



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضیات کنکور ۹۷

((مطابق با جدیدترین تغییرات کتاب درسی))

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

مهندس مهرپویان

۰۹۱-۷۷۰۲۰۲۷

تذکره

احتمالاً

این فصل را با ما بخوان
تا از ما شوی...

$$n! = n(n-1)(n-2) \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

(n عدد طبیعی است)

* فاکتوریل

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$1! = 1$$

$$n! = n(n-1)(n-2)!$$

$$\begin{cases} 1! = 1 \\ 0! = 1 \end{cases}$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

* ترتیب

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{P(n, r)}{r!}$$

* ترکیب

مثال * حاصل $\frac{P(n, r)}{P(n+1, r+1)}$ برابری است؟

نیز به اوج ✓ $\frac{r+1}{n+1} \times \frac{1}{(n+1)!} \times \frac{r}{n} \times \frac{1}{n+1}$

مثال * جواب بگذار $C(n, r) = 2 \times n$ برابری است؟

نیز به اوج ✓ $5 \times 4 \quad 4 \times 3 \quad 3 \times 2 \quad 2 \times 1$

* مثال ۱: اگر $C(n, 3) = P(n-1, 2)$ و عدد n را بیابید؟
 (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴) ۲۶
 ↓ گزینه ۲ صحیح

$P(n, 2) + n = 2n$

* مثال ۲: عدد طبیعی n را بیابید؟
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
 ↓ گزینه ۲ صحیح

* نکات مهمی که باید بدانید

* اصل ضرب: اگر عمل اول به m طریق و عمل دوم به n طریق انجام گیرد، کل عمل به $m \times n$ طریق مختلف انجام می‌گیرد.

* مثال ۳: دو پسران و سه دختر را به چند طریق می‌توان با هم پوشید؟

$2 \times 3 = 6$ طریق

* تعداد حروف مختلف

مثال با اعداد ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند عدد سه رقمی می توان نوشت بطوریکه :

الف) تکرار مجاز نباشد

ب) تکرار مجاز باشد

ج) زوج باشد (بدون تکرار)

د) گسترده باشد

ه) بسته باشد

و) رقم یکان ۳ باشد

* نکته مهم اگر در بین اعداد وجود داشته باشد در صورتیکه ضرورت ایجاد شده باشد باید در دو صورت اول و دوم

مثال با اعداد ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی می توان نوشت بطوریکه :

الف) تکرار مجاز نباشد

ب) سه رقمی زوج باشد (بدون تکرار)

ج) مضرب ۵ باشد

مثال با اعداد ۲، ۳، ۴ و ۶ و ۸ چند عدد رقمی مختلف می توان نوشت ؟ (تکرار مجاز نیست)

مثال با حرف کلمه "زندگی" چند کلمه ۵ حرفی متغایز می توان نوشت ؟ (تکرار مجاز نیست)

* مثال ۳: به چند طریق ۴ سرباز و ۵ افسر کنار هم می‌توانند بایستند بطوریکه:
الف سربازها و افسرها یک در میان بایستند؟
ب) سربازها کنار هم و افسرها کنار هم بایستند؟

* مثال ۴: به چند طریق ۴ سرباز و ۴ افسر کنار هم می‌توانند یک در میان بایستند؟

* نکته ۱: اگر در سوالی گفته باشد این درون (یا این اعداد) کنار هم بایستند، باید آن‌ها را درون یک بسته در نظر بگیریم. (وقت اینست که آن بسته در شمارش فقط یکی به حساب می‌آید ولی درون آن بسته امکان جابجایی داریم).

* مثال ۵: با حروف کلمه «جهانگویی» چند کلمه مختلف بدون تکراری توان نوشت بطوریکه:
الف) ۵ حرفی باشد.

ب) ۸ حرفی باشد.

ج) ۸ حرفی بطوریکه حروف کلمه «جهان» کنار هم باشد.

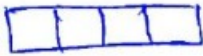
د) ۸ حرفی بطوریکه با حروف کلمه «جهان» شروع شود.

ه) ۸ حرفی بطوریکه با کلمه «جهان» شروع شود.

