



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

فصل اول

ریاضیات

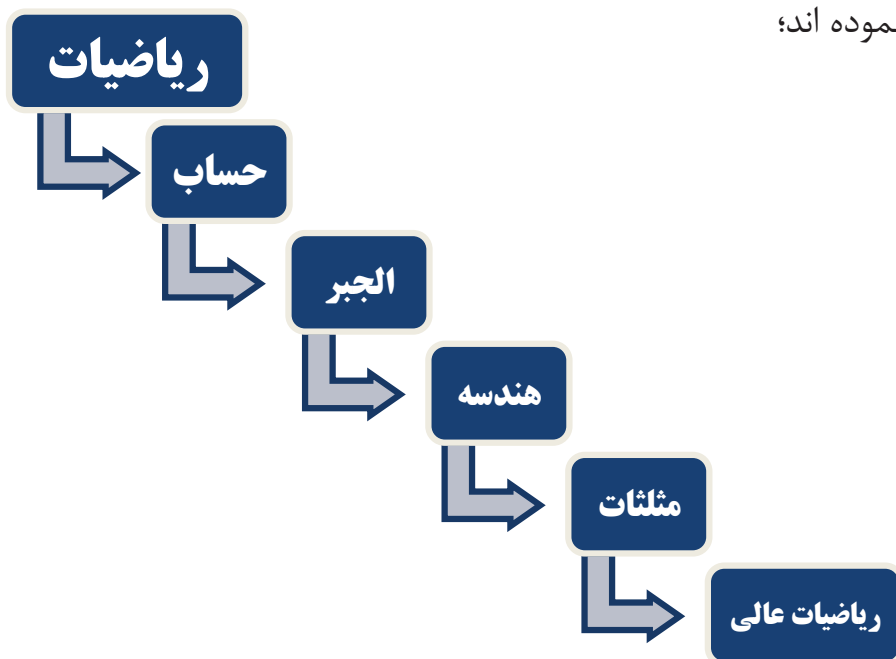
ریاضیات (Mathematics) از کلمه (Mathema) به معنی دانش و دانایی گرفته شده است. همچنان کلمه ریاضیات از کلمه ریاضت گرفته شده و ریاضت نه تنها به معنی پرهیزکاری بدنی می باشد بلکه به معنی فهمیدن و رسیدن به رازها نیز است. و به گفته دانشمند بزرگ ایتالوی (گالیله) ریاضی زبان قوانین طبیعت است.

1.1 تعریف ...

ریاضیات عبارت از مطالعه و اندازه گیری خواص و روابط کمیت ها توسط اعداد و سمبول ها می باشد.

بخش های ریاضیات:

ریاضیات یک علم وسیع می باشد. بناً دانشمندان برای سهولت فراگیری، ریاضیات را به بخش های ذیل تقسیم نموده اند؛





نخستین گام: حساب

کلمه (Arithmetic) از کلمه یونانی Arithmos (ارتموس) که به معنی عدد می باشد گرفته شده است. حساب عبارت از فن انجام عمل بالای کمیت های معلوم می باشد. و علم حساب را علم اعداد نیز میگویند.

(حساب به دو بخش تقسیم می گردد (ابتدایی و عالی)

تعریف ...

1،2

حساب ابتدایی: علم است که از خواص ابتدایی عملیه های مخصوص بالای اعداد بحث میکند.
حساب عالی: یک بخش دیگر علم حساب است که بنام تیوری اعداد نیز یاد می شود.



موارد استعمال علم حساب

- 1 - علم حساب برای درک سایر بخشهای ریاضیات (الجبر . هندسه و مثلثات) فزیک و کیمیا ضروری است
- 2 - از علم حساب در محاسبات روزمره بطور وسیع استفاده می شود .
- 3 - از علم حساب در ادبیات نیز استفاده می شود.
- 4 - یک بخش علم حساب بنام حساب ابجد یاد می شود . در این بخش حروف الفبای عربی دارای قیمت های عددی هستند و طبق آن یک کلمه و یا یک عبارت به عدد ارایه میگردد . بطور مثال (بسم الله الرحمن الرحيم) به ۷۸۶ نشان داده میشود .

حلد ۱

عدد

عدد (Number) مفکوره ذهن است که برای پیمایش و اندازه گیری استفاده میشود .
و یا چیزیکه نتیجه پیمایش و اندازه گیری اشیا را نشان دهد عدد نامیده می شود. و یا عدد عبارت از سمبول ها و نشانه های قرار دادی است که در ذهن یک مفهوم را ایجاد کرده بتواند.

رقم (Digit)

نشانه های اند که برای ارایه و ترتیب نمودن اعداد از آنها استفاده می شود . درسیستم هندی و عربیک ده رقم اساسی (0 الی 9) وجود دارد .

نکته : هر رقم یک عدد است ولی هر عدد یک رقم نیست زیرا هر عدد بزرگتر از 9 حد اقل از دو رقم تشکیل شده است .

کمیت

هر چیزی که قابل اندازه گیری باشد و قابلیت افزایش و کاهش را داشته باشد، کمیت نامیده می شود. مانند: موترها، درخت ها و غیره.

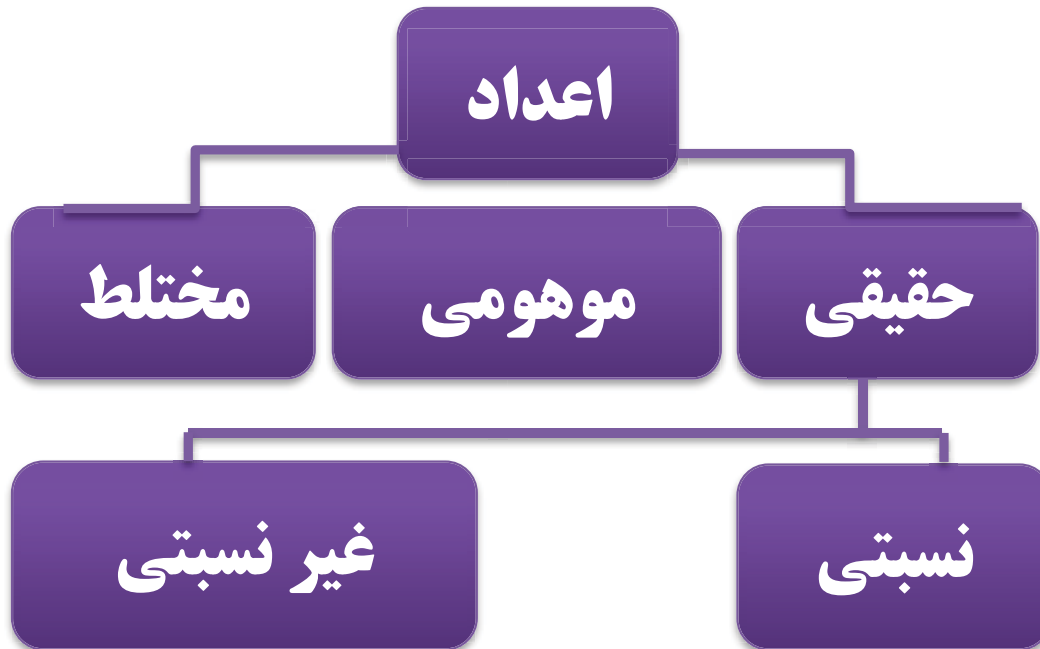
واحد

مقدار معین از یک کمیت را واحد گویند . مانند واحد طول (m) و غیره.

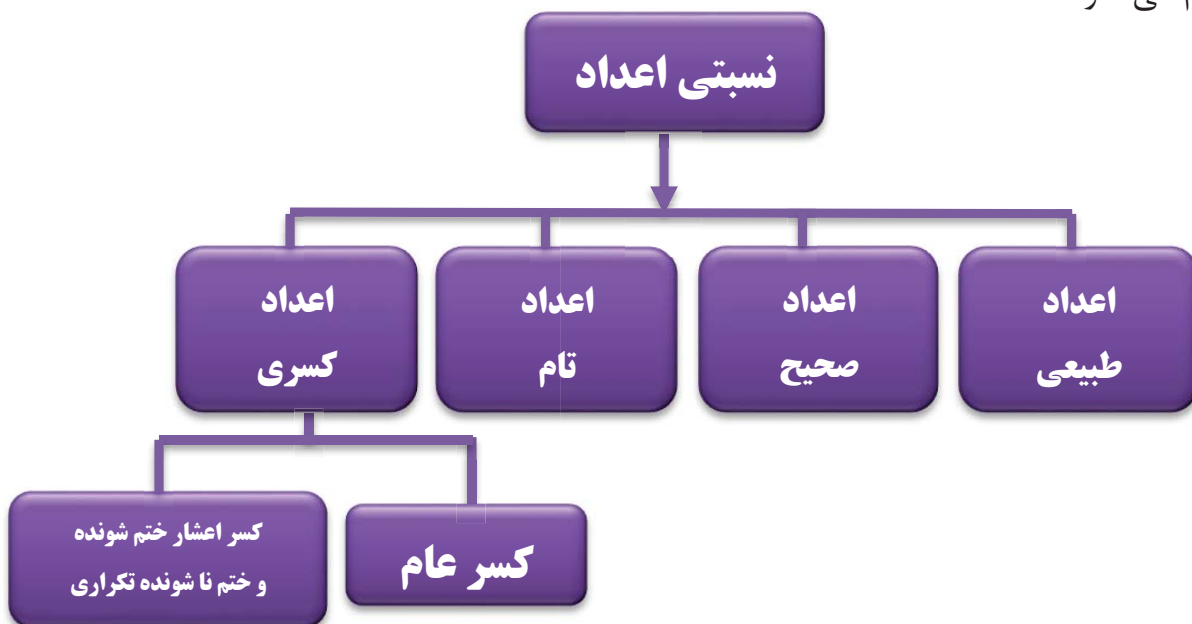
ست

به مجموعه از اشیا، اعداد و غیره که حداقل یک خاصیت مشترک داشته باشند، مفهوم ست اطلاق میگردد. مانند صنف شما که یک ست گفته میشود و شما شاگردان عناصر آن می باشید و خاصیت مشترک شما انسان بودن شما و محصل بودن شماست. $A = \{a, b, c, d\}$

معرفی ست اعداد: اعداد در ابتدا به سه بخش عمده حقیقی، موهومی، و مختلط تقسیم می شود. اعداد حقیقی بعداً به اعداد نسبتی و غیر نسبتی تقسیم می شود.



اعداد نسبتی به بخش های اعداد طبیعی، اعداد صحیح، اعداد تام و اعداد کسری تقسیم می شوند. اعداد کسری به نوبه خود به کسر عام و اعشار ختم شونده و ختم نا شونده تکراری تقسیم می شود.





ست اعداد طبیعی

اعداد طبیعی (Natural numbers) اعدادیکه جهت شمارش اشیا کامل بکار می روند، اعداد طبیعی گفته می شوند. ست اعداد طبیعی از یک شروع شده تا بی نهایت ادامه دارد و اعداد طبیعی را به حرف (IN) نمایش می دهند.

$$IN = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

به این لحاظ اعداد طبیعی را به چهار شکل ذیل تقسیم می کنیم



ست اعداد طبیعی طاق

اعداد طاق (Odd numbers): هر عددی که اولین رقم طرف راست آن یکی از ارقام $(1, 3, 5, 7, 9)$ باشد عدد فرد نامیده می شود. برای بدست آوردن اعداد طبیعی فرد از فورمول $(2n-1)$ استفاده می نمایم طوریکه n یک عدد طبیعی می باشد و ست اعداد طبیعی فرد را به حرف O نمایش می دهند.

$$O = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, \dots\}$$

ست اعداد طبیعی طاق توسط علائم ریاضی قرار ذیل نمایش می دهند.

$$O = \{x \mid x = 2n - 1, n \in IN\}$$



ست اعداد طبیعی جفت (Even numbers)

هر عددیکه اولین رقم سمت راست آن (0,2,4,6,8) باشد عدد جفت نامیده می شود. برای بدست آوردن اعداد طبیعی زوج از فرمول $(2n)$ استفاده می نمایم طوریکه n یک عدد طبیعی می باشد و ست اعداد طبیعی زوج را به حرف E نمایش می دهند.

$$E = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

ست اعداد طبیعی جفت یا زوج توسط علائم ریاضی قرار ذیل نمایش می دهند.

$$E = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$$

نوت: اعداد طبیعی جفت اعدادیکه بر دو پوره قابل تقسیم می باشند و اعدادیکه بر دو پوره قابل تقسیم نباشند اعداد طاق است.



ست اعداد مکمل

اعداد صحیح یا کامل (whole numbers): ست اعداد طبیعی بشمول صفر اعداد مکمل گفته می شود و ست اعداد مکمل را به حرف \mathbb{W} نمایش می دهند.

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

نکته: علمای ریاضی در مورد عدد صفر که آیا یک عدد طبیعی است یا یک عدد مکمل گاهی به اتفاق کلی نمی رسند. اما در این کتاب عدد صفر را در جمله اعداد صحیح می شماریم.



اعداد اصلی و ترتیبی

اعدادیکه برای شمارش کمیت ها استفاده میشود اعداد اصلی است و اعدادیکه برای موقعیت و مرتبه استفاده میشود اعداد ترتیبی است.



اعداد مجرد و مشخص

هر عددیکه بدون واحد ذکر شود مجرد یا مطلق نامیده میشود . و هر عددیکه با واحد ذکر شود مشخص یا مقید نامیده میشود .



ست اعداد تام

ست اعداد طبیعی، مثبت به شمول صفر و اعداد منفی را بنام ست اعداد تام یاد می کنند و به حرف Z نشان می دهند. $Z = \{-\infty \dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots + \infty\}$ ست اعداد تام



ست اعداد نسبتی

ست تمام اعداد که بتوان آنها را بشکل یک کسر نمایش داد، ست اعداد نسبتی گفته می شوند و ست اعداد نسبتی را به حرف Q نمایش می دهند.

$$Q = \{-\infty \dots, -\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}, -1, +\frac{1}{2}, +3, \dots + \infty\}$$

ست اعداد نسبتی



ست اعداد غیر نسبتی

اعداد که نتوان آنها را بشکل یک کسر نمایش داد، اعداد غیر نسبتی گفته می شود یا به عبارت دیگر تمام اعداد اعشاری نامحدود را غیر نسبتی گویند و ست اعداد غیر نسبتی را به حرف Q' نمایش می دهند. $Q' = \{\dots - \sqrt{5}, \sqrt{2}, \pi, e, \dots\}$ ست اعداد غیر نسبتی



ست اعداد حقیقی

ست که شامل تمام اعداد نسبتی (طبیعی، مکمل، صحیح) و غیر نسبتی باشد، ست اعداد حقیقی گفته می شود و ست اعداد حقیقی را به حرف IR نمایش می دهند.

$$IR = \{-\infty \dots, -3, -2, -\frac{1}{2}, 0, +1, \sqrt{2}, +2, \dots + \infty\}$$

ست اعداد حقیقی



ست اعداد موهومی

تمام اعداد منفی تحت جذر جفت را اعداد موهومی گویند مانند $\sqrt{-4}$, $\sqrt[4]{-16}$ و غیره ... اعداد موهومی بصورت عموم بشکل (ai) نمایش داده می شود که در آن a یک عدد حقیقی و $i = \sqrt{-1}$ موهومی می باشد اگر ست اعداد موهومی را به حرف (I) نشان دهیم مطابق تعریف، این اعداد توسط علائم ریاضی قرار ذیل بیان می گردد:

$$I = \{x \mid x = ai, a \in R, i = \sqrt{-1}\}$$



ست اعداد مختلط

عدد که از حاصل جمع و یا تفریق یک عدد حقیقی و موهومی تشکیل گردیده باشد عدد مختلط گفته می شود و یک عدد مختلط بشکل $(a+bi)$ ارایه می گردد، طوریکه a قسمت حقیقی و bi قسمت موهومی می باشد اگر ست اعداد مختلط را به حرف (C) نشان دهیم مطابق تعریف این اعداد توسط علائم ریاضی قرار ذیل بیان می گردد.

$$C = \{x \mid x = a \pm bi, a, b \in IR, i = \sqrt{-1}\}$$



سوالات تحلیلی

1. آیا صفر یک عدد است و آیا در ذهن ما یک مفهوم را ایجاد کرده میتواند؟
2. آیا لایتناهی یک عدد است اگر نیست پس مفهوم آن چیست؟



عدد نویسی

در ریاضیات اعداد به قاعده های مختلفی خوانده و نوشته می شوند. مانند سیستم اعداد به قاعده 2، سیستم اعداد با قاعده 8، سیستم اعداد به قاعده 10، سیستم اعداد به قاعده 16، و غیره...

از سیستم اعداد به قاعده 2 در تکنالوژی کامپیوترها و غیره اشیای دیجیتالی، از سیستم اعداد به قاعده 5 در گزارشات مخفی و استخبارات استفاده به عمل می آید.

سیستم اعداد نویسی را که روزمره با آن سرو کار داریم، سیستم اعداد نویسی به قاعده 10 می باشد. زیرا در این سیستم 10 رقم اساسی وجود دارد، که تمامی اعداد دیگر در این سیستم از ترکیب این ارقام به میان می آیند. همچنان در این سیستم ارقام دارای ارزش موقعیتی می باشند. طوریکه هر رقم نظر به موقعیت آن دارای یک ارزش معین می باشد و این ارزش نظر به عدد 10 و توان های عدد 10 تعیین می شود. از همین رو سیستم اعداد نویسی به قاعده 10 را سیستم اعشاری نیز گویند.

در این سیستم برای خواندن اعداد طبقه ها و مرتبه های وجود دارد طوریکه هر طبقه دارای سه مرتبه می باشد یعنی بعد از ختم شدن سه مرتبه در یک طبقه، طبقه بعدی آغاز می شود

شماره	نام طبقه	اولین عدد	شماره	نام طبقه	اولین عدد
1	واحد	1	7	کوینتلیون	10^{18}
2	هزار	10^3	8	سکستلیون	10^{21}
3	میلیون	10^6	9	سپتیلیون	10^{24}
4	میلیارد (بیلیون)	10^9	10	اوکتلیون	10^{27}
5	تریلیون	10^{12}	11	نونلیون	10^{30}
6	کوادریلیون	10^{15}	12	دسیلیون	10^{33}

برای خواندن یک عدد در ابتدا عدد را از راست به چپ سه سه جدا کرده و بعدا عدد را از طرف چپ به راست با در نظر داشت طبقه ها که سه سه رقم در آنها واقع می شود، میخوانیم. طبقه های فوق را با مرتبه های آنها طبق ذیل دنبال کنید.

طبقه اول			طبقه دوم			طبقه سوم			طبقه چهارم		
مرتبه آحاد			مرتبه هزارها			مرتبه میلیونها			مرتبه میلیاردها		
یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها
یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها	یکها	دهها	صدها
ها	ها	ها	ها	ها	ها	ها	ها	ها	ها	ها	ها
میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون
میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون
میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون	میلیون

بطور مثال: نمونه های از اعداد در زیر به عدد و حروف بیان گردیده است.

