ریاضیات تخصصی با استاد صمیم رنجبر

مرکز آموزشی پیشتاز علوم

سال تاسیس ۱۳۹۱

P.A.T.C

# ماتریکس

## تخصصی ترین مراکز آموزش ریاضیات

در سنامه ها و جزوه های ریاضی

سولات و پاسخنامه تشریحی کانکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

ترفند های ریاضیات و ...

## گردآورنده: استاد صمیم رنجبر

تایپ : جاوید سلطانزاده

آدرس: هرات سه راهی جاده مخابرات، مقابل نبش ریاست مخابرات تماس: 0796901314

## فصل دوازدهم

### ماتریکـــس ها

**مقدمه** :در تاریخ امده است که اولین بار یک ریاضی دان انگلیسی تبار به نام کیلی ماتریکس را در ریاضیات وارد کرد . با توجه به انکه در آن زمان ریاضیدانان اغلب به دنبال مسایل کاربردی بودند . کسی توجهی به آن نکرد .اما بعدها ریاضیدانان دنباله ی کار را گرفتند تا به امروز رسید که بدون اغراق می توان گفت در هر علمی به گونه ای با ماتریس ها سروکار دارند . یکی از نقش های اصلی ماتریکس ها آن است که آنها ابزار اساسی محاسبات عملی ریاضیات امروز هستند . درست همان نقشی که سابقا اعداد بر عهده داشتند . از این نظر می توان گفت نقش امروز ماتریکس ها همانند نقش دیروز اعداد است . البته ماتریکس ها به معنایی اعداد و وکتور ها را در بر دارند .بنا براین می توان آنها را تعمیمی از اعداد و وکتور ها در نظر گرفت . در ریاضیات کاربردی ماتریکس ها از ابزار روز مره هستند .زیرا ماتریکس ها با حل سیستم های معادلات خطی ارتباط تنگاتنگی دارند و برای حل ریاضی مسایل عملی مناسبترین تکنیک . فرمول بندی مسله ویا تقریب زدن جوابهای مسله با سیستم معادلات خطی است که در نتیجه ماتریکس ها وارد کار می شود . اما مشکل اصلی در ریاضیات کاربردی این است که ماتریکس های ایجاد شده بسیار بزرگ هستند ومسله اصلی درآنجا کار کردن با ماتریکس های بزرگ است . از جنبه نظری فزیک امروزی که فزیک کوانتم است بدون ماتریکس ها نمی توانست به وجود آید . هایزنبرگ اولین کسی بود که در فزیک مفاهیم ماتریکس ها را به کار برد اعلام کرد (تنها ابزار ریاضی که من در مکانیک کوانتم به آن احتیاج دارم ماتریکس است )بسیاری از جبر ها مانند جبر اعداد مختلط و جبر وکتور ها را با ماتریکس ها بسیار ساده می توان بیان کرد . بنابراین با مطالعه ماتریکسها در واقع یکی از مفید ترین ودر عین حال جالبترین مباحث ریاضی مورد بررسی قرار می گیرد .

## تعریف ماتریکس

هرگاه دسته یی از اعداد یا اشیا به شکل سطری و ستونی در یک جدول مستطیلی قرار داده شود به نام متریکس Matrix یاد می شود.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \ldots\ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \ldots\ldots a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} \ldots\ldots a_{mn} \end{pmatrix}$$

به صورت عموم هرگاه عنصری در سطر $i$ ام و ستون $j$ ام قرار داشته باشد آن را به aij می گوئیم.

## مرتبه یا درجه متریکس

هرگاه یک متریکس دارای $m$ سطر و $n$ ستون باشد درینصورت متریکس را $m\times n$ می گوئیم، مثلاً $3\times 2$ متریکسی که دارای سه سطر و دو ستون است.

**مثال** 1: مرتبه هر یک از ماتریکس های ذیل را تعیین کنید.

$$C=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 7 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad D=\begin{pmatrix} a & d \\ d & e \end{pmatrix}$$

**مثال** 2: متریکس های ذیل را به صورت جدول بنویسید.

a) $(aij)_{2\times 2}=(i+j)_{2\times 2}$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$aij=i+j$

$a_{11}=1+1=2 \qquad a_{12}=1+2=3 \qquad \begin{matrix} a_{21}=2+1=3 \\ a_{22}=2+2=4 \end{matrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

## تمرین

1. مرتبه متریکس های ذیل را بنویسید.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \\ 7 & 9 & 8 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

2. متریکس های ذیل را به شکل جدول مستطیلی بنویسید.

a) $(3i+5j)_{3\times 3}$ b) $\left(\frac{i}{j}\right)_{3\times 3}$

## انواع متریکس ها

1. **متریکس سطری( Row Matrix):** متریکسی که تنها دارای یک سطر باشد ماتریکس سطری است.

$$A=(1\ \ 5\ \ 4\ \ 0)_{1\times 4}$$

2. **متریکس ستونی(Column Matrix):** متریکسی که تنها دارای یک ستون باشد.

$$A=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}_{3\times 1}$$

3. **متریکس صفری(Zero Matrix):** متریکسی که تمام عناصر آن صفر باشد.

$$O_{2\times 4}=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}_{2\times 4}\qquad O_{3\times 2}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}_{3\times 2}$$

4. **متریکس مربعی(Square Matrix):** هرگاه در متریکس مانند $A$ تعداد سطرها و ستون ها مساوی باشند $(m=n)$ متریکس مربعی گفته می شود.

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\5&6&7\\0&2&3\end{pmatrix}_{3\times 3}$$

5. **متریکس قطری(Diagonal Matrix):** متریکس که تمام عناصر آن به غیر از قطر اصلی مساوی به صفر باشند. متریکس قطری می باشد.

$$A=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&5&0\\0&0&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&0\\0&3\end{pmatrix}$$

6. **متریکس سکالری(Scalar Matrix):** هرمتریکس قطری که عناصر قطر اصلی آن مساوی باشند، متریکس سکالری می باشد.

$$A=\begin{pmatrix}8&0&0\\0&8&0\\0&0&8\end{pmatrix}_{3\times 3}$$

7. **متریکس واحد(Unit Matrix):** اگر در یک متریکس سکالر یا متریکس قطری عناصر قطر اصلی عدد یک باشد آنگاه متریکس واحد گفته می شود.

$$I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\quad ,\quad I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

8. **متریکس مثلثی:** اگر در یک متریکس مربعی که تمام عناصر بالای قطر اصلی و پایانی قطر اصلی صفر باشند در این صورت متریکس مذکور مثلثی گفته می شود.

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\3&4&0\\5&6&9\end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix}1&5&3\\0&7&2\\0&0&4\end{pmatrix}$$

## متقابل (متضاد) یک متریکس

متضاد متریکس $A$ را به $(-A)$ نشان داده و متریکس است که هر عنصر آن متضاد عناصر متناظرش در $A$ می باشد. اگر $A=|aij|_{m\times n}$ یک متریکس باشد.

$$A=(aij)_{m\times n} \Rightarrow -A(-aij)_{m\times n}$$

$$A=\begin{pmatrix}a&b&c\\d&e&f\\g&h&i\end{pmatrix} \qquad A=\begin{pmatrix}-a&-b&-c\\-d&-e&-f\\-g&-h&-i\end{pmatrix}$$

## جمع و تفریق متریکــس ها

### 1 جمع متریکس ها

هرگاه $A=(aij)_{m\times n}$ ، $B=(bij)_{m\times n}$ دو متریکس باشد پس $A+B=C$ عبارت از متریکسی است که عناصر $C_{ij}$ آن حاصل جمع $aij$ و $bij$ می باشد.

جمع دو متریکس تنها در صورتی ممکن است که هر دو متریکس دارای مرتبه مساوی باشند.

$$A_{m\times n}+B_{m\times n}=C_{m\times n} \Rightarrow (aij)_{m\times n}+(bij)_{m\times n}=(aij+bij)_{m\times n}$$

**مثال:**

$$A=\begin{pmatrix}2&3&4\\-1&6&7\\5&1&3\end{pmatrix}_{3\times 3} \qquad B=\begin{pmatrix}1&4&7\\-3&5&6\\-1&2&10\end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$$A+B=\begin{pmatrix}2&3&4\\-1&6&7\\5&1&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&4&7\\-3&5&6\\-1&2&10\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&7&11\\-4&11&13\\4&3&13\end{pmatrix}$$

### 2 تفریق متریکس ها

مشابه جمع می توانیم متریکس ها را تفریق کنیم.

**مثال:**

$$A=\begin{pmatrix}2&3&5\\1&4&7\end{pmatrix} , \ B=\begin{pmatrix}3&-5&8\\4&1&-2\end{pmatrix}$$

$$A-B=\begin{pmatrix}2&3&5\\1&4&7\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3&-5&8\\4&1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&8&-3\\-3&3&9\end{pmatrix}$$

## خواص جمع و تفریق متریکس ها

1) جمع متریکس ها دارای خاصیت تبدیلی است، اما تفریق متریکس ها دارای خاصیت تبدیلی نیست.

$A+B=B+A$

$A-B\neq B-A$

2) عنصر (عینیت) $A+0=0+A=A$

3) جمع و تفریق متریکس ها دارای خاصیت اتحادی است.

$(A\pm B)\pm C=A\pm(B\pm C)$

4) $A+(-A)=-A+A=0$

## ضرب یک ماتریکس در یک اسکالر

اگر $A=(a_{ij})$ یک ماتریکس و $K\in IR$ یک عدد باشد .پس حاصل ضرب $KA$ عبارت از ماتریکس $C$ است .

