



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

# ریاضیات کنکور ۹۷

((مطابق با جدیدترین تغییرات کتاب درسی))

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

مهندس مهرپویان

۰۹۱-۷۷۰۲۰۲۷

# املا و عبارت‌سازی

این فصل را با ما بخوان  
تا از ما شوی...

\* **تعریف جامعه آماری** مجموعه‌ای از افراد یا اشیاء است که درباره اعضای آن می‌توانیم موضوع یا دو موضوعاتی را مطالعه کنیم.  
 \* به تعداد افراد یا اشیاء موجود در جامعه آماری، اندازه جامعه گویند.

\* **امارگیری** به کلیه فعالیت‌ها و روش‌هایی که برای جمع‌آوری داده‌ها به نگرش رود، امارگیری می‌گویند.  
 امارگیری به دو صورت انجام می‌شود:  
 ۱) سرشماری: آنرا تمام افراد جامعه را مورد بررسی قرار دهیم.  
 ۲) نمونه‌گیری: آنرا بخشی یا تعدادی از افراد جامعه را مورد بررسی قرار دهیم.

\* **مقرودرین‌های سرشماری**

- ۱) در (تسررس) نبودن تمام اعضای جامعه
- ۲) وقت‌گیر بودن بررسی تمام اعضای جامعه
- ۳) گران تمام شدن بررسی تمام اعضای جامعه
- ۴) از بین رفتن بعضی از اعضای جامعه در حین سرشماری

\* **نکات مهم در نمونه‌گیری تصادفی**

- ۱) نمونه باید طوری انتخاب شود که نمایانگر خصوصیات جامعه باشد.
- ۲) اعضای نمونه باید بصورت تصادفی انتخاب شوند یعنی هر یک از اعضای جامعه امکان حضور در آن را داشته باشد.
- ۳) هر چه اندازه جامعه بزرگتر باشد، اندازه نمونه نیز باید بزرگتر باشد زیرا در غیر صورت نتیجه‌ای که از آن گرفته می‌شود معتبر نتواند بود.
- ۴) قبل از انتخاب نمونه، نتوانیم باطمینان در مورد حضور یا عدم حضور هر کدام از افراد در نمونه قضاوت کنیم.

\* تعریف رادار (اعضای و منابع حاصل از اندازه گیری یا مطالعه نمونه رادار کوشه)

\* ۴۶ ترین روش های جمع آوری رادارها

- (۱) استفاده از داده های از پیش تهیه شده
- (۲) پرسش مستقیم (شفاهی یا کتبی)
- (۳) مشاوره و ثبت وقایع
- (۴) آزمایش و استفاده از وسایل اندازه گیری

\* مواردی که در طرح پرسشنامه باید به آن توجه کرد

- (۱) پرسشنامه منظم و سازمان ردهی شده باشد
- (۲) سوالات زایه و غیر مرتبط با هدف حذف شود
- (۳) بیان سوالات ساده و واضح باشد
- (۴) سوالات پاسخ دهنده را به سمت پاسخ خاصی هدایت نلند.
- (۵) حتی الامکان پاسخ ها به صورت چندگزینه ای باشد.
- (۶) دستور العمل پاسخ نوی حتی الامکان ضمیمه پرسش نامه باشد.

\* متغیر کیفی (متغیری که قابل اندازه گیری نباشد (قد-وزن- تعداد افراد خانواده)

\* متغیر کیفی (نباشه (نروه فونی افراد- مراحل تحصیل)

\* کیفی (نباشه) : بیوسسته : ابرو و مقدار a و b را بتواند داشته باشه ، هر مقدار بین a و b را نیز می تواند داشته باشه (یعنی بیوسسته است) ← درجه حرارت هوا- قد افراد- وزن افراد  
لغسسته : بیوسسته نباشد ← تعداد رفتارها- تعداد مکالمات تلفنی افراد

\* کیفی (ترتیبی) : در آن نوعی ترتیب وجود دارد ← مراحل تحصیل- فصل های سال  
اسمی : ترتیبی نباشد ← گروه فونی افراد- نوع الاینده های هوا

\* مثال (گروه فونی افراد کدام نوع متغیر است؟)

- (۱) کیفی- اسمی (۲) کیفی- ترتیبی (۳) کیفی- بیوسسته (۴) کیفی- لغسسته (گزینه ۴ صحیح)

\* مثال (میزان بازندگی در سال کدام نوع متغیر است؟)

- (۱) کیفی- لغسسته (۲) کیفی- ترتیبی (۳) کیفی- اسمی (۴) کیفی- بیوسسته (گزینه ۴ صحیح)

\* مثال (در کدام گزینه کیفی اسمی و کیفی ترتیبی جمع آوری داده ها در صورتان ۱ و ۲ صحیح است؟)

- (۱) گروه فونی - مشاهده (۲) سطح تحصیلات - پرسش هراتن (گزینه ۱ صحیح)
- (۳) وزن افراد - اندازه گیری (۴) نوع آلاینده هوا - انجام آزمایش

گزینه ۴ صحیح

**\* روش انتقال نمونه با اعداد تصادفی ماشین حساب**

در این روش برای انتقال یک نمونه تصادفی از ماشین حساب استفاده کرده و عددی بصورت تصادفی بین ۰ و ۱ از ماشین حساب برمی آید که آن عدد تصادفی را در مقدار اعشاری جامعه ضرب می کنیم. پس قسمت اعشاری عدد حاصل را حذف کرده و با اولین شماره عضو جامعه جمع می کنیم.

$$\begin{cases} ۵۳,۹ \rightarrow ۵۳ + ۱ = ۵۴ \\ ۵۳,۱ \rightarrow ۵۳ + ۱ = ۵۴ \\ ۵۳ \rightarrow ۵۳ \end{cases}$$

**\* مثال** در این کلاس ۲۰ نفره که از شماره ۱ تا ۲۰ شماره تلفنی شده اند ماشین حساب عدد ۰/۴۲ را در آن اسکرین کرده شماره به عنوان نمونه باید انتقال شود؟

$$۲۰ \times ۰,۴۲ = ۸,۴ \rightarrow ۸ + ۱ = ۹$$

**\* مثال** در این جمع می خواهیم از شماره ۱۱۹ تا ۷۵ خردی را به تصادف انتقال کنیم. ماشین حساب عدد ۰/۴۲ را در آن اسکرین کرده خردی باقی به عنوان نمونه انتقال شود؟

$$۱۱۹ - ۷۵ + ۱ = ۴۵ \Rightarrow ۴۵ \times ۰/۴۲ = ۱۸,۹ \rightarrow ۱۸ + ۷۵ = ۹۳$$

\* فضای انباره لیری (تفاضل قطر واقعی و قطر انباره لیری) را بویژه (لغتاً؛ واحد هکتس و همسره وجود دارد)

$$\begin{array}{ccc} 14, 2 & 292, 45 & 193 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ |E| < 0.1 & |E| < 0.1 & |E| < 1 \end{array}$$

\* مثال: مدل انباره لیری قطرین استوانه بصورت  $P = 12, 25 + E$  نوشته شده است. برای تغییر لیری در معادله است:  $|E| < 0.125$  (۱)  $|E| < 0.125$  (۲)  $|E| < 0.125$  (۳)  $|E| < 0.125$  (۴)

\* مثال: اگر شعاع رابره‌ای بصورت  $R = 4 + E$  در دسترس باشد، انباره لیری نیز می‌تواند برای مصالح رابره باشد:  $12\pi + 8E_1$  (۱)  $12\pi + E_1$  (۲)  $12\pi + E_1$  (۳)  $12\pi + E_1$  (۴)

$$R = 4 + E \rightarrow S = \pi R^2 = \pi (4 + E)^2 = \pi (16 + 8E + E^2) = 16\pi + \frac{8\pi E}{E_1} + \pi E^2$$

\* نتیجه: هر  $E^2$  و  $E^3$  و ... در معادله صفری نمی‌شود. می‌توان  $4E$  و  $E_1$  نیز نوشت. هر  $E_1$  و  $E_2$  بود، صفری نمی‌شود.

$$\text{قطر واقعی} = 12\pi + 8\pi E$$

آن قسمتی که E دارد (قطر خطی) همان قطر خطی است.

\* مثال: در دسترس ریاضی برای حجم یک مکعب به ضلع تقریبی ۲ سانتی‌متر، اگر فضای حجم لغتاً از یک سانتی‌متر مکعب باشد، حداکثر فضای انباره لیری ضلع مکعب ما به حسب معادله تغییرات می‌تواند باشد؟  
 $a = 2 + E \rightarrow \sqrt[3]{2a^3} = (2 + E)^3 = 8 + 12E + 4E^2 + E^3$  (۱) ۰.۱۸ (۲) ۰.۱۸۵ (۳) ۰.۱۸ (۴)  
 اگر  $12E < 1 \rightarrow E < \frac{1}{12} \text{ cm} = \frac{10}{12} \text{ mm} = 0.83 \rightarrow$  کمتر از ۱ میلی‌متر



\* سوال: اگر شعاع یک کره  $E$  باشد و دایره  $\pi R^2$  در مساحت سطح آن در شبیه دایره  $\pi R^2$

$$4\pi E \quad 14\pi E \quad 8\pi E \quad 4\pi E$$

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi(2+E)^2 = 4\pi(4+4E+E^2) = 16\pi + 16\pi E$$

کره ۴ مساحت

\* سوال: طول و عرض مستطیلی به صورت  $a+2$  و  $b+2$  اندازه گیری شده است. مدل مساحت آن کدام است؟