1. سی و شش هزار و هفتصد و هشتاد و هشت 36788

2. دوصد و دو هزار و هفتصد و چهل و شش 202746

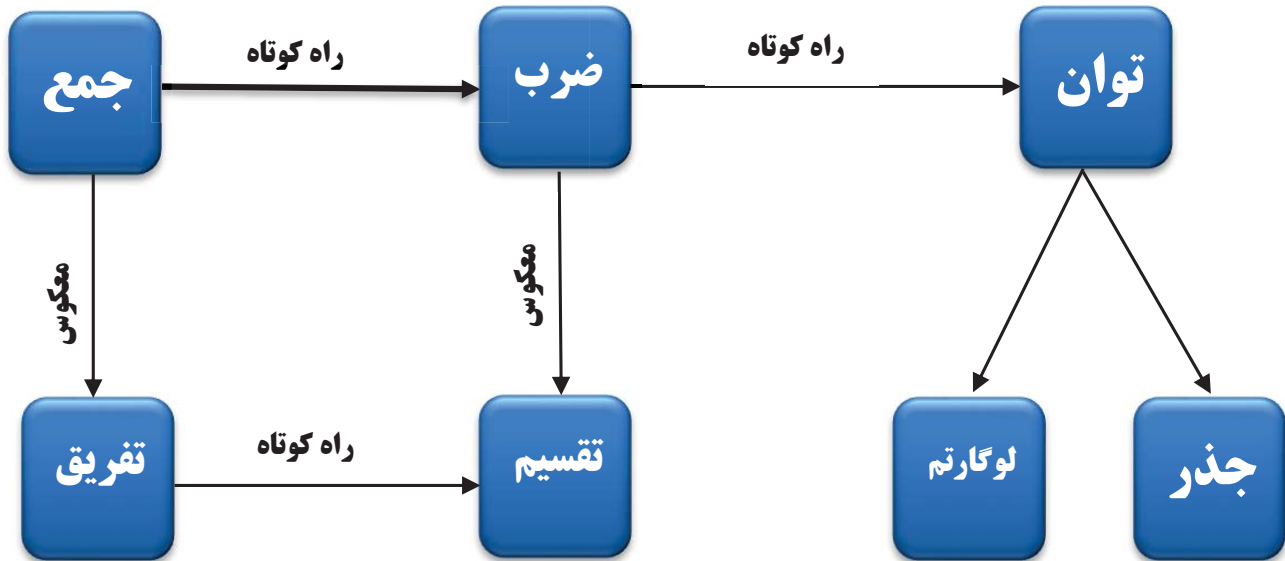
نوت: یک تعداد از اعداد دارای نام های معمولی نیز هستند که روزمره از آنها استفاده

زیادی می شود. مانند

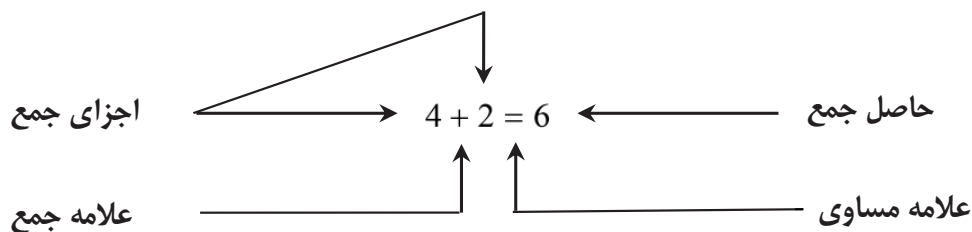
نام معمولی	نام علمی	اولین عدد
یک لک	صد هزار	100 000
نه لک	نه صد هزار	900 000
ده لک	یک میلیون	1 000 000
نود لک	نه میلیون	9 000 000
صد لک	ده میلیون	10 000 000
هزار میلیون	یک میلیارد	1 000 000 000

عملیات اساسی در ریاضی

بصورت عموم در ریاضی هفت عملیه اساسی وجود دارد.



یکجا نمودن چند عدد و یا یکجا نمودن اشیا هم جنس را که دارای واحد مشترک باشند، عملیه جمع گویند. علامه جمع 1500 سال قبل از میلاد به میان آمده است.



مثال: اعداد 136 و 2263 را جمع نمایید.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 6 \quad 3 \\ + \quad \quad 1 \quad 3 \quad 6 \\ \hline 2 \quad 3 \quad 9 \quad 9 \end{array}$$

مثال: در صورتیکه به عدد 2692869 یک میلیون اضافه نماییم چه عددی حاصل خواهد گردید؟

➤ حل: به عدد 2692869 عدد 1000000 را جمع نموده، عدد مورد نظر حاصل می گردد.

$$\begin{array}{r} 2 \quad 6 \quad 9 \quad 2 \quad 8 \quad 6 \quad 9 \\ + 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ \hline 3 \quad 6 \quad 9 \quad 2 \quad 8 \quad 6 \quad 9 \end{array}$$

خواص و قوانین کاربردی عملیه جمع



خاصیت تبدیلی

هرگاه در عملیه جمع جا های اجزای جمع را تبدیل کنیم در حاصل آن کدام تغییری بوجود نمیاید. مانند: $3+2=5$ یا $2+3=5$



خاصیت اتحادی

اجزای جمع میتوانند در عملیه جمع اتحاد کنند. مانند: $(2+3)+10=2+(3+10)=15$



عنصر خنثی ((عینیت))

$$0+5=5$$

$$5+0=5$$

عنصر عینیت یا خنثی در عملیه جمع عبارت از صفر میباشد. مانند:

سوالات تحلیلی

1. مقدار 222 چند عدد است؟
2. چرا در عملیه جمع در صورتیکه مقدار بیشتر از 10 شود حاصل میگیریم؟



کم کردن یک عدد از عدد دیگر و یا کم کردن یک شی از شی همجنس و هم واحد آنرا تفریق می گویند. و یا به عبارت دیگر معکوس عملیه جمع را تفریق گویند.

$$\begin{array}{ccc} \text{مفروق منه} & \longrightarrow & 9 - 4 = 5 \longleftarrow \text{حاصل تفریق} \\ & & \uparrow \uparrow \\ & & \text{مفروق} \quad \text{علامه منفی} \end{array}$$

برای تفریق نمودن یک عدد از عدد دیگر، مفروق را طوری زیر مفروق منه می نویسیم که اعداد هم مرتبه زیر همدیگر قرار گیرند و بعداً از عدد بالایی عدد پایینی را کم می کنیم.

مثال: از عدد 1010002 عدد 83709 را تفریق نمایید.

$$\begin{array}{r} 1010002 \\ - 83709 \\ \hline 926293 \end{array}$$

مثال: آراد یک مایل و یک سیم کارت را به مبلغ 15000 افغانی خریده است، در صورتیکه

قیمت سیم کارت 150 افغانی باشد، معلوم نمایید قیمت مایل چند افغانی است؟

➤ حل: از جمع کل پول خرید، قیمت سیم کارت را تفریق نموده قیمت مایل بدست می آید.

$$\begin{array}{r} 15000 \\ - 150 \\ \hline 14850 \end{array}$$

نکته 1

عنصرخشی یا عینیت در عملیه تفریق عبارت از صفر می باشد. مانند: $5 - 0 = 5$

نکته 2

در عملیه تفریق زمانیکه عدد کوچک را از بزرگ کم نمایم حاصل منفی بدست میآید:

$$5 - 7 = -2$$

نکته 3

هرگاه در عملیه تفریق عددی را با مفروق جمع نمایم به همان اندازه از حاصل تفریق کم

$$10 - 2 = 8 \quad 10 - (2 + 3) = 5 \quad \text{میشود.}$$

نکته 1

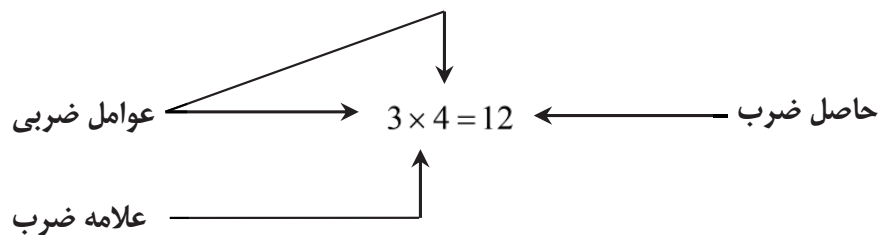
هرگاه در عملیه تفریق عددی را از مفروق کم نمایم به همان اندازه به حاصل تفریق زیاد

$$10 - 5 = 5 \quad 10 - (5 - 3) = 8 \quad \text{میشود.}$$



عملیه ضرب Multiplication

کوتاه ترین و یا آسان ترین طریقه جمع نمودن اعداد مساوی ضرب گفته می شود.



عملیه ضرب را به وسیله چندین علامه نمایش می دهند که قرار ذیل است:

1. به وسیله حرف چلیپا ((×))
2. به وسیله نقطه ((•))
3. به وسیله قوس های خورد، متوسط و کلان: (قوس خورد)، { قوس متوسط }، [قوس کلان]
4. بوسیله ستاره *

بطور مثال: اگر عدد 2 همراه با عدد 3 به حالت ضرب قرار داشته باشد، می توان این

حاصل ضرب را قرار ذیل نمایش داد:

$$2 * 3 = 6 \quad 2\{3\} = 6 \quad 2[3] = 6 \quad 2(3) = 6 \quad 2 \cdot 3 = 6 \quad 2 \times 3 = 6 \quad \dots$$



جدول ضرب زبانی

برای اجرای عملیه ضرب باید از همه اولتر با ضرب زبانی اعداد آشنا شویم .

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

مثال: عدد 22 را با عدد 2142 ضرب نمایید.

$$\begin{array}{r}
 2142 \\
 \times 22 \\
 \hline
 4284 \\
 + 4284 \\
 \hline
 47124
 \end{array}$$

خواص و قوانین کاربردی عملیه ضرب

(1) قانون تبدیلی

هرگاه در عملیه ضرب جا های اجزای ضرب تبدیل گردند در حاصل ضرب کدام تغییری وارد نمی شود. مانند: $(2)(3) = 6$ یا $(3)(2) = 6$

(2) عنصر خنثی

عدد یک در عملیه ضرب عبارت از عنصر خنثی یا عینیت می باشد. مانند: $(2)(1) = 2$

(3) قانون توزیعی

هرگاه یک عدد در حالت ضرب با یک مجموعه یا حاصل تفریق قرار داشته باشد میتوانیم آن عدد را توزیع کنیم.

$$2(3+1) = 2(3) + 2(1) = 6 + 2 = 8$$

$$5(5-2) = 5(5) - 5(2) = 25 - 10 = 15$$

نکته

در عملیه ضرب صفر ضرب در عدد و یا عدد ضرب در صفر مساوی به صفر میشود.

$$(1314)(0) = 0 \quad \text{و یا} \quad (0)(100) = 0$$

بعضی از ترفندهای ضرب

ضرب اعداد در قاعده های ده

هرگاه یک عدد با طاقتهای ده در حالت ضرب باشد کافی است تا صفرهای موجود را پیش روی عدد قرار دهیم در واقع حاصل ضرب بدست می آید.

مثال: هرگاه خواسته باشیم عدد 2457 را با عدد 1000 ضرب نمایم میتوانیم عدد داده شده را خودش نوشته و صفرها را انتقال دهیم که حاصل ضرب 2457000 میشود.

ضرب اعداد دو رقمی در 11

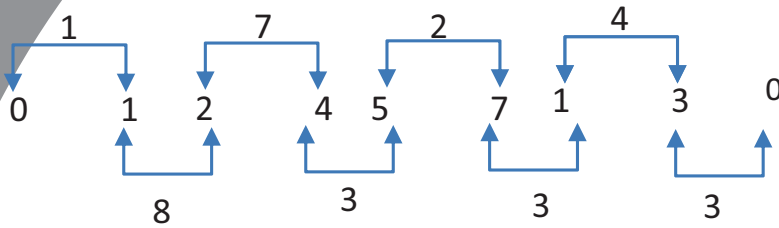
برای ضرب نمودن اعداد دو رقمی در 11 عدد داده شده را خودش نوشته بعدا حاصل جمع دو عدد را در بین عدد بازنویسی می کنیم.

مثال: حاصل ضرب اعداد داده شده ذیل را بیابید ؟ $23 \times 11 = 253$

ضرب اعداد چندین رقمی در 11

برای ضرب نمودن اعداد چندین رقمی در 11 عدد چندین رقمی را در نظر میگیریم و یک صفر به اول و آخر عدد اضافه می کنیم بعدا دو دو رقم پهلوی پهلوی را بشکل مسلسل جمع میکنیم که این نتیجه حاصل ضرب ماست.

$$1245713 \times 11 = ?$$



$$1245713 \times 11 = 13702843$$

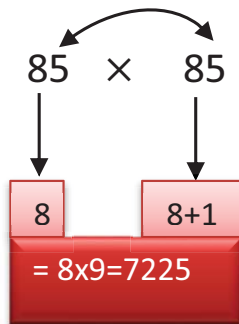


ضرب اعداد مربع دورقمی که آخرشان به 5 ختم شده باشد

برای ضرب نمودن اعداد دو رقمی هم رنگ که آخرشان به 5 ختم شده باشد طبق ذیل

عمل میکنیم :

مثال : حاصل ضرب اعداد 85×85 را بیابید ؟



ضرب اعداد جفت در عدد 5

برای ضرب نمودن اعداد جفت در 5 اول عدد را نصف نموده و بعدا صفر اضافه می کنیم

که در نتیجه حاصل ضرب بدست می آید ..

$$2786 \times 5 = ?$$

$$\frac{2786}{2} = 13930$$

مثال : حاصل ضرب اعداد



ضرب اعداد طاق در عدد 5

برای ضرب نمودن اعداد طاق در 5 اول به عدد صفر اضافه نموده بعدا انرا نصف می کنیم

که در نتیجه حاصل ضرب بدست می آید .

$$\frac{1230}{2} = 615$$

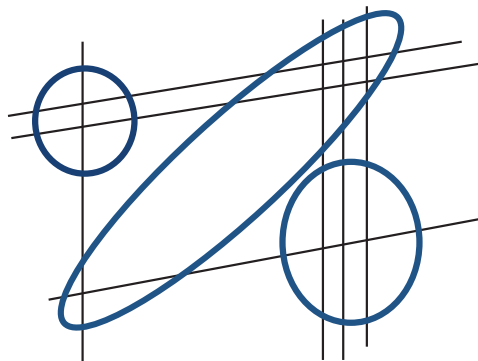
مثال : حاصل ضرب اعداد $123 \times 5 = ?$

سوال تحلیلی

چرا در عملیه ضرب صفر ضرب در هر عدد مساوی به صفر میشود؟

روش جالب برای ضرب اعداد

شما می توانید با یک شیوه فوق العاده در ریاضیات بدون ماشین حساب ضرب اعداد را انجام دهید، پس از یاد گرفتن این شیوه قادر خواهید بود تمام اعداد را چه بزرگ و چه کوچک، یک رقمی و یا چند رقمی به راحتی در یکدیگر ضرب کرده و پاسخ آنها را به راحتی و بدون استفاده از ماشین حساب پیدا کنید، برای این کار هم فقط کافی است چند تا خط نا قابل رسم کنید.



$$21 \times 13 = 273$$

$$273$$

اولین مثالی که برای شما در نظر گرفته ایم بسیار ساده است، عدد 21 را در 13 ضرب کرده ایم. مراحل انجام ضرب بصورت زیر بوده است.

اول

عدد 21 از دو و یک تشکیل شده پس ابتدا دو خط در بالا و یک خط در پایین آن به صورت افقی رسم کرده ایم.

دوم

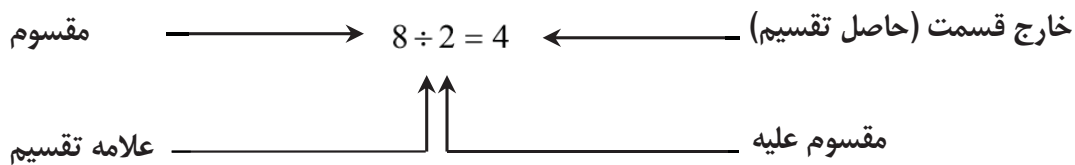
عدد 13 از یک و سه تشکیل شده و پس ابتدا یک خط و سپس سه خط به نحوی رسم کرده ایم که خط های که قبلاً به صورت افقی رسم کرده بودیم را قطع کنند.

به ترتیب از چپ به راست ابتدا در رأس مربع سپس در قطر آن و بعد در رأس سمت راست تعداد نقطه های که خط ها در آن ها یکدیگر را قطع کرده این را شمرده ایم و ارقام بدست آورده را به همان ترتیب از چپ به راست به عنوان صد ها، ده ها و یک های عدد قرار داده ایم تا به جواب برسیم.



عملیه تقسیم (Division)

عملیه معکوس ضرب را تقسیم گویند، یا به عباره دیگر عملیه تقسیم نشان می دهد که یک عدد چند مرتبه شامل عدد دیگر می باشد.



علامه های تقسیم

عملیه تقسیم را به وسیله چندین علامه نمایش می دهند، که قرار ذیل است:

$$1) \quad 10 \div 5 = 2 \quad 2) \quad 10 : 5 = 2 \quad 3) \quad \frac{10}{5} = 2 \quad 4) \quad \begin{array}{r} 10 \quad | \quad 5 \\ 10 \quad | \quad 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad 5) \quad \begin{array}{r} 2 \\ 5 \overline{) 10} \\ \underline{-10} \\ 0 \end{array}$$

مثال: عدد 422 را بالای عدد 2 تقسیم نمایید. مثال: عدد 81900 را بالای عدد 3 تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r|l} 81900 & 3 \\ -6 & 27300 \\ \hline 21 & \\ -21 & \\ \hline 9 & \\ -9 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 422 & 2 \\ -4 & 211 \\ \hline 2 & \\ -2 & \\ \hline 2 & \\ -2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

نکته: در تمام عملیه های تقسیم که باقیمانده آن صفر شود مقسوم بالای مقسوم علیه پوره قابل تقسیم است.

مثال: عدد 49446 را بالای 402 تقسیم نمایید. مثال: عدد 2260160 را بالای 224 تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r|l} 2260160 & 224 \\ -244 & 10090 \\ \hline 2016 & \\ -2016 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 49446 & 402 \\ -402 & 123 \\ \hline 924 & \\ -804 & \\ \hline 1206 & \\ -1206 & \\ \hline 0 & \end{array}$$



نکات مهم تقسیم

در عملیه تقسیم بعضی قوانینی وجود دارد که در اکثر کتاب ها به آن اشاره نشده اما در اینجا ما به مطالعه و بررسی آنها می پردازیم

1. در عملیه تقسیم اگر یک رقم را از مقسوم پایین کنیم، ولی بازهم عدد جدید بدست

آمده بالای مقسوم علیه قابل تقسیم نباشد میتوانیم رقم بعدی را از مقسوم پایین کنیم ولی باید قبل از آن در خارج قسمت یک صفر اضافه شود. به مثال ذیل توجه

$$\begin{array}{r}
 214 \quad | \quad 2 \\
 - 2 \quad | \quad 107 \\
 \hline
 14 \\
 - 14 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

کنید

2. اگر در اخیر عملیه تقسیم، طوری واقع شود که یک یا دو رقم اخیر مقسوم را اگر پایین هم کنیم عدد جدید بالای مقسوم علیه قابلیت تقسیم را نداشته باشد پس به تعداد ارقام باقی مانده در خارج قسمت صفرها می گذاریم.

مثال ها:

$$\begin{array}{r}
 23119 \quad | \quad 21 \\
 - 21 \quad | \quad 1100 \\
 \hline
 21 \\
 - 21 \\
 \hline
 19
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 221 \quad | \quad 2 \\
 - 2 \quad | \quad 110 \\
 \hline
 2 \\
 - 2 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$



اصول عملیه تقسیم

اصول اول: اگر مقسوم و مقسوم علیه در یک عدد ضرب و یا تقسیم شوند، خارج قسمت تغییر نمی خورد اما باقیمانده به همان برابر تغییر می کند

$$\begin{array}{r}
 14 \overline{) 4} \\
 \underline{- 12} \\
 2
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\times 2} \\
 \xrightarrow{\times 2}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 28 \overline{) 8} \\
 \underline{- 24} \\
 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 14 \overline{) 4} \\
 \underline{- 12} \\
 2
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\div 2} \\
 \xrightarrow{\div 2}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 \overline{) 2} \\
 \underline{- 6} \\
 1
 \end{array}$$

اصول دوم: - اگر دو عدد بالای یک عدد سوم پوره قابل تقسیم باشند حاصل جمع و حاصل تفریق آنها نیز بالای همان عدد پوره قابل تقسیم می باشند.

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 4} \\
 \underline{- 12} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8 \overline{) 4} \\
 \underline{- 8} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 4} \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

$(8+12)=20$ ←

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 4} \\ - 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$(12-8)=4$ ←

اصول سوم :-

اگر مقسوم به شکل یک حاصل ضرب باشد و یکی از عوامل ضربی بالای مقسوم علیه پوره تقسیم شود، حاصل ضرب نیز بالای آن عدد پوره تقسیم می شود.

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 4} \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 4} \\ - 8 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (12 \times 9) \quad 108 \overline{) 4} \\ - 8 \\ \hline 28 \\ - 28 \\ \hline 0 \end{array}$$



خواص عملیه تقسیم

1- عملیه تقسیم خاصیت تبدیلی ندارد؛ یعنی:

خاصیت

اگر a, b دو عدد باشند، پس $a \div b \neq b \div a$.

2- هر عدد تقسیم بر یک، مساوی به خود همان عدد است؛ یعنی:

خاصیت

اگر a یک عدد باشد، پس $a \div 1 = a$.

3- صفر تقسیم بر هر عدد طبیعی مساوی به صفر است؛ یعنی:

خاصیت

اگر a یک عدد باشد، پس $a \div 0 = 0$.

4- عدد طبیعی تقسیم بر صفر تعریف نشده است. یعنی:

خاصیت

اگر a یک عدد باشد، پس $a \div 0$ یک شکل تعریف نشده است.

امتحانات چهار عملیه حسابی

امتحان عملیه جمع

برای اینکه بدانیم آیا عملیه جمع درست انجام شده یا خیر آنرا امتحان می کنیم، و روش امتحان نمودن به اینصورت است که یکی از اجزای جمعی را از حاصل جمع تفریق می کنیم، در صورتیکه حاصل تفریق جز دیگری را بدهد عملیه جمع را درست انجام داده و در غیر آن غلط جمع نموده ایم.

جز دیگر جمع = یکی از اجزای جمعی - حاصل جمع

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 0 \\ + \ 5 \ 0 \\ \hline 1 \ 5 \ 0 \end{array}$$

مثال: اعداد 100 و 50 را جمع نموده سپس امتحان نمایید.

➤ امتحان: از حاصل جمع یکی از اجزا را کم نموده دیده می شود جز بعدی بدست می

$$\begin{array}{r} 1 \ 5 \ 0 \\ - 1 \ 0 \ 0 \\ \hline 5 \ 0 \end{array}$$

آید لذا عملیه جمع را درست انجام داده ایم.



امتحان عملیه تفریق

برای امتحان نمودن عملیه تفریق، حاصل تفریق را با مفروق جمع نموده در صورتیکه مفروق منه را بدهد، عملیه تفریق درست است.

$$\text{مفروق منه} = \text{مفروق} + \text{حاصل تفریق}$$

مثال: از عدد 283 عدد 100 را تفریق نموده بعداً امتحان نمایید.

حل	امتحان
2 8 3	1 8 3
-1 0 0	+1 0 0
-----	-----
1 8 3	2 8 3



امتحان عملیه ضرب

حاصل ضرب را تقسیم یکی از عوامل ضربی می نماییم، در صورتیکه حاصل تقسیم مساوی به عامل بعدی باشد، عملیه ضرب را درست انجام داده ایم.

$$\text{عامل بعدی ضرب} = \text{یکی از عوامل ضربی} \div \text{حاصل ضرب}$$

مثال: عدد 6 ضرب در عدد 12 نموده سپس عملیه ضرب را امتحان نمایید.

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \\ \times \ 6 \\ \hline 7 \ 2 \end{array}$$

➤ امتحان: اکنون حاصل ضرب را تقسیم یکی از عوامل می کنیم. $72 \div 6 = 12$



امتحان عملیه تقسیم

برای امتحان نمودن عملیه تقسیم مقسوم علیه را ضرب خارج قسمت نموده و جمع باقی مانده می کنیم، در صورتیکه مقسوم را بدهد عملیه تقسیم صحت دارد.

$$\text{مقسوم} = \text{باقی مانده} + \text{خارج قسمت} \times \text{مقسوم علیه}$$

مثال: عدد 343 را تقسیم عدد 7 نموده سپس امتحان نمایید.

$$\begin{array}{r|l} 343 & 7 \\ -28 & 49 \\ \hline 63 & \\ -63 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

➤ امتحان: مقسوم علیه را ضرب خارج قسمت نموده بعداً جمع باقی مانده می کنیم.

$$7 \times 49 + 0 = 343$$



قابلیت های تقسیم



یک عدد طبیعی بالای یک عدد دیگر طبیعی پوره قابل تقسیم است. بشرطیکه در نتیجه عملیه تقسیم آنها باقی مانده صفر شود. (هرگاه در نتیجه تقسیم یک عدد بالای عدد دومی باقیمانده عملیه تقسیم صفر شود، عدد اولی بالای عدد دومی پوره قابل تقسیم است.)



قابلیت تقسیم بر 1

هر عدد بر یک پوره قابل تقسیم است و حاصل تقسیم آن مساوی به خود عدد می باشد.



قابلیت تقسیم بر 2

عددی که رقم یکه‌های آن جفت باشد، آن عدد بر 2 پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد: 1000 , 246310 , 2468 و ...



قابلیت تقسیم بر 3

عددی که مجموعه ارقام آن بر 3 پوره قابل تقسیم باشد، آن عدد نیز بر 3 پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد 24 , 5223 , 81 و ...



قابلیت تقسیم بر 4

عددی بر چهار پوره قابل تقسیم است که دو رقم اول طرف راست آن صفرها و یا اعدادی باشند که بر چهار پوره قابل تقسیم باشند آن عدد نیز بر چهار پوره قابل تقسیم است مانند اعداد 16, 400, 52 و ...

در صورتیکه عدد بزرگ باشد رقم اول طرف راست را خودش نوشته و جمع دو چند رقم دوم میسازیم در صورتیکه نتیجه اش عددی شد که بر 4 پوره تقسیم شده میتوانیست پس عدد اولی هم میتواند .



قابلیت تقسیم بر 5

عددی که رقم اول طرف راست آن صفر یا عدد 5 باشد آن عدد نیز بر 5 پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد: 25 , 225 , 235500 و ...



قابلیت تقسیم بر 6

عددی که همزمان بر 2 و 3 پوره قابل تقسیم باشد، بر 6 نیز پوره قابل تقسیم است.
مانند اعداد: 12, 18, 66, 24, 84, ...



قابلیت تقسیم بر 7

هرگاه رقم اول طرف راست یک عدد را حذف نموده دوچند نماییم و از متباقی ارقام عدد دوچند نموده را تفریق کنیم، در صورتیکه حاصل تفریق صفر و یا عددی شد که بر 7 پوره قابل تقسیم باشد، آن عدد نیز بر 7 پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد: (77840) (39438) و ...

مثال: تحقیق نمایید که عدد 37296 بر 7 قابل قسمت است یا خیر؟

$$\begin{array}{r}
 3729\mathbf{6} \\
 - \quad 12 \\
 \hline
 371\mathbf{7} \\
 - \quad 14 \\
 \hline
 35\mathbf{7} \\
 - \quad 14 \\
 \hline
 21
 \end{array}$$



قابلیت تقسیم بر 8

عددی که سه رقم اول طرف راست آن سه صفر و یا سه رقمی باشند که بر 8 پوره قابل تقسیم باشند آن عدد نیز بر 8 پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد 100000, 18000, 4096 و ...
و اگر عدد بزرگ باشد رقم اول را خودش نوشته جمع دوچند رقم دوم میسازیم و جمع چهارچند رقم سوم میسازیم هرگاه حاصل عددی شد که بر 8 پوره تقسیم شده میتوانست پس عدد اولی نیز بر 8 پوره قابل تقسیم است.



قابلیت تقسیم بر 9

عددی که مجموع ارقام آن بر 9 پوره قابل تقسیم باشد، آن عدد نیز بر 9 پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد: 18, 81, 4782969 و ...



قابلیت تقسیم بر 10

عددی که رقم اول طرف راست آن صفر باشد آن عدد بر 10 پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد 1800, 2470, 21000 و ...



قابلیت تقسیم بر 11

در صورتیکه ارقام عدد داده شده را یکی در میان انتخاب نموده با هم جمع نماییم، و از حاصل جمع مجموع اعداد غیر انتخاب شده را تفریق نماییم، اگر حاصل تفریق صفر یا عددی شد که بر 11 قابل تقسیم بود آن عدد نیز بر 11 پوره قابل تقسیم است مانند اعداد 928455, 121, 3283005 و ...

مثال: تحقیق نمایید که عدد 11415591 بر 11 قابل قسمت است یا خیر؟

$$11415591 \Rightarrow \begin{cases} 1+4+5+9=19 \\ 1+1+5+1=8 \end{cases} \Rightarrow 19-8=11$$



قابلیت تقسیم بر 12

عددی که همزمان بر 3 و 4 پوره قابل تقسیم باشد آن عدد نیز بر 12 پوره قابل تقسیم است. مانند اعداد 144, 24 و ...



عددی بر 25 قابل تقسیم است که دو رقم اول طرف راست آن بر 25 قابل تقسیم باشد به عبارت دیگر دو رقم طرف راست آن یکی از ارقام 00, 25, 50, 75 باشد. مانند اعداد 125, 15625, 1270000 و ...

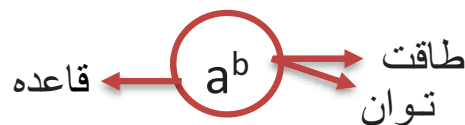
توان عدد طبیعی (Exponent)

گاهی در محاسبات مجبوریم تا عملیه ضرب اعداد مساوی را چندین بار انجام دهیم. اجرای این چنین عملیه ها زمان و مکان زیادی را اشغال می کند مثلا: $3 \times 3 \times 3 = 27$

اگر این اعداد بیش از حد زیاد شوند، نوشتن آنها بر علاوه اینکه مشکل میشود، بلکه امکانات نادرست نوشته شدن آنها نیز زیاد می شود. بناً برای جلوگیری از اشتباهات و ضایع شدن زمان و مکان از شیوه ساده نوشتاری که توان نامیده می شود استفاده می کنیم. عملیه ضرب فوق را در توان به شکل ذیل نشان می دهند $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$

تعریف ...

کوتاه ترین طریقه ضرب نمودن اعداد مساوی توان نامیده میشود.



عدد را به شکل ذیل می خوانیم "a به توان b"
برای وضاحت هرچه بیشتر این موضوع به مثال های ذیل توجه کنید.

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^4$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^7$$

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6$$

$$5 = 5^1$$

خاصیت

اگر a یک عدد باشد، پس $a^0 = 1$ است.



مقایسه اعداد توان دار

برای مقایسه اعداد توان دار در ابتدا توان را رفع و بعداً اعداد را مقایسه می کنیم و به مثال های ذیل توجه کنید.

مثال....

اعداد 2^7 و 3^4 را مقایسه کنید.

$$2^7 > 3^4$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 > 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$128 > 81$$

حل:



جمع و تفریق اعداد توان

در ابتدا توان را رفع کرده و بعداً عملیه های جمع و تفریق را انجام می دهیم. به مثال های ذیل توجه کنید.

مثال....

عملیه های ذیل را انجام دهید:

الف. $2^2 + 4 = ?$

ب. $3^3 - 7 = ?$

حل:

الف. $2^2 + 4 = 4 + 4 = 8$

ب. $3^3 - 7 = 27 - 7 = 20$

تجزیه

تبدیل نمودن یک عدد مرکب بشکل حاصل ضرب چندین عدد اولیه را تجزیه به عوامل ضربی اولیه آن می گویند. $12 = 2 \times 2 \times 3$



اعداد مرکب

هر عدد یکه علاوه از یک و خودش به اعداد دیگر نیز پوره قابل تقسیم باشد، عدد مرکب گفته می شود، و ست اعداد مرکب را به حرف (C) نمایش می دهند.

$$C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, \dots\}$$



اعداد اولیه

هر عدد طبیعی که تنها بالای یک و خودش پوره قابل تقسیم باشد عدد اولیه گفته می شود. و

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$$

نکته ۱: عدد (۱) نه اولیه است نه مرکب.

نکته ۲: عدد (۲) تنها عدد جفتی است که اولیه می باشد، بقیه اعداد جفت همگی مرکب هستند.

نکته ۳: هیچ دو عدد اولیه و متوالی (پی در پی) بجز ۲ و ۳ وجود ندارد.

سوالات تحلیلی

۱. عدد یک چرا نه اولیه است و نه مرکب؟
۲. چطور میتوانیم به اثبات برسانیم که بی نهایت عدد اولیه وجود دارد؟
۳. آیا عدد ۲ تنها عدد جفتی می باشد که اولیه است؟

اقسام سوالات در کانکور از اعداد اولیه

1. تعداد اعداد اولیه بین یک الی ده را بیابید ؟
2. حل: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ آن عده از اعدادی که خط نخورده اند اعداد اولیه می باشند . که عبارت از چهار می باشد.
3. مجموعه اعداد اولیه بین یک الی ده را بیابید ؟ جواب . $2+3+5+7=17$
4. حاصل ضرب اعداد اولیه بین یک الی ده را بیابید ؟ جواب . $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$



در ریاضیات عدد اولیه به عددی گفته می شود که غیر از خودش و یک به عدد دیگری پوره قابل تقسیم نباشد مثلاً می شود آدم های عدد اولیه را این قسم تعریف کرد.

1. آدم های که غیر از خودشان و خدا هیچ کس حرف شان را نمی فهمد .
2. آدم های که غیر از خودشان و خدا هیچ کس کار های شان را خبر ندارد.
3. آدم های که غیر از خودشان و هدف شان به چیز دیگری فکر نمی کنند.

اگر عدد اولیه هستید نظر بدهید.



روش تجزیه (ستونی)

برای تجزیه نمودن یک عدد مرکب نکات ذیل را در نظر می گیریم.

1. عدد داده شده را می نویسیم، و طرف چپ آن یک خط عمودی رسم می کنیم.
2. می بینیم که این عدد به کدام عدد اولیه پوره قابل تقسیم است. (فقط باید به اعداد اولیه تقسیم نمود نه به اعداد مرکبی مثل 4, 6 و غیره)

3. عملیه تقسیم را از کوچکترین عدد اولیه یعنی (2) شروع نموده تا وقتی ادامه می دهیم که حاصل تقسیم یک شود.

(البته از هر عدد اولیه دلخواه که شروع نماییم بازهم نتیجه یکی بدست می آید).

4. اعدادیکه به طرف چپ خط عمودی بدست می آید عوامل ضربی اولیه عدد داده شده است.

مثال: عدد 1200 را تجزیه نمایید.

2	1200
2	600
2	300
2	150
3	75
5	25
5	5
	1

مثال: عدد 1800 را تجزیه نمایید.

2	1800
2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$$1200 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 3 \times 5^2 \quad 1800 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$$

مثال: 1440 تجزیه نمایید.

2	1440
2	720
2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

مثال: عدد 1680 را تجزیه نمایید.

2	1680
2	840
2	420
2	210
3	105
5	35
7	7
	1

$$1680 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$$

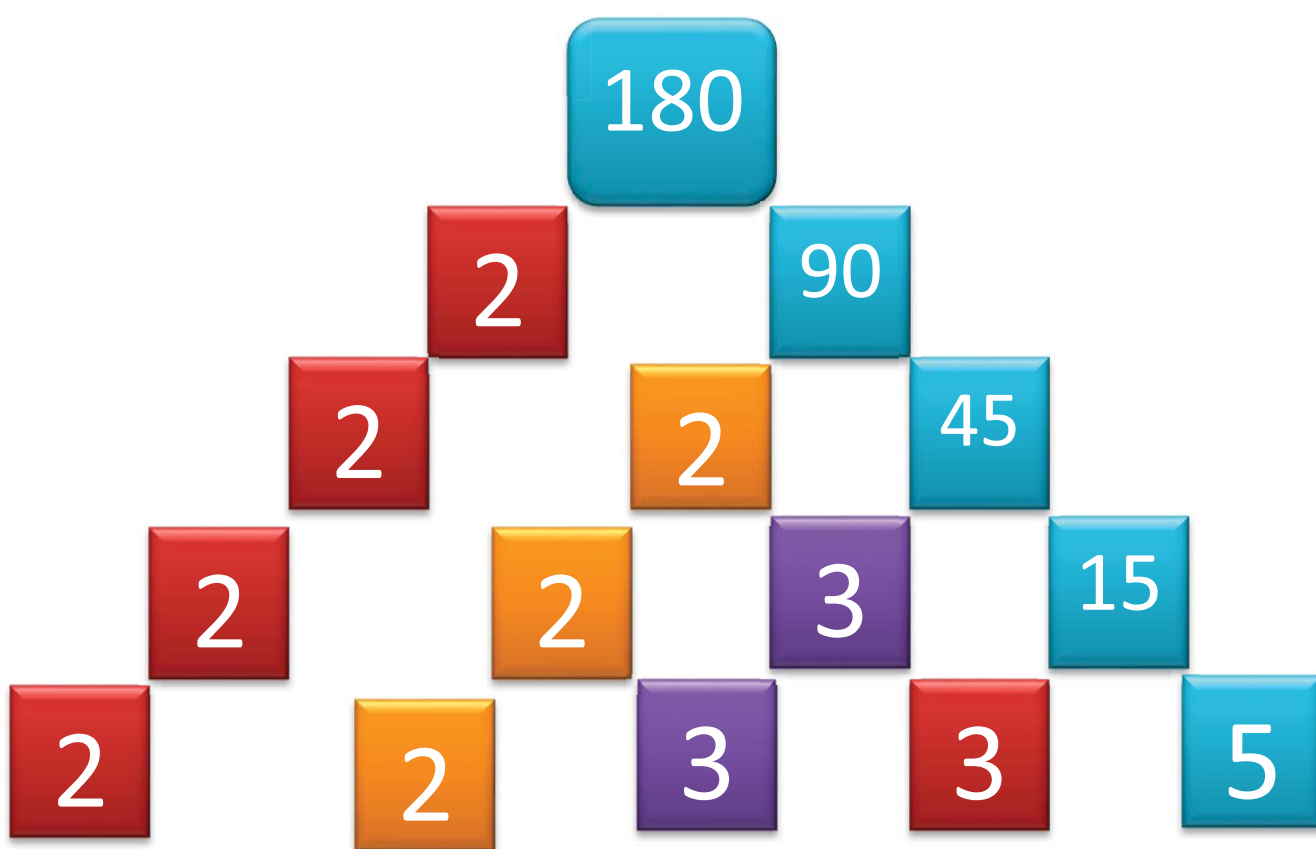
$$1440 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^5 \times 3^2 \times 5$$



روش تجزیه (شاخه‌ی)

در این شیوه عدد داده شده را به دو فاکتور تجزیه می‌کنیم. اگر تمام فاکتور ها اولیه بودند عدد را تجزیه نموده ایم. اگر یکی از فاکتور ها مرکب بود آن را دوباره به دو فاکتور دیگر تجزیه می‌کنیم و این را تا زمانی تکرار می‌کنیم که تمام فاکتور ها اولیه شوند.

