



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:

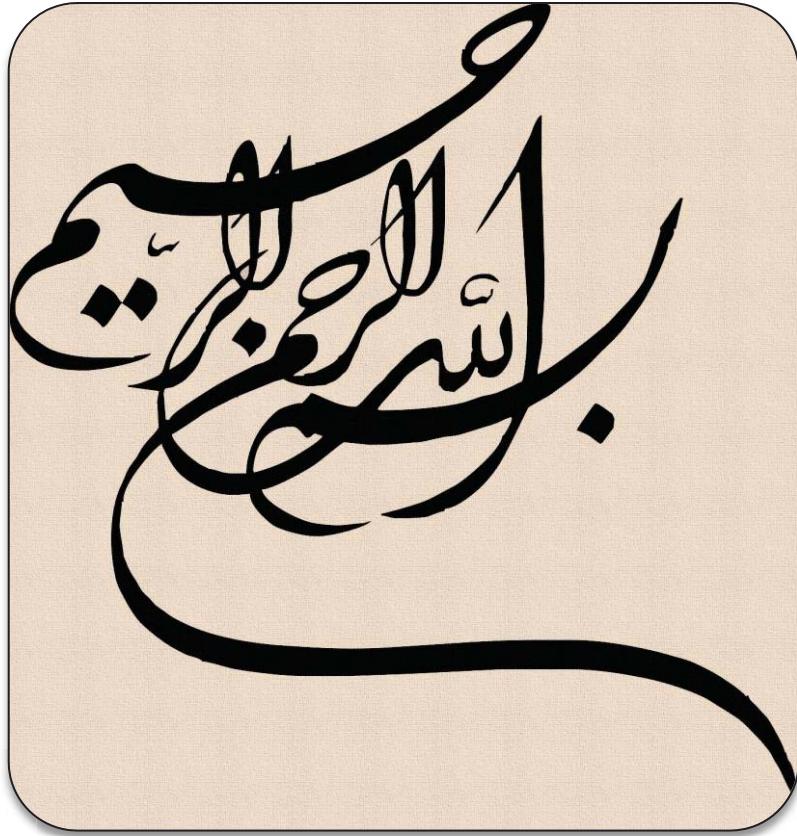


<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



جزویی کنکوری

ریاضیات پایه رشته‌ی علوم انسانی

هودی پهلوی کیا

Site: mkonkur.ir

ID: @jafarikia

امام علی(علیه السلام): عاقل‌ترین مردِ حسنه است که در امور زندگیش بهتر برنامه‌ریزی کند و در اصلاح آخربخش بیشتر همّت نماید.

# فهرست مطالع

## فصل اول: آشنایی با ریاضیات پایه

صفحہ ۱	بنash اول: پند جملائیاں اور اتنادها
صفحہ ۱۱	بنash دوسر: تجزیئ پند جملائیاں اور
صفحہ ۱۷	بنash سومر: عبارتھائیں گویا

### فصل دوسر: معادلات درجی اول و دوسر و معادلات گویا

صفحہ ۲۴	بنash اول: معادلات درجی اول
صفحہ ۲۷	بنash دوسر: معادلات درجی دوسر
صفحہ ۳۶	بنash سومر: معادلات گویا

### فصل سومر: تابع

صفحہ ۴۵	بنash اول: مفہوم تابع
صفحہ ۴۸	بنash دوسر: توابع درجی اول
صفحہ ۵۶	بنash سومر: توابع درجی دوسر
صفحہ ۶۶	بنash پنجمر: توابع فہمائیں، ثابت و پند ضابطی
صفحہ ۷۸	بنash پنجمر: توابع پلکانیں، جائز صیغہ و قدر مطلق
صفحہ ۹۴	بنash ششم: اعمال روپ توابع

### فصل پنجمر: منطق و استدلال ریاضی

صفحہ ۱۰۷	بنash اول: منطق ریاضی
صفحہ ۱۲۳	بنash دوسر: استدلال ریاضی

### فصل پنجمر: آمار

صفحہ ۱۳۱	بنash اول: گردآوریں دادمہا
صفحہ ۱۴۰	بنash دوسر: معیارھائیں گریش مرکزیں
صفحہ ۱۴۸	بنash سومر: معیارھائیں پر اکنڈگیں
صفحہ ۱۶۷	بنash پنجمر: نمودارھائیں یاکے متغیرہ
صفحہ ۱۷۱	بنash پنجمر: نمودارھائیں پند متغیرہ
صفحہ ۱۷۵	بنash ششم: شناسنکھائیں آمار

# فصل اول

آشنایی با ریاضیات پایه

بُلْش اول: اتمادها

بُلْش دو: تجزیه چندجمله‌ای‌ها

بُلْش سه: عبارت‌های گویا



الف) مهمترین اتحادهای جبری:

۱. مربع دو جمله‌ای:

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$\text{EX)} \quad (5x+4)^2 = 25x^2 + 40x + 16, \quad (3-2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$$

گ. مربع سه جمله‌ای:

$$(A+B+C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$$

$$\text{EX)} \quad (x-2y+3)^2 = x^2 + 4y^2 + 9 - 4xy + 2x - 12y$$

۳. مکعب دو جمله‌ای:

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

$$\text{EX)} \quad (2x-3)^3 = 8x^3 - 3(2x)^2(3) + 3(2x)(3)^2 - 27 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

به کمک اتحادها حاصل را بیابید.

$$(2x+5)^3 = , \quad (3x-1)^3 =$$

$$(2-x+2y)^3 = , \quad (2x+y-1)^3 =$$

$$(x+5)^3 = , \quad (3x-1)^3 =$$

$$(1005)^3 = , \quad (999)^3 =$$

((سورة نجم: و نیست از برای انسان هگر کوشش و تلاشی که انجام داده است و قطعاً نمره کوشش و تلاش خود را خواهد دید.))

**تئه:** عدد  $۱۳۳^۳ - ۱۰۰^۳$  چند برابر  $۱۳۳$  است؟

۹۹۰۰ (۲)

۹۰۰۰ (۱)

۹۹۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۵. مزدوج:



$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

$$\exists X \left( \frac{v}{3} - x^2 \right) \left( \frac{v}{3} + x^2 \right) = \frac{49}{9} - x^4$$

۶. یک جمله مشترک:

$$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB$$

$$\exists X (vx + 7)(vx - 2) = 49x^2 + 28x - 12$$

۷. مجموع و تفاضل مکعبات(چاق و لاغر):

$$(A+B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$$

$$(A-B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$$

$$\exists X (ax - 3)(25x^2 + 15x + 9) = 125x^3 - 27$$

**مهل:** به کمک اتحادها حاصل را بیابید.

$$(1 - 4x)(4x + 1) =$$

$$(2 - x)(2 + x)(4 + x^2)(16 + x^4) =$$

$$(x + 5)(x - 9) =$$

$$, (2x - 1)(2x + 5) =$$

$$(3x + 2)(3x - 5) =$$

$$, (1 - x)(1 + x + x^2) =$$

$$(x + 6)(x^2 - 6x + 36) =$$

$$, 1006 \times 994 =$$

a	b
$S_1$	$S_2$
$S_3$	$S_4$

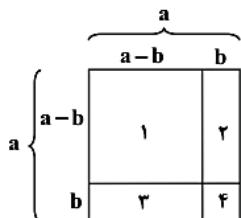
با توجه به شکل زیر کدام رابطه نادرست است؟

**۱**  $S_1 + S_4 = a^2 + b^2$

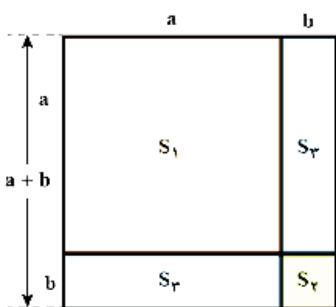
**۲**  $S_3 = S_2$

**۳**  $S_{کل} = (a + b)^2$

**۴**  $S_{کل} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$

**مسئله ۱:**

- شکل مقابل، برای اثبات کدام اتحاد به کار می‌رود؟

**۱** مریع تفاضل دو جمله‌ای**۲** مریع مجموع دو جمله‌ای**۳** جمله مشترک**۴** مزدوج**مسئله ۲:**

- شکل مقابل، برای اثبات کدام اتحاد به کار می‌رود؟

**۱** مریع تفاضل دو جمله‌ای**۲** مریع مجموع دو جمله‌ای**۳** جمله مشترک**۴** مزدوج**مسئله ۳:**

X	a
X	$X^2$
b	$bx$
	$ab$

- شکل مقابل، برای اثبات کدام اتحاد به کار می‌رود؟

**۱** مریع تفاضل دو جمله‌ای**۲** مریع مجموع دو جمله‌ای**۳** جمله مشترک**۴** مزدوج**مسئله ۴:****مسئله ۵:** حاصل عبارت  $(\sqrt{2}-2\sqrt{2})(\sqrt{2}+2\sqrt{2})^{100}$  برابر است با :

**۱**  $\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

**۲**  $\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

**۳**  $-\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

**۴**  $2\sqrt{2}-\sqrt{2}$

**مسئله ۶:** مقدار عددی عبارت  $(1+2^1)(1+2^2)(1+2^3)\dots(1+2^{50})$  برابر است با:

**۱**  $2^{50}-1$

**۲**  $2^{128}-1$

**۳**  $2^{128}+1$

**۴**  $2^{128}+2$

**مسئله ۷:**

$$1^6 + 1^3 - 1^2 \quad (4)$$

$$1^6 + 1^3 + 1^2 \quad (3)$$

$$1^6 - 1^3 - 1^2 \quad (2)$$

$$1^6 - 1^3 + 1^2 \quad (1)$$

حاصل عبارت  $100^3 \times 99^6$  کدام است؟حاصل عبارت  $A = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) + \frac{1}{9}$  به ازای  $x=1$  کدام است؟

$$\frac{10^{15}}{9} \quad (4)$$

$$10^{15} \quad (3)$$

$$\frac{10^{16}}{9} \quad (2)$$

$$10^{16} \quad (1)$$

ساده شده‌ی عبارت زیر در کدام گزینه آمده است؟



$$A = (2a-3)(2a+3)(16a^4 + 36a^2 + 81)$$

$$8a^6 - 243 \quad (4)$$

$$64a^6 - 243 \quad (3)$$

$$8a^6 - 729 \quad (2)$$

$$64a^6 - 729 \quad (1)$$

حاصل کدام گزینه به کمک اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای به دست می‌آید؟



$$(3x+5)(9x^2 - 15x - 25) \quad (2)$$

$$(5x+3y)(25x^2 - 15xy + 9y^2) \quad (1)$$

$$(x+3y)(x^2 + 3xy + 9y^2) \quad (4)$$

$$(3x+y)(9x^2 - 6xy + y^2) \quad (3)$$

حاصل عبارت  $(x-a)(x+a)(x^2 + a^2 + ax)(x^2 + a^2 - ax)$  همواره، برابر است با:

$$x^5 + 3a^2 x^3 - a^5 \quad (2)$$

(1) صفر

$$x^5 - a^5 \quad (4)$$

$$x^5 - 3a^2 x^3 + 3a^2 x - a^5 \quad (3)$$



۱۳

$$3\sqrt[3]{2} - 1 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$15\sqrt[3]{2} - 1 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$



۱۴

حاصل عبارت  $x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$  به ازای  $a = 2\sqrt[3]{2}$  چقدر است؟

$$3\sqrt[3]{2} - 6 \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt[3]{2}}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{2}} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

((اهم‌علی)) : آفت هوفهیت، تبلی است. ))

تست ۱۶ - مقدار عددی عبارت جبری  $(1 - 2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$  به ازای  $x = \sqrt[3]{2}$  کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۷ (۳)

۱۴ (۲)

۷ (۱)



کدام‌یک از گزینه‌های زیر، نشان‌دهنده‌ی «اتحاد مجموع مکعب دوچمله‌ای» یا «اتحاد تفاضل مکعب دوچمله‌ای» است؟

$$(x - 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) \quad (۲)$$

$$(2x + 3)(4x^2 - 36x + 9) \quad (۱)$$

$$(\sqrt{x} - y)(x + xy + y^2) \quad (۴)$$

$$(2x - \frac{1}{2})(4x^2 + x + \frac{1}{4}) \quad (۳)$$

حاصل عبارت  $y = \sqrt{2}$  و  $x = \sqrt{3}$  به ازای  $(x^2 - 2y)(x^2 + 2x^2y + 4y^2) + 8y^3$  کدام است؟

۲۵ (۴)

۲۲ (۳)

۲۷ (۲)

۲۴ (۱)

حاصل عبارت  $A = (x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4) + 25$  برابر با مربع کدام گزینه است؟

$$x^2 + x - 4 \quad (۲)$$

$$x^2 - x - 4 \quad (۱)$$

$$x^2 - x - 5 \quad (۳)$$

$$x^2 + x - 5 \quad (۴)$$

حاصل عبارت  $\frac{x^2}{2} + a)(\frac{x^2}{2} - b)$  کدام است؟

$$\frac{x^4}{4} + (a-b)x^2 - ab \quad (۴)$$

$$\frac{x^4}{4} + \frac{(a-b)x^2}{2} - ab \quad (۳)$$

$$\frac{x^4}{4} + \frac{(a-b)x^2}{2} - ab \quad (۲)$$

$$\frac{x^4}{2} + \frac{(a-b)x^2}{2} - ab \quad (۱)$$

مجموع دو عبارت  $(1 - \sqrt{3})^2$  و  $(1 + \sqrt{3})^2$  چه قدر از حاصل ضرب این دو عبارت بیشتر است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



((اهم علی)) : هرگاه از کاری ترسیدی، خود را به کام آن بیندار، زیرا ترس شدید از آن کار، دشوارتر و زیان‌بارتر از اقدام به آن کار است. ))

**مسئله ۲۱:** کدام گزینه جای نقطه‌چین در عبارت  $(2a + \frac{1}{x}b)^3 = 8a^3 + \dots + \frac{1}{x^3}b^3$  قرار بگیرد تا تساوی برقرار باشد؟

$$\frac{3}{2}a^2b + 6ab^2 \quad (4)$$

$$6a^2b + \frac{3}{2}ab^2 \quad (3)$$

$$3a^2b^2 \quad (2)$$

$$3ab \quad (1)$$



در حاصل عبارت  $(2x - 5y)^3$  ضریب  $xy^2$  چند برابر قدر مطلق ضریب  $x^2y$  است؟

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{2} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (1)$$



عبارت  $(2 - b)^3 + 27a^3b^3$  برابر مکعب کامل کدام عبارت زیر است؟

$$2a - 3ab \quad (2)$$

$$3ab - 2a \quad (1)$$



$$3ab - 2a \quad (4)$$

$$3a - 2ab \quad (3)$$



**نکته:** اگر مقدار  $\frac{1}{x} + x$  یا  $\frac{1}{x} - x$  را بدانیم و بخواهیم حاصل  $x^2$  را بیابیم، کافی است طرفین را به



توان دو برسانیم و یا از روابط زیر استفاده کنیم:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy$$

**مثال:** اگر  $x + \frac{1}{x} = 7$ ، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  کدام است؟ بدروش ذکر شده مساله را حل می‌کنیم:

$$x + \frac{1}{x} = 7 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 7^2 \Rightarrow x^2 + \overbrace{2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right)}^{2} + \frac{1}{x^2} = 49 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 49 - 2 = 47$$

$$\left. \begin{array}{l} x + \frac{1}{x} = 7 \\ \left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) = 49 - 2 = 47$$

**نوبت ۲۴:** اگر  $x + \frac{1}{x^2} = 2$  باشد، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x}$  برابر است با:

۱۴ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)



**نوبت ۲۵:** اگر  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 4$  کدام است؟

۲۰ (۴)

۱۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)



**نوبت ۲۶:** اگر  $x^2 - \frac{1}{x} = 9$ ، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x}$  چه عددی است؟



**نوبت ۲۷:** اگر  $x - \frac{1}{x} = 3$  باشد، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۷ (۱)



**نوبت ۲۸:** اگر  $a+b=5$  و  $ab=3$ ، آن‌گاه حاصل  $a^2 + b^2$  کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)



**نوبت ۲۹:** اگر  $a+b=4$  و  $ab=2$ ، حاصل  $a^2 + b^2$  کدام است؟

۴۰ (۴)

۲۴ (۳)

۲۸ (۲)

۲۴ (۱)





**مثال خیام:** به نمودار زیر مثلاً خیام می‌گویند و از آن برای تعیین ضریب جملات در اتحادهای مریع و مکعب دو جمله‌ای و توان‌های بیشتر استفاده می‌کنند:

\	$(a+b)^0 = 1$
1 1	$(a+b)^1 = 1a + 1b$
1 2 1	$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$
1 3 3 1	$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$
1 4 6 4 1	$(a+b)^4 = \square a^4 + \square a^3b + \square a^2b^2 + \square ab^3 + \square b^4$
1 5 10 10 5 1	$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$
.	.
.	.

نکته: ضرایب عبارت  $(a + b)^n$ ، از سطر  $n+1$ ام مثلث خیام به دست می‌آید.

نکته: تعداد جملات حاصل از بسط عبارت  $(a+b)^n$  برابر  $(n+1)$  است.

مثال: ضرایب عبارت  $(a+b)^3$ ، از سطر چهارم مثلث خیام به دست می‌آیند و تعداد جملات آن برابر چهار است.

نکته: برای یافتن مجموع ضرایب در بسط  $(a+b)^n$ , کافی است بجای همه متغیرها، عدد یک قرار دهیم.

**مثال:** مجموع همه ضرایب حاصل از عبارت  $(2x + 3y)^3$  برابر ۵ است.

**نکته:** مجموع ضرایب سطر ۱۰۰ مثلاً خیام پرایم است.

**مثال:** مجموع همه اعداد در سطر پنجم مثلث خیام برابر  $16 = 2^4 = 2^{5-1}$  است.

نکته: در هر سطر از مثال خیام اعداد ابتدایی و انتهایی، نسبت به یکدیگر دارای تقارن هستند.

**مثال:** تقارن موجود در اعداد مربوط به سطرهای پنجم و ششم به صورت زیر است.

1 ,  $\overbrace{4, 2, 4}$  , 1      1 ,  $\overbrace{a, b}$  ,  $\underbrace{b, b}$  ,  $\overbrace{a}$  , 1



**تست ۳۵:** - مجموع اعداد سطر چهارم مثلث خیام کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



**تست ۳۶:** ضریب جمله‌ی  $a^4 b^5$  در عبارت  $(a+b)^5$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)



**تست ۳۷:** اگر عبارت  $(a-b)^5$  را ساده کنیم، مجموع ضرایب برابر چند خواهد بود؟

۱۲ (۲)

۱) صفر



-۳۲ (۴)

۳۲ (۳)

**تست ۳۸:** - در مثلث خیام اعداد موجود در یک سطر به ترتیب ۱، ۱، ۶،  $x$ ،  $y$ ،  $x$ ،  $z$ ، ۱ است. در این صورت حاصل  $x+y+z$  کدام است؟

۵۰ (۲)

۴۱ (۱)



۴۷ (۴)

۳۰ (۳)



**تست ۳۹:** بسط  $(a-b)^{۲۰}$  با سطر چندم مثلث خیام متناظر است؟

۴) بیست و یکم

۳) بیستم

۲) نوزدهم

۱) دهم



تجزیه چند جمله‌ای‌ها:

انواع روش‌های تجزیه چند جمله‌ای‌ها به ترتیب زیراند:

ا. فاکتورگیری: در مورد عباراتی که دارای یک عبارت مشترک در تمام جملات هستند بکار می‌روند.

$$\text{E)} 4x^2 + 8x = 4x(x+2), \quad 2x^3 - 8x^2 = 2x^2(3x-4)$$

**مثال ۱:** تجزیه کنید.

$$4xy - 8x = , \quad 3ax^3 + 6x^2 =$$

$$9(x-1) - x(x-1) =$$

$$ax - 3b + 3a - bx =$$

۳. استفاده از اتحاد ها:

الف) دو جمله‌ای باشد: برای توان‌های زوج معمولاً از اتحاد مزدوج و برای توان‌های فرد معمولاً از اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات استفاده می‌کنیم.

$$\text{E)} 1) \quad x^3 - 8 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$2) \quad 16x^4 - 1 = (4x^2 - 1)(4x^2 + 1) = (2x-1)(2x+1)(4x^2 + 1)$$

ب) سه جمله‌ای باشد: از اتحاد‌های مربع دو جمله‌ای و یا یک جمله مشترک استفاده می‌کنیم.

$$\text{E)} \quad x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2, \quad x^2 + 2x + 5 = (x+1)(x+5)$$

**مثال ۲:** عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$1 - 9x^2 = , \quad 81 - x^4 =$$

$$x^3 + 27 = , \quad x^9 - 125 =$$

$$x^6 - 1 = , \quad \frac{x^3 + 1}{x^4 - 1} =$$

(( اهم حسن(ع): برای دنیايت چنان کار کن که گویا برای همیشه خواهی بود، و برای آخوند سعی و تلاش کن که گویا فردا از دنیا خواهی رفت. ))

$$4x^2 - 12x + 9 =$$

$$, x^2 - 10x + 25 =$$

$$x^2 + 14x + 49 =$$

$$, x^2 - 5x - 36 =$$

$$x^2 - x - 10 =$$

$$, x^2 + 13x - 96 =$$

**مسئله ۱:** مقدار A برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد تا عبارت  $4x^3y^2 + 9x^2y^2 + 4x^2$  به یک عبارت مربيع کامل تبدیل شود؟

$$3xy \text{ (۴)}$$

$$4x^2y^3 \text{ (۳)}$$

$$-12x^2y^2 \text{ (۲)}$$

$$12xy \text{ (۱)}$$



**مسئله ۲:** عبارت  $A + 16 + 4x^3y^6$  به ازای کدام مقدار A مربيع کامل است؟

$$-64x^3y^7 \text{ (۴)}$$

$$64xy^5 \text{ (۳)}$$

$$-32x^2y^5 \text{ (۲)}$$

$$32xy^7 \text{ (۱)}$$



**مسئله ۳:** حاصل  $(12/5)^2 + 2 \times 12/5 \times 17/5 + (17/5)^2$  کدام است؟

$$900 \text{ (۴)}$$

$$961 \text{ (۳)}$$

$$529 \text{ (۲)}$$

$$625 \text{ (۱)}$$



**مسئله ۴:** کدام عامل در تجزیه‌ی عبارت  $a^2 - b^2 + 2a + 1$  وجود دارد؟

$$a - b - 1 \text{ (۴)}$$

$$a - b + 2 \text{ (۳)}$$

$$a + b + 2 \text{ (۲)}$$

$$a - b + 1 \text{ (۱)}$$



**مسئله ۵:** اگر  $c + d = 77$  و  $c - d = -7$ ، مقدار  $(c + d)^2 - (c - d)^2$  کدام است؟

$$144 \text{ (۴)}$$

$$121 \text{ (۳)}$$

$$81 \text{ (۲)}$$

$$64 \text{ (۱)}$$



(( اهام صادق (ع): در طلب روزی و نیازهای زندگی تبلی نکنید، چرا که پدران و نیاکان ها به دنبال آن هی دویدند و آنرا طلب هی کردند. ))

**تست:** عبارت  $t^4 - 16$  را تجزیه کرده و به ساده‌ترین صورت ممکن نوشتہ‌ایم. کدام عبارت در این تجزیه وجود ندارد؟

$x + t^4$

$4 + t^2$

$2 - t^2$

$8 - t^4$



$x^7 + 5$

$x^7 + 1$

$x + 1$

$x - 1$



در تجزیه‌ی عبارت  $-x^5 + 4x^3 + 4x$ ، کدام عامل وجود ندارد؟

**تست: ۷**

$(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

$(2x - 3)(4x^2 - 6x + 9)$

$(2x - 3)^2$

$(2x - 3)(2x + 3)^2$



در تجزیه‌ی عبارت  $1 - x^3 + x - x^5$  کدام عامل وجود ندارد؟

**تست: ۸**

$x + 1$

$x - 1$

$x^2 + x + 1$

$x^2 - x + 1$



در تجزیه‌ی عبارت  $-16x^4 - x^5 + x^6$  کدام عامل وجود دارد؟

**تست: ۹**

$x^7 + 2$

$x + 4$

$x + 1$

$x - 1$



در تجزیه‌ی عبارت  $-64x^9 - x^3$  کدام عبارت وجود دارد؟

**تست: ۱۰**

$x - 2$

$x^6$

$x^2 + 4$

$x^4 - 4x^2 + 16$



((بیشتر مشکلات در زندگی به دو دلیل ایجاد می‌شوند : عمل هی‌کنیم بدون آنکه در مورد آن عمل، فکر کنیم، یا فکر هی‌کنیم بدون آنکه به آن فکر، عمل کنیم. ))

تست ۱۲: در تجزیه‌ی عبارت  $A = t^6 - 64$  کدام عبارت وجود ندارد؟

$$(t+1)^3 + 3 \quad (2)$$

$$t+2 \quad (4)$$

$$(t-1)^3 + 3 \quad (1)$$



$$t^3 + 4 \quad (3)$$



تست ۱۳: در تجزیه‌ی عبارت  $a(a^2 - 4) - 3a - 6$ ، کدام عامل وجود ندارد؟

$$a+1 \quad (4)$$

$$a-1 \quad (3)$$

$$a-3 \quad (2)$$

$$a+2 \quad (1)$$



تست ۱۴: در تجزیه‌ی عبارت  $x^4 - 10x^2 + 9$  کدام عامل وجود دارد؟

$$x-3 \quad (2)$$

$$x+9 \quad (4)$$

$$x^2 + 9 \quad (1)$$

$$x^2 + 1 \quad (3)$$



تست ۱۵: اگر  $x^r + y^r - 2x - 2y + 2 = 0$  باشد، کدام رابطه درست است؟

$$x^r + y^r = x + y \quad (2)$$

$$x^r + y^r = 1 \quad (1)$$

$$x^r + y^r = 2x + 2y + 2 \quad (4)$$

$$x^r + y^r = - \quad (3)$$



تست ۱۶: تجزیه شده عبارت  $x^2 - y^2 - 4 + 4y$  کدام است؟

$$(x-y+2)(x-y+2) \quad (4) \quad (x+y-2)(x-y+2) \quad (3) \quad (x-y-2)(x-y+2) \quad (2) \quad (x+y-2)(x-y-2) \quad (1)$$



تست ۱۷: در تجزیه‌ی عبارت  $-x^2 - x - 16$  همواره کدام عامل وجود ندارد؟

$$x+4 \quad (4)$$

$$x-3 \quad (3)$$

$$x-5 \quad (2)$$

$$x-4 \quad (1)$$



تست: ۱۸ مقدار عبارت  $x = \frac{1}{\lambda}$  کدام است؟

$$-\frac{1}{\lambda} \quad (۴)$$

$$\frac{64}{27} \quad (۳)$$

$$-\frac{27}{64} \quad (۲)$$

$$\frac{125}{64} \quad (۱)$$



تست: ۱۹ کدام عامل در تجزیه عبارت  $x^2 - y^2 + 2x + 1$  وجود دارد؟

$$x - y - 1 \quad (۳)$$

$$x + y + 2 \quad (۱)$$



$$x + y + 1 \quad (۴)$$

$$-x - y + 1 \quad (۳)$$



تست: ۲۰ کدام گزینه را می‌توان به کمک اتحاد مکعب دو جمله‌ای تجزیه نمود؟

$$x^3 + 4x + 4 \quad (۲)$$

$$a^3 - 3ab^2 + 3a^2b - b^3 \quad (۱)$$



$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \quad (۴)$$

$$a^3 - b^3 \quad (۳)$$



تست: ۲۱ عبارت  $x = \sqrt{3} + 1$  به ازای  $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$  برابر است با:

$$3\sqrt{3} - 1 \quad (۴)$$

$$1 \quad (۳)$$

$$1 + \sqrt{3} \quad (۲)$$

$$1 + 3\sqrt{3} \quad (۱)$$



نکته: در مورد عباراتی که در آن‌ها ضریب جمله  $x$  غیر از یک باشد، می‌توان تجزیه با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک را به صورت زیر انجام داد:

$$ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax + m)(ax + n), \quad \begin{cases} m + n = b \\ m \times n = ac \end{cases}$$

$$\text{EX)} \quad 3x^2 + 7x - 10 = \frac{(3x + 10)(3x - 3)}{3} = (3x + 10)(x - 1)$$



**مثال ۳:** عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$3x^2 + 5x - 8 =$$

$$, 2x^2 + 13x + 15 =$$

$$5x^2 - 2x - 3 =$$

$$, 2x^2 + 5x - 3 =$$

### ک.م.م چند جمله‌ای‌ها:

ک.م.م دو عبارت را بعد از تجزیه آنها به ترتیب زیر می‌باشیم:  
حاصل ضرب عوامل مشترک با توان بیشتر در عوامل غیر مشترک.



**مسئله ۲۲:** کوچک‌ترین مضرب مشترک عبارت‌های  $-4 - 4x^2 - 4x^3$  و  $-16 - 2x^3 + 4x^2 + 4x$  بر کدام عامل زیر بخش‌پذیر نمی‌باشد؟

$$x + 2(1)$$

$$x - 2(1)$$

$$x^2 + 2x + 4(4)$$

$$x^2 - x + 1(3)$$

**مسئله ۲۳:**



**مسئله ۲۴:** بزرگ‌ترین عامل مشترک دو عبارت  $x^3 - 2x^2 - 2x^3 + 2x^2 + x^4$  و  $x^3 - x^2 - x^3$  کدام است؟

$$x^2 + x (4)$$

$$(x^2 + x)^2 (3)$$

$$x (2)$$

$$x + 1 (1)$$

**مسئله ۲۵:**



عبارت‌های گویا: کسرهای را که صورت و مخرج آنها چندجمله‌ای باشند، عبارت‌های گویا می‌نامند.



مثال: عبارت‌های زیر همگی عبارت‌های گویا هستند.

$$\frac{x+2}{2x-1}, t + \sqrt{3}, 5, -\frac{1}{2}, \frac{\bullet/\aa^2 + 3a}{1-a}$$

مثال: چرا عبارت‌های زیر عبارت‌های گویا نیستند؟

$$\frac{\sqrt{x+1}}{x}, \frac{|b|}{b+a}, \frac{a+x}{\sqrt[3]{x}}, \frac{\sqrt{t^2+1}}{t-1}, \frac{\sqrt{z}}{z}$$

نکته: مقدار یک عبارت گویا وقتی با معنا است که مخرجش صفر نباشد؛ یعنی در حالتی که مخرج یک عبارت گویا صفر شود، آنگاه مقدار عبارت گویا تعریف نشده است.

مثال: عبارت‌های گویای زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده‌اند؟

$$1) \frac{x}{x-1} \Rightarrow x-1=0 \Rightarrow x=1 \quad , 2) \frac{x-2}{x^2-4} \Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

کدام گزینه بیانگر یک عبارت گویا است؟

$$\frac{x+y}{3\sqrt{z}}$$

$$\frac{\sqrt{5x}}{x}$$

$$\frac{|x|}{x^2+2}$$

$$\sqrt{x^2+1}$$

سته:

کدام یک از گزینه‌ها، عبارت گویا نیست؟

$$5$$

$$\sqrt{7x}$$

$$x^2+y^2$$

$$\frac{|x^2+2|}{x^2+3x+4}$$

سته:

کدام عبارت‌های گویای زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده‌اند؟

$$1) \frac{1-2x}{x^3-9x}$$

$$2) \frac{x+1}{x^2-6x+5}$$

شانه:

(()) پیامبر اکرم (ص): خیر دنیا و آخوند با داشت و شر دنیا و آخوند با نداشت. (( ))

**مسئله ۳:** حاصل عبارت  $\frac{1}{m} + \frac{1}{m+1}$  به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$  تعریف نشده است؟

(۴)  $\{-1\}$ (۳)  $\{0, 1\}$ (۲)  $\{0, -1\}$ (۱)  $\{0\}$ 

**مسئله ۴:** عبارت گویای  $A = \frac{3x-2}{x^2+2x+1}$  به ازای چه مقادیری از  $x$  تعریف نشده است؟

(۳)  $\{-1\}$ (۱)  $\{\frac{2}{3}\}$ (۴) به ازای همه مقادیر  $x$  تعریف شده است.(۳)  $\{-1, \frac{2}{3}\}$ 

**مسئله ۵:** دو برابر مربع یک عدد، منهای مکعب همان عدد، در مخرج یک عبارت گویا قرار دارد. این عبارت گویا به ازای کدام مجموعه مقادیر تعریف نشده است؟

(۴)  $\{0, 2, -2\}$ (۳)  $\{0, -2\}$ (۲)  $\{0, 2\}$ (۱)  $\{2, -2\}$ 

**مسئله ۶:** به ازای کدام مقدار  $a$ ، عبارت  $\frac{1}{x^2-a}$  برای همه مقادیر  $x$  تعریف شده است؟

(۴)  $a = 4$ (۳)  $a = 0$ (۲)  $a = -1$ (۱)  $a = 1$ 

**مسئله ۷:** عبارت گویا  $\frac{x^2-3}{x^3-6x+x}$  به ازای چه تعداد از اعداد طبیعی تعریف نمی‌گردد؟

(۴) صفر

(۳) ۲

(۲) ۲

(۱) ۱



**ساده کردن عبارت های گویا:** برای ساده کردن یک عبارت گویا، ابتدا باید صورت و مخرج آن را تجزیه کنیم.  
سپس عوامل مشترک مخالف صفر را از صورت و مخرج کسر حذف می کنیم.



**نکته:** فقط عباراتی از صورت و مخرج کسر قابل ساده شدن هستند که توسط عمل ضرب از سایر عوامل جدا شده باشند.

**مثال:** در عبارات گویای زیر، هیچ عاملی از صورت و مخرج قابل ساده شدن نیستند.

$$1) \frac{x+2}{3}$$

$$2) \frac{x+2}{x-2}$$

$$3) \frac{x^2+3x}{x+9}$$

**مثال:** عبارت های گویای زیر را ساده کنید.

$$1) \frac{x(x+4)}{2x} = \frac{x+4}{2} (x \neq 0), 2) \frac{x^2-4x}{x^2-16} = \frac{x(x-4)}{(x-4)(x+4)} = \frac{x}{x+4} (x-4 \neq 0)$$

**مثال ۲:** عبارات گویای زیر را ساده کنید.

$$1) \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}$$

$$, 2) \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x}$$

$$3) \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

$$, 4) \frac{x^3 + 1}{x + x^2}$$

$$5) \frac{4x - x^3}{x^2 + 8x + 4}$$

$$, 6) \frac{x^3 - 16x}{4x - x^2}$$

$$\frac{ka}{kb} = \frac{1}{k} \times \frac{a}{b}, \quad k, b \neq 0$$

$$\frac{ka}{kb} = k \frac{a}{b}, \quad k, b \neq 0$$

$$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}, \quad b, k \neq 0$$

$$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}, \quad b, k \in \mathbb{R}$$

**نتیجه:** کدام گزینه درست است؟

$$4x + 1$$

$$3x^3$$

$$4x^3 + 1$$

$$4x^3$$

$$\text{ساده شده عبارت } \frac{4x^3 + 2x^2}{2x^2} \text{ کدام است? } (x \neq 0)$$

**نتیجه:**

**نتیجه:**

$$\frac{x+3}{x+1}$$

$$\frac{x-3}{x-1}$$

$$\frac{x+3}{x-1}$$

$$\frac{x-3}{x+1}$$

$$\text{ساده شده عبارت تعریف شده } A = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 4} \text{ کدام است؟}$$

**نتیجه:**

**نتیجه:**

$$x - x$$

$$x - 3$$

$$x + 2$$

$$x - x$$

$$\text{حاصل } \frac{(x-3)(x^2 - 4)}{x + x - x^2} \text{ کدام است؟}$$

**نتیجه:**

**نتیجه:**

((ع)) اهم اعلی: فضای هر ظرفی در اثر محتوای خود تکثیر می‌شود مگر ظرف دانش که با تحصیل علوم، فضای آن بازتر می‌گردد.

$$\text{در تساوی } \frac{\square}{x^4 + x} = \frac{2}{x+1} \text{ به جای } \square \text{ کدام عبارت را قرار دهیم تا تساوی درست باشد؟ (کسرها تعریف شده‌اند.)$$

$$x^3 - 2x^2 + 2x \quad (4)$$

$$2x^3 + 2x^2 + 2x \quad (3)$$

$$2x^3 - 2x^2 + 2x \quad (2)$$

$$2x^3 + 2x \quad (1)$$



### جمع و تفریق عبارت‌های گویا:

الف) مخرج‌ها مساوی باشند: یکی از مخرج‌ها را مینویسیم و سپس صورت‌ها را جمع و تفریق می‌کنیم.

$$\frac{2x+5}{x-3} + \frac{11}{3-x} = \frac{2x+5}{x-3} - \frac{11}{x-3} = \frac{2x+5-11}{x-3} = \frac{2x-6}{x-3} = \frac{2(x-3)}{x-3} = 2$$

ب) مخرج‌ها مساوی نباشند: ابتدا مخرج مشترک‌ها را تعیین می‌کنیم و سپس با تغییر صورت‌ها متناسب با مخرج مشترک حاصل را مانند الف می‌یابیم.

نکته: برای تعیین مخرج مشترک دو چند جمله‌ای، ابتدا هر دوی آنها را تجزیه می‌کنیم و سپس مخرج مشترک را از ضرب عوامل مشترک و غیر مشترک با توان بیشتر محاسبه می‌کنیم.

مثال: حاصل عبارت  $\frac{3}{2x-4} + \frac{x}{x^2-4}$  را بیابید.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2x-4} + \frac{x}{x^2-4} &= \frac{1}{2(x-2)} + \frac{x}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+2}{2(x-2)(x+2)} + \frac{2x}{2(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x+2+2x}{2(x-2)(x+2)} = \frac{3x+2}{2(x-2)(x+2)} \end{aligned}$$

تئیه: مخرج مشترک دو عبارت  $B = \frac{-x+1}{-2x^2-6ax}$  و  $A = \frac{x^2+5}{x-3}$  برابر مخرج کسر  $B$  شده است. مقدار  $a$  کدام است؟

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$



(( امام علی(ع): آنکه باشد که دانش آینده، اخبار گذشته و درمان دردها بیان و نظم میان شها در قرآن است. ))

**مسئله:** حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.



$$\frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} - \frac{2x-3}{2x+2}$$

$$\frac{x+3}{x^2-9x+9} - \frac{x+2}{x^2-9} - \frac{5}{3-x}$$

$$\frac{y-3}{y^2-4} - \frac{y+2}{y^2-4y+4} - \frac{2}{2-y}$$

**مسئله ۱۴:** حاصل  $\frac{x^2+2x}{x^2-4} + \frac{4-x}{2-x}$  کدام است؟

۲۰۴

-۲۰۳

۱۰۲

-۱۰۱



**مسئله:** حاصل عبارت تعریف شده  $\frac{2y}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$  کدام است؟

 $\frac{2}{x+y}$  (۲)

 $\frac{2}{x-y}$  (۱)

 $\frac{2x}{x+y}$  (۴)

 $\frac{2x}{y-x}$  (۳)

(( اهم علی (ع) : به راستی که داشت، هایه حیات دلها، روشن کننده دیدگان کور و نیروبخش بدن های ناتوان است. ))

**مسئله ۱۶:** حاصل عبارت تعریف شده کدام است؟

$$\left(1 + \frac{4x+20}{x^2 - 25}\right) \left(x - \frac{9x+15}{x+7}\right)$$

$$\frac{x-1}{x+3} \quad (2)$$

$$\frac{x+3}{x+7} \quad (1)$$

$$\frac{x^4 + 4x - 7}{x+3} \quad (4)$$

$$\frac{x^4 + 2x - 3}{x+7} \quad (3)$$

**مسئله ۱۷:** حاصل عبارت کدام است؟  $(x \neq \pm 2)$

$$\left(\frac{x^2 - 4}{x^3 - 8}\right) \times \left(x + \frac{4}{x+2}\right)$$

$$1 \quad (1)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-2 \quad (4)$$

$$-4 \quad (2)$$

**مسئله ۱۸:** حاصل عبارت کدام است؟

$$\frac{1}{a^4 - 8} - \frac{1}{a^4 + 8}$$

$$\frac{-16}{a^4 - 64} \quad (4)$$

$$\frac{16}{a^4 - 64} \quad (3)$$

$$\frac{-16}{a^{16} - 64} \quad (2)$$

$$\frac{16}{a^{16} - 64} \quad (1)$$

- در به دست آوردن حاصل عبارت  $P(x) = \frac{3x-1}{x(x-1)} + \frac{2x+5}{(x^2-1)(x^3+3x^2)}$  برای اینکه مخرج کسر اول مانند مخرج مشترک شود، باید

صورت و مخرج آن را در کدام عبارت ضرب کرد؟

$$(3x-1)(x^3 + 4x^2 + 3x) \quad (4)$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 \quad (3)$$

$$x^2 + 4x + 3 \quad (2)$$

$$x^3 + 4x^2 + 3x \quad (1)$$

همواره کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند).

$$\frac{\frac{1}{x+y} - \frac{x}{x^2-y^2}}{\frac{y}{x^2-y^2} - \frac{1}{x-y}}$$

ست: ۲۰



$$-\frac{y}{x}$$

$$\frac{x}{y}$$

$$-\frac{x}{y}$$

$$\frac{y}{x}$$

حاصل عبارت تعریف شده کدام است؟

$$\frac{x-1}{x+1}$$

$$\frac{x+1}{x-1}$$

۲ (۴)

-۲ (۳)

ساده‌شده‌ی عبارت کدام است؟

$$\frac{1}{a+1}$$

$$\frac{2}{a+1}$$

$$\frac{1}{a-2}$$

$$\frac{2}{a-2}$$

ست: ۲۱



حاصل کدام است؟

$$\frac{1}{6x+6}$$

$$\frac{1}{6x-6}$$

$$\frac{x}{6x^2-6}$$

$$\frac{1}{6x^2-6}$$

ست: ۲۲



ساده‌شده‌ی عبارت کدام است؟

$$\frac{2}{a-b}$$

$$\frac{1}{a-b}$$

$$\frac{2}{a+b}$$

$$\frac{1}{a+b}$$

ست: ۲۳



## فصل دویم

معادلات درجهی اول و دویم و معادلات گویا

پفسش اول: معادلات درجهی اول

پفسش دویم: معادلات درجهی دویم

پفسش سوم: معادلات گویا

دانلود از سایت ریاضی سرا

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

الف: معادلات درجه اول

صورت کلی این معادلات  $a x + b = 0$  است که اعداد  $a$  و  $b$  حقیقی و مخالف صفر هستند و تنها جواب این

$$\text{معادلات } \frac{b}{a} = x \text{ است.}$$

مثال: جواب معادله زیر را بیابید.

$$5x + 7 = 3 - 4x$$

$$5x + 7 = 3 - 4x \Rightarrow 5x + 4x = 3 - 7 \Rightarrow 9x = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{9}$$

**مسئله ۱:** کدام یک از عبارت‌های زیر بیان یک معادله درجه اول است؟

- (۱) مربع عددی، برابر همان عدد به علاوه یک است.
- (۲) پنج برابر عددی منهای یک، برابر مربع همان عدد است.
- (۳) مربع عددی به علاوه سه برابر همان عدد، برابر مربع همان عدد منهای سه است.
- (۴) پنج منهای چهار برابر عددی، برابر مربع آن عدد به علاوه یک است.

**مسئله ۲:**



**مسئله ۲:** تساوی  $x^2 - 2 = 0$  بیان‌گر یک معادله درجه اول است.  $a$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱



**مسئله ۳:** معادلات زیر را حل کنید.

$$1 - 2(3 - 4x) = 7 + 6x$$

$$4x - 2 = 5(x - 3)$$



**مسئله ۴:** اگر  $x = 2$  جواب معادله  $x + 3 = ax - 1$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱



**مسئله ۵:** جواب معادله  $4(-\frac{1}{2}x + 2) = 3(x + 2)$  کدام است؟

(۱) ۶

(۲)  $\frac{-7}{5}$

(۳) ۷

(۴)  $\frac{7}{5}$



((اهم علی)) : با علما هماشت کن تا علعت زیاد، ادب نیکو و جانت پاک شود.

عددی را باید که دو برابر آن به علاوه‌ی عدد یک، برابر با پنج برابر همان عدد منبای چهار باشد.

مثال ۲:



عددی را باید که پنج برابر آن به علاوه‌ی دو، مساوی با سه برابر آن عدد منبای دو باشد.

مثال ۳:



علی در یک بازی، عددی را در ذهن خود درنظر گرفت. دوستان او برای حدس این عدد از او راهنمایی خواستند. علی گفت پنج برابر این عدد به علاوه‌ی یک، برابر سه برابر همان عدد منبای پنج است. کدام‌یک از دوستان علی این عدد را درست تشخیص داده است؟

مسئله:



$$1) \text{ جواب: } \frac{1}{3} \quad 2) \text{ محمد: } -\frac{1}{3} \quad 3) \text{ رضا: } 3 \quad 4) \text{ اکبر: } -3$$

X چه عددی باشد که اگر با دو برابر خودش جمع و از حاصل این مجموع یک واحد کم کنیم،

مسئله:



حاصل برابر ۵ شود؟

$$1) \text{ ۱} \quad 2) \text{ ۳} \quad 3) \text{ ۴} \quad 4) \text{ ۵} \quad 5) \text{ ۲/۵}$$

فردی  $\frac{1}{5}$  پول خود را اتومبیل خرید،  $\frac{1}{6}$  پول خود را سرمایه‌گذاری کرد،  $\frac{1}{5}$  پول خود را به دوست خود قرض داد و در حال حاضر ۲۶ میلیون

مسئله:



تومان پول دارد. کل پول او چند میلیون تومان بوده است؟

$$1) \text{ ۱۰۸} \quad 2) \text{ ۱۱۶} \quad 3) \text{ ۱۲۰} \quad 4) \text{ ۱۴۰}$$

علی از برادرش ۸ سال بزرگتر است، ۶ سال بعد سن برادر علی دو برابر می‌شود، در حال حاضر علی چند سال سن دارد؟

مسئله:



$$1) \text{ ۲۰} \quad 2) \text{ ۱۸} \quad 3) \text{ ۱۴} \quad 4) \text{ ۱۰}$$

در قلکی ۱۰۰ صد سکه ۵۰ تومانی و ۱۰۰ تومانی وجود دارد، اگر مجموع پول قلک ۶۰۰۰ تومان باشد، تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی کدام است؟

مسئله:



$$1) \text{ ۲۰} \quad 2) \text{ ۸۰} \quad 3) \text{ ۴۰} \quad 4) \text{ ۶۰}$$

((اهم‌العلی)) علوم هیراث کران‌بهائی است و ادب لباس فاخر و زینتی است و فکر آئینه‌ای است صاف.



نکته: برای حل معادلات درجه‌ی اول کسری، ابتدا طرفین معادله را در مخرج مشترک کل عبارت ضرب می‌کنیم و سپس مانند بالا عمل می‌کنیم.

مثال: جواب معادله زیر را بیابید.

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{5} - 2 &= \frac{x}{2} \\ \frac{x-1}{5} - 2 &= \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 10} 10 \times \left(\frac{x-1}{5}\right) - 10 \times (2) = 10 \times \left(\frac{x}{2}\right) \\ 2(x-1) - 20 &= 5x \Rightarrow 2x - 2 - 20 = 5x \Rightarrow 2x - 5x = 22 \Rightarrow -3x = 22 \Rightarrow x = -\frac{22}{3} \end{aligned}$$

**مسئلہ ۴:** معادلات زیر را حل کنید.

$$1) \quad \frac{2x+1}{3} = \frac{x}{2} - 1$$

$$, 2) \quad \frac{x-3}{2} + 1 = \frac{x}{3}$$

$$3) \quad 2 - \frac{x}{3} = \frac{5x-1}{6}$$

$$, 4) \quad \frac{1-3x}{8} - \frac{5}{2} = x$$

**مسئلہ ۵:** در یک کارگاه عمرانی، حقوق سرکارگر، ۲ برابر حقوق کارگر و  $\frac{2}{3}$  برابر حقوق مهندس است. در یک ساختمان ۳ مهندس، ۵ سرکارگر و ۲۹ کارگر برای مالک مشغول کار هستند. اگر مالک ساختمان ماهیانه ۴۸ میلیون تومان حقوق پرداخت نماید، حقوق یک کارگر ماهیانه چند میلیون تومان است؟

۲/۴ (۴)

۱/۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



**مسئلہ ۶:** در یک کارخانه، حقوق یک مهندس دو برابر یک فنورز(تکنسین) و  $\frac{2}{3}$  مدیر بخش خود است. قسمت تولید این کارخانه ۳ مدیر بخش، ۸ مهندس و ۱۲ فنورز دارد. مدیرعامل کارخانه برای این قسمت ماهیانه ۵۵/۵ میلیون تومان حقوق پرداخت می‌کند. حقوق یک فنورز در این کارخانه ماهیانه چقدر است؟





تعريف: معادلات درجه دوم در حالت کلی به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  هستند. ( $a \neq 0$ ).

حل معادله درجه دوم: برای حل معادلات درجه دوم چندین روش وجود دارد که به چند روش حل آن می‌پردازیم:

(الف) روش تجزیه: در این روش ابتدا معادله را با استفاده از روش‌هایی که در همین فصل گفته شد، تجزیه و در نهایت ریشه‌های آن را بدست آورده و آن را پیدا می‌کنیم.

$$x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 2, 3$$

نکته: اگر معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  به کمل اتحاد مربع دو جمله‌ای حل شود، معادله یک ریشه مضاعف

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow a(x - \alpha)^2 = 0 \Rightarrow x = \alpha \quad \text{خواهد داشت:}$$

$$\boxed{X)} \quad 4x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow (2x + 1)^2 = 0 \Rightarrow 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

نکته: اگر در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  داشته باشیم  $b = 0$  و  $c < 0$  معادله به کمل اتحاد مزدوج تجزیه می‌شود، در واقع معادله دارای یک ریشه قرینه هم خواهد داشت:

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$\boxed{X)} \quad x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = +3, x = -3$$

$$3t^2 - 21 = 0 \Rightarrow t^2 = \frac{21}{3} \Rightarrow t = \pm \sqrt{7}$$

نکته: اگر در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  داشته باشیم  $a, b, c \neq 0$ ، معادله به کمل فاکتورگیری تجزیه می‌شود، پس معادله دو ریشه به صورت زیر خواهد داشت:

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + c) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -\frac{c}{a}$$

$$\boxed{X)} \quad 2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$9x - 7x^2 = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{-9}{-7} = \frac{9}{7}$$

**مثال:** معادلات زیر را حل کنید.

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$, x^3 - x = 0 \Rightarrow$$



$$x^2 - 4x^3 = 0 \Rightarrow$$

$$, 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Rightarrow$$

((اهم علی)) هر کس به آنچه هدیداند عمل کند، خداوند دانش آنچه را که نهیداند به او ارزانی هدیدارد.)

معادله حتماً دارای ریشه مضافع است. این اتحاد کدام است؟

۴) اتحاد تفاضل مکعب دوجمله‌ای

۳) اتحاد مزدوج

۲) اتحاد جمله مشترک

۱) اتحاد مربع دوجمله‌ای

**ستاد**



ریشه بزرگتر معادله  $x^2 + 7x + 10 = 0$  کدام است؟

۵) ۴

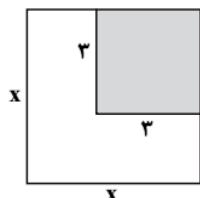
-۵ ۳

۲) ۲

-۲ ۱



از مربع زیر به ضلع  $x$  مربعی به ضلع ۳ بریده‌ایم. اگر مساحت قسمت باقی‌مانده برابر ۱۶ باشد، ضلع مربع بزرگ کدام است؟



۵) ۱

۶) ۲

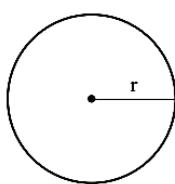
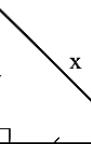
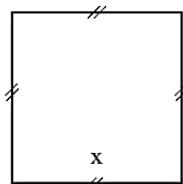
$\sqrt{7}$  ۳

۴) ۴



اگر مجموع مساحت‌های سه شکل مقابل برابر ۷ باشد،

شکل (۱)



$$r = \frac{1}{\sqrt{\pi}} x$$

طول ضلع مربع چقدر است؟



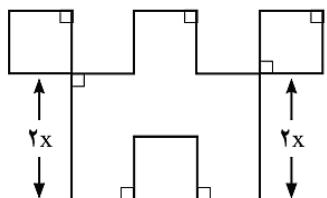
شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

در شکل زیر طول تمام پاره خط‌ها به جز دو پاره خط مشخص شده در شکل برابر  $x$  است. اگر اندازه مساحت شکل برابر

با اندازه‌ی محیط آن باشد، مقدار  $x$  را به دست آورید.

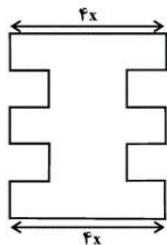


((اهم اعلی)) : هر کس به آنچه هی داند عمل کند، خداوند دانش آنچه را که نهی دادن به او ارزانی هی دارد.((

نیما از پسرعمویش کیان، سه سال بزرگتر است. اگر حاصل ضرب سن این دو ۴ باشد، پسرعموی کوچکتر چند سال دارد؟



**مسئلہ ۴:** در شکل زیر طول تمام پاره خطها به جز دوپاره خط مشخص شده در شکل برابر  $x$  است. اگر اندازه مساحت شکل برابر اندازه محیط آن باشد، مقدار  $x$  کدام است؟ ( $x \neq 0$ )



- (۱)  $\frac{11}{3}$
- (۲)  $\frac{13}{8}$
- (۳)  $\frac{14}{9}$
- (۴)  $\frac{7}{2}$



**مسئلہ ۵:** مجموعه جواب معادله  $(x+2)(x-3) = x - 3$  کدام است؟

- {-3, 1} (۴)      {3, -1} (۳)      {-2, 3} (۲)      {-2, -1} (۱)



**مسئلہ ۶:** عددی را بیابید که مربع آن، ۳ برابر خود همان عدد باشد.



**ب) روش مربع کامل:** ابتدا با افزودن  $\left(\frac{b}{2}\right)^2$  به طرفین یک معادله درجه دوم، به یک اتحاد مربع دوجمله‌ای مرسیم و از طریق گرفتن جذر به جواب معادله مرسیم.



$$\begin{aligned} & \left(\frac{-10}{2}\right)^2 = 25 \\ x^2 - 10x + 12 = 0 & \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = -12 + 25 \Rightarrow (x - 5)^2 = 13 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 5 = \sqrt{13} \\ x - 5 = -\sqrt{13} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{13} + 5 \\ x = -\sqrt{13} + 5 \end{cases}$$

نکته: برای تبدیل عبارت  $ax^2 + bx + c$  به یک عبارت مربع کامل، باید مقدار  $\frac{b^2}{4a}$  را به آن بیافزاییم.

(( اهم صادق(ع): دوست ندارم جوانی از شما [شیعیان] را جز بر دو گونه بینم: داشتند یا داشجو. ))

**مسئلہ:** در حل معادله  $x^2 + 2x - 24 = 0$  به روش مربع کامل به عبارت  $(x+a)^2 = 25$  رسیده ایم. مقدار  $a$  کدام است؟

۴ (۴)      -۴ (۳)      -۱ (۲)      ۱ (۱)



۴ (۴)

 $\frac{1}{2}$  (۳)

۲ (۲)

 $\frac{1}{4}$  (۱)**مسئلہ:**

۹

اگر عبارت  $4x^2 + 2\sqrt{2}x + c$  مربع کامل باشد،  $c$  کدام است؟

$x^2 - 5x - 3 = 0$  (۲)

$x^2 - 10x - 3 = 0$  (۱)

$x^2 + 5x - 3 = 0$  (۴)

$8x^2 + 10x - 3 = 0$  (۳)

**مسئلہ:**معادله درجه دومی که ریشه های آن  $\frac{3}{2}$  و  $\frac{1}{4}$  باشند، کدام است؟

**ب) روش دلتا(کلی):** در این روش ریشه های معادله (در صورت وجود) از رابطه  $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  بدست می آید. که در آن  $\Delta = b^2 - 4ac$  است.



**نکته:** اگر  $\Delta > 0$ ، معادله دو ریشه حقیقی، اگر  $\Delta = 0$ ، معادله یک ریشه مضاعف و اگر  $\Delta < 0$ ، معادله ریشه حقیقی ندارد.

**مسئلہ:** معادلات زیر را به روش کلی حل کنید.

$$x^2 - x - 7 = 0, \quad 5x^2 - 7x + 1 = 0$$



**مسئلہ ۷:**  $m$  را چنان بیابید که معادله  $x^2 + x + m = 0$  الف) ریشه حقیقی نداشته باشد. ب) یک ریشه مضاعف داشته باشد.



**مسئلہ ۸:** اگر  $x=1$  یک ریشه از معادله  $x+a=x(2x+1)$  باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

- ۱ (۴)      -۲ (۳)      ۲ (۲)      ۰ (۱)



**مسئلہ ۹:** اگر  $x$  دارای ریشه مضاعف باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- $\frac{1}{9}$  (۴)       $-\frac{1}{9}$  (۳)       $-\frac{9}{8}$  (۲)       $\frac{9}{8}$  (۱)



**مسئلہ ۱۰:** در معادله  $-4x^2 + mx = -4$ ، اگر  $m$  عددی مثبت باشد، مقدار ریشهی مضاعف کدام است؟

- ۴ (۴)      -۴ (۳)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $-\frac{1}{2}$  (۱)



**مسئلہ ۱۱:** معادله درجه دوم  $-ax^2 - ax + a - 1 = 0$  بهازی یک مقدار  $a$ ، دارای ریشهی مضاعف است، مقدار ریشهی مضاعف کدام است؟

- ۲ (۴)      ۲ (۳)      -۱ (۲)      ۱ (۱)



**مسئلہ ۱۲:** معادله درجه دوم  $-3x^2 - ax + b = 0$  دارای ریشهی مضاعف ۳ است. مقدار  $b$  کدام است؟

- ۱۲ (۴)      ۱۴ (۳)      ۱۶ (۲)      ۱۸ (۱)



(( امام علی )): بزرگترین هنبع شلادی و هثبت اندیشه، توانایی شکر گذاری در تمام زمانهاست.

**مسئله ۱۴:** معادله داده شده در کدام گزینه به ازای هر مقدار  $a$  دارای جواب است؟

$$ax^2 - x - 1 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - ax - 1 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - ax + 1 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + ax + 1 = 0 \quad (4)$$



(الف)  $x^2 + ax - 1 = 0$

(ب)  $x^2 - x + a = 0$

**مسئله ۱۵:** اگر یکی از جوابهای معادله  $2x^2 - ax + 28 = 0$  برابر  $-4$  باشد، جواب دیگر این معادله چیست؟



**مسئله ۱۶:** مجموع دو عدد که معکوس یکدیگرنند  $\frac{25}{12}$  است. قدر مطلق تفاضل آن دو عدد کدام است؟

$$\frac{7}{12} \quad (1)$$

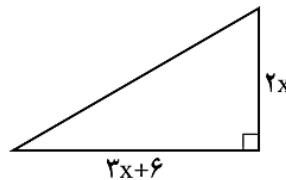
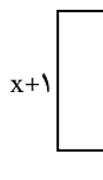
$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{12} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$



**مسئله ۱۷:** مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی‌اند، طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



**مسئله ۱۸:** مجموع ریشه‌های معادله  $(x^2 + x)^2 - 1 = 0$  کدام است؟

$$-1 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-2 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$



تست ۱۷: اختلاف ریشه‌های معادله  $x^3 - 2x^2 - 2 = 0$  کدام است؟

۲) ۴

۱)  $\frac{1}{2}$ 

۱) ۲

۱) صفر



نکته: برای حل معادله درجه دوم دو حالت خاص زیر را داریم:

الف) اگر  $a + b + c = 0$  باشد، در آن صورت جواب‌های معادله برابر  $x = 1$  و  $x = -\frac{c}{a}$  است.ب) اگر  $a + c = b$  باشد، در آن صورت جواب‌های معادله برابر  $x = -1$  و  $x = -\frac{c}{a}$  است.

است.

و جواب‌های  $x = 0$ ,  $x = 3$ ,  $x = 5$  برابر

۱

۱) جواب‌های  $x = -99$ ,  $x = -100$ ,  $x = -101$  برابر

است.

و جواب‌های معادله  $x = 0$ ,  $x = 9$ ,  $x = 20$  برابر

۲

۲) جواب‌های  $x = -7$ ,  $x = -5$ ,  $x = -2$  برابرنکته: اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو ریشه معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد، همواره داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

۱۲) مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادلات  $x^2 - x - 3 = 0$ ,  $5x^2 - 4x - 1 = 0$ ,  $x^2 - 8x + 2 = 0$  را بیابید.

$$\alpha + \beta =$$

$$, \alpha\beta =$$

$$2\alpha + 2\beta =$$

$$, (\alpha + 1)(\beta + 1) =$$

تست ۱۸: اگر  $m$  و  $n$  ریشه‌های معادله  $x^2 + mx + n = 0$  باشند، مجموع ریشه‌های این معادله کدام است؟ ( $m, n \neq 0$ )۱)  $-\frac{1}{2}$ 

-۱) ۳

۱)  $\frac{1}{2}$ 

۱) ۱



((اگر هی خواهید چیزی را بدست آورید که تاکنون نداشته‌اید، باید کارهایی که تاکنون نکرده‌اید را انجام دهید. ))

حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $x^2 - mx - 5 = 0$  برابر ۵ می‌باشد. ریشه‌ی مثبت معادله کدام است؟

۴/۵) ۴

۴) ۳

۲/۵) ۲

۲) ۱



در معادله درجه دوم  $x^2 - bx - 6b + 4 = 0$  مجموع ریشه‌ها برابر ۶ است. حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

۴۰) ۴

۲۰) ۳

-۴۰) ۲

-۲۰) ۱



اگر یکی از جواب‌های معادله  $mx^2 + 7x + m - 1 = 0$  باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

۴) ۴

-۱/۳

۱/۳

-۴/۳



**نکته:** اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های یک معادله به ترتیب برابر  $S$  و  $P$  باشند، معادله  $x^2 - Sx + P = 0$  خواهد بود.



۱) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن به ترتیب برابر ۳، ۵ باشند.



۲) معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن به ترتیب برابر  $2 \pm \sqrt{3}$  باشند.

۲۲) معادله درجه دومی که ریشه‌های آن  $\frac{3}{2}$  و  $\frac{1}{4}$  باشند، کدام است؟

 $x^2 - 5x - 3 = 0$ ) ۲ $x^2 - 10x - 3 = 0$ ) ۱ $x^2 + 5x - 3 = 0$ ) ۴ $8x^2 + 10x - 3 = 0$ ) ۳

تست: ۲۳: معادله‌ی درجه‌دومی که ریشه‌های آن اعداد  $\sqrt{2}-1$  و  $1+\sqrt{2}$  باشد، کدام است؟

$x^2 + 4x - 1 = 0 \quad (2)$

$x^2 - 4x - 1 = 0 \quad (1)$

$x^2 + 2x + 1 = 0 \quad (4)$

$x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (3)$

تست: ۲۴: معادله‌ی درجه‌دومی که ریشه‌های آن اعداد  $\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$  باشند، کدام است؟

$x^2 + x - \frac{1}{4} = 0 \quad (4)$

$x^2 - x - \frac{1}{4} = 0 \quad (3)$

$x^2 + 2x - \frac{1}{4} = 0 \quad (2)$

$x^2 - 2x - \frac{1}{4} = 0 \quad (1)$



**نکته:** برای حل معادلات  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  یا  $au^2 + bu + c = 0$  که در آن  $u$  یک عبارت بر حسب  $x$  است، مشابه معادلات درجه دوم عمل می‌کنیم.



محلول‌ها:

$5x^4 - 2x^2 - 1 = 0, 2(3x-1)^2 + (3x-1) - 3 = 0$  را حل کنید.



۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۰

تست: ۲۵: - تابع  $f(x) = (x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) + 2$ ، چند صفر دارد؟



معادلات شامل عبارت‌های گویا: برای حل معادلات شامل عبارت‌های گویا، مشابه عبارت‌های گویا عمل

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 0 \quad \text{می‌کنیم تا نهایتاً به عبارتی نظیر} \cdot \text{ می‌رسیم. جواب‌های معادله ریشه‌های} \cdot \text{ هستند.}$$

نکته: جواب‌هایی مورد قبول هستند که ریشه مخرج نباشند.

$$\begin{aligned} \text{Ex) } \frac{1}{x^2 - 4} + \frac{4x}{x-2} &= 1 \\ \frac{1}{x^2 - 4} + \frac{4x}{x-2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{4x}{x-2} &= 1 \\ \Rightarrow \frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{4x}{(x-2)(x+2)} &= 1 \\ \Rightarrow \frac{1+4x}{x^2 - 4} = 1 \Rightarrow x^2 - 4 = 1+4x \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{ok} \\ x = 5 & \text{ok} \end{cases} & \end{aligned}$$

نتیجه: - مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{5}{2}$  کدام است؟

۴) صفر

-۶ (۲)

۶ (۲)

۱۲ (۱)



مسئلہ ۲: به ازای چه مقدار  $a$ ، معادله  $\frac{a}{x} = \frac{x+1}{x+a}$ ، دارای جواب  $x = 1$  است.



مسئلہ ۳: به ازای چه مقدار  $a$ ، معادله  $\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{a} = \frac{a}{x}$ ، دارای جواب  $x = 2$  است.



دانلود از سایت ریاضی سرا  
www.riazisara.ir

(( آزوهای زندگیان را به اهداف زندگیان تبدیل کنید تا برای رسیدن به آنها تلاش کنید نه اینکه فقط دعا کنید. ))

**سوال ۲:** بهازی کدام مقدار  $k$ ،  $x = -2$  یکی از ریشه‌های معادله  $\frac{3}{2x-1} + \frac{5}{k} = \frac{9x}{2x+1}$  می‌باشد؟

۱)  $\frac{33}{25}$  (۲)  $\frac{7}{11}$  (۳)  $\frac{11}{7}$  (۴)  $\frac{25}{33}$  (۵)

۴) ریشه دیگری ندارد.

-۱ (۳)

-۷ (۲)

۷ (۱)



**سوال ۳:** اگر  $x = 1$  یکی از ریشه‌های معادله  $\frac{12-x}{x^2+x} = \frac{x}{x+1} + \frac{A}{x}$  باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟

-۴۸ (۴)

۴۸ (۳)

-۲۴ (۲)

۲۴ (۱)



**سوال ۴:** مجموع ریشه‌های معادله  $1 - \frac{24}{x+10} = \frac{24}{10-x}$  کدام است؟

- ۲) فقط دارای یک ریشه مثبت است.  
۴) فقط دارای یک ریشه منفی است.

- ۱) دارای یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی است.  
۳) فقط دارای یک ریشه منفی است.



**سوال ۵:** مجموعه جواب‌های معادله  $1 = \frac{x+3}{x+3}$  کدام است؟

- ۱) همه اعداد حقیقی به جز صفر  
۳) همه اعداد حقیقی به جز  $-3$   
۴) مجموعه تهی



$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - ax - 2} = 0 \text{ باشد، مقدار } a \text{ کدام است؟}$$

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱



نحوه:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - ax - 2} = 0$$

$$\frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad ۴)$$

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad ۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}+1}{2} \quad ۲)$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{2} \quad ۱) \quad \text{ک}$$

نحوه: - ریشه مثبت معادله  $x^2 - ax - 2 = 0$  کدام است؟

۴) فاقد جواب است.

۲) دو جواب مثبت و منفی دارد.

۳) یک جواب منفی دارد.

۱) یک جواب مثبت دارد.



نحوه:

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+3}{2-x} = \frac{2x-3}{x+2}$$

نحوه:

نکته: برای مسایلی که در ابتدا معادله آنها داده نشده باشد، ابتدا با توجه به فرض، معادله مربوط به آن را ایجاد و سپس به حل آن می‌پردازیم.



نحوه: - در یک محلول آب نمک، نسبت وزن آب خالص به وزن نمک خالص، برابر با ۸ است. اگر ۱۰۰ گرم نمک به این محلول اضافه کنیم، آن‌گاه

وزن محلول را آب تشکیل خواهد داد. این محلول قبل از اضافه کردن نمک چند گرم وزن داشته است؟

۱) ۱۱۰۰

۲) ۹۰۰

۳) ۵۰۰

۴) ۴۰۰



**مثال ۷:** یک کیک را بین چند نفر تقسیم کردیم و به هریک مقدار مساوی رسید. سپس یک نفر دیگر به جمع آن اضافه شد و دوباره کیک را بین آنها تقسیم کردیم. در این مرحله به هریک به اندازه  $\frac{1}{6}$  کمتر رسید. مشخص کنید در ابتدا چند نفر بوده‌اند؟

**مثال ۸:** گلدانی نقره‌ای داریم که نسبت وزن نقره خالص به وزن مس خالص آن، برابر با ۵ است. استاد قلمکار آن را ذوب و ۴۰ گرم مس به آن اضافه کرد و گلدان جدیدی ساخت. می‌دانیم  $\frac{5}{7}$  وزن گلدان جدید، نقره است. این گلدان قبل از ذوب شدن چه وزنی داشته است؟

**مثال ۹:** دو شیر آب A و B به یک استخر متصل‌اند. شیر A ۰.۱ ساعت زودتر از شیر B پر می‌کند. چنانچه دو شیر را با هم باز کنیم، آنگاه استخر در ۱۲ ساعت پر می‌شود. اگر شیر B به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می‌شود؟

**مثال ۱۰:** هنگامی که دو چاپگر با هم کار می‌کنند، فیش حقوق کارگران یک کارخانه در ۴ ساعت چاپ می‌شود. اگر چاپگر قدیمی‌تر به تنهایی برای این کار، ۳ ساعت زمان بیشتری نسبت به چاپگر جدیدتر نیاز داشته باشد، در این صورت هر کدام از چاپگرهای تنهایی در چند ساعت این کار را تکمیل می‌کنند؟

(( امام صادق(ع): از تبلیغ و بی حوصلگی پیرهیز، زیرا که این دو خصلت تو را از بهره دنیا و آخرت باز هی دارند. ))

۲۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۷/۷۵ درصد مفروض است. برای ساختن محلول ۱۰ درصد، باید ۷ کیلوگرم آب را تبخیر نماییم. ۷ کدام است؟

۴۵ (۴)

۵۵ (۳)

۷۷/۵ (۲)

۱۲۲/۵ (۱)



شخص A کاری را ۲۰ روز زودتر از شخص B انجام می‌دهد. اگر این دو نفر با هم کار کنند، کار ۱۶ روز زودتر از حالتی که شخص

A به تنهایی کار می‌کرد تمام می‌شد. شخص B به تنهایی کار را در چند روز انجام می‌دهد؟

۷۰ (۴)

۶۰ (۳)

۲۵ (۲)

۴۰ (۱)



دو نقاش می‌توانند ساختمانی را رنگ کنند. نقاش اول به تنهایی ساختمان را ۱۰ روز زودتر از نقاش دوم رنگ می‌کند. چنان‌چه دو نقاش با هم کار کنند، ساختمان ۱۲ روزه رنگ می‌شود. نقاش دوم به تنهایی در چند روز ساختمان را رنگ می‌کند؟

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)



گلدانی از جنس نقره و مس داریم که نسبت وزن نقره‌ی خالص به وزن مس خالص آن ۸ است (وزن برحسب گرم است). استاد قلمکار آن را

ذوب و ۲۰۰ گرم مس به آن اضافه کرد و گلدان جدیدی ساخت. اگر  $\frac{3}{4}$  وزن گلدان جدید نقره باشد، وزن نقره‌ی به کار رفته در گلدان چقدر

است؟

۹۸۰ (۴)

۹۶۰ (۳)

۸۸۰ (۲)

۸۶۰ (۱)



# فصل سوم

## توابع

**بُفسُّ اول: مفهوم تابع**

**بُفسُّ دو: توابع درجه اول**

**بُفسُّ سوم: توابع درجه دو**

**بُفسُّ چهارم: تابع همانی، ثابت و چند ضابطه‌ای**

**بُفسُّ پنجم: تابع پلکانی، جزء صحیح و قدر مطلق**

**بُفسُّ ششم: اعمال بر روی توابع**



تعريف رابطه: به هر مجموعه از زوج‌های مرتب، یک رابطه می‌گوییم.

$$\text{EX)} \quad R = \{(1, 2), (1, 5), (-2, 4)\} \quad , \quad R = \{(1, 2), (0, 2), (3, 2)\}$$

تعريف تابع: به هر رابطه‌ی که هیچ دو زوج آن مولفه‌ی اول برابر نداشته باشد، تابع می‌گوییم.

$$\text{EX)} \quad f = \{(0, 2), (4, 2), (1, 2)\} \quad , \quad g = \{(-2, 2), (3, 2), (5, 2)\}$$

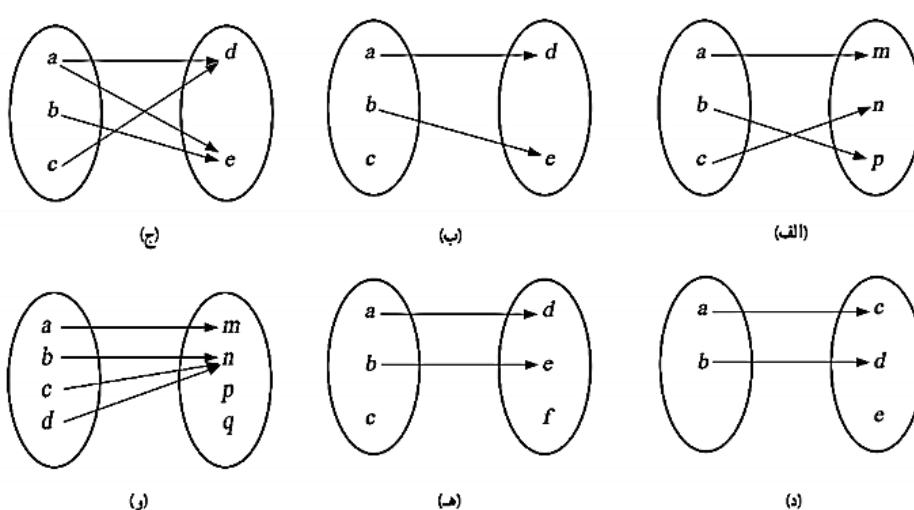
نکته: در هر تابع، مجموعه مولفه‌های اول دامنه و مجموعه مولفه‌های دوم تابع برد تابع را تشکیل می‌بندند.

$$\text{EX)} \quad D_f = \{0, 1, 4\}, \quad R_f = \{2\} \quad , \quad D_g = \{-2, 3, 5\}, \quad R_g = \{2, 7\}$$

نکته: یک رابطه تابع است هرگاه در نمودار ون آن، از هر عضو از مجموعه اول دقیقاً یک فلش خارج شود.

نکته: یک رابطه تابع است هرگاه در نمودار آن، هر خطی که موازی محور y ها رسم شود، تابع را حداقل در یک نقطه قطع کند.

**مثال:** کدام یک تابع است؟



**مسئله:** کدام یک از رابطه‌های تعریف شده زیر، تابع است و کدام تابع نیست؟ دلایل خود را بنویسید.



(الف) رابطه‌ای که به هر شهر در ایران، سوگاتی آن شهر را نسبت می‌دهد.



(ب) رابطه‌ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می‌دهد.

(پ) رابطه‌ای که به هر شهر، نماینده آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می‌دهد.

(ت) رابطه‌ای که به هر مسلمان، قبله او را نسبت می‌دهد.

((اگر اراده قوی باشد، هیچ بدنی برای انجام دادن کار، ناتوان نیست.))

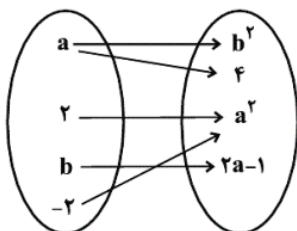
اگر نمودار ون رو به رو مربوط به یک تابع باشد، در این صورت حاصل  $a$  کدام است؟

۱) ۲

۱) ۱

۲) ۴

۲) ۳



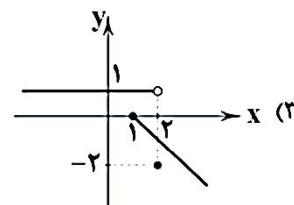
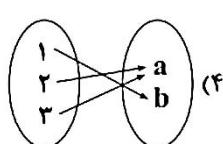
مسئله ۲:



کدام گزینه بیانگر تابع نیست؟

$$\begin{array}{c|ccc} x & 2 & 1 & -2 \\ \hline y & 0 & -1 & 0 \end{array} \quad (2)$$

$$f = \{(1, -1), (-1, 1), (1, -1)\} \quad (1)$$



مسئله ۳:



رابطه‌ی  $\{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$  به ازای کدام مقدار  $m$  یک تابع است؟

۴) هیچ مقدار  $m$ 

۲) ۳

-۱) ۲

-۲) ۱

مسئله ۴:

۴) هیچ مقدار  $m$ ۱)  $m = 0$ ۲)  $m = 2$ ۳)  $m = 1$ 

مسئله ۵:



- به ازای کدام مقدار  $m$  رابطه  $f = \{(+, 5), (5, m), (5, +), (m^2 - 2m, 4)\}$  تابع است؟

مسئله ۶:



$a = 1, b = 2$  (۴)  
 $a = 3, b = 6$  (۳)  
 $a = 1, b = 3$  (۲)  
 $a = 3, b = 5$  (۱)

اگر رابطه  $f = \{(2, 3), (a, 5), (3, b)\}$  تابع نباشد، اعداد  $a$  و  $b$  کدام می‌توانند باشد؟

مسئله ۷:



اگر رابطه  $f = \{(1, -\frac{2}{3}), (2, a-b), (1, \frac{b}{a}), (\sqrt{4}, 5)\}$  تابع باشد، حاصل  $\sqrt{a+b}$  کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱



**مسئله ۸:** رابطه زیر به ازای کدام مقدار  $a$  تابع نیست؟

$$f = \{(a+5, 4), (2, 1-a), (-1, 3), (a, a+4)\}$$

۲ صفر

۳ -۳

-۱ ۴

۲ ۳



**مسئله ۹:** اگر  $F$  تابع باشد، در این صورت حاصل  $x^2 + y^2$  کدام است؟

$$F = \{(-1, 2x+1), (-1, x^2+1), (x, -1), (2, y-2), (0, 0)\}$$

۱۰ ۴

۵ ۳

۸ ۲

۴ ۱



**تعريف تابع:** یک تابع مانند  $f$  از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$ ، قانون یا ضابطه‌ی است که به هر عضو از  $A$

$$\begin{cases} f : A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$$

دقیقاً یک عضو از مجموعه  $B$  را نسبت دهد.

**نکته:** به مجموعه  $A$  دامنه و به مجموعه  $B$  هدایته می‌گوییم و  $f(x)$  نیز ضابطه‌ی تابع را مشخص می‌کند.

**نکته:** همیشه برد تابع زیر مجموعه‌ی از هدایته است که بر اساس ضابطه‌ی تابع مشخص می‌شود.

**نکته:** به  $x$  متغیر مستقل و به  $y$  متغیر وابسته می‌گوییم.

**نکته:** تصویر تابع بر محور  $x$  ها دامنه تابع و تصویر تابع بر محور  $y$  ها برد تابع را تشکیل می‌دهد.

**مسئله ۲:** برد هریک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

(الف)  $f : A \rightarrow B$   
 $f(x) = x^2 + x + 1$  ،  $A = \{0, -1, 1, 2, -2\}$



(ب)  $f : A \rightarrow B$   
 $f(x) = \frac{x+1}{x}$  ،  $A = \left\{\frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2\right\}$

(پ)  $f : A \rightarrow B$   
 $f(x) = \sqrt{x+1}$  ،  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$

(ت)  $f : A \rightarrow B$   
 $f(x) = x$  ،  $A = \mathbb{W} = \{0, 1, 2, \dots\}$

((اهم‌العلی)) کار کنید و آن را به پایانش رسانید و در آن پایداری کنید، آنکه شکل‌بایی ورزید و پارسا باشد. ()))

**مسئله:** اگر برد تابع  $f: A \rightarrow B$  باشد، دامنه آن کدام است؟

$$A = \mathbb{W} \quad (2)$$

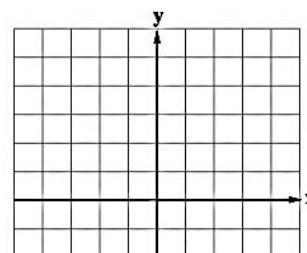
$$A = \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\} \quad (4)$$

$$A = \{-1, 0, 1, 2, \dots\} \quad (1)$$

$$A = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \quad (3)$$

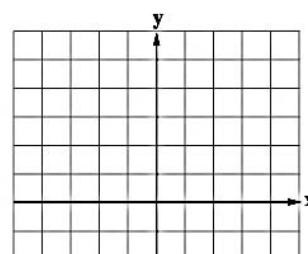
**مسئله ۳:**

جاهاي خالي را تكميل کنيد.

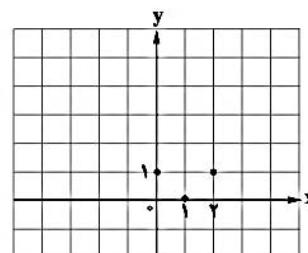


$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{1}{x} \end{cases} \quad D_f = \{-1, 0, 2\} \quad R_f = \{-\frac{1}{2}, 0, 6\}$$

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{1}{x} \end{cases} \quad D_f = \{ , , \} \quad R_f = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}\}$$



$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = (x - 1)^2 \end{cases} \quad D_f = \{ , , \} \quad R_f = \{ , \}$$



$$\{2, -3, 5\} \quad (4)$$

$$\{2, 5\} \quad (3)$$

$$\{0, -3\} \quad (2)$$

$$\{0, 2, -3\} \quad (1)$$

**مسئله ۴:**

اگر  $A = \{-1, 1, -2\}$  در تابع کدام است؟

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 1 - x^2 \end{cases}$$

**مسئله ۵:**

اگر  $x$  متغیر مستقل و  $y$  متغیر وابسته باشد، کدام جدول زیر، معرف تابع است؟

$g: \frac{x}{y}$	0	1	2	3	4
	8	8	8	8	8

$f: \frac{x}{y}$	5	5	5	5	5
	1	2	3	4	5

$k: \frac{x}{y}$	0	0/2	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$
	8	8	9	10	11

$h: \frac{x}{y}$	$\frac{2}{5}$	7	8	$\frac{7}{5}$
	3	12	9	6

تست ۱۳: با توجه به تابع زیر، حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

$$\begin{cases} f : A \rightarrow B & , \quad A = \{-2, a, 3\} \\ f(x) = \frac{x+1}{x-2} & , \quad R_f = \{b, 2, c\} \end{cases}$$

$-\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{27}{4}$  (۳)

$-\frac{5}{4}$  (۲)

$\frac{37}{4}$  (۱)

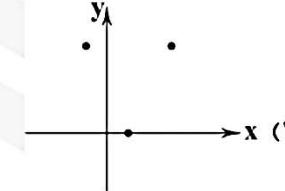
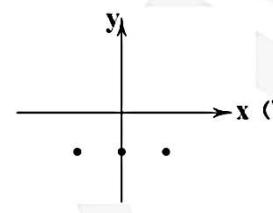
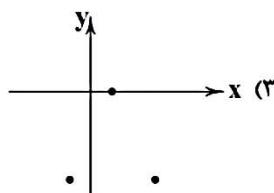
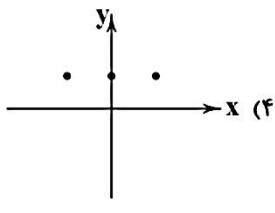


{۰, ۴} (۴)

{۰, ۲, ۴} (۳)

{۲, ۴, ۶} (۲)

{۲, ۴} (۱)

 تست ۱۴: اگر  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  و برد تابع  $\{1, 0, -1\}$  باشد، دامنه‌ی آن کدام است؟ تست‌ها: در تابع  $f : A \rightarrow B$  باشد، نمودار آن به کدام صورت است؟ تست ۱۵: تابع  $f$  به هر عدد حقیقی نصف معکوس مجموع آن عدد با ۴ را نسبت می‌دهد. حاصل  $(\frac{1}{f})$  کدام است؟

۸ (۴)

$\frac{1}{8}$  (۳)

۹ (۲)

$\frac{1}{9}$  (۱)

 مثلث ۴: اگر  $g(x) = \frac{x^4 - 7}{3x}$ ،  $f(x) = 3x^4 - 1$  مطلوب است:

$f(\cdot) =$

$, f(-1) =$

$g(-2) =$

$, g(\sqrt{2}) =$

((اهم‌العلی)) به طاعت خدای سبحان دست نیابد هر کسی که تلاش کند و نهایت کوشش خود را به کار گیرد. (( ))

**نوبت: ۱۷**  
اگر  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  حاصل  $f(1 - \sqrt{2})$  کدام است؟

(۴)  $2 + \sqrt{2}$ (۳)  $1 - \sqrt{2}$ 

(۲) ۲

(۱) ۱



**نوبت: ۱۸**  
اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 10}$ ، آن‌گاه حاصل  $f(2 - \sqrt{3})$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱



**نوبت: ۱۹**  
اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$  و  $g(x) = \frac{x}{1 - |x|}$  باشد. حاصل  $3f(3) - 2g(-2)$  کدام است؟

(۴)  $\frac{2}{3}$ 

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱)  $-\frac{2}{3}$ 

**نوبت: ۲۰**  
اگر  $f(x) = x^3 - 2x$  باشد، آن‌گاه حاصل  $f(x+1) - f(x)$  کدام است؟

(۴)  $2x - 1$ (۳)  $2x - 3$ (۲)  $2x + 3$ (۱)  $2x + 1$ 

**نوبت: ۲۱**  
در تابع  $y = \frac{3x}{x+1}$ ،  $x$  متغیر ... و مجموعه مقادرهایی که می‌تواند اختیار کند ... است و  $y$  متغیر ... و مجموعه مقادیری که

می‌تواند داشته باشد ... است.

(۲) وابسته - دامنه - مستقل - برد

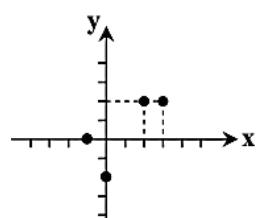
(۱) مستقل - برد - وابسته - دامنه

(۴) وابسته - برد - مستقل - دامنه

(۳) مستقل - دامنه - وابسته - برد

**نکته:** تصویر تابع بر محور  $x$  ها دامنه تابع و تصویر تابع بر محور  $y$  ها برد تابع را تشکیل می‌دهد.





- اگر نمودار تابع  $f$  به شکل مقابل باشد، دامنه و برد  $f$  کدام است؟

$$R_f = \{-2, 0, 2\}, D_f = \{-1, 0, 2, 3\} \quad (1)$$

$$R_f = \{-1, 0, 2, 3\}, D_f = \{-2, 0, 2\} \quad (2)$$

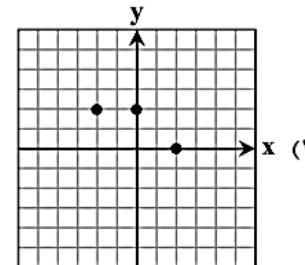
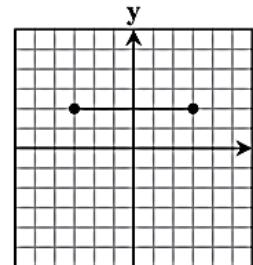
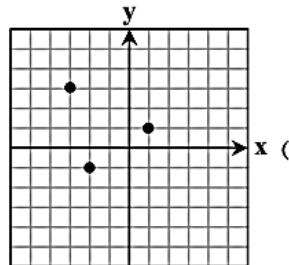
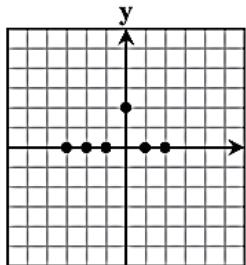
$$R_f = \{0, -2, 2\}, D_f = \{-1, -2, 2, 3\} \quad (3)$$

$$R_f = \{-1, -2, 2\}, D_f = \{-1, 0, 2, 3\} \quad (4)$$

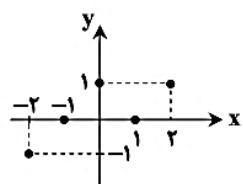
سته: ۲۲



- برد کدام تابع دارای تعداد اعضای بیشتری است؟



سته: ۲۳



- کدام گزینه در مورد دامنه و برد تابع رو به رو درست است؟

$$R = \{1, -1\}, D = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad (1)$$

$$R = \{-1, 0, 1\}, D = \{1, -1\} \quad (2)$$

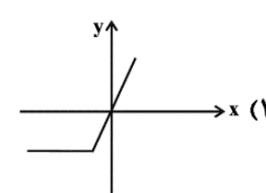
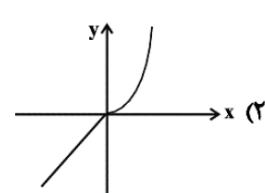
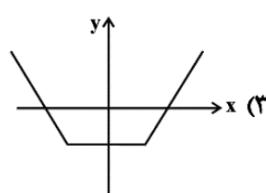
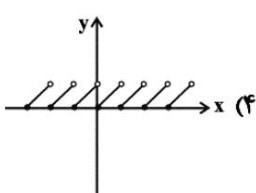
$$R = \{1, 0, -1\}, D = \{-2, -1, 1, 2\} \quad (3)$$

$$R = \{-1, 0, 1\}, D = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad (4)$$

سته: ۲۴



- برد کدام تابع زیر مجموعه اعداد حقیقی است؟

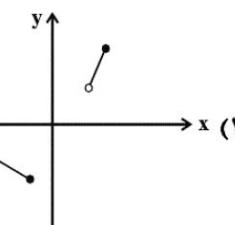
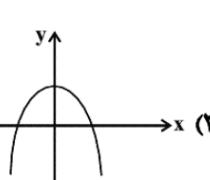
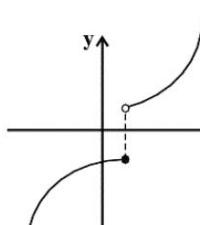


سته: ۲۵



- دامنه کدام تابع مجموعه اعداد حقیقی نیست؟

سته: ۲۶



- ضابطه تابع  $f$  با دامنه  $\mathbb{R}$  به صورت  $f(x) = x^3 - 6x + 8$  است. حاصل ضرب صفرهای تابع  $y = f(x+3)$  کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ صفر} \quad (1)$$

سته: ۲۷





تعریف: هر تابع به صورت  $y = f(x)$  که در آن  $y = mx + b$  یک تابع خطی نامیده می‌شود. نمودار این توابع یک خط است.

نکته: در توابع خطی،  $m$  شیب خط و  $b$  عرض از مبدأ آن را نشان می‌دهد.

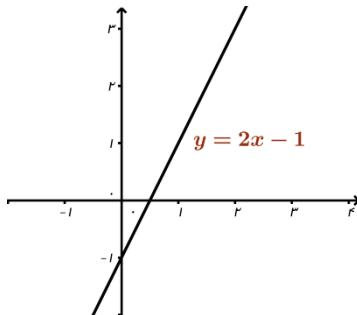
نکته: نمودار مربوط به معادلات به صورت  $y = a$ ، خطهای افقی با شیب صفر هستند.

مثال: شیب و عرض از مبدأ خطهای زیر را بیابید و سپس آنها را رسم کنید.

$$1) 4x - 2y - 2 = 0$$

$$4x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow 2y = 4x - 2$$

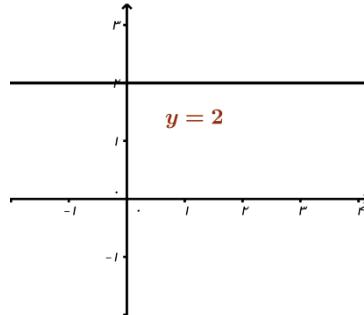
$$\Rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ b = -1 \end{cases}$$



$$2) y - 2 = 0$$

$$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$$

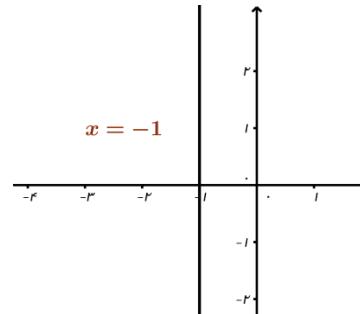
$$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ b = 2 \end{cases}$$



نکته: نمودار مربوط به معادلات به صورت  $x = a$ ، خطهای عمودی با شیب تعریف نشده می‌باشد. واضح است که این نوع معادلات تابع نیستند.

$$EX) 2x - 2 = 0$$

$$2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} m \times \\ b \times \end{cases}$$

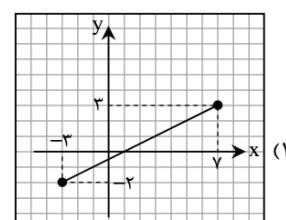
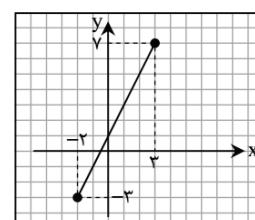
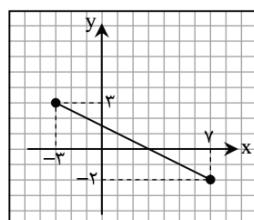
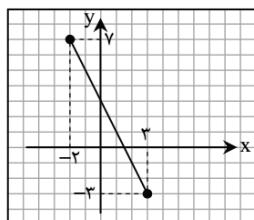


**عمل:** ابتدا شیب و عرض از مبدأ خطهای  $5y - 10 = 0$ ،  $6x + 2y = 12$ ،  $y = 4x + 1$  را مشخص کنید و سپس نمودار آنها را رسم نمایید.



((اهم‌العلی)) همت خود را صرف چیزهایی کن که به آن نیاز داری و آنچه به کارت نهی آید پی گیری مکن. (۳۰))

نمودار تابع خطی  $y = 2x + 1$  با دامنه  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$  کدام است؟



اگر دامنه تابع خطی  $\{y \in \mathbb{R} \mid -10 \leq y \leq 5\} = R$  باشد، در این صورت ضابطه آن کدام

می‌تواند باشد؟

$$h(x) = -3x + 4 \quad (4) \quad k(x) = -\frac{1}{3}x - 1 \quad (3) \quad f(x) = 3x + 4 \quad (2) \quad g(x) = -3x - 1 \quad (1)$$

کدام یک از خطهای زیر، نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} 1-x & , \quad x \geq 0 \\ x-1 & , \quad x < 0 \end{cases}$  قطع نمی‌کند؟

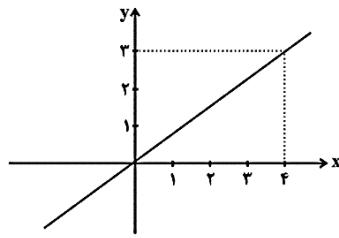
$$y = -1 \quad (4)$$

$$y = x \quad (3)$$

$$y = 1 \quad (2)$$

$$y = x + 2 \quad (1)$$

در تابع خطی شکل زیر، حاصل  $(-f)(2) - 2f(-2)$  را به دست آورید؟



- (۱)  $-\frac{9}{2}$   
 (۲)  $-\frac{3}{2}$   
 (۳)  $\frac{9}{2}$   
 (۴)  $\frac{3}{2}$

رابطه بین درجه دما بر حسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت  $F = \frac{9}{5}C + 32$  است. هنگامی که دمای یک جسم بر حسب درجه سانتی‌گراد دو برابر می‌شود، دمای آن بر حسب فارنهایت ۲۷ درجه افزایش پیدا می‌کند. دمای اولیه جسم بر حسب سانتی‌گراد کدام است؟

- (۱) ۵  
 (۲) ۱۰  
 (۳) ۱۵  
 (۴) ۲۰

مساحت ناحیه محدود شده به نمودار  $2y + 3x = 6$  و محورهای مختصات کدام است؟

- (۱) ۳  
 (۲) ۴  
 (۳) ۶  
 (۴) ۸



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نکته: اگر  $(x_2, y_2)$  و  $(x_1, y_1)$  دو نقطه از یک تابع خطی باشند، شیب خط از رابطه

بدست می‌آید.

نکته: معادله تابع خطی که از دو نقطه  $B = (x_2, y_2)$  و  $A = (x_1, y_1)$  می‌گذرد به صورت

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad y - y_1 = m(x - x_1)$$

است.

مثال: معادله تابع خطی  $f$  را طوری بباید که شیب تابع ۳ باشد و داشته باشیم و

$$\begin{aligned} f(2) &= -1 \Rightarrow A = (2, -1) \\ m &= 3 \rightarrow y - (-1) = 3(x - 2) \Rightarrow y + 1 = 3x - 6 \\ \Rightarrow y &= 3x - 7 \Rightarrow f(x) = 3x - 7 \end{aligned}$$

مثال: معادله تابع خطی  $f$  را طوری بباید که از نقاط  $B = (-1, 3)$  و  $A = (0, 2)$  بگذرد.

$$A = (0, 2), B = (-1, 3)$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow m = \frac{2 - 3}{0 - (-1)} = \frac{-1}{1} = -1 \quad , \quad y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 2 = -1(x - 0) \\ \Rightarrow y &= -x + 2 \Rightarrow f(x) = -x + 2 \end{aligned}$$

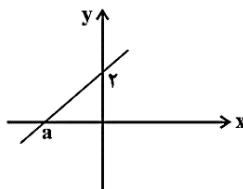
- مسئلہ ۷:** اگر در تابع خطی  $f(x) = mx + n$  داشته باشیم  $f(-5) = 3$  و  $m - n = 5$  کدام است؟
- ۳ (۴)      ۳ (۳)      ۵ (۲)      -۵ (۱)



- مسئلہ ۸:** در تابع خطی  $f$  داریم  $f(2) = 2$  و  $f(-2) = 0$ . مقدار  $f(4)$  کدام است؟
- ۴ (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)



- مسئلہ:** اگر شیب خط نمودار شکل زیر برابر با  $\frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟



- ۲/۵ (۱)      -۳ (۲)      -۴ (۳)      -۴/۵ (۴)



((اهم‌العلی)) : یکی از عوامل محرومیت، سستی (در کار) است. ( ))

**تست ۱۰:** اگر نمودار یک تابع خطی محور  $x$  ها را در نقطه  $(3, 0)$  قطع کند و در نقطه‌ای به طول ۲ خط  $2y + x = 0$  را قطع کند، ضابطه آن

کدام است؟

$y = -2x - 1 \quad (4)$

$y = 2x + 1 \quad (3)$

$y = x + 3 \quad (2)$

$y = x - 3 \quad (1)$

**تست ۱۱:** فرض کنید جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ برابر  $850000$  نفر و در سال ۱۳۹۵ برابر  $1030000$  نفر بوده است. در این صورت اگر

الگوی خطی را برای رشد جمعیت این شهر در نظر بگیریم، در این صورت در سال ۱۴۲۰ جمعیت این شهر کدام است؟

$1300000 \quad (4)$

$1540000 \quad (3)$

$1480000 \quad (2)$

$1310000 \quad (1)$

**تست ۱۲:** در تابع خطی  $f$  داریم  $f(1) = 5$  و  $f(-3) = 8$ ، در این صورت حاصل عبارت  $A = \frac{2f(5) + 2f(-3)}{5}$  کدام است؟

$4 \quad (4)$

$\frac{-44}{5} \quad (3)$

$-4 \quad (2)$

$\frac{44}{5} \quad (1)$

**تست ۱۳:** خط  $L$  در نقطه‌ای به طول ۲ محور  $x$  ها و در نقطه‌ای به طول ۱ خط به معادله  $2y + x = 5$  را قطع می‌کند. عرض از مبدأ خط  $L$  کدام

است؟

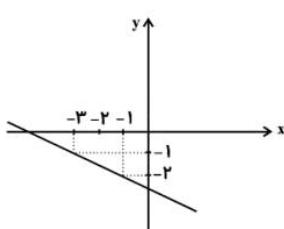
$-2 \quad (4)$

$2 \quad (3)$

$1 \quad (2)$

$1 \quad (1)$

**تست ۱۴:** با توجه به نمودار تابع خطی، مساحت محصور بین نمودار و محورهای مختصات کدام است؟



$\frac{5}{4} \quad (3) \quad \frac{5}{2} \quad (1)$

$\frac{25}{4} \quad (4) \quad \frac{25}{2} \quad (2)$

- تست ۱۶:** در تابع خطی  $f(x) = -6x + 2$  و این تابع از نقطه‌ای به طول ۱- واقع بر محور  $x$  ها عبور کند، آنگاه محور  $y$  را با کدام عرض قطع می‌کند؟
- ۲(۴) ۱(۳) ۱(۲) -۲(۱)



- تست ۱۷:** خط گذرنده از دو نقطه‌ی  $(-3, 6)$  و  $(-1, -2)$ ، محور  $x$  را با کدام طول قطع می‌کند؟
- ۱(۴) -۱/۵(۳) -۲(۲) -۲/۵(۱)



- تست ۱۸:** در یک تابع خطی می‌دانیم  $f(4) = 10$  و  $f(0) = -2$  است. کدام نقطه روی نمودار تابع قرار دارد؟
- $(-\frac{1}{3}, 1)$  (۴)  $(-1, 1)$  (۳)  $(\frac{1}{3}, -1)$  (۲)  $(1, -1)$  (۱)



**نکته:** سه نقطه‌ی  $A$  و  $B$  و  $C$  در یک راستا قرار دارند هرگاه داشته باشیم:



به ازای کدام مقادیر  $a$ ، نقاط  $(a, 3)$  و  $(a+1, 6)$  و مبدأ مختصات در یک راستا قرار می‌گیرند؟

- ۲,  $-\frac{9}{4}$  (۴) ۲,  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $-2, \frac{3}{4}$  (۲)  $-2, \frac{9}{4}$  (۱)



**نکته:** تابع  $f$  از نقطه‌ی  $A = (a, b)$  می‌گذرد اگر  $f(a) = b$  باشد.



- تست ۱۹:** مقدار تابع خطی مفروضی به ازای  $x = 1$  و  $x = -1$  به ترتیب برابر با ۳ و ۱- خواهد بود. تابع مورد نظر از کدام نقطه زیر عبور می‌کند؟

- (۳, ۵) (۴) (۲, ۵) (۳) (-۲, -۵) (۲) (۰, ۰) (۱)



((اهم‌العلی)) از تبلیغ و بی‌حوصلگی پرهیز، زیرا که این دو کلید هر بدی هدی باشند.

**مثال ۲:** در تابع خطی  $f$  داریم  $f(-1) = -4$  و  $f(2) = 8$ . حاصل  $(\cdot)$  را بباید. آیا تابع  $f$  از نقطه‌ی  $A(3, 1)$  می‌گذرد؟



$$y = mx + b \xrightarrow{b=0} y = mx \quad \text{نکته: عرض از مبدأ خطوط مبدأگذار، برابر صفر است.}$$



**مثال ۳:** نمودار یک تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و  $f(2) = 7$  است. در این صورت اختلاف  $f(0) - f(4)$  و  $f(0) - f(-4)$  را به دست آورید.



نمودار تابع خطی  $f$  از مبدأ می‌گذرد و  $f(-4) = -5$  است. در این صورت حاصل  $f(0) - f(4)$  کدام است؟

(۱)  $-2$ (۲)  $2$ (۳)  $-8$ (۴)  $8$ 

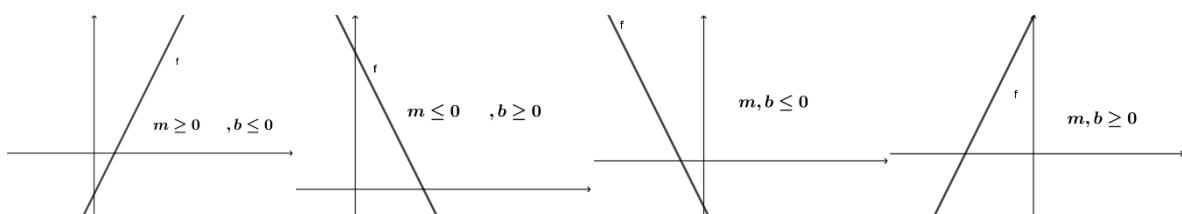
**نکته:** توابع خطی از ناحیه اول عبور نمی‌کنند، هرگاه شیب آنها کمتر یا مساوی صفر باشد و عرض از مبدأ آنها منفی باشد.



**مثال:** محدوده‌ی  $t$  را چنان معین کنید، که تابع خطی  $f(x) = (1-t)x - 3$  از ناحیه اول عبور نکند.

$$f(x) = (1-t)x - 3 \xrightarrow{m=1-t} 1-t \leq 0 \Rightarrow -t \leq -1 \Rightarrow t \geq 1$$

**نکته:** مشابه نکته بالا برای سایر نواحی عمل می‌کنیم:



تست ۲۱: به ازای کدام مقادیر  $m$ , خط به معادله  $y = mx + m - 3$ , از ناحیه دوم محورهای مختصات, نمی‌گذرد؟

(۴) هیچ مقدار

(۳)  $m \leq 0$ (۲)  $m \geq 2$ (۱)  $0 \leq m \leq 2$ 

(۹۴) انسانی



به ازای کدام مقادیر  $m$ , خط به معادله  $y = (m-1)x + 2 - m$ , از ناحیه اول محورهای مختصات,

(۴) هیچ مقدار

(۳) هر مقدار

(۲)  $1 < m < 2$ (۱)  $m > 1$ 

(۹۴) انسانی خارج



تست ۲۲: نمودار تابع  $f$  به معادله  $3x + 5y = 3$ , از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول



به ازای کدام مقادیر  $m$ , خط به معادله  $y = mx + m + 1$ , تنها از ناحیه سوم مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) هیچ مقدار

(۳) همه مقادیر

(۲)  $0 < m < 1$ (۱)  $-1 < m < 0$ 

تعیین سود و یا ضرر: اگر  $C(x)$  تابع مربوط به هزینه تولید  $x$  کالا,  $P$  قیمت فروش هر واحد کالا,

$R(x)$  تابع مربوط به درآمد  $x$  کالا و  $(x)$  تابع سود باشد, خواهیم داشت:

$$R(x) = P \cdot x, \quad S(x) = R(x) - C(x)$$



نکته: نقطه سر به سر میزانی از تولید یک بنگاه اقتصادی را نشان می‌دهد که در آن میزان هزینه‌ها با میزان

درآمدها برابر می‌شود و بنگاه در این سطح از تولید نه سود می‌کند و نه ضرر.

$$S(x) = 0 \Rightarrow R(x) - C(x) = 0 \Rightarrow R(x) = C(x)$$

تست ۲۵: یک شرکت برای تولید  $x$  کالا,  $C(x) = 2000 + 40x$  تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۱۲۰ تومان می‌فروشد, به ازای تولید چه تعداد

کالا به نقطه سر به سر خود می‌رسد؟



(۴) ۴۰

(۳) ۲۵

(۲) ۱۵

(۱) ۱۰

(( امام محمد باقر(ع): هیچ شرافتی چون بلند همتی نیست . ))

**تست ۲۶:** یک شرکت برای تولید  $x$  واحد کالا  $C(x) = 2000 + 30x$  تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۶۰ تومان می‌فروشد. چه تعداد کالا

بفروش تا ۱۰۰۰ تومان سود داشته باشد؟

۱۲۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۸۰ (۲)

۵۰ (۱)

**تست ۲۷:** یک شرکت برای تولید  $x$  کالا،  $C(x) = 3000 + 50x$  تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۷۰ تومان می‌فروشد.

الف) تابع سود را تعیین و نمودار آن را رسم کنید.

ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

**تست ۲۸:** هزینه‌ی ثابت تولید  $x$  کالا ۴۰۰ دلار و درآمد حاصل از فروش هر واحد کالا ۱۲ دلار است. این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا

تولید کند تا سوددهی آغاز گردد؟

۳۴ (۴)

۵۰ (۳)

۳۳ (۲)

۵۱ (۱)

**تست ۲۹:** تابع هزینه‌ی شرکتی برای تولید  $x$  واحد کالا به صورت  $C(x) = 400 + 30x$  است. اگر این شرکت هر واحد کالا را به قیمت ۵۰ تومان بفروشد،

چه تعداد کالا بفروشد تا ۹۰۰ تومان سود داشته باشد؟

۷۵ (۴)

۷۰ (۳)

۶۰ (۱)

**تست ۳۰:** خط گذرنده از دو نقطه  $(2, 5)$  و  $(-1, 3)$ ، خط به معادله  $y + x + 3 = 0$  را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

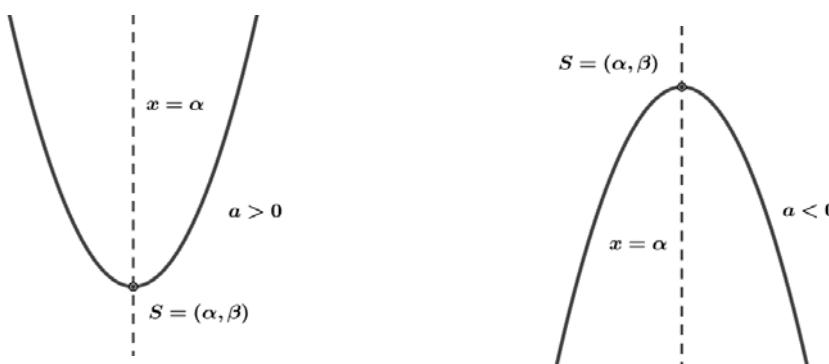
توابع درجه دوم:

صورت کلی این توابع به صورت گسترده  $f(x) = ax^2 + bx + c$  و یا استاندارد  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$  است، این توابع به سه‌می مشهور هستند.

رسم توابع درجه دوم:

(الف) برای رسم توابع درجه دومی که ضابطه آنها به صورت استاندارد کافی است راس این تابع یعنی  $S = (\alpha, \beta)$  و همچنین چند نقطه کمکی مجاور با راس را رسم و به یکدیگر متصل کنید.

نکته: خط  $x = \alpha$  محور تقارن سه‌می



**مسئله ۱:** رأس سه‌می به معادله  $y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 5$  کدام است؟

$$\left(-\frac{1}{2}, 5\right) \quad (4)$$

$$(-2, -5) \quad (3)$$

$$(-2, 5) \quad (2)$$

$$(2, -5) \quad (1)$$



**مسئله ۲:** نقطه  $A\left(\frac{3}{2}\right)$  رأس کدام یک از سه‌می‌های زیر می‌باشد؟

$$y = -2(x - 3)^2 + 1 \quad (5)$$

$$y = (x - 1)^2 + 3 \quad (1)$$



$$y = -2(2x - 1)^2 + 3 \quad (5)$$

$$y = (2x - 3)^2 - 2 \quad (3)$$



**مسئله ۳:** نمودار توابع  $f(x) = x^2 + 1$ ,  $f(x) = -(x - 2)^2$  را رسم کنید.



چنانچه نقطه (۲,۱) رأس سهمی زیر باشد، مقادیر  $b$  و  $c$  کدامند؟

سته: ۳

$y = 2(x - b)^2 + c$

$c = 0, b = 2 \quad (4)$

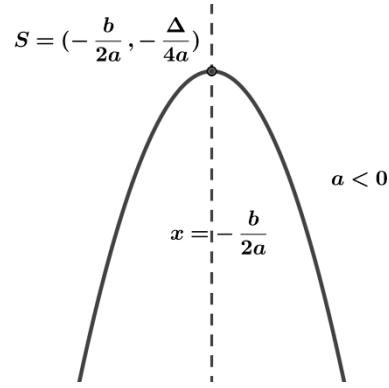
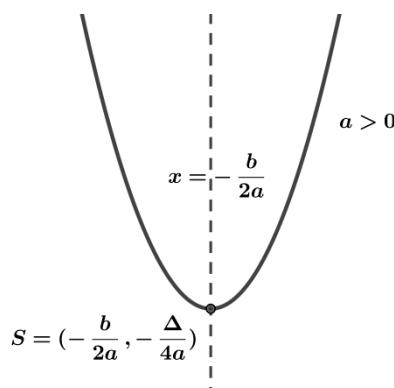
$c = 1, b = 0 \quad (3)$

$c = 1, b = 2 \quad (2)$

$c = 0, b = 0 \quad (1)$

ب) رأس سهمی‌هایی که به شکل گسترده  $y = ax^2 + bx + c$  باشند، نقطهکه در محل تلاقی خط  $x = -\frac{b}{2a}$  (محور تقارن) و خط افقی  $y = -\frac{\Delta}{4a}$  قرار دارد. برای رسم این توابع از

راس به همراه چند نقطه کمکی استفاده می‌کنیم.

نکته: محل تقاطع سهمی با محور  $y$  ها، نقطه  $(0, c)$  است.شل: ۲ نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 4x - 3$ ,  $f(x) = -2x^2 + 4x + 1$  را رسم کنید.

سته: ۴

در سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  محور تقارن آن کدام خط است؟

$bx + \frac{a}{2} = 0 \quad (4)$

$by + \frac{a}{2} = 0 \quad (3)$

$ax + \frac{b}{2} = 0 \quad (2)$

$ay + \frac{b}{2} = 0 \quad (1)$

سته: اگر خط  $-1 = x$  محور تقارن سهمی  $y = -2x^2 + bx + c$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

۴ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

-۴ (۱)



سهمی به معادله‌ی  $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 4$  محور تقارن خود را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$\frac{1}{8}(4)$$

$$\frac{1}{4}(3)$$

$$\frac{1}{8}(2)$$

$$\frac{1}{4}(1)$$

سته:

اگر طول رأس سهمی  $y = x^2 - cx + 7$  دو برابر طول رأس سهمی  $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$  باشد، مقدار  $c$  کدام است؟

$$6(4)$$

$$-6(3)$$

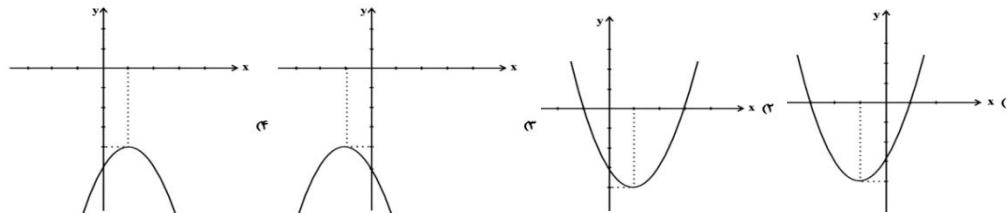
$$-24(2)$$

$$\frac{3}{2}(1)$$

سته:

نمودار سهمی  $y = x^2 + 2x - 3$  کدام می‌باشد؟

سته:



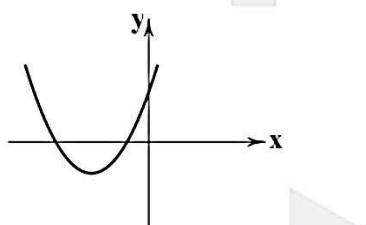
معادله‌ی سهمی زیر کدام است؟

$$y = 2x^2 - 4x + 3(1)$$

$$y = x^2 - 4x + 3(2)$$

$$y = -x^2 - 4x + 3(3)$$

$$y = x^2 + 4x + 3(4)$$



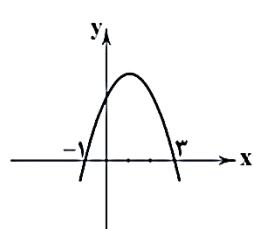
معادله‌ی سهمی زیر کدام است؟

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3(1)$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}(2)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x + 3(3)$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}(4)$$



سته:

نمودار تابع  $y = x^3 + 2x + 3 - 2x^3$  را در دو نقطه قطع می‌کند. مجموع طول‌های نقاط تلاقی کدام است؟

$$-6(4)$$

$$6(3)$$

$$-4(2)$$

$$4(1)$$

سته:

((ا) امام علی(ع)): هیچ ژوئی چون عقل و هیچ فقری چون جهل و هیچ هیراثی چون ادب و هیچ پشتیبانی چون مشورت نخواهد بود. (ب))

در تابع خطی  $f(x) = -4x + 2$  و  $f(x) = 5x - 3$ . نمودار تابع خطی  $f$  نمودار تابع درجه دوم  $y = -x^2 - 3x - 5$  را در کدام نقطه‌ی زیر قطع

می‌کند؟



(۴, ۱) (۴)

(-۴, ۱) (۳)

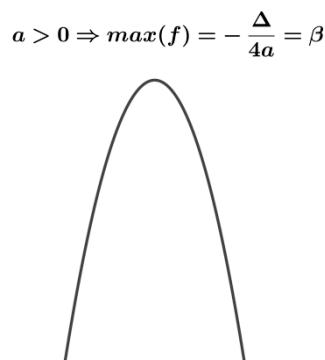
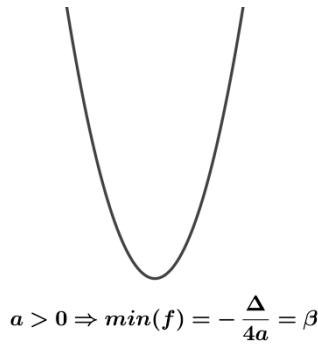
(-۲, ۷) (۲)

(۲, -۷) (۱)



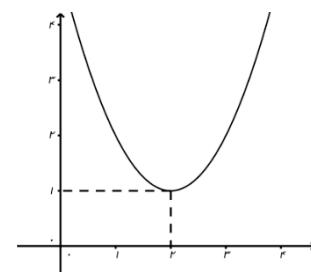
نکته: اگر  $a > 0$  دهانه سهمی به سمت بالا باز می‌شود پس داریم:

نکته: اگر  $a < 0$  دهانه سهمی به سمت پایین باز می‌شود پس داریم:



مثال: سهمی‌های  $1$  و  $5$  را رسم کنید.

$$\text{EX)} \quad \begin{cases} y = (x-2)^2 + 1 \Rightarrow S = (2, 1) \\ y = x^2 - 4x + 5 \Rightarrow S = \left(-\frac{b}{2a} = 2, -\frac{\Delta}{4a} = 1\right) \end{cases}$$



تست ۱۳: رأس کدام سهمی، نقطهٔ ماکسیمم است؟

$$y = -2x^2 + 3x - 4 \quad (۴)$$

$$y = 3x^2 - 2x \quad (۳)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 1 \quad (۲)$$

$$y = x^2 - 5x + 2 \quad (۱)$$



۱۰ (۴)

-۱۰ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)



تست ۱۴: بیشترین مقدار تابع درجه دوم  $y = 6x - x^2 - 10$  کدام است؟

- تست ۱:** خط به معادله  $y = -2x^2 - bx + c$  محور تقارن سه‌می به معادله  $y = -2x^2$  است. اگر این سه‌می محور  $y$  را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع کند، ماکزیمم مقدار سه‌می کدام است؟
- ۷ (۴)      ۶ (۳)      ۵ (۲)      ۴ (۱)

- تولید:** توابع  $y = -x^2 - x + 1$  و  $y = x^2 - 4x + 1$ ,  $y = (x - 2)^2 - 6$ ,  $y = -x^2 + 2$  مقدار هر کدام را نیز بباید.

- تست ۲:** حداقل مقدار تابع  $y = x^2 - 2x + 5$  و حداکثر مقدار تابع  $y = -2x^2 + 3x + 1$  چقدر اختلاف دارند؟

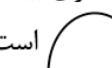
- $\frac{51}{8}$  (۴)       $\frac{17}{8}$  (۳)       $\frac{15}{8}$  (۲)       $-\frac{19}{8}$  (۱)

- تست ۳:** محور تقارن تابع درجه دو به معادله  $y = x^2 - mx + 1$ , خط  $y = 3x - 4$  را در نقطه‌ای با عرض ۲ قطع می‌کند.  $m$  کدام است؟

- ۴ (۴)      ۲ (۳)      -۲ (۲)      ۶ (۱)

- تست ۴:** کدامیک از گزینه‌های زیر در مورد سه‌می به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  درست است؟

(۱) اگر  $a > 0$ , آنگاه سه‌می در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار است.

(۲) اگر  $a < 0$ , آنگاه شکل سه‌می به صورت  است.

(۳) خطی که از رأس سه‌می به موازات محور طول‌ها رسم شود محور تقارن سه‌می است.

(۴) طول رأس سه‌می به صورت  $x = -\frac{b}{a}$  است.

((اهم‌علی)) عاقل‌ترین مردم کسی است که به عیب‌های خویش بینا و از عیوب دیگران، نابینا باشد.



تعیین سود و یا ضرر: اگر  $C(x)$  تابع مربوط به هزینه تولید  $x$  کالا،  $P(x)$  قیمت فروش هر واحد کالا،

$R(x)$  تابع مربوط به درآمد  $x$  کالا و  $(x)R - C(x)$  تابع سود باشد، خواهیم داشت:

$$R(x) = p \cdot x, \quad P(x) = R(x) - C(x)$$

نکته: نقطه سر به سر میزانی از تولید یک بنگاه اقتصادی را نشان می‌دهد که در آن میزان هزینه‌ها با میزان درآمدها برابر می‌شود و بنگاه در این سطح از تولید نه سود می‌کند و نه ضرر.

$$P(x) = 0 \Rightarrow R(x) - C(x) = 0 \Rightarrow R(x) = C(x)$$

**مسئله ۱۹:** در یک کارخانه تولید لباس کودک، اگر هزینه به‌ازای  $x$  تعداد لباس برابر  $20 - 7x^2$  و درآمد به‌ازای  $x$  تعداد لباس برابر  $9x^2 - 8x$  باشد، این کارگاه چه تعداد لباس باید تولید کند تا به نقطه سربه‌سر خود برسد؟

۵ (۴)

۱۰ (۳)

۲ (۲)

۲۰ (۱)



**مسئله ۲۰:** در یک کارگاه تولید چتر، سود حاصل از فروش  $x$  چتر از رابطه  $100 - 15x + 8/100 \cdot 40.5x^2 + 8/100 \cdot 40.5x^3$  به دست می‌آید.

**الف)** اگر این کارگاه چتری نفروشد، چقدر از دست می‌دهد؟

**ب)** به ازای چه تعداد فروش چتر، کارگاه به نقطه سر به سر خود می‌رسد؟



نکته: در مسائل بهینه سازی که ماکسیمم یا مینیمم مقدار تابع خواسته می‌شود، از راس سهمی استفاده می‌کنیم.

فرض کنید  $p$  قیمت فروش هر واحد کالا باشد و تعداد فروش این کالا از رابطه  $p = 60000 - 30x$  به دست آید. اگر هزینه‌ی اولیه برای تولید این کالا  $250$  واحد پولی و هزینه‌ی تولید هر واحد آن  $60$  واحد پولی باشد، تابع سود حاصل از فروش این کالا کدام است؟

$$-\frac{1}{20}x^2 + 140x - 250 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{20}x^2 + 260x - 250 \quad (4)$$

$$-\frac{1}{30}x^2 + 140x - 250 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{30}x^2 + 260x - 250 \quad (3)$$



**مسئله:** اگر تابع درآمد به صورت  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 30x + 40$  باشد، ماکسیمم مقدار سود را مشخص کنید.

**مسئله ۲۱:** تابع سود حاصل از فروش  $x$  واحد از کالایی به صورت  $P(x) = -\frac{x^2}{10} + 4x - 30$  است. نقطه‌ی سربه‌سر برای تولید این کالا کدام است؟

(۴) ۵۰

(۳) ۴۰

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰



**مسئله ۲۲:** یک کارگاه تولیدی برای تولید عروسک، ۵۰۰ واحد پولی هزینه ثابت و برای تولید هر عروسک ۶۰ واحد پولی هزینه متغیر دارد. اگر قیمت فروش عروسک از رابطه‌ی  $x = 400 - 20x$  به دست آید، تابع سود این کارگاه کدام است؟ ( $x$ : تعداد عروسک است).

 $-20x^2 + 460x - 500$  (۲) $-20x^2 + 100x - 500$  (۱) $-20x^2 + 340x - 500$  (۴) $-20x^2 + 500x - 100$  (۳)

**مسئله ۲۳:** تابع سود شرکتی به صورت  $P(x) = -\frac{x^2}{3} + 60x - 200$  است. ماکزیمم مقدار سود کدام است؟

(۴) ۲۵۰۰

(۳) ۲۴۰۰

(۲) ۲۳۰۰

(۱) ۲۲۰۰



**مسئله ۲۴:** در تابع خطی  $f$  داریم  $f(2) = 5$  و  $f(5) = 2$ . نمودار تابع خطی  $f$ ، نمودار تابع درجه دوم  $y = x^2 - 3x - 5$  را در کدام نقطه‌ی زیر قطع می‌کند؟

(۴, 1) (۴)

(-4, 1) (۳)

(-2, 7) (۲)

(2, -7) (۱)



در یک تولیدی، نوعی لامپ، برای مصارف پزشکی تولید می‌شود. این تولیدی هر یک از لامپ‌هارا می‌تواند به قیمت  $200$  تومان بفروشد. اگر در هر روز  $x$  واحد لامپ تولید کند و بفروشد و تابع هزینه آن برابر  $C(x) = x^3 + 40x + 100$  باشد:

الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

ب) چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود را داشته باشد؟

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چقدر است؟

**مسئله:**



تابع سود شرکتی به صورت  $P(x) = -\frac{x^2}{3} + 60x - 200$  است. ماکزیمم مقدار سود کدام است؟

۲۵۰۰ (۴)

۲۴۰۰ (۳)

۲۳۰۰ (۲)

۲۲۰۰ (۱)

**کلید:**

**مسئله:** هزینه ثابت ساخت یک نوع کالا  $30000$  تومان و هزینه تولید هر کالا  $200$  تومان است. اگر تابع سود روزانه به صورت

$P(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 250x - 15000$  باشد، بیشترین درآمد روزانه بهمازای فروش چه تعداد از این کالا حاصل می‌شود؟

۸۱۵ (۴)

۷۰۰ (۳)

۶۷۵ (۲)

۳۷۵ (۱)

**کلید:**

**مسئله:** بخش بازاریابی یک شرکت تولیدی تابع درآمد نوعی کالا را به صورت  $R(x) = -\frac{x^3}{4} + 60x$  ارائه کرده است ( $x$  تعداد کالای تولیدی است).

اگر تابع هزینه‌ی تولید همان کالا به صورت  $C(x) = 20x + 500$  باشد، ماکزیمم سود شرکت چقدر است؟

۱۱۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۹۰۰ (۲)

۸۰۰ (۱)

**کلید:**

**مسئله:** در کارگاهی هزینه تولید روزانه  $x$  واحد کالا برابر  $x^3 + 40x + 100$  است که هر واحد کالای آن  $200$  تومان به فروش

می‌رسد. هم‌اکنون کارگاه روزانه  $100$  واحد کالا تولید می‌کند. برای این‌که کارگاه به بیشترین سود روزانه برسد، می‌بایست.....

(۱)  $60$  واحد به تولید روزانه خود اضافه کند.

(۲)  $60$  واحد از تولید روزانه خود کم کند.

(۳)  $20$  واحد به تولید روزانه خود اضافه کند.

(۴)  $20$  واحد از تولید روزانه خود کم کند.

**کلید:**

((اهم‌العلی) عقل، اندوختن تجربه‌ها و عمل به آن) است و بهترین تجربه، آن است که پندرت داده. ))



نکته: محل برخورد سه‌می‌های  $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$  با محور  $x$ ‌ها، از حل معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  دست می‌آید.

**مثال ۷:** محل برخورد سه‌می‌های  $y = x^3 + 6x^2 - 4x - 6$  و  $y = 3x^2 - 4x - 9$  را با محور  $x$ ‌ها بباید.



نمودار تابع با ضابطه  $y = x^3 - 3x^2 - 10$  را، حداقل چند واحد به طرف  $x$ ‌های مثبت انتقال دهیم، تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور  $x$ ‌ها غیرمنفی باشد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱,۵ (۲)

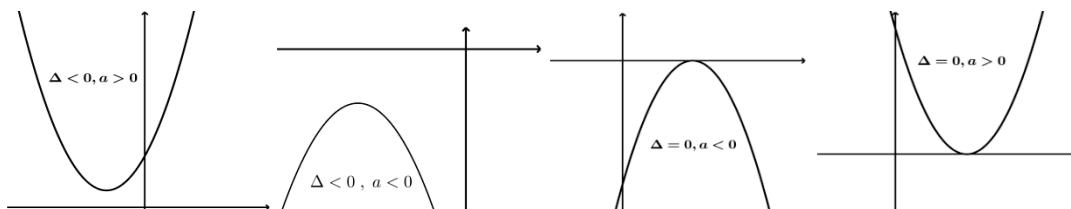
۱ (۱)

تست ۲۹

(تجربی خارج (۹۳))



نکته: اگر در توابع درجه دوم  $a > 0, \Delta < 0$ ، تابع همواره بالای محور  $x$ ‌ها است، و اگر  $a < 0, \Delta < 0$  تابع همواره پایین محور  $x$ ‌ها است. همچنین اگر  $\Delta = 0$ ، تابع بر محور  $x$ ‌ها مماس است.



**مثال ۸:** محدوده  $a$  کدام باشد تا نمودار تابع  $y = x^2 + 2x + a$  بالای محور  $x$ ‌ها قرار گیرد؟



((اگر همان کاری را انجام دهید که همیشه نتیجه‌ای را همیگیرید که همیشه همیگرفتید. ))



نکته: اگر  $a = y + x$ , ضرب این دو عبارت یعنی  $xy$  زمانی ماکسیمم می‌شود که باشد.

**مثال ۹:** اگر  $100 = 2x + a$  باشد  $x$  و  $a$  را طوری باید که  $y = xa$  ماکسیمم شود.



**مثال ۱۰:** محیط مستطیلی ۲۶ متر است. اگر اندازه یکی از اضلاع آن را با  $x$  و مساحت آن را با  $a$  نشان دهیم، ابتدا نمودار تابع مساحت را بر حسب  $x$  رسم کنید. سپس به کمک نمودار مشخص کنید به ازای چه مقداری از  $x$  مساحت مستطیل ماکسیمم می‌شود.



انواع توابع:

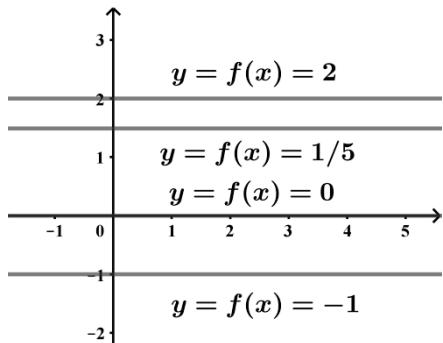
$$f : A \rightarrow B$$

است که در آن  $a \in \mathbb{R}$ . نمودار این تابع به صورت

$$f(x) = a$$

تابع ثابت: ضابطه‌ی تابع ثابت به صورت

خط افقی است (موازی محور طولها).

در حالت کلی برای دامنه و برد تابع ثابت  $f(x) = a$  داریم:

$$D_f = \mathbb{R}, \quad R_f = \{a\}$$

**سته:** اگر دامنه تابع  $f$ ، مجموعه اعداد صحیح و ضابطه آن به صورت  $-3, -2f(2), -f(-1)$  باشد، مقدار  $f(x) = -3$  به صورت  $(2) - 3f(2) - (-1)$  کدام است؟

۴ صفر

۳ -۷

۲ ۸

۱ ۶

**سته:** اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} (a-2)x+3 & x \geq 1 \\ b & x < 1 \end{cases}$  یک تابع ثابت باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

۵ ۴

۳ ۳

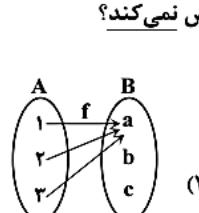
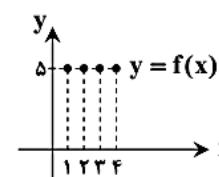
۲ ۲

۱ ۱



$$f = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3)\}$$

$$\begin{cases} f : A \rightarrow B \\ f(x) = y \end{cases}$$

**سته:** کدام گزینه یک تابع ثابت را مشخص نمی‌کند؟**سته:****سته:** تابع  $f$  تابعی ثابت با دامنه اعداد حقیقی است؛ به طوری که  $2f(x) + f(2) = 9$ . حاصل  $f(1) + f(-1)$  کدام است؟

۹ ۴

۳ ۳

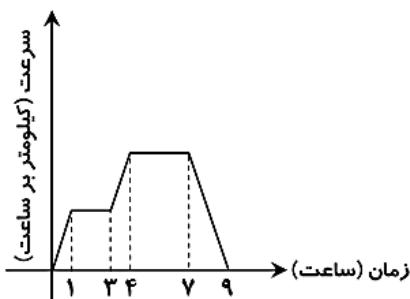
۶ ۲

۱) صفر



((اهم‌علی)) عاشرت با نابخردان، اخلاق را فاسد و رقابت با عقلا اخلاق را اصلاح می‌نهاشد و هر کس بر حسب طبقت خود رفتار می‌کند. (۳)

**مسئله:** - نمودار روبه‌رو سرعت یک اتومبیل را بر حسب زمان نشان می‌دهد. این اتومبیل چند ساعت را با سرعت ثابت حرکت کرده است؟



۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

**مسئله:**

- اگر برد یک تابع ثابت به صورت  $R = \{a-3, 2a\}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

**مسئله:**

- اگر  $f = \{(1, 2a-1), (a+2, b+1), (1, a+1)\}$  یک تابع ثابت باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

۴ (۴)

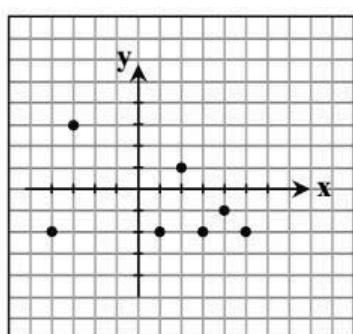
-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

**مسئله:**

- از نمودار تابع روبه‌رو حداقل چند نقطه حذف کنیم تا نمودار حاصل تبدیل به یک تابع ثابت شود؟



۳ (۳) ۱ (۱)

۶ (۴) ۲ (۲)

**مسئله:**

تابع  $(x)f$  با دامنه اعداد حقیقی و برد  $R = \{-3, f(0)+f(2)+f(4)\}$  است. حاصل  $f(-2)+f(2)+f(4)$  کدام است؟

-۶ (۴)

-۹ (۳)

۶ (۲)

-۳ (۱)

**مسئله:**

- اگر برد تابع  $f(x) = x^3 - x - 1$  باشد، نمایش زوج مرتبی تابع  $f$  کدام است؟

 $f = \{(-2, 1)\}$  (۴) $f = \{(1, 1)\}$  (۳) $f = \{(-2, 1), (1, 1)\}$  (۲) $f = \{(2, 1), (-1, 1)\}$  (۱)

((پیامبر اکرم(ص): چهار چیز بر هر عاقل و خردمندی از احت هن واجب است: کوش فرادادن به دانش، نگهداری، نشر و عمل به آن.))

**مثال ۱:** اگر  $f = \{(2, b), (a, 4), (7, (a+b))\}$  یک تابع ثابت باشد، مقدار  $a$  را بیابید.



**مثال ۲:** اگر  $f = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)\}$  یک تابع ثابت باشد، میانه، میانگین و واریانس برد را بیابید.



**مثال ۳:** اگر  $f$  یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی و  $n \in \mathbb{N}$  و  $m$  باشد، مقدار  $t = m + n$  را به دست آورید.

$$f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\}$$



**مسئلہ ۱:** اگر  $f$  یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی باشد، مقدار  $t = m + n$  کدام نمی‌تواند باشد؟

$$f = \{(-1, n^2 - 4n), (2m - 3, 5), (m + n, t)\}$$

-۱ (۲) ۱۳ (۱)

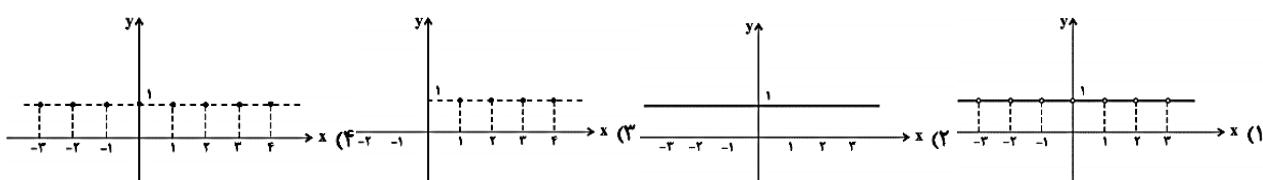
۷ (۴) ۳ (۳)

**مسئلہ ۲:** اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد، در این صورت حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

x	-1	-2	3	$\sqrt{2}$	۳ (۲)	۱ (۱)
y	$\sqrt{a}$	$b^2$	$2b - 1$	c	-۳ (۴)	-1 (۳)



**مسئلہ ۳:** نمودار تابع ثابت  $f(x) = \begin{cases} N \rightarrow Z \\ f(x) = 1 \end{cases}$  کدام است؟ (N مجموعه اعداد طبیعی و Z مجموعه اعداد صحیح است.)



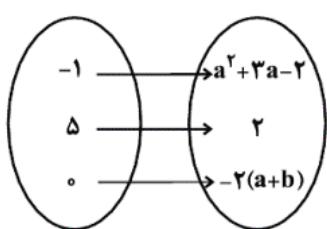
**تست ۱۴:** در تابع ثابت  $f(x) = C$ ،  $f(x) = C^2 - 3f(x) + 4$  حاصل کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$



**تست ۱۵:** اگر تابع مقابل تابع ثابت باشد، حاصل  $a - b$  کدام می‌تواند باشد؟

$$2 \quad (3)$$

$$-3 \quad (1)$$

$$-7 \quad (4)$$

$$1 \quad (2)$$



**تست ۱۶:** اگر  $f(-1) + f(1) = 2a - 1$  کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$



**تست ۱۷:** اگر  $\{(4, m-2), (-1, 3), (2, n^2 + 7 - 4n)\}$  کدام است؟

$$29 \quad (4)$$

$$25 \quad (3)$$

$$13 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$



است. نمودار این تابع نیمساز ناحیه اول و سوم را

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x$$

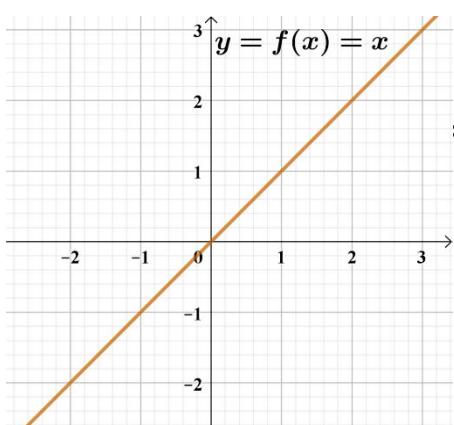
**تابع همانی:** ضابطه‌ی توابع همانی به صورت



در دستگاه محورهای مختصات تشکیل می‌شود.

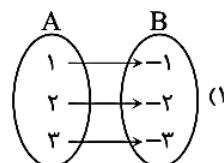
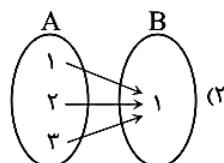
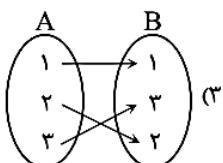
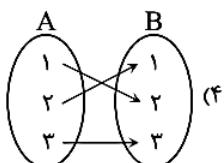
**نکته:** در حالت کلی برای دامنه و برد تابع همانی  $f(x) = x$  داریم:

$$D_f = \mathbb{R}, \quad R_f = \mathbb{R}$$



(( عمر آنقدر کوتاه است که نهی از زد آدم حقیر و کوچک بداند. ))

کدامیک از نمودارهای پیکانی زیر، یک تابع همانی را معرفی می‌کند؟



$\{-1, 0, 1\}$  (۴)

$\{1\}$  (۳)

$\mathbb{N}$  (۲)

$\mathbb{R}$  (۱)



$$\frac{f(3) + 2f(-3)}{2f(3) - f(-3)}$$

کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۴)

۳ (۳)

-۳ (۲)

$-\frac{1}{3}$  (۱)



-۵ (۴)

۵ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)



زوج مرتب  $(-1, n^2 + n - 1)$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد. مجموع مقادیر ممکن  $n$  کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

-۱ (۱)



کدام گزینه درست است؟

۱) اگر تعداد اعضای دامنه و برد یک تابع با هم برابر باشند، آن تابع همانی است.

۲) اگر  $f$  یک تابع همانی باشد، آنگاه:  $f(kx) = kf(x)$

۳) اگر  $f$  یک تابع ثابت با دامنه اعداد حقیقی باشد، آنگاه:  $f(a) + f(b) = f(a+b)$

۴) اگر  $f$  یک تابع ثابت باشد، آنگاه دامنه و برد آن با هم برابر است.



**مثال ۴:** مقدار  $x$  و  $y$  را چنان بیابید که  $f$  تابعی ثابت و  $g$  تابعی همانی باشد.

$$f = \left\{ \left( 2, x^2 \right), (3, 4x + 5) \right\} \quad , \quad f = \left\{ (5, -7), (2, x^2 - 8x), (., y^2 - 8) \right\} \quad , \quad f = \left\{ (4, 2y + 3), (3, y - 1) \right\}$$

$$g = \left\{ (1, x^2 - 3), (4y + 1, 5) \right\} \quad , \quad g = \left\{ (2x - 3, y), (3x + y, 7) \right\} \quad , \quad g = \left\{ (5x, x), (2y + 1, y) \right\}$$

**مثال ۵:** اگر  $f(x) = c$  تابعی همانی و  $g(x) = c$  تابعی ثابت باشد،

(الف) اگر  $g(x)g(y) = g(xy)$ . مقدار  $c$  را بیابید.

(ب) اگر  $f(x^2) = f(4x) + f(5)$ . مقدار  $x$  را بیابید.

(پ) اگر  $f(x)f(3x) = f(27)$ . مقدار  $x$  را بیابید.

(ت) اگر  $g(2x) + g(3x) = g(x) + 6$ . مقدار  $c$  را بیابید.

**مسئلہ ۲۴:** اگر  $f = \{(5, \sqrt{9}), (6, m - 2n), (10, m + 2n)\}$  تابعی ثابت و  $g = \{(\frac{a}{4}, 1), (4, 4), (8, b - 2)\}$  تابعی همانی باشد، حاصل

عبارت  $m - n + a - b$  کدام است؟

۶ (۴)

-۶ (۳)

۵ (۲)

-۵ (۱)

۱. اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشد، آن تابع همانی است. ص  غ

۲. اگر دامنه یک تابع همانی مجموعه اعداد حقیقی باشد، آنگاه حاصل  $f(x) + f(-x)$  همواره برابر صفر است. ص  غ

۳. اگر  $f$  یک تابع همانی باشد، آنگاه حاصل  $f(5) \times f(5) = \frac{1}{5}$  است. ص  غ

۴. اگر  $f$  یک تابع ثابت باشد، آنگاه حاصل  $f\left(\frac{3}{2}\right) \times f\left(\frac{2}{3}\right)$  برابر ۱ است. ص  غ

۷) در هر یک، مقدار  $n$  را چنان بباید که زوج داده شده روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشد.

۱)  $(2, n^2 - 3n + 4)$

۲)  $(n^2 - 4n + 2, -1)$

۸) مقدار  $m$  و  $n$  را چنان بباید که زوج‌های مرتب  $(m+n, 3)$ ,  $(1, 8-n^2)$  روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم باشد.

۹) اگر  $f$  تابعی ثابت و  $g$  تابع همانی باشند به طوری که  $f(2)+g(6)=13$ ، مقدار  $f(3)+g(6)$  کدام است؟

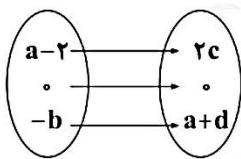
۶ (۴)

۱۰ (۳)

۱۳ (۲)

۱۶ (۱)

۱۰) اگر برد تابع  $\{(-1, 2a+1), (b, 2), (1, -2b)\}$  تک‌عضوی و تابع  $g$  مطابق شکل زیر یک تابع همانی باشد، حاصل  $ab+cd$  کدام است؟



$-\frac{2}{3} (2)$

$-\frac{5}{2} (1)$

$\frac{3}{4} (4)$

$\frac{1}{4} (3)$

۱۱) اگر  $f$  تابعی ثابت،  $g$  تابع همانی و  $4 = f(-1)g(2) = \frac{f(-1)g(2)}{2kg(\frac{1}{\sqrt{2}})-f(\sqrt{2})}$  باشد، به‌ازای کدام مقدار  $k$  رابطه‌ی  $-1 = f(-1)g(2)$  برقرار است؟

۶ (۴)

۱ (۳)

-۴ (۲)

-۲ (۱)

۱۲) اگر  $f$  تابعی ثابت و  $g$  تابع همانی باشند به طوری که  $f(3)+g(6)=13$ ، مقدار  $f(6)+g(3)$  کدام است؟

۶ (۴)

۱۰ (۳)

۱۳ (۲)

۱۶ (۱)

۱۳) اگر  $f$  و  $g$  به ترتیب توابع همانی و ثابت باشند و رابطه‌ی  $g(f(x)) = 2f(-x) + 4f(0)$  بین آن‌ها برقرار باشد، حاصل  $(f+g)(0)$  کدام است؟

-۲ (۲)

۲ (۱)

-۱۰ (۴)

۱۰ (۳)

((اگر جلوی اشتباهات خود را نگیرید، آنها جلوی شما را خواهند گرفت.))

$$\text{اگر } f \text{ تابع ثابت و } g \text{ تابع همانی باشد به طوری که } (2) = 1 + g(1) = 1 + f(g(1)) \text{ کدام است؟}$$

۱) ۴

 $\frac{1}{3}$ 

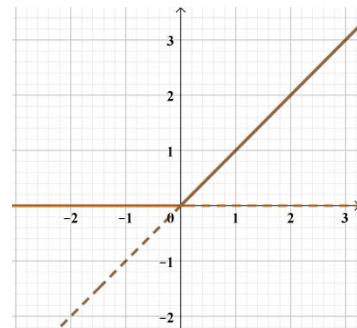
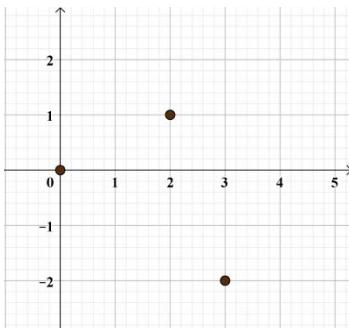
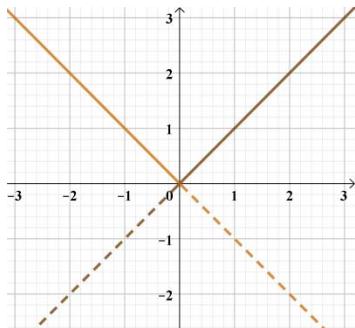
۲) صفر

 $\frac{1}{5}$ 

**(۳) تابع چندضابطه‌ای:** توابعی هستند که برای قسمت‌های مختلف دامنه‌شان، ضوابط مختلفی

دارند. به طور مثال همه توابع زیر چند ضابطه‌ای هستند:

$$f(x) = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & , x = 2 \\ -2 & , x = 3 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}, \quad h(x) = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$



**نکته:** دامنه این توابع با توجه به محدودیتی تعیین شده برای متغیر مستقل ( $x$ ) و نمودار قابل تشخیص است.

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = \{0, 2, 3\}, D_h = \mathbb{R}$$

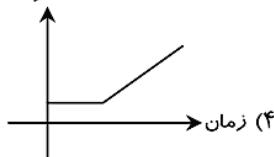
**نکته:** برای این توابع با توجه به ضابطه‌ی تعیین شده برای متغیر وابسته ( $y$ ) و نمودار قابل تشخیص است.

$$R_f = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}, R_g = \{-2, 0, 1\}, R_h = \mathbb{R}$$

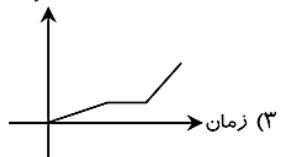


- کدام نمودار می‌تواند مربوط به عبارت «علی برای رفتن به مدرسه از منزل خود ابتدا قدمزنان شروع به حرکت کرد. سپس برای خرید تعذیب زنگ تفریحش ایستاد. پس از آن برای اینکه بهموقع به مدرسه برسد، به سمت مدرسه دوید» باشد؟

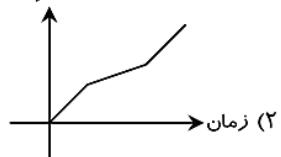
فاصله از خانه



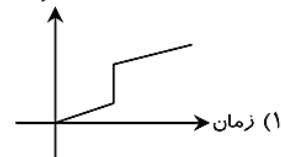
فاصله از خانه



فاصله از خانه



فاصله از خانه



**تست ۳۲:** اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2} + x & x < -1 \\ \sqrt{2} - x & x \geq -1 \end{cases}$  کدام است؟

۲۷۲ - ۲ (۴)

۳) صفر

- ۱ (۲)

۱ (۱)

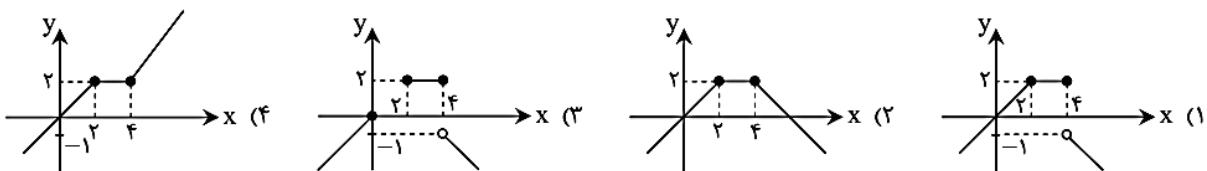
نرخ مالیات (درصد)	حقوق ماهیانه (تومان)
معاف از مالیات	حقوق تا ۱,۳۰۰,۰۰۰
۱۰	۱,۳۰۰,۰۰۰ تا ۲,۵۰۰,۰۰۰
۲۰	۲,۵۰۰,۰۰۰ تا ۴,۵۰۰,۰۰۰
۳۰	۴,۵۰۰,۰۰۰

- جدول مقابل، نرخ مالیات کارمندان یک شرکت است. با توجه به این جدول، کارمندی که ۴ میلیون تومان حقوق دریافت می‌کند باید چند تومان مالیات پرداخت کند؟

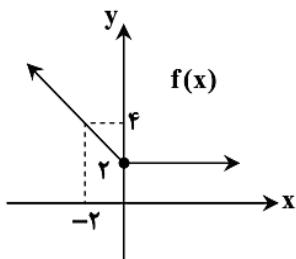
- (۱) ۳۰۰,۰۰۰ (۲) ۴۲۰,۰۰۰ (۳) ۵۴۰,۰۰۰ (۴) ۵۲۰,۰۰۰



**تست ۳۴:** نمودار تابع چندضابطه‌ای  $f(x)$  کدام است؟



**تست ۳۵:** ضابطه تابع  $f(x)$  که نمودار آن به صورت مقابل می‌باشد، کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases} \quad (۳)$$

$$f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases} \quad (۴)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x \leq 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases} \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ x + 2 & x > 0 \end{cases} \quad (۲)$$



**تست ۳۶:** در تابع  $f(x)$ ، مقدار  $f(-1) + 2f(1)$  برابر است با:

$$\begin{cases} -3, & x < -1 \\ 2x^2, & -1 \leq x < 1 \\ 2x+1, & x \geq 1 \end{cases}$$

۴ (۴)

- ۱ (۳)

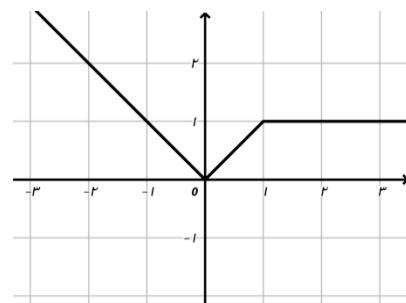
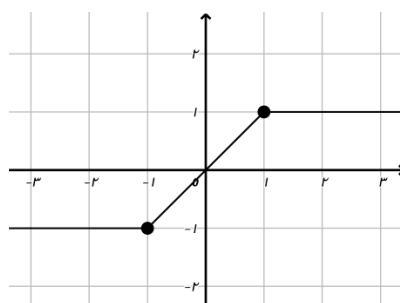
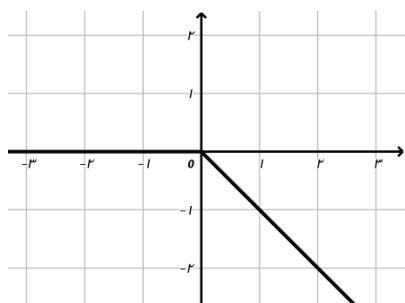
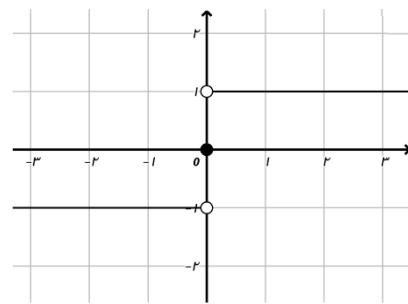
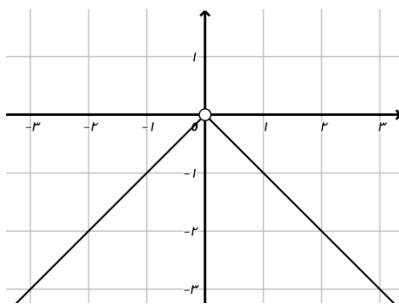
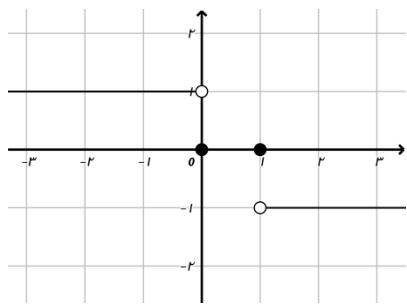
۸ (۲)

۳ (۱)



(( انسان همان چیزی است که باور دارد. ))

**شل:** ضابطه توابع مقابل را بنویسید.



**شل ۱۰:** توابع زیر را رسم کرده، دامنه و برد آنها را بیابید.

$$a) \quad f(x) = \begin{cases} 1 & , x \geq 0 \\ x-1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$, b) \quad f(x) = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -2 & , x < 0 \end{cases}$$

**شل ۳۷:** خط  $y = 4$  نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ x^2 + 4 & , x < 0 \end{cases}$  را در چند نقطه قطع می‌کند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۰) صفر

**تست ۳۸:** برد تابع  $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -3, & x < 0 \end{cases}$  کدام است؟

R (۴)

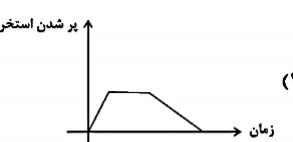
$$\{y \geq 0\} \cup \{-3\}$$
 (۳)

$$y \geq -3$$
 (۲)

$$y \geq 0$$
 (۱)

کدام نمودار مربوط به داستان زیر است؟

«استخر آبی توسط یک شیر ۷ ساعت طول می‌کشد تا پر شود. سپس بعد از ۳ ساعت، شیر دیگری را باز می‌کنیم تا استخر خالی شود که مدت زمان خالی شدن استخر ۴ ساعت طول می‌کشد.»



اگر  $f$  تابعی همانی با دامنه  $R$  و  $g$  تابعی ثابت با دامنه  $R$  و برد  $\{3\}$  و  $h$  تابعی چندضابطه‌ای به شکل

**تست ۴۰:**  $A = \frac{2f(-6) + g(1000)}{h(\sqrt{3}) - h(-4)}$  باشد، حاصل عبارت  $h(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 0 \\ -x - 1, & x < 0 \end{cases}$  کدام است؟

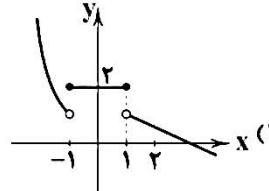
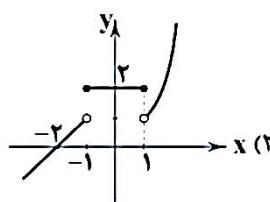
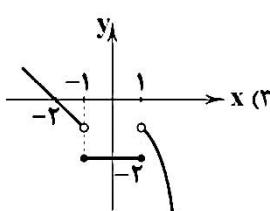
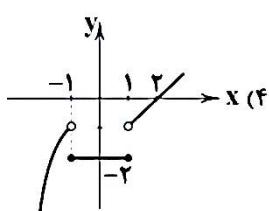
۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

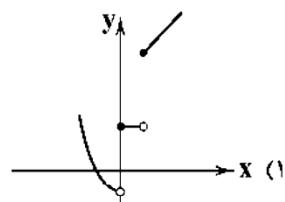
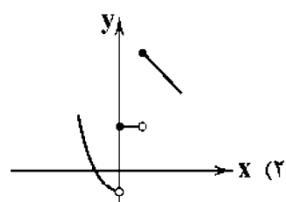
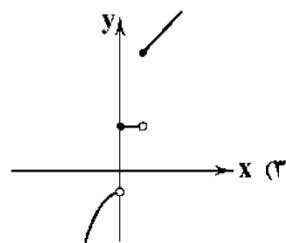
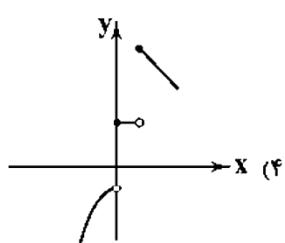
۹ (۲)

۸ (۱)

**تست ۴۱:** نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < -1 \\ 2, & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$  کدام است؟



**تست ۴۲:** نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 0 \\ 2, & 0 \leq x < 1 \\ x+4, & x \geq 1 \end{cases}$  به کدام صورت است؟



تست ۴۳

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & x > 2 \\ -x^2 - 1 & 1 < x < 2 \\ -x^2 - 2 & x < 1 \end{cases}$$

اگر  $f(x) = \frac{\Delta f(-\sqrt{2}) + 2f(\sqrt{2})}{2f(2\sqrt{3})}$  باشد، آن‌گاه حاصل کدام است؟

$\frac{19}{11}(4)$

$\frac{17}{11}(3)$

$\frac{15}{11}(2)$

$\frac{13}{11}(1)$



تست ۴۴

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & x < 2 \\ 2x^2 + 1 & x > 2 \end{cases}$$

اگر  $f(x) = f(1-\sqrt{3}) + f(1+\sqrt{3})$  حاصل  $f(x)$  کدام است؟

$16(4)$

$14(3)$

$12(2)$

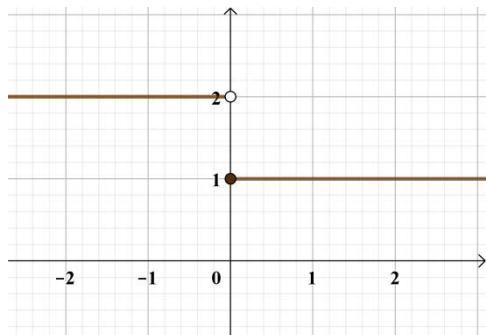
$10(1)$



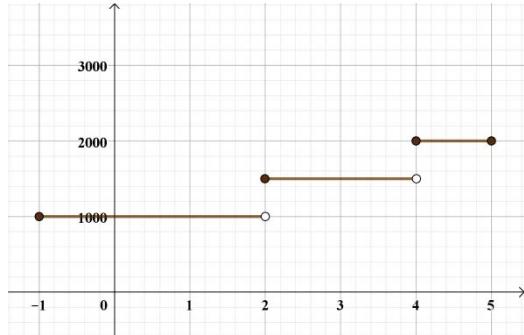


توابع پلکانی: توابعی چندضابطه‌ای هستند که ضابطه‌های آن‌ها همگی توابع ثابت هستند. در زیر چند نمونه از توابع پلکانی را مشاهده می‌کنید:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , x \geq 0 \\ 2 & , x < 0 \end{cases}$$



$$, g(x) = \begin{cases} 1000 & , -1 \leq x < 2 \\ 1500 & , 2 \leq x < 4 \\ 2500 & , 4 \leq x \leq 5 \end{cases}$$



**مثال:** تابع پلکانی زیر را رسم کنید و موارد خواسته شده را بیابید.

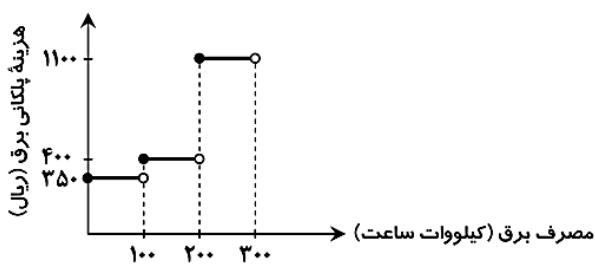
$$f(x) = \begin{cases} 1000 & , 0 \leq x \leq 1 \\ 1500 & , 1 < x \leq 2 \\ 2500 & , 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

۱)  $D_f =$  ,  $R_f =$

۲)  $f(1) + f(1/9) - f(2) =$

۳)  $2f(3) - f(2/5) =$

**مسئله:** نمودار پلکانی زیر برای محاسبه هزینه پلکانی برق مصرفی یک خانوار رسم شده است. اگر برق مصرفی این خانوار ۳۰۰ کیلووات ساعت باشد، هزینه برق مصرفی این خانوار چند ریال است؟



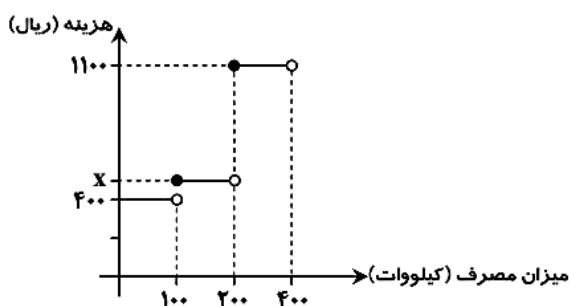
۱) ۱۱۰۰

۲) ۱۸۵۰

۳) ۱۸۵۰۰

۴) ۱۱۰۰۰

نمودار مقابل،تابع پلکانی محاسبه هزینه برق مصرفی یک خانه برای یک ماه است. خانه‌ای که برای یک ماه ۱۴۰ کیلووات برق مصرف کرده بود، مبلغ ۶۲۰۰ ریال پرداخت کرد. مقدار  $x$  در نمودار کدام است؟



(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ 100 & , n = 3 \\ 200 & , n = 4 \\ 300 & , n = 5 \end{cases}$$

ضابطه تابع

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ (n-2) \times 100 & , 3 \leq n \leq 5 \end{cases}$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n \leq 2 \\ 100n & , 3 \leq n < 6 \end{cases}$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n < 3 \\ (n-100) \times 3 & , 3 \leq n < 6 \end{cases}$$

$$C(n) = \begin{cases} 0 & , 1 \leq n < 3 \\ (n-1) \times 100 & , 3 \leq n < 6 \end{cases}$$

جدول هزینه پلکانی مصرف برق مطابق زیر است. اگر خانواده‌ای ۳۲۰ کیلووات ساعت برق در یک ماه مصرف کند، هزینه برق آن‌ها چند ریال می‌شود؟

هزینه هر کیلووات ساعت (ریال)	پله‌های مصرف ۳۰ روزه (کیلووات ساعت)
۴۵۰	۱۰۰ تا
۵۲۵	۲۰۰ تا ۱۰۰
۱۱۲۵	۳۰۰ تا ۲۰۰
۲۰۲۵	۴۰۰ تا ۳۰۰

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

$$f(x) = \begin{cases} ax - 1 & x < -1 \\ 2 & -1 \leq x \leq 1 \\ 2a - 1 & x > 1 \end{cases}$$



۲ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$f(x) = \begin{cases} (m-2)x + 4 & x \geq 0 \\ m+1 & x < 0 \end{cases}$$



۲ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) صفر



$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

توابع علامت: تابع علامت به صورت مقابل تعریف می‌شود:



.  $D_f = \mathbb{R}$  ،  $R_f = \{-1, 0, 1\}$  واضح است که در این تابع داریم:

 $\text{sign}(\delta) =$  $, \text{sign}(x^2 + 1) =$  $, \text{sign}(2\sqrt{3} - 4) =$  $\text{sign}(-2/\delta) =$  $, \text{sign}(-x^2 - 2) =$  $, \text{sign}(-1 + \sqrt{2}) =$ 

مساحت زیر منحنی تابع  $y = \text{sign}(x)$  کدام است؟

۶ (۲)

۳ (۴)

۷ (۱)

۳ صفر



$$R_f = \{-1, 0, 1\} , D_f = \mathbb{R} \quad (۵)$$

$$R_f = \{-1, 0, 1\} , D_f = \{-1, 0, 1\} \quad (۴)$$

دامنه و برد تابع علامت ( $f(x) = \text{Sign}(x)$ ) کدام است؟

$$R_f = \mathbb{R} , D_f = \mathbb{R} \quad (۱)$$

$$R_f = \mathbb{R} , D_f = \{-1, 0, 1\} \quad (۵)$$



((اهم علی)) : هرگاه در طلب چیزی بر هی آیی، بلند هشت باش. ( ))

اگر  $f(x) = \text{sign}(x^2 - 4) = 0$  برقرار باشد، مجموع مربعات جواب‌های قابل قبول برای  $x$  کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)



**نمودار تابع  $f(x) = \text{sign}(x)$  و  $g(x) = ax$**  یکدیگر را در نقاط به طول‌های ۲ و -۲ قطع می‌کنند، مقدار  $a$  کدام است؟

 $-\frac{1}{2}$  (۴) $\frac{1}{2}$  (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)



اگر  $f(x) = \text{sign}(x)$  و  $g(x) = ax$  یک تابع همانی باشد، حاصل عبارت  $A = \frac{3f(-3) + 4g(3)}{f(5) - g(6)}$  کدام است؟

 $-\frac{5}{9}$  (۴) $-\frac{9}{5}$  (۳)

-۳ (۲)

۳ (۱)



### توابع جزء صحیح:

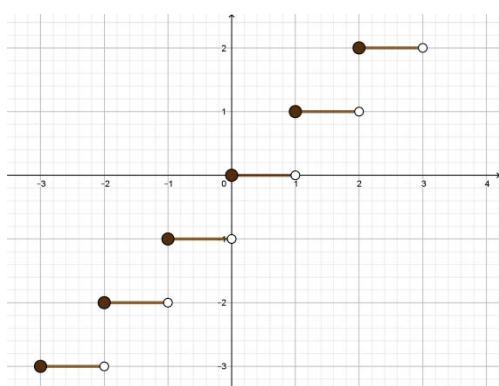


تابعی که به هر عدد حقیقی  $x$ ، اولین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی آن را نسبت دهد، تابع جزء صحیح نامیده می‌شود. تابع جزء صحیح به صورت  $f(x) = [x]$  نمایش داده می‌شود.

در مورد این تابع داریم:  $D_f = \mathbb{R}$  ،  $R_f = \mathbb{Z}$ .

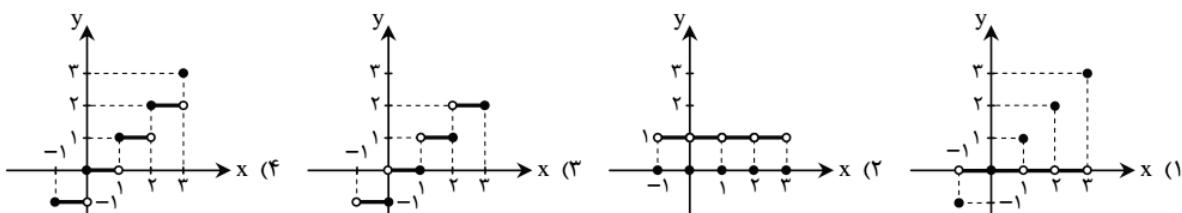
**نکته:** تابع جزء صحیح، نوعی تابع پلکانی است و داریم:

$$f(x) = [x] = \begin{cases} \vdots & \\ -1, & -1 \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x < 2 \\ \vdots & \end{cases}$$



**نکته:** طول هر کام از نمودار تابع  $y = [ax]$  برابر  $\frac{1}{|a|}$  است.

- نمودار تابعی که به هر عدد صحیح  $k$  خود آن عدد و به تمام اعداد بین دو عدد صحیح متولی  $k$  و  $k+1$ ، عدد صحیح  $k$  را نسبت می‌دهد، در بازه  $[-1, 2]$  کدام است؟

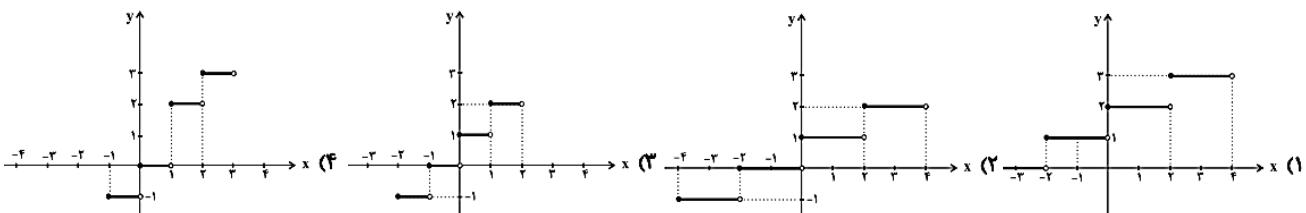


تست ۱۲



بخشی از نمودار تابع  $f(x) = \lfloor \frac{1}{2}x + 2 \rfloor$  شبیه کدام گزینه است؟

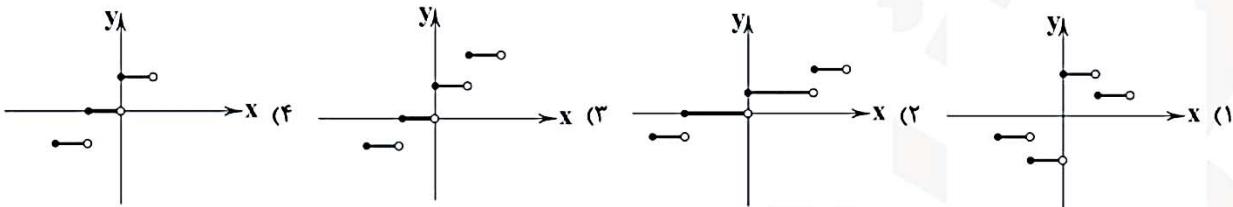
تست ۱۳



تست ۱۴



نمودار تابع  $y = \lfloor \frac{1}{2}x + 1 \rfloor$  در دامنه  $[-3 < x < 3]$  کدام است؟



نکته: اگر  $a$  یک عدد صحیح باشد، داریم:

$$\lfloor x \rfloor = a \Rightarrow a \leq x < a+1, \quad \lfloor x+a \rfloor = \lfloor x \rfloor + a$$

$$\lfloor x+a \rfloor = \lfloor x \rfloor + a, \quad \lfloor 2x-a \rfloor = \lfloor 2x \rfloor - a$$

نکته: اگر  $a$  یک عدد صحیح باشد، در حالت کلی تساوی‌های زیر برقرار نیست:

$$\lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor = \lfloor x+y \rfloor \quad \text{EX)} \quad \lfloor \frac{2}{5} \rfloor + \lfloor \frac{3}{9} \rfloor \neq \lfloor \frac{2}{5} + \frac{3}{9} \rfloor$$

$$\lfloor x \rfloor - \lfloor y \rfloor = \lfloor x-y \rfloor \quad \text{EX)} \quad \lfloor \frac{2}{5} \rfloor - \lfloor \frac{3}{9} \rfloor \neq \lfloor \frac{2}{5} - \frac{3}{9} \rfloor$$

$$\lfloor xy \rfloor = \lfloor x \rfloor \lfloor y \rfloor \quad \text{EX)} \quad \lfloor \frac{3 \times 2}{5} \rfloor \neq \lfloor 3 \rfloor \lfloor \frac{2}{5} \rfloor$$

$$\lfloor ax \rfloor = a \lfloor x \rfloor \quad \text{EX)} \quad \lfloor 3 \times \frac{2}{5} \rfloor \neq 3 \lfloor \frac{2}{5} \rfloor$$

(( هیچ کس نهی تواند ها را بهتر از خودهان فربیب دهد، تنها شرط رسیدن به پیروزی داشتن اراده قوی است، شرایط دیگر راهنمایی ندارد. ))

**تست ۱۵:** اگر  $\frac{8}{3} \leq x < -\frac{7}{3}$  ، آنگاه حاصل  $[1+3x]$  کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است).

-۷ (۴)

-۴ (۳)

-۶ (۲)

-۸ (۱)



اگر  $-2/5 < x \leq -3$  باشد، آنگاه حاصل  $[1-2x]$  کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

-۷ (۴)

-۶ (۳)

-۴ (۲)

-۳ (۱)



**تست ۱۶:** اگر  $\frac{2}{5} \leq x < \frac{3}{5}$  باشد، آنگاه مقدار  $[5x+1]$  کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است).

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



**تست ۱۷:** اگر  $f(x) = \begin{cases} -2[x], & x < -2 \\ 3, & -2 \leq x \leq 1 \\ \text{sign}(x), & x > 1 \end{cases}$  باشد، حاصل  $f(-\sqrt{5}) + f(\sqrt{5})$  کدام است؟



-۱ (۴)

 $2\sqrt{5} + 1$  (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

**تست ۱۸:** اگر  $0 < x < 1$  باشد، حاصل عبارت  $A = [x^4] + [x^3] + [x^2] + [x]$  کدام است؟



-۳ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

۱) صفر

**تست ۲۰:** تابع  $f(x) = [x]$  در کدام محدوده زیر یک تابع ثابت است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

 $2 \leq x < 3$  (۴) $-1 \leq x < 1$  (۳) $-1 < x \leq 0$  (۲) $-2 < x \leq -1$  (۱)

(( کسی که دارای عزه‌ی راسخ است، جهان را هطابق هیل خویش عوض هی کند. ))

**تست ۲۱:** محمد جزء صحیح عددی را به دست آورد و حاصل را با عدد ۲ جمع کرد. اگر او به جواب ۱- رسیده باشد، آن عدد کدام می‌تواند باشد؟

-۳/۲ (۴)

-۰/۴ (۳)

-۲/۷ (۲)

-۱/۵ (۱)



**تست ۲۲:** مقدار تابع  $f(x) = [x] + [-x]$  به ازای  $x = -1/2$  کدام است؟ ([ علامت جزء صحیح است.)

-۱ (۴)

۰ (۳)

-۲ (۲)

۱ (۱)



**تست ۲۳:** حاصل  $[2] - [2/7] - [-2/7] - [-\frac{\pi}{2}]$  کدام است؟ ([ علامت جزء صحیح است.)

-۱ (۴)

۳ (۳)

-۳ (۲)

۱ (۱)



**تست ۲۴:** جزء صحیح عدد  $x$  برابر ۳ شده است. محدوده  $x$  کدام است؟

 $2 \leq x < 3$  (۴) $3 \leq x < 4$  (۳) $2/9 \leq x < 3$  (۲) $\sqrt{2} \leq x < \sqrt{3}$  (۱)

**تست ۲۵:** در محور زیر، حاصل  $\frac{[A]+[B]}{2[C]+[D]}$  کدام است؟ ([ علامت جزء صحیح است)

 $\frac{3}{2}$  (۴) $+\frac{2}{3}$  (۳)

-۲ (۲)

 $-\frac{3}{2}$  (۱)

**تست ۲۶:** به ازای کدام مقدار  $x$  دوتابع  $f(x) = \text{sign}(x)$  و  $g(x) = [x+1]$  مقدار مساوی ندارند؟ ([ نماد جزء صحیح است)

 $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴) $-\frac{3}{2}$  (۳) $-\frac{1}{2}$  (۲) $\frac{1}{2}$  (۱)

**تست ۲۷:** اگر  $\text{sign}([3x]) = 0$  باشد،  $x$  کدام عدد نمی‌تواند باشد؟ ([ نماد جزء صحیح است)

۰ (۴) صفر

 $\frac{1}{4}$  (۳) $\frac{1}{2}$  (۲)

۰/۲ (۱)



**نکته:** همانطور که در قبل گفته شد داریم:

$$[x] = a \Rightarrow a \leq x < a+1 , \quad [x+a] = [x] + a$$

از این دو نکته برای حل معادلات شامل جزء صحیح استفاده می‌کنیم.

مثال: معادله  $x - 1 = 8$  را حل کنید.



$$x - 1 = 8 \Rightarrow x = 8 + 1 \Rightarrow x = 9$$

$$[x+3]+1=4 \quad , \quad [x]-2=7$$



$$[-x]+2=6 \quad , \quad [2+x]+4=10$$

$$[x]^2 - 5[x] = 0 \quad , \quad [x]^2 + 2[x] - 3 = 0$$

**مسئلہ ۲۸:** تابع  $f(x) = [x]$  در محدوده  $3 \leq x \leq 1$  چند مقدار مختلف دارد؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)



**مسئلہ ۴:** اگر  $x = -2/5$ ,  $y = 0/8$ ,  $z = 3/2$  باشد، حاصل را بیابید.



$$[x+2y] = \quad , \quad [2y] - 2[y] =$$

$$[z+y] = \quad , \quad [z] + [y] =$$

$$[x] + [-x] = \quad , \quad [z-x] =$$

$$[x+y] + [z] = \quad , \quad [y - 2x + 1] =$$

((تفاوت بین یک آدم موفق با دیگران که بود استعداد یا اطلاعات نیست، بلکه که بود اراده است.))

شامل‌ها: اگر  $g(x) = [1-x]$ ,  $f(x) = [4x+1]$  باشد، حاصل را بباید.

$$g(\cdot / \gamma) =$$

$$, f(-1) =$$

$$f(-1) + g(\cdot) =$$

$$, f(\cdot / 25) + g(2/5) =$$

$$f(\cdot) + g(5) =$$

$$, g(\sqrt{2}) - f(\pi) =$$

۴) صفر

۳ (۳)

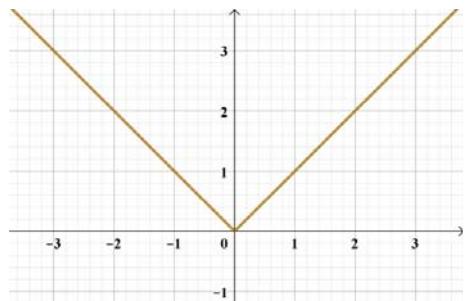
۲ (۲)

۱ (۱)



تابع قدر مطلق: تابع قدر مطلق به صورت  $f(x) = |x|$  نشان داده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$



واضح است که داریم:  $D_f = \mathbb{R}$ ,  $R_f = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 0\}$

نمودار تابع قدر مطلق  $|x|$  به صورت رو به رو است:



نکته: صورت کلی توابع قدر مطلقی، به شکل  $f(x) = a|x - \alpha| + \beta$  است که در آن  $\mathcal{S} = (\alpha, \beta)$  راس تابع است.

نکته: دو حالت زیر برای تابع قدر مطلق اتفاق می‌افتد:

$$a > 0$$

$$\mathcal{S}(\alpha, \beta)$$

$$\min(f) = \beta$$

$$a < 0$$

$$\mathcal{S}(\alpha, \beta)$$

$$\max(f) = \beta$$

حل: حاصل را بیابید.

$|2/5| + |-2/5| =$

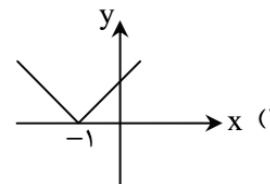
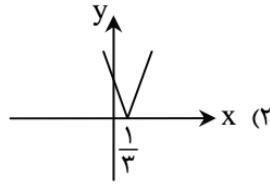
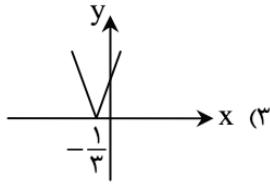
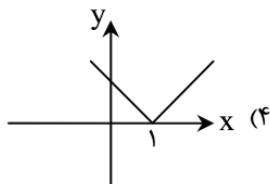
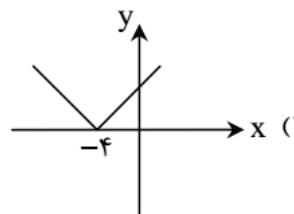
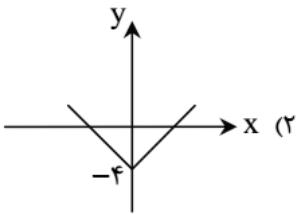
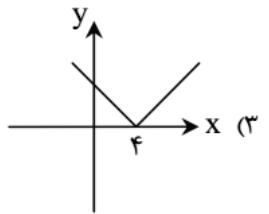
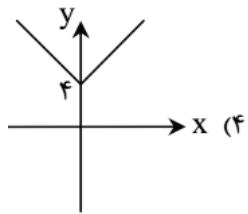
$, \left| \frac{3}{4} \right| + \left| -\frac{1}{4} \right| =$

$-|-4| + |8| =$

$, |-3/7| - |-1/3| =$

$\frac{|-1/2 + |-0/2|}{||-1| - |-2||} =$

$, \left| \frac{1 - |-3|}{-|-0/8 + 0/4} \right| =$

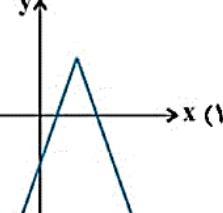
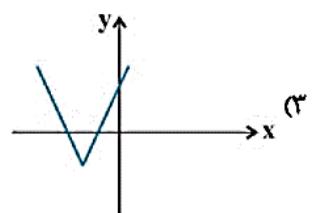
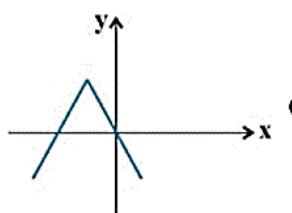
نمودار تابع  $y = |3x + 1|$  کدام است؟نمودار تابع  $y = |x - 4|$  کدام است؟

$y = 7|x| + 1$

$, y = -|x + 1|$

$y = |x + 4| - 1$

$, y = 3 - 2|x|$

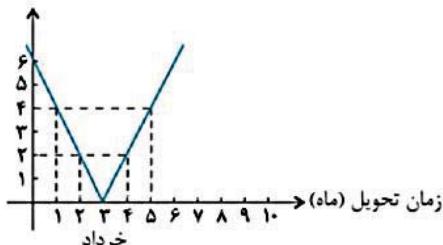
نمودار تابع  $y = -|3x + 6| + 2$  شبیه کدام است؟

(( شناس با تلاش ارتباط هستقید دارد، هر چه قدر بیشتر تلاش کنید خوششانس‌تر خواهد بود. ))

نمودار جریمه بر حسب زمان تحويل برای یک پیمانکار راه‌سازی مطابق شکل زیر است. این پیمانکار به‌ازای هر یک ماه ... مبلغ ...

تست ۳۳:

میلیون تومان جریمه می‌شود.



۱) فقط تأخیر - دو ۳) فقط تأخیر - سه

۲) تأخیر یا تعجیل - سه ۴) تأخیر یا تعجیل - دو



نکته: بر اساس تعریف قدرمطلق یعنی  $|u| = \begin{cases} u, & u > 0 \\ -u, & u < 0 \end{cases}$ ، می‌توانیم تابع قدرمطلق را به صورت چندضابطه‌ی تبدیل کنیم.

نکته: عبارت داخل قدرمطلق به ازای اعداد بزرگتر از ریشه‌اش مثبت و به ازای اعداد کوچکتر از ریشه‌اش منفی است.

مثال: اگر  $x < 1$ ، آنگاه عبارت  $y = |x - 1| + |x - 2|$  را بدون قدرمطلق بنویسید.

$$y = |x - 1| + |x - 2| \xrightarrow{x < 1} y = (1 - x) + (-x + 2) = 3 - 2x$$

مثال: تابع  $y = 2|x - 1| + 4$ ,  $y = 2 - |x|$ ,  $y = |5x + 2|$  به صورت چند ضابطه‌ی بنویسید.

$$y = 2|x - 1| + 4 = \begin{cases} 2(x - 1) + 4, & x \geq 1 \\ -2(x - 1) + 4, & x < 1 \end{cases}, y = 2 - |x| = \begin{cases} 2 - x, & x \geq 0 \\ 2 + x, & x < 0 \end{cases}$$

$$y = |5x + 2| = \begin{cases} 5x + 2, & x \geq -\frac{2}{5} \\ -(5x + 2), & x < -\frac{2}{5} \end{cases}$$

تست ۳۴: در تابع  $f(x) = |ax + b|$ ، شیب خط در محدوده  $x \geq -\frac{b}{a}$  برابر ۴ است. مقدار مثبت  $a$  کدام است؟

۱) ۴

۲)  $\frac{1}{4}$

۳) ۲

۴)  $\frac{1}{2}$



**تست ۳۵:** در تابع  $y = |2x - 3|$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

$$y = |2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3 & x \geq 1.5 \\ -(2x - 3) & x < 1.5 \end{cases}$$

۱)  $\frac{2}{3}$  ۲)  $\frac{3}{2}$  ۳)  $-3$  ۴)  $3$

**تست ۳۶:** در تابع قدرمطلقی  $f(x) = |ax + b|$ ، اگر ضابطهٔ یکی از خطها  $y = -3x + 2$  باشد، ضابطهٔ دیگری کدام است؟

$$y = 2x - 3 \quad 1) \quad y = -3x - 2 \quad 2) \quad y = 3x - 2 \quad 3) \quad y = 3x + 2 \quad 4)$$

**تست ۳۷:** اگر  $f(x) = |3x - a|$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

$$f(x) = |3x - a| = \begin{cases} 3x - a & x \geq \frac{a}{3} \\ -(3x - a) & x < \frac{a}{3} \end{cases}$$

۱)  $1$  ۲)  $2$  ۳)  $3$  ۴)  $6$

**تست ۳۸:** کدام گزینه تابع  $f(x) = |2(x - 3)|$  را به صورت یک تابع قدرمطلقی بیان می‌کند؟

$$f(x) = |2x - 6| \quad 1) \quad f(x) = 2|x + 3| \quad 2) \quad f(x) = |2x - 6| \quad 3) \quad f(x) = |x - 3| \quad 4)$$

**تست ۳۹:** با توجه به رابطه زیر که در آن تابع  $y = |2x - 6| = a + b|x - 3|$  را به صورت یک تابع چندضابطه‌ای نوشته‌ایم،  $a + b$  کدام است؟

$$y = |2x - 6| = \begin{cases} ax - 6 & x \geq 3 \\ -(ax - 6) & x < 3 \end{cases}$$

۱)  $5$  ۲)  $2$  ۳)  $3$  ۴)  $4$

**تست ۴۰:** در کدام گزینه، تابع قدرمطلقی بدروستی به تابع چند ضابطه‌ای تبدیل نشده است؟

$$y = 3 + |x - 2| = \begin{cases} x + 1 & , x \geq 2 \\ 5 - x & , x < 2 \end{cases} \quad 1) \quad y = |x - 1| = \begin{cases} x - 1 & , x > 1 \\ 1 - x & , x \leq 1 \end{cases} \quad 2)$$

$$y = -|x + 5| - 3 = \begin{cases} x + 2 & , x \geq -5 \\ -x - 8 & , x < -5 \end{cases} \quad 3) \quad y = -|x| + 4 = \begin{cases} 4 - x & , x \geq 0 \\ 4 + x & , x < 0 \end{cases} \quad 4)$$

**مثال ۸:** عبارات زیر را بدون قدر مطلق بنویسید.

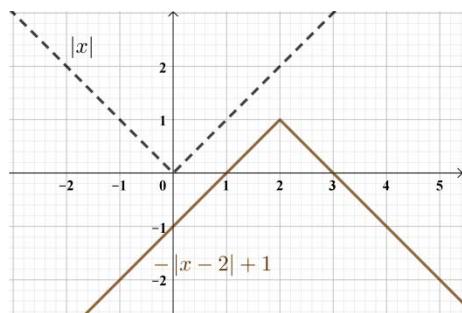
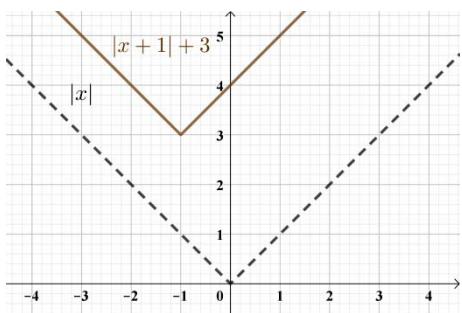
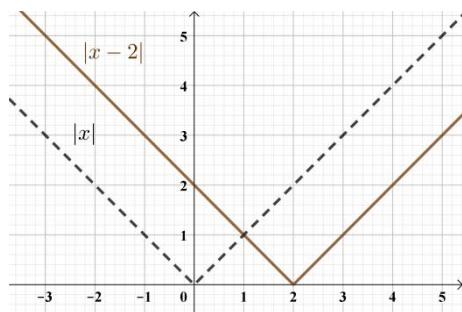
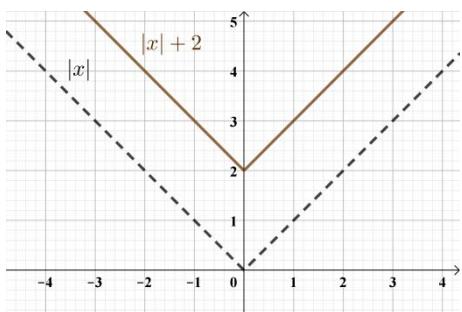
$$\begin{aligned}y &= |\sqrt{2} - 1| \\y &= |x + 3| \xrightarrow{x > -3} \\y &= |2x - 1| \xrightarrow{x > \frac{1}{2}} \\y &= |3x - 2| \xrightarrow{x < \frac{2}{3}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}, y &= |\sqrt{2} - \sqrt{5}| \\, y &= |\sqrt{7} - 3| + |\sqrt{7} - 2| \\, y &= |x| + |x + 4| \xrightarrow{-4 < x < 0} \\, y &= |x - 1| - |x| \xrightarrow{0 < x < 1}\end{aligned}$$

**رسم توابع قدر مطلقی:** از دو روش زیر را می‌توانیم برای رسم توابع قدر مطلقی استفاده کنیم:



**الف) انتقال:** در این روش برای رسم  $y = |x - \alpha| + \beta$ , ابتدا تابع  $y = |x|$  را رسم می‌کنیم و سپس آنرا به اندازه  $\alpha$  واحد به سمت چپ یا راست و به اندازه  $\beta$  واحد به سمت بالا یا پایین منتقل می‌کنیم.  
نکته: اگر تابع به صورت  $y = -|x - \alpha| + \beta$  باشد، بعد از انتقال تابع را وارون می‌کنیم.  
**مثال:** توابع  $y = -|x - 1| + 1$ ,  $y = |x + 1| + 3$ ,  $y = |x| + 2$ ,  $y = |x - 2|$  رسم کنید.



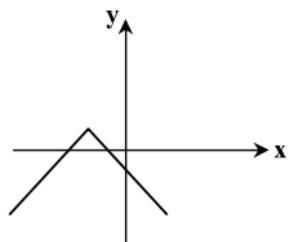
- علی برای رسم تابع  $f(x)$  ابتدا تابع  $|x|$  را رسم کرد. سپس این نمودار را نسبت به محور  $x$ ها قرینه کرد و به اندازه ۳ واحد بالا برد. ضابطه تابع  $f(x)$  کدام است؟

$$f(x) = -|x - 3| \quad (۱)$$

$$f(x) = -|x| + 3 \quad (۲)$$

$$f(x) = -|x + 3| \quad (۳)$$

$$f(x) = -|x| + 3 \quad (۴)$$



تست ۴۲: - کدام گزینه می‌تواند ضابطه نمودار تابع مقابل باشد؟

$$y = |x + 2| - 1 \quad (1)$$

$$y = |x - 2| - 1 \quad (2)$$

$$y = -|x - 2| + 1 \quad (3)$$

$$y = -|x + 2| + 1 \quad (4)$$

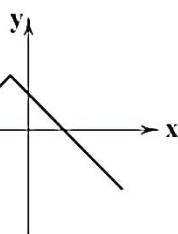
تست ۴۳: - اگر نمودار تابع  $f(x)$  را سه واحد به راست ببریم، به نمودار  $y = |x|$  می‌رسیم. ضابطه تابع  $f(x)$  کدام است؟

$$f(x) = |x| + 3 \quad (4)$$

$$f(x) = |x| - 3 \quad (3)$$

$$f(x) = |x + 3| \quad (2)$$

$$f(x) = |x - 3| \quad (1)$$



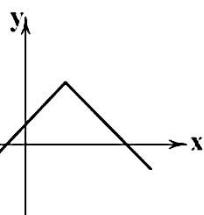
تست ۴۴: نمودار زیر مربوط به کدام تابع است؟

$$y = -|2x - 1| - 2 \quad (1)$$

$$y = -|2x + 1| - 2 \quad (2)$$

$$y = -|x - 1| + 3 \quad (3)$$

$$y = -|x + 1| + 3 \quad (4)$$



تست ۴۵: شکل زیر نمودار کدام تابع زیر است؟

$$y = |x - 2| + 3 \quad (1)$$

$$y = |x + 2| + 3 \quad (2)$$

$$y = -|x - 2| + 3 \quad (3)$$

$$y = -|x + 2| + 3 \quad (4)$$

تست ۴۶: نمودار تابع  $y = -|x|$  را چهار واحد به سمت راست و سپس سه واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. نمودار به دست آمده از کدام ناحیه

نمی‌گذرد؟

(4) چهارم

(3) سوم

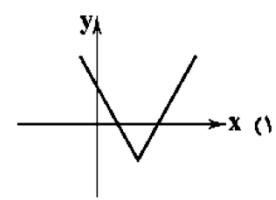
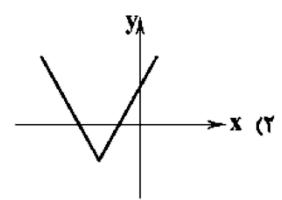
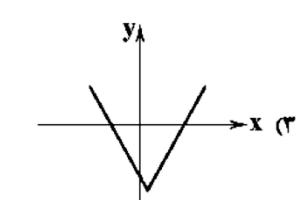
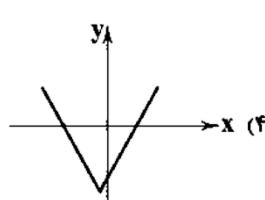
(2) دوم

(1) اول

(4) بی‌شمار

تست ۴۷: نمودار تابع  $y = -|x - 2| - 1$ ، خط  $y = 2$  را در چند نقطه قطع می‌کند؟

(1) صفر



تست ۴۸: نمودار تابع  $y = |2x - 1| - 4$  به کدام صورت است؟



ب) نقطه‌یابی: در این روش برای رسم تابع  $y = a|x - \alpha| + \beta$ , ابتدا راس تابع  $S = (\alpha, \beta)$  را بدست می‌آوریم و سپس با در نظر گرفتن دو نقطه کمکی در طرفین راس، تابع را رسم می‌کنیم.

مثال: تابع  $y = -2|x + 1| + 2$ ,  $y = 2|x| + 1$ ,  $y = |3x - 4|$  رسم کنید.

$$y = |3x - 4| \xrightarrow{S = \left(\frac{4}{3}, 0\right)} \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = |3(1) - 4| = |-1| = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = |3(2) - 4| = |2| = 2 \end{cases}$$

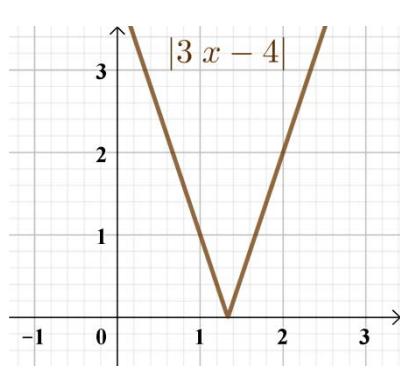
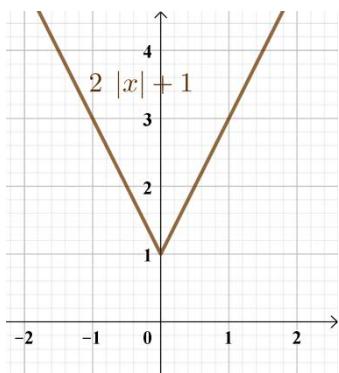
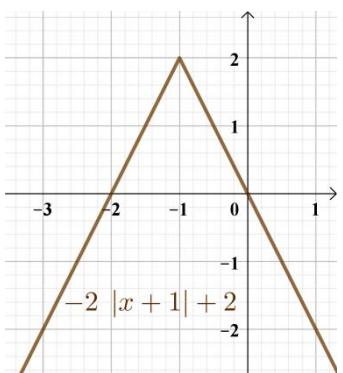
x	1	$\frac{4}{3}$	2
$y =  3x - 4 $	1	•	2

$$y = 2|x| + 1 \xrightarrow{S = (0, 1)} \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 2|-1| + 1 = 3 \\ x = 1 \Rightarrow y = 2|1| + 1 = 3 \end{cases}$$

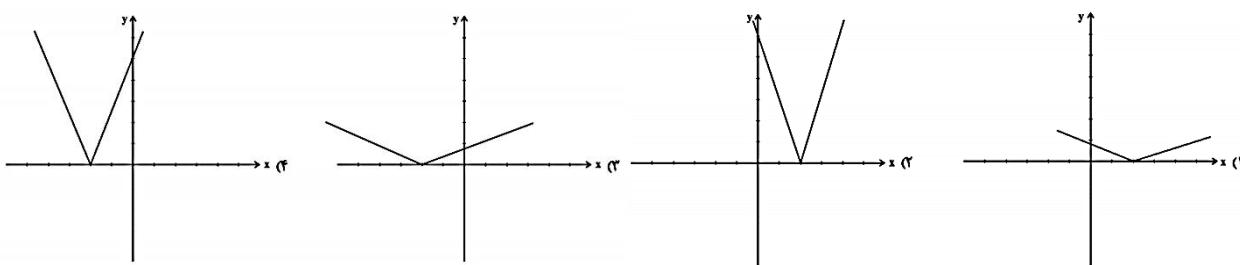
x	-1	•	1
$y = 2 x  + 1$	3	•	3

$$y = -2|x + 1| + 2 \xrightarrow{S = (-1, 2)} \begin{cases} x = -2 \Rightarrow y = -2|-2 + 1| + 2 = 0 \\ x = 0 \Rightarrow y = -2|0 + 1| + 2 = 0 \end{cases}$$

x	-2	-1	•
$y = -2 x + 1  + 2$	0	2	•

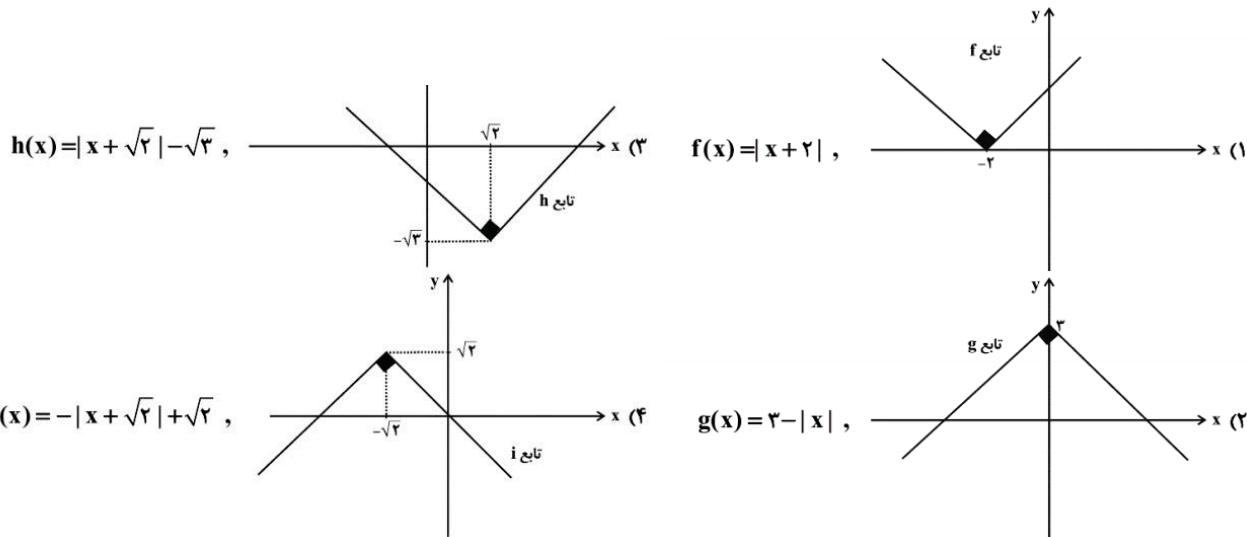


تست ۴۹: نمودار تابع  $f(x) = |\frac{x-2}{3}|$  کدام گزینه می‌باشد؟



(( اگر از خطاهای خود درس نگیریم ، ممکن است در آینده نیز آنها را تکرار کنید. ))

**مسئله ۵:** در کدام گزینه، نمودار و ضابطه تابع، با هم مطابقت ندارند؟



**مسئله ۶:** مساحت ناحیه‌ای که نمودار تابع  $f(x) = -|x - 3| + 3$  با محور طول‌ها می‌سازد، کدام است؟

- ۱۲) ۴      ۶) ۳      ۹) ۲      ۱۸) ۱



**مسئله ۷:** تابع با ضابطه  $f(x) = |x - 3| - 2$ ، در نقطه  $A(a, b)$ ، قطع می‌کند. حاصل  $a + b$  کدام است؟

- ۲) ۴      -۱) ۳      ۱) ۲      ۱) صفر



**مسئله ۸:** مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع  $y = |x| + 3$  و محور  $x$ ‌ها چقدر است؟

- ۹) ۴      ۶) ۳      ۴) ۲      ۳) ۱





چهار عمل اصلی: چهار عمل اصلی برای توابع دلخواه  $f$  و  $g$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), \quad (f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x), \quad \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

مثال: اگر  $g(x) = x - 2$  و  $f(x) = x + 2$  باشد:

الف) حاصل  $f - g, f + g, g / f$  را بباید.

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = (x + 2) + (x - 2) = 2x$$

$$(g - f)(x) = g(x) - f(x) = (x - 2) - (x + 2) = -4$$

$$(g / f)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x - 2}{x + 2}$$

ب) حاصل  $(gf)(4), (f + g)(2), (g - f)(3)$  را بباید.

$$(gf)(4) = g(4)f(4) = (4 - 2)(4 + 2) = 12$$

$$(f + g)(2) = f(2) + g(2) = (2 + 2) + (2 - 2) = 4$$

$$(g - f)(3) = g(3) - f(3) = (3 - 2) - (3 + 2) = -4$$

نکته: برای یافتن دامنه‌این توابع از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

$$D_{f+g} = D_{f-g} = D_{fxg} = D_f \cap D_g, \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \left\{ x \mid g(x) = 0 \right\}$$

مثال: اگر  $1 - \frac{x}{2}$  و  $f(x) = 2x + 1$  باشد:

الف) حاصل  $fg, f + g, f / g$  را بباید.



ب) حاصل  $(gf)(6), (f + g)(4), (f / g)(0)$  را بباید.

(( اهم‌العلی)) حکمت را هر کجا که یافته‌ی فراگیر، زیرا حکمت گشده هر موهمن است. ))

**تست ۱:** اگر  $f(x) = 2x + 1$  و  $f(x) = 2x - 5$  با دامنه  $x < 3$  کدام است؟

۷ (۴)

-۵ (۳)

 $x + 5$  (۲) $4x - 5$  (۱)

**تست ۲:** اگر  $\{(-1, 1), (1, 2), (2, 0), (3, -1)\}$  باشد، آن‌گاه دامنه‌ی تابع  $\frac{f}{g}$  شامل چند عضو است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)



**تست ۳:** اگر  $f(x) = 2x^2 - 1$ ، حاصل  $(f \times f)(2)$  کدام است؟

۴۹ (۴)

۷ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



**تست ۴:** اگر  $f(x) = x + 2$  و  $g(x) = x - 2$ ، حاصل  $\frac{(f+g)(x)}{(f-g)(x)}$  کدام است؟

 $\frac{2x}{x+4}$  (۴) $\frac{x}{2}$  (۳) $\frac{x}{4}$  (۲)

۱ (۱)



**تست ۵:** اگر  $f(x) = 2x - 1$  و  $g(x) = x - 1$ ، کدام تابع همانی است؟

 $(\frac{f}{g})(x)$  (۴) $(f-g)(x)$  (۳) $(f \times g)(x)$  (۲) $(f+g)(x)$  (۱)

**تست ۶:** اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = 2x - 1$ ، مقدار  $\frac{(f+g)(4)}{(f-g)(4)}$  کدام است؟

 $\frac{4}{9}$  (۴)

-۱ (۳)

 $\frac{7}{17}$  (۲) $\frac{9}{14}$  (۱)

**مسئله ۷:** اگر  $f(x) = \frac{6x-3}{x+2}$  باشد، دامنهٔ تابع  $\frac{f}{g}$  شامل چند عدد صحیح نیست؟

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱



**مسئله ۸:** برای دو تابع ثابت  $f$  و  $g$  داریم  $3 = (g+f)(1) = (g+f)(1) = y$  کدام است؟

y = ۴

y = ۳

y = ۲

y = ۱



**مسئله ۹:** اگر  $f(x) = |2x-1|$  و  $g(x) = \sqrt{4x+3}$  باشد، آنگاه حاصل  $\left(\frac{1}{f}-g\right)(3)$  کدام است؟

- $\frac{1}{2}$  $\frac{1}{2}$ - $\frac{3}{2}$  $\frac{3}{2}$ 

**مسئله ۱۰:** اگر  $f(x) = x\sqrt{x+1}$  و  $g(x) = x|2-x^3|$  باشد، حاصل  $(4f-g)(3)$  کدام است؟

۷۲) ۴

۷۴) ۳

۷۶) ۲

۷۸) ۱



**نکته:** در مثال‌های عددی، ابتدا اشتراک توابع را می‌یابیم و سپس برای  $x$ ‌های یکسان،  $y$ ‌ها را جمع یا ... می‌کنیم.



مثال: اگر  $g = \{(-1, 2), (2, 0), (3, 3)\}$  و  $f = \{(2, 2), (3, -1), (5, -1)\}$

$$1) D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{2, 3\}$$

$$2) f + g = \{(2, 2+0), (3, -1+3)\} = \{(2, 2), (3, 2)\}$$

$$3) f / g = \left\{ \left(2, \frac{-1}{2}\right), \left(3, \frac{-1}{3}\right) \right\} = \left\{ \left(3, -\frac{1}{3}\right) \right\}$$

$$4) gf = \{(2, 0 \times 3), (3, 3 \times -1)\} = \{(2, 0), (3, -3)\}$$

**مسئلہ ۲:** اگر  $g = \{(2, 5), (3, -1), (-1, 2)\}$  و  $f = \{(2, 0), (4, -1), (-1, 3)\}$  باشد، حاصل را بیابید:

$$D_f = \{ \quad \}, D_g = \{ \quad \}, D_f \cap D_g = \{ \quad \}$$

$$f + g = \quad , f \times g = \quad$$

$$f - g = \quad , g - f = \quad$$

$$f / g = \quad , g / f = \quad$$

$$f \times f = \quad , g - g = \quad$$

**مسئلہ ۳:** اگر  $D_{f+g}$  مجموعه  $D_f$  و  $D_g$  کدام است؟

$$\left\{ \frac{1}{2}, 3 \right\} \text{ (۴)} \quad \left\{ 3 \right\} \text{ (۳)} \quad \left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\} \text{ (۲)} \quad \left\{ \frac{1}{2}, 3, 1, -2 \right\} \text{ (۱)}$$

**مسئلہ ۴:** اگر  $\frac{g}{f}$  دامنه تابع کدام است؟

$$\{-1\} \text{ (۴)} \quad \emptyset \text{ (۳)} \quad \{2, 3, 4, -1\} \text{ (۲)} \quad \{2, -1\} \text{ (۱)}$$

**مسئلہ ۵:** اگر  $f_1(x) = x+1$  و  $f_2(x) = x-1$  با توجه به درخت رویه‌رو، حاصل  $(f_5 \circ f_4)(x)$  به‌ازای  $x=3$  کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

$$\{(3, -3), (-2, 0)\} \text{ (۴)}$$

$$\{(3, 3), (-2, 0)\} \text{ (۳)}$$

$$\{(-1, 3), (4, 0)\} \text{ (۲)}$$

$$\{(-1, -1), (4, 2)\} \text{ (۱)}$$

**مسئلہ ۶:**

اگر  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  تابع  $f-g$  کدام است؟

$$\begin{cases} f(x) = 2 & \\ g(x) = 2 & \end{cases}$$

((اهم موسی کاظم)) : کم کویی ، حکمت بزرگی است ، بر شما باد به خدمتشی که آسایش نیکو و سبکباری و سبب تخفیف گناه است . ))

**مسئله:** اگر  $\frac{f}{g} = \{(1, 1)\}$  و  $g = \{(2, a), (-1, -1), (1, 2)\}$  ،  $f = \{(2, 3), (-1, 4), (1, 2)\}$  کدام است؟

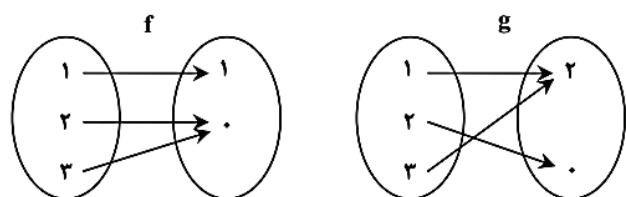
۱) صفر ۲)  $-1$  ۳)  $2$  ۴)  $1$

**مسئله:** اگر  $f + g = \{(2, 5), (4, 3)\}$  و  $f = \{(2, 3), (3, -1), (4, 2)\}$  کدام است؟

۱)  $\{(2, 5), (4, 3)\}$  ۲)  $\{(2, -2), (4, -1)\}$  ۳)  $\{(2, 1), (4, 1)\}$  ۴)  $\{(2, 1), (4, 1), (3, -1)\}$

**مسئله:** اگر  $(f + g)(b) = 3$  و  $g = \{(2, -1), (4, a+1)\}$  ،  $f = \{(3, -1), (2, a)\}$  کدام است؟

۱)  $4$  ۲)  $5$  ۳)  $6$  ۴)  $1$



**مسئله:** اگر دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر داده شده باشد، تابع  $\frac{g}{f}$  کدام است؟

۱)  $\frac{g}{f} = \{(1, 2)\}$  ۲)  $\frac{g}{f} = \{(1, \frac{1}{2})\}$  ۳)  $\frac{g}{f} = \{(1, \frac{1}{2}), (2, 0), (3, 0)\}$  ۴)  $\frac{g}{f} = \{(1, 2), (2, 0), (3, 0)\}$

**مسئله:** تابع  $f(x) = [x]$  با دامنه  $2 < x \leq 1$  و تابع  $g(x) = |x|$  با دامنه  $-1 \leq x \leq 1$  مفروض است. تابع  $(f+g)(x)$  کدام است؟ ([] علامت جزو صحیح است).

۱)  $x = 1$  با دامنه  $2$  (۲) ۲)  $-1 \leq x < 2$  با دامنه  $(f+g)(x) = [x] + |x|$  (۱)  
۳)  $x = 1$  با دامنه  $1$  (۴) ۴)  $1 \leq x < 2$  با دامنه  $(f+g)(x) = [x] + |x|$  (۳)

- ست: ۲۰**: اگر  $\{(3, 4), (-2, 3), (1, -5)\}$  باشد، آن‌گاه کدام زوج مرتب زیر عضو تابع  $f$  است؟
- (۹, ۴) (۴)      (۹, ۱۶) (۳)      (۴, ۴) (۲)      (۴, ۹) (۱) 

- ست: ۲۱**: اگر  $\{g-f\} = \{(3, 4), (-1, 2), (2, 0)\}$  و  $f = \{(2, 4), (0, 1), (-1, 3)\}$  باشد، کدام زوج مرتب زیر متعلق به تابع  $g$  است؟
- (-۲,  $\frac{1}{2}$ ) (۴)      (۲,  $-\frac{1}{2}$ ) (۳)      (-۱,  $\frac{1}{2}$ ) (۲)      (۱,  $-\frac{1}{2}$ ) (۱) 

- ست: ۲۲**: اگر  $\{g(x) = \frac{|x-1|}{x+1}\}$  و  $f = \{(-1, 0), (0, \frac{1}{2}), (1, -1), (2, 1)\}$  کدام است؟
- $\{(0, 1), (2, 6), (1, 0)\}$  (۲)       $\{(0, -1), (2, \frac{5}{3}), (1, 0)\}$  (۱) 
- $\{(0, -1), (2, \frac{1}{3})\}$  (۴)       $\{(0, 1), (2, 6)\}$  (۳)



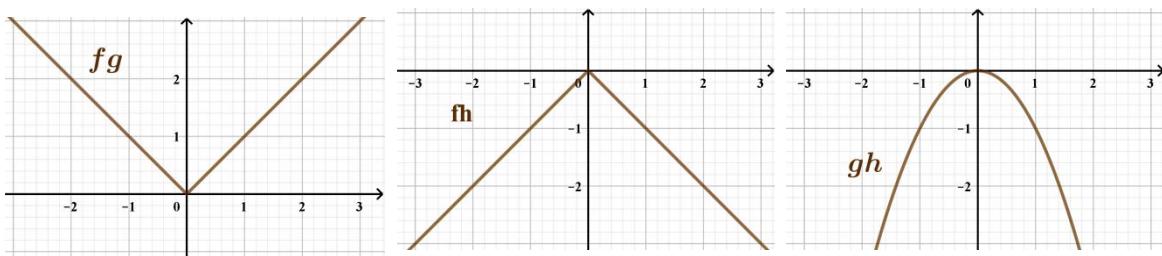
حل چند مثال به کمک رسم:

مثال: اگر  $h(x) = -x$ ,  $g(x) = x$ ,  $f(x) = \text{sign}(x)$  باشد، ضابطه‌ی توابع  $gh$ ,  $fg$ ,  $fh$  بیابید و نمودار آنها رارسم کنید.

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = \begin{cases} +1x & , x > 0 \\ 0x & , x = 0 \\ -1x & , x < 0 \end{cases} = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

$$(fh)(x) = f(x)h(x) = \begin{cases} +1(-x) & , x > 0 \\ 0(-x) & , x = 0 \\ -1(-x) & , x < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ +x & , x < 0 \end{cases}$$

$$(gh)(x) = g(x)h(x) = -x^2$$



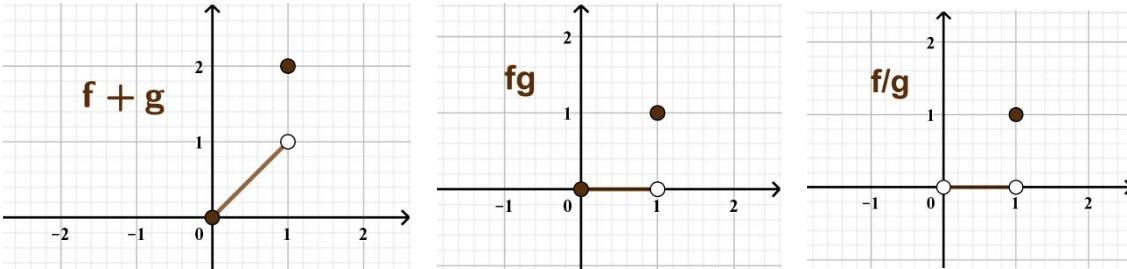
نکته: در مسائل ترسیمی که دامنه‌ی برای توابع داده شده در نظر گرفته شده باشد، با توجه به رابطه‌های بیان شده برای دامنه در اول همین درس، به حل آنها می‌پردازیم.

مثال: اگر  $g(x) = x$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $f(x) = [x]$ ,  $0 \leq x < 2$  باشد، آنگاه ضابطه‌ی توابع زیر را بیابید و نمودار آنها رارسم کنید.

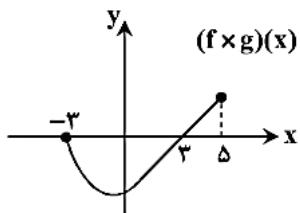
$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = [x] + x, D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = ([x])(x) = x[x], D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{[x]}{x}, D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \{x | 0 < x \leq 1\}$$



تست ۲۳:- اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند و نمودار  $(f \times g)(x)$  به صورت مقابل باشد، دامنه تابع  $f(x)$  کدام محدوده می‌تواند باشد؟



-۵ ≤ x ≤ ۷ (۱)

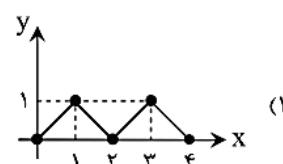
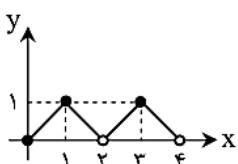
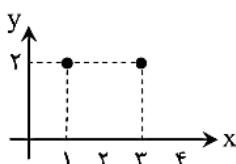
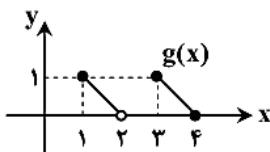
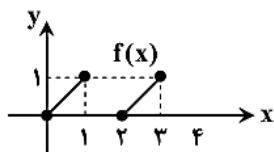
۳ ≤ x ≤ ۵ (۲)

-۳ ≤ x ≤ ۳ (۳)

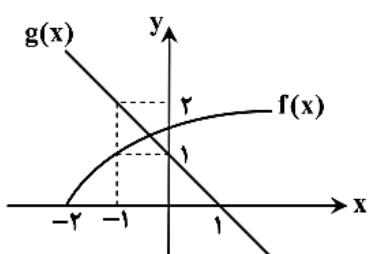
-۵ ≤ x ≤ ۳ (۴)



تست ۲۴:- اگر نمودارهای توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  به صورت زیر باشند، نمودار  $(f + g)(x)$  کدام است؟



تست ۲۵:- اگر نمودار توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  به صورت رو به رو باشد،  $(f \times g)(-1)$  کدام است؟



۱ (۱)

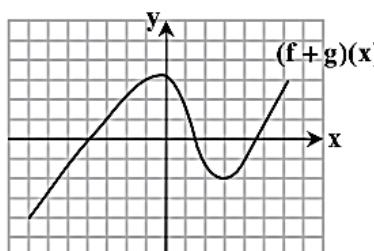
۲ (۲)

-۱ (۳)

-۲ (۴)



تست ۲۶:- اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند و نمودار تابع  $(f + g)(x)$  به صورت رو به رو باشد، حاصل  $f(3) + g(3)$  کدام است؟



-۱ (۱)

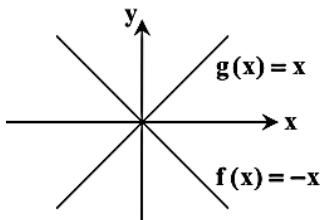
-۲ (۲)

۰ (۳) صفر

-۴ (۴)

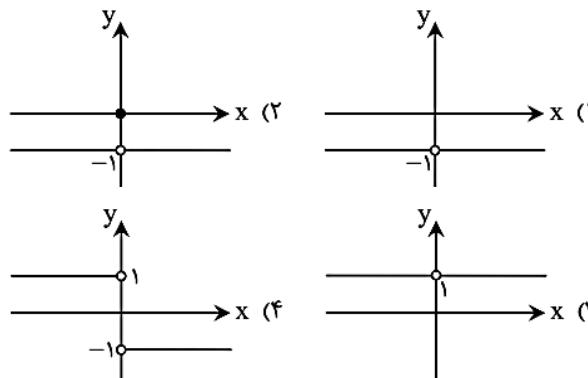


(()) کسی که به پشتکار خود اعتقاد دارد، ارزشی برای شانس قائل نیست. (( ))



نمودار توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  به صورت مقابل است. نمودار  $(\frac{f}{g})(x)$  کدام است؟

ست ۲۷:



مثال ۳: اگر  $(f+h)(x) = x+1$  ،  $(fg)(x) = |x|$  ،  $f(x) = x$  باشد، ضابطه‌ی توابع  $g$  و  $h$  را باید.

مثال ۳:



مثال ۴: اگر  $h(x) = -x$  ،  $g(x) = x$  ،  $f(x) = \text{sign}(x)$  باشد، ضابطه‌ی توابع  $h+g$  ،  $f+g$  ،  $f+h$  را باید و نمودار آنها را رسم کنید.

رسم کنید.

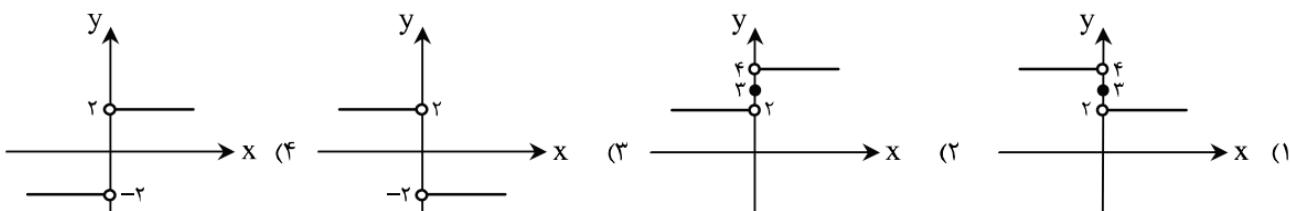


مثال ۵: اگر  $h(x) = -x^2$  ،  $g(x) = x^2$  ،  $f(x) = \text{sign}(x)$  باشد، ضابطه‌ی توابع  $fg$  ،  $fh$  را باید نمودار آنها را رسم کنید.

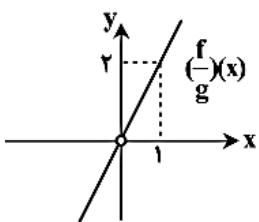
مثال ۵:



**مسئلہ:** اگر  $f(x) = \text{sign}(x)$  و  $g(x) = 2$  باشد، ضابطه‌ی توابع  $hg$ ,  $fg$ ,  $fh$  را باید و نمودار آن‌ها را رسم کنید.



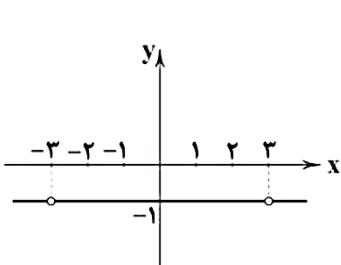
**مسئلہ:** اگر  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  و  $f(x) = 3$  باشد، نمودار  $(f - g)(x)$  تابع علامت  $(\text{sign}(x))$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{2}{x}$   
(۲)  $2x$   
(۳)  $\frac{x}{2}$   
(۴)  $x$



**مسئلہ:** اگر  $f(x) = x^2$  و نمودار تابع  $(\frac{f}{g})(x)$  به صورت مقابل باشد، ضابطه‌ی تابع  $g(x)$  کدام است؟



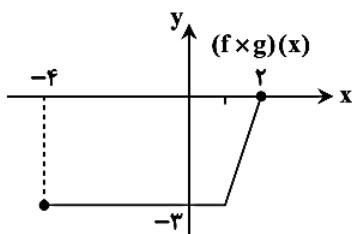
- (۱)  $g(x) = \frac{1}{9-x^2}$   
(۲)  $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$   
(۳)  $g(x) = 1-x^2$   
(۴)  $g(x) = 9-x^2$



**مسئلہ:** اگر  $f(x) = x^2 - 9$  و نمودار تابع  $(\frac{g}{f})(x)$  به صورت زیر باشد، ضابطه‌ی تابع  $g(x)$  کدام است؟

((شکست بیش از موفقیت آموزنده است، کسی که هیچ گاه اشتباه نهی کند، هرگز به جایی نهی رسد. ))

۳۱-  $f(x)$  و  $g(x)$  دو تابع هستند و نمودار تابع  $(f \times g)(x)$  مطابق شکل، محور  $x$  را در  $x=2$  قطع کرده است. اگر  $f(2) \neq 0$ ، دامنه



$\frac{f}{g}(x)$  کدام محدوده است؟

-۴ ≤ x ≤ ۲ (۱)

-۳ ≤ x ≤ ∞ (۲)

-۳ ≤ x < ∞ (۳)

-۴ ≤ x < ۲ (۴)

۳۱

۷

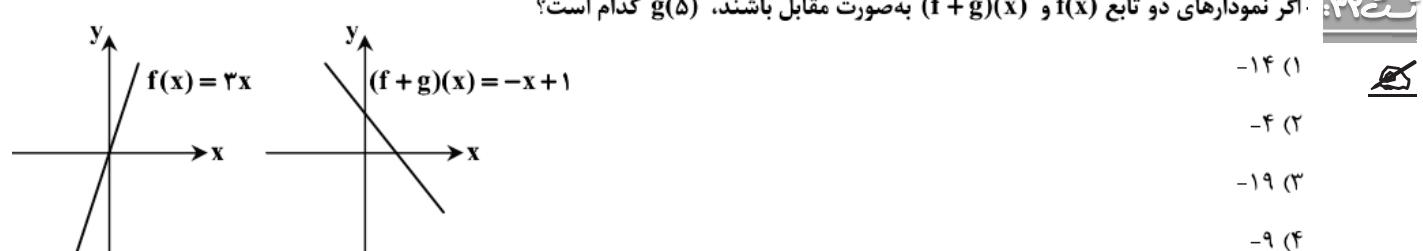
۷

اگر  $f(x) = 2$  و  $g(x) = [x]$  باشد، ضابطه‌ی تابع  $fg$  را بباید و نمودار آن را رسم کنید.

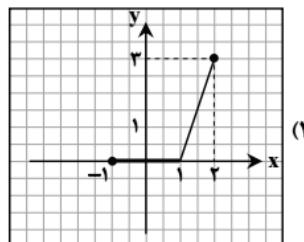
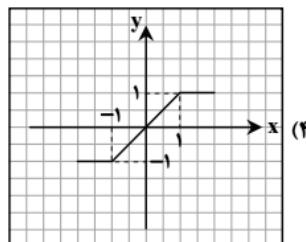
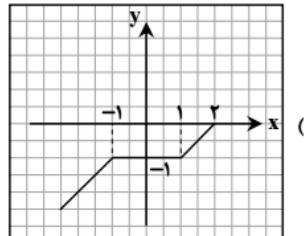
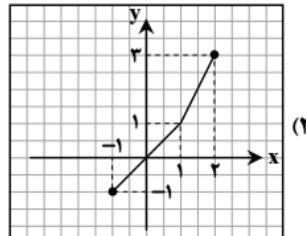
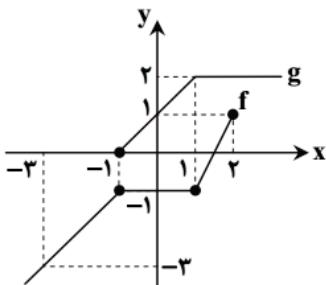
۸- اگر  $g(x) = x$  و  $f(x) = |x|$  باشد، ضابطه‌ی تابع  $\frac{f}{g}$  را بباید و نمودار آن را رسم کنید.

۸

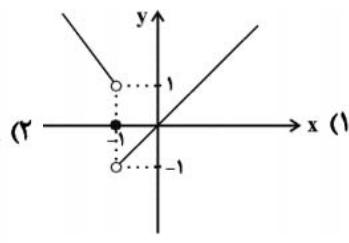
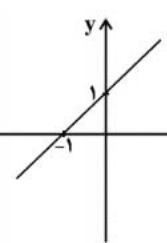
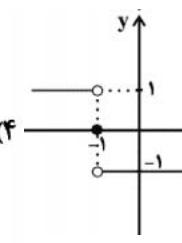
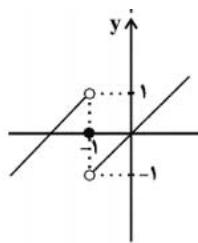
۸



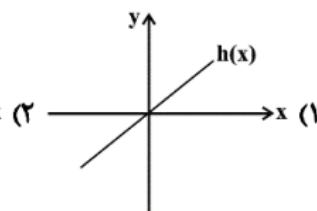
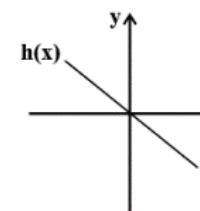
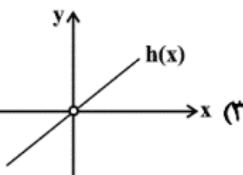
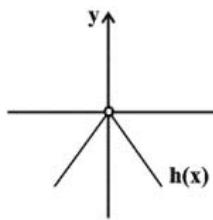
تست ۳۳:

نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار  $f + g$  در کدام گزینه آمده است؟

تست ۳۴:

نمودار تابع  $f(x) = x \operatorname{sign}(x+1)$  کدام گزینه می‌باشد؟

تست ۳۵:

اگر  $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  کدام است؟  $f(x) = |x|$ ,  $g(x) = \operatorname{sign}(x)$ 

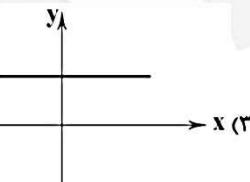
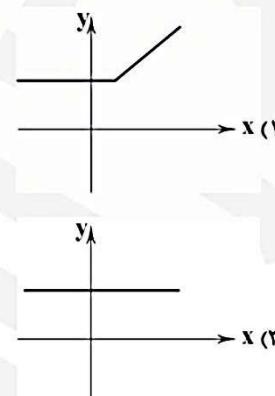
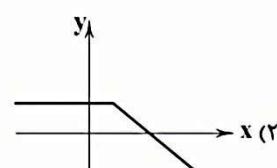
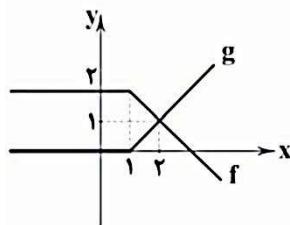
تست ۳۶:

ضابطه‌ی تابع  $(g-f)(x)$  را بنویسید و سپس آن را رسم کنید.

$$f(x) = |2x|, g(x) = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

ک

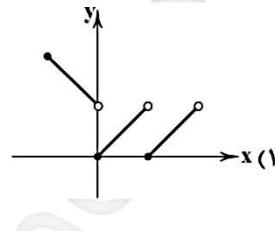
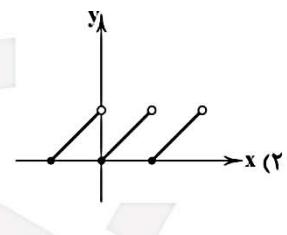
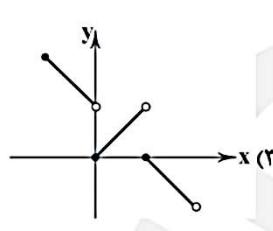
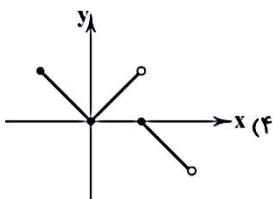
اگر نمودار تابع  $f$  و  $g$  به صورت زیر باشند، نمودار تابع  $f+g$  کدام است؟



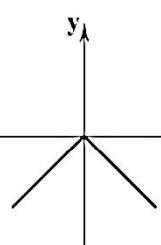
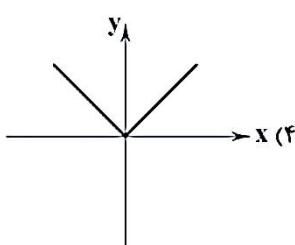
سته: ۳۶



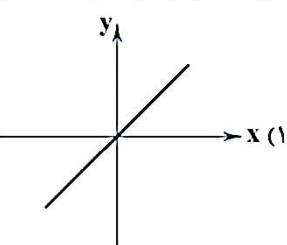
نمودار تابع  $f(x)=|x|-[x]$  با دامنه‌ی  $-1 \leq x < 2$  - کدام است؟ ( )، نماد جزء صحیح است.



سته: ۳۷



اگر  $g(x)=\text{sign}x$  و  $f(x)=|x|$  باشند، نمودار  $(f \cdot g)(x)$  کدام است؟

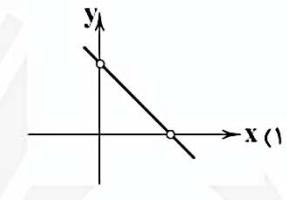
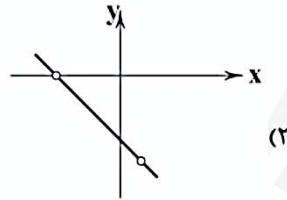
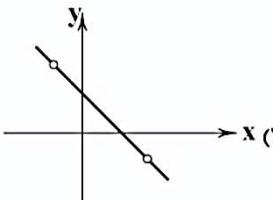
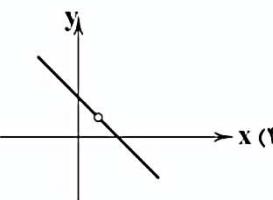


سته: ۳۸



اگر  $g(x)=2+x-x^3$  و  $f(x)=x^3-2x^2-x+2$  باشند، نمودار  $\frac{f}{g}$  کدام است؟

سته: ۳۹



## فصل چهارم

### منطق و استدلال ریاضی

بخش اول: منطق ریاضی

بخش دوم: استدلال ریاضی



**گزاره:** به هر جمله خبری که بتوانیم (در حال حاضر یا در آینده) دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست (راست یا دروغ) را به آن نسبت بدهیم، یک گزاره گفته می‌شود.

**نقیض یک گزاره:** نقیض گزاره  $p$  را با نماد  $(\sim p)$  نمایش می‌دهیم و آن را به صورت (نقیض  $p$ ) یا (چنین نیست که  $p$ ) می‌خوانیم.

**مسئله ۱:** کدام گزینه، یک گزاره با ارزش درست است؟

- ۱)  $\sqrt{2}$  عددی طبیعی است.
- ۲) درس منطق از بقیه دروس رشته انسانی دشوارتر است.

۱) ریاضی درس زیبایی است.

۳) نقیض  $p$  را با نماد  $(\sim p)$  نشان می‌دهند.



- ۱) آیا طرح ترافیک خودروها در روز پنج شنبه برقرار است؟
- ۲) در جاده، آهسته برانید.

**مسئله ۲:** کدام گزینه‌ی زیر یک گواه است؟

۱) پارک لاله زیباتر از پارک ملت است.

۳) عدد  $2/51$  یک عدد گنگ است.



**مسئله ۳:** نقیض گزاره «چنین نیست که ۱ عددی اول است» کدام گزینه است؟

- ۱) عددی اول نیست.
- ۲) ۱ عددی مرکب است.
- ۳) ۱ عددی اول است.
- ۴) ۱ عددی مرکب نیست.



**مسئله ۴:** نقیض کدام گزاره، ارزش نادرست دارد؟

- ۱)  $\frac{\sqrt{3}}{x+1}$  عبارتی گویا نیست.
- ۲)  $1 - \sqrt{2}$  عددی مثبت است.
- ۳) تهران پایتخت عراق است.



**مسئله ۵:** نقیض چند گزاره درست بیان نشده است؟

الف) گزاره: هر لوزی یک متوازی الاضلاع است. نقیض گزاره: هر لوزی یک متوازی الاضلاع نیست.

ب) گزاره:  $3 - (-2)$  عددی مثبت است. نقیض گزاره:  $3 - (-2)$  عددی نامثبت است.

پ) گزاره: عدد  $a$  از عدد  $b$  بزرگ‌تر است. نقیض گزاره: عدد  $b$  از عدد  $a$  بزرگ‌تر است.

ت) گزاره:  $a$  عددی اول است. نقیض گزاره:  $a$  عددی مرکب است.

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴



(( کارهای بزرگ تنها از هر دان بزرگ ساخته است و هر دان هنگاهی بزرگ همیشوند که بخواهند. ))

نکته: برای نهاییش بهتر ارزش گزاره‌ها، از جدولی به همین نام استفاده می‌شود. تعداد سطرهای جدول برای  $n$

گزاره برابر  $2^n$  سطر است.

$p$
د
ن

$2^1 = 2$

$p$	$q$
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

$2^2 = 4$  = تعداد حالت‌های ارزشی دو گزاره

$p$	$q$	$r$
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

$2^3 = 8$  = تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره



**مسئله ۶:** در یک گزاره‌ی مرکب، اگر یک گزاره ساده‌ی دیگر به آن اضافه کنیم، در این صورت تعداد حالت‌های ارزشی گزاره‌ها در حالت جدید ...

- (۱) ۲ حالت بیش‌تر می‌شود.
- (۲) دو برابر می‌شود.
- (۳) نصف می‌شود.
- (۴) تغییری نمی‌کند.

**مسئله ۷:** اگر تعداد ردیف‌های جدول ارزش گزاره‌ی مربوط به  $n$  گزاره، هشت برابر تعداد ردیف‌های جدول مربوط به  $n$  گزاره باشد،  $n$  کدام است؟

- ۷ (۴)                  ۶ (۳)                  ۵ (۲)                  ۴ (۱)



**مسئله ۸:** اگر سطرنی از جدول ارزش تعدادی گزاره به صورت «ن ن ن ن» باشد، این جدول چند سطر دیگر دارد؟

- ۳۲ (۴)                  ۳ (۳)                  ۱۵ (۲)                  ۱۶ (۱)



### ترکیب گزاره‌ها:

الف) ترکیب عطفی دو گزاره: هرگاه بخواهیم دو گزاره مانند  $p$  و  $q$  را با لفظ (و) ترکیب کنیم، از نماد

(۸) بین دو گزاره استفاده می‌کنیم و آن را ترکیب عطفی دو گزاره می‌نامیم و می‌نویسیم  $p \wedge q$ .

ترکیب عطفی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش درست است که هر دو گزاره ارزش درست داشته باشد و اگر حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشد، ارزش ترکیب نادرست است.

$p$	$q$	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ارزش ترکیب عطفی دو گزاره

با توجه به جدول زیر تعیین می‌شود:



((((سعی کنید چیزهایی را که دوست دارید، به دست آورید و گرنه ناچار خواهید شد، چیزهایی را که به دست آورده‌اید، دوست داشته باشید. ))))

**مسئله ۸:** گزاره «۵ عددی فرد است و ۴ عددی اول است» کدام نوع گزارهٔ ترکیبی است؟ ارزش آن کدام است؟

۴) فصلی - نادرست

۳) عطفی - درست

۲) عطفی - نادرست

۱) عطفی - نادرست

**مسئله ۹:**



- اگر گزاره «اعداد صحیح زیرمجموعهٔ اعداد گویا هستند» را با  $p$  و گزاره «۱۱۹ عددی اول است» را با  $q$  نمایش دهیم، ارزش گزاره‌ها در جدول

$p$	$q$	$\sim(p \wedge q)$
□	○	△

- زیر کدام است؟
- (۱) د و ۵ △
  - (۲) ن و ۵ △
  - (۳) د و ن △
  - (۴) ن و ن △

**مسئله ۱۰:** کدام گزاره‌ی عطفی درست است؟

۱) هر هفته ۷ روز و هر ماه ۳۰ روز است.

۲) عدد  $1 + 4^2 + 4^3 + 4^4$  اول و عدد  $3^2 + 3^3 + 3^4$  مرربع کامل است.

$$3) \sqrt{(-6)^2} = -6 \quad 4) 2^3 = 9$$

۳)  $<^2 - 2^0$  عدد اول است.

**مسئله ۱۱:**



- اگر  $q$  گزاره درست و ارزش گزاره مركب  $(p \wedge q \wedge r)$  نادرست باشد، آنگاه برای  $p$  و  $r$  چند حالت امکان‌پذیر است؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

**مسئله ۱۲:**



۱) دو گزاره هم‌ارزند، هرگاه هم هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

۲) از نماد  $\equiv$  برای نمایش هم‌ارزی دو گزاره استفاده می‌کنیم.

- ۱)  $p \wedge p \equiv p$  , ۲)  $p \wedge (\sim p) \equiv F$  , ۳)  $p \wedge T \equiv p$
- ۴)  $p \wedge F \equiv F$  , ۵)  $p \wedge q \equiv q \wedge p$

۳) در حالت کلی داریم:



**ترکیب گزاره‌ها:**



ب) **ترکیب فصلی دو گزاره:** هرگاه بخواهیم دو گزاره مانند  $p$  و  $q$  را با لفظ (یا) ترکیب کنیم، از نماد

۷) بین دو گزاره استفاده می‌کنیم و آن را ترکیب فصلی دو گزاره می‌نامیم و می‌نویسیم  $p \vee q$ .

ترکیب فصلی دو گزاره فقط وقتی دارای ارزش نادرست است که هر دو گزاره ارزش نادرست داشته باشد و اگر حداقل یکی از دو گزاره درست باشند، ارزش ترکیب درست است.

ارزش ترکیب عطفی دو گزاره با توجه به جدول زیر تعیین می‌شود:

$p$	$q$	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

**تست ۱۲:** برای آنکه گزاره زیر دارای ارزش «نادرست» باشد، به جای نقطه‌چین کدام گزینه را باید قرار داد؟

۵۷) عددی اول است یا .....

۴) ۲ عددی اول نیست.

۳) ۴ عددی زوج است.

۲) ۹۱ عددی مرکب است.

۱)  $2 > 5$

**تست ۱۳:** ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  کدام باشد تا ارزش « $p \wedge q$ » نادرست و « $p \vee q$ » درست باشد؟

۱) هر دو درست

۲) هر دو نادرست

۳) یکی درست و یکی نادرست

۴) امکان ندارد هم‌زمان « $p \wedge q$ » نادرست و « $p \vee q$ » درست باشد.

۴) نادرست - درست

۳) نادرست - درست

۲) درست - درست

۱) درست - نادرست



**نکته:** در حالت کلی داریم:

$$1) p \vee p \equiv p, 2) p \vee (\sim p) \equiv T, 3) p \vee T \equiv T$$

$$4) p \vee F \equiv p, 5) p \vee q \equiv q \vee p$$

**تست‌ها:**

ارزش کدامیک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

$p \vee \sim q$  (۴)

$(p \wedge \sim p)$  (۳)

$(p \vee \sim p)$  (۲)

$(p \vee q) \wedge r$  (۱)



**نکته:** در حالت کلی داریم:

$$1) p \wedge (p \vee q) \equiv p, 2) p \vee (p \wedge q) \equiv p \quad \text{قوانین جذب:}$$

$$3) \sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \wedge (\sim q), 4) \sim(p \wedge q) \equiv (\sim p) \vee (\sim q) \quad \text{قوانین دمرونگان:}$$

$$\begin{cases} 5) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \\ 6) p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \end{cases} \quad \text{قوانین پخش‌پذیری:}$$

**تست ۱۷:**

- اگر گزاره  $p$  به صورت «۵ عددی مثبت است» و گزاره  $q$  به صورت «۲ عددی اول است» بیان شود، نقیض گزاره  $(p \wedge \sim q)$  به کدام صورت است؟

۲) ۵ عددی مثبت نیست یا ۲ عددی اول است.

۱) ۵ عددی منفی است و ۲ عددی اول است.

۴) ۵ عددی مثبت نیست یا ۲ عددی اول نیست.

۳) ۵ عددی مثبت است و ۲ عددی اول نیست.



**مسئله ۱۷:** بدهای  $\square$  در گزاره «۲ عددی اول است و  $\square$  چه ترکیبی قرار گیرد تا ارزش گزاره درست باشد؟

- (۱) عدد پنج زوج است و عدد ۳ فرد است.
- (۲) عدد ۳ زوج است یا عدد ۷ فرد است.
- (۳) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچکتر است و عدد ۳ زوج است.
- (۴)  $4 = 3 \times 2$  یا عدد ۱۵ از ۱۲ کوچکتر است.

**مسئله ۱۸:** ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  کدام باشد تا ارزش  $p \wedge q$  نادرست و  $p \vee q$  درست باشد؟

- (۱) هر دو درست
- (۲) هر دو نادرست
- (۳) یکی درست و یکی نادرست
- (۴) امکان ندارد هم‌زمان  $p \wedge q$  نادرست و  $p \vee q$  درست باشد.

اگر  $p$  گزاره‌ی «۵۷ بر ۳ بخش‌پذیر است» و  $q$  گزاره‌ی «۲ عددی اول نیست» باشد و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش

کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

$$(q \wedge r) \vee \sim p \quad (۴) \quad (p \wedge \sim r) \vee \sim q \quad (۳) \quad (p \vee \sim r) \wedge q \quad (۲) \quad \sim (p \vee \sim q) \wedge r \quad (۱)$$

اگر ارزش هر دو گزاره‌ی مرکب  $(p \wedge \sim q)$  و  $(q \vee \sim r)$  درست باشد، در این صورت ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- |                            |                               |                        |
|----------------------------|-------------------------------|------------------------|
| الف) $p \vee (r \wedge q)$ | ب) $r \wedge (\sim p \vee q)$ | ج) $\sim (p \wedge r)$ |
| (۱) صفر                    | (۲) ۳                         | (۳) ۲                  |

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند که ترکیب فصلی آن‌ها دارای ارزش درست باشد، در این صورت به ترتیب از راست به چپ ارزش گزاره‌ی

- |                                 |                             |                      |
|---------------------------------|-----------------------------|----------------------|
| الف) $p \vee (\sim p \wedge q)$ | ب) $p \vee (\sim p \vee q)$ | ج) $\sim p \wedge q$ |
| (۱) نادرست - درست               | (۲) نادرست - نادرست         | (۳) درست - نادرست    |
| (۴) درست - درست                 |                             |                      |

**مسئله ۲۱:** ارزش گزاره‌ی  $[p \vee (\sim q \wedge \sim p)] \vee q$  کدام است؟

- |                |                  |                                  |                                  |
|----------------|------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| ۱) همواره درست | ۲) همواره نادرست | ۳) به ارزش گزاره $p$ بستگی دارد. | ۴) به ارزش گزاره $q$ بستگی دارد. |
|----------------|------------------|----------------------------------|----------------------------------|

**مسئله ۲۲:** کدام هم‌ارزی نادرست است؟

- (۱)  $\sim (p \vee q) \equiv \sim q \wedge (\sim p)$
- (۲)  $\sim (p \wedge q) \equiv p \vee (\sim q)$
- (۳)  $\sim (\sim p \wedge q) \equiv p \wedge q$

(()) یک چیز همیتواند همه چیزرا دگرگون کند، انتخاب هدف و چسیدن به آن. (( ))

**تست ۲۴:** اگر نقطی « $x \geq 5 \vee (y \in Q)$  » دارای ارزش درست باشد،  $x$  و  $y$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$$x = y = 4 \quad (4)$$

$$x = y = \sqrt{30} \quad (3)$$

$$x = y = \sqrt{20} \quad (2)$$

$$x = y = 6 \quad (1)$$



- در تکمیل جدول ارزش‌گذاری مقابل، ارزش گزاره‌های نامشخص از راست به چپ کدام است؟

p	q	$\neg p \vee q$	$\neg(p \vee \neg q)$	$p \wedge (\neg p \vee q)$
؟	؟	؟	۵	؟

(۱) نادرست - نادرست - نادرست - درست

(۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۳) درست - درست - درست - نادرست

(۴) نادرست - درست - درست - نادرست

**تست ۲۵:**



اگر  $r$  گزاره‌ای درست و  $p \wedge (q \vee p) \wedge r$  گزاره‌ای نادرست باشد، گزاره‌ی  $(q \wedge r) \vee p$  هم ارز با کدام گزاره است؟

$$q \quad (4)$$

$$p \quad (3)$$

$$F \quad (2)$$

$$T \quad (1)$$



**تست ۲۶:** کدام یک از گزینه‌های زیر با گزاره «هفته هفت روز دارد و ماه شهریور ۳۱ روز دارد» هم ارزش است؟

(۱) قران دلای ۳۰ جزء است و همه سوره‌های آن با بسم الله شروع می‌شوند. (۲) ۵۷ عددی اول است و ۳ عددی اول نیست.

(۳) ۱۲۱ مضرب ۱۲ است یا  $\sqrt{3}$  گنگ است. (۴) عدد  $^{(1)}(-)$  عددی همواره مثبت است یا ۲ عددی اول نیست.



ج) ترکیب شرطی دو گزاره: هرگاه بخواهیم از گزاره  $p$  گزاره  $q$  را نتیجه بگیریم، از نماد  $(\Rightarrow)$  استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم:  $p \Rightarrow q$  و آن را به صورت‌های زیر می‌خوانیم: (اگر  $p$  آنگاه  $q$ )، ( $p$  نتیجه می‌دهد  $q$  را)، ( $q$  از  $p$  نتیجه می‌شود)



$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

در گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$ ،  $p$  را مقدم و  $p$  را تالی می‌نامیم.

ارزش گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  با توجه به جدول رویم و تعیین می‌گردید:

نکته:

۱) ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  فقط زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

۲) اگر ارزش مقدم نادرست باشد، بدون توجه به تالی، ارزش گزاره شرطی درست است. (اصطلاحا به انتفاع مقدم)

۳) اگر ارزش تالی درست باشد، بدون توجه به مقدم ارزش گزاره شرطی درست است.

**مثال:** اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را صورت امکان مشخص کنید.

۱)  $(q \Rightarrow p) \wedge r$

۵)  $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$

۲)  $(p \vee q) \vee r$

۶)  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

۳)  $(p \Rightarrow q) \wedge r$

۷)  $(p \wedge q) \Rightarrow r$

۴)  $(r \Rightarrow p) \vee q$

**مسئله ۲۸:** اگر  $p$ ,  $q$  و  $r$  سه گزاره باشند و ارزش گزاره  $r \Rightarrow (p \Rightarrow q)$  به انتفای مقدم درست باشد، ارزش گزاره  $q$  کدام است؟

۱) درست      ۲) نادرست      ۳) بستگی به ارزش  $r$  دارد.      ۴) بستگی به ارزش  $p$  دارد.

**مسئله ۲۹:** اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  ۴       $(p \vee q) \vee r$  ۳       $(p \Rightarrow q) \wedge r$  ۲       $(r \Rightarrow p) \vee q$  ۱

**مسئله ۳۰:** اگر ارزش گزاره  $(\sim q \vee r) \wedge p$  درست باشد، ارزش گزاره  $\sim p \wedge (\sim q \vee r)$  کدام است؟

۱)  $F$  ۲      ۲)  $T$  ۱      ۳) با  $q$  هم ارزش است.      ۴) با  $r$  هم ارزش است.

**مسئله ۳۱:** ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

۱) اگر  $\pi$  عددی گویا باشد، آنگاه  $\sqrt{2} - \pi$  عددی گنگ است.  
 ۲) اگر  $-5 < -2$  باشد، آنگاه  $2 < 5$  است.  
 ۳) اگر  $29$  عددی اول باشد، آنگاه فرد است.  
 ۴) اگر  $2$  عددی اول باشد، آنگاه  $\sqrt{2}$  عددی گویا است.

**مسئله ۳۲:** اگر  $p$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

۱) الف و ب      ۲) فقط ب      ۳) فقط پ      ۴) فقط پ

**مسئله ۳۳:** کدام گزینه به انتفای مقدم دارای ارزش درست است؟

۱) اگر  $2$  فرد باشد، آنگاه  $2 > 5$ .  
 ۲) اگر  $2$  گنگ باشد، آنگاه  $\sqrt{3}$  گنگ است.  
 ۳) اگر  $15$  مضرب  $5$  باشد، آنگاه  $5$  فرد است.  
 ۴) اگر  $\sqrt{4}$  گویا باشد، آنگاه  $\sqrt{2}$  گویاست.

(()) هر کس خواهان هویت است، باید یاد بگیرد که ناکاهی جزء حتی فرایند پیشرفت است. (())

تست ۳۴: اگر  $q \Rightarrow p \wedge q \Rightarrow p$  دارای ارزش یکسان باشند، کدام گزینه درست است؟

$$\sim p \wedge q \equiv T \quad (2)$$

$$\sim p \vee q \equiv p \quad (1)$$

۳) یکی دارای ارزش درست و دیگری دارای ارزش نادرست است. ۴) ارزش  $p$  و  $q$  همواره یکسان است.



تست ۳۵: اگر ارزش گزاره  $p \vee r$  به ارزش  $r$  بستگی داشته باشد و  $q$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره  $(q \vee r) \Rightarrow \sim p$  کدام است؟

۴) همارزش با

۳) همارزش با  $r$

۲) نادرست

۱) درست



تست ۳۶: ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  به ترتیب کدام باشد تا ارزش گزاره  $(\sim p \wedge q) \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$  درست باشد؟

۴) نادرست - نادرست

۳) نادرست - درست

۲) درست - نادرست

۱) درست - درست



تست ۳۷: اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند به کمک جدول، در کدام حالت، ارزش گزاره  $(\sim p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim p$  نادرست است؟

۲)  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.

۱)  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند.

۴)  $p$  و  $q$  هر دو نادرست باشند.

۳)  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد.



تست ۳۸: ترکیب شرطی  $\sim p \Rightarrow p \wedge q$  در چه صورت نادرست است؟

۲)  $p$  و  $q$  هر دو نادرست باشند.

۱)  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند.

۴) نادرست و  $q$  درست باشد.

۳)  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.



تست ۳۹: کدام گزینه در مورد گزاره  $[p \Rightarrow q] \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow p]$  صحیح می‌باشد؟

۴) همیشه درست است.

۳) همیشه نادرست است.

۲) همیشه درست است.

۱) همیشه درست است.



تست ۴۰: اگر  $p$  گزاره‌ای نادرست و  $q$  و  $r$  گزاره‌های دلخواه باشند، ارزش کدام گزاره زیر درست است؟

$$p \wedge (q \vee r) \quad (2)$$

$$(q \vee p) \Rightarrow (q \wedge r) \quad (1)$$

$$(q \Rightarrow r) \Rightarrow (q \Rightarrow p) \quad (4)$$

$$(r \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \quad (3)$$



نکته: در حالت کلی داریم:



$$1) P \Rightarrow q \equiv (\sim P) \vee q \quad , \quad 2) \sim (P \Rightarrow q) \equiv P \wedge (\sim q)$$

$p \wedge q$  دو گزاره‌ی دلخواه هستند. در این صورت همارز گزاره‌ی دوشرطی  $[q \Rightarrow p] \Leftrightarrow [p \vee q] \wedge (q \Rightarrow p)$  کدام است؟

 $p \Leftrightarrow q$  (۴) $p \wedge q$  (۳)

F (۲)

T (۱)



تست ۴۲:

ارزش نقیض گزاره‌ی  $(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge q)$  کدام است؟

- ۱) همواره درست  
 ۲) همواره نادرست  
 ۳) به ارزش گزاره‌ی  $p \wedge q$  بستگی دارد  
 ۴) به ارزش گزاره‌ی  $p \wedge q$  بستگی دارد



تست ۴۳:

نقیض گزاره «هر عددی که بر ۲ و ۷ بخش‌پذیر باشد، بر ۱۴ بخش‌پذیر است.» کدام است؟

- ۱) عددی هست که بر ۲ یا ۷ بخش‌پذیر است، اما بر ۱۴ بخش‌پذیر نیست.  
 ۲) عددی هست که بر ۲ و ۷ بخش‌پذیر است، اما بر ۱۴ بخش‌پذیر نیست.  
 ۳) عددی هست که بر ۲ و ۷ بخش‌پذیر نیست، اما بر ۱۴ بخش‌پذیر است.  
 ۴) عددی هست که بر ۲ یا ۷ بخش‌پذیر نیست، اما بر ۱۴ بخش‌پذیر است.



تست ۴۴:

نقیض گزاره‌ی  $\sim p \Rightarrow q$  کدام است؟ $p \wedge q$  (۴) $\sim p \wedge \sim q$  (۳) $p \wedge \sim q$  (۲) $\sim p \wedge q$  (۱)

تست ۴۵:

همارز گزاره‌ی  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$  کدام است؟ $\sim q$  (۴) $q$  (۳) $\sim p$  (۲) $p$  (۱)

عکس نقیض: گزاره  $p \Rightarrow \sim q$  را عکس نقیض  $q \Rightarrow p$  می‌نامیم



- تست ۴۶:** - عکس نقیض گزاره مركب «اگر  $2$  اول باشد، آن‌گاه  $3$  فرد است» کدام است؟
- (۱) اگر  $2$  اول نباشد، آن‌گاه  $3$  فرد نیست.
  - (۲) اگر  $3$  فرد باشد، آن‌گاه  $2$  اول نیست.
  - (۳) اگر  $3$  فرد باشد، آن‌گاه  $2$  اول است.

**تست ۴۷:** عکس نقیض گزاره «اگر  $n^2$  عددی زوج باشد، آن‌گاه  $n$  عددی زوج است» کدام است؟ ( $n$  عددی طبیعی است).

- (۱) اگر  $n^2$  عددی فرد باشد، آن‌گاه  $n$  عددی فرد است.
- (۲) اگر  $n$  عددی زوج باشد، آن‌گاه  $n^2$  عددی زوج است.
- (۳) اگر  $n$  عددی فرد باشد، آن‌گاه  $n^2$  عددی فرد است.

**تست ۴۸:** علی عکس نقیض گزاره  $q \Rightarrow p$  را به دست آورد؛ سپس حسن عکس نقیض گزاره حاصل را به دست آورد. گزاره نهایی کدام است؟

$$\sim p \Rightarrow \sim q \quad (۴) \quad \sim q \Rightarrow \sim p \quad (۳) \quad q \Rightarrow p \quad (۲) \quad p \Rightarrow q \quad (۱)$$

**تست ۴۹:** اگر گزاره «اگر  $x > 2$  باشد، آن‌گاه  $x^2 > 4$  است.» را به صورت عکس نقیض گزاره شرطی بنویسیم، کدام خواهد بود؟

- (۱) اگر  $x^2 < 4$  آن‌گاه  $x < 2$
- (۲) اگر  $x^2 \geq 4$  آن‌گاه  $x \geq 2$
- (۳) اگر  $x \leq 2$  آن‌گاه  $x^2 \leq 4$

**تست ۵۰:** عکس نقیض گزاره «اگر  $a^2$  عددی فرد باشد، آن‌گاه  $a$  نیز عددی فرد است» کدام است؟ ( $a \in \mathbb{Z}$ )

- (۱) اگر  $a^2$  عددی زوج باشد، آن‌گاه  $a$  نیز زوج است.
- (۲) اگر  $a$  عددی زوج باشد، آن‌گاه  $a^2$  نیز زوج است.
- (۳) اگر  $a^2$  عددی زوج باشد، آن‌گاه  $a$  فرد است.

**تست ۵۱:** عکس نقیض ترکیب شرطی  $\sim p \Rightarrow (p \wedge q)$  برابر کدام است؟

$$p \Rightarrow p \vee q \quad (۴) \quad p \Rightarrow p \wedge q \quad (۳) \quad p \Rightarrow (\sim p \vee \sim q) \quad (۲) \quad \sim p \Rightarrow p \wedge q \quad (۱)$$



ج) ترکیب دو شرطی دو گزاره: هرگاه بخواهیم از گزاره  $p$  گزاره  $q$  و از گزاره  $q$  گزاره  $p$  را نتیجه بگیریم، از نهاد  $(\Leftrightarrow)$  استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم:  $q \Leftrightarrow p$  و آن را به صورت‌های زیر می‌خوانیم:  
 (اگر  $p$  آنکاه  $q$  و بر عکس)، ( $p$  شرط لازم و کافی برای  $p$ )، ( $p$  اگر و فقط اگر  $q$ )  
 ترکیب دوشرطی  $q \Leftrightarrow p$  زمانی درست است که مقدم و تالی هم‌ارزش باشد.

ارزش گزاره دوشرطی  $q \Leftrightarrow p$  با توجه به جدول مقابل تعیین می‌گردد:

$P$	$q$	$P \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

نکته: با توجه به تعریف داریم:

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

تست ۵: اگر ارزش گزاره‌ی  $q \Leftrightarrow p$  نادرست باشد، در این صورت ارزش کدام گزاره الزاماً درست است؟

$$q \Rightarrow p \quad (4)$$

$$p \Rightarrow q \quad (3)$$

$$p \vee q \quad (5)$$

$$p \wedge q \quad (1)$$



تست ۶: اگر ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  یکسان باشد، کدام گزاره هم‌ارز گزاره‌ی  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$  خواهد بود؟

$$p \wedge \sim q \quad (4)$$

$$\sim(p \vee q) \quad (5)$$

$$p \wedge q \quad (2)$$

$$p \Leftrightarrow q \quad (1)$$



تست ۷: اگر گزاره‌ی شرطی  $q \Rightarrow p$  نادرست باشد، ارزش گزاره‌ی  $\sim(p \Leftrightarrow q) \vee \sim p$  ~ کدام است؟

$$F \quad (4)$$

$$\sim p \quad (3)$$

$$q \quad (2)$$

$$T \quad (1)$$



(()) پادگیری مدام حداقل شرط لازم برای موقوفیت در هر زمینه‌ای است که در آن فعالیت‌هی کنید، هر روز چیز جدیدی بیاموزید.»

به جای نقطه‌چین کدام عبارت را قرار دهیم تا ارزش گزاره زیر درست باشد؟

۲) مربع کامل است، اگر و فقط اگر .....

(۱) ۴ عددی زوج و ۳ عددی فرد است.

(۳) ۱۹ عددی مرکب است از ۳ عددی فرد است، نتیجه می‌شود.

(۲) ۴ مربع کامل است یا ۵ عددی زوج است.

(۴) ۷ عددی اول است، اگر و فقط اگر ۴ عددی زوج باشد.

p	q	r	<input type="checkbox"/>
د	ن	د	د

در جدول مقابل به جای  کدام گزاره را می‌توان قرار داد؟

(۱)  $(p \vee q) \Rightarrow q$

(۲)  $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$

(۳)  $(r \Rightarrow q) \Rightarrow p$

(۴)  $(\sim r \Rightarrow p) \wedge q$

به جای نقطه‌چین کدام عبارت را قرار دهیم تا ارزش گزاره زیر درست باشد؟

۲) مربع کامل است، اگر و فقط اگر .....

(۱) ۴ عددی زوج و ۳ عددی فرد است.

(۳) ۱۹ عددی مرکب است از ۳ عددی فرد است، نتیجه می‌شود.

(۲) ۴ مربع کامل است یا ۵ عددی زوج است.

(۴) ۷ عددی اول است، اگر و فقط اگر ۴ عددی زوج باشد.

۱) اگر ارزش گزاره  $p$  نادرست و ارزش گزاره  $q$  درست باشد، در گزاره  $q \wedge p$  به جای  نماد کدام ترکیب را قرار دهیم تا ارزش آن درست شود؟

(۱)

(۲)

$\Rightarrow$  (۳)

$\Leftrightarrow$  (۴)

۲) اگر  $p$  گزاره‌ای همیشه نادرست باشد، کدام گزاره‌ی زیر همواره درست است؟

$(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$  (۱)

$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  (۲)

$p \Leftrightarrow q$  (۳)

$p \wedge q$  (۴)

۳)  $p$  نادرست و  $q$  درست

$p$  درست و  $q$  نادرست

$p$  و  $q$  هر دو درست

$p$  و  $q$  هر دو نادرست

۴) اگر ارزش گزاره‌ی  $r$   $\Rightarrow (p \wedge q) \Leftrightarrow (q \vee r)$  نادرست باشد، هم ارز گزاره‌ی  $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r$  کدام است؟

$q$  (۱)

$r$  (۲)

F (۳)

T (۴)

تست ۸۲: اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر چیست؟

(الف)  $(p \Rightarrow q) \wedge r$

(ب)  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$

(۱) هر دو درست

(۳) الف) درست و ب) نادرست

(۲) هر دو نادرست

(۴) الف) نادرست و ب) درست

تست ۸۳: اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را صورت امکان، مشخص کنید.

۱)  $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$

۲)  $(\sim p \Leftrightarrow q) \vee r$

۳)  $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

۴)  $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

۵)  $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$

۶)  $(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$

۷)  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$

نکته: در حالت کلی داریم:



۱)  $p \Rightarrow q \equiv (\sim p) \vee q$  ، ۲)  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge (\sim q)$

۳)  $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$  ، ۴)  $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow (\sim q)$

تست ۸۴: - کدام گزینه یک ترکیب دو شرطی از گزاره‌ها است؟

۱) عددی اول است نتیجه می‌دهد که ۷ عددی فرد است.

۲)  $\sqrt{4}$  عددی گویا است از ۴ عددی مربع کامل است، نتیجه می‌شود.

۳) فرد بودن عدد ۵ شرط لازم و کافی برای زوج بودن عدد ۶ است.

۴) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آن‌گاه آن چهارضلعی لوزی است.

تست ۸۵: - در جدول زیر به جای  $\square$  و  $\triangle$  کدام ارزش قرار می‌گیرد؟

$p$	$q$	$(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p)$
د	ن	$\triangle$	$\square$
د	ن	$\square$	

۱)  $\square$  و  $\triangle$

۲)  $\square$  و  $\square$

۳)  $\triangle$  و  $\square$

۴)  $\triangle$  و  $\triangle$

(( به یاد داشته باش که برای موفقیت، بیش از هر چیز به اراده و تصریح نیاز داری. ))

- ستمه:** در جای خالی کدام گزینه قرار بگیرد تا گزاره «اگر  $\sqrt{2}$  عددی فرد باشد، آن‌گاه  $\sqrt{2}$  گنگ است و برعکس» دارای ارزش نادرست باشد؟
- (۱) مثبت (۲) عدد ۴ مرکب (۳)  $\sqrt{4}$  گویا (۴) منفی

- ستمه:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، به کمک جدول در کدام حالت ارزش گزاره  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$  نادرست است؟
- (۱)  $p$  و  $q$  هر دو نادرست باشند. (۲)  $p$  و  $q$  هر دو درست باشند. (۳)  $p$  نادرست و  $q$  درست باشد. (۴)  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد.

- ستمه:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره‌های  $(q \wedge \sim q)$  و  $(p \vee \sim p)$  و  $(q \wedge \sim q) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow \sim p)$  و  $(q \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow \sim p)$  به ترتیب
- (۱) درست، نادرست (۲) نادرست، درست (۳) نادرست، نادرست (۴) درست - درست

- ستمه:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره‌های  $q \Rightarrow (p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow \sim p)$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟
- (۱) درست، نادرست (۲) نادرست، نادرست (۳) نادرست، درست (۴) درست - درست

- چه تعداد از همارزی‌های زیر درست است؟
- الف)  $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$       ب)  $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow \sim q)$       پ)  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \wedge q$
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

- ستمه:** اگر گزاره‌های  $A$  و  $B$  درست، گزاره  $C$  نادرست و گزاره  $D$  دارای ارزش نامشخص باشد، آن‌گاه ارزش گزاره‌های  $(A \wedge \sim B) \Leftrightarrow (\sim C \Rightarrow D)$  و  $(C \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow D)$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟
- (۱) درست، نادرست (۲) درست، نامشخص (۳) نامشخص، درست (۴) نامشخص، نادرست

نحوه: ۷۱: نقیض گزاره  $p \Rightarrow q$  کدامیک از گزینه‌های زیر است؟ $\sim p$  (۴) $\sim q$  (۳) $q$  (۲) $p$  (۱)

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \vee (q \Rightarrow \sim p) \equiv F$$

 $q \equiv F, p \equiv F$  (۴) $q \equiv T, p \equiv F$  (۵)

مطلوب با کدام گزینه هم‌ارزی زیر صحیح می‌باشد؟

 $q \equiv F, p \equiv T$  (۲) $q \equiv T, p \equiv T$  (۱)نحوه: ۷۲: گزاره‌ی  $q \Leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (q \Rightarrow p)$  در چند حالت دارای ارزش درست است؟

۴) هیچ

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

نحوه: ۷۳: اگر  $p, q$  و  $r$  به ترتیب گزاره‌های درست، نادرست و دلخواه باشند، ارزش کدام گزاره‌ی زیر با بقیه متناوی است؟

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow \sim p$$
 (۲)

$$r \Rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q)$$
 (۴)

$$(p \Leftrightarrow \sim q) \Leftrightarrow q$$
 (۱)

$$(\sim p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee r)$$
 (۳)

نحوه: ۷۴: اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های زیر به ترتیب کدام است؟

۴) نادرست - نادرست

۳) درست - نادرست

ب)  $(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (q \Rightarrow r)$ الف)  $(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow \sim r$ 

۲) نادرست - درست

۱) درست - درست



**زبان ریاضی:** با استفاده از نمادهای ریاضی می‌توانیم عبارت‌های توصیفی را به زبان و نمادهای ریاضی تبدیل کنیم.



**تست ۱:** بازنویسی عبارت «حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۳، بزرگتر از خودش است»، به صورت ریاضی کدام است؟

$$a^2 + 3 > a \quad (۱) \quad a^2 + 3 > 3 \quad (۲) \quad a(a+3) > a \quad (۳) \quad a(a+3) > 3 \quad (۴)$$

**تست ۲:** - تساوی  $x = 5 = \frac{1}{x+1}$  به صورت کلامی کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (x: قیمت فروش کالا)

(۱) ده درصد دو برابر قیمت فروش کالایی برابر ۵ شده است.

(۲) قیمت کالایی پس از کسر ده درصد تخفیف از آن برابر ۵ شده است.

(۳) ده درصد قیمت فروش کالایی به علاوه قیمت فروش آن برابر ۵ است.

(۴) قیمت کالایی بعد از نو ده درصد تخفیف برابر ۵ شده است.



**تست ۳:** بازنویسی گزاره «مجموع معکوس‌های دو عدد، بزرگتر یا مساوی مجموع آن دو عدد است» به صورت نماد ریاضی کدام است؟

$$\frac{1}{x+y} \geq x+y \quad (۱) \quad \frac{1}{x+y} \leq x+y \quad (۲) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x+y \quad (۳) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \leq x+y \quad (۴)$$



**تست ۴:** در کدام گزینه عبارت کلامی داده شده به نماد ریاضی آن تبدیل نشده است؟

(۱) عددی به علاوه ۵، مساوی دو برابر آن عدد است  $\leftarrow x+5=2x$

(۲) حاصل ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است.  $\leftarrow xy = x+y$

(۳) مکعب یک عدد، بزرگتر از ۷ برابر آن عدد، به علاوه ۵ است  $\leftarrow x^3 > 7(x+5)$

(۴) دو برابر جذر عددی، برابر خودش است  $\leftarrow \sqrt{2x} = x$



**تست ۵:** اگر دو سوم عددی به علاوه نصف آن عدد، یک واحد از خود عدد بیشتر باشد، نماد ریاضی آن کدام است؟

$$\frac{3}{2}x + \frac{x}{2} = x+1 \quad (۱)$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} = x+1 \quad (۲)$$

$$\frac{3}{2}x + \frac{x}{2} + 1 = x \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} + 1 = x \quad (۴)$$



**تست ۶:** نماد ریاضی عبارت کلامی «مجدور مجموع دو عدد حقیقی از مجموع مجدور آن دو عدد بزرگ‌تر است». کدام است؟

$$x, y \in \mathbb{R}, (x+y)^2 > x^2 + y^2 \quad (۱)$$

$$x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 > (x+y)^2 \quad (۲)$$

$$x, y \in \mathbb{R}, \sqrt{x+y} < \sqrt{x} + \sqrt{y} \quad (۳)$$

$$x, y \in \mathbb{R}, \sqrt{x+y} > \sqrt{x} + \sqrt{y} \quad (۴)$$



**نکته ۷:** نماد ریاضی گزاره‌ی «دو برابر تفاضل عددی از ۲۰، برابر مجموع همان عدد با ۱۵ است.» کدام است؟

$$20 - 2x = x + 15 \quad (۲)$$

$$2x - 20 = x + 15 \quad (۴)$$

$$2(20 - x) = x + 15 \quad (۱)$$

$$2(x - 20) = x + 15 \quad (۳)$$

**نکته ۸:** کدام گزاره به طور نادرست به نمادهای ریاضی تبدیل شده است؟

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{1}{ab}$$

۱) مجموع معکوس دو عدد، کوچک‌تر یا مساوی معکوس حاصل ضرب آن‌ها است.

$$\left(\frac{x+4}{2}\right)^2 > 5x^2$$

۲) نصف مجموع مربع عددی با ۴، بزرگ‌تر از پنج برابر مجذور آن عدد است.

۳) مجذور هر عدد بین صفر و یک، همواره بزرگ‌تر از خود آن عدد است.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

۴) مربع مجموع دو عدد با مجموع مربعات دو عدد به علاوه‌ی دو برابر حاصل ضرب آن‌ها برابر است.



### أنواع استدلال رياضي:

$$P \Rightarrow q$$

**الف) قیاس استثنایی:** برای دو گزاره‌ی دلخواه  $P$  و  $q$ ، از ترکیب شرطی  $P \Rightarrow q$

$$\begin{array}{c} P \\ \hline \therefore q \end{array}$$

و درستی مقدم  $(P)$ ، درستی تالی  $(q)$  را نتیجه می‌گیریم.

نکته: رابطه‌ی بالا را به صورت روبه رو نیز می‌توان نوشت:  $((P \Rightarrow q) \wedge P) \Rightarrow q$

نکته: استدلال مقابل، صحیح است ولی قیاس استثنایی نیست:  $((P \Rightarrow q) \wedge P) \Rightarrow P$

**نکته ۹:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره‌ی دلخواه باشند، در این صورت ارزش قاعده‌ی قیاس استثنایی  $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$  همواره ....

۱) درست است

۲) نادرست است

۳) به ارزش گزاره  $p$  بستگی دارد.

**نکته ۱۰:**



**مثال ۱:** در هر یک از استدلالات زیر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا قیاس کامل شود.

(۱)

$$x < 5 \Rightarrow |x| < 5$$

$$x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$$

الف) اگر دو خط موازی باشند، آن‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند. (۲)

$$\begin{array}{c} x = 2 \\ \hline \therefore \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 3 > 0 \\ \hline \therefore \dots \end{array}$$

خطهای ۱ و ۲ یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

**نکته ۱۱:** اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، کدام گزاره قیاس استثنایی را با نمادهای ریاضی نشان می‌دهد؟

$$((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p \quad (۴)$$

$$((p \wedge q) \vee p) \Rightarrow q \quad (۵)$$

$$((p \wedge q) \wedge p) \Rightarrow q \quad (۶)$$

$$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q \quad (۱)$$

**نکته ۱۲:**



((آدمی ساخته افکار خویش است، فردا همان خواهد شد که امروز هیاندیشیده است.))

- جای خالی را با کدام گزینه پر کنیم تا قیاس استثنایی کامل شود؟

دو خط بر هم عمود نیستند  $\Rightarrow$  دو خط موازی باشند:

$\therefore$  خطوط  $d_1$  و  $d_2$  بر هم عمود نیستند.

(۲) خطوط  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند.

(۴) خطوط  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی نیستند.

(۱) خطوط  $d_1$  و  $d_2$  یکدیگر را قطع می‌کنند.

(۳) خطوط  $d_1$  و  $d_2$  بر هم عمودند.

تست ۱۰:



- کدام گزینه یک قیاس استثنایی است؟

(۱) مقدمهٔ ۱: اگر تابع  $f$  همانی باشد، آن‌گاه دامنه و برد آن با هم برابر است. (۳) مقدمهٔ ۱: اگر تابع  $f$  ثابت باشد، آن‌گاه برد آن تک‌عضوی است.

مقدمهٔ ۲: تابع  $g$  دارای برد تک‌عضوی است.

نتیجه: تابع  $g$  ثابت است.

مقدمهٔ ۲: در تابع  $g$  دامنه و برد برابر است.

نتیجه: تابع  $g$  همانی است.

(۲) مقدمهٔ ۱: اگر تابع  $f$  ثابت باشد، آن‌گاه  $f(a) = f(b)$ .

مقدمهٔ ۲: در تابع  $g$  داریم:  $g(-1) = g(1)$ .

نتیجه: تابع  $g$  ثابت است.

تست ۱۱:



(۴) مقدمهٔ ۱: اگر تابع  $f$  همانی باشد، آن‌گاه تمام نقاط آن روی نیمساز ناحیه اول و سوم است.

مