



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

# ریاضیات کنکور ۹۷

((مطابق با جدیدترین تغییرات کتاب درسی))

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

مهندس مهرپویان

۰۹۱-۷۷۰۰۰۰۰۰

مجموعه سوالات ریاضی پایه هفتم

# مجموعه سوالات ریاضی پایه هفتم

این فصل را با ما بخوان

تا از ما شوی...

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

# مبحث: مثلثات

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} = \frac{G}{200}$$

واحد های اندازه گیری زاویه: درجه - رادیان - نرادیان \* نکته

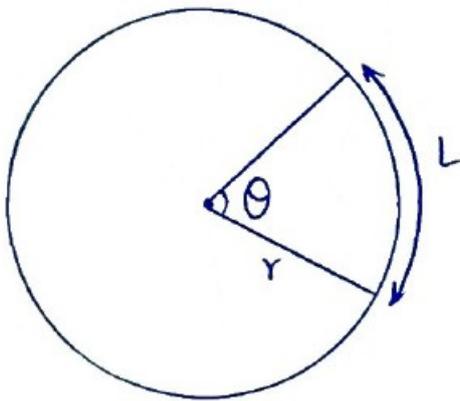
$$\frac{200}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{10}{9}\pi \text{ rad}$$

۲۰۰ درجه ضد رادیان است؟ \* مثال

$$\frac{D}{180} = \frac{-\frac{10\pi}{9}}{\pi} \rightarrow D = -120^\circ$$

$\frac{200}{3}$  رادیان مقابل ۹۰ درجه است؟

\* نکته



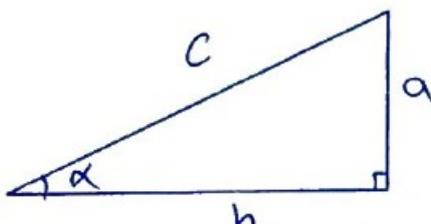
$$\theta = \frac{L}{r} \text{ بر حسب رادیان}$$

در یک دایره به شعاع ۳cm توسط زاویه  $\theta$  کمانی به طول ۴cm بریده می شود مقدار  $\theta$  بر حسب رادیان و درجه و قطر است؟ \* مثال

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{4}{3} \text{ rad}$$

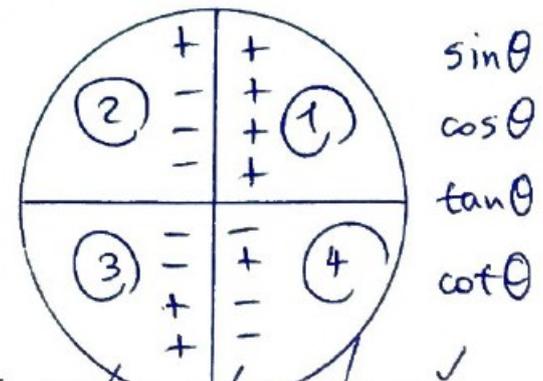
$$\frac{r}{\pi} = \frac{D}{180} \rightarrow D = 114.4^\circ$$

\* نامیه های مثلثاتی



$$\sin \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c} \text{ و } \tan \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{a}{b}$$

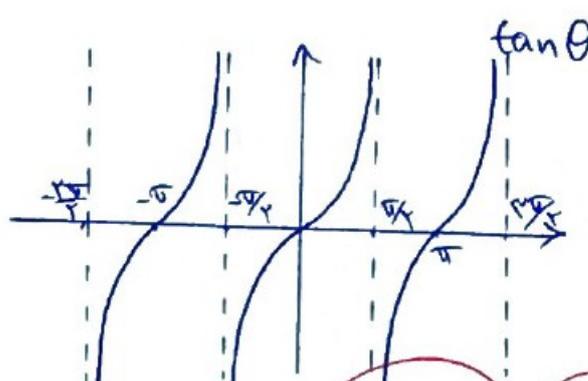
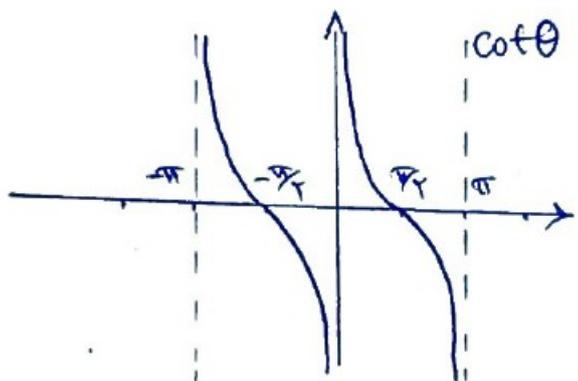
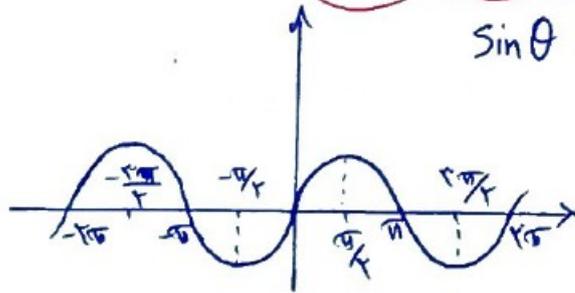
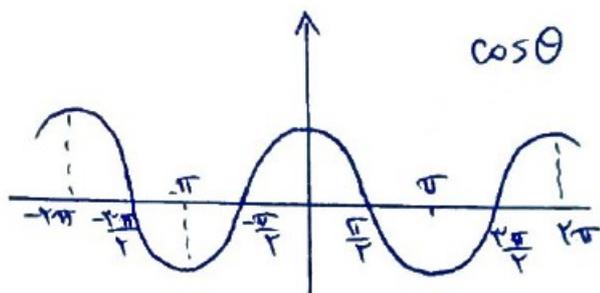
$$\cos \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c} \text{ و } \cot \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{b}{a}$$