مثال : عدد 180 را به روش شاخه‌ی تجزیه کنید ؟



مقسوم علیه ها) (تقسیم کننده ها)

تقسیم کننده های یک عدد

قاسم های یک عدد عبارت از اعدادی اند که عدد داده شده بالای آنها پوره قابل تقسیم باشد. و قاسم های یک عدد همیشه از عدد داده شده کوچکتر و یا مساوی به آن می باشند .

مثلاً قاسم ها یا تقسیم کننده های عدد 8 را میابیم . $D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$

تحلیل : یعنی عدد 8 را اعداد 1, 2, 4 و 8 میتواند پوره تقسیم کند .

تقسیم کننده های مشترک چند عدد

عبارت از اعدادی اند که بین قاسم های اعداد داده شده مشترک باشند .

مثال : قاسم های مشترک بین اعداد 6 و 12 را بیابید .

$$D(6) = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

حل:

$$CD(6, 12) = \{1, 2, 3, 6\}$$

نکات کانگوری

1. قاسم های یک عدد محدود است که بین یک و خود عدد می باشد .
2. کوچکترین قاسم هر عدد عبارت از یک است .
3. بزرگترین قاسم هر عدد عبارت از خود همان عدد است .
4. کوچکترین قاسم مشترک بین چند عدد عبارت از یک می باشد .

بزرگترین مقسوم علیه مشترک چند عدد

بزرگترین تقسیم کننده مشترک چند عدد عبارت از بزرگترین عددیست که همه اعداد داده شده بالای این عدد همزمان پوره قابل تقسیم باشند بطور مثال 6 عبارت از بزرگترین عددیست که هر یکی از اعداد 18, 24, و 36 بالای آن همزمان پوره قابل تقسیم است. بناً 6 عبارت از بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 18, 24, 36 می باشد.

دریافت بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین چند عدد ((ب. ق. م))

G.C.F = Greatest Common Divisor

H.C.F = Highest common Factor

G.C.F = Greatest Common Factor

برای دریافت بزرگترین مقسوم علیه مشترک چند عدد طریقه های متفاوت وجود دارد که به ذکر چند طریقه می پردازیم

طریقه اول: تجزیه منفرد

درین طریقه برای دریافت بزرگترین مقسوم علیه مشترک چند عدد مراحل ذیل را اجرا می کنیم.

1. ابتدا هر یکی از اعداد را جداگانه به عوامل ضربی اولیه آن تجزیه می کنیم.
2. از عوامل ضربی اولیه، عوامل مشترکی که دارای کوچکترین توان باشد انتخاب می کنیم.

3. عوامل انتخاب شده را با هم ضرب نموده و حاصل ضرب عبارت از بزرگترین قاسم مشترک اعداد است.

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 7200 و 8240 را دریافت نمایید.

➤ حل: ابتدا هر یکی از اعداد را جداگانه به عوامل ضربی اولیه آن تجزیه می کنیم.

2	7200
2	3600
2	1800
2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

2	8240
2	4120
2	2060
2	1030
5	515
103	103
	1

برای انتخاب بزرگترین مقسوم علیه مشترک از بین عوامل ضربی مشترک آنهای را انتخاب میکنیم که دارای کمترین تعداد توان باشند و عوامل غیر مشترک انتخاب نمی گردند .

$$\begin{cases} 7200 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \\ 8240 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 103 \end{cases} \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80 \text{ م . ق . م}$$

عدد 80 عبارت از بزرگترین مقسوم مشترک اعداد داده شده می باشد.

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 7200 , 33264 و 10560 را دریافت نمایید.

2	7200
2	3600
2	1800
2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

2	10560
2	5280
2	2640
2	1320
2	660
2	330
3	165
5	55
11	11
	1

2	33264
2	16632
2	8316
2	4158
3	2079
3	693
3	231
7	77
11	11
	1

$$\begin{cases} 33264 = 2^4 \times 3^3 \times 7 \times 11 \\ 10560 = 2^6 \times 3 \times 5 \times 11 \Rightarrow \text{م. ق. ب.} = 2^4 \times 3 = 48 \\ 7200 = 2^5 \times 3^2 \times 5^2 \end{cases}$$

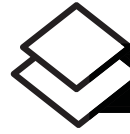
مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 60 , 80 و 120 را دریافت نمایید.

2	60
2	30
3	15
5	5
	1

2	80
2	40
2	20
2	10
5	5
	1

2	120
2	60
2	30
3	15
5	5
	1

$$\begin{cases} 120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ 80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \Rightarrow \text{م. ق. ب.} = 2 \times 2 \times 5 = 20 \\ 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{cases}$$



طریقه دوم: تجزیه همگانی

اعداد داده شده را در یک سطر نوشته و آنها را به عوامل اولیه مشترک شان همزمان تجزیه می کنیم بعداً عوامل مشترک را با هم ضرب نموده و حاصل ضرب عبارت از بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد مورد نظر است.

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 60، 80 و 120 را دریافت نمایید.

2	120	80	60
2	60	40	30
5	30	20	15
	6	4	3

$$م . ق . ب = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 660، 420 و 240 را دریافت نمایید.

2	240	420	660
2	120	210	330
3	60	105	165
5	20	35	55
	4	7	11

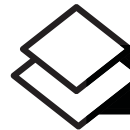
اکنون عوامل ضربی مشترک را با هم ضرب نموده و حاصل ضرب (ب . ق . م) اعداد داده شده می باشد.

$$م . ق . ب = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 1680 و 3360 را دریافت نمایید.

2	3360	1680
2	1680	840
2	840	420
2	210	105
3	210	105
5	70	35
7	14	7
	2	1

$م. ق. م = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 1680$



طریقه سوم: تقسیم متوالی

توسط تقسیم متوالی می توان بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد که بوسیله تجزیه همگانی و یا منفرد دشوار و یا حتی ناممکن باشد به راحتی دریافت نمود.

1. عدد بزرگ را تقسیم عدد کوچک می نماییم، یعنی عدد بزرگ را مقسوم و عدد کوچک را مقسوم علیه در نظر گرفته عملیه تقسیم را تا جای انجام می دهیم که باقیمانده از مقسوم علیه کوچکتر گردد.
2. مقسوم علیه مرحله اول را تقسیم باقیمانده مرحله اول می نماییم.
3. بلاخره عملیه های تقسیم را تا هنگامی انجام می دهیم که باقی مانده صفر گردد و مقسوم علیه اخیر عبارت از بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد داده شده است.

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 7081 , 8051 را دریافت نمایید.

$$\begin{array}{r}
 8051 \quad | \quad 7081 \\
 \underline{7081} \quad | \quad 1 \\
 7081 \quad | \quad 970 \\
 \underline{6790} \quad | \quad 7 \\
 970 \quad | \quad 291 \\
 \underline{873} \quad | \quad 3 \\
 291 \quad | \quad 97 \\
 \underline{291} \quad | \quad 3 \\
 0
 \end{array}$$

بنابراین مقسوم علیه بدست آمده (97) بوده که بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد داده شده است.

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 14162 و 16102 را دریافت نمایید.

$$\begin{array}{r}
 16102 \quad | \quad 14162 \\
 \underline{14162} \quad | \quad 1 \\
 14162 \quad | \quad 1940 \\
 \underline{13580} \quad | \quad 7 \\
 1940 \quad | \quad 582 \\
 \underline{1746} \quad | \quad 3 \\
 582 \quad | \quad 194 \\
 \underline{582} \quad | \quad 3 \\
 0
 \end{array}$$

جواب : بزرگترین مقسوم علیه مشترک 194 است.



تعداد تقسیم کننده ها یا مقسوم علیه های یک عدد

برای بدست آوردن مقسوم علیه های یک عدد ابتدا اعداد داده شده را تجزیه نموده سپس به تعداد عوامل اولیه یک واحد اضافه نموده و در اخیر اعداد داده شده را با هم ضرب نموده و حاصل ضرب عبارت از تعداد مقسوم علیه است.

مثال: تعداد مقسوم علیه های عدد 360 را دریافت کنید.

2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

$$360 = (2.2.2)(3.3)(5)$$

$$= (3+1)(2+1)(1+1)$$

تعداد قاسم ها $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

نکته

بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین دو عدد متباین (دور از هم) عبارت از یک است .

مثال : بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین اعداد 5 و 7 را بیابید؟

حل : چون اعداد داده شده قابل تجزیه نیستند یعنی عامل مشترک ندارند پس بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها عبارت از یک است .

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک بین اعداد 8 و 27 را بیابید؟

حل :

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

(ب - ق - م) مساوی به یک است

مضرب‌ها

در لغت به معنی مکانی است که در آن خیمه بر پا کنند و در ریاضی مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب زبانی شان بدست می‌آید.

مضرب‌های یک عدد

عبارت از اعدادی اند که بالای عدد داده شده پوره قابل تقسیم باشند. مثلاً مضرب‌های عدد 2 را دریافت میکنیم.

$$M(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

مضرب‌های مشترک بین چند عدد

عبارت از اعدادی اند که بین اعداد داده شده مشترک باشند. مثلاً مضرب‌های مشترک بین اعداد 2 و 3 را میابیم.

$$M(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

$$M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$$

$$CM(2, 3) = \{6, 12, \dots\}$$

نکات مهم مضرب‌ها

1. مضرب‌های یک عدد نامحدود می‌باشد.
2. یک عدد بی‌نهایت مضرب دارد.
3. مضرب‌های یک عدد از خود عدد شروع و تا بی‌نهایت ادامه دارد.
4. کوچکترین مضرب هر عدد عبارت از خود عدد است.
5. بزرگترین مضرب هر عدد نامعلوم لایتناهی یا نامحدود است.

کوچکترین مضرب مشترک چند عدد

کوچکترین مضرب مشترک چند عدد عبارت از کوچکترین عددی است، طوری که این عدد بالای همه اعداد داده شده همزمان پوره قابل تقسیم باشد، بطور مثال 36 کوچکترین عددی است که بالای اعداد 12, 18 و 6 همزمان پوره قابل تقسیم است. بناً 36 را بنام کوچکترین مضرب مشترک اعداد 12, 18 و 6 می‌کنند.

دریافت کوچکترین مضرب مشترک چند عدد ((ک . م . م))

L.C.M = Least Common Multiple

برای دریافت کوچکترین مضرب مشترک چند عدد طریقه های متفاوت وجود دارد که به ذکر چند طریقه می‌پردازیم.

طریقه اول: تجزیه منفرد

برای دریافت کوچکترین مضرب مشترک چند عدد به طریقه منفرد مراحل ذیل را اجرا می‌کنیم:

1. ابتدا هر یکی از اعداد را جداگانه به عوامل ضربی اولیه آن تجزیه می‌کنیم.
2. از عوامل ضربی اولیه، عوامل مشترکی که دارای بزرگترین توان باشند انتخاب می‌کنیم.
3. تمام عوامل غیر مشترک را نیز انتخاب می‌کنیم.
4. عوامل انتخاب شده را با هم ضرب نموده و حاصل ضرب عبارت از کوچکترین مضرب مشترک اعداد می‌باشد.

مثال: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 360 و 180 را دریافت نمایید.

2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

$$\begin{cases} 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \\ 360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \end{cases} \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360 \text{ ک. م. م.}$$

مثال: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 600، 360، 756 را دریافت نمایید.

2	756
2	378
3	189
3	63
3	21
7	7
	1

2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

2	600
2	300
2	150
3	75
5	25
5	5
	1

$$\begin{cases} 600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \\ 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \\ 756 = 2^2 \times 3^3 \times 7 \end{cases} \Rightarrow 2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 37800 \text{ ک. م. م.}$$



طریقه دوم: تجزیه همگانی

اعداد داده شده را در یک سطر نوشته و آنها را به عوامل ضربی اولیه شان همزمان تجزیه می کنیم عملیه تجزیه نمودن را تا جای انجام می دهیم، که از حاصل تقسیم هر عدد، یک عدد اولیه بدست آید. بعداً عوامل مشترکی که بطرف چپ خط عمود بدست آمده با اعداد اولیه که تحت خط اخیر تحریر شده اند، با هم ضرب نموده که حاصل ضرب عبارت از کوچکترین مضرب مشترک اعداد مورد نظر است.

مثال: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 180 و 360 را دریافت نمایید.

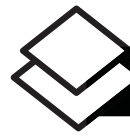
2	360	180
2	180	90
2	90	45
3	45	45
3	15	15
5	5	5
	1	1

$$\text{م.م.ک} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

مثال: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 60, 85 و 90 را دریافت نمایید.

2	90	85	60
2	45	85	30
2	45	85	15
3	45	85	5
3	15	85	5
5	5	85	5
	1	17	1

$$\text{م.م.ک} = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 17 = 3060$$



طریقه سوم: تقسیم متوالی

برای دریافت کوچکترین مضرب مشترک اعداد بطریقه تقسیم متوالی یا اقلیدوس مراحل ذیل را در نظر می گیریم:

1. ابتدا بزرگترین قاسم مشترک اعداد داده شده را دریافت می نماییم.
2. بعداً اعداد داده شده را باهم ضرب نموده حاصل ضرب را تقسیم بزرگترین قاسم مشترک شان می کنیم، که حاصل تقسیم عبارت از کوچکترین مضرب مشترک اعداد داده شده می باشد.

مثال: کوچکترین مضرب مشترک اعداد 120, 130 را دریافت نمایید.

$$\begin{array}{r|l}
 130 & 120 \\
 \hline
 120 & 1 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 120 & 10 \\
 10 & 12 \\
 \hline
 20 & \\
 20 & \\
 \hline
 x &
 \end{array}
 \qquad
 \text{ک.م.م} = \frac{130 \times 120}{10} = \frac{15600}{10} = 1560$$

نکته

کوچکترین مضرب مشترک بین دو عدد دور از هم حاصل ضرب شان میباشد.
مانند اعداد 2 و 9 که مساوی است به $(9)(2) = 18$

رابطه بین کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین قاسم مشترک دو عدد

هرگاه عدد اول را به a ، عدد دوم را به b ، ب. ق. م. را به G و ک. م. م. را به L نشان دهیم، رابطه بین آنها قرار ذیل است:

$$G = \frac{a \times b}{L}, L = \frac{a \times b}{G}, a = \frac{G \times L}{b}, b = \frac{G \times L}{a}$$

مثال: بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 225 و 300 عبارت از 75 می باشد، کوچکترین مضرب مشترک 225 و 300 را دریابید.

حل:

$$a = 225$$

$$b = 300$$

$$G = 75$$

$$L = ?$$

$$L = \frac{a \times b}{G} = \frac{225 \times 300}{75} = \frac{67500}{75} = 900$$

مثال: کوچکترین مضرب مشترک دو عدد 900 و بزرگترین مقسوم علیه مشترک آنها 75 است، اگر یک عدد 300 باشد، عدد دیگری را دریابید.

حل:

$$b = 300$$

$$L = 900$$

$$G = 75$$

$$a = ?$$

$$a = \frac{L \times G}{b} = \frac{900 \times 75}{300} = 225$$

مثال: هرگاه بزرگترین مقسوم علیه مشترک اعداد 30 و 50 عدد 10 باشد، کوچکترین مضرب مشترک آنها را دریافت کنید.

$$\text{کوچکترین مضرب مشترک} = \frac{30 \times 50}{10} = 150$$

سوالات عبارتی

مثال اول: یک نفر میخواهد طویل ترین ریسمان های را که دارای طول های مساوی باشند از سه بسته ریسمان که هر یک 24 متر 36 متر و 72 متر طول دارد را قطع نماید. طویل ترین ریسمانی را که شخص باید قطع نماید در حالیکه از هیچ یک بسته ها ضایعات باقی نماند چند متر است؟ جواب: $G.C.F = (24, 36, 72) = 12$

مثال دوم: یک هواپیما فاصله $36km$ را و هواپیمای دومی فاصله $128km$ را با مصرف یک گیلن تیل می پیماید. برای اینکه هر دو هواپیما کوچکترین فاصله مساوی را طی نماید. هر هواپیما چند گیلن تیل را باید داشته باشند
جواب: $L.C.M = (36, 128) = 1152$

مثال سوم: اگر زنگ اول هر 10 دقیقه بعد، زنگ دوم هر 15 دقیقه بعد، زنگ سوم هر 25 دقیقه بعد و زنگ چهارم هر 30 دقیقه بعد، به صدا در آید در صورتیکه هر چهار زنگ به ساعت هر ده بجه روز هم زمان شروع به زنگ زدن نمایند معلوم نمایید که بعد از چه مدتی آن ها دوباره هم زمان به زنگ زدن شروع می نمایند؟
 $L.C.M = (10, 15, 25, 30) = 150 \Rightarrow 12.5hr$

مثال چهارم: شاروالی در کنار سرک در هر 4 متر یک درخت را غرس نموده و در حالی که اداره برق در هر 22 متر پایه برق را نصب کرده است. اگر در شروع سرک پایه برق در کنار درخت قرار گرفته باشد بعد از چند متر دوباره یک درخت در کنار پایه برق قرار می گیرد؟
جواب: $L.C.M = (4, 22) = 44m$

مثال پنجم: نوریه هر سه روز بعد و ملالی هر 5 روز بعد به کتابخانه میروند. اگر هردوی آنها به تاریخ 10 ثور به کتابخانه رفته باشند به کدام تاریخ ماه ثور آنها بار دوم در کتابخانه یکجا خواهند شد
جواب: $L.C.M = (3, 5) = 15 \Rightarrow 25$

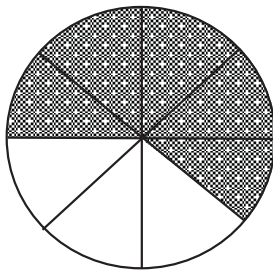
فصل دوم

کسرها

در طول روز به صورت عملی از کسر های متعارفی استفاده می کنیم بدون آن که به صورت عمیق به مفهوم کسر توجه داشته باشیم. زمانی که یک کیک را به قسمت های مساوی تقسیم می کنیم و یا یک سیب را به صورت مساوی بین دو نفر تقسیم می کنیم، از مفهوم کسر استفاده کرده ایم.

