24}{-6} = 4$$

پس با جایگزینی

$$4(4) + b = 17$$

$$b = 17 - 16 = 1$$

$$T_n = 4n + 1$$



شکل:

در یک الگوی خطی جمله پنجم برابر ۳ و جمله ششم برابر ۹ - و یازدهم برابر ۲۵

$$T_n = 2 \rightarrow \begin{cases} 2a + b = 2 \\ 4a + b = -9 \end{cases} \quad T_n = -2n + 15$$

$$-2a = 12 \rightarrow a = \frac{12}{-2} = -6$$

$$2(-6) + b = 2 \rightarrow b = 2 + 12 = 14$$

ریاضی حسابی: دنباله‌های حسابی در آن جمله اول (خیزه اول) با افزایش عدد ترتیب

در جمله قبل از خودش برکت می‌آید.   
 ۱، ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳ = دنباله حسابی

بر آن عدد ثابت قدر نسبت (ریاضی هندسی) را با آن نشان می‌دهند.

ریاضی هندسی: دنباله‌ای که در آن جمله (خیزه اول) با ضرب شدن عدد ترتیب

در جمله قبل از خودش برکت می‌آید.   
 ۲، ۶، ۱۸، ۵۴، ۱۶۲ = دنباله هندسی

بر آن عدد ثابت قدر نسبت (خیزه اول) را با آن نشان می‌دهند.

دنباله حسابی: برای اینکه بتوانیم علامه مثلا صد یک دنباله حسابی را مشخص کنیم

باید جمله عمومی (الف) دنباله حسابی را داشته باشیم تا بتوانیم جمله عمومی را بر آنجا

مخاطبند سراسری بریت یاد کنیم در جمله عمومی بر صورت زیر میباشد

جمله عمومی (الف) = 
$$T_n = T_1 + (n-1)d$$

$$T_n = 2 + (n-1) \times 3 \quad \checkmark \quad d = T_n - T_{n-1}$$

$$T_{100} = 2 + (100-1) \times 3 = 299 \quad \checkmark \quad d = T_2 - T_1$$

$$T_{20} = 2 + (20-1) \times 3 = 59 \quad \checkmark$$

مثال: در دنباله‌های زیر جمله عمومی را مشخص کنید

الف)  $d = 5 \quad a_n = 5, 10, 15, 20, \dots$

$$T_n = 5 + 5n - 5 = 5n \quad T_n = T_1 + (n-1)d$$

ب)  $1, 3, 5, 7, \dots$

$$T_n = 1 + (n-1) \times 2 = 1 + 2n - 2 = 2n - 1$$

ب)  $5, 9, 13, 17, \dots$

$$T_n = 5 + (n-1) \times 4 = 5 + 4n - 4 = 4n + 1$$

۲- جمله عمومی چند دنباله داده شده است در هر مورد چهار جمله اول دنباله را بنویسید و سپس در هر یک از آنها یک الگو هندسی نیز بنویسید.

الف)  $a = Fn$

$$a = F(1) = F$$

$$a = F(2) = 2F$$

$$a = F(3) = 3F$$

$$a = F(4) = 4F$$

ب)  $b = 3^n + 1$

$$b = 3^1 + 1 = 4$$

$$b = 3^2 + 1 = 10$$

$$b = 3^3 + 1 = 28$$

$$b = 3^4 + 1 = 82$$

ج)  $c = n^2 + 2$

$$c = 1^2 + 2 = 3$$

$$c = 2^2 + 2 = 6$$

$$c = 3^2 + 2 = 11$$

$$c = 4^2 + 2 = 18$$

$$c = 5^2 + 2 = 27$$

د)  $d = n^2 + n$

$$d = 1^2 + 1 = 2$$

$$d = 2^2 + 2 = 6$$

$$d = 3^2 + 3 = 12$$

$$d = 4^2 + 4 = 20$$

مسئله: جمله دهم در دنباله‌ی زیر بدین آویز  
 ۱، ۴، ۷، ۱۰، ...

$$t_{10} = 2t_1 + 9d \qquad t_{10} = 10 + 9(-3)$$

$$t_{10} = -17 \qquad t_{10} = -17$$

کار در خط ۲۲

در دنباله‌ی زیر جمله ۲۰ ام را بدین آویز

۵، ۹، ۱۳، ۱۷، ...

$$t_{20} = t_1 + 19d = 5 + 19 \times 4 = 81$$

$\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, 4\sqrt{3}$

$$t_{20} = t_1 + 19d = \sqrt{3} + 19\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \qquad d = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

مسئله: دنباله‌ی ...

