



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضیات کنکور ۹۷

((مطابق با جدیدترین تغییرات کتاب درسی))

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

مهندس مهرپویان

۰۹۱-۷۷-۲۰۲۷





* وسط پاره‌ها AB

$$M\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

$$|AB| = \sqrt{(x_A-x_B)^2 + (y_A-y_B)^2}$$

* طول پاره وسط AB

مثال ✓ ابر $A(1, 4)$ و $B(-2, -1)$ و $C(4, 2)$ سه رأس مثلث ABC باشند. طول AM را بیاب. M وسط BC است؟

۱) $(1, 3)$ ۲) $(2, 4)$ ۳) $(3, 5)$ ۴) $(4, 6)$ ۵) $(5, 7)$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\text{تفاضل } y \text{ ها}}{\text{تفاضل } x \text{ ها}} = \text{tand} = y'$$

* معادله خط گذرنده از دو نقطه A و B



$$y - y_A = m(x - x_A)$$

$$\begin{cases} y = mx + h \\ y' = m'x + h' \end{cases}$$

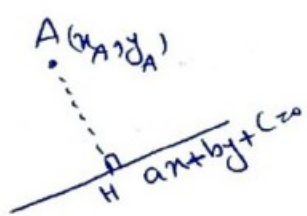
* نکته ۱) اگر دو خط با هم موازی باشند \Leftrightarrow شیب‌ها برابر $(m = m')$
 ~ بر هم عمود باشند \Leftrightarrow شیب‌ها متضاد و معکوس $(m = \frac{-1}{m'})$

* بررسی ۹۰° نقطه $A(7, 4)$ رأس یک مستطیل (الاضلاع است) که دو ضلع آن متوازی بر دو قوس به معارلا

$$y - 4x = 11 \quad \text{و} \quad y + 4x = 8$$

۱) $(1, 5)$ ۲) $(3, 5)$ ۳) $(3, 4)$ ۴) $(4, 3)$ ۵) $(4, 2)$

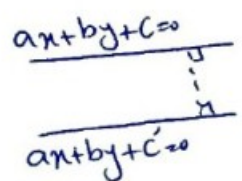
نقطه $A(2, -1)$ به معادله $kx + y + k + 1 = 0$ بر خط لتریزه بر او نقطه $(-1, 2)$ و $(3, 1)$ عمود است
 معادله خط L را بیابیم؟ $(1) y + 2x = 4$ $(2) y + 2x = 1$ $(3) y - 2x = -4$ $(4) y - 2x = -1$
 لتریزه ۲ صحت ✓



$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله نقطه A از خط

نقطه A در خط L

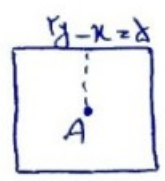


$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله دو خط موازی

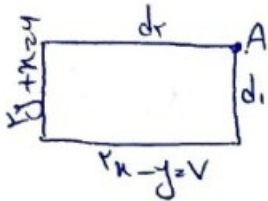
(دقت کنید که a و b باید در هر دو معادله یکسان باشند)

نقطه $A(2, -1)$ وسط قطر مربعی است. بیابیم ضلع آن. منطبق بر خط به معادله $y - x = 4$ است. مسافت این مربع کجاست؟ $(1) 4$ $(2) 4\sqrt{2}$ $(3) 8$ $(4) 8\sqrt{2}$



لتریزه ۴ صحت ✓

* دردی خانم ۹۰
 دو ضلع یک مثلث منطبق بر دو خط به معادلات $2x - y = 7$ و $2x + y = 2$ است. این ضلع این مثلث را بسازید؟



۱۲, ۸ (۴) ۱۱, ۴ (۳) ۹, ۲ (۲) ۷, ۲ (۱)

$S = d_1 \cdot dr = 9 \cdot 2$ \checkmark گزینه ۲ صحیح

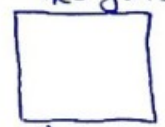
* دردی خانم ۸۹
 دو نقطه بر خط به معادله $x - y = 1$ قرار دارند. فاصله این نقاط از خط $2x - 2y = 8$ برابر $\sqrt{13}$ است. طول این دو نقطه را بسازید؟

منتهای نقطه‌ای از خط $y = x - 1$ $\rightarrow A(x_A, x_A - 1)$

فاصله A از خط $2x - 2y = 8$: $\frac{|2x_A - 2(x_A - 1) - 8|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \sqrt{13} \rightarrow |1 - x_A - 2| = \sqrt{13} \rightarrow x_A = 1 \pm \sqrt{13}$

$|x + 2| = 13 \rightarrow x + 2 = \pm 13 \rightarrow x = 11, -15$ \checkmark گزینه ۲ صحیح

* دردی خانم ۹۲
 دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند. مساحت این مربع را بسازید.

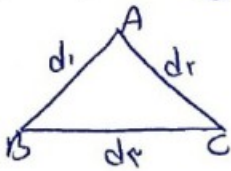


$2x - 2y = 3 \rightarrow 2x - 2y - 3 = 0$ $\frac{2d}{4} (۴)$ $\frac{2d}{8} (۳)$ $\frac{d}{4} (۲)$ $\frac{d}{8} (۱)$

$y = x + 1 \rightarrow x - y + 1 = 0 \rightarrow 2x - 2y + 2 = 0$ $d = \frac{|2 - (-2)|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{4}{\sqrt{8}}$

$S = d^2 = \frac{2d}{8}$ \checkmark گزینه ۳ صحیح

مساحت مثلث ABC با سازه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ و $C(x_C, y_C)$ سه رأس و d_1 و d_2 و d_3 مسافتها

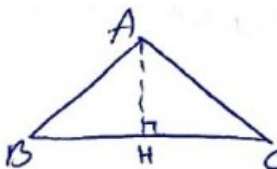


$d_1 + d_2 + d_3 = \text{مسافت}$

مسافت برابر است با $d_1 + d_2 + d_3$

$$S = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 5)$ و $B(3, 0)$ و $C(0, 2)$ که در این xy است.
 مساحت = $\frac{1}{2} |2(0-2) + 3(2-5) + 0(5-0)| = \frac{1}{2} |-4 - 9| = \frac{1}{2} \times 13 = 6.5$



طول AH معادل BC را بنویس $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

باید نوشتن معادله خط AH به یک نقطه و یک شیب تا بدیم \Rightarrow
 معادله خط AH :

- (۱) نقطه A باطلع
- (۲) شیب BC را یافته و آن را ضریب معکوس شیب AH به دست آید $m' = -\frac{1}{m}$
- (۳) شیب و نقطه می توان معادله AH را نوشت $y - y_A = m'(x - x_A)$

در بعضی از مسائل مثلثات نقطه A را می دهند و به جای آن معادله و ضلع AB و AC را می دهند که
 آن معادلات AB و AC را در یک دستگاه حل کنیم نقطه A به دست می آید.

* مثال ۱۸
 ابر $A(-۱, ۲)$ و $B(۲, ۵)$ و $C(۱, ۲)$ سه رأس مثلث ABC باشند. طول ارتفاع AH را بیابید.
 $۲\sqrt{۳}$ (۱) $۳\sqrt{۲}$ (۲) $۲\sqrt{۲}$ (۳) $۳\sqrt{۲}$ (۴) $۲\sqrt{۳}$ (۵) $۳\sqrt{۳}$ (۶)

* مثال ۱۹
 ابر $A(۱, ۲)$ و $B(-۲, -۲)$ و $C(۴, ۲)$ سه رأس مثلث ABC باشند. معادله ارتفاع BH را بیابید.
 $۲y - 2x = -2$ (۱) $۲y + 2x = -10$ (۲) $۲y + 2x = 2$ (۳) $۲y - 2x = 2$ (۴) $۲y - 2x = 2$ (۵) $۲y - 2x = -2$ (۶)

* تدریسی نام ۱۹
 سه ضلع مثلثی به معادلات $AB: 2y - x = 3$ و $AC: y - 2x = 5$ و $BC: 2y + 2x = 4$ باشند. معادله ارتفاع AH از مثلث مفروض کرد است؟
 $2y - 2x = 15$ (۱) $2y - 2x = 17$ (۲) $2y - 2x = 7$ (۳) $2y + 2x = 19$ (۴) $2y + 2x = 9$ (۵) $2y - 2x = 15$ (۶)

* تعداد جواب های دستگاه دو معادله در سه مورد

$$\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$$

(1) $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ \Leftrightarrow دو ضلع متقاطع بوده و دستگاه ۱ جواب دارد و سازگار است.

(2) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ \Leftrightarrow موازی \sim جواب ندارد و ناسازگار است.

(3) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ \Leftrightarrow بر هم منطبق هستند و بی شمار جواب دارد.

* بررسی قاعده کرامر

$$\text{برای } \begin{cases} mx+y=m-1 \\ 2x+(m-1)y=f-1m \end{cases} \text{ معادله ماتریسی} \quad \begin{bmatrix} m & 1 \\ 2 & m-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m-1 \\ f-1m \end{bmatrix}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{1}{m-1} \neq \frac{m-1}{f-1m}$$

دترمینان $\begin{vmatrix} m & 1 \\ 2 & m-1 \end{vmatrix} = m(m-1) - 2 = m^2 - m - 2$

* بررسی قاعده کرامر

$$\text{برای } \begin{cases} mx+y=m-1 \\ 2x+(m-1)y=f-1m \end{cases} \text{ معادله ماتریسی} \quad \begin{bmatrix} m & 1 \\ 2 & m-1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m-1 \\ f-1m \end{bmatrix}$$

$$\frac{m}{2} = \frac{1}{m-1} = \frac{m-1}{f-1m}$$

دترمینان $\begin{vmatrix} m & 1 \\ 2 & m-1 \end{vmatrix} = m(m-1) - 2 = m^2 - m - 2$

مثال (دو معادله هم‌جهت با سه مجهول)

در این از معادلات و این مقیسات به حسب اوت مقیسات دیگر گرفته و در دو معادله دیگر
 برای شروع با این کار دستگاه به دو معادله دو مجهول تبدیل شده که مانند قبل
 حل می‌شود.

$$\begin{cases} ax+by+cz=d \\ a'x+b'y+c'z=d' \\ a''x+b''y+c''z=d'' \end{cases}$$

مثال از دستگاه $x+2=9$ و $x+2y+3z=3$ و $2x+y-2=4$ معادله دیگر است؟

$$\begin{array}{r} 1(1) \quad 2(2) \quad -1(3) \\ \hline -2(4) \end{array}$$

نیز واضح

مثال از دستگاه معادلات $\frac{x+y}{2} = \frac{y+z}{3} = z-2$ و $x+y+z=0$ معادله دیگر است؟

$$\begin{array}{r} 3(1) \quad 2(2) \quad -4(3) \\ \hline -5(4) \end{array}$$

نیز واضح

$$\frac{x+y}{2} = \frac{y+z}{3} = z-2 \Rightarrow \frac{x+y}{2} = z-2 \rightarrow x+y = 2z-4 \rightarrow x+y-2z = -4$$

$$\frac{y+z}{3} = z-2 \rightarrow y+z = 3z-6 \rightarrow y-2z = -6 \Rightarrow \begin{cases} x+y-2z = -4 \\ y-2z = -6 \\ x+y+z = 0 \end{cases}$$

دایره مرکز دایره تنها نقطه‌ای است که تمام خطوط عمود بر دایره از آن می‌گذرد.

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$$

معادله استاندارد دایره به صورت (α, β) و شعاع R

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

معادله گسترده دایره

مركز $O(\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2})$

شعاع $R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$

دقت کنید در رابطه گسترده دایره باید ضرایب x^2 و y^2 برابر باشند اگر دینگی بود آن را باید مساوی کنیم.

$$2x^2 + 2y^2 - 4x - 12y + 12 = 0 \rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$$

$O(\frac{-(-2)}{2}, \frac{-(-6)}{2}) = (1, 3)$

$R = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 - 4(6)} = 2$

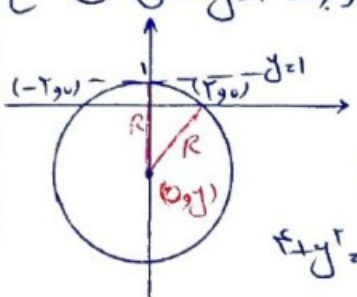
این شعاع دایره $x^2 + y^2 + 2x + 4y = k$ برابر با k است.

$x^2 + y^2 + 2x + 4y - k = 0$

مركز $(-1, -2)$ شعاع $\sqrt{1 + 4 - k}$

$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 2 \rightarrow$

دایره‌ای از دو نقطه $A(2, 0)$ و $B(-2, 0)$ می‌گذرد و بر خط $y=1$ مماس است. شعاع R را بیابید.



$R = R \rightarrow \sqrt{(2-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (1-0)^2} \rightarrow$

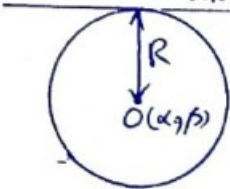
$4 + y^2 = 1 - y^2 + y^2 \rightarrow y = \frac{3}{2} \rightarrow R = 1 + (\frac{3}{2})^2 = \frac{13}{4}$

این دایره ای به مرکز (α, β) بر خط $ax+by+c=0$ مماس شود، مساحت دایره R را بیابید. * نکته ۲۶

دایره شعاع R است یعنی

$$R = \frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$ax+by+c=0$



معرفی ۸۸: هر خط قائم بر این دایره از نقطه $(1, -2)$ می‌گذرد. این دایره بر خط به معادله $x-y-1=0$ مماس است. شعاع دایره را بیابید. * تفریحی ۸۸

مساحت است: $1(1) \quad 2(2) \quad 2\sqrt{2}(2) \quad 3(3) \quad 2\sqrt{2}(4)$

نمونه ۲ مساحت

$$x-y-1=0 \rightarrow R = \frac{|1(-2) - (1) - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

معرفی ۸۵: به ازای هر m معادله $ax+by+c=0$ دایره به معادله $x^2+y^2-2x+4y+m=0$ مماس است. * تفریحی ۸۵

مساحت است: $1(1) \quad \frac{5}{4}(2) \quad 2(2) \quad 5(4)$

نمونه ۲ مساحت

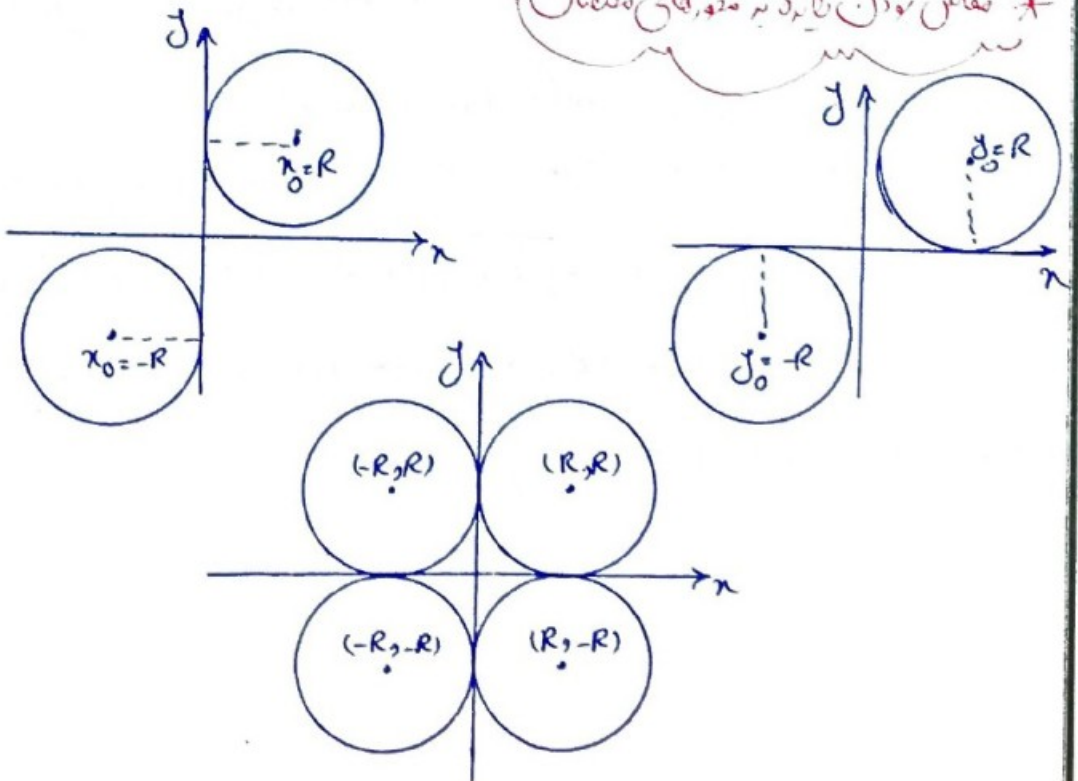
معرفی ۹۱: به ازای هر m معادله $mx+2y=3$ بر دایره به معادله $x^2+y^2-2x=3$ مماس است. * تفریحی ۹۱

مساحت است: $1(1) \quad 0 \quad \frac{5}{4}(2) \quad 0 \quad \frac{5}{4}(4)$

رایزهای به مرکز (۱) و (۲) و معاس بر فضای معادله $x=y$ محور x ها را با یکدیگر طول
 قطع می کنند. ۶۶
 ۱، ۲، ۳، ۴ $x_0 = 1, 2, 3, 4$ ۶۷
 کتبیته اصمیع

رایز به مرکز (۲) و (۳) و معاس بر نیمه‌ساز ربع اول، فضای معادله $x=y$ را با یکدیگر طول ما قطع
 می کنند. ۶۷
 ۱، ۲، ۳، ۴ $x_0 = 1, 2, 3, 4$ ۶۸
 کتبیته اصمیع

معاس بودن را برد به متو، فضای معادله



۷۶

دایره‌ای از نقطه $(-۱, ۲)$ از سنجه و برهه دو محور متقاطع معام است. قطر لایره تقریباً ۴۰ است.
 نزدیکتر کدام است؟ $(۱, ۸)$ $(۲, ۱۰)$ $(۳, ۱۲)$ $(۴, ۱۵)$
 نزدیکتر ۲ صحت

$O(-R, R) \rightarrow \dots$

۲۹

از متقاطعات دو نقطه A و B از لایره معلوم باشد و متقاطعات مرکز لایره را به صورت پارامتریک بایک متغیر مجهول مثلاً $O(\alpha, 2\alpha - 1)$ بیابند، برای پیدا کردن پارامتر مجهول α ، کافی است حاصله مرکز لایره از نقاط A و B را بدست آورده و پس با هم برابر قرار دهیم.

(این در سوالی بگویند مرکز روی خط $2x + 3 = 0$ قرار دارد پس می توان گفت متقاطعا مرکز $(\alpha, 2\alpha + 3)$ است)

۸۶

دایره‌ای از دو نقطه $A(۰, ۰)$ و $B(۱, ۲)$ از سنجه و مرکز آن بر خط $2x + 3 = 0$ قرار دارد. شعاع این دایره کدام است؟ $(۱, \sqrt{۳})$ $(۲, \sqrt{۵})$ $(۳, ۲)$ $(۴, ۳)$

توان $\rightarrow \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (2\alpha - 1)^2} = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (2\alpha - 0)^2} \rightarrow OA = OB \rightarrow O(\alpha, 2\alpha)$

$\alpha^2 + 4\alpha^2 = (\alpha^2 - 6\alpha + 9) + (4\alpha^2 - 4\alpha + 1) \rightarrow \alpha = 1 \rightarrow O(1, 2) \rightarrow$

$R = OA = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{۵}$
 نزدیکتر ۳ صحت

۲۱
 * بررسی فایده ۹۵
 دایره‌های شعاع ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰
 شعاع این دایره کدام است؟
 ۱) $\sqrt{3}$ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $2\sqrt{5}$

۱) $A(1, 0)$
 ۲) $B(2, 0)$
 ۳) $O(0, 0)$ شعاع اول α و α

$\rightarrow 5A \leq 0B$

نیزه ۲ صبح ✓

۲۱
 * بررسی فایده ۹۵
 دایره‌های از دو نقطه $(1, 0)$ و $(3, 0)$ گذشته و مختصات مرکز آن به صورت $x - y = 2$
 است. شعاع این دایره کدام است؟
 ۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $2\sqrt{5}$

نیزه ۳ صبح ✓

* نوشتن معادله دایره به شکل سه نقطه
 سه نقطه داده شده را در معادله گزیده دایره قرار داد و مجهول
 a و b و c را بیابیم.

* بررسی فایده ۹۵
 شعاع دایره‌ای که از سه نقطه $(2, 0)$ و $(4, -2)$ و $(0, 0)$ می‌گذرد کدام است؟

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \rightarrow$

۱) 2 ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) 3 ۴) $2\sqrt{5}$

$(0, 0) \rightarrow c = 0$

$(-2, 0) \rightarrow (-2)^2 + 0^2 + a(-2) + b(0) = 0 \rightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \\ a = 2b \end{cases}$

$(2, 0) \rightarrow 2^2 + 0^2 + a(2) + b(0) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2a + b = -4 \\ a = -2b \end{cases}$

$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{0^2 + (-4)^2 - 4(0)} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

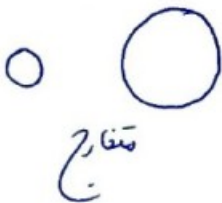
نیزه ۲ صبح ✓

شعاع دایره کُترا بر سه نقطه (۰، ۰)، (۱، ۱) و (۲، ۱) برابرند؟
 * بررسی ۹۳
 (۱) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ گزینه اصعب

O_1 و O_2 مرکزهای دو دایره و R_1 و R_2 شعاعهای آنها است.

موضوع دو دایره نسبت به شعاع

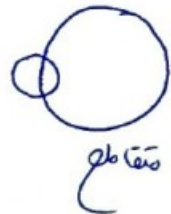
$$O_1 O_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



مقاطع
 $O_1 O_2 > R_1 + R_2$



مماس خارج
 $O_1 O_2 = R_1 + R_2$



مقاطع
 $|R_1 - R_2| < O_1 O_2 < R_1 + R_2$



مماس داخلی
 $O_1 O_2 = |R_1 - R_2|$



مداخل
 $O_1 O_2 < |R_1 - R_2|$

برای حل اینگونه سوالات ابتدا $O_1 O_2$ و $R_1 + R_2$ و $|R_1 - R_2|$ را محاسبه کرده و پس مقایسه می‌کنیم و مشاهده می‌کنیم که کدام حالت است.

* تدری ۸۷
 دو باره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 1$ و $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$ بین
 به هم نگاه و مقایسه بکنیم؟ (۱) معادله فاصله (۲) معادله فاصل (۳) معادله فاصله

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0 \rightarrow O_1(-\frac{1}{2}, -\frac{2}{1}) = (1, 3) \quad , \quad R_1 = \frac{1}{2} \sqrt{1+4} = 3\sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0 \rightarrow O_2(-4, 2) \quad , \quad R_2 = 2\sqrt{2}$$

$$O_1, O_2 = \sqrt{(-1-4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26} = d\sqrt{2}$$

$$R_1 + R_2 = d\sqrt{2} \rightarrow O_1, O_2 = R_1 + R_2 \rightarrow$$

معادله فاصله
 نزدیک است ✓

* تدری ۹۳
 معادله را در اول به صورت $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 0$ و معادله فاصله به هم نگاه کنیم؟
 (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) 4 (۴) $2\sqrt{2}$

* وتر مشترک دو دایره
 بیان یافتن معادله وتر مشترک دو دایره، معادله کسره دو دایره را بر یک
 رسانده قرار داده و x و y را حذف می‌کنیم معادله باقیمانده همان معادله وتر مشترک است.

* مسئله
 معادله وتر مشترک دو دایره به مرکز $(-1, 0)$ و $(1, 0)$ و شعاع‌های مساوی $\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$ است.

(۱) $x = \sqrt{2}$ (۲) $y = \sqrt{2}x$ (۳) $\sqrt{2}y = \sqrt{2}x$ (۴) $2y = 2x$

$$\left. \begin{aligned} O(-1, 0) \text{ و } R = \sqrt{2} &\Rightarrow (x+1)^2 + (y-0)^2 = 2 \rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0 \\ O(1, 0) \text{ و } R = \sqrt{2} &\Rightarrow (x-1)^2 + (y-0)^2 = 2 \rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

ترتیب ۲ صحیح ✓
 $2x - 2y = 0 \rightarrow y = x$

* یافتن طول وتر مشترک
 ابتدا معادله وتر مشترک را می‌یابیم و پس آن را با معادله یکی از دایره‌ها

مساوی قرار داده و دو نقطه تلاقی را بدست می‌آوریم. فاصله این دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) را
 همان طول وتر مشترک است.

* مسئله
 طول وتر مشترک دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 2x = 0$ و $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ را بیابید.

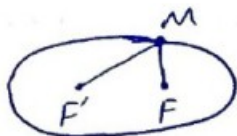
(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0 \end{cases} \rightarrow 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1$ معادله وتر مشترک ✓

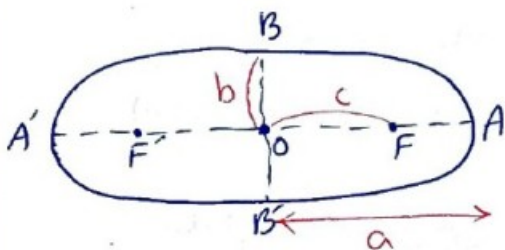
$\begin{cases} x = 1 \\ x^2 + y^2 - 2x = 0 \end{cases} \rightarrow y^2 = \frac{2}{2} \rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{1} \rightarrow A(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}) \text{ و } B(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

$AB = \sqrt{(\frac{3}{2} - \frac{1}{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2} - (-\frac{\sqrt{2}}{2}))^2} = \sqrt{3}$ ترتیب ۳ صحیح ✓

مجموعه نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل آن نقاط از دو نقطه ثابت F و F' (کانون ها) $2a$ می باشد.



$$MF + MF' = 2a$$

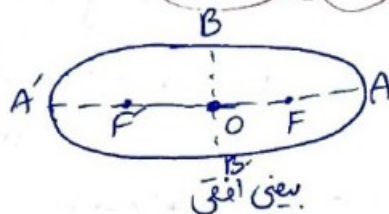
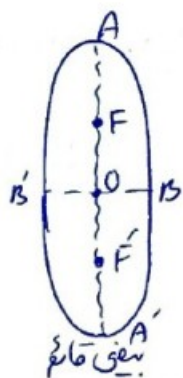


$$O = \frac{A+A'}{2} = \frac{F+F'}{2} = \frac{B+B'}{2}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$2a$ و $2b$ مرکز
 A و A' رئوس کانونی
 F و F' کانون
 B و B' رئوس غیر کانونی
 $AA' = 2a$ قطر بزرگ
 $BB' = 2b$ قطر کوچک
 $FF' = 2c$ فاصله کانونی

فاصله استاندا (بسی)



$$\frac{(x-\alpha)^2}{b^2} + \frac{(y-\beta)^2}{a^2} = 1$$

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} + \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$$

ضرب بزرگتر a است و ضریب کوچکتر b است.
 اگر ضریب بزرگتر باشد و ضریب کوچکتر b باشد، این ضریب بزرگتر باشد، قائم است.
 اگر ضریب بزرگتر a باشد و ضریب کوچکتر b باشد، این ضریب بزرگتر باشد، قائم است.
 اگر ضریب بزرگتر a باشد و ضریب کوچکتر b باشد، این ضریب بزرگتر باشد، قائم است.

معادله بیضی به فرم $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ است که در آن A و B غیر صفرند و هم علامت داشته باشند. اگر $B > A$ باشد بیضی قائم و اگر $A < B$ باشد بیضی افقی است (یعنی ضرب هر دو در کمتر باشد و مستطقی گفته نوع بیضی است)

نمونه: $x^2 + y^2 - 2x - 2y = -2$ از معادله گسترده نسبت به x و y مشتق معنی گرفته و برابر صفر می‌نویسیم

$$\begin{cases} f'_x = 0 \rightarrow 2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1 \\ f'_y = 0 \rightarrow 2y - 2 = 0 \rightarrow y = 1 \end{cases} \quad O(1,1)$$

نقطه $M(x_0, y_0)$ بر روی بیضی به معادله $9y^2 + 4x^2 - 8x = 8$ موازی محور x فواصل نقطه M از دو کانون این بیضی کدام است؟! $(1, \sqrt{6})$ $(2, 2\sqrt{3})$ $(4, 2)$

رای $2a$ رای فاصله \Leftarrow پس معادله گسترده را به استاندارد تبدیل کرده و a رای تابع \Leftarrow

$$9y^2 + (4x^2 - 8x) = 8 \rightarrow 9y^2 + 4(x^2 - 2x) = 8 \rightarrow 9y^2 + 4(x^2 - 2x + 1 - 1) = 8$$

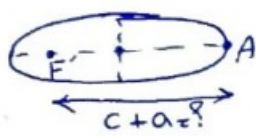
$$9y^2 + 4(x-1)^2 = 8 + 4 = 12 \xrightarrow{\div 12} \frac{9y^2}{12} + \frac{4(x-1)^2}{12} = \frac{12}{12} \rightarrow \frac{y^2}{\frac{12}{9}} + \frac{(x-1)^2}{3} = 1$$

$$a^2 = 3 \rightarrow a = \sqrt{3} \rightarrow 2a = 2\sqrt{3}$$

نیمه محور

در بیضی به معادله $3x^2 + 4y^2 - 2x + 4y = 44$ فاصله کانون از دورترین رأس آن کدام است؟

$(1, 2)$ $(2, \sqrt{3})$ $(4, 2\sqrt{3})$ $(2, 2)$ $(4, 2)$ $(1, 2)$



$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (0 < e < 1)$$

* فرج از مرکز یعنی

هر چه e کمتر باشد و به سمت صفر نزدیک شود یعنی بسط نسبت به پاره است.
 برای یافتن فرج از مرکز یعنی a و c معادله گسترده از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

* مثال ۸۰

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0 \rightarrow e = 1 - \sqrt{\frac{\min(A, B)}{\max(A, B)}}$$

$$\text{مثلاً } x^2 + 4y^2 - 4x = 4 \rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

* مثال ۸۱ در بعضی به معادله $(x+1)^2 + 9(y+1)^2 = x+y+20$ فرج از مرکز کدام است؟

نزینه ۳ صحیح

$$\frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{2}}{3} \quad (3) \quad \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (2) \quad \frac{2\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

* تدری ۸۴ معادله $x^2 + 4y^2 + ay + bx + c = 0$ در نقطه‌ای به طول ۳ بر محور x ها مماس است و نقطه $(-1, -1)$ می‌گذرد. فرج از مرکز آن کدام است؟

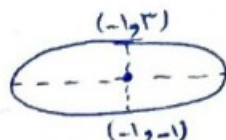
نزینه ۳ صحیح

$$\frac{3}{4} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (1)$$

* تدری ۹۲ ضلعان دو قطر متعام یک بعضی $(-1, -1)$ و $(-1, -1)$ است. اگر این بعضی از نقطه $(-2, 2)$ بگذرد فرج از مرکز آن کدام است؟

نزینه ۳ صحیح

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (1)$$



$$O(-1, 1) \quad b=2 \rightarrow \frac{(x-(-1))^2}{a^2} + \frac{(y-1)^2}{2^2} = 1 \rightarrow$$

نزینه ۳ صحیح

$$a^2 = 12 \rightarrow e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{12}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

* تدریسی خارج ۹۰
 دو مستطاب دو مرکز قطر بزرگ یک یعنی (۳، ۲) و (۲، -۲) و درج اول مرتب آن $\frac{1}{2}$ می باشد.
 این یعنی محور x ها را با کدام طول قطع می کنند (۱) ۱-۱، ۱-۱، ۱-۱، ۱-۱ و ۱-۱



$$O(2, 2) \left\{ \begin{array}{l} e = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{c}{a} \rightarrow ca = 2 \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow \\ a = 2 \\ e = \frac{1}{2} \end{array} \right. \rightarrow 12 = b^2 + 4 \rightarrow b^2 = 8$$

تلاقی با محور x ها $\frac{(x-2)^2}{12} + \frac{(y-2)^2}{14} = 1$

گزینه ۳ صحیح
 $\frac{(x-2)^2}{12} + \frac{(0-2)^2}{14} = 1 \rightarrow (x-2)^2 = 9 \rightarrow x = 2 \pm 3$



* نکته ۹۸
 خطوط مماس بر رئوس یعنی خطوطی افقی یا عمودی بوده که شیب حاصل از برآورد آن ها یک مستطیل به ابعاد ۲a و ۲b می باشند. پس برای یافتن مساحت یا محیط حاصل از برآورد خطوط مماس بر رئوس یعنی، باید a و b را بیابیم. $2(a+b) = \text{محیط}$ و $2a \times 2b = \text{مساحت}$

* تدریسی خارج ۹۰
 مساحت محدود به خطوط مماس بر منحنی به عبارتی $x^2 + 4y^2 - 4x = 4$
 رأس گانوی و غیرگانوی آن معلوم است! (۱) ۱-۱، ۱-۱، ۱-۱، ۱-۱

تبدیل به استاندارد $x^2 + 4y^2 - 4x = 4 \rightarrow (x-2)^2 - 4 + 4y^2 = 4 \rightarrow (x-2)^2 + 4y^2 = 8 \div 8$
 $\frac{(x-2)^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \rightarrow \begin{cases} a^2 = 8 \rightarrow a = 2\sqrt{2} \\ b^2 = 2 \rightarrow b = \sqrt{2} \end{cases} \rightarrow S = 2(2\sqrt{2}) \times 2(\sqrt{2}) = 16$

گزینه ۳ صحیح ✓

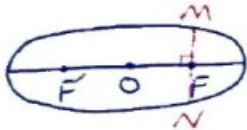
* درگاه نوشتن معادله خطوط مماس و قائم به معنی
 مانند نوشتن خطوط مماس و قائم که قبلاً آموختیم
 می باشد یعنی از معادله یعنی مشتق می گیریم تا شیب بر حسب آن به دست بیاید

معادله خط مماس $y - y_1 = m(x - x_1)$
 شیب = مشتق

معادله خط قائم $y - y_1 = m'(x - x_1)$

$m' = \frac{1}{m}$

* وتر گانوی بیضی
 وتری که از گانوی یعنی نزدیک شده و به محور گانوی عمود است.



$MN = \frac{2b^2}{a} = 2b\sqrt{1-e^2}$

* در بیضی به معادله $3x^2 + 4y^2 = 12$ فضا از گانوی بر قطر بزرگ آن عمودی کسب تا بیضی

را در A و B قطع کند. اندازه وتر AB را بیابیم! $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

$AB = \frac{2b^2}{a}$ → طول وتر گانوی را می توانیم

$3x^2 + 4y^2 = 12 \rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \rightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \rightarrow a = 2 \\ b^2 = 3 \end{cases}$

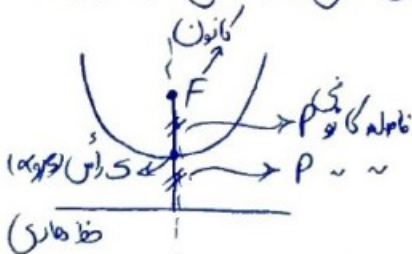
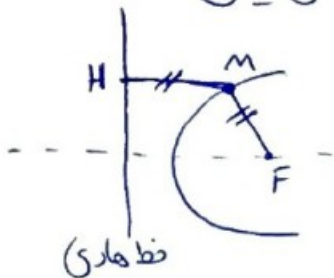
$AB = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 3}{2} = 3$ کمترین ۳ صبیح ✓

* در بیضی به معادله $x^2 + 2y^2 - 2x = 1$ اندازه وتری که از گانوی بیضی بر قطر بزرگ آن عمود

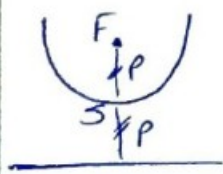
می شود را بیابیم! $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ کمترین ۴ صبیح ✓

هر نقطه روی سیمی فاصله اش از گانون و خط هاری سیمی یکسان است.

* سیمی

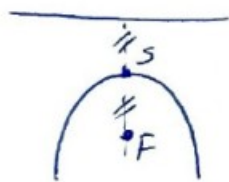


* معادلات استاندارد سیمی



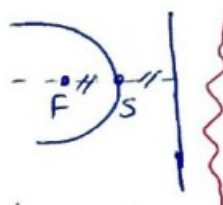
سیمی قائم دهانه
ب) ۱)

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$$



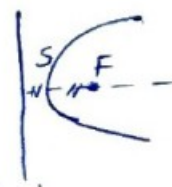
سیمی قائم دهانه
ب) ۲)

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$$



سیمی افقی دهانه
ب) ۳)

$$(y-\beta)^2 + (x-\alpha)^2 = r^2$$



سیمی افقی دهانه
ب) ۴)

$$(y-\beta)^2 = 4p(x-\alpha)$$

* معادلات لستر سیمی

$$Ax^2 + Bx + Cy + D = 0 \rightarrow x^2 \text{ داریم} \rightarrow \text{قائم است}$$

$$Ay^2 + Bx + Cy + D = 0 \rightarrow y^2 \text{ داریم} \rightarrow \text{افقی است}$$

برای تبدیل معادله لستر دهانه استاندارد، آن عبارتی که توان ۲ دلگردد را درست بکن و بقیه را درست بکنی بریم. توان ۲ را به صورت مربع کامل بیا به تبدیل کنیم.

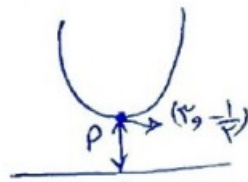
* مثال ✓ در سهمی به معادله $x^2 - 4x + 8 = 2y$ معادله قطب‌های مرکز آن چیست؟

$J = \frac{1}{4}(4)$ $J = -\frac{1}{4}(2)$ $J = -1(2)$ $J = -\frac{1}{4}(1)$

$x^2 - 4x + 8 - 9 + 8 = 2y \rightarrow (x-2)^2 = 2y + 1 \rightarrow (x-2)^2 = 2(y + \frac{1}{2})$

ماترکمانه به بالا

$$\begin{cases} S(2, \frac{1}{2}) \\ \rho = 2 \rightarrow \rho = \frac{r}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon} \end{cases}$$



$J = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = -1$
 ← نرینه ۲ صغیر

* مثال ✓ در سهمی به معادله $x^2 + 4y + 2x + 1 = 0$ قطب‌های آن؛ نقطه‌ای با مرکز متبعا می‌گذرد؟

$(0, 3)(4)$ $(2, 1)(3)$ $(1, 2)(2)$ $(1, -2)(1)$

$x^2 + 4y + 2x + 1 = -2x - 1 \rightarrow \dots$

← نرینه ۲ صغیر

* مثال ✓ به ازای مرکز معادله $x^2 - 4y + 2x + a = 0$ قطب‌های سهمی به معادله $x^2 - 4y + 2x + a = 0$ ؛ نقطه $(1, 2)$ می‌گذرد؟

$8(4)$ $7(3)$ $2(2)$ $5(1)$

معادله سهمی قائم محاس به محور x ها که گانون آن $F(3, 1)$ می باشد، کدام است؟

$x^2 - 4y - 2x = 9$ $x^2 - 4y - 2x = -9$ $x^2 - 4x + 4y = 9$ $x^2 - 4y - 4x = -9$

گزینه ۳ صحیح ✓

سهمی با گانون $F(2, 4)$ و خط هاری به معادله $x = -1$ و محور x ها، با کدام طول تقاطعی؟

$\frac{19}{4}$ (۱) $\frac{17}{4}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{11}{3}$ (۴)

گزینه ۱ صحیح ✓

یک سهمی محور x ها را در نقطه به طول هاری او 5 قطع کرده و خط هاری آن به معادله $x = 2$ است.

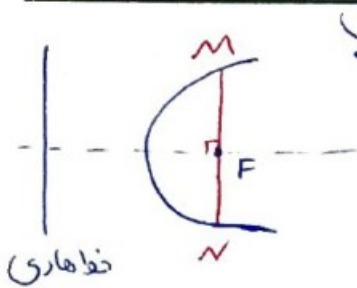
عرض رأس این سهمی کدام است؟ 1 (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

گزینه ۱ صحیح ✓

مختصات رأس سهمی که گانون آن $F(3, 5)$ و معادله خط هاری آن $x = -3$ باشد، کدام است؟

$(-3, 3)$ (۱) $(-2, 5)$ (۲) $(5, 5)$ (۳) $(2, 5)$ (۴)

گزینه ۳ صحیح ✓



وتری از سهمی که از گانولن بر محور آن عمود است.

* وتر گانولن سهمی

$MN = 4|p|$ وتر گانولن

وتری از سهمی به معادله $x^2 = 4p(y+x)$ که از گانولن بر محور آن عمود باشد، قطری از یک دایره است. معادله این دایره کدام است؟

* سوال

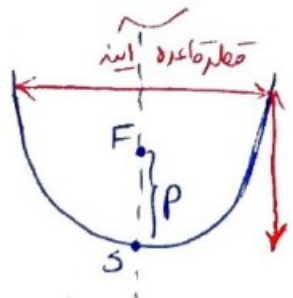
(۱) $x^2 + y^2 - 4y = 0$ (۲) $x^2 + y^2 + 4y = 0$ (۳) $x^2 + y^2 - 2y = 2$ (۴) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

(دقت کنید که مرکز دایره، همان گانولن سهمی می‌شود و شعاع، نصف وتر گانولن می‌باشد)
 گزینه صحیح -

* نکته

* نکته

در سهمی دو رابطه زیر بین عمق و قطر قاعده آن وجود دارد



عمق آن

$$(\text{عمق آن})^2 = 4P \times (\text{نصف قطر قاعده آن})$$

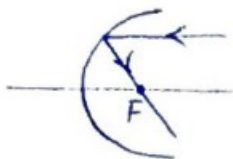
* تفسیر خارج ۹۲
 عمق یک این سهمی در مرکز آن ۹ و قطر قاعده آن ۴۰ و در آن فاصله کانون تا رأس آن برابر است؟
 ۲۵ (۴) ۲۴ (۳) ۲۰ (۲) ۱۵ (۱)

نرینه ۴ در دست

$$(\text{عمق})^2 = 4P \times (\text{نصف قطر قاعده}) \rightarrow 30^2 = 4P \times 9 \rightarrow P = \frac{900}{36} = 25$$

* تفسیر ۱۸
 یک دایره کوچک انداخته شد در این سهمی که فاصله رأس تا کانون آن ۷۲ cm و قطر قاعده آن ۱۷۸ cm است. عمق این دایره چند cm است؟
 ۲۴ (۱) ۲۴ (۳) ۲۴ (۴) ۲۴ (۲)

نرینه ۲ در دست



۱/۲
* نکته

خط هاری این سهمی خط به معادله $x = \frac{13}{4}$ است. هر پرتویی که از نقطه $(-2, \frac{5}{4})$ بر این سهمی بتابد، در امتداد محور x ها بازتابی تا این سهمی محور x ها را بگذرد و طول مقطع می‌کند؟

نکته ۳ صحت ✓

$\frac{1}{4}$ (۱)	$\frac{5}{4}$ (۲)	$\frac{13}{4}$ (۳)	$\frac{5}{4}$ (۴)
-------------------	-------------------	--------------------	-------------------

نقطه $S(-1, 4)$ و رأس سهمی است. هر پرتویی که موازی محور x ها بر این سهمی بتابد، به نقطه $(-1, 9)$ بازتابی تا این سهمی محور x ها را بگذرد و عرض مقطع می‌کند؟

-2 (۱)	-4 (۲)	-8 (۳)	-20 (۴)
----------	----------	----------	-----------

از معادله کسره نسبت به x و y به صورت جداگانه مشتق صفتی گرفته و برابر

$$f_y^2 - 9x^2 + 18x + 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} f_x = -18x + 18 = 0 \rightarrow x = 1 \\ f_y = 18y = 0 \rightarrow y = 0 \end{cases}$$

* یافتن مرکز هزلولی
صفر قرار دهید. مثلاً
 $O(1,0)$

* روش کلی یافتن مرکز و a و b و c معادله کسره را باید به امتیاز تبدیل کنیم صفتی x ها را در یک براتر و y ها را در دیگر براتر قرار دهیم. پس از ضرب x و y قاعده بلیغ. و در نهایت هر دو براتر را به صفر کامل تبدیل می کنیم و ...

* مثال هزلولی به معادله $f_y^2 - 8x^2 + 16y + 20x + 4 = 0$ را به امتیاز تبدیل کرده و تمام اطلاعات را به دست آورده

$$(f_y^2 + 16y) + (-8x^2 + 20x) = -4 \Rightarrow f(y^2 + 2y + 1 - 1) - 8(x^2 - 2x + 1 - 1) = -4$$

$\begin{matrix} \text{مرع} \\ \downarrow \\ 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{matrix}$

 $\begin{matrix} \text{مرع} \\ \downarrow \\ 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{matrix}$

$$f((y+1)^2 - 1) - 8((x-2)^2 - 4) = -4 \Rightarrow f(y+1)^2 - 4 - 8(x-2)^2 + 32 = -4 \Rightarrow$$

$$f(y+1)^2 - 8(x-2)^2 = \frac{-4 + 4 - 32}{-4} = \frac{-32}{-4} \xrightarrow{\div (-4)} \frac{f(y+1)^2}{-4} - \frac{8(x-2)^2}{-4} = \frac{-32}{-4}$$

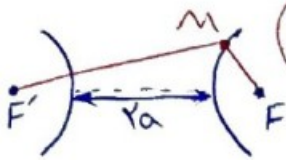
باید ۱ شود

$$\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$$

هزلولی افقی

$$\begin{cases} O(2, -1) \\ a^2 = 4 \rightarrow a = 2 \\ b^2 = 4 \rightarrow b = 2 \\ c^2 = a^2 + b^2 = 8 \rightarrow c = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

هندلوی مجموعه نقاطی از صفحه است که قدر مطلق تفاضل فواصل آن ها از دو نقطه ثابت F و F' (کانون ها) مقدار ثابت $2a$ است یعنی

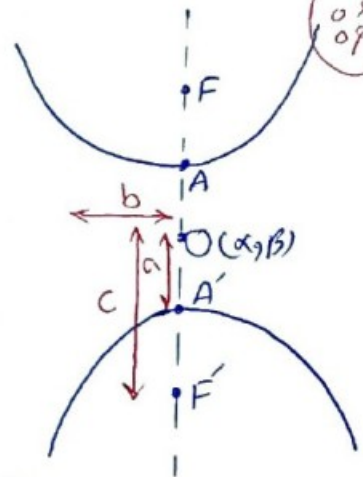
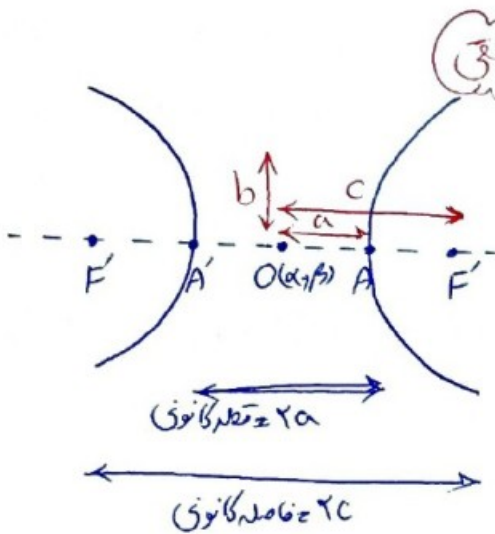


$$|MF - MF'| = 2a$$

در بعضی حالت ها مجموع فواصل از دو نقطه ثابت برابر $2a$ بود.

* یار دوری

قاره



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1$$

معادله استاندارد

$$\frac{(y-\beta)^2}{a^2} - \frac{(x-\alpha)^2}{b^2} = 1$$

معادله استاندارد

اگر $2a > 2c$ باشد، هندلوی افقی و اگر برعکس باشد، هندلوی قائم است.
 ضریب x مثبت همیشه a^2 و ضریب y منفی همیشه b^2 است.
 یعنی راست رفتاری باید \perp باشد.

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

معادله گسترده هندلوی

* مثال
 این نقاط $F(-۴, ۳)$ و $F(۲, ۳)$ کانون های یک بیضی بوده و هندولی از نقطه $M(۲, -۱)$ عبور کند، فاصله از دو کانون هندولی از هم برابر است؟ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

$2a = ?$

$$|MF - MF'| = 2a \Rightarrow \begin{cases} |MF| = \sqrt{(۲-۲)^2 + (-۱-۳)^2} = ۴ \\ |MF'| = \sqrt{(۲-(-۴))^2 + (-۱-۳)^2} = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow |۱۰-۴| = 2a \Rightarrow 2a = ۲$$

پس ۲ صحیح -

$e = \frac{c}{a}$ \Leftrightarrow $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$

$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

* خروج از مرکز هندولی
 * کانونی؟ خروج از مرکز یعنی

$MN = \frac{2b^2}{a}$ \Leftrightarrow $MN = 2b\sqrt{e^2 - 1}$

* وتر کانونی هندولی

* مثال ۹۱
 خروج از مرکز هندولی بر معادله $x^2 - 2ax - \frac{1}{3}y^2 = 1$ برابر است؟
 ۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{1+a^2}$

دو معادله درجه اول بیان a کمتر نشود پس می توان a را $\frac{1}{3}$ بگیرد (فردا در مسئله $a=0$)

هندولی افقی است $\rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{2}{1}} = \sqrt{3}$

پس ۱ صحیح -

به ازای k در هر مقدار، فرج اینرین هزولی به معادله $kx^2 - 2y^2 + 4y = 4$ $\sqrt{2}$ باشد \times مثال ۹۵

اس. \times ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)

$$kx^2 + (-2y^2 + 4y) = 4$$

$$kx^2 - 2(y^2 - 2y + 1 - 1) = 4 \rightarrow kx^2 - 2((y-1)^2 - 1) = 4 \rightarrow kx^2 - 2(y-1)^2 + 2 = 4$$

\downarrow توان ۲

$$kx^2 - 2(y-1)^2 = 2 \xrightarrow{\div 2} \frac{kx^2}{2} - \frac{2(y-1)^2}{2} = \frac{2}{2} \rightarrow \frac{x^2}{\frac{2}{k}} - (y-1)^2 = 1$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} \rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{1 + \frac{1}{\frac{2}{k}}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 + \frac{k}{2} = 2 \rightarrow k = 2$$

در اینجا تصحیح \checkmark

این نقاط $F(0, 3)$ و $F(0, -3)$ کانون های این هزولی با فرج اینرین $\frac{2\sqrt{2}}{2}$ باشند، معادله \times مثال

آن در اس. \times ۱(۱) $2x^2 - 3y^2 = 4$ ۲(۲) $x^2 - 3y^2 = 4$ ۳(۳) $x^2 - 3y^2 = 4$ ۴(۴) $y^2 - 3x^2 = 4$

در سوالاتی که فقط نقطه داده اند و نوع هزولی مشخص نیست برای یافتن هر متغیر بهترین روش مربع هزولی است.

در اینجا تصحیح \checkmark

۹۳ طرح \times در صلتق تفاضل فواصل نقطه متحرک $M(x, y)$ از دو نقطه ثابت $A(2, 2)$ و $B(2, 4)$ ، همواره برابر ۲ واحد است. این متحرک با کدام عرض و خط به معادله $x=5$ را قطع می کند؟

$1 \pm \frac{15}{4}$ (۱)
 $1 \pm 4\sqrt{2}$ (۲)
 $2 \pm \frac{15}{4}$ (۳)
 $2 \pm 4\sqrt{2}$ (۴)
 $2a=4 \rightarrow a=2, \dots$

نیزند امده ✓

۹۴ داخل \times همزوی به معادله $20y - 4x^2 - 4y^2 = 0$ متروض است. معادله ی بعضی از کانون های آن منطبق بر رأس های همزوی و رأس های آن در کانون های این همزوی باشد. کدام است؟

$4y^2 + 9x^2 - 20y = 20$ (۱)
 $4y^2 + 9x^2 - 10y = 20$ (۲)
 $4y^2 + 9x^2 - 12y = 4$ (۳)
 $4y^2 + 9x^2 - 22y = 9$ (۴)

کرنند امده ✓

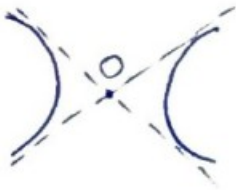
* داخل ۹۳
 معادله منفرجه به صورت $2x^2 - 4x - 9 = 0$ می باشد، طول وتر از آن و نیز ابر کانون و عمود بر محور کانونی، کدام است؟
 ۱ $\sqrt{7}$ ۲ $2\sqrt{3}$ ۳ $2\sqrt{3}$ ۴ $2\sqrt{3}$
 کانون ۳ صحیح

طول وتر کانونی را می توانیم

$$p = \frac{2b^2}{a}$$

به اشتباه تبدیل شود $\rightarrow (2x^2 - 4x) - 4 = 9$

* داخل ۹۱
 در منفرجه به معادله $x^2 - 2x^2 - 2x = 2$ اندازه وتر نرزه بر کانون و عمود بر محور کانونی آن
 ۱ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۲ $\sqrt{3}$ ۳ $2\sqrt{3}$ ۴ $2\sqrt{3}$
 کانون ۱ صحیح



* معادله معاینه و معانی هذلولی

$$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2} - \frac{(y-\beta)^2}{b^2} = 1 \rightarrow \frac{x-\alpha}{a} + \frac{y-\beta}{b} = 0$$

مثال

$$\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{12} = 1 \rightarrow \frac{x-1}{2} + \frac{y+2}{\sqrt{3}} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+2}{\sqrt{3}} = 0 \rightarrow 2(x-1) + (y+2)\sqrt{3} = 0 \rightarrow 2x + y\sqrt{3} - 2 = 0 \\ \frac{x-1}{2} - \frac{y+2}{\sqrt{3}} = 0 \rightarrow 2(x-1) - (y+2)\sqrt{3} = 0 \rightarrow 2x - y\sqrt{3} - 4 = 0 \end{cases}$$

هر دو معادله از مرکز هذلولی می گذرند. به عبارت دیگر محل تلاقی آن ها، همان مرکز هذلولی است. پس اگر در سوالی گفتند محل تلاقی معادله های هذلولی، یعنی همان مرکز هذلولی را می نویسند.

شیب معادله های هذلولی افقی $\pm \frac{b}{a}$ و شیب معادله های هذلولی قائم، $\pm \frac{a}{b}$ است.

در این هذلولی افقی و معادله معادله معادله صورت $y = 2x - 4$ و $y = -2x$ می باشد. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۱) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴)

شیب هذلولی افقی $\pm \frac{b}{a}$ می باشد پس شیب $\pm \frac{2}{\sqrt{3}}$ و $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ است. $y = 2x - 4$ ← شیب ۲ $y = -2x$ ← شیب -۲

$$e = \sqrt{4 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \sqrt{4 + 2^2} = \sqrt{8}$$

نیز می شود $\sqrt{8}$

نقطه $M(-2, 1)$ محل تلاقی ضرایب های همزاد به معادله $fx^2 + ay^2 + bx + 2y + 11 = 0$ است. معادله ضرایب آن با نسبت k ضرب کرده ام. ۱۹

$y = 4x + 9$ $y = 2x + 5$ $y = x + 1$ $2y = x + 4$

$M(-2, 1)$ مرکز همزاد $\Rightarrow \begin{cases} f'_x = 0 \rightarrow 2x + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{2} = -2 \rightarrow (b = 4) \\ f'_y = 0 \rightarrow 2ay + 2 = 0 \rightarrow y = -\frac{2}{2a} = 1 \rightarrow (a = -1) \end{cases} \Rightarrow$

$fx^2 + y^2 - 4x + 2y + 11 = 0 \rightarrow (fx^2 - 4x) + (y^2 + 2y) = -11$

$f(x^2 - 4x + 4 - 4) + (y^2 + 2y + 1 - 1) = -1 \rightarrow$

$\begin{matrix} 2 \downarrow \\ -x \\ \hline 4 \end{matrix}$

 $\begin{matrix} 2 \downarrow \\ -1 \\ \hline 1 \end{matrix}$

نویسه ۳ صدم

اگر معادلات ضرایب های همزاد و یک نقطه همزاد را به هم دو معادله همزاد را به هم دو معادلات ضرایب همزاد در هم ضرب کرده و مساوی k ضرب کرده با جایگزینی نقطه $M(-2, 1)$ به دست می آید و می توان معادله همزاد را یافت. ۱۸

دو خط به معادلات $2y + x = 1$ و $2y - x = -1$ ضرایب های یک همزاد را به نقطه $M(-2, 1)$ تقسیم معادله آن همزاد را می توانیم پیدا کنیم. ۱۷

$fy^2 - x^2 + 2x = 5$ $x^2 - 4y^2 - 2x = 3$ $y^2 - 4x^2 + 8y = 8$ $fx^2 - y^2 - 4x = 0$ (۱)

نقطه $M(-2, 1)$ مقدار k نویسه ۳ صدم می کند پس k نویسه ۳ صدم

$(2y + x - 1)(2y - x + 1) = k \xrightarrow{(2, 1)} k = -4 \rightarrow (2y + x - 1)(2y - x + 1) = -4$

$fy^2 - x^2 + 2x - 1 = -4 \rightarrow x^2 - 4y^2 - 2x = 3$

نویسه ۳ صدم

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

$$A = \pi r^2$$

سوابق تحصیلی

مؤلف کتابهای گنگور ✓	مدرس رسمی آموزش و پرورش ✓
عضو انجمن ریاضیدانان و فیزیکدانان ایران ✓	عضویت بدو موسسه تبیان ✓
مشاور تحصیلی در برنامه های رادیویی رادیو جوان، اقتصاد رادیو فرهنگ و شبکه ۴ صدا و سیما جمهوری اسلامی ایران ✓	
تهنأ دهنده مدرک برنامه ریزی و مشاوره تحصیلی از دانشگاه آکسفورد انگلستان در استان ✓	
دولنده پروژه اشتغال از سازمان نظام مهندسی کشور ✓	مدرس برتر ریاضیات و فیزیک ایسآر گنگور ✓
عضو انجمن علمی مهندسان برق ایران ✓	برگزار کننده هایش های طلابی خبری گنگور در استان های تهران - تبریز و گیلان ✓
عضو انجمن علمی تبیان جوان ✓	عضو باشگاه مهندسان ایران ✓
عضو انجمن علمی پژوهشگران جوان ✓	عضو مباحث تخصصی ایران ✓
عضو انجمن خبرگان گنگور ✓	عضو انجمن مهندسی بهره‌وری صنعت برق ایران ✓
	عضو انجمن مهندسی برق و الکترونیک ایران ✓