کسر

در لغت شکستادن و در اصطلاح یک شی را به چندین حصه مساوی تقسیم نمودن و از آن چند حصه را گرفتن می باشد. (کسرها عبارت از اعدادی اند که نشان دهنده یک حصه یا چندین حصه یی از یک مجموعه (کل) میباشد .



علامه کسر، خط کسر یا خط بر ← صورت کسر 5
مخرج کسر 8 ←

انواع کسرها

بصورت عموم کسرها به دو بخش عمده تقسیم گردیده است: (کسره های عام و کسره های عشاری).

اول: کسره های عام

عبارت از کسری است که مخرج آن هر عددی شده بتواند، بدون صفر مانند $\frac{1}{2}$ ، $\frac{7}{10}$ و غیره کسره های عام نظر به عدد صورت و مخرج بدو بخش تقسیم گردیده است: (کسر عام واقعی و کسر عام غیر واقعی).

۱) کسر عام واقعی

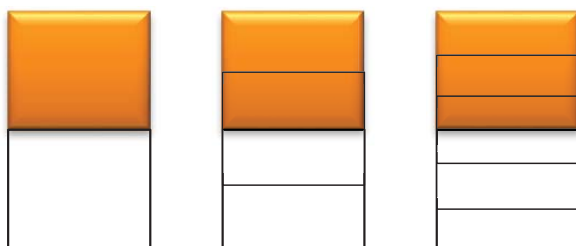
عبارت از کسری است که صورت آن از مخرج اش کوچکتر باشد. مانند: $\frac{2}{3}$ و غیره

۲) کسر عام غیر واقعی

عبارت از کسری است که صورت آن از مخرج اش بزرگتر باشد. مانند: $\frac{3}{2}$ و غیره

کسرهای معادل

کسرهای که صورت ها و مخرج های شان متفاوت اما از نظر مقدار مساوی باشند، کسرهای معادل گفته می شوند. مانند



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

خواص کسرها

هرگاه صورت و مخرج یک کسر را به یک عدد که خلاف صفر باشد ضرب و یا تقسیم نماییم، کسر جدیدی که بدست می آید معادل به کسر اولی است. مانند:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{20}{25} = \frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

نمایش کسرهای عام

نمایش کسر عام واقعی

مخرج یک کسر عام واقعی نشان میدهد که یک شی به چند حصه مساوی تقسیم گردیده و صورت آن بیانگر قسمت های گرفته شده آن می باشد. $\frac{5}{9}$

نمایش کسر عام غیر واقعی

برای نمایش کسر عام غیر واقعی صورت کسر را بر مخرج آن تقسیم میکنیم. طوری که خارج قسمت عدد صحیح باقی مانده صورت کسر و مخرج، مخرج اولی در نظر گرفته میشود.

مثال : کسر غیر واقعی $\frac{5}{4}$ را بشکل دیگر بنویسید.

حل : (خوانده می شود یک صحیح یکی بر چهار) $\frac{5}{4} \Rightarrow 1\frac{1}{4}$



عملیه غیر واجب نمودن

برای غیر واجب نمودن یک کسر، عدد صحیح ضرب در مخرج جمع صورت می گردد. و مخرج، مخرج اولی در نظر گرفته میشود.

مثال : کسر داده شده را ساده سازید. $2\frac{2}{3} = \frac{(2)(3)+2}{3} = \frac{8}{3}$

اختصار کسرها

عملیه تقسیم نمودن صورت و مخرج یک کسر را بر قاسم مشترک آنها بنام اختصار کسرها یاد می کنند.

$$\text{مثال: کسر زیر را اختصار نمایید.} \quad \frac{14}{18} = \frac{14 \div 2}{18 \div 2} = \frac{7}{9}$$

مثال: کسر زیر را اختصار نمایید.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \cancel{105} \\ \frac{210}{\cancel{112}} = \frac{15}{8} \\ \cancel{56} \\ 8 \end{array}$$

مقایسه کسرهای عام

منظور از مقایسه کسرها اینست تا معلوم نماییم که یک کسر نسبت به کسر دیگر کوچکتر، بزرگتر و یا مساوی به آن است و برای این منظور سه حالت ذیل را در نظر می گیریم:

کسرهای که مخرج های شان مساوی باشند، کسری بزرگتر است که دارای صورت بزرگتر

$$\text{باشد. مانند: } \frac{16}{5} > \frac{13}{5}$$

مثال: کدام یک از کسرهای عام داده شده بزرگتر است؟

$$\frac{11}{20} > \frac{9}{20} \quad (11 \text{ بر } 20 \text{ بزرگتر از } 9 \text{ بر } 20)$$

$$\frac{3}{5} < \frac{7}{5} \quad (3 \text{ بر } 5 \text{ کوچکتر از } 7 \text{ بر } 5)$$

1. کسرهای که صورت های شان مساوی باشند، کسری بزرگتر است که دارای مخرج کوچکتر باشد.

$$\text{مانند: } \frac{7}{9} > \frac{7}{11}$$

مثال: کدام کسر بزرگتر است؟ $\frac{12}{2}$ ، $\frac{12}{3}$

➤ حل: چون صورت‌ها مساوی است پس کسری بزرگ‌تر است که مخرج‌اش کوچک‌تر باشد. یعنی:

$$\frac{12}{2} > \frac{12}{3}$$

2. هرگاه صورت و مخرج کسرها متفاوت باشد، برای مقایسه آن‌ها اولاً آنها را هم‌مخرج ساخته بعداً مقایسه می‌نماییم.

مثال: کسرهای $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ را مقایسه نمایید.

➤ حل: برای هم‌مخرج ساختن دو کسر ابتدا صورت و مخرج کسر اولی را ضرب مخرج کسر دومی می‌نماییم، سپس صورت و مخرج کسر دومی را نیز ضرب مخرج کسر اولی می‌نماییم. یعنی آنها را به کسرهای معادل‌شان تبدیل نموده سپس مقایسه می‌نماییم.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12} \\ \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{9}{12} > \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

عملیات چهارگانه بالای کسرهای عام

جمع کسرهای عام

برای جمع کسرهای عام دو حالت ذیل وجود دارد.

حالت اول

هرگاه مخرج‌ها مساوی باشند، از مخرج‌های مساوی یکی را در نظر گرفته صورت‌ها را باهم جمع می‌کنیم.

مثال : حاصل جمع کسرهای ذیل را محاسبه نمایید.

$$1) \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{1+2+3+4}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$2) 2\frac{5}{6} + 3\frac{4}{6} = \frac{17}{6} + \frac{22}{6} = \frac{17+22}{6} = \frac{39}{6} = \frac{13}{2}$$

حالت دوم

برای جمع نمودن کسرهاییکه مخرج هایشان متفاوت باشد، نکات ذیل را در نظر می گیریم:

1. ابتدا همه مخرج ها را در نظر گرفته، کوچکترین مضرب مشترک شان را بدست می آوریم.

2. این عدد بدست آورده را مخرج مشترک تمام کسرها قرار می دهیم.

3. مخرج مشترک را به هر یک از مخرج ها تقسیم نموده حاصل تقسیم را بصورت کسرها ضرب

می نماییم.

4. در اخیر صورت ها را با هم جمع می نماییم.

مثال: کسرهای ذیل را جمع نمایید.

$$1) \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = ? \Rightarrow \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10+9}{12} = \frac{19}{12}$$

$$2) \frac{3}{12} + \frac{1}{8} + \frac{5}{6} = ? \Rightarrow \frac{3}{12} + \frac{1}{8} + \frac{5}{6} = \frac{6+3+20}{24} = \frac{29}{24}$$

$$3) 2\frac{1}{3} + 3\frac{5}{6} = ? \Rightarrow \frac{7}{3} + \frac{23}{6} = \frac{14+23}{6} = \frac{37}{6}$$

$$4) 2\frac{1}{10} + \frac{3}{15} + 2 = ? \Rightarrow 2\frac{1}{10} + \frac{3}{15} + 2 = \frac{21}{10} + \frac{3}{15} + \frac{2}{1} = \frac{63+6+60}{30} = \frac{129}{30} = \frac{43}{10}$$

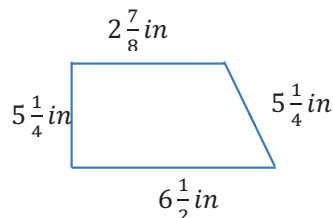
$$5) \frac{3}{10} + 2\frac{1}{10} + 1\frac{3}{10} = ? \Rightarrow \frac{3}{10} + 2\frac{1}{10} + 1\frac{3}{10} = \frac{3}{10} + \frac{21}{10} + \frac{13}{10} = \frac{3+21+13}{10} = \frac{37}{10}$$

$$6) \frac{3}{14} + 2\frac{1}{16} + \frac{3}{8} = ? \Rightarrow \frac{3}{14} + 2\frac{1}{16} + \frac{3}{8} = \frac{3}{14} + \frac{33}{16} + \frac{3}{8} = \frac{24+231+42}{112} = \frac{297}{112}$$

مثال ...

27.5

قرار شکل داده شده حاصل جمع هر چهار ضلع دوزنقه را دریابید.



حل:

طول هر ضلع دوزنقه داده شده است مجموع اضلاع آن را با جمع نمودن هر طول پیدا می کنیم.

$$3\frac{1}{4} + 2\frac{7}{8} + 5\frac{1}{4} + 6\frac{1}{2} = 3 + 2 + 5 + \frac{1}{4} + \frac{7}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$$

$$\Rightarrow 16 + \frac{2+7+2+4}{8} = 16 + \frac{15}{8} = 16 + 1\frac{7}{8} = 17\frac{7}{8}$$

مجموع اضلاع دوزنقه 17 اینچ و $\frac{7}{8}$ حصه یک اینچ می باشد.



تفریق کسرهای عام

برای تفریق کردن کسرهای عام دو حالت وجود دارد.

حالت اول

هرگاه مخرج ها مساوی باشد، از مخرج های مساوی یکی را در نظر گرفته و صورت ها را از همدیگر تفریق میکنیم.

مثال: حاصل تفریق کسرهای ذیل را بیابید؟

$$1) \quad \frac{11}{4} - \frac{2}{4} = ? \Rightarrow \frac{11}{4} - \frac{2}{4} = \frac{9}{4}$$

$$2) \quad 3\frac{4}{5} - 2\frac{3}{5} = ? \Rightarrow 3\frac{4}{5} - 2\frac{3}{5} = \frac{19}{5} - \frac{13}{5} = \frac{19-13}{5} = \frac{6}{5}$$

هرگاه مخرج ها متفاوت باشند، ابتدا مخرج مشترک، مخرج ها در نظر گرفته و این مخرج مشترک را تقسیم بر هر یک از مخرج ها نموده و ضرب در صورت ها می نماییم.

مثال: کسر های زیر را تفریق نمایید.

$$1) \quad \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = ? \Rightarrow \frac{5}{2} - \frac{3}{4} = \frac{10-3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$2) \quad 3\frac{5}{9} - 2\frac{1}{3} = ? \Rightarrow 3\frac{5}{9} - 2\frac{1}{3} = \frac{32}{9} - \frac{7}{3} = \frac{32-21}{9} = \frac{11}{9}$$

$$3) \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{8} = ? \Rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{8} = \frac{20-3}{24} = \frac{17}{24}$$

$$4) \quad 5 - 1\frac{2}{3} = ? \Rightarrow 5 - 1\frac{2}{3} = \frac{5}{1} - \frac{2}{3} = \frac{5}{1} - \frac{2}{3} = \frac{15-2}{3} = \frac{13}{3}$$

$$5) \quad \frac{6}{10} - \frac{1}{5} = ? \Rightarrow \frac{6}{10} - \frac{1}{5} = \frac{6-2}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

نکته

هرگاه یک عدد با یک کسر به حالت جمع و یا تفریق باشد، می توان با استفاده از عملیه غیر واجب آن عدد را با کسر جمع و یا تفریق نمود. مانند:

مثالها:

$$1) \quad 4 + \frac{1}{2} = ? \Rightarrow 4 + \frac{1}{2} = \frac{4}{1} + \frac{1}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$$

$$2) \quad 2 + \frac{1}{3} = ? \Rightarrow 2 + \frac{1}{3} = \frac{2 \times 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$3) \quad 4 - \frac{2}{5} = ? \Rightarrow 4 - \frac{2}{5} = \frac{4 \times 5 - 2}{5} = \frac{18}{5}$$

تمرین

1. حاصل تفریق اعداد نسبتی زیر را به دست آورید.
- a) $\frac{4}{5} - \frac{6}{5} = ?$ b) $\frac{7}{3} - \frac{3}{4} = ?$ c) $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} = ?$ d) $\frac{9}{16} - \frac{3}{8} = ?$
2. از عدد نسبتی $\frac{5}{2}$ عدد نسبتی $\frac{3}{2}$ را تفریق نمایید.
3. یک شاگرد در روز اول، $\frac{1}{5}$ حصه یک کتاب و در روز دوم $\frac{2}{5}$ حصه همان کتاب را مطالعه کرد. چند حصه کتاب مذکور باقی مانده است؟



ضرب کسرهاى عام

برای ضرب نمودن کسرها، صورت ها را با صورت ها و مخرج ها را با مخرج ها ضرب میکنیم.

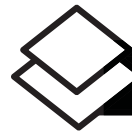
مثال: کسرهاى زیر را ضرب نمایید.

- 1) $\frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = ? \Rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5}$
- 2) $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times 3 = ? \Rightarrow \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times 3 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$
- 3) $2\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{3} = ? \Rightarrow 2\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{3} = \frac{11}{4} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{3} = \frac{66}{24} = \frac{22}{8}$
- 4) $2 \times \frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2} = ? \Rightarrow 2 \times \frac{3}{4} \times 3\frac{1}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{42}{8} = \frac{21}{4}$

تمرین

1. اعداد زیر را با هم ضرب نموده جواب آنها را به ساده ترین شکل بنویسید.
- a) $\frac{41}{5} \times \frac{13}{2}$, b) $(\frac{12}{3} \times \frac{5}{6})$, c) $\frac{15}{16} \times (\frac{12}{5})$
- d) $(\frac{7}{11}) \times (\frac{3}{9})$, e) $(\frac{16}{15}) \times \frac{3}{4}$, f) $(\frac{8}{3}) \times \frac{4}{5} \times (\frac{3}{4})$
2. $\frac{2}{3}$ حصه عدد 111 چند می شود؟

3. مردم باید اقلماً $\frac{1}{2}$ دیسی لیتر آب برای هر کیلو گرام وزن جسم خود، به صورت تقریبی، هر روز بنوشند، یک شخص با وزن 70 کیلوگرام روزانه به چه مقدار آب ضرورت خواهد داشت؟



تقسیم کسرهای عام

برای تقسیم نمودن کسرهای عام کسراول به حالت خودش نوشته، علامه تقسیم به ضرب و کسر دوم را معکوس مینماییم. در اخیر عملیه ضرب را اجرا میکنیم.

مثال: حاصل تقسیم کسرهای عام ذیل را بیابید.

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{7} = \frac{7}{6}$$

مثال: کسرهای زیر را تقسیم نمایید.

$$1) \quad 14 \div 7 = ? \quad \Rightarrow \frac{14}{1} \div \frac{7}{1} = \frac{14}{1} \times \frac{1}{7} = \frac{14}{7} = \frac{2}{1} = 2$$

$$2) \quad \frac{8}{3} \div \frac{2}{5} = ? \quad \Rightarrow \frac{8}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

$$3) \quad 2\frac{3}{4} \div 8 = ? \quad \Rightarrow 2\frac{3}{4} \div 8 = \frac{11}{4} \div \frac{8}{1} = \frac{11}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{11}{32}$$

دوم: کسرهاشعار

کسرهای که مخرجهای شان یکی از طاقتهای 10 باشد، بنام کسر اعشاری یاد می شود. مانند:

$$\frac{2}{10}, \frac{7}{100}, \frac{13}{10000} \text{ و غیره}$$

این کسرها را می توان بعد از تقسیم نمودن صورت بر مخرج بشکل اعداد اعشاری نیز نوشت.

$$\frac{2}{10} = 0.2 \quad (\text{خوانده می شود، صفر اعشاری 2})$$

$$\frac{7}{100} = 0.07 \quad (\text{خوانده می شود، صفر اعشاری 7})$$

انواع کسر اعشاری

کسر اعشار بصورت عموم دو نوع است که عبارت از ((کسر اعشاری واقعی)) و ((کسر اعشار مخلوط)) می باشد.

کسر اعشار واقعی

آنچه کسر های که قبل از اعشار عدد صحیح نداشته باشند، کسر اعشاری واقعی گفته می شوند. مانند: 0.34

کسر اعشار مخلوط

آنچه کسر های که علاوه بر عدد کسری عدد صحیح هم داشته باشند (یعنی قبل از علامه اعشار تنها صفر نباشد) کسر اعشار مخلوط گفته می شود. مانند: 23.127

عملیات اساسی بالای کسر های اعشاری

می توانیم چهار عملیه (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) را بالای کسر های اعشاری اجرا کنیم.

جمع کسر اعشاری

برای جمع اعداد اعشاری علامه های اعشاریه را زیر پای همدیگر نوشته، بعداً اعداد قبل و بعد از اعشار را نیز طوری زیر پای همدیگر می نویسیم که اعداد هم مرتبه روی همدیگر قرار گیرند. و بعداً عملیه جمع را مانند جمع اعداد طبیعی انجام می دهیم.

$$\begin{array}{r} 135.004 \\ + 43.145 \\ \hline 178.149 \end{array}$$

مثال: حاصل جمع کسر های اعشاری $132.004 - 43.145 = ?$ را بیابید.

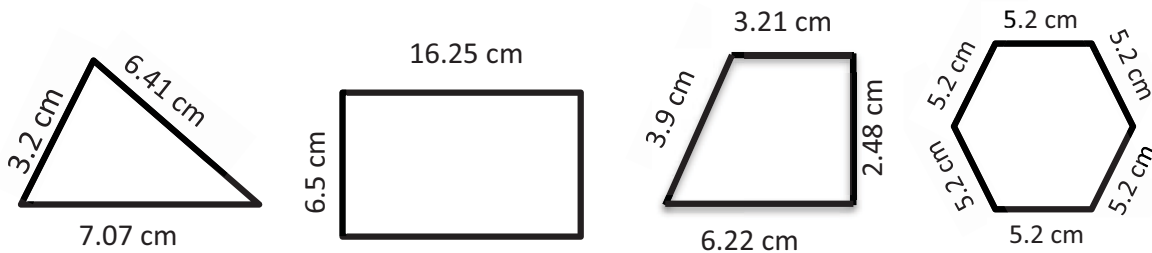
$$\begin{array}{r} 2.234 \\ + 5.9 \\ \hline 8.134 \end{array}$$

مثال: حاصل جمع کسر های اعشاری ذیل را بیابید.

$$\begin{array}{r} 0.125 \\ + 0.234 \\ \hline 0.359 \end{array}$$

مثال: اعداد 0.125 و 0.234 را جمع نمایید.