و) ۸ حرفی که با «ن» شروع و به «ه» ختم شود.

* سوال ۱: چند عدد ۴ رقمی با رقم‌ها مشخص شده و قدره ۶ بزرگتر از ۳۰۰۰ می‌توان نوشت؟

راهنمایی: اعداد فرد: ۳، ۵، ۷ و ۹



✓ گزینه ۳ صحیح

* سوال ۲: با جایابی رقم‌ها عدد ۵۷۲۲۲۲ چند عدد ۶ رقمی می‌توان تشکیل داد بطوریکه رقم‌های ۲، یک در میان قرار گیرند؟

راهنمایی: گزینه ۲ صحیح

$$2 \square 2 \square 2 \square 2 =$$

۲۴۴

۱۸۳

۱۲۲

۹۱

$$\square 2 1 \square 2 \square 2 =$$

✓ گزینه ۲ صحیح

* سوال ۳: شمار حالات (جایگش) n شی معاینه در حالت بلایه‌ای برابر است با $(n-1)!$

* سوال ۴: عدد ۲۰۲۰۲۰۲۰ به چند طریق می‌توانند دور یک میز بنشینند بطوریکه هیچ دو مردی کنار هم نباشند؟

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

مبحث :

چیز زمانی از ترتیب و غیر زمانی از ترتیب استفاده مع ...؟؟؟

* نکته خیلی خیلی مهم

الف) موارد کاربرد ترتیب $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$: زمانی در سوالی که بویژه تعداد بایستی های ۳ تایی از

۷ تایی $\Leftrightarrow P(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!}$

ب) زمانی که بویژه با این اعداد و عدد بهمانند - با این حروف و کلمه بهمانند - می توانیم از این این ۱۰ نفر یک نفر رئیس و یک نفر معاون و یک نفر حسابدار انتخاب کنیم (یعنی دقیقاً سه تن است) را مشخص کرده و ...

$10 | 9 | 8 = 720$

ج) موارد کاربرد ترتیب $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$: زمانی که با بهره ها سروکار داریم - زمانی که می توانیم

از این ۱۰ نفر ۳ نفر را انتخاب کنیم ولی سه نفر یک دقیقاً مشخص نشده است و ...

$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \times 7!}$

مثلاً از این ۴ بهره سفید و ۵ بهره سیاه رو بهره برترب $\binom{9}{2}$

$\binom{4}{2} + \binom{5}{2}$ ~ ~ ~ ~ ~

$\binom{4}{1} \times \binom{5}{1}$ ~ ~ ~ ~ ~

$\binom{4}{2}$ ~ ~ ~ ~ ~

* سوال با حروف کلمه EHSAN چند تکراری بدون تکراری توان نوشتن؟

* سوال پنج کتاب تاریخ، جغرافی، ریاضی، فیزیک و شیمی را به چند طریق می توان در یک قفسه قرار داد هرگاه:

الف) کتابها به صورت دافواد قرار گیرند؟

ب) کتابهای ریاضی و فیزیک و شیمی کنار هم قرار گیرند؟

ج) کتابهای تاریخ و جغرافی کنار هم نباشند؟

* نکته اگر در حروف یا اعدادی که می دهند تکرار وجود داشته باشد در اصل کل ملا به این است $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots}$

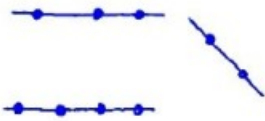
* سوال با جایگزین کردن حروف کلمه Hediyeh چند تکرار می توان ساخت؟ (تکرار)

* سوال به چند طریق می توان ۷ نفر را در یک قفسه که دارای یک اتاق ۳ نفره و دو اتاق ۲ نفره است مستقر کرد؟

* سوال به چند طریق می توان یک تیم ۳ نفره که شامل ۱ رئیس و ۲ معاون از بین ۴ داوطلب رئیس و ۵ داوطلب معاون تشکیل داد؟

* مثال ۱: نقطه روی یک پلایه مغرومند. چند مثلث می توان ساخت بطوریکه این نقاط رأس های مثلث باشند؟

* مثال ۲: چند مثلث می توان ساخت بطوریکه رأس های مثلث روی نقاط راجه سه در مثل زیر باشند؟