در یک دنباله‌ی حسابی جمله سوم و هفتم به ترتیب ۲۰ و ۵۹ می‌باشد. جمله بیستم

$$t_3 = 20 \rightarrow t_1 + 2d = 20$$

$$t_7 = 59 \rightarrow t_1 + 6d = 59$$

$$0 - 4d = -39 \rightarrow d = \frac{39}{4} = 9$$

$$t_1 + 2(9) = 20 \rightarrow t_1 = 20 - 18 = 2$$

$$t_{20} = t_1 + 19d = 2 + 19(9) = 173 \checkmark$$

در یک دنباله حسابی، جمله ۴ ام برابر ۲۰ و جمله ۱۳ ام برابر ۷۰ می باشد.

جمله ۳۰ ام در این دنباله چند می باشد؟ ۱۴۰، ۱۵۰، ۱۴۵، ۱۵۵

$$t_4 = 20 \rightarrow \begin{cases} t_1 + 3d = 20 \\ t_1 + 12d = 70 \end{cases}$$

$$0 - 9d = -50 \rightarrow d = \frac{-50}{-9} = \frac{50}{9}$$

$$t_1 + 3\left(\frac{50}{9}\right) = 20 \rightarrow t_1 = \frac{10}{3}$$

$$t_{30} = t_1 + 29d = \frac{10}{3} + 29 \times \frac{50}{9} = 155$$

در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول برابر ۳ و مجموع ۳۹ جمله بعدی برابر ۳۹

می باشد. دنباله را مشخص کنید.

$$t_1 + t_2 + t_3 = 3 \rightarrow t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) = 3$$

$$t_7 + t_8 + t_9 = 39 \rightarrow (t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) = 39$$

$$\begin{cases} 3t_1 + 3d = 3 \\ 3t_1 + 21d = 39 \end{cases} \quad \begin{matrix} - \\ + \end{matrix} \quad \begin{matrix} 18d = 36 \\ d = 2 \end{matrix}$$

$$0 - 9d = -36 \rightarrow d = \frac{-36}{-9} = 4$$

$$3t_1 + 3(4) = 3 \rightarrow 3t_1 = -9 \rightarrow t_1 = -3$$

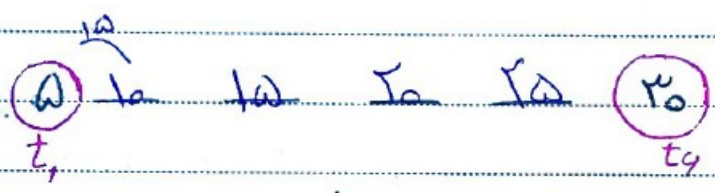
واسطه حسابی، اگر تعدادی بین دو عدد A و B چند عدد قرار دهیم به طوری که

مجموعه حاصل تشکیل یک دنباله حسابی را بدست آوریم آن تعداد واسطه حسابی (عدد)

میگویند. مثلاً اگر بخواهیم بین دو عدد ۵ و ۳۰ چهار عدد قرار دهیم که این

مجموعه تشکیل دنباله حسابی دهد فقط بتوانیم عدد ۱۵، ۲۰ و ۲۵ و ۳۰ را قرار داد

برای اینکه بتوانیم این عدد را مشخص کنیم باید قدرنسبت را بدست آوریم



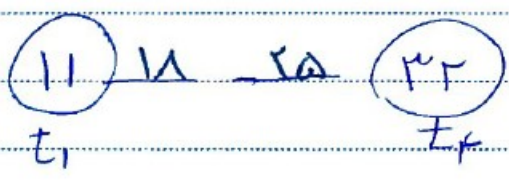
$$t_6 = t_1 + 5d \rightarrow$$

$$30 = 5 + 5d \rightarrow 25 = 5d \rightarrow d = \frac{25}{5} = 5 \checkmark$$

مثال:



بین دو عدد ۱۱ و ۳۲ دو واسطه حسابی قرار دهیم



$$\frac{32 - 11}{3} = \frac{21}{3} = 7 \leftarrow \text{راه نادر (سه)}$$

$$t_4 = t_1 + 3d$$

$$32 = 11 + 3d \rightarrow 21 = 3d \rightarrow d = \frac{21}{3} = 7$$

راه حل مستقیم: در واسطه‌های حسابی متوالی قدر نسبت را نیز از طریق رابطه زیر می‌توان آورد

$$d = \frac{\text{جمله اول} - \text{جمله آخر}}{1 + \text{تعداد واسطه}} = d = \frac{۲۲ - ۱۱}{۲ + ۱} = ۷$$

اگر ۳ عدد A, B و C سه جمله متوالی در یک دنباله حسابی باشند عدد

B واسطه حسابی بین دو عدد A و C می‌گویند که به صورت زیر می‌توان نوشت

$$a, b, c \rightarrow \boxed{b = \frac{a+c}{2}}$$

مثال: واسطه‌های حسابی بین دو عدد ۵ و ۱۱ چه عدد می‌باشد؟

$$a, b, c \rightarrow b = \frac{a+c}{2} = \frac{۵+۱۱}{۲} = ۸$$

مثال: واسطه‌های حسابی بین دو عدد ۱۲- و ۱۴ چه عدد می‌باشد؟

$$a, b, c \rightarrow b = \frac{-۱۲+۱۴}{۲} = ۱$$

مثال ضمیمه: جمله پنجم در دنباله‌ی زیر برابر ۳۹۷ می‌باشد

$$t_1, a, b, c, q, \dots, 397, t_n$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$397 = 1 + (n-1)d$$

$$397 = 1 + kn - k$$

$$397 - 1 + k = kn \rightarrow 400 = kn \rightarrow n = \frac{400}{k} = 100 \checkmark$$

رابطه هندسی: اگر جمله یک دنباله هندسی در یک عدد ثابت ضرب شوند (رابطه)

هندسی به دست می آید. (رابطه هر جمله از ضرب یک عدد ثابت در جمله قبل از خود)



$$t_n = t_1 \times r^{n-1}$$

$$t_{10} \rightarrow t_1 = t_{10} \times r^{1-10} \Rightarrow$$

$$t_{10} = 5 \times 2^{10}$$

نشان هندسی (ص ۵۴)

این نوع تقسیمات در (رابطه هندسی): اگر دو جمله پشت سر هم را به هم تقسیم کنیم قدر نسبت برابر می آید

مثال: جمله عمومی دنباله حسابی زیر مشخص کنید

۲، ۶، ۱۸، ... (ل.۱)

$$r = \frac{6}{2} = 3$$

$$t_n = t_1 \times r^{n-1} = 2 \times 3^{n-1} = 2 \times 3^{n-1} \times 3^1 = \frac{2}{3} \times 3^n$$

اگر عددی توان منفی داشته باشد باید جاهای آن را عوض کرد یعنی اگر در صورت باشد به

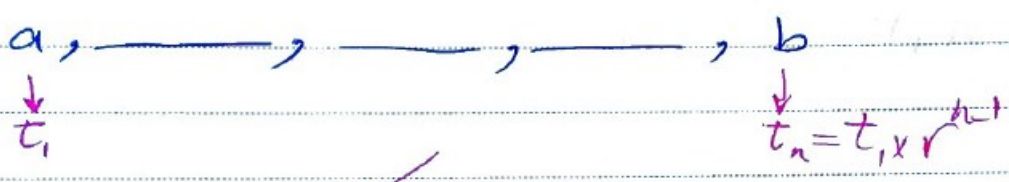
صخرج می آید و اگر در مخرج باشد به صورت انتقال می آید