مثال: محیط هر کدام از شکل های داده شده ذیل را بیابید.



تفریق کسرها

برای تفریق اعداد اعشاری، مفروق منه را طوری زیر پای مفروق می نویسیم که علامه اعشاری و اعداد هم مرتبه نیز زیر پای همدیگر قرار گیرند و بعداً مانند تفریق اعداد طبیعی عملیه تفریق را انجام می دهیم.

مثال: از عدد 8.576 عدد 2.124 را تفریق نمایید.

➤ حل:

$$\begin{array}{r} 8.576 \\ - 2.124 \\ \hline 6.452 \end{array}$$

مثال: از عدد 23.012 عدد 9.56782 را تفریق نمایید.

➤ حل: ابتدا با قراردادن صفرها در اخیر مفروق منه تعداد خانه های بعد از اعشار آن را با تعداد

خانه های مفروق برابر ساخته، سپس عملیه تفریق را انجام می دهیم. یعنی:

$$(23.012 = 23.01200)$$

$$\begin{array}{r} 23.01200 \\ - 9.56782 \\ \hline 13.44418 \end{array}$$

برای ضرب اعداد اعشاری اولاً بدون در نظر داشت علامه اعشاری اعداد داده شده را با هم ضرب نموده، بعداً به تعداد ارقام بعد از اعشار اعداد ضرب شده، از طرف راست حاصل ضرب ارقام اعشاری جدا نموده و علامه اعشاری را می نویسیم.

مثال:

$$\begin{array}{r}
 0.00027 \\
 \times \quad 12 \\
 \hline
 000054 \\
 + 000027 \\
 \hline
 0.00324
 \end{array}$$

مثال: کسرهای اعشاری ذیل را باهم ضرب کنید.

$$\begin{array}{r}
 2.24 \\
 \times 3.22 \\
 \hline
 448 \\
 448 \\
 + 672 \\
 \hline
 7.2128
 \end{array}$$

مثال: اعداد 3.212 و 2.43 را ضرب نمایید.

$$\begin{array}{r}
 3.212 \\
 \times 2.43 \\
 \hline
 9636 \\
 12848 \\
 + 6424 \\
 \hline
 7.80516
 \end{array}$$

نکته کانتوری

در ضرب با از بین رفتن یک صفر یک خانه اعشار به پیش میرود.

مثال: $2.25 \times 100 = 225$

تقسیم کسر اعشاری

برای تقسیم نمودن کسرهای اعشاری سه حالت ذیل را در نظر میگیریم.

حالت اول

$$\begin{array}{r} 25 \quad | \quad 4 \\ -24 \quad | \\ \hline 10 \\ -8 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$$

هرگاه در سوال تقسیم باقی مانده موجود باشد، میتوانیم آنرا از بین ببریم.

مثال: حاصل تقسیم اعداد ذیل را بیابید.

مثال: عدد ۸۷ را بالای ۸ تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r} 87 \quad | \quad 8 \\ -8 \quad | \\ \hline 70 \\ -64 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 40 \\ -40 \\ \hline 0 \end{array}$$

مثال: عدد ۱۲۲ را بالای ۸ تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r} 122 \quad | \quad 8 \\ -8 \quad | \\ \hline 42 \\ -40 \\ \hline 20 \\ -16 \\ \hline 40 \\ -40 \\ \hline 0 \end{array}$$

هرگاه مقسوم اعشار داشته باشد در اینصورت علامه اعشاری را به خارج قسمت انتقال می‌دهیم.
مثال: تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r}
 5.329 \quad | \quad 2 \\
 \underline{-4} \\
 13 \\
 \underline{-12} \\
 12 \\
 \underline{-12} \\
 9 \\
 \underline{-8} \\
 10 \\
 \underline{-10} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 273.18 \quad | \quad 6 \\
 \underline{24} \\
 033 \\
 \underline{-30} \\
 031 \\
 \underline{-30} \\
 018 \\
 \underline{-18} \\
 00
 \end{array}$$

مثال: عدد 0.72 را بالای عدد 6 تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r}
 0.72 \quad | \quad 6 \\
 \underline{0} \\
 7 \\
 \underline{-6} \\
 12 \\
 \underline{-12} \\
 0
 \end{array}$$

مثال: عدد 37.2 را بالای 3 تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r}
 37.2 \quad | \quad 3 \\
 \underline{-3} \\
 7 \\
 \underline{-6} \\
 12 \\
 \underline{-12} \\
 0
 \end{array}$$

هرگاه مقسوم و مقسوم علیه هر دو اعشار داشته باشند، اولاً مقسوم و مقسوم علیه را به وسیله ضرب نمودن توان ها 10 به کسر های معادل آن تبدیل نموده، بعداً عملیه تقسیم را اجرا می کنیم (و یا به زبان ساده تر تعداد خانه های بعد از اعشار مقسوم و مقسوم علیه را با گذاشتن صفر ها برابر ساخته بعداً علامه اعشار را بر می داریم).

مثال: اعداد داده زیر را تقسیم نمایید.

$$1) \quad 22.5 \div 1.5 = \frac{22.5}{1.5} = \frac{22.5 \times 10}{1.5 \times 10} = \frac{225}{15} = 15$$

$$2) \quad 4.22 \div 2.11 = \frac{4.22 \times 100}{2.11 \times 100} = \frac{422}{211} = 2$$

$$3) \quad 2.6964 \div 1.26 = \frac{2.6964}{1.26} = \frac{2.6964 \times 10000}{1.26 \times 10000} = \frac{26964}{12600} = 2.14$$

$$4) \quad 0.01836 \div 0.018 = \frac{0.01836}{0.018} = \frac{0.01836 \times 100000}{0.018 \times 100000} = \frac{1836}{1800} = 1.02$$

$$5) \quad 56 \div 0.8 = \frac{56 \times 10}{0.8 \times 10} = \frac{560}{8} = 70$$

نکته کانگوری

در عملیه تقسیم با از بین رفتن یک صفر یک خانه اعشار به دنبال می رود.

$$\text{مثال: } \frac{23.25}{10} = 2.325$$

مقایسه کسر های اعشاری

برای مقایسه کسر های اعشاری ابتدا اعداد صحیح بعداً خانه های بعد از اعشار را به ترتیب مقایسه می کنیم.

$$3.4 > 2.34$$

$$3.5 < 3.7 \quad \text{مثال: کسر های اعشاری داده شده را مقایسه نمایید.}$$

$$10.176 < 10.2$$

تبدیل کسر ها به یکدیگر

تبدیل کسر عام به اعشار

برای تبدیل کسر عام به اعشار صورت کسر را بر مخرج تقسیم نموده که یک عدد اعشاری بدست خواهد آمد، و بعداً آنرا به شکل کسر اعشار تبدیل می نماییم.
مثال : کسر های عام ذیل را به کسر های اعشار تبدیل نمایید.

$$1) \quad \frac{3}{2} = 1.5$$

$$2) \quad \frac{4}{5} = 0.8 = \frac{8}{10}$$

$$3) \quad \frac{21}{4} = 5.25 = \frac{525}{100}$$

➤ بخاطر داشته باشید که فقط اعداد اعشار دار محدود را می توان بشکل کسر اعشار تبدیل کرد.

$$\text{مثال: عدد اعشار دار محدود} \quad 2.257 = \frac{2257}{1000}$$

$$\text{مثال: عدد اعشار دار نا محدود} \quad 3.14026... \neq \frac{314026}{100000}$$

تبدیل کسر اعشار به عام

برای تبدیل نمودن اعداد اعشاری به شکل کسر تمام اعداد را بدون در نظر داشت علامه اعشار بصورت کسر نوشته و در مخرج کسر بجای علامه اعشار ((1)) و به جای هر رقم اعشار در مخرج کسر صفر می گذاریم. در اخیر صورت و مخرج را نیز اختصار می کنیم.

مثال: اعداد اعشاری زیر را به شکل کسر تبدیل نمایید.

$$1) \quad 25.036? \Rightarrow \frac{25036}{1000}$$

$$2) \quad 0.974? \Rightarrow \frac{974}{1000}$$

$$3) \quad 0.6 = ? \Rightarrow 0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$4) \quad 0.257? \Rightarrow 0.257 = \frac{257}{1000}$$

$$5) \quad 3.23? \Rightarrow 3.23 = \frac{323}{100}$$

$$6) \quad 10.0001 = ? \Rightarrow 10.0001 = \frac{100001}{10000}$$

اعداد اعشاری که قبل از اعشار دارای عدد صحیح باشند، بشکل کسریکه دارای عدد صحیح است نیز می توان تبدیل نمود، درین حالت عدد قبل از اعشاری را به عنوان عدد صحیح و قسمت اعشاری را

در صورت کسر قرار داده و مخرج را مانند روش قبل انتخاب می کنیم. مانند: $2.54 = 2\frac{54}{100} = \frac{254}{100}$



تبدیل کسر اعشار متوالی به عام

هرگاه بعد از علامه اعشاری عددی بطور متواتر تکرار شده و ختم نگردد گفته می شود این عدد متوالی است، که با گذاشتن خط (-) بر روی این عدد آن را مشخص می نماییم که این عدد متوالی (تکراری) است.

مانند: $(0.\bar{4} = 0.444\dots)$ و برای تبدیل اعداد اعشار دار متوالی به شکل کسر تمام ارقام بعد از اعشار را بصورت کسر نوشته و در مخرج به تعداد این ارقام عدد 9 می نویسیم.

مثال: اعداد اعشاری ذیل را به شکل کسر تبدیل نمایید.

$$1) \quad 1.\bar{4} = \frac{14-1}{9} = \frac{13}{9}$$

$$2) \quad 0.\bar{5} = \frac{5}{9}$$

$$3) \quad 0.\overline{23} = \frac{23}{99}$$

$$4) \quad 2.\overline{67} = \frac{267-2}{99} = \frac{265}{99} = 2\frac{67}{99}$$

$$5) \quad 3.\overline{054} = \frac{3054-3}{999} = \frac{3051}{999} = 3\frac{54}{999}$$

تبدیل کسر اعشار متوالی و غیر متوالی به عام

برای تبدیل نمودن کسر اعشاری که بعضی ارقام متوالی و بعضی غیر متوالی باشند، ابتدا تمام ارقام را در صورت کسر نوشته و از تمام ارقام، (ارقام غیر متوالی و ارقام صحیح) را تفریق می‌نماییم و در مخرج بجای هر رقم متوالی عدد (9) و بجای هر رقم غیر متوالی بعد از اعشار صفر می‌گذاریم.

$$1) \quad 12.4\bar{83} = \frac{12483-1248}{900} = \frac{11235}{900}$$

$$2) \quad 0.2\overline{67} = \frac{267-2}{990} = \frac{265}{990}$$

$$3) \quad 0.03\bar{5} = \frac{35-3}{900} = \frac{32}{900}$$

کسر الکسریا مرکب

هرگاه صورت و مخرج یک کسر با هم کسر باشد کسر الکسر نامیده میشود.

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$$

مانند :

مثال : حاصل کسرالکسر داده شده را بیابید.

حل : برای بدست آوردن حاصل کسرالکسر از عملیه تقسیم کسرهای عام استفاده میکنیم.

$$\frac{\frac{7}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{7}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{7}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{28}{6}$$

مثال : افاده های ذیل را حل نمایید.

$$1) \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{7}} = ? \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{7}} = \frac{2}{3} \div \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{14}{12}$$

$$2) \quad \frac{\frac{8}{2}}{\frac{3}{3}} = ? \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{8}{2}}{\frac{3}{3}} = 8 \div \frac{2}{3} = \frac{8}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{24}{2}$$

$$3) \quad \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{3}} = ? \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{3}} = \frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{2} \div \frac{3}{1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$4) \quad \frac{\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}}{\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}} = ? \quad \Rightarrow \quad \frac{\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}}{\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{7}{3}}{\frac{4}{5} \times \frac{3}{2}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{12}{10}} = \frac{8}{3} \times \frac{10}{12} = \frac{80}{36} = \frac{20}{9}$$

مثال : حاصل کسر مرکب داده شده را بیابید.

$$\frac{\frac{3}{2} + \frac{6}{2}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}} = ?$$

$$\frac{\frac{3}{2} + \frac{6}{2}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}} = \frac{9}{2} \div \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{9}{2} \times \frac{5}{1} = \frac{45}{2}$$

مثال: کسر ذیل را ساده سازید.

$$1 - \frac{2}{1 + \frac{2}{1 - \frac{2}{3}}} \div \frac{1}{7} = ? \quad \Rightarrow 1 - \frac{2}{1 + \frac{2}{1 - \frac{2}{3}}} \div \frac{1}{7} \Rightarrow 1 - \frac{2}{1 + \frac{2}{\frac{3-2}{2}}} \div \frac{1}{7} = 1 - \frac{2}{1 + \frac{2}{\frac{1}{2}}} \div \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{2}{1 + \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 1}} \div \frac{1}{7} = 1 - \frac{2}{1+4} \div \frac{1}{7} \Rightarrow 1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{1} = 1 - \frac{14}{5} = \frac{5-14}{5} = \frac{-9}{5}$$

مثال: کسر الکسر $1 - \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}} \div \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{3}}}$ را ساده سازید.

$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3}} - 1 = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} - 1 \Rightarrow \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}}{\frac{2}{2}} - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{9}{4} \times \frac{2}{5} - 1 \Rightarrow \frac{18}{20} - 1 = \frac{-2}{20} = -\frac{1}{10}$$

مقدار ثابت اویلر :

$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \dots}}}}}}$$



سوالات از افاده های عددی

مثال: افاده های ذیل را حل نمایید.

- 1) $2 + 2 \div 2 = 3$
- 2) $12 \div 3 \times 2 + 10 = 18$
- 3) $2 + 3 \times 2 \div 3 + 10 - 4 = 10$
- 4) $2 + 4 - 6 \div 3 = ?$
 $2 + 4 - 6 \div 3 = 2 + 4 - 2 = 6 - 2 = 4$
- 5) $2 \times 10 + 4 \div 2 - 22 = ?$
 $2 \times 10 + 4 \div 2 - 22 = 20 + 2 - 22 = 22 - 22 = 0$
- 6) $4 + 3 \times 4 \div 2 + 2 = ?$
 $4 + 3 \times 4 \div 2 + 2 = 4 + 12 \div 2 + 2 = 4 + 6 + 2 = 12$

مثال: افاده های ذیل را حل نمایید.

- 1) $3(2 + 4 \div 2 \times 3) \div 6 = ?$
 $3(2 + 4 \div 2 \times 3) \div 6 = 3(2 + 2 \times 3) \div 6 = 3(2 + 6) \div 6 = 3(8) \div 6 = 24 \div 6 = 4$
- 2) $2[2(2 + 2 \div 2)] + 2 = ?$
 $2[2(2 + 2 \div 2)] + 2 = 2[(2 + 1)] + 2 = 2[2(3)] + 2 = 2[6] + 2 = 12 + 2 = 14$
- 3) $\{3[16 \div 2(2 \times 6 \div 3)]\}2 + 2 = ?$
 $\{3[16 \div 2(2 \times 6 \div 3)]\}2 + 2 = \{3[16 \div 2(12 \div 3)]\}2 + 2 = \{3[16 \div 2(4)]\}2 + 2$
 $= \{3[16 \div 8]\}2 + 2 = \{3[2]\}2 + 2 = \{6\}2 + 2 = 12 + 2 = 14$

هرگاه افاده شامل اعداد تواندار باشد ابتدا آنها را از توان رفع نموده، سپس عملیات لازم را اجرا می کنیم.

مثال: افاده های ذیل را حل نمایید.

- 1) $4^2 \times 2 \div 8 + 2^2 - 3 = ?$
 $4^2 \times 2 \div 8 + 2^2 - 3 = 16 \times 2 \div 8 + 4 - 3 = 32 \div 8 + 4 - 3 = 4 + 4 - 3 = 8 - 3 = 5$
- 2) $[2^5 \div 2(6 + 2^2 \div 2)]2 + 6 = ?$
 $[2^5 \div 2(6 + 2^2 \div 2)]2 + 6 = [32 \div 2(6 + 4 \div 2)]2 + 6 = [32 \div 2(6 + 2)]2 + 6$
 $[32 \div 2(8)]2 + 6 = [32 \div 16]2 + 6 = [2]2 + 6 = 4 + 6 = 10$
- 3) $\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right)\left(1 + \frac{1}{5}\right) \dots \dots \dots \left(1 + \frac{1}{100}\right) = ?$
 $\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{6}{5}\right) \dots \dots \dots \left(\frac{101}{100}\right) = \frac{101}{2}$
- 4) $3 \cdot 2 + \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} - 2 \div \frac{1}{3} = ?$
 $= 6 + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} - 2 \cdot 3 = 6 + \frac{1}{2} - 6 = \frac{1}{2}$
- 5) $\frac{6}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} = ?$
 $\frac{6}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{5} + \frac{3}{20} = \frac{24 + 3}{20} = \frac{27}{20}$
- 6) $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6} + \frac{3}{2} \times 8 = ?$
 $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6} + \frac{3}{2} \times 8 = \frac{2}{3} \div \frac{5}{6} + \frac{3}{2} \times \frac{8}{1} = \frac{12}{15} + \frac{24}{2} = \frac{24 + 360}{30} = \frac{384}{30}$
- 7) $2\frac{3}{4}(12 \div \frac{3}{2} - \frac{1}{3}) = ?$
 $2\frac{3}{4}(12 \div \frac{3}{2} - \frac{1}{3}) = 2\frac{3}{4}\left(\frac{12}{1} \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) = \frac{11}{3}\left(\frac{24}{3} - \frac{1}{3}\right) = \frac{11}{3}\left(\frac{24-1}{3}\right) = \frac{11}{3}\left(\frac{23}{3}\right) = \frac{253}{9}$



عملیه تقریب Round off

هرگاه بخواهیم یک عدد اعشاری را به چند رقم بعد از اعشار محدود نماییم، این عملیه را رونداف می نامند. طوریکه اگر رقم مورد نظر که از آن در خانه های اعشاری قرار است صرف نظر گردد کمتر از عدد 5 باشد، قابل صرف نظر و در صورتیکه بزرگتر از عدد 5 باشد یک واحد در نظر گرفته شده و به رقم

قبل از آن اضافه می‌گردد و هرگاه خود عدد 5 باشد زمانی یک در نظر گرفته می‌شود که عدد ماقبل آن طاق باشد در غیر آن محاسبه نمی‌گردد.