**مثال 1:** اگر $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 6\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$ و $K=3$ باشد حاصل ضرب KA را بیابید.

$$KA=3\begin{pmatrix}1 & 3 & 6\\ 2 & 1 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 9 & 18\\ 6 & 3 & 0\\ 3 & 0 & -3\end{pmatrix}$$

## 3 ضرب دو متریکس

دو ماتریکس وقتی ضرب شده می توانند که تعداد ستون های متریکس اول با تعداد سطر های متریکس دوم مساوی باشد. حاصل ضرب دو متریکس، متریکس جدید است که تعداد سطر های آن برابر به متریکس جدید است و تعداد ستون های آن برابر به ماتریکس دوم می باشد. هر سطر متریکس اول را از تمام ستون های متریکس دوم ضرب نموده و این حاصل ضرب را جمع می نماییم.

**مثال2:** $A\cdot B$ را بیابید.

$$A=\begin{pmatrix}2&3&4\\-1&2&5\end{pmatrix}_{2\times3}\ ,\ B=\begin{pmatrix}1\\5\\6\end{pmatrix}_{3\times1}$$

$$(2\quad 3\quad 4)\cdot\begin{pmatrix}1\\5\\6\end{pmatrix}=2\cdot1+3\cdot5+4\cdot6=2+15+24=41$$

$$(-1\quad 2\quad 5)\begin{pmatrix}1\\5\\6\end{pmatrix}=-1\cdot1+2\cdot5+5\cdot6=-1+10+30=39\ \Rightarrow\begin{pmatrix}41\\39\end{pmatrix}$$

**مثال3:**

$$A=\begin{pmatrix}2&3&-1\\-2&12&2\end{pmatrix}\ ,\ B=\begin{pmatrix}1&3\\2&0\\-1&2\end{pmatrix}$$

$A\cdot B=?$

$$A\cdot B=\left|\begin{matrix}(2\ \ 3\ \ -1)\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix} & (2\ \ 3\ \ -1)\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}\\ (-2\ \ 12\ \ 2)\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix} & (-2\ \ 12\ \ 2)\begin{pmatrix}3\\0\\2\end{pmatrix}\end{matrix}\right.=\begin{bmatrix}2+6+1&6+0+2\\-2+2-2&-6+0+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9&4\\-2&-2\end{bmatrix}$$

**مثال4:** اگر $A=\begin{pmatrix}2&3&-1\\-2&1&2\end{pmatrix}$ و $A=\begin{pmatrix}3&2&0\\6&1&7\end{pmatrix}$ داده شده باشد پس $A\cdot B$ را دریافت کنید.

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}1&3\\5&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&2&0\\6&1&7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\cdot3+3\cdot6&1\cdot2+3\cdot6&1\cdot0+3\cdot7\\5\cdot3+2\cdot6&5\cdot2+2\cdot1&5\cdot0+2\cdot7\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3+18&2+3&0+21\\15+12&10+2&0+14\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}21&5&21\\27&12&14\end{pmatrix}$$

## خواص ضرب متریکس

**خاصیت1:** ضرب دو متریکس بصورت دارای خاصیت تبدیلی است. یعنی $AB=BA$

**خاصیت2:** ضرب متریکس ها دارای خاصیت اتحادی اند اگر $B,A$ و $C$ متریکس ها باشند، طوریکه حاصل ضرب مطلوب باشند. $(AB)C=A(BC)$

**خاصیت 3:** ضرب متریکس ها دارای خاصیت توزیعی برای ضرب بالای جمع می باشد، پس

1. $A(B+C)=AB+AC$
2. $(A+B)C=AC+BC$
3. $K(AB)=(KA)B=A(KB)$
4. $IA=AI=A$

## ترانسپوز متریکس

هرگاه سطر ها و ستون های یک ماتریکس مربعی را به یکدیگر تبدیل کنیم. درینصورت ماتریکس بدست آمده را ترانسپوز متریکس اولی می گویند.

**مثال:**

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 7 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 5 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

## خواص ترانسپو متریکس

**خاصیت اول:** ترانسپوز یک ماتریکس با خود آن متریکس مساوی است به:

$(A^T)^T=A \Rightarrow [(aij)^T]^T=(aji)^T=aij=A$ بنابر این $A=aij \Rightarrow (A)^T=(aji)$

**خاصیت دوم:** مجموعه حاصل جمع و حاصل تفریق دو ترانسپوز مساوی به حاصل جمع و حاصل تفریق ترانسپوز هر متریکس و یا بصورت عموم

$(A\pm B)^T=A^T\pm B^T$

$(A\pm B\pm C\pm ...)^T=A^T\pm B^T\pm C^T\pm ...$

**خاصیت سوم:** $(AB)^T=B^T\cdot A^T$

**خاصیت چهارم:** $(\alpha\cdot A)^T=\alpha A^T \quad \alpha\in IR$

**خاصیت پنجم:** $(-A)^T=-A^T$

## دیترمنانت

اگر یک ماتریکس $A$ به عدد حقیقی نسبت داده شود به نام دیترمنانت متریکس $A$ یاد می شود .

$$|A|=\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \qquad |B|=\begin{vmatrix} k & l \\ p & m \end{vmatrix}$$

امکان دارد که دیترمنانت $2\times 2$ و یا $3\times 3$باشد .

## حل دیترمنانت

برای حل دیترمنانت ها روش های مختلفی وجود دارد .

**الف : حل دیترمنانت** $(2\times2)$ : برای بدست آوردن دیترمنانت $(2\times2)$ حاصل ضرب قطر اصلی را منفی حاصل ضرب قطر فرعی میسازیم .

مثال : حاصل دیترمنانت داده شده ذیل را دریابید $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$

حل :

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$|A| = (2\times7) - (5\times3) \Rightarrow 14 - 15 = 1$$

**ب ) حل دیترمنانت** $(3\times3)$**:**برای حل دیترمنانت $(3\times3)$ از روش ساروس استفاده میکنیم •

مثال : حاصل دیترمنانت داده شده ذیل رابیابید ؟

$$|z| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \end{array}\right.$$

$$|z| = (1)(1)(2) + (2)(1)(1) + (-1)(3)(-1) - (-1)(1)(1) - (1)(1)(-1) - (2)(3)(2)$$

$$|z| = 2 + 2 + 3 + 1 + 1 - 12 = -3$$

## حل سیستم معادلات دومجهوله خطی به طریقه کرامر

با استفاده از رابطه ذیل می توانیم قیمت متحولین را از سیستم دومجهوله خطی دریافت کنیم.

$$|A| = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$|Ax| = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} \qquad x = \frac{|A_x|}{|A|} \ , \ y = \frac{|A_y|}{|A|}$$

$$|Ay| = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

**مثال:** سیستم معادلات $\begin{cases} x-3y=3 \\ 2x+y=2 \end{cases}$ را به قاعدهٔ کرامر(دیترمنانت) بدست آورید.

$$A=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=1-(-6)=1+6=7$$

$$x=\frac{|A_x|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{|A|}=\frac{3-(-6)}{7}=\frac{3+6}{7}=\frac{9}{7}$$

$$y=\frac{|A_y|}{|A|}=\frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{7}=\frac{2-6}{7}=-\frac{4}{7}$$

## معکوس ضربی متریکس (دو در دو)

معکوس ضربی متریکس های $2\times 2$ $A^{-1}=\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ متریکس مربعی $A=(aij)_{n\times n}$ را در نظر گرفته، اگر متریکس مربعی B وجود داشته باشد طوریکه $AB=BA=I_n$ درین صورت B را معکوس ضربی متریکس A گویند و آن را به شکل $A^{-1}$ نشان می دهیم یعنی

$$AA^{-1}=A^{-1}\cdot A=In$$

**مثال:** نشان دهید که $A=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}$ معکوس $B=\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ اند و بر عکس.

$$A\cdot B=\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} (-1)(-7)+3(-2) & (-1)(-3)+3(-1) \\ 2(-7)+(-7)(-2) & 2(-3)+(-7)(-1) \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 7-6 & 3-3 \\ -14+14 & -6+7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B=\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B\cdot A=\begin{pmatrix} -7 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7-6 & -21+21 \\ 2-2 & -6+7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

پس دیده می شود که $AB=BA=I$ شده. به این ترتیب می توانیم که A و B معکوس همدیگر اند.

## متوصله (الحاق) یک متریکس

برای دریافت متریکس متوصله یا الحاقی و جا های سطر و ستون قطر اصلی را تغییر داده و عناصر قطر فرعی را با تغییر علامه می نویسیم متریکس جدید که بدست می آید عبارت از متریکس الحاقی یا $\text{Adjoint} = \text{Adj}$ می نامند.

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Adj}\, A = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

در هر متریکس $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ که دیترمنانت آن خلاف صفر باشد $|A| \neq 0$ بناءً متریکس معکوس پذیر از روی فورمول زیر معکوس متریکس را $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ بدست می آوریم.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\ \text{Adj}A \quad |A| \neq 0$$

**مثال:** اگر $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ یک متریکس $2 \times 2$ باشد معکوس ضربی متریکس آن را بیابید.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = -18 + 10 = 8 \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\text{Adj}$$

$$A = \frac{1}{-8}\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{-8} & -\frac{2}{8} \\ \frac{-5}{-8} & \frac{-3}{8} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{5}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{5}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{9}{4} - \frac{5}{4} & \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \\ -\frac{15}{4} + \frac{15}{4} & -\frac{5}{4} + \frac{9}{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 1$$

## حل سیستم معادلات خطی دومجهوله با استفاده از معکوس ماتریکس

$$x = A^{-1} \cdot B$$

سیستم معادلات دو مجهوله $\begin{cases} a_1x + b_1 = c_1 \\ a_2x + b_2 = c_2 \end{cases}$ را در نظر گرفته:

- ❖ متریکس ضرایب، مجهول ها و متریکس حدود ثابت را بنویسید.
- ❖ هر متریکس را به شکل معادله بنویسید
- ❖ اطراف معادلۀ به دست آمده را ضرب معکوس متریکس ضرایب نمایید

از فعالیت فوق نتیجه زیرا می توان بیان کرد.