عدد دهم را در دنباله زیر بیابید  
 $t_1, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$   $v = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$t_{10} = t_1 \times v^9 = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9 = 4 \times \frac{1}{2^9} = \frac{2^2}{2^{9 \times 2}} = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$$

واسطه هندسی: اگر دو عدد A و B چند عدد قرار دهیم بر آنها  
 عمل جبری شکل دنباله هندسی برود آن اعداد را واسطه هندسی گویند.



مثال: اگر 3 عدد A و B و C سه عدد متوالی در یک دنباله هندسی باشند عدد B

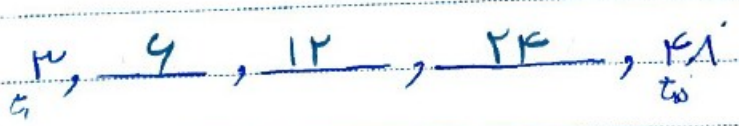
واسطه هندسی بین دو عدد A و C می باشد و برابر است با:

$$a, b, c \rightarrow \boxed{b^2 = a \times c}$$

مثال: واسطه هندسی بین 3 و 49 را بیابید

$$b^2 = 3 \times 49 = 147 \xrightarrow{\text{جذر}} b = \sqrt{147} = 12$$

مثال: بین 3 و 49 سه واسطه هندسی بیابید



$$t_5 = t_1 \times r^4$$

$$41 = 4 \times r^4 \rightarrow r = \sqrt[4]{\frac{41}{4}} = \sqrt[4]{10.25} \quad r = 2 \rightarrow \sqrt{2}$$

۹۹- چهار واسطه حسابی بین دو عدد ۱ و ۲۳ قرار دهیم. اعداد از چپ به راست

۲۳ و ۲ و ۱۷ و ۱۴ و ۱۱ و ۸

$$\frac{23-1}{5} = \frac{22}{5} = 4$$

۱۰۵- جمله عمومی دنباله هندسی را بنویسید.

۳، ۹، ۲۷، ...  $r = \frac{9}{3} = 3$

$$t_n = t_1 \times r^{n-1}$$

$$t_n = 3 \times 3^{n-1} \quad t_n = 3 \times 3^{n-1} = \frac{3}{3} \times 3^n \rightarrow 3^n$$

۱۰۷- جمله اول یک دنباله هندسی، ۲ و جمله چهارم آن، ۸ است. جمله پنجم آن را بنویسید.

$$\begin{aligned} t_1 = 2 &\rightarrow t_1 \times r = 2 & \div \frac{t_1 \times r^1}{t_1 \times r^0} = \frac{2}{2} = r = 2 \rightarrow r = 2 \\ t_4 = 8 &\rightarrow t_1 \times r^3 = 8 \end{aligned}$$

جمله پنجم  $t_n = t_1 \times r^4 = 2 \times 2^4 = 2 \times 16 = 32$

۱۰۸- در یک دنباله هندسی، جمله پنجم و جمله سوم ۱۰ است. جمله اول و قدرنسبت را بنویسید.

$$t_5 = 10 \rightarrow t_1 \times r^4 = 10$$

$$\div \frac{t_1 \times r^5}{t_1 \times r^4} = \frac{10}{10} = r = 1 \rightarrow r = 2$$

$$t_3 = 10 \rightarrow t_1 \times r^2 = 10$$

$$t_1 \times 2^2 = 10 \rightarrow t_1 \times 4 = 10 \rightarrow t_1 = \frac{10}{4} = 2.5$$

بین دو عدد ۱۰ و ۱۰۰۰ یک واسطی هندسی باید (واسطه ۲<sup>ام</sup> هندسی بین ۱۰ و ۱۰۰۰)

$$10, \overset{\times 100}{1000}, 10000 \quad r = \sqrt{10 \times 10000} = \sqrt{F_{10000}} = 100$$