$$c^2 = a^2 + b^2$$

✓ صرف از لغت اینده انتخاب می شود در هر نامیه قرار دارد  
این است که مشخص شود Sin و Cos در این نامیه مثبت هستند یا منفی

\* نوبت دوازدهم



\* زاویه های مستطی

	0	30 π/6	45 π/4	60 π/3	90 π/2	120 2π/3	150 5π/6	180 π
sin	0	1/2	√2/2	√3/2	1	0	-1	0
cos	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1	0	1
tan	0	1/√3	1	√3	∞	0	∞	0
cot	∞	√3	1	1/√3	0	∞	0	∞

α + β = π

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sin \beta \\ \cos \alpha = -\cos \beta \\ \tan \alpha = -\tan \beta \\ \cot \alpha = -\cot \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sin \beta \\ \cos \alpha = \cos \beta \\ \tan \alpha = \tan \beta \\ \cot \alpha = \cot \beta \end{cases}$$

α + β = π/2

$$\begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \cos \alpha = \sin \beta \\ \tan \alpha = \cot \beta \\ \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

\* نکته مهم

$$\begin{cases} \sin \alpha = \cos \beta \\ \cos \alpha = \sin \beta \\ \tan \alpha = \cot \beta \\ \cot \alpha = \tan \beta \end{cases}$$

برای  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$  و  $\cos \alpha \cdot \cot \alpha < 0$  با سه اشتباهی که نشان داده شده نام  
 دایره مثلثاتی را در نظر بگیرید: (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

$\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0 \rightarrow$   $\left( \begin{matrix} \text{دوم (+)} \\ \text{چهارم (+)} \end{matrix} \right) \Rightarrow \left( \begin{matrix} \text{۱ و ۲} \\ \text{۱ و ۴} \end{matrix} \right) \sin \left( \begin{matrix} \text{۱} \\ \text{۴} \end{matrix} \right) \cos \left( \begin{matrix} \text{۱} \\ \text{۴} \end{matrix} \right) \rightarrow \text{۱}$

$\rightarrow$   $\left( \begin{matrix} \text{سوم (-)} \\ \text{دوم (-)} \end{matrix} \right) \Rightarrow \left( \begin{matrix} \text{۳ و ۴} \\ \text{۲ و ۳} \end{matrix} \right) \sin \left( \begin{matrix} \text{۳} \\ \text{۲} \end{matrix} \right) \cos \left( \begin{matrix} \text{۳} \\ \text{۲} \end{matrix} \right) \rightarrow \text{۳}$

$\cos \alpha \cdot \cot \alpha < 0 \rightarrow$   $\left( \begin{matrix} \cos > 0 \\ \cot < 0 \end{matrix} \right) \rightarrow \left( \begin{matrix} \text{۱ و ۴} \\ \text{۲ و ۴} \end{matrix} \right) \rightarrow \text{۴}$

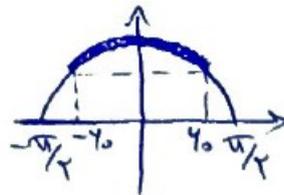
$\left( \begin{matrix} \cos < 0 \\ \cot > 0 \end{matrix} \right) \rightarrow \left( \begin{matrix} \text{۲ و ۳} \\ \text{۱ و ۳} \end{matrix} \right) \rightarrow \text{۳}$

اشتباه اول  $\leftarrow$  نام سوم  $\leftarrow$  نه زینت سوم

برای  $\frac{\pi}{9} < x < \frac{2\pi}{9}$  و  $\cos^2 x = \frac{m-1}{2}$  با سه مقدار  $m$  در بازه فاصله اس؟

- (۱) (۲) (۳) (۴)

$\frac{\pi}{9} < x < \frac{2\pi}{9} \rightarrow \frac{\pi}{3} < 3x < \frac{2\pi}{3}$



$\frac{1}{2} < \cos^2 x \leq 1 \rightarrow$

$\frac{1}{4} < \frac{m-1}{2} \leq 1 \rightarrow$

$2 < m \leq 3$

\* نکات فنی مهم ریاضی (زاویه های مثلثاتی)

ربع اول

$$\begin{cases} \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \\ \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \\ \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha \end{cases}$$

ربع سوم

$$\begin{cases} \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha \\ \cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) = \cos \alpha \\ \tan(-\alpha) = -\tan \alpha \\ \cot(-\alpha) = -\cot \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha \\ \cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha \\ \tan(2\pi + \alpha) = \tan \alpha \\ \cot(2\pi + \alpha) = \cot \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha \\ \tan(2\pi - \alpha) = -\tan \alpha \\ \cot(2\pi - \alpha) = -\cot \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \tan \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \\ \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha \end{cases}$$

دوره تناوب sin و cos،  $2\pi$  می باشد یعنی می توانیم  $2\pi$  اضافه کرد.  
 دوره تناوب tan و cot،  $\pi$  می باشد.

\* دوره تناوب

در تابع  $y = a \sin bx$ ،  $y = a \cos bx$ ،  $y = a \tan bx$  و  $y = a \cot bx$ ،  $|a|$  و  $|a|$  و  $|a|$  و  $|a|$  می باشد.

\* نکته

دوره تناوب برابر است با  $T = \frac{2\pi}{b}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

مثال ۱: اگر  $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه دوم باشد، پایه و وتر مثلثی کمان  $\alpha$  را بیابید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

از آنجا که  $\alpha$  در ناحیه دوم است پس  $\cos \alpha$  باید منفی باشد  $\leftarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{-\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\sqrt{2}$$

مثال ۲: زاویه  $\alpha$  در ناحیه دوم باشد و  $\cot \alpha = -\sqrt{2}$  باشد، انتهای کمان  $\alpha$  را بیابید.

$$\cot \alpha = -\sqrt{2} \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{\cot^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\sin^2 \alpha \cdot \cot^2 \alpha} = \sqrt{\cos^2 \alpha} = |\cos \alpha| = -\cos \alpha$$

زیرا در ناحیه دوم  $\cos \alpha$  منفی است.  $\checkmark$  نتیجه صحیح

\* نسبت های مثلثاتی بان درجای بصیرت و تفاضل

$$1) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$$

$$2) \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$

$$3) \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \tan\beta}$$

\* **سوال**  $\sin \nu\delta = \sin(\nu_0 + \nu\delta) =$

$$\tan \nu\delta = \tan(\nu\delta - \nu_0) =$$

\* **نسبت های مثلثاتی ۲α** اگر در روابط فوق  $\alpha = \beta$  با سر ضرب  $\alpha + \beta = 2\alpha$

$$1) \sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$$

$$2) \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$= 2\cos^2\alpha - 1 \longrightarrow \cos^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2}$$

$$= 1 - 2\sin^2\alpha \longrightarrow \sin^2\alpha = \frac{\cos 2\alpha - 1}{2}$$

$$3) \tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha} \quad \text{و} \quad \sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 + \tan^2\alpha} \quad \text{و} \quad \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2\alpha}{1 + \tan^2\alpha}$$

✱ مثال فاکتورهای ۴۹

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1 + \underbrace{2 \sin \alpha \cos \alpha}_{\sin 2\alpha} = 1 + \sin 2\alpha$$

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \quad (۹۹)$$

$$\cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \frac{2\alpha}{2} - 1$$

$$\sin^2 \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right) \quad (۹۹)$$

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left( \alpha - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \cos \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) \quad (۹۹)$$

\* روابط تبدیل جمع به ضرب

$$1) \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$2) \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$3) \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$4) \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$5) \tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$6) \cot \alpha + \cot \beta = \frac{\cos \alpha \cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

\* روابط تبدیل ضرب به جمع

$$1) \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$2) \sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

$$3) \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta))$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

$$A = \pi r^2$$

## سوابق تحصیلی

- |  |   |
|--|---|
| مؤلف کتابهای گنگور ✓   | مدرس رسمی آموزش و پرورش ✓                   |
| عضو انجمن ریاضیدانان و فیزیکدانان ایران ✓  | عضویت دیره موسسه تبلیحان ✓                  |
| مشاور تحصیلی در برنامه های رلودی رلودی جولان، اقتصاد رادیو فرسنگ و شبکه ۴ صدا و سیما جمهوری اسلامی ایران ✓ |   |
| تهنأ دهنده در ک برنامه ریزی و مشاوره تحصیلی از دانشگاه آکسفورد انگلستان در استن ✓                          |   |
| دهنده پرواز اشتغال از سازمان نظام مهندسی کشور ✓  | مدرس برتر ریاضیات و فزیک المیاد و گنگور ✓   |
| برگزیده کننده جایز های طلایی ضربتی گنگور در استان های تهران - تبریز و گیلان ✓                              |   |
| عضو انجمن علمی مهندسان برق ایران ✓   | عضو باشگاه مهندسان ایران ✓                  |
| عضو انجمن علمی تبلیحان جولان ✓   | عضو مرجع تخصصین ایران ✓                     |
| عضو انجمن علمی پژوهشگران جولان ✓   | عضو انجمن مهندسی بهره روری صنعت برق ایران ✓ |
| عضو انجمن خبرگان گنگور ✓   | عضو انجمن مهندسين برق و الکترونیک ایران ✓   |