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & b_{11} \\ a_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \quad , \quad x=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$$

$A$ متریکس ضرایب سمت چپ متریکس ستونی ضرایب ثابت سمت راست و $x$ متریکس اعداد مجهول باشند، با در نظر داشت $A^{-1}$ سیستم طور حل می گردد.

مثال: سیستم معادلات دو مجهوله $\begin{cases} x+2y=5 \\ x+3y=7 \end{cases}$ را با استفاده از معکوس متریکس حل نمایید.

$$AX=B \Rightarrow A^{-1}\cdot AX=(A^{-1}\cdot A)X=IX=X$$

$$X=A^{-1}\cdot B$$

جاهای قطر اصلی را تغییر و علامهٔ عناصر قطر فرعی را تغییر می دهیم.

چون $|A|\neq 0$ صفر است پس معکوس متریکس داده شده و جود دارد، پس:

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}=3-2=1\neq 0$$

$$\text{Adj } A=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow A^{-1}-\frac{1}{1}\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**مثال:** به کدام قیمت $x$ و $y$ معادلات زیر هم زمان صدق می کند.

$$2x-3y=4$$
$$4x-6y=1$$

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \; B=\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \; X=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

**حل:** سیستم مذکور را در شکل متریکس های می نویسیم:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}\Rightarrow x=A^{-1}B$$

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 4 & -6 \end{vmatrix}=-12-(-12)=-12+12=0$$

چون دیترمنانت متریکس مربوط مساوی به صفر است پس متریکس $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$ معکوس ندارد، سیستم معادلات حل ندارد.

## 4 حل سیستم معادلات سه مجهوله درجه اول از طریق کرامر

دیترمنانت سه مجهوله یک ماتریکس $3\times3$ ایجاد می شود برای حل این ماتریکس و دریافت دیترمنانت آن دو ستون اول را از ماتریکس خارج می کنیم درینصورت سه قطر اصلی وسه قطر فرعی ایجاد می شود. مجموعه قطر های اصلی منفی مجموعه قطر های فرعی جواب دیترمنانت ماتریکس است هرگاه قیمت دیترمنانت صفر گردد سیستم حل ندارد.

برای حل سوالات از روابط ذیل استفاده می کنیم

$$A=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}\qquad A_x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1\\ d_2 & b_2 & c_2\\ d_3 & b_3 & c_3\end{vmatrix}\quad A_y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1\\ a_2 & d_2 & c_2\\ a_3 & d_3 & c_3\end{vmatrix}\quad A_z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1\\ a_2 & b_2 & d_2\\ a_3 & b_3 & d_3\end{vmatrix}$$

$A_y$ و $A_x$ و $A_z$ را می یابیم سپس قیمت های $y, x$ و $z$ را از روابط ذیل بدست می آوریم

$$x=\frac{A_x}{A}\ y=\frac{A_y}{A}\quad Z=\frac{A_z}{A}$$

**مثال اول:** می خواهیم که سیستم معادلات ذیل را توسط طریقهٔ دیترمینانت حل نماییم.

$$x+2y-z=3\ldots\ldots\ldots\ldots I$$
$$3x+y+z=4\ldots\ldots\ldots\ldots II$$
$$x-y+2z=6\ldots\ldots\ldots\ldots III$$

**حل:** برای به دست آوردن قیمت های $y,x$ و $z$ دیترمینانت های $\Delta$ $A_y,A_x$ و $A_z$ را تشکیل می دهیم و قیمت های آن را به دست می آوریم.

1. دیترمنانت $\Delta$ را تشکیل و قیمت آن را محاسبه می نماییم.

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1\\ 3 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 2\end{vmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1\\ 3 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 2\end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2\\ 3 & 1\\ 1 & -1\end{matrix}$$

$$\Delta=(1)(1)(2)+(2)(1)(1)+(-1)(3)(-1)-(-1)(1)(1)-(1)(1)(-1)-(2)(3)(2)$$
$$\Delta=2+2+3+1+1-12=-3$$

2. دیترمنانت $A_x$ را تشکیل می دهیم و قیمت آنرا به دست می آوریم.

$$A_x=\begin{vmatrix} -3 & 2 & -1\\ 4 & 1 & 1\\ 6 & -1 & 2\end{vmatrix}\Rightarrow\begin{vmatrix} -3 & 2 & -1\\ 4 & 1 & 1\\ 6 & -1 & 2\end{vmatrix}\begin{matrix} -3 & 2\\ 4 & 1\\ 6 & -1\end{matrix}$$

$$A_x=(-3)(1)(2)+(2)(1)(6)+(-1)(4)(-1)-(-1)(1)(6)-(-3)(1)(-1)-(2)(4)(2)$$
$$A_x=-6+12+4+6-3-16=-3$$
$$A_x=-3$$

دیترمینانت $A_y$ را تشکیل می دهیم و قیمت آن را به دست می آوریم.

$$A_y=\begin{vmatrix}1 & -3 & -1\\ 3 & 4 & 1\\ 1 & 6 & 2\end{vmatrix}\Rightarrow \left|\begin{array}{ccc|cc}1 & -3 & -1 & 1 & -3\\ 3 & 4 & 1 & 3 & 4\\ 1 & 6 & 2 & 1 & 6\end{array}\right.$$

**مثال:** سیستم معادلات ذیل را به طریقه دیترمنانت حل نمایید.

$$\begin{cases}x+2y-z=-3 \text{ .........I}\\ 3x+y+z=4 \text{ ...........II}\\ x-y+2z=6 \text{ ...........III}\end{cases}$$

الاً دیترمنانت ضرایب $x$ ها، $y$ ها و $z$ ها را ترتیب نموده آنرا $A$ می نامیم.

$$A=\left|\begin{array}{ccc|cc}1 & 2 & -1 & 1 & 2\\ 3 & 1 & 1 & 3 & 1\\ 1 & -1 & 2 & 1 & -1\end{array}\right.=2+2+3-(-1)-(-1)-12=-3$$

دیترمنانت $A_x$ ترتیب نموده قیمت آنرا بدست می آوریم.

$$A_x=\left|\begin{array}{ccc|cc}-3 & 2 & -1 & -3 & 2\\ 4 & 1 & 1 & 4 & 1\\ 6 & -1 & 2 & 6 & -1\end{array}\right.=-6+12+4-(-6)-3-16=-3$$

دیترمنانت $A_y$ ترتیب نموده قیمت آنرا بدست می آوریم.

$$A_y=\left|\begin{array}{ccc|cc}1 & -3 & -1 & 1 & -3\\ 3 & 4 & 1 & 3 & 4\\ 1 & 6 & 2 & 1 & 6\end{array}\right.=8-3-18-(-4)-6-(-18)=3$$

استاد صمیم

دیترمنانت $A_z$ ترتیب نموده قیمت آنرا بدست می آوریم.

$$A_z=\begin{vmatrix}1&2&-3\\3&1&4\\1&-1&6\end{vmatrix}\begin{matrix}1&2\\3&1\\1&-1\end{matrix}=6+8+9-(-3)-(-4)-36=-6$$

اکنون با در نظر داشت قیمت های $A, A_x, A_y, A_z$ قیمت های $y, x$ و $z$ را بدست می آوریم.

$$x=\frac{A_x}{A}=\frac{-3}{-3}=1\ ,\ y=\frac{A_y}{A}=\frac{3}{-3}=-1\ ,\ z=\frac{A_z}{A}=\frac{-6}{-3}=2$$

**مثال:** حل سیستم معادلات را به قاعدهٔ( کرامر) بدست آورید.

$$\begin{cases}3x-2y+2z=-4\\x+3y+z=5\\2x+2y-z=11\end{cases}$$

**حل:** چون $|A|\neq 0$ است پس سیستم معادلات حل دارد.

$$|A|=\begin{vmatrix}3&-2&2\\1&3&1\\2&2&-1\end{vmatrix}\begin{matrix}3&-2\\1&3\\2&2\end{matrix}\begin{matrix}=-9-4+4-12-6-2\\=-21-8=-29\neq 0\end{matrix}$$

$$|A_x|=\begin{vmatrix}-4&-2&2\\5&3&1\\11&2&-1\end{vmatrix}\begin{matrix}-4&-2\\5&3\\11&2\end{matrix}\begin{matrix}=12-22+20-(66-8+10)\\=10-68=-58\end{matrix}$$

$$X=\frac{|A_x|}{A}=\frac{-58}{-29}=2$$

$$|A_y|=\begin{vmatrix}3&4&2\\1&5&1\\2&11&-1\end{vmatrix}\begin{matrix}3&-4\\1&3\\2&11\end{matrix}\begin{matrix}=-15-8+22-(20+33+4)\\=-23+22-57=-58\end{matrix}$$

$$y=\frac{|A_x|}{A}=\frac{-58}{-29}=2$$

$$|A_z|=\begin{vmatrix}3&-2&-4\\1&3&5\\2&2&11\end{vmatrix}\begin{matrix}3&-2\\1&3\\2&2\end{matrix}=99-20-8-(-24+30-22)$$

$$=71+16=87$$

$$z=\frac{|A_z|}{A}=\frac{87}{-29}=-3$$

استاد صمیم

**امتحان:** قیمت های بدست آمدهٔ $x$ ، $y$ و $z$ را در سیستم اصلی معادلات وضع می کنیم.

$$\begin{cases}3x-2y+2z=-4\\x+3y+z=5\\2x+2y-z=11\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3(2)-2(2)+2(-3)=-4\\2+3(2)+(-3)=5\\2(2)+2(2)-(-3)=11\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}6-4-6=-4\\2+6-3=5\\4+4+3=11\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-4=-4\\5=5\\11=11\end{cases}$$