بین دو عدد ۱۰ و ۱۰۰۰۰۰ یک واسطی هندسی بیست آورده

$$10, \overset{\times 10}{100}, \overset{\times 100}{10000}, 1000000 \quad t_1, t_4$$

$$t_4 = t_1 \times r^3 \quad 1000000 = 10 \times r^3 \rightarrow r^3 = \frac{100000}{10} = 10000$$

$$r = \sqrt[3]{10000} = 21.54$$

بین دو عدد ۱ و ۹۷۲ چهار واسطی هندسی بیست آورده

$$1, 12, 39, 121, 324, 972 \quad t_1, t_6$$

$$t_6 = t_1 \times r^5 \quad 972 = 1 \times r^5 \rightarrow r^5 = \frac{972}{1} = 972 = 12^3 = r^5$$

$$\rightarrow r = 12$$

مثال: یک کوخنی هزار تنی در هر روز  $\frac{1}{5}$  وزن خود را از دست می دهد پس از  $t_1$  روز

۵ روز دیگر از آن باقی می ماند:

$$10^4, \frac{10^4}{5}, \left(\frac{10^4}{5}\right)^2, \left(\frac{10^4}{5}\right)^3, \left(\frac{10^4}{5}\right)^4, \left(\frac{10^4}{5}\right)^5$$

$$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$$

مثال: جملات سوم و ششم یک دنباله حسابی است یا نه؟ ۱۲ و ۹۶ می باشد. (دنباله)

مشخص نمود و شماره ۱۱ ام و نویسد  $t_4 = 96 \rightarrow t_1 \times r^3 = 96$

$t_3 = 12 \rightarrow t_1 \times r^2 = 12$   $\div \frac{t_1 \times r^3}{t_1 \times r^2} = \frac{96}{12} = r = 8 \rightarrow r = 8$   
جمله اول را

$$t_1 \times r^2 = 12 \quad r=8 \rightarrow t_1 \times 8^2 = 12 \rightarrow t_1 = \frac{12}{64} = \frac{3}{16}$$

۳، ۲۴، ۱۹۲، ...

شماره ۱۱ ام را مشخص کند  $t_{11} = t_1 \times r^{10} = \frac{3}{16} \times 8^{10} = \frac{3}{16} \times 1073741824 = \boxed{214748364}$

ب) چه مقدار از این کویچ سین از ۵ روز قبل می شود؟

از دست داده

$$\frac{10^4}{5^4} \times \frac{10^4}{5^4} \times \frac{10^4}{5^4} \times \frac{10^4}{5^4}$$

$t_4 \quad t_5 \quad t_6 \quad t_7$

علی یوسفی ای را به قیمت ۵۰۰۰۰۰۰ هزار تومان خرید. بیرون آمد قیمت یوسفی

و سه روز در هر سال ۲٪ نسبت به سال قبل از خود کاهش یابد.

الف) اگر او بعد از ۳ سال قصد فروش یوسفی را داشته باشد به چه قیمت

می تواند آنرا بفروشد؟

$$5000000 \times (1 - 0.02)^3 = (1 - 0.02)^3 \times 5000000$$

$$\frac{10}{100} = \frac{10}{100} = 0.1$$

ب) قیمت یوسفی سین از گذشته ۸ سال از چه باطری ۲ مرتبه می آید

~~$$(1 - 0.02)^n \times 5000000 = \frac{t_1}{t_2} = \frac{5000000}{1 - 0.02} = \frac{5000000}{0.98}$$~~

حل ضرب ۲ به اول (تعداد هفتی معادل و معا سه بند)

۲، ۴، ۸، ۱۶

$$\frac{2}{t_1} \times \frac{4}{t_2} \times \frac{8}{t_3} \times \frac{16}{t_4}$$

$$2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times 2^4$$

$$2^{20} = 2 \times (1 + 1 + 1 + \dots + 20)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