\* سوال: در دایره ای شعاع یک مربع به صورت  $a+2$  است. اگر سطحش با سطح دایره اندازه گیری این طول کمتر از  $2\pi$  و در این  $\pi$  اندازه دایره مساحت مربع کمتر از کدام است؟

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$S = (a+2)^2 = 4a + 16 + 4a^2 \rightarrow 16 < 4a + 16 + 4a^2 = 4$$

\* سوال: در مدل سازی ریاضی برای مساحت دایره های به قطر تقریبی ۵۰ و در طول و اگر دایره ای قطر کمتر از  $\frac{1}{4\pi}$  و در طول باشد، دایره مساحت تقریباً کمتر از چند واحد مربع است؟

$$D = 1 + E \rightarrow S = \pi D^2 \rightarrow \frac{d}{4} \quad \frac{d}{3} \quad \frac{d}{2} \quad \frac{d}{1}$$

$$S = \frac{\pi}{4}(1+E)^2 = \frac{\pi}{4}(1 + 2E + E^2) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}E + \frac{\pi}{4}E^2 \rightarrow 16 < \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}E + \frac{\pi}{4}E^2 = \frac{d}{4}$$

کو پلترین - بزرگترین  $R =$  دامنه نوسان

$$k = \frac{\text{دامنه نوسان}}{\text{تعداد نوسان}} = \frac{R}{C}$$

$$x = \frac{a+b}{2} = \frac{\text{کمران پایین} + \text{کمران بالا}}{2}$$

\* جدول خاوانی زیر را کامل کنید

۲ - ۳ - ۲ - ۵ - ۹ - ۱۰ - ۱۰ - ۱۲ - ۱۴ - ۱۴ - ۱۵ - ۱۵ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۸ - ۱۸

صورت نوسان				
میزان نوسان				
خاوانی مطلق				
خاوانی نسبی				
درصد خاوانی نسبی				
خاوانی جمعی				

\* مثال در جدول فراوانی زیر اثر در صد فراوانی نسبی دسته وسط برابر ۳۷ باشد، فراوانی دسته (۱۰-۱۲) کدام است؟

مرکز دسته	۷	۹	۱۱	۱۳	۱۵
فراوانی دسته	۹	۱۵	x	۱۰	۸

۱۴ (۱)    ۱۶ (۲)    ۱۸ (۳)    ۲۰ (۴)

گزینه ۳ صحیح

\* مثال در ۵۶ داده آماری، بزرگترین و کوچکترین آن‌ها به ترتیب ۸۴ و ۶۵ می‌باشند. این داده‌ها به ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. مرکز دسته پنجم کدام است؟

۷۸,۵ (۴)    ۷۸ (۳)    ۷۷,۵ (۲)    ۷۷ (۱)

گزینه ۴ صحیح

\* مثال کوچکترین و بزرگترین داده‌های آماری ۱۷,۲ و ۲۲,۷ هستند. اگر کتان مابین دسته دوم و ۱۷,۸ باشد، مرکز دسته آخر کدام است؟

۲۲,۴ (۴)    ۲۲,۳ (۳)    ۲۱,۸ (۲)    ۲۱,۷ (۱)

\* مثال کوچکترین و بزرگترین داده‌های آماری ۳۱ و ۵۲ می‌باشند. این داده‌ها در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. در صد داده‌ها کمتر از ۴۰ و ۴۸، در صد داده‌ها بیشتر یا مساوی ۴۳ می‌باشند. اگر فراوانی کل ۸۰ باشد، فراوانی دسته وسط کدام است؟

۱۶ (۴)    ۱۵ (۳)    ۱۲ (۲)    ۹ (۱)

سوال ۱۰۰۰ در جدول توزیع فراوانی داده‌های نمایشگر طبقات اول و دوم و آمار به ترتیب ۸۴ و ۴۹ و ۴۴ می باشد. تعداد طبقات کدام است؟ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (کزینه صحیح ۳)

سوال ۱۰۰۰ اگر فراوانی بعضی در طبقات (۱) و (۲) و (۳) به ترتیب ۱۷، ۱۲ و ۱۷ و فراوانی نسبی طبقه دوم ۰/۱ باشد. تعداد داده‌های کدام است؟ (۱) ۲۰ (۲) ۵۵ (۳) ۵۰ (۴) ۴۵ (کزینه صحیح ۳)

سوال ۱۰۰۰ انباری که ۱۲۰ کالای آموزش در جدول زیر دسته بندی شده است. فراوانی دسته چهارم کدام است؟

سرنز دسته	۱۵۱	۱۵۸	۱۶۱	۱۶۴	۱۶۷	۱۷۰	۳۰ (۴)	۲۵ (۳)	۲۴ (۲)	۲۰ (۱)
درصد فراوانی نسبی	۱۰	۱۵	۱۸	x	۲۰	۱۲				