* مثال ۳: از گروه ۹ نفره شامل ۵ مرد و ۴ زن به چند طریق می توان کمپته ۴ نفره تشکیل داد که:

الف) هیچ مرد و زنی نباشد؟

ب) حداقل شامل ۱ زن باشد؟

ج) فقط شامل ۱ زن باشد؟

* مثال ۴: به چند طریق می توان از بین ۷ نفر ۳ نفر را انتخاب کرد بطوریکه دو فرد خاص در بین این افراد نباشد؟

* مثال ۵: تعداد زیر مجموعه های سه عضوی مجموعه $\{1, 2, \dots, 9\}$ که فاقد اعداد ۳ و ۵ باشند؟

* مثال ۶: به چند طریق می توان از بین ۷ نفر ۳ نفر را انتخاب کرد بطوریکه دو فرد خاص در بین این افراد نباشد؟

* مثال ۱: تعداد زیر مجموعه‌های k عضوی از این مجموعه n عضوی $\binom{n}{k}$
 ~ ~ ~ این مجموعه n عضوی 2^n

* مثال ۲: به چند طریق می‌توان سه کتاب فیزیک مختلف و چهار کتاب ریاضی مختلف را در یک ردیف قرار داد به طوری که کتاب ریاضی در ابتدا و آخر قرار نگیرد؟
 الف) محدودیتی نباشد؟

ب) کتاب‌های فیزیک کنار هم باشند؟

ج) کتاب‌های هر درس کنار هم باشند؟

د) کتاب‌های فیزیک و ریاضی یک در میان باشند؟

ه) اگر کتاب‌های فیزیک با هم و کتاب‌های ریاضی مختلف باشند به چند طریق می‌توان کتاب‌های هر درس را کنار هم قرار داد؟

* مثال ۳: حروف کلمه ABADAN را بریده و به توافقی کنار هم قرار دهیم. چند حالت وجود دارد که حروف A کنار هم نمانند؟

* مثال ۴: حروف کلمه EARNEST را به چند طریق می‌توان در کنار هم قرار داد به طوری که حرف N همیشه در وسط قرار گیرد؟
 $\frac{4!}{2!} = 3$

* مثال ۵: تعداد جابجایی‌های حروف کلمه DADRASS که در آن حرف R همیشه در وسط قرار گیرد؟

* مثال ۱: ۵ نفر نئسن کونینگی بکیریم. بچیند طریق این کدراسگان پینر هسین هرگاه ۵
 اوف (مدرودیتی نباشد)؟

ب) علی و رضا همواره کنار هم نئسن به هیند؟

ج) علی همواره بلافاصله بعد از رضا نئسن به هیند؟

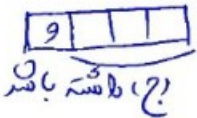
د) علی همواره بعد از رضا نئسن به هیند؟

* مثال ۲: با حروف کلمه جمهوری چند کلمه ۲ حرفی می توان نوشت؟

* مثال ۳: با حروف کلمه جمهوری چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت؟

* مثال ۴: با حروف کلمه جمهوری چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که با واج شروع و با دو آهنگ شروع؟

* مثال ۵: با حروف کلمه جمهوری چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که هجلی به (و) ختم شوند و در تمام
 حروف (ج) باشد؟



$$3! \times 4 = 24 \times 4 = 96$$

۶۶ * مثال تعداد کلمات ۳ حرفی که با حروف کلمه KERAMAT می توان ساخت را بیابید.