**مثال:** حد اقل سیستم ذیل را حل نمایید $\begin{cases}2x-3y+t=-1\\5x-2y+4t=13\\3x-6y+2t=-3\end{cases}$

$$\begin{matrix}2x-3y+t=-1\\5x-2y+4t=13\\3x-6y+2t=-3\end{matrix}\Rightarrow\left|\begin{matrix}2&-3&1\\5&-2&4\\3&-6&2\end{matrix}\right|\begin{matrix}2&-3\\5&-2\\3&-6\end{matrix}$$

مجموعه قطر اصلی $=(-8)+(-36)+(-30)=-74$

مجموعه قطر فرعی $=(-30)+(-48)+(-6)=-84$

$$A=-74-(-84)=-74+84\Rightarrow A=10$$

$$A_x=\left|\begin{matrix}-1&-3&1\\13&-3&4\\-3&-6&2\end{matrix}\right|\begin{matrix}-1&-3\\13&-2\\-3&-6\end{matrix}$$

مجموعه قطر اصلی $=(4)+(36)+(-78)=-38$

مجموعه قطر فرعی $=(-78)+(24)+(6)=-48$

$$A_x=-38-(-48)=-38+48\Rightarrow[Dx=10]$$

$$A_y=\left|\begin{matrix}2&-1&1\\5&13&4\\3&-3&2\end{matrix}\right|\begin{matrix}2&-1\\5&13\\3&-3\end{matrix}$$

مجموعه قطر اصلی $= (52)+(-12)+(-15)=25$

مجموعه قطر فرعی $= (-10)+(-24)+(39)=5$

$$A_y = 25-5 \Rightarrow y=10$$

$$A_t = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 5 & -2 & 13 \\ 3 & -6 & -3 \end{vmatrix}\begin{matrix} 2 & -3 \\ 5 & -2 \\ 3 & -6 \end{matrix}$$

مجموعه قطر اصلی $= (12)+(-117)+(30)=-75$

مجموعه قطر فرعی $= (45)+(-156)+(6)$

$$A_t = -75-(-105) = -75+105 = A_t = 30$$

$$A_x = \frac{Ax}{A} = \frac{10}{10} = [x=1]$$

$$A_y = \frac{Ay}{a} = \frac{20}{10} = [y=2]$$

$$A_z = \frac{At}{A} = \frac{30}{10} = [t=3]$$

## حل سیستم معادلات خطی دومجهوله به طریقه گوس

برای حل سیستم معادلا ت به طریقه گوس( Gouse )متریکس ضرایب و مقادیر ثابت را نوشته و به ترتیب طی چند مرحله به انجام دادن عملیه ضرب، جمع یا تفریق تقسیم و یا تغییر دادن جاهای سطر با یکدیگر یک مجهول را حذف نموده مجهول دیگر را بدست می آوریم و قیمت آن را دریکی از روابط اولی گذاشته و قیمت مجهول دومی بدست می آید.

**مثال:** $\begin{cases} x+2y=5 \\ x+3y=7 \end{cases}$

**حل:** متریکس ضرایب را می نویسیم. از سطر اول سطر دوم را کم می کنیم و در سطردوم می نویسیم.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & : & 5 \\ 1 & 3 & : & 7 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_1 - R_2 \to R_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \cdot (-1) \to R_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & : & 5 \\ 0 & 1 & : & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow y=2$$

برای دریافت قیمت $x$ قیمت $y$ را در معادله اول قرار می دهیم:

$$x+2y=5$$
$$x+2(2)=5 \Rightarrow x=5-4$$
$$x=1$$

استاد صمیم

**مثال:** سیستم $\begin{cases} 2x+3y-7=1 \\ 2y+27=-2 \end{cases}$ را به طریق *Gouse* حل کنید.

$$\begin{cases} 2x+3y-7=1 \Rightarrow 2x+3y=8 \\ 2y+27=-2 \Rightarrow 2y=-29 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & : & 8 \\ 0 & 2 & : & -29 \end{pmatrix} \qquad 2y=-29 \Rightarrow y=-\frac{29}{2}$$

$$2x+3\left(-\frac{29}{2}\right)=8 \Rightarrow 2x=8+\frac{87}{2}=\frac{16+87}{2}=\frac{103}{2} \Rightarrow x=\frac{103}{4}$$

## تمرین

سیستم دو معادله و دو مجهول را به طریقه Gouse حل کنید.

$$\begin{cases} x+2y=-3 \\ 2x-y=4 \end{cases}$$

سیستم معادلات زیر را به روش Gouse حل کنید.

$$a) \begin{cases} 3x-y=-5 \\ x+3y=5 \end{cases}$$

## حل سیستم معادلات سه مجهوله درجه اول به طریق گوس

**مثال:** سیستم معادلات سه مجهوله را به طریق گوس Gouse حل کنید.

$$\begin{cases} 2x+3y-z=5 \\ 3x+y+2z=11 \\ 4x-2y+z=3 \end{cases}$$

**حل:** ابتدا متریکس ضرایب و مقادیر ثابت را می نویسیم.

$$\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

در مرحلهٔ اول سطر اول را ضرب $3-$نموده با دوچند سطر دوم جمع نموده در سطر دوم می نویسیم.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 11 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow{-3R_1+2R_2 \to R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & 7 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & 7 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-2R_1 + R_3 \to R_3} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & 7 \\ 0 & -8 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

در مرحلهٔ سوم ضرایب $y$ را از سطر حذف می کنیم طوریکه $-8R_2$ را با $7R_3$ جمع نموده در سطر دوم می نویسیم.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & 7 \\ 0 & -8 & 3 & -7 \end{pmatrix} \xrightarrow{-8R_2 + 7R_3 \to R_2} \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & -7 & 7 & 7 \\ 0 & 0 & -35 & -105 \end{pmatrix}$$

از سطر سوم می توانیم قیمت $z$ را به دست آورد.

$$-35z = -105z \Rightarrow z = \frac{105}{35} \quad , \ z = 3$$

قیمت $z$ را در سطر دوم قرار داده قیمت $y$ را به دست آورد.

$$-7y + 7z = 7 \Rightarrow -7y + 7 \cdot 3 = 7 \Rightarrow = 7 - 21$$

$$-7y = -14 \Rightarrow y \frac{-14}{-7} \ , \ y = 2$$

قیمت $y$ و $z$ در یکی از معادلات قرار داده قیمت $x$ را به دست می آوریم.

$$2x + 3(2) - 3 = 5$$
$$2x + 6 - 3 - 5 = 0$$
$$2x - 2 = 0$$
$$x = 1$$

## تمرین (صفحه 242.11

سیستم معادلات زیر را به روش گوس حل کنید .

$$\begin{cases} 2x + 4y - 10z = -2 \\ 3x + 9y - 21z = 0 \\ x + 5y - 12z = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ x + 2y = 3 \\ -3y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 0 \\ 3x + 2y - 5z = 0 \\ 5x - 4y - 2z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x + y + z = 6 \\ x - 2y + 2z = 10 \\ 3x - y - z = 4 \end{cases}$$

استاد صمیم

# ریاضی سوالات ماتــریکــس یازدهم

**مجموعه سوالات کانکوری خارج از کشور**

1- اگر $A=\begin{bmatrix}3&2\\5&4\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}4&-6\\3&-5\end{bmatrix}$ باشند، ماتریکس $A^{-1}.(2B)$، کدام است؟

1) $\begin{bmatrix}5&-7\\-11&15\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}8&-15\\-7&11\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}10&-7\\-9&13\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}10&-14\\-11&15\end{bmatrix}$

2- اگر $A=\begin{bmatrix}7&3\\-4&-2\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}2&3\\1&4\end{bmatrix}$ باشند، ماتریکس $B.(2A^{-1})$، کدام است؟

1) $\begin{bmatrix}-8&-15\\-14&-25\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}8&-15\\14&-25\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}-7&-12\\-9&10\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}-8&15\\14&-25\end{bmatrix}$

3- اگر $A=\begin{bmatrix}2&4\\1&3\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}2&0\\-3&1\end{bmatrix}$ باشند، معکوس ماتریکس $A\times B$، کدام است؟

1) $\frac{1}{4}\begin{bmatrix}3&-4\\7&-8\end{bmatrix}$ 2) $\frac{1}{4}\begin{bmatrix}8&7\\-4&-3\end{bmatrix}$ 3) $\frac{1}{4}\begin{bmatrix}3&4\\-7&-8\end{bmatrix}$ 4) $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-9&-8\\5&4\end{bmatrix}$

4- اگر $A=\begin{bmatrix}a&-3\\5&a+2\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}-1&3\\-2&1\end{bmatrix}$ باشند، به ازای کدام مقدار a ماتریکس $A\times 2B$، معکوس پذیر نیست ؟

1) $-7,5$ 2) $-5,7$ 3) $-7,4$ 4) $-3,5$

5- اگر $A=\begin{bmatrix}12&-8\\10&5\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}10&-6\\7&3\end{bmatrix}$ باشند، ماتریکس $(A-B)^{-1}$، کدام است؟

1) $\begin{bmatrix}-0/2&0/1\\0/3&0/2\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}0/3&-0/2\\0/2&0/4\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}-7&-12\\-9&10\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}0/2&0/2\\-0/3&0/2\end{bmatrix}$

6- اگر $A=\begin{bmatrix}2&1\\3&2\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}3&-2\\-5&4\end{bmatrix}$ باشند، ماتریکس $B.(2A^{-1})$، کدام است؟

1) $\begin{bmatrix}1&0\\0/5&0/5\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}1&0\\0/5&1\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}0/5&0\\-0/5&1\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}0/5&0/5\\1&0\end{bmatrix}$

7- متریکس $A=\begin{bmatrix}2&3\\4&7\end{bmatrix}$ مفروض است. اگر $A\times B$ ماتریکس واحد باشد، مجموع درایه های سطر ماتریکس $B$ ، کدام است ؟

1) $1$ 2) $1/5$ 3) $2$ 4) $2/5$

8- دو ماتریکس $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}3 & -4\\ -2 & 1\end{bmatrix}$ مفروض اند. درایه واقع در سطر اول و ستون اول معکوس ماتریکس $B\times A$ کدام است؟

1) $-0/9$ 2) $-0/1$ 3) $0/1$ 4) هیچکدام

9- اگر $X+\begin{bmatrix}3 & 4\\ 5 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ باشد، معکوس ماتریکس $X$ ، کدام است؟

1) $\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}3 & 2\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}1 & -2\\ 2 & -3\end{bmatrix}$

10- اگر $A=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 1 & 1\end{bmatrix}$ ، ماتریکس $B$ از معادله $AB=2I$ کدام است ؟

1) $\begin{bmatrix}-1 & 4\\ 1 & -2\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}1 & -4\\ -1 & 2\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 4 & -1\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}2 & -1\\ -4 & 1\end{bmatrix}$

11- اگر $A=\begin{bmatrix}\log 5 & \log 2\\ \log 2 & \log 5\end{bmatrix}$ ، آنگاه کدام است؟ ( $|\,|$ علامت دیترمینانت است)

1) $2\log 1/25$ 2) $[\log 2/5]$ 3) $\log 3$ 4) $\log 6/25$

12- به ازای کدام مجموعهٔ مقادیر $a$ ، معادله ماتریکسی $\begin{bmatrix}a+1 & 2\\ -1 & a-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a\\ 1\end{bmatrix}$ ، جواب دارد؟

1) $\{-1,1\}$ 2) $R-\{0,1\}$ 3) $\phi$ 4) $R$

13- به کدام مقدار $m$، معادله ماتریکسی $\begin{bmatrix}m & 2\\ 3 & m+5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}m+2\\ 2\end{bmatrix}$ جواب ندارد؟

1) $-6$ 2) $-3$ 3) $1$ 4) $2$

14- از رابطهٔ ماتریکس $\begin{bmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}.A.\begin{bmatrix}-3 & 2\\ 5 & -3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ ، سطر اول ماتریکس $A$ ، کدام است ؟

1) $[21\quad 17]$ 2) $[21\quad 19]$ 3) $[31\quad 17]$ 4) $[31\quad 19]$

15- دستگاه معادلات $\frac{3x-y}{3}=\frac{5x+y}{1}=\frac{7x-3y}{5}$ ، چند دسته جواب دارد؟

1) یک 2) دو 3) فاقد جواب 4) بی شمار

16- اگر $A=\begin{bmatrix}-2 & 3\\ -4 & 5\end{bmatrix}$ ، دیترمینانت ماتریکس $A^2+A$ . کدام است؟

1) 6 2) 8 3) 10 4) 12

17- اگر $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 4 & -5\end{bmatrix}$ ، دیترمینانت ماتریکس $(2A)(3A^{-1})$ کدام است؟

1) 6 2) 8 3) 18 4) 36

18- اگر $A=\begin{bmatrix}1 & -\sqrt{3}\\ \sqrt{3} & 1\end{bmatrix}$ ، ماتریکس $(\frac{1}{2}A)^3$ کدام است؟

1) $I_2$ 2) $2I_2$ 3) $-2I_2$ 4) $-I2$

19- اگر $A=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\end{bmatrix}$ ، دیترمینانت ماتریکس $A^{-1}$ کدام است؟

1) $\frac{1}{2}$ 2) $1$ 3) $2$ 4) $4$

20- اگر $A=\begin{bmatrix}-3 & -1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ ، از رابطه $AX=2I$ ، ماتریکس $x$ کدام است ؟

1) $\begin{bmatrix}-3 & -1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}3 & 1\\ 4 & -2\end{bmatrix}$ 3) $2\begin{bmatrix}-3 & -1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ 4) $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-3 & -1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$

21- در دستگاه معادلات $\begin{cases}ax+by=f\\ cx=dy=1\end{cases}$ ، معکوس ماتریکس مجهول به صورت $\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 2 & -1\end{bmatrix}$ است. اگر $x=1$ ، مقدار $y$ کدام است؟

1) $-3$ 2) $-2$ 3) $2$ 4) $3$

22- چند مقدار مورد قبول $X$ ، حاصل دترمینانت $\begin{vmatrix}\log(6x-1) & \log(1-x)\\ \log(1-x) & \log(6x-1)\end{vmatrix}$ را صفر می کند؟

1) $0$ 2) $1$ 3) $2$ 4) $3$

23- اگر ماتریکس $A=\begin{bmatrix}-2 & 5\\ -1 & 3\end{bmatrix}$ ، آنگاه $A^2-A$ کدام است؟

1) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

24- در دستگاه معادلات $\begin{cases}ax-2by=5\\ bx+3y=12\end{cases}$ ، اگر دترمینانت ضرایب مجهولات برابر 26 باشد ، مقدار $x$ کدام است؟

1) $-\frac{17}{13}$ 2) $\frac{15}{13}$ 3) $\frac{3}{2}$ 4) $2$

25- اگر $A=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 3 & -1\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 5\end{bmatrix}$ ماتریکس $2(AB)^{-1}$ کدام است ؟

1) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}1 & -4\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}1 & 4\\ 0 & -2\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}1 & -4\\ 2 & 0\end{bmatrix}$

26- در دستگاه معادلات $\begin{cases}ax-3y=7\\ bx+4y=2\end{cases}$ ، اگر دترمینانت ضرایب مجهولات برابر 17 باشد ، مقدار $x$ کدام است؟

1) $1$ 2) $-1$ 3) $2$ 4) $-2$

27- اگر ماتریکس $A=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 5 & 4\end{bmatrix}$ و $A^2=\alpha A+\beta I_2$ ، دوتایی $(\alpha,\beta)$ کدام است؟

1) $(11,2)$ 2) $(2,13)$ 3) $(4,11)$ 4) $(4,13)$

28- اگر $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های سطر اول ماتریکس $A^2$ کدام است ؟

1) $-2$ 2) $-1$ 3) $1$ 4) $3$

29- اگر $A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 3 & -2\end{bmatrix}$ باشد، ماتریکس $A^7-A^4$ کدام است ؟

1) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 3 & 1\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}1 & -1\\ 3 & -3\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & -3\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}1 & 2\\ -2 & -3\end{bmatrix}$

30- اگر $\log(3x-2)=\begin{vmatrix}\log 5 & \log 2\\ \log 2 & \log 5\end{vmatrix}$ باشد، مقدار $x$ کدام است؟

1) $1$ 2) $\frac{5}{4}$ 3) $\frac{4}{3}$ 4) $\frac{3}{2}$

31- در دستگاه معادلات $\begin{cases}ax+by=2\\ cx+dy=-1\end{cases}$ معکوس ماتریکس ضرایب مجهولات به صورت $\begin{bmatrix}0 & -1\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ است ، $x+y$ کدام است؟

1) $-4$ 2) $-2$ 3) $2$ 4) $4$

32- اگر جواب $x$ از دستگاه معادلات $\begin{cases}ax-y=1\\ bx+2y=3\end{cases}$ برابر $2/5$ باشد، مقدار $2a+b$ کدام است؟

1) $-2$ 2) $-1$ 3) $1$ 4) $2$

33- اگر $\alpha(2,3)+\beta(-1,4)=(5,2)$ ، آنگاه $\beta$ کدام است ؟

1) $-2$ 2) $-1$ 3) $1$ 4) $2$

34- اگر $A^{-1}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -7 & 6\end{bmatrix}$ ، دیترمینانت ماتریکس $A$ کدام است؟

1) $\frac{1}{33}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $1$ 4) $33$

35- اگر $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-2 & -4\\ 6 & 14\end{bmatrix}\times A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ ، ماتریکس $A$ کدام است

1) $\begin{bmatrix}3 & 2\\ 7 & -1\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}7 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}7 & 2\\ 3 & -1\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}-7 & -2\\ 3 & 1\end{bmatrix}$

36- اگر ماتریکس $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ باشد، آنگاه ماتریکس $A^7$ ، کدام است ؟

1) $\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

## مجموعه سوالات مکتب صنف یازدهم

### تمرین 1

1. مرتبه متریکس های زیر را بنویسید.

$$A=\begin{pmatrix}1&2&4\\2&5&6\\3&6&0\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1&3&2\\-1&0&4\end{pmatrix}$$

2. متریکس های زیر را به شکل جدول مستطیلی بنویسید.

$a)\ (2i+3j)_{3\times3} \qquad b)\ \left(\dfrac{i}{j}\right)_{3\times3}$

### تمرین 2

1. متریکس های زیر را در نظر گرفته مرتبه و نام های مربوط آنرا مشخص کنید؟

$a)\ A=\begin{pmatrix}3&4&-5\\1&-2&3\\0&1&0\end{pmatrix} \qquad b)\ B=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} \qquad c)\ C=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

$d)\ D=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{pmatrix} \qquad e)\ E=\begin{pmatrix}5&-6&7&8\end{pmatrix} \qquad f)\ F=\begin{pmatrix}1&2\end{pmatrix}$

$g)\ G=\begin{pmatrix}3\\2\\-1\\0\end{pmatrix} \qquad h)\ H=\begin{pmatrix}3&-1\\-1&0\end{pmatrix}$

### تمرین 3

1. در صورت امکان متریکس های زیر را جمع و تفریق نمایید.

$a)\ A=\begin{pmatrix}1&2&3\\4&-1&0\end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix}3&-1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}$

$b)\ A=\begin{pmatrix}2&2\\-1&-1\end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix}2&2\\1&-1\end{pmatrix} \quad , \quad \begin{pmatrix}1&1\\2&0\\-1&3\end{pmatrix} \quad , \quad B=\begin{pmatrix}1&3&4\\-1&0&1\end{pmatrix}$

**4 تـمرین**

1. اگر $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ , $B=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ , $\alpha=2$ و $\beta=1$ داده شده باشند 3 خواص ضرب متریکس در سکالر را نشان دهید؟

2. اگر $\begin{pmatrix}5 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=$ و $k=$ باشد $KA$ و $\frac{1}{k}A$ را دریافت کنید؟

**5 تـمرین**

1. حاصل ضرب متریکس های زیر را بدست آورید.

$a)\ \begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=?$ $\qquad b)\ \begin{pmatrix}-2 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\ 4\end{pmatrix}=?$

$c)\ \begin{pmatrix}3 & -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-2\\ 1\\ 1\end{pmatrix}$ $\qquad d)\ \begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\ 2\end{pmatrix}$

**6 تـمرین**

1. متریکس های $A$ و $B$ را در نظر گرفته متریکس های ترانسپوز آن را دریافت کنید.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 5\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}_{3\times3} \quad , \quad B=\begin{pmatrix}0 & 4 & -2\\ 4 & 5 & 3\\ -2 & 3 & 0\end{pmatrix}_{3\times3}$$

2. در متریکس های فوق برای عدد حقیقی 3، صحت 4 خاصیت فوق را نشان دهید.

**7 تـمرین**

1. مقدار دیترمنانت های زیر را به شکل مختصر محاسبه کنید.

$a)\ \begin{vmatrix}1 & 0\\ 2 & 4\end{vmatrix}$ $\qquad b)\ \begin{vmatrix}5 & -2\\ 3 & 7\end{vmatrix}$

$c)\ \begin{vmatrix}-1 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 3\\ 1 & 5 & 6\end{vmatrix}$ $\qquad d)\ \begin{vmatrix}0 & 4 & 2\\ -5 & 1 & 3\\ 2 & 1 & 5\end{vmatrix}$

2. مقدار دیترمنانت های زیر را به طریق ساروس محاسبه کنید.

$$a)\ \begin{vmatrix} 3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 0 \\ -4 & 1 & 7 \end{vmatrix} \qquad b)\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

## تمرین 8

1. به کمک خواص دیترمینانت قیمت دیترمینانت های زیر را به بدست آورید.

$$a)\ \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} \qquad b)\ \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 7 & 9 & 11 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad c)\ \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

## تمرین 9

1. کدام یک از متریکس های زیر دارای معکوس اند.

$$a)\ A=\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -10 & -2 \end{pmatrix} \qquad b)\ B=\begin{pmatrix} 5 & 19 \\ 4 & 15 \end{pmatrix}$$

2. معکوس ضربی متریکس های زیر را بدست آورده امتحان کنید.

$$1)\ A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad 2)\ B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad 3)\ C=\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

## تمرین 10

1. سیستم معادلات زیر را در نظر گرفته با استفاده از معـکوس متریکس ها مجهول ها را به دست آورده و امتحان کنید.

$$a)\ \begin{cases} 2x-y=1 \\ 5x-2y=2 \end{cases}$$

$$b)\ \begin{cases} 3p-5q=7 \\ 2p-4q=6 \end{cases}$$

$$c)\ \begin{cases} a+b=11 \\ 4a-b=9 \end{cases}$$

## تمرین 11

1. حل سیستم معادلات زیر را در صورت امکان دریافت کنید.

$$a)\ \begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y-z=2 \\ 2x+y-2z=1 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x+y-az=0 \\ ax+2y-z=0 \\ 2x+ay+2z=0 \end{cases}$$

1. سیستم معادلات زیر را به روش $Gouse$ حل کنید.

$a)\ \begin{cases} 3x-y=-5 \\ x+3y=5 \end{cases}$ $\quad b)\ \begin{cases} 2x+4y-10z=-2 \\ 3x+9y-21z=0 \\ x+5y-12z=1 \end{cases}$ $\quad c)\ \begin{cases} 2x+2y=2 \\ x+2y=3 \\ -3y=-6 \end{cases}$

# تمرین فصل ششم

به سوالات زیر را چهار جواب داده جواب درست را دریافت و دور آن را حلقه نمایید.

1- اگر $|A|=3$ باشد آنگاه $|A|^{-1}$ کدام است؟

$a)\ \frac{1}{3}$ $\quad b)\ 9$ $\quad c)\ \frac{1}{9}$ $\quad d)\ 3$

2- اگر متریکس $\begin{pmatrix} 2m-3 & -1 \\ 1 & m \end{pmatrix}$ معکوس پذیر باشد آنگاه $m$ کدام است؟

$a)\ m=1,\frac{1}{2}$ $\quad b)\ m\neq 1$ $\quad c)\ m=0$ $\quad d)\ m\neq 1,\frac{1}{2}$

3- اگر $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ باشد آنـگاه متریکس $x$ که رابطه $Ax=A^{-1}$ را صدق کند. کدام است ؟

$a)\ \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 25 & 14 \end{pmatrix}$ $\quad b)\ \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ -25 & 14 \end{pmatrix}$

$c)\ \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ -25 & -16 \end{pmatrix}$ $\quad d)\ \begin{pmatrix} -9 & 5 \\ -25 & -12 \end{pmatrix}$

4- تغیر یافتهٔ خط $y=2x$ تحت متریکس $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ کـدام است؟

a - محور $y$ ها $\quad$ b - محور $x$ ها $\quad$ c - $y+2x=0$ $\quad$ d - $y=0$

5- در دیترمینانت $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix}$ قیمت $x$ کدام است؟

$a)\ x=1,2$ $\quad b)\ x=3,1$ $\quad c)\ x=\frac{1}{2},3$ $\quad d)\ x=3,2$

## سوالات کانکور 96–95–94

.1 اگر $B=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$ باشد، پس $|B|$ مساوی است به:

1) $-2$ 2) $1$ 3) $-1$ 4) $2$

.2 $B(ij)_{1\times5}$ چه گونه متریکس است:

1) صفری 2) مربعی 3) سطری 4) ستروني

.3 اگر $A=\begin{bmatrix}0&0&5\end{bmatrix}$ و $k=\frac{1}{5}$ پس $k\cdot A$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix}0&0&5\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}0&0&25\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}0&0&1\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}\frac{1}{5}&\frac{1}{5}&25\end{bmatrix}$

.4 $(-A)^T$ مساوی است به:

1) $-A^T$ 2) $2A$ 3) $\frac{1}{2}A$ 4) $-A$

.5 اگر $A=\begin{bmatrix}3\\-1\\4\end{bmatrix}$ باشد پس $A^T$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix}26&10\\29&9\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}29&9\\26&10\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}26&19\\10&9\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}9&19\\10&9\end{bmatrix}$

.6 اگر $A=\begin{bmatrix}3&2\\4&5\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}2&5\\2&1\end{bmatrix}$ باشد، پس $[B\cdot A]^T$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix}26&10\\29&9\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}29&9\\26&10\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}26&19\\10&9\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}9&19\\10&9\end{bmatrix}$

.7 اگر $A=\begin{pmatrix}3&5\\7&1\end{pmatrix}$ باشد، پس $|A|$ مساوی است به:

1) $32$ 2) $-30$ 3) $-32$ 4) $30$

.8 $\left((3A)^T\right)^T=\begin{pmatrix}7&5\\1&8\end{pmatrix}$ باشند، پس متریکس $A$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}7&5\\1&8\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}7&1\\5&8\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}\frac{7}{3}&\frac{1}{3}\\\frac{5}{3}&\frac{8}{3}\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}\frac{7}{3}&\frac{5}{3}\\\frac{1}{3}&\frac{8}{3}\end{pmatrix}$

.9 اگر $f(x)=(\log x)+2$ باشد، پس $f(100)+f(1000)$ مساوی است به:

1) $12$ 2) $5$ 3) $10$ 4) $9$

10.اگر مرتبه یک متریکس $9\times 8$ باشد پس تعداد سطر های آن عبارت است از:

1) 8    2) 9    3) 72    4) 17

11. $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 4 & 5\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}2 & 5\\ 2 & 1\end{bmatrix}$ باشد، پس $[B\cdot A]^T$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix}26 & 10\\ 29 & 9\end{bmatrix}$    2) $\begin{bmatrix}29 & 9\\ 26 & 10\end{bmatrix}$    3) هیچکدام    4) $\begin{bmatrix}29 & 19\\ 26 & 10\end{bmatrix}$

12.اگر $C=\begin{pmatrix}8 & 1\\ 16 & 2\end{pmatrix}$ باشد، پس $|C|$ مساوی است به:

1) 8    2) $-8$    3) 0    4) 16

13.اگر $A=\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 8 & 4\end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 3 & 8\end{pmatrix}$ باشد، $B-A$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 8 & 4\end{pmatrix}$    2) $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 6\end{pmatrix}$    3) $\begin{pmatrix}6 & 10\\ -2 & 6\end{pmatrix}$    4) $\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 8 & 6\end{pmatrix}$

14.اگر متریکس $A$ , 5 سطر و 7 ستون داشته باشد، دراین صورت مرتبه متریکس عبارت است از:

1) $5\times 7$    2) $7\times 7$    3) $5\times 5$    4) $7\times 5$

15.در سیستم $\begin{cases}5x+y=7\\ -2x+3y=8\end{cases}$ متریکس ضرایب مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}5 & 7\\ -2 & 8\end{pmatrix}$    2) $\begin{pmatrix}5 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$    3) $\begin{pmatrix}5 & 1\\ -2 & 3\end{pmatrix}$    4) $\begin{pmatrix}1 & 7\\ 3 & 8\end{pmatrix}$

16.اگر $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ و $k=3$ باشد، پس $K\cdot A$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix}6 & 9\\ 3 & 0\end{bmatrix}$    2) $\begin{bmatrix}3 & 0\\ 6 & 9\end{bmatrix}$    3) $\begin{bmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{bmatrix}$    4) $\begin{bmatrix}2 & 6\\ 0 & 3\end{bmatrix}$

17.اگر $A=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 4 & 6\end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ باشد پس $B,A$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}11 & 17\\ 5 & 7\end{pmatrix}$    2) $\begin{pmatrix}11 & 17\\ 7 & 5\end{pmatrix}$    3) $\begin{pmatrix}17 & 11\\ 7 & 5\end{pmatrix}$    4) $\begin{pmatrix}7 & 5\\ 11 & 17\end{pmatrix}$

18.اگر $A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 5 & 4\end{pmatrix}$ باشد، پس $A^T+B^T$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}5 & 3\\ 6 & 5\end{pmatrix}$    2) $\begin{pmatrix}5 & 6\\ 3 & 5\end{pmatrix}$    3) $\begin{pmatrix}3 & 5\\ 6 & 5\end{pmatrix}$    4) $\begin{pmatrix}3 & 5\\ 5 & 6\end{pmatrix}$

19.اگر $A=\begin{pmatrix}8 & 4\\ 12 & 24\end{pmatrix}$ و $k=\frac{1}{2}$ باشد، پس حاصل $kA$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 6 & 12\end{pmatrix}$    2) $\begin{pmatrix}4 & 2\\ 6 & 12\end{pmatrix}$    3) $\begin{pmatrix}4 & 2\\ 16 & 12\end{pmatrix}$    4) $\begin{pmatrix}4 & 2\\ 1 & 12\end{pmatrix}$

20. در سیستم $\begin{cases} 8x+3y=10 \\ 5x-y=15 \end{cases}$ متریکس ضرایت عبارت است از:

1) $\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 15 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 5 & 15 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & 10 \\ -1 & 15 \end{pmatrix}$

21. متریکس $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ عبارت از متریکس:

1) متریکس قطری است 2) متریکس واحد است 3) متریکس سکالری است 4) تمام جوابات درست است

22. اگر $A=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ باشد، پس $A-B$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

23. کدام یک از متریکس های ذیل یک متریکس سطری است:

1) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

24. اگر $A=\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ باشد، پس $A^T$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

25. متریکس های ضرب های سیستم $\begin{cases} 3x-y=4 \\ x+y=7 \end{cases}$ عبارت است از:

1) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

26. اگر $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، پس $(B\cdot A)^T$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix} 26 & 19 \\ 10 & 9 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 26 & 10 \\ 29 & 9 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 29 & 9 \\ 26 & 10 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 9 & 10 \\ 29 & 26 \end{bmatrix}$

27. اگر $A=(a_{ij})_{3\times3}=(i+j)_{3\times3}$ باشد، پس متریکس $A$ مساوی است به:

1) $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ 2) $A=\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ 3) $A=\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 6 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$ 4) $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

28.قیمت دیترمینانت $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$ مساوی است به:

1) $-3$ 2) $9$ 3) $0$ 4) $2$

29.اگر $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ باشد، پس مرتبه متریکس $C$ مساوی است به:

1) $2\times2$ 2) $3\times4$ 3) $4\times3$ 4) $3\times3$

30.اگر $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ دو متریکس باشد، پس $A+B$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 5 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & 10 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 10 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 10 \\ 8 & 0 & 10 & 2 \end{pmatrix}$

31.کدام یک از متریکس های ذیل یک متریکس صفری است:

1) $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

32.اگر $B=\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$ باشد، پس $(-B)^T$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

33.کدام یک از متریکس های ذیل یک متریکس مربعی نیست:

1) $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

34.اگر $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ باشد پس مرتبه متریکس $c$ مساوی است به:

1) $2\times2$ 2) $4\times3$ 3) $3\times4$ 4) $3\times3$

35. اگر $A=\begin{pmatrix}3&1&5&7\\4&1&5&1\end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix}-1&2&1&3\\4&-1&5&1\end{pmatrix}$ دو متریکس باشد، پس $A+b$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}8&1&5&0\\1&1&0&0\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}2&3&8&8\\0&0&10&2\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}2&3&0&0\\2&0&10&2\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}2&3&6&10\\8&0&10&2\end{pmatrix}$

36. اگر $B_{b\times 8}$ و $A_{5\times 10}$ دو متریکس باشد، پس مرتبه متریکس $A\cdot B$ عبارت است از:

1) $10\times 5$ 2) $5\times 5$ 3) $8\times 5$ 4) $5\times 8$

37. مرتبه متریکس $\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{33}\end{bmatrix}$ عبارت است از:

1) $3\times 2$ 2) $2\times 2$ 3) $3\times 3$ 4) $2\times 3$

38. اگر $A=\begin{pmatrix}1&2&4\\2&5&6\\3&6&0\end{pmatrix}$ باشد پس مرتبه متریکس مساوی است به:

1) $4\times 4$ 2) $3\times 3$ 3) $3\times 3$ 4) $2\times 3$

39. قیمت $\begin{vmatrix}\log_3 4&-3\\5&\log_3 9\end{vmatrix}$ مساوی است به:

1) 15 2) 13 3) 16 4) 17

40. قیمت دیترمینانت $\begin{vmatrix}1&2&1\\6&6&4\\2&1&1\end{vmatrix}$ عبارت است از:

1) $-6$ 2) $-3$ 3) 6 4) 0

41. اگر $A(5,3)$ و $B(-5,3)$, $C(-5,-3)$, $D(5,-3)$ راس های یک شکل هندسی باشد پس کدام یکی از شکل های هندسی ذیل را نشان می دهد:

1) مستطیل 2) دایره 3) مربع 4) مثلث

42. اگر $A=\begin{bmatrix}0&2\\2&0\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}3\\5\end{bmatrix}$ باشد، در این صورت $A\cdot B$ مساوی است به:

1) $\begin{bmatrix}6\\10\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}3&7\\1&8\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}10\\6\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}5&2\\7&0\end{bmatrix}$

43. اگر $A=(1\ 2\ 3\ 4)$ و $B=(-1\ \ -2\ \ 3\ \ -4)$ باشد، پس $A+B$ مساوی است به:

1) $(-2\ \ -4\ \ 6\ \ 0)$ 2) $\begin{pmatrix}1&2&3&4\\-1&-2&3&-4\end{pmatrix}$

3) $(0\ \ 0\ \ 6\ \ 0)$ 4) $(0\ \ 0\ \ 0\ \ 6)$

44. اگر $A=(a_{ij})_{2\times3}=(i)_{2\times3}$ باشد، پس متریکس $A$ مساوی است به:

1) $A=\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}$ 2) $A=\begin{pmatrix}2&2&2\\1&1&1\end{pmatrix}$ 3) $A=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\\1&2\end{pmatrix}$ 4) $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&2&2\end{pmatrix}$

45. اگر $B=\begin{pmatrix}8&1\\1&3\end{pmatrix}$ باشد، پس $|B|$ مساوی است به:

1) $-23$ 2) $-20$ 3) $23$ 4) $20$

46. متریکس $A=(3\quad 5\quad 7)$ عبارت است از:

1) ستونی 2) قطری 3) سطری 4) واحد

47. اگر $\left((3A)^T\right)^T=\begin{pmatrix}8&1\\5&3\end{pmatrix}$ باشد، پس $(3A)^T$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}1&8\\1&5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}8&5\\1&3\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}8&5\\3&1\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}8&5\\5&4\end{pmatrix}$

48. اگر حدود اول یک تصاعد ردیف هندسی $\frac{1}{3}$ و نسبت مشترک آن $\frac{1}{9}$ باشد، پس حد $n-$ام آن مساوی است به:

1) $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{2n+1}$ 2) $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{2n-2}$ 3) $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1}$ 4) $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{2n}$

49. تابع اکسپوننشیل $y=a^x$ متناقص گفته می شود، اگر :

1) $a>\frac{3}{2}$ 2) $0<a<1$ 3) $a>1$ 4) $a>3$

50. کدام یک از متریکس های ذیل یک متریکس $3\times2$ است :

1) $\begin{bmatrix}1&2\\3&0\\8&2\end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix}1&0&3\\2&1&4\end{bmatrix}$ 3) $\begin{bmatrix}1&3\\2&5\end{bmatrix}$ 4) $\begin{bmatrix}1&2\\4&5\\8&2\end{bmatrix}$

51. اگر $A=\begin{pmatrix}\ln3&\ln3\\1&1\end{pmatrix}$ باشد، پس $|A|$ مساوی است به:

1) $\ln\frac{1}{3}$ 2) $\ln9$ 3) $\ln3$ 4) $0$

52. اگر در ردیف حسابی حد اول 20 وحد $50-$ام آن 80 باشد، پس پنجاه حد اول آن مساوی است به:

1) 2580 2) 2500 3) 2550 4) 2584

53. ناحیه تعریف تابع $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ عبارت است از:

1) $IR$ 2) $IR^+$ 3) $IR^-$ 4) $IR^+\cup\{0\}$

54.اگر $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}11\\3\\7\end{bmatrix}$ باشد، پس مرتبه $A\cdot B$ مساوی است به:

1) $3\times 3$  2) $2\times 2$  3) $1\times 1$  4) $1\times 3$

55.متریکس $A=(100)$ کدام نوع متریکس است :

1) منفرد  2) ستونی  3) صفری  4) واحد

56.اگر $A=(a_{ij})_{m\times n}$ یک متریکس باشد، پس عناصر قطر اصلی $(a_{ij})$ پس عناصر قطر اصلی $(a_{ij})$ عبارت است از:

1) $i>j$  2) $i<j$  3) $i=j$  4) $i\neq j$

57.اگر $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix}8 & 1 & 9\end{pmatrix}$ دو متریکس باشد، در این صورت $B-A$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}7 & -2 & -6\end{pmatrix}$  2) $\begin{pmatrix}7 & -1 & 6\end{pmatrix}$  3) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}$  4) $\begin{pmatrix}-7 & 1 & -6\end{pmatrix}$

58. $A=(a_{ij})_{1\times m}$ کدام نوعی از متریکس های ذیل باشد:

1) سکالری  2) سطری  3) قطری  4) ستونی

59.مرتبه متریکس $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & \frac{3}{2} & \frac{4}{3} & 5\end{pmatrix}$ مساوی است به:

1) $3\times 5$  2) $5\times 2$  3) $5\times 1$  4) $1\times 5$

60.اگر $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\4 & 5\end{pmatrix}$ باشد، پس $\det(A)$ مساوی است به:

1) $\frac{1}{2}$  2) $-2$  3) $2$  4) $-\frac{1}{2}$

61.اگر $A=\begin{pmatrix}4 & 5\\6 & 9\end{pmatrix}$ باشد، پس $\det(A)$ مساوی است به:

1) $-\frac{1}{6}$  2) $-6$  3) $\frac{1}{6}$  4) $6$

62.اگر $B=(b_{ij})_{2\times 3}=(2i)_{2\times 3}$ باشد، پ متریکس $B$ عبارت است از:

1) $B=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\2 & 2 & 2\end{pmatrix}$  2) $B=\begin{pmatrix}2 & 2 & 2\\4 & 4 & 4\end{pmatrix}$  3) $B=\begin{pmatrix}2 & 2 & 2\\1 & 1 & 1\end{pmatrix}$  4) $B=\begin{pmatrix}4 & 4 & 4\\2 & 2 & 2\end{pmatrix}$

63.کدام یک از متریکس های ذیل صفری نیست:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) هیچکدام

64.اگر $A_{n\times5}$ و $B_{n\times7}$ دو متریکس باشند، $A\times B$ ممکن است اگر:

1) $n=7$ 2) $n=3$ 3) $n=35$ 4) $n=5$

65.اگر $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ باشد ، پس کدام یک از روابط ذیل درست است

1) $|A|=-|B|$ 2) $|A|=-|B|^7$ 3) $|A|^2=-|B|^3$ 4) هیچکدام

66.اگر $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ باشد، پس $|A|$ مساوی است به:

1) 400 2) تعریف نشده 3) 2000 4) 50

67.متریکس معکوس $A=\begin{pmatrix} 8 & 0 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ عبارت است از:

1) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 8 & 0 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 2) متریکس معکوس ندارد 3) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 8 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 8 & 4 & 6 \\ 7 & 2 & 8 \end{pmatrix}$

68.اگر $A=\begin{pmatrix} a & 5 \\ -a & 6 \end{pmatrix}$ و $data=10$ باشد، پس قیمت $a$ عبارت است از:

1) $a=\frac{11}{10}$ 2) $a=\frac{20}{5}$ 3) $a=\frac{10}{11}$ 4) $a=\frac{5}{20}$

69. $A=\begin{pmatrix} x & y & z \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix} z & y & x \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ باشد، پس کدام یکی از روابط ذیل درست است:

1) $|A|=-|B|$ 2) $|A|>|B|$ 3) $|B|=\frac{1}{|A|}$ 4) $|A|=|B|$

70.حل سیستم معادلات $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$ در صورتیکه $A=\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$ ، $B=\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ و $X=\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ باشد، مساوی است

به:

1) $X = B^{-1} \cdot A$ 2) $X = A^{-1} \cdot B$ 3) $X = \frac{1}{|A|} \cdot B$ 4) جوابات 2 و 3

درست است

71. متریکس $A = \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ معکوس ندارد، زیرا که:

1) منفرد است 2) $1$ 3) $2$ 4) $|A| \neq 0$

اگر $\begin{bmatrix} \ln 2 & \ln 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \ln 3 & \ln 27 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ دو متریکس باشند، پس $100|A| + 500|B|$ مساوی است به:

1) $102 \ln 2 - 50 \ln 4$ 2) $100 \ln 2 + 500 \ln 4$

3) $0$ 4) $-12$

72. $Co\log_5\left(Co\log_5 \frac{1}{25}\right)$ مساوی است به:

1) $\log 5$ 2) $-\log_5 2$ 3) $-\log 5$ 4) $\log 25$

73. متریکس $B = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ چه نوع متریکس است

1) ستونی 2) سطری 3) قطری 4) صفری

74. شکل علمی عدد $x = 0.005$ عبارت است از:

1) $x = -5 \cdot 10^3$ 2) $x = 3 \cdot 10^5$ 3) $x = 5 \cdot 10^{-3}$ 4) $x = 5 \cdot 10^3$

75. مرتبه متریکس $A = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 9 \end{pmatrix}$ مساوی است به:

1) $3 \times 3$ 2) $3 \times 1$ 3) $1 \times 1$ 4) $1 \times 3$

76. کدام یک از متریکس های ذیل یک متریکس متناظر است :

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 8 \\ 4 & 8 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 6 & 5 & 7 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

77. اگر $A_{2\times5}$ و $B_{5\times7}$ دو متریکس باشد، پس مرتبه $(A \cdot B)$ مساوی است به:

1) $7 \times 2$ 2) $7 \times 7$ 3) $2 \times 2$ 4) $2 \times 7$

78. متریکس $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ عبارت است از متریکسی:

1) متریکس قطری است 2) متریکس واحد است 3) متریکس سکالری است 4) تمام جوابات درست است

79. اگر $A = \{2,3\}$ باشد درینصورت $A^2$ مساوی است به:

1) $\{(2,2),(3,3)\}$ 2) $(4,9)$ 3) $(2,3)$ 4) $\{(2,2),(2,3)(3,2),(3,3)\}$

80.اگر $A=\begin{bmatrix}1&3&4\\5&6&1\\4&2&0\end{bmatrix}$ و $A=\begin{bmatrix}1&3&4\\4&2&0\\5&6&1\end{bmatrix}$ باشد، درینصورت کدام یکی از رابطه های ذیل درست است:

1) $|A|=2|B|$ 2) $|A|=|B|$ 3) $|A|=-|B|$ 4) $|A|^2=|B|^2$

81.اگر $A=\begin{bmatrix}3&5\\5&10\end{bmatrix}$ باشد، درینصورت $|A|$ عبارت است از:

1) 25 2) 5 3) 10 4) 21

82.اگر $a=\begin{bmatrix}0\\2\end{bmatrix}$ و $b=\begin{bmatrix}2\\0\end{bmatrix}$ باشد پس $a+b$ مساوی است به:

1) $\frac{1}{2}\begin{bmatrix}4\\4\end{bmatrix}$ 2) همه درست است 3) $\begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$ 4) $2\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

83. اگر $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&1\end{pmatrix}$ باشد، پس $A^{-1}$ مساوی است به:

1) $\begin{pmatrix}-\frac{1}{5}&\frac{2}{5}\\\frac{3}{5}&-\frac{1}{5}\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1&-2\\-3&1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}\frac{2}{5}&-\frac{1}{5}\\\frac{3}{5}&-\frac{1}{5}\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}\frac{2}{5}&-\frac{1}{5}\\-\frac{1}{5}&-\frac{2}{5}\end{pmatrix}$

84.اگر $\det(A)=15, A=\begin{bmatrix}2&a\\3&6\end{bmatrix}$ باشد، پس قیمت $a$ مساوی است به:

1) $-1$ 2) 0 3) 1 4) 2

85.اگر $D=[a\quad b\quad c\quad d]$ باشد پس مرتبه متریکس مساوی است به:

1) $1\times 4$ 2) $4\times 1$ 3) $1\times 1$ 4) $4\times 4$

86.کدام یک از متریکس زیر متریکس مربعی است :

1) $A=(a_{ij})_{2\times 3}$ 2) $A=(a_{ij})_{3\times 3}$ 3) $A=(a_{ij})_{3\times 2}$ 4) $|f(x)-i|\leq \mathrm{E}$