(کزینه صحیح ۴)

سوال ۱۰۰۰ دانش آموزان یک مدرسه با سال تولد یکدیگر را وزن کنش کرده و عدد صحیح وزن آن‌ها را یادداشت کرده اند. چند درصد آن‌ها کمتر از ۵۰ وزن دارند؟

وزن	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۸۰ (۴)	۷۸ (۳)	۷۵ (۲)	۷۲ (۱)
تعداد	۸	۹	۱۲	۱۵	۶	۵				

(کزینه صحیح ۴)

سوال ۱۰۰۰ داده‌های جدول زیر، داده‌های آماری پیوسته است. چند درصد (۱۵۰ تا ۱۵۵) در فاصله (۲۱، ۵) قرار دارند؟

سرنز دسته	۱۴	۱۷	۲۰	۲۲	۲۶	۲۶	۳۰ (۳)	۲۵ (۲)	۴۰ (۴)
فراوانی نسبی	۵	۱۳	۲۵	۳۴	۴۰				

(کزینه صحیح ۳)

مبحث :

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

\* نقشه سلسله ای برای تغییرهای کیفی و سلسله مناسب هست.

↑ توانی مطلق



مرکز دسته

\* نقشه مستطیلی برای تغییرهای کیفی و سلسله مناسب هست.

↑ توانی مطلق



صورت دسته

\* نقشه چند بر فراوانی برای تغییرهای کیفی و سلسله مناسب هست (از نقشه مستطیلی بهتر است)

↑ توانی مطلق



مرکز دسته

\* نقشه مساحت زیر نقشه مستطیلی و چند با دفع برابر است.

\* نمودار جمع

زاوای تصبی

صرد (یا مرتز) رسته

\* نمودار دایره‌ای برای مقیسه‌های کیفی مناسب هست

$$\hat{\alpha} = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$$

قسمت / زاویه مرتزی هر

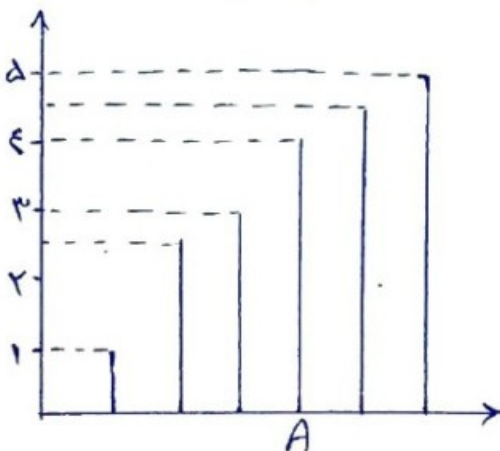
(توجه کنید که مجموع زاوای دایره برابر ۳۶۰ است)

\* تقری ۴۲ در این شرکت نیروی جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم. زاویه

نوع صرد	دایره	کاررانی	کارشناس	ارشد	دکتر
تعداد	۳۵	۹۵	۱۸۵	۱۲۵	۲۵

کرتبه ۳ صمد

\* تقری ۹۰ در مقایسه سطح زیر نقشه در شش استان، نمودار میلای زیر رسم شده است. در نمودار دایره‌ای و زاویه مرتزی مناظر استان A چندرجه است؟



۹۲ (۴) ۸۰ (۳) ۷۲ (۲) ۴۴ (۱)

\* مثال در جدول زاوای تبی مقابل زاویه متناظر بارسته وسط در نمودار تایی هند درجه است ؟

زاوای تبی	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰	۲۰-۲۳	۲۳-۲۷	۲۹(۴)	۱۱۷(۳)	۱۷۷(۲)	۲۵۴(۱)
زاوای تبی	۷	۲۲	۵۱	۷۳	۹۰				

نیزه ۳۳ صحیح ✓  
-

\* مثال متغیر تصادفی تبی دارای ۵ حالت است. اگر در نمودار تایی زاویه مربوط به ۲۳ حالت درجه

باشد، درصد زاوای تبی آن دسته کدام است ؟ (۱) ۱۷٫۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۲٫۵ (۴) ۲۴

نیزه ۳۳ صحیح ✓  
-



مبحث :

مهندس مهرپویان ۰۹۱۰۷۶۰۲۰۲۷

لازمه‌ها را بصورت صعودی مرتب می‌کنیم و در قسمت ساقه ارفاق مشترک و در  
قسمت پیکر ارفاق غیر مشترک را می‌دهیم. (معمولاً نمودارهای ساقه و پیکر یک کلیه دارند که از روی آن  
می‌توان قسمت ساقه و پیکر را تشخیص داد مثلاً کلیه  $a = 25$   $b = 2$ )

\* مثال

\* صد (نفا) داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد.  
مثلاً

در منحنی پیکر نیس. اگر دو صد داشته باشد به آن جامعه دوسوی گویند.  
(در جدول فراوانی، مرتبه آن (صدای) که بیشترین فراوانی را دارد، صد گویند.)

\* میان (الف) داده‌ها را بصورت صعودی یا نزولی مرتب کرده و  
الف) اثر تقارن باشد  $\Leftarrow$  داده‌ای که در وسط قرار دارد  $\Leftarrow$  میان  
ب)  $\Leftarrow$  زوج  $\Leftarrow$  میانگین دوسوی که در وسط هستند  $\Leftarrow$  میان  
(در قیاس که میان مطلق است عنوان جامعه نباشد)

\* نفوس جدیدی داده‌ها را بر اساس ۵ معیار زیر (نقطه بنی) می‌کنند:



\* مثال ۱

\* مثال ۲

\* نکته:  $Q_1$  و  $Q_3$  را روی جبهه و (و میانگین بین  $Q_1$  و  $Q_3$  هستند)  $Q_2$  و  $Q_4$  را درون جبهه  
گویند.

اگر عدد داده باشند  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$

\* میانگین (معدل)

اگر جدول داده باشند  $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$

\* مثال میانگین داده های جدول فراوانی زیر کدام است؟  $5, 2(4) \quad 5, 5(3) \quad 5, 4(2) \quad 5, 3(1)$

رتبه	۲-۴	۴-۲	۲-۱	۱-۰
فراوانی	۲	۴	۳	۱

گزینه ۴ صحیح

\* تفسیر ۴۲ در جدول فراوانی مجموع مقابل میانگین داده ها کدام است؟

رتبه	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی مجموع	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

$9, 5(4) \quad 9, 4(3) \quad 9, 3(2) \quad 9, 2(1)$

گزینه ۱ صحیح

\* مثال در جدول زیر میانگین کدام است؟  $1-4 \quad 4-7 \quad 7-10 \quad 10-13 \quad 13-14$

رتبه	۱-۴	۴-۷	۷-۱۰	۱۰-۱۳	۱۳-۱۴
فراوانی مجموع	۴	۸	۱۰	۱۴	۱۴

$7, 5(4) \quad 7, 7(3) \quad 8, 5(2) \quad 8(1)$

گزینه ۳ صحیح

سوال ۱۰۰

بیانین روش های جدول تعالی که در این سوال

رایه	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰				
فراوانی نسبی	۰/۱۵	۰/۲	۰/۳	۰/۴۵	۱۹,۵ (۴)	۱۹,۵ (۳)	۱۸,۵ (۲)	۱۸,۵ (۱)

$\bar{x} = \frac{\text{مجموع مقدار}}{\text{تعداد}}$

کمترین مجموع

سوال ۱۰۱

گاهی در دو سوال بیگانه صورتی یا حدود دسته مکران بالا یا پایین رای دهند که ابتدا باید صورتی را و

در بیان به صورت آورد.

مکران بالا	۱۲	۱۴	۲۰	۲۴
فراوانی	۲	۳	۱	۴

سوال ۱۰۲

بیانین روش های

سوال ۱۰۳

نمودار از زبان عمومی یک داوطلب مطابق جدول زیر ۵۸ درصد است. نفره زبان او چند درصد است؟

زبان	عربی	فارسی	انگلیسی	درصد				
فرد	۷۵	۵۲	۶۵	۲	۳۴ (۴)	۳۲ (۳)	۳۲ (۲)	۳۱ (۱)
فرد	۲	۳	۲	۴				

$\bar{x} = \frac{\text{مجموع مقدار}}{\text{تعداد}} \Rightarrow ۵۸ = \frac{\text{مجموع مقدار}}{\text{تعداد}}$

کمترین مجموع

در جدول فراوانی زیر، اکثر میانگین داده‌ها ۱۸،۴ باشد. آنگاه در نمودار لایحه‌ای زاویه

تقریباً ۹۰ درجه

مربوط به بازه (۲۵ و ۲۱) چند درجه است؟

صورت	۹-۱۳	۱۳-۱۷	۱۷-۲۱	۲۱-۲۵	۲۵-۲۹	۹۰(۴)	۸۰(۳)	۷۵(۲)	۶۰(۱)
فراوانی	۳	۴	۷	۸	۱				

$x = 25 \rightarrow \alpha = 90^\circ$

ترتیب صحیح

جدول مقابل برای داده‌های  $x_i$  می‌باشد. میانگین داده‌های  $x_i$  در آن است؟

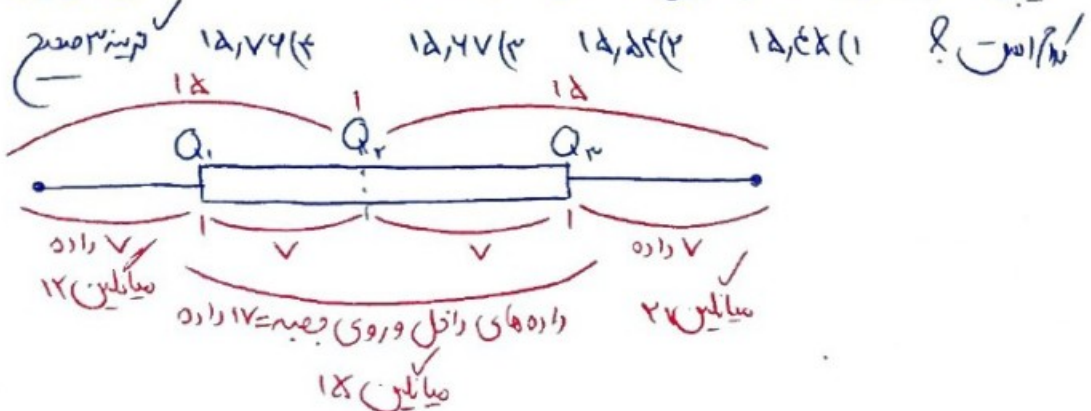
مثال

داده	۲	۴	۶	۸
فراوانی	۳	۲	۴	۱

در نمودار جعبه‌ای ۳۱ داده آماری، میانگین داده‌های زنباله سمت چپ و زنباله سمت راست به ترتیب ۱۲ و ۲۱ می‌باشد. اکثر میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۱۵ باشد. میانگین کل این داده‌ها

مثال

چقدر است؟



$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده}}{\text{تعداد}} = \frac{7 \times 12 + 17 \times 15 + 7 \times 21}{31} = 15,27$$

\* نکته: اگر  $\bar{x}$  میانگین داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  باشد، آنگاه مجموع انحراف داده‌ها از میانگین برابر صفر است یعنی

$$(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

\* نکته: اگر همه داده‌های تابع برابر باشند، میانگین برابر یکی از داده‌هاست.  
مثلاً اگر

\* مثال: میانگین چند داده برابر ۵۷ می‌باشد. ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم کرده و سپس داده‌های حاصل را ۳ برابر می‌کنیم. میانگین داده‌های نهایی کدام است؟  
۱۵۹ (۴)    ۱۳۵ (۳)    ۷۰ (۲)    ۴۵ (۱)  
گزینه صحیح -

\* مثال: میانگین ۸ داده برابر ۵ و میانگین ۱۲ داده دیگر برابر ۱۵ می‌باشد. میانگین کل ۲۰ داده کدام است؟  
۷٫۵ (۱)    ۸ (۲)    ۱۰ (۳)    ۳۲/۳ (۴)  
گزینه صحیح -

\* مثال: سه داده‌های مثبت متوالی و یک داده چهار برابر کرده و ۳ و ۱۵ و ۱۸ از آن‌ها کم می‌کنیم. میانگین داده‌های جدید چه است؟ (۱)  
۳۲۷/۴    ۲۹۲/۳    ۲۹۷/۲    ۲۵۱ (۱)  
گزینه صحیح -

سابق	جدید		
۷	۵	۲	۴
۸	۵	۵	۸
۹	۵	۵	۴

هر زمان راده‌ها بزرگ باشند، از روش سریع استفاده می‌کنیم.

روش سریع برای مناسبه میانگین

مثال ۹۱: میانگین ۵۰ راده دسته‌بندی شده زیر را با روش سریع بدست آورید؟

۱۲۳,۴۲ (۱)    ۱۲۳,۴۸ (۲)    ۱۲۴,۵۲ (۳)    ۱۲۴,۵۲ (۴)

x	110	114	122	128	134
f	5	8	15	12	10

گزینه ۲ صحیح

مثال ۹۲: در جدول توزیع فراوانی زیر، مقدار میانگین با روش سریع کدام است؟

۳۸,۸ (۱)    ۳۹,۸ (۲)    ۳۹,۴ (۳)    ۴۰,۲ (۴)

صورت	۲۵-۳۷	۳۷-۳۹	۳۹-۴۱	۴۱-۴۳	۴۳-۴۵
فراوانی	۹	۱۰	۱۴	۱۱	۶

گزینه ۲ صحیح

\* شاخص پراکندگی  
 معیاری که می‌تواند میزان دوری و نزدیکی داده‌ها بخصوص دوری آن‌ها را از میانگین برای ما اندازه‌گیری کند، شاخص پراکندگی نامیده می‌شود.  
 مهم‌ترین شاخص‌های پراکندگی عبارتند از: دامنه تفریق - واریانس - انحراف معیار - ضریب تفریق

کوچکترین - بزرگترین  $R =$

\* دامنه تفریق

\* مثال  
 اگر داده تفریق داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر ۱۲ باشد، دامنه تفریق داده‌های  
 $\frac{1}{4}x_1 - 4, \dots, \frac{1}{4}x_n - 4$  چه قدر است؟  
 ۱۲/۴ ۸/۳ ۴/۲ ۰/۱  
 نکته: مجموع

\* واریانس  

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

\* اگر در سوال گفته شده باشد (مجموع مجزوار)  

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

\* اگر جدول داده باشد  

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

\* انحراف معیار  
 جذر واریانس را انحراف معیار گویند.

\* ضریب تفریق  
 معیاری برای میزان پراکندگی هست و هر چه کمتر باشد بهتر است.

$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$  (همیشه  $CV > 0$ )



\* مثال  
 واریانس داده‌های ۱، ۳ و ۷ کدام است؟  
 ۱) ۴    ۲) ۵    ۳) ۶    ۴) ۷  
 گزینه ۲ صحیح

\* مثال  
 واریانس داده‌های ۲۹، ۷۳، ۸۲ و ۷۵ و ۷۶ کدام است؟  
 ۱) ۱۸    ۲) ۱۶۲    ۳) ۱۴۴    ۴) ۱۲۴  
 گزینه ۱ صحیح

\* مثال  
 اگر داده‌های آماری ۱۱ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۲ و ۱۴ و ۹ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۵ و ۱۸ و ۱۴، با فرمول جدیدی نشان  
 دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟  
 ۱) ۱.۱    ۲) ۱.۲۲    ۳) ۱.۲۵    ۴) ۱.۳۴  
 گزینه ۱ صحیح

\* مثال  
 مجموع ۵۰ داده آماری برابر ۱۰۰ می‌باشد و مجموع مجزورات این داده‌ها برابر ۲۷۲ است.  
 واریانس داده‌ها کدام است؟  
 ۱) ۱.۴۲    ۲) ۱.۴۳    ۳) ۱.۴۴    ۴) ۱.۴۵  
 گزینه ۳ صحیح

\* مثال واریانس داده های آماری دسته بندی شده در جدول زیر کدام است؟

صورت	۰-۲	۲-۴	۴-۶	۶-۸	۷,۵ (۴)	۵,۲۵ (۳)	۵ (۲)	۴,۷۵ (۱)
خاوانی	۴	۲	۸	۴				

کمزینه ۲۵ ص ۲

\* مثال پانزده داده آماری با واریانس ۱۲ و ده داده آماری دیگر با واریانس ۷,۷ را با هم ترکیب می کنیم. اگر هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲,۵ را در حاصل کدام است؟

- ۳,۲ (۴)
- ۳,۲۵ (۳)
- ۳,۵ (۲)
- ۳,۱ (۱)

۱۵ داده اول  $\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \text{میانگین} \\ \sigma^2 = 12 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2}{15} \Rightarrow \end{array} \right.$

$(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 = 12 \times 15 = 180$

۱۰ داده دوم  $\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \text{میانگین} \\ \sigma^2 = 7,4 = \frac{(y_1 - \bar{x})^2 + \dots + (y_{10} - \bar{x})^2}{10} \Rightarrow \end{array} \right.$

$(y_1 - \bar{x})^2 + \dots + (y_{10} - \bar{x})^2 = 7,4 \times 10 = 74$

در ۲۵  $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{x})^2 + (y_1 - \bar{x})^2 + \dots + (y_{10} - \bar{x})^2}{25} = \frac{180 + 74}{25} \Rightarrow$

$\sigma^2 = 10,24 \rightarrow \sigma = \sqrt{10,24} = 3,2$  کمزینه ۲۵ ص ۲

از داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناجور ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵ و ۳۰ از بین آن ها حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده کدام است؟

(۱) ۱۴,۷۲ (۲) ۱۴,۸۱ (۳) ۱۵,۲۳ (۴) ۱۴,۶۶

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} \rightarrow 30 = \frac{\text{مجموع}}{21} \rightarrow \text{مجموع} = 21 \times 30$$

در مجموع پس از حذف از حذف داده های ناجور  $21 \times 30 - (10 + 15 + 20 + 25) = 420 \rightarrow \bar{x}' = \frac{420}{21} = 30$

$$\sigma'^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2}{21}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2}{21} \Rightarrow \sigma'^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 + (10-30)^2 + (15-30)^2 + (20-30)^2 + (25-30)^2}{21}$$

داده های ناجور که حذف می کنیم

$$\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 = (4 \times 25) - (400 + 225 + 225 + 400) = 210 \rightarrow$$

$$\sigma'^2 = \frac{210}{21} = 10$$

گزینه ۴ صحیح ✓

در ۱۲ داده آماری، واریانس ۱۵، ۵ می باشد. اگر داده جدید مساوی با میانگین به آن اضافه شود، واریانس داده های جدید کدام است؟

(۱) ۱۱,۵ (۲) ۱۱,۳۷۵ (۳) ۱۱,۸۷۵ (۴) ۱۱,۲۲۵

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{12} - \bar{x})^2}{12} = 15 \rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{12} - \bar{x})^2 = 180$$

$$\sigma'^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{12} + \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{12 + 3} = \frac{180}{15} = 12$$

$$11,225$$

گزینه ۴ صحیح ✓

\* مثال ۱  
 میانگین طول اضلاع ۱۰ مربع برابر ۴ و مجموع مساحت های آن ها برابر ۲۴۰ می باشد.  
 اختلاف میان طول اضلاع این مربع ها چقدر است؟ (۱) ۸ (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳) ۴ (۴)  $\sqrt{2}$

$\bar{x} = 4$  میانگین طول اضلاع  
 $\sum x_i^2 = 240$  مجموع مساحت ها

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{240}{10} - 4^2 = 24 - 16 = 8$$

گزینه ۲ صحیح  
 $\sigma = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

\* مثال ۲  
 در ۲۵ بار آزمون، مجموع نمرات ۱۰۰۰ و مجموع مربعات آن ها برابر ۱۵۲۰۰ می باشد.  
 ضریب پراکنش نمرات است؟ (۱) ۰.۴۵ (۲) ۰.۸۵ (۳) ۰.۲۵ (۴) ۰.۷۵  
 گزینه ۴ صحیح

\* نکته  
 درصفتی های نرمال ۹۷ درصد داده ها در بازه  $(\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma)$  قرار دارد.  
 ~ ~  $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$  ~ ~ ~ ۹۸ ~ ~ ~

مجموع ۸ داده آماری بهای ۴۸ و ضریب تغییرات آن‌ها ۰.۵ می باشد. مجموع مربعات این داده‌ها کدام است؟ (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۵۰

$$\left. \begin{aligned} \bar{x} &= \frac{48}{8} = 6 \\ CV &= 0.5 \end{aligned} \right\} \rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \sigma = 3 \rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow$$

$$9 = \frac{\sum x_i^2}{8} - 36 \rightarrow \sum x_i^2 = 320$$

نیز به مجموع ۳

این به هم داده‌ها ۳ واحد اضافه شود

صاف شدن  
انحراف معیار  
واریانس

این به هم داده‌ها ۳ بهای شود

صاف شدن  
انحراف معیار  
واریانس

$\times$  **سوال ۹۲** در ۱۵۰ لاره آماری با میانگین ۱۳ و ۶۱۳ به دو برابر در یک لاره ده ۳ و ۱۵۰ اضافه می کنند  
 و در ده های جدید حاصل شود. ضرایب تغییرات لاره های جدید چند برابر ضرایب تغییرات لاره های قبلی  
 است؟ (۱)  $\frac{7}{9}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{1}{4}$  گزینه ۴ صحیح

$\times$  **سوال ۹۳** در ۱۵۰ لاره آماری با واریانس ۱۲ و میانگین ۱۳ و ۶۱۳ به دو برابر در ده ۳ و ۱۵۰ اضافه می کنند. ضرایب  
 تغییرات لاره های جدید چند برابر است؟ (۱) ۲۵ (۲) ۳۲ (۳) ۲۸ (۴) ۳۵ گزینه ۲ صحیح

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, \quad -\infty < x < \infty$$

$$A = \pi r^2$$

## سوابق تحصیلی

- |   |  |
|---|--|
| مؤلف کتابهای گنگور ✓  | مدرس رسمی آموزش و پرورش ✓                        |
| عضو انجمن ریاضیدانان و فیزیکدانان ایران ✓   | عضویت دیره موسسه تبیین ✓                         |
| مشاور تحصیلی در برنامه های رادیویی رادیو جوان، اقتصاد رادیو فرسنگ و شبکه ۴ صدا و سیما جمهوری اسلامی ایران ✓ |  |
| تهنأ دهنده در ک برنامه ریزی و مشاوره تحصیلی از دانشگاه آکسفورد انگلستان در اسلن ✓                           |  |
| مدرس برتر ریاضیت و فزیک المپاد و گنگور ✓  | داننده پروژا اشتغال از سازمان نظام مهندسی کشور ✓ |
| برگزیده کننده جایز های طلایی ضهرتی گنگور در استان های تهران- تبریز و کیلان ✓                                |  |
| عضو باشگاه مهندسان ایران ✓  | عضو انجمن علمی مهندسان برق ایران ✓               |
| عضو مرجع تخصصین ایران ✓   | عضو انجمن علمی تبیین جوان ✓                      |
| عضو انجمن مهندسی بهره وری صنعت برق ایران ✓  | عضو انجمن علمی پژوهشگران جوان ✓                  |
| عضو انجمن مهندسی برق و الکترونیک ایران ✓  | عضو انجمن خبرگان گنگور ✓                         |