چون حرف A رو بار تکرار شده مسئله را در دو مرحله حل می کنیم یعنی:

(۱) حرف تکراری نداریم یعنی حداکثر یک بار A آمده است KERAMT \Leftarrow $\boxed{4|5|4} = 120$

(۲) دو بار حرف A آمده است $\sim \sim \sim \sim$ \Leftarrow $\begin{matrix} A & A & \square \\ & \downarrow & \\ & \text{مکان خالی} & \end{matrix}$
 $\frac{3!}{2!} \times 5 = 15$
 $\frac{3!}{2!} \times 5 = 15$
 $\hline 120 + 15 = 135$

۶۶ * مثال با حروف کلمه (تکلم) چند کلمه سه حرفی می توان نوشت؟

$\boxed{4|3|2} = 24$

(۱) تکلم نداریم (ک ت ل م و)

$\frac{3!}{2!} \times 3 = 9$ \Leftarrow $\begin{matrix} \square & \square & \square \\ & \downarrow & \downarrow \\ & \text{مکان خالی} & \text{مکان خالی} \end{matrix}$
 $\frac{3!}{2!} \times 3 = 9$
 $\hline 24 + 9 = 33$

(۲) تکلم داریم یعنی ت (ک) آمده است

۶۶ * مثال با ارقام ۱، ۲، ۲، ۳ چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

$\boxed{3|2|1} = 6$

(۱) تکرار نداریم \Leftarrow ۱ و ۲ و ۳

$\frac{3!}{2!} \times 2 = 6$

\Leftarrow $\begin{matrix} 2 & 2 & \square \\ & \downarrow & \\ & \text{مکان خالی} & \end{matrix}$
 (۳ یا ۲)

(۲) عدد ۲ تکرار دارد \Leftarrow

$\frac{3!}{2!} \times 2 = 6$

\Leftarrow $\begin{matrix} 1 & 1 & \square \\ & \downarrow & \\ & \text{مکان خالی} & \end{matrix}$
 (۳ یا ۲)

(۳) عدد ۱ تکرار دارد \Leftarrow

$\hline 6 + 6 + 6 = 18$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \rightarrow \begin{matrix} \text{تعداد حالت مطلوب} \\ \text{تعداد کل} \end{matrix}$$

مثال

فضای نمونه را به سه دسته زیر بسازید

انفاس ۱ سله =

انفاس ۵ سله =

انفاس ۱ کتاس =

انفاس ۳ کتاس =

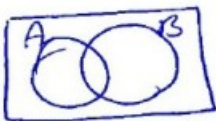
انفاس ۲ کتا و ۲ سله =

ضمیمه ۳ نفر زن خانواد =

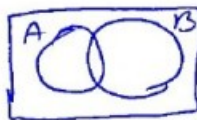
انفاس ۲، ۵، ۱، ۵ هر =

انفاس عدد زوجی با اعداد ۲، ۳ و ۴ =

نمودار ون



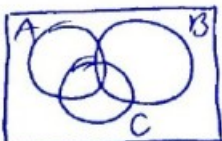
$A \cap B$



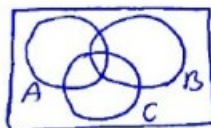
$A - B$



A'



$(A - B) \cap C$



$(A \cap B)' - C$



$A \cap B$

سوال ۱۰۰ در کسب ای ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. اگر به تصادف ۳ مهره از آن خارج کنیم، مطلوب است

الف) احتمال اینکه هر ۳ مهره همرنگ نباشد

ب) احتمال اینکه هر دو همرنگ نباشد

ج) احتمال اینکه حداقل یک مهره آبی باشد

سوال ۱۰۱ در کسب ای ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. به تصادف یک مهره از کسب خارج می‌کنیم و با شماره ۱ زین، آن را کنار می‌گذاریم و پس از دو مهره خارج می‌کنیم. احتمال اینکه ۳ مهره انتخابی در دو مرحله قرمز باشند؟

سوال ۱۰۲ در کسب ای ۴ مهره قرمز و ۵ مهره سفید وجود دارد. اگر به تصادف یک مهره از کسب خارج کنیم و پس از مشاهده زین، به کسب برگردانیم و پس از دو مهره خارج کنیم، احتمال اینکه هر ۳ مهره انتخاب شده سفید باشند، چقدر است؟

سوال ۱۰۳ در کسب ای ۵ مهره آبی و ۳ مهره سفید وجود دارد. با جیبشان بسته ۳ مهره از کسب خارج کرده و نت قرمز می‌گیریم و پس از ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال اینکه دو مهره سفید باشند، چقدر است؟

* سوال در مقطه ای ۴ سوس سالم و ۳ سوس مریض وجود دارد. بگر به تصاف سه سوس ازین آن ها انتقاب کنیم، احتمال اینکه اولی سالم و سومی مریض باشند، کوم است؟
(دفع کنیم با سوس دوم کاری ندارد پس اصلاً آن را به حساب نمی آوریم)

* سوال حروف کلمه ABADAN را بریده و به تصاف جای می نهم. احتمال آنکه سه حرف A داشته باشند؟

* نکته مهم برای مجموع زود در ظاهر شده در کتاب دو ناس

مجموع دو ناس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	(الف)
تعداد حالات	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱	

(ب) - تفیل او ۱۳

* سوال
در پرتاب دو تاس سالم، مطلوبین احتمال آنکه :
الف) اعداد رو شده در دو تاس مثل هم باشند ؟

ب) اعداد رو شده در دو تاس مضرب ۳ باشد ؟

ج) مجموع اعداد رو شده در دو تاس زوج باشد ؟

د) مجموع اعداد رو شده در دو تاس، عددی اول باشد ؟

* سوال
سه تاس را پرتاب می کنیم. اگر برانفع اعداد ظاهر شده صحیحین هستند، احتمال آنکه هر سه عدد رو شده کمتر از ۵ باشد، کدام است ؟
 $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{84}$ (۳) $\frac{11}{217}$ (۴)

$$n(S) = \boxed{4 \ 4 \ 4} = 120$$

$$n(A) = \boxed{4 \ 3 \ 2} = 24$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5}$$

گزینه صحیح -

$A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = 0$ A و B نامسازگارند * نسیامه های سازگار و نامسازگار

$A \cap B \neq \emptyset \rightarrow$ A و B سازگارند

اگر اتفاق افتادن یا نیفتادن A تأثیری بر B نداشته باشد، آن دو مستقل هستند. * نسیامه های مستقل
 مستقل و غیرمستقل (مربوط) - زیاده‌اشن خزان در یک خانواده

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ اگر A و B مستقل باشند

$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$ اگر A و B و C مستقل باشند

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

* احتمال اجتماع دو سیامه

$P(A \cup B) =$ اگر A و B نامسازگار باشند
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ~ ~ مستقل

$$P(A') = 1 - P(A)$$

* متمم

زیادتر در سوالی می‌توانید در اصل یکی بهتر است از احتمال متمم استفاده کنید یعنی:

$$P(\text{متمم}) = 1 - P(\text{اصلی})$$

اگر A و B مستقل باشند متمم‌های آن‌ها نیز مستقل هستند. * نکته

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \rightarrow \begin{cases} P(A' \cap B) = P(A') \times P(B) \\ P(A \cap B') = P(A) \times P(B') \\ P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') \end{cases}$$

* سوال : احتمال اینکه علی در درس فیزیک قبول شود $\frac{5}{8}$ و در درس شیمی قبول شود $\frac{4}{5}$ هست. اگر احتمال آنکه حداقل در یکی از دروس قبول شود $\frac{11}{20}$ باشد، با کدام احتمال در هر دو درس قبول می شود؟

* سوال : در ترتیب دو ناس، احتمال اینکه مجموع دو ناس برابر ۸ و یا هر دو ناس زوج باشند چقدر است؟

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

\downarrow مجموع ۸ \downarrow هر دو زوج \downarrow هر دو زوج و مجموع ۸

ج = $\frac{11}{20}$

* سوال : احتمال اینکه شخص A تا ۱۰ سال دیگر زنده بماند $\frac{1}{8}$ و شخص B تا ۱۰ سال دیگر زنده بماند $\frac{1}{7}$ می باشد. مطلوبین احتمال آنکه :

الف) هر دو شخص A و B تا ۱۰ سال دیگر زنده بمانند؟
 ب) هر دو تا ۱۰ سال دیگر بمیرند؟

ج) احتمال اینکه حداقل یکی تا ۱۰ سال دیگر زنده بماند؟

$$P(\text{هیچکدام}) = 1 - P(\text{حداقل یکی})$$

* سوال : چقدر احتمال دارد که نفر هفتمی در یک ماه سال :
 الف) نمونه شده باشد؟
 ب) نمونه نشده باشد؟

* سوال مطالعات ژئوتکنیک نشان داده است که $\frac{1}{4}$ زن های تعیین کننده RH فون منفی اند. مطلوبین احتمال اند ؟

الف) خردی برای RH منفی باشد ؟

ب) اولین خردی با RH منفی، فرزند سوم خانواده باشد ؟

* سوال درین خانواده ۴ فرزند است، اگر فرزند اول پسر باشد، احتمال آنکه خانواده حداقل (و در قوت در) ^{سه} $\frac{1}{8}$ باشد و ندر است ؟

($\frac{1}{8} \rightarrow$)

ج = $\frac{1}{8}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{و} \quad P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

* احتمال شرطی

اگر A و B مستقل باشند

$$\begin{cases} P(A|B) = P(A) \\ P(B|A) = P(B) \end{cases}$$

رابطه $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ به صورت گامی بصورت رابطه احتمال شرطی در مسائل مطرح می شود.

* مثال اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B) = \frac{5}{12}$ باشد، $P(A|B)$ را بیابید؟

* مثال جدول زیر توزیع کانسولان از سوی رانسان می دهد. احتمال اینکه کارمند مردی، تصحیلات دانشگاهی داشته باشد را بیابید.

	مرد	زن
دانشگاهی	۱۵	۱۰
گستره؛ دانشگاه	۴۰	۸۰

$$P(A) = \frac{15}{105}$$

* مثال اگر $P(A|B) = \frac{2}{5}$ و $P(B|A) = \frac{3}{4}$ حاصل $\frac{1-P(A)}{1-P(B)}$ را بیابید؟

۰/۴۴ (۴) ۰/۹۲ (۵) ۰/۸۴ (۶) ۰/۲۳ (۱)

نیزینا صبح

مبحث :

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

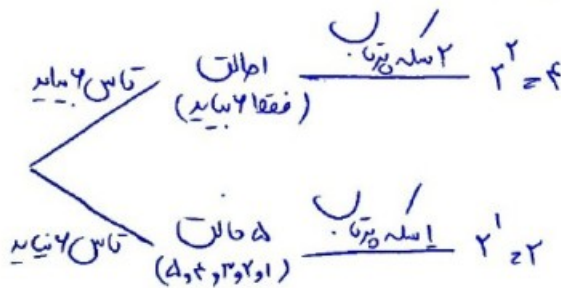
* **نمونه درستی** استفا ده از نمونه درستی در بیست آوردن احتمال ضعیفی ضعیفی ضعیفی می باشد. پس استفا ده از آن را بیاموزید.

* **مثال** فرض کنید استفا نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۲٪ و به فرزند دختر ۹٪ می باشد. والدینی که حامل این نوع بیماری هستند انتظار فرزند سالم را دارند. مطلوب است احتمال اینکه این فرزند سالم باشد؟

* **مثال** ۵۲٪ جمعیت کشوری را زنان و ۴۸٪ بقیه را مردان تشکیل می دهند. اگر ۷۰٪ نا و ۴۸٪ مردان با سواد باشند، چند درصد افراد جامعه با سوادند؟

* **مثال** در آزمایشی یک تاس را سه بار می بینیم. در صورتیکه عدد ۲ بیاید، تاس را دوباره می بینیم و در غیر اینصورت یک سکه نقره می بینیم. فضای نمونه ای این آزمایش چند عضو دارد؟

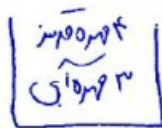
۲۸ (۴) ۲۴ (۳) ۱۴ (۲) ۲۴ (۱)



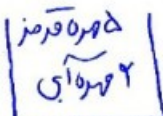
$$(1 \times 4) + (4 \times 4) = 14$$

کلیتاً فرزند ۲ صعب

* سوال



B_1



B_2

* الف) اگر به تصادف یکی از دو طرف را انتخاب کرده و مهره‌ای از آن خارج کنیم، احتمال آنکه مهره خارج شده قرمز باشد کدام است؟

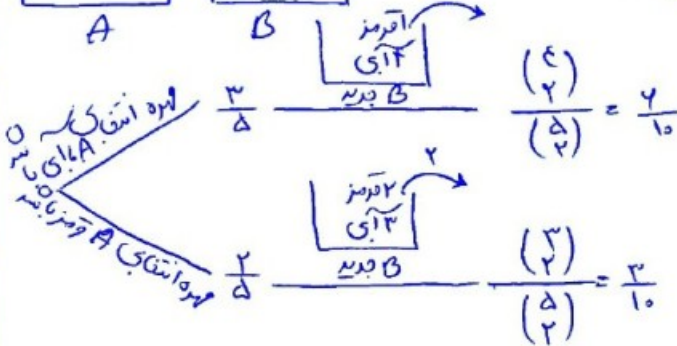
* ب) اگر به تصادف از طرف اول ۳ مهره و از طرف دوم ۲ مهره خارج کرده و در ظرف سومی بریزیم و یک مهره به تصادف از ظرف سوم خارج کنیم، احتمال آنکه مهره خارج شده قرمز باشد، کدام است؟

* ج) اگر از طرف اول سه مهره به تصادف خارج کرده و در ظرف دوم بریزیم و پس یک مهره به تصادف از ظرف دوم خارج کنیم، احتمال آنکه مهره خارج شده قرمز باشد، کدام است؟

* سوال
دو جعبه داریم. در جعبه اول ۳ مهره زرد و ۴ مهره سبز و در جعبه دوم ۲ مهره بنفش و ۵ مهره ای موجود است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره را هم از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال رنگ مهره‌ها متعادل است؟ (۱) $\frac{10}{11}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{11}{11}$ (۴) $\frac{3}{7}$ کمترین ۳ صحیح

سوال در شکل مقابل، از کسبه A هر دای برلاسته و در کسبه B سی انلایم. اکنون از کسبه B دو صفره بری بلایم. احتمال آنکه هر دو صفره یو آبی باشند، کتر است؟

۰.۱۴۶ (۱) ۰.۱۳۸ (۲) ۰.۱۴۸ (۳) ۰.۱۵۲ (۴)



$(\frac{3}{5} \times \frac{2}{5}) + (\frac{2}{5} \times \frac{3}{5}) = 0.148$
 کزینه ۳ صحیح

* متغیر تصادفی و توزیع احتمال: متغیر تصادفی و توزیع احتمال را در مثال زیر یاد می‌گیریم:

در آزمایشی ۵ مویش سفید و ۴ مویش سیاه داریم. می‌توانیم ۳ مویش از بین آن‌ها انتخاب کنیم. تعداد مویش سفید را X (متغیر تصادفی) می‌گیریم (یعنی از چیزی که خوشحال می‌ایم آن را X می‌گیریم). پس بر این انتخاب (انتخاب ۳ مویش) X می‌تواند یکی از مقادیر ۰، ۱، ۲ و ۳ را داشته باشد.

مثلاً در سوالی می‌توانیم $P(X=2)$ یعنی احتمال دارد که ۲ مویش سفید و ۱ مویش سیاه داشته باشیم.

$$P(X=0) = \frac{\binom{5}{0} \binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{1}{21} \quad \text{و} \quad P(X=1) = \frac{\binom{5}{1} \binom{4}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{5}{14} \quad \text{و} \quad P(X=2) = \frac{\binom{5}{2} \binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{21}$$

$$P(X=3) = \frac{\binom{5}{3} \binom{4}{0}}{\binom{9}{3}} = \frac{5}{84} \quad \text{و} \quad P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3)$$

$$P(X \leq 1) = P(X=1) + P(X=0)$$

این متغیر تصادفی و مقادیر آن و احتمال آن را در یک جدول نویسیم. به آن جدول توزیع احتمال می‌گویند.

X	0	1	2	3
$P(X=X_i)$	$\frac{1}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{84}$

دقت کنید که مجموع احتمالات باید ۱ باشد.

* مثال: خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر متغیر تصادفی X (تعداد فرزندان دختر در نظر بگیریم)، $P(X=3)$

در آن است؟ $\frac{1}{14}$ $\frac{2}{14}$ $\frac{3}{14}$ $\frac{4}{14}$

$$P(X=3) = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{4}{4}} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

توجه: ۳ دختر و ۱ پسر

مبحث :

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

* توزیع دو جمله‌ای
 اگر آزمایشی n بار با احتمال p موفقیت داشته باشد
 نتیجه صورت نظر \leftarrow پیروزی \leftarrow با احتمال p
 نتیجه دیگر \leftarrow شکست \leftarrow با احتمال $(1-p)$

اگر آزمایش را n بار بصورت مستقل انجام دهیم و x نتیجه لغاتقی تعداد پیروزی‌ها باشد، احتمال اینکه دقیقاً k بار در n آزمایش پیروز شویم برابر است با:

$$P(x=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

\downarrow \downarrow
 پیروزی شکست

* مثال: اگر احتمال مطلوب بودن رنگ چشم در خانواده‌های ۳/۵ باشد، با کدام احتمال در خانواده ۵ فرزندی ۲ فرزند رنگ چشم مطلوب دارند؟

$$P(x=2) = \binom{5}{2} \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{24}{125}$$

* مثال: در کتاب ۱۰ بابی که ساله با احتمال اینکه دقیقاً ۲ باب صیر بیاید کدام است؟

$$P(x=2) = \binom{10}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^8 = \frac{45}{1024}$$

* مثال: تاس سالمی را ۵ بار می‌اندام. احتمال اینکه ۴ بار عدد زوج بیاید کدام است؟

$$P(x=4) = \binom{5}{4} \left(\frac{3}{6}\right)^4 \left(\frac{3}{6}\right)^1 = \frac{5}{128}$$

* مثال: از نوعی بزره ۱۸ آن جوانه می‌زند. اگر ۳ بزره از این نوع داشته شود، با کدام احتمال لا اقل دو بزره جوانه می‌زند؟

$$P(x \geq 2) = P(x=2) + P(x=3) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{18}\right)^2 \left(\frac{17}{18}\right)^1 + \binom{3}{3} \left(\frac{1}{18}\right)^3 \left(\frac{17}{18}\right)^0 = 0.1897$$

* مثال سگهای را انقدر برتاب می نینم تا ۳ بار (رو) بیاید. احتمال آنکه در برتاب هفتم، سومین (رو) ظاهر شود، کدام است؟

$$\frac{1}{24} (1) \quad \frac{1}{48} (2) \quad \frac{1}{72} (3) \quad \frac{1}{96} (4)$$

لغته در برتاب هفتم، سومین (رو) ظاهر شود یعنی در ۲ برتاب اول ۲ بار ظاهر شود و برتاب هفتم نیز رویاید.

نیز رویاید.

نیز ۲ صدمه

$$\binom{4}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{48} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{96}$$

احتمال رویت آمدن احتمال رویت آمدن
 (۲ بار برتاب اول) برتاب هفتم رویاید

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

$$A = \pi r^2$$

سوابق تحصیلی

✓	مؤلف کتابهای گنگور	✓	مدرس رسمی آموزش و پرورش
✓	عضو انجمن ریاضیدانان و فیزیکدانان ایران	✓	عضویت بدیه موسسه تحقیقات
✓	مشاور تحصیلی در برنامه های رادویی رادیو جوان، اقتصاد و رایو فرسنگ و شبکه ۴ صدا و سیما جمهوری اسلامی ایران	✓	تعداد مقاله در مجله ریاضی و مشاوره تحصیلی از دانشگاه آکسفورد انگلستان در استرلین
✓	دولنده پرواز اشغال از سازمان نظام مهندسی کشور	✓	مدرس برتر ریاضیات و فیزیک الیاد و گنگور
✓	برگزار کننده بایش های طلایی شهری گنگور در استان های تهران - تبریز و کیلان	✓	عضو باشگاه مهندسان ایران
✓	عضو انجمن علمی مهندسان برق ایران	✓	عضو مجله تخصصی ایران
✓	عضو انجمن علمی پژوهشگران جوان	✓	عضو انجمن مهندسی بهره وری صنعت برق ایران
✓	عضو انجمن خبرگان گنگور	✓	عضو انجمن مهندسين برق و الكترونیک ایران