مثال: عدد 2.375401 را تا یک خانه بعد از اعشاری محدود نمایید.

$$7.375401 \cong 7.4$$

مثال: عدد 10.243128 را تا دو خانه بعد از اعشاری محدود نمایید.

$$5.243128 \cong 5.24$$

مثال: عدد 7.1973109 را تا دو خانه بعد از اعشاری محدود نمایید.

$$13.1973109 \cong 13.20 \cong 13.2$$

مثال: 34.45 را تا یک خانه بعد از اعشاری محدود نمایید.

$$34.45 \cong 34.4$$

$$5.75 \cong 5.8$$

مثال: عدد 4.75 را تا یک خانه بعد از اعشاری محدود نمایید.

فصل سوم

نسبت و تناسب

نسبت

تعیین ارتباط بین دو کمیت همجنس را نسبت گویند.

بصورت عموم نسبت به دو بخش ذیل تقسیم گردیده است: (حسابی و هندسی)

نسبت حسابی

نشان میدهد که یک کمیت به چی اندازه از کمیت دیگر بزرگتر و یا کوچکتر است، و نسبت حسابی از حاصل تفریق کمیت ها بدست میآید.

➤ مثال : نسبت حسابی بین اعداد 25 و 15 را بیابید. حل : $25 - 15 = 10$

مثال: اگر آرین مبلغ 500 افغانی و باران مبلغ 300 افغانی پول داشته باشد، نسبت حسابی پول آرین و باران 200 افغانی است، یعنی آرین 200 افغانی از باران بیشتر پول دارد.

مثال: نسبت بین عمر سامان و مصطفی را دریافت نمایید، اگر سامان 21 ساله و مصطفی 16 ساله باشد.

➤ حل:

نسبت عمر آنها = عمر سامان - عمر مصطفی

سال 5 = سال 16 - سال 21

مثال: در امتحان نهایی رامین 98 نمره و راشد 77 نمره اخذ نموده، معلوم کنید رامین نسبت به راشد

چند نمره بیشتر گرفته است؟

➤ حل:

نسبت نمره ها = نمره راشد - نمره رامین

نمره 21 = نمره 77 - نمره 98

نسبت هندسی

نشان میدهد که یک کمیت چند برابر کمیت دیگر و یا چندم حصه ای آن است، نسبت هندسی از حاصل تقسیم کمیت ها بدست می آید.

مثال: نسبت هندسی بین اعداد 25 و 5 را بیابید. حل: $25 \div 5 = 5$

مثال: فرض کنید رئیس جمهور کززی به مدت 14 سال در افغانستان ریاست جمهوری نموده و رئیس

جمهور اوپاما در امریکاه به مدت 8 سال ریاست جمهوری خواهد کرد، نسبت ریاست جمهوری های این

مردان بزرگ تاریخ را محاسبه کنید.

$$\frac{14}{8} = \frac{14 \div 2}{8 \div 2} = \frac{7}{4}$$

مثال: اگر محمد مبلغ 400 افغانی و فهیم مبلغ 700 افغانی پول داشته باشد، نسبت هندسی پول

محمد و فهیم $\frac{4}{7}$ است، یعنی اگر پول فهیم را 7 حصه نماییم محمد فقط به اندازه 4 حصه آن پول دارد.

مثال: اگر قطعه خط A طول آن 8cm و قطعه خط B طول آن 12cm باشد، نسبت طول های A و B

را دریافت نمایید.

$$\frac{A}{B} = \frac{8cm}{12cm} = \frac{2}{3}$$

مثال: جمعیت ولایت هرات 2000000 نفر و جمعیت ولایت کابل 10000000 نفر است، جمعیت

ولایت هرات نسبت به جمعیت ولایت کابل چقدر است؟

➤ حل:

$$\frac{\text{جمعیت ولایت هرات}}{\text{جمعیت ولایت کابل}} = \frac{2000000}{10000000} = \frac{1}{5}$$

مثال: نسبت هندسی بین سی دقیقه (30 min) و دو ساعت (2 hr) را بدست آورید.

$$\frac{30 \text{ min}}{2 \text{ hr}} = \frac{30 \text{ min}}{120 \text{ min}} = \frac{1}{4}$$

نکات کانگوری

- نسبت حسابی دارای واحد می باشد (در صورتیکه کمیت ها واحد داشته باشند).
- نسبت هندسی دارای واحد نمی باشد.
- هرگاه در یک سوال ذکر نگردد که نسبت حسابی است یا هندسی پس آنرا بشکل هندسی در نظر می گیریم.

اقسام سوالات در کانگور

1. نسبت بین یک ساعت و 30 دقیقه را بیابید؟

➤ حل:

$$\frac{1 \text{ hr}}{30 \text{ min}} = \frac{60 \text{ min}}{30 \text{ min}} = \frac{2}{1} = 2$$

2. نسبت بین 2.4kwatt , 2watt را بیابید؟

$$\frac{2.4 \text{ kwatt}}{2 \text{ watt}} = \frac{2400 \text{ watt}}{2 \text{ watt}} = \frac{1200}{1} = 1200$$

➤ حل:

3. نسبت بین 500cc و 0.5liter را بیابید ؟

$$\frac{500 \text{ cc}}{0.5 \text{ liter}} = \frac{500 \text{ cc}}{500 \text{ cc}} = 1$$

4. نسبت بین 2000 gr , 4k gr را بیابید؟

$$\frac{2000 \text{ gr}}{4 \text{ kgr}} = \frac{2000 \text{ gr}}{4000 \text{ gr}} = \frac{1}{2}$$

➤ حل:



دریافت جزء مجهول در نسبت

هرگاه نسبت بین دو کمیت همراه با مقدار یکی از کمیت ها داده شده باشد، برای دریافت جزء دیگر از دو فورمول ذیل استفاده می کنیم.

➤ الف: اگر نسبت بین دو کمیت و کمیت اولی داده شده باشد، برای پیدا نمودن کمیت دوم، کمیت اول را تقسیم نسبت کمیت ها می نماییم.

$$\text{نسبت کمیت ها} \div \text{کمیت اول} = \text{کمیت دوم}$$

مثال: نسبت بین عمر آرش و لاله $\frac{9}{7}$ است، اگر آرش 18 ساله باشد، لاله چند ساله است؟

➤ حل: چون عمر لاله دوم ذکر گردیده، بناً کمیت دوم نامیده می شود.

نسبت کمیت ها \div کمیت اول = کمیت دوم

نسبت عمر آنها \div عمر آرش = عمر لاله

$$\text{عمر لاله} = 18 \div \frac{9}{7} = \frac{18}{1} \times \frac{7}{9} = 14$$

بناءً لاله 14 ساله است.

مثال: نسبت سرمایه طیب به عبیر $\frac{3}{2}$ است، اگر سرمایه طیب 48000 دالر باشد، سرمایه عبیر را بدست

آورید.

➤ حل: چون عبیر دوم ذکر گردیده، بناً کمیت دوم نامیده می شود.

$$\text{دالر} = 48000 \div \frac{3}{2} = \frac{48000}{1} \times \frac{2}{3} = 32000$$

➤ ب: اگر نسبت بین دو کمیت و کمیت دومی داده شده باشد برای پیدا نمودن کمیت اول، کمیت دوم را ضرب نسبت کمیت ها می نماییم.

$$\text{نسبت کمیت ها} \times \text{کمیت دوم} = \text{کمیت اول}$$

مثال: نسبت بین سرمایه سمیع و طارق $\frac{3}{2}$ است، اگر سرمایه طارق 32000 دالر باشد، سرمایه سمیع

را محاسبه کنید.

➤ حل:

نسبت سرمایه ها \times کمیت دوم = کمیت اول

$$32000 \times \frac{3}{2} = 48000$$

مثال: نسبت شاگردان لایق پیشتاز علوم به شاگردان ضعیف $\frac{7}{2}$ است، اگر شاگردان ضعیف 40 نفر

باشند، شاگردان لایق چند نفر اند؟

➤ حل: چون شاگردان لایق اول ذکر شده است، بناً کمیت اول می باشد.

نسبت وزن آنها \times کمیت دوم = کمیت اول

نسبت بین آنها \times شاگردان ضعیف = شاگردان لایق

$$\text{شاگردان لایق} = 40 \times \frac{7}{2} = 140$$

مثال: نسبت وزن احمد و رفیع $\frac{4}{3}$ است، اگر وزن رفیع 54 kgr باشد، وزن احمد چقدر است؟

حل: چون وزن احمد اول ذکر گردیده است، بناً کمیت اول می باشد.

نسبت وزن آنها \times وزن رفیع = وزن احمد

$$\text{وزن احمد} = 54 \times \frac{4}{3} = 72\text{ kgr}$$



تقسیم به اجزای متناسب

بصورت عموم برای تقسیم یک مقدار به نسبت های تعیین شده، ابتدا نسبت ها را باهم جمع نموده و مقدار داده شده را بالای مجموع نسبت ها تقسیم می کنیم و در آخر حاصل تقسیم را ضرب هر یک از نسبت ها می نماییم.

مثال: مبلغ 27000 افغانی را می خواهیم بین احمد و مسعود به نسبت 2 بر 3 تقسیم کنیم.

احمد	مسعود	مجموع
2	3	5
x	y	27000

$$\text{حصه احمد: } x = \frac{27000}{5} \times 2 = 5400 \times 2 = 10800$$

$$\text{حصه مسعود: } y = \frac{27000}{5} \times 3 = 5400 \times 3 = 16200$$

مثال: مبلغ 270\$ را به نسبت $\frac{4}{5}$ بین آراد و مصطفی تقسیم نمایید.

➤ حل:

$$4 + 5 = 9 \Rightarrow \text{مجموعه نسبت ها}$$

$$270 \div 9 = 30 \Rightarrow \text{تقسیم مقدار داده شده بالای مجموع نسبت ها}$$

$$30 \times 4 = 120\$ \Rightarrow \text{سرمایه آراد}$$

$$30 \times 5 = 150\$ \Rightarrow \text{سرمایه مصطفی}$$

مثال: 2000kg انار را بین رامین، مریم و غزاله طوری تقسیم نمایید که 2 حصه به رامین 5 حصه مریم و 3 حصه آن به غزاله برسد.

$$2 + 5 + 3 = 10 \Rightarrow \text{مجموعه نسبت ها}$$

$$2000\text{kg} \div 10 = 200\text{kg} \Rightarrow \text{تقسیم مقدار داده شده بالای مجموع نسبت ها}$$

$$200\text{kg} \times 2 = 400\text{kg} \Rightarrow \text{سهام رامین}$$

$$200\text{kg} \times 5 = 1000\text{kg} \Rightarrow \text{سهام مریم}$$

$$200\text{kg} \times 3 = 600\text{kg} \Rightarrow \text{سهام غزاله}$$

تمرین

1. اگر نسبت دو عدد $\frac{3}{5}$ و عدد دوم آن 25 باشد، عدد اول را معلوم کنید؟
2. دو نفر مشرکاً کار می کنند که مجموع پول های شان 280 افغانی و نسبت بین پول های شان $\frac{3}{4}$ است. آیا دریافت کرده می توانید که نفر اول و دوم هر کدام چند افغانی گرفته اند؟
3. در قطعه خط \overline{AB} که طول آن 32cm است نقطه M را طوری تعیین نمایید که قطعه خط مذکور را به نسبت $\frac{AM}{BM} = \frac{3}{5}$ تقسیم کند، طول قطعه خط های AM و BM را دریافت کنید.
4. 320 سیر گندم را بالای سه نفر دهقان به نسبت 5, 7, 9 تقسیم کنید.

اوسط حسابی

برای دریافت اوسط یا وسط حسابی اعداد داده شده را باهم جمع نموده تقسیم بر تعداد شان مینماییم.

$$\text{اوسط حسابی} = \frac{\text{مجموعه اعداد}}{\text{تعداد شان}}$$

مثال: آرمان در تست A ، 80 نمره و در تست B ، 90 نمره و در تست C ، 100 نمره گرفته است، اوسط نمرات وی را حساب نمایید.

➤ حل:

$$\text{اوسط نمرات} = \frac{A+B+C}{3} = \frac{80+90+100}{3} = \frac{270}{3} = 90$$

مثال: وسط حسابی بین 13 و 15 را دریافت نمایید.

$$\frac{13+15}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

وسط هندسی (اوسط هندسی)

برای بدست آوردن وسط هندسی اعداد داده شده را باهم ضرب نموده و نظر به تعداد شان درجه جذر را تعیین میکنیم.

مثال: وسط هندسی اعداد 2، 8 را دریافت نمایید.

➤ حل: چون دو عدد است آنها را ضرب همدیگر نموده از حاصل ضرب جذر دوم میگیریم.

$$\text{وسط هندسی} = \sqrt[2]{2 \times 8} = \sqrt[2]{16} = 4$$

مثال: وسط هندسی اعداد 3, 27 را دریافت نمایید.

➤ حل: چون دو عدد است آنها را ضرب همدیگر نموده از حاصل ضرب جذر دوم میگیریم.

$$\text{وسط هندسی} = \sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9$$

مثال: اوسط هندسی اعداد 3, $\frac{3}{5}$ و 15 را دریافت نمایید.

➤ حل: چون سه عدد است آنها را ضرب همدیگر نموده از حاصل ضرب جذر سوم میگیریم.

$$\text{اوسط هندسی} = \sqrt[3]{3 \cdot \frac{3}{5} \cdot 15} = \sqrt[3]{27} = 3$$

تناسب

مساوی بودن دو نسبت را تناسب گویند. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

a و d را طرفین تناسب و b و c را وسطین تناسب گویند.

انواع تناسب

تناسب به صورت عموم به سه نوع است.

1. تناسب مستقیم 2. تناسب معکوس 3. تناسب مرکب

تناسب مستقیم

هرگاه با زیاد شدن یک کمیت، کمیت بعدی زیاد شود و یا با کم شدن یک کمیت، کمیت بعدی کم شود چنین ارتباط را رابطه مستقیم یا تناسب مستقیم گویند.

مثال: پنج کیلوگرام انگور 125 افغانی شده است، معلوم نمایید 13 کیلو گرام انگور چقدر افغانی می شود؟

➤ حل: برای حل سوالات مربوط تناسب مستقیم همیشه کمیت های همجنس را زیر پای همدیگر قرارداده و بین مقدار بالایی و پایینی خط کسر قرار می دهیم.

مقدار انگور	قیمت انگور
$\frac{5}{13}$	$\frac{125}{x}$

بعداً کمیت ها را با هم مقایسه می کنیم تا مشخص گردد که چه رابطه ای بین آنها بر قرار است، در صورتیکه رابطه مستقیم باشد کسرهای مساوی هم قرار می دهیم و از خاصیت اول تناسب استفاده نموده طرفین وسطین می نماییم تا قیمت مجهول بدست آید.

$$\frac{5}{13} = \frac{125}{x}$$

$$5x = 13 \times 125$$

$$x = \frac{13 \times 125}{5}$$

$$x = 325 \text{ AF}$$

مثال: از سرمایه 24000 افغانی در یک معامله 1200 افغانی مفاد نموده ایم، معلوم نمایید اگر درین معامله 40000 افغانی می بود چقدر مفاد می کردیم؟

➤ حل:

سرمایه	مفاد
$\frac{24000}{40000}$	$\frac{1200}{x}$

$$24000 \cdot X = 1200 \cdot 40000$$

$$X = \frac{1200 \cdot 40000}{24000} = 2000 \text{ AF}$$

مثال: نجاری در هر 6 ساعت 8 چوکی می سازد، معلوم نمایید برای ساختن 136 چوکی چند ساعت باید کار کند؟

➤ حل:

ساعت	چوکی
$\frac{6}{x}$	$\frac{8}{136}$
$8x = 6 \times 136$	
$x = \frac{6 \times 136}{8} = \frac{816}{8} = 102$	

مثال: اگر قیمت 8 قطی گوگرد 6 افغانی باشد، قیمت 62 قطی گوگرد چند افغانی خواهد شد؟
 حل: به طور مثال اگر قیمت 62 قطی گوگرد m افغانی باشد، چون تعداد قطی های گوگرد مستقیماً متناسب به قیمت آن است، پس این یک تناسب مستقیم است.

قیمت	گوگرد
$\frac{6}{x}$	$\frac{8}{62}$
$8 \times x = 62 \times 6 \Rightarrow x = \frac{62 \times 6}{8} = 46.5 AF$	

تمرین

1. مزد 12 نفر کارگر 480 افغانی است، مزد 10 کارگر را معلوم کنید؟ (مزد همه کارگران برابر است.)
2. اگر یک نفر کارگر در 5 روز 15 افغانی مزد بگیرد، مزد 18 روزه او چند افغانی می شود؟
3. برای خریدن 3 متر تکه 33.75 افغانی ضرورت است، برای خریدن 15 متر تکه چند افغانی به کار خواهد بود؟

تناسب معکوس

هرگاه با زیاد شدن یک کمیت، کمیت بعدی کم شود و یا با کم شدن یک کمیت کمیت بعدی زیاد شود، چنین ارتباطی را تناسب معکوس گویند. طور مثال هرگاه تعداد کارگرها را در یک کار زیاد تر

نماییم، کار به وقت کمتری انجام می شود، که رابطه بین مدت زمان و تعداد کارگران رابطه معکوس است.

مثال: یک حوض را 6 نل در 8 ساعت پرآب می کنند، معلوم نمایید 4 نل همان حوض را در چند ساعت پر آب می نمایند؟

➤ حل: برای حل سوالات مربوط تناسب معکوس نیز همیشه کمیت های همجنس را زیر پای همدیگر قرار داده و بین مقدار بالایی و پایینی خط کسر قرار می دهیم.

$$\begin{array}{r} \text{ساعت} \\ \text{نل} \end{array} \quad \frac{6}{4} = \frac{8}{x}$$

بعداً کمیت ها را با هم مقایسه می کنیم تا مشخص گردد که چه رابطه ای بین آنها برقرار است، در صورتیکه رابطه معکوس باشد، ابتدا یکی از کسرها را معکوس نموده سپس کسرها را مساوی هم قرار می دهیم و در اخیر از خاصیت اول تناسب استفاده نموده طرفین وسطین می نماییم تا قیمت مجهول بدست آید.

$$\frac{6}{4} = \frac{8}{x} \Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = \frac{6 \times 8}{4} \Rightarrow x = 12$$

مثال: یک خانه را 20 نفر در 15 روز ترمیم می کند، اگر بخواهند که این خانه را در 10 روز ترمیم کنند، برای آن چند نفر کارگر ضرورت است؟

حل: تناسب معکوس است، زیرا برای روزهای کم تعداد زیاد کارگران ضرورت است.

$$\begin{array}{r} \text{روز} \\ \text{نفر} \end{array} \quad \frac{20}{x} = \frac{15}{10}$$

چون تناسب معکوس است بناءً یکی از نسبت ها را معکوس می سازیم.

$$\frac{20}{x} = \frac{15}{10} \Rightarrow \frac{20}{x} = \frac{10}{15} \Rightarrow x = \frac{15 \times 20}{10} \Rightarrow x = 30$$

مثال: دو نل یک حوض را در ۸ ساعت از آب پر میکند، معلوم نمایید یک نل همان حوض را در چند ساعت از آب پر خواهد کرد؟

ساعت ها نل ها

$$\frac{2}{1} = \frac{8}{x}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{x}{8} = 1x = 18 \text{ hr}$$

حل:

مثال: ۵ نفر کارگر یک کار را در ۴ روز انجام میدهند، معلوم نمایید ۲ نفر همان کار را در چند روز انجام خواهند داد؟

➤ حل:

روز نفر

$$\frac{5}{2} = \frac{4}{x}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{4}{x} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{5 \times 4}{2} \Rightarrow x = 10$$

تمرین

- چهار نل، یک حوض را در ۸ ساعت پر می کند، ۵ نل، این حوض را در چند ساعت پر خواهد کرد؟ (قطر های نل ها باهم مساوی است).
- یک موتور با سرعت ۵۰ کیلومتر فی ساعت حرکت می کند و فاصله بین دو شهر را در ۳ ساعت طی می کند، اگر سرعت موتور دیگری ۷۵ کیلومتر فی ساعت باشد، فاصله بین دو شهر

را در چند ساعت طی می کند؟

تناسب مرکب

هرگاه در یک تناسب بیشتر از دو کمیت با هم در ارتباط باشند، تناسب را مرکب گویند.

مثال: 8 نفر دهقان روزانه 6 ساعت کار نموده و یک قطعه زمین را که $1000m^2$ مساحت دارد در 20 روز آماده کشت می کنند، معلوم نمایید که اگر 12 نفر روزی 5 ساعت کار کنند، یک قطعه زمین را که $1500m^2$ مساحت دارد، در چند روز آماده کشت می کنند؟

➤ حل: برای حل سوالات مربوط تناسب معکوس نیز همیشه کمیت های همجنس را زیر پای همدیگر قرار داده و بین مقدار بالایی و پایینی خط کسر قرار می دهیم.

روز	مساحت	ساعت	دهقان
20	$\frac{1000m^2}{1500m^2}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{8}{12}$
x			

اکنون کمیتی که شامل جز مجهول است، ابتدا نوشته و سپس آنرا مساوی به کسری قرار می دهیم که شامل اجزای عوامل متباقی است.

$$\frac{20}{x} = \frac{\quad}{\quad}$$

درین مرحله هر یک از کمیت ها را بطور جداگانه با عامل که شامل جز مجهول است مقایسه می نماییم، تا مشخص گردد چه رابطه ای بین آنها برقرار است (مستقیم یا معکوس) و با توجه به اینکه x را باید با کدام یکی از اجزای کمیت ها (کمیت که آن را مقایسه نموده ایم) ضرب نماییم آن را در صورت یا مخرج می نویسیم.

$$\frac{20}{x} = \frac{1000 \times 5 \times 12}{1500 \times 6 \times 8} = \frac{60000}{72000} = \frac{60}{72}$$

$$\frac{20}{x} = \frac{60}{72} \Rightarrow 60x = 1440 \Rightarrow x = \frac{1440}{60} \Rightarrow x = 24$$

مثال: به تعداد 5 تراکتور مساحت 1000 متر مربع را در 10 روز آماده کشت میکنند، معلوم نمایید 10

تراکتور مساحت 2000 متر مربع را در چند روز آماده کشت خواهند کرد؟

➤ حل :

تراکتور	مساحت	روز
$\frac{5}{10}$	$\frac{1000}{2000}$	$\frac{10}{x}$
$\frac{10}{x} = \frac{1000 \times 10}{2000 \times 5}$ ، $\frac{10}{x} = \frac{1}{1}$ ، $x = 10$ روز		

مثال: برای دوختن 6 دست لباس 18 متر پارچه لازم است، در صورتیکه عرض پارچه ها 120cm باشد،

معلوم نمایید برای دوختن 10 دست لباس چند متر پارچه لازم است، در صورتیکه عرض پارچه ها 180cm باشد.

دست لباس	مقدار پارچه	عرضه پارچه
$\frac{6}{10}$	$\frac{18}{x}$	$\frac{120}{180}$
$\frac{18}{x} = \frac{6 \times 180}{10 \times 120} = \frac{9}{10}$		
$\frac{18}{x} = \frac{9}{10} \Rightarrow 9x = 18 \times 10$		
$x = \frac{180}{9} = 20$		

تمرین

- تعداد 24 نفر دهقان با کار روزانه 8 ساعت زمینی را به وسعت 2000 متر مربع در ظرف 20 روز بیل می زنند، اگر 40 نفر دهقان روزانه 12 ساعت کار کنند، زمینی به وسعت 3000 متر مربع را در چند روز بیل زده می توانند؟
- اگر برای انتقال 4200 کیلو گرام گندم به فاصله 810 کیلوگرام 500 افغانی ضرورت باشد، پس برای حمل و نقل 6000 کیلوگرام گندم به فاصله 630 کیلو متر چند افغانی ضرورت خواهد بود؟

فیصد

محاسبه یا سنجش نمودن مقادیر به اساس عدد 100 به فیصدی موسوم است و با علامه % نمایش داده می شود، بطور مثال اگر گفته شود آب بحر %2 نمک دارد، چنین معنی میدهد که در هر صد واحد سنجش شده و یا معیار قرار داد شده آب 2 واحد آن نمک است، برای حل مسایل مربوط به فیصد با سه کمیت سر کار داریم که عبارتند از:

1. اصل کمیت (کل کمیت)
2. مقداری از کل کمیت
3. فیصدی

مثال: شخصی 45000 افغانی را در یک بانک گذاشته بعد از مدتی 900 افغانی مفاد کرد، شخص

مذکور از سرمایه اصلی خود چند فیصد مفاد گرفته است؟

حل: با استفاده از تناسب می توان نوشت:

نفع سرمایه

$$\frac{45000}{100} = \frac{900}{x}$$

$$x = \frac{900 \times 100}{45000} = \frac{90000}{45000} = \frac{90}{45} = 2\%$$

مثال: جابر %6 سرمایه خود را باید مالیات پرداخت کند، اگر سرمایه او 20000 دالر باشد، معلوم

نمایید باید چند دالر مالیات بدهد؟

➤ حل:

$$\frac{100}{20000} = \frac{6}{x} \Rightarrow 100 \times x = 6 \times 20000 \Rightarrow x = \frac{6 \times 20000}{100} \Rightarrow x = 1200 \text{ دالر}$$

مثال: 4% چند افغانی مبلغ 125 افغانی میگردد؟

➤ حل:

$$\frac{100}{x} = \frac{4}{125} \Rightarrow 4 \times x = 100 \times 125 \Rightarrow x = \frac{100 \times 125}{4} \Rightarrow x = 3125 \text{ AF}$$

مثال: چند فیصد 1800 افغانی مبلغ 540 افغانی می گردد؟

➤ حل:

$$\frac{100}{1800} = \frac{x}{540} \Rightarrow \frac{100}{1800} = \frac{x}{540} \Rightarrow 1800 \times x = 100 \times 540 \Rightarrow x = \frac{100 \times 540}{1800} \Rightarrow x = 30\%$$

مثال: الیاس باید سالانه 10% مالیات به دولت بپردازد، هرگاه سرمایه آن 2000 دالر باشد، چند

فیصد باید ازین سرمایه به دولت بدهد؟

➤ حل:

$$\begin{aligned} \frac{100}{2000} &= \frac{10}{x} \\ \frac{100x}{100} &= \frac{20000}{100} \\ x &= 200 \$ \end{aligned}$$

مثال: اگر 50 گرم نمک خالص را دریک محلولی که 700 گرم وزن داشته 20% باشد بریزیم،

فیصدی محلول جدید را دریافت کنید.

$$\begin{aligned} \frac{100}{700} &= \frac{20}{x} \Rightarrow x = 140 \text{ gr} \\ 140 \text{ gr} + 50 \text{ gr} &= 190 \text{ gr} \\ 700 \text{ gr} + 50 \text{ gr} &= 750 \text{ gr} \\ \frac{100}{750} &= \frac{x}{190} \Rightarrow x = 25.3\% \end{aligned}$$

1. یک دکاندار در یک ماه دو مرتبه مال وارد نموده است، مرتبه اول به سرمایه 25000 افغانی، مبلغ 800 افغانی مفاد نموده و مرتبه دوم از سرمایه 10000 افغانی، مبلغ 330 افغانی مفاد نموده است. مفاد دکاندار مذکور در کدام مرتبه به تناسب سرمایه بیشتر بوده دریافت کنید؟
2. عبدالرحیم در مضمون ریاضی از 75 نمره 60 نمره به دست آورده است، فیصدی نمره عبدالرحیم در مضمون ریاضی را به دست آورید؟
3. از مساوات زیر کدام آنها صحیح می باشد؟ آن هایی که غلط است، نسبت صحیح آن را بنویسید.



تبدیل نسبت به فیصد

برای تبدیل صورت کسر را ضرب در عدد 100 نموده و تقسیم بر مخرج اش مینماییم.
مثال : کسر داده شده را به شکل فیصدی تبدیل نمایید.

➤ حل:

$$\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1 \times 100}{2} = \frac{100}{2} = 50\%$$

مثال: جنسی به $\frac{3}{5}$ قیمت اصلی آن خریداری نموده ایم، چند فیصد تخفیف گرفته ایم؟

➤ حل:

$$\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{3 \times 100}{5} = \frac{300}{5} = 60\%$$

مثال: ماریا $\frac{2}{5}$ حصه حقوق اش را برای خرید موبایل اختصاص داده است، بیان نمایید ماریا چند درصد حقوقش را برای خرید موبایل اختصاص داده است؟

➤ حل:

$$\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{2}{5} \times 100 = \frac{200}{5} = 40\%$$

مثال: $\frac{3}{4}$ پول چند فیصد آن پول است؟

$$\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} \times 100 = \frac{300}{4} = 75\%$$

➤ حل:



تبدیل فیصد به نسبت

برای تبدیل فیصدی به نسبت، فیصدی داده شده را تقسیم بر عدد 100 مینمایم

$$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

➤ مثال: 50% را به نسبت تبدیل نماید. حل:



تخفیف



کم نمودن یک فیصدی معین از روی قیمت اصلی جنس را تخفیف گویند.

مثال: یک ماشین آب میوه که به 4000 افغانی خریده شده با تخفیف 8% به فروش می رسد، قیمت

فروش را معلوم کنید؟

➤ حل:

قیمت	تخفیف
100	8
4000	x

$$\text{تخفیف} = 4000 \times \frac{8}{100} = 40 \times 8 = 320$$

$$3680 \text{ افغانی} = 4000 - 320 = \text{قیمت فروش}$$

مثال: قیمت اصلی یک جنس 2000 افغانی است و آن جنس بعد از 10% تخفیف به فروش میرسد، فیصدی تخفیف گرفته شده و فیصدی پول پرداخته شده را بنویسید.

➤ حل:

$$\frac{100}{2000} = \frac{10}{x} \Rightarrow \frac{100x}{100} = \frac{20000}{100} \Rightarrow x = 200$$

$$2000 - 200 = 1800 \text{ AF}$$

مثال: جنسی بعد از 10% تخفیف به 1800 افغانی به فروش رسیده، قیمت اصلی این جنس را بیابید.

➤ حل:

$$\frac{100}{x} = \frac{90}{1800} \Rightarrow \frac{90x}{90} = \frac{180000}{90} \Rightarrow x = 2000$$

مثال: قیمت یک جنس که 600 افغانی بوده به مبلغ 540 افغانی خریداری شده است، فیصدی تخفیف را دریافت نمایید.

➤ حل:

مقدار تخفیف داده شده	اصل قیمت (100 فیصد پول)
60	600
x	100

$$\frac{600}{100} = \frac{60}{x} \Rightarrow 600x = 100 \times 60 \Rightarrow x = \frac{100 \times 60}{600} \Rightarrow x = 10\%$$

مثال 2: احسان یک بایسکل را به قیمت 2208 افغانی خریده است، معلوم نمایید اگر فروشنده برای او 8% تخفیف داده باشد، قیمت قبل از تخفیف بایسکل چقدر است؟

➤ حل:

اصل قیمت (100 فیصدیول)	قیمت بعد از تخفیف
$\frac{100}{x}$	$\frac{92}{2208}$

$$\frac{100}{x} = \frac{92}{2208} \Rightarrow 92x = 100 \times 2208 \Rightarrow x = \frac{100 \times 2208}{92} \Rightarrow x = 2400$$

تمرین

1. قیمت اصلی یک بایسکل 5000 افغانی است، هرگاه فروشنده به مشتری خویش 2% تخفیف بدهد قیمت فعلی بایسکل را معلوم کنید؟
2. قیمت اصلی یک بخاری گازی 8000 افغانی است، نسبت ضرورت دکاندار آنرا به قیمت 7600 افغانی به فروش می رساند، تخفیف و فیصدی تخفیف آنرا معلوم کنید؟
3. قیمت یک جاروب برقی 5730 افغانی است و به تخفیف 3% به فروش می رسد، قیمت فروش را معلوم کنید؟

احدیت

در لغت واحد ساختن را گویند. یعنی از هر مقدار یک واحد آنرا اعلان میکنیم. بطور مثال رضا یک دیوار را در 8 ساعت رنگ می نماید، مقدار کار انجام شده رضا در واحد زمان عبارت رنگ نمودن $\frac{1}{8}$ حصه دیوار است.

مثال: قیمت یک بیبریل تیل خاک (200 لیتری) مبلغ 40000 افغانی است، قیمت یک لیتر آن را

معلوم کنید؟

➤ حل:

افغانی لیتر تیل

$$\frac{200}{1} = \frac{40000}{x}$$

$$200x = 40000$$

$$x = \frac{40000}{200} \Rightarrow x = 200$$

مثال: آرمان 20 جلد کتابچه به مبلغ 1200 افغانی خریده است، قیمت یک جلد را محاسبه نمایید؟

➤ حل:

$$\text{افغانی } 60 = \frac{1200}{20} = \text{قیمت یک جلد}$$

مثال: 3kgr انار 120 افغانی میشود، قیمت هر کیلوگرام آن چند میشود؟

$$\frac{120}{3} = 40 \text{ AF}$$

➤ حل:

مثال: یک کارتن مبلایل 2400 افغانی است، هرگاه در این کارتن 12 کوادر مبلایل موجود باشد،

قیمت هر کوادر را بیابید.

$$\frac{2400}{12} = 200 \text{ AF}$$

➤ حل:

مثال: حسام 6 ساعت کار نموده کار یک ساعته آن چند میشود؟ جواب: $\frac{1}{6}$

مثال: فرهاد یک کار را به تنهایی در 6 ساعت انجام میدهد، و طیب همان کار را به تنهای در 4

ساعت انجام میدهد، هرگاه فرهاد و طیب بطور همزمان به کار شروع کنند، کار مذکور را در چند ساعت

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4+6}{24} = \frac{10}{24} \Rightarrow \frac{24}{10} = 2.4 \quad \text{انجام میدهد؟}$$

تمرین

1. قیمت 2 متر تکه 300 افغانی است، نخست قیمت یک متر آنرا دریافت کنید و سپس بگوئید

قیمت 17 متر چند افغانی می شود؟

2. مصرف انتقال 60 کیلوگرام جنس در یک فاصله 2400 افغانی می شود، نخست قیمت انتقال یک کیلوگرام آنرا دریافت کنید و سپس بگویید قیمت مصرف انتقال 35 کیلو گرام آن چند افغانی خواهد شد؟

ربح ساده و مرکب

الف: ربح مفرد (ساده)

مفادی که از یک سرمایه در یک مدت معین به نرخ معین یا فیصدی معین حاصل می گردد، به نام ربح ساده یا Simple Intrest یاد می گردد. ربح ساده مستقیماً متناسب به سرمایه و نرخ معین می باشد. یعنی:

$$\text{ربح} = \frac{\text{نرخ} \times \text{مدت} \times \text{سرمایه}}{100} \quad \text{یا} \quad I = \frac{C \cdot R \cdot T}{100}$$

مثال: مقدار 5600 افغانی از قرار نرخ 8% پس از یک سال چند افغانی می شود؟
➤ حل:

5600 = سرمایه

8% = نرخ

یکسال = مدت

$$\text{ربح} = \frac{5600 \times 1 \times 8}{100} = 56 \times 8 = 448$$

مثال: یک سرمایه به نرخ 20% در مدت 2 سال 2400 AF سود می دهد، پس سرمایه اصلی چند افغانی بوده است؟

➤ حل:

$$\left. \begin{array}{l} C = ? \\ I = 2400 \\ R = 20\% \\ T = 2 \text{ year} \end{array} \right\} 2400 = \frac{C \cdot 20 \cdot 2}{100} \Rightarrow C = 6000$$

مثال: کدام سرمایه به نرخ 5% در مدت 180 روز، AF 100000 مفاد می دهد؟

➤ حل:

$$\left. \begin{array}{l} C = ? \\ I = 180 \\ R = 5\% \\ T = 100000 \end{array} \right\} 100000 = \frac{C \cdot 5 \cdot 180}{360 \cdot 100} \Rightarrow C = 2 \cdot 20 \cdot 100000 \Rightarrow C = 4000000$$

مثال: مفاد 200000 افغانی به نرخ 12% به مدت 5 سال به ربح بسیط چند است؟

حل:

$$I = \frac{(200000)(12)(5)}{100} = 1200000$$



ب: ربح مرکب

هرگاه مفاد یک سرمایه به اصل مقدار سرمایه علاوه گردیده و دوباره به مفاد گذاشته شود، سرمایه جدید با مفاد که به دست می آید، ربح مرکب نامیده می شود که از رابطه ذیل بدست می آید:

$$P = A(1+r)^n$$

$$I = P - A \text{ مفاد خالص}$$

مثال: هرگاه مبلغ 1000 دالر به نرخ 10% به مدت 2 سال به ربح مرکب گذاشته شود، چقدر افغانی

نفع خواهد داد؟

➤ حل:

$$\left. \begin{array}{l} P = ? \\ A = 1000\$ \\ r = 10\% \\ n = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} P = 1000 \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \Rightarrow 1210\$ \\ \text{مفاد} = 1210 - 1000 = 210\$ \end{array}$$

مثال: سرمایه 2000000 افغانی با ربح سالانه 10% در بانک گذاشته می شود. بعد از گذشت 5

سال سرمایه مذکور چند افغانی می شود؟

➤ حل: قیمت ها را در فورمول وضع می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} A = 2000000 \\ r = 10\% \\ n = 5 \\ P = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} P = A = 2000000 \left(1 + \frac{1}{10}\right)^5 = 2000000(1.1)^5 \\ P = 2000000 \times 1.61051 = 3221020 \\ P = 3221020 \end{array}$$

مثال: مفاد سرمایه یک صد هزار دالر به نرخ 10 فیصد در مدت 2 سال به ربح مرکب عبارت است

از؟

➤ حل:

$$P = 100000(1 + 10\%)^2 \Rightarrow 100000\left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 \Rightarrow 100000\left(1 + \frac{1}{10}\right)^2 \Rightarrow P = 100000\left(\frac{11}{10}\right)^2$$

$$\Rightarrow 100000\left(\frac{121}{100}\right) = 121000$$

$$\text{مفاد} = P - A = 12100 - 10000$$

$$\text{مفاد} = 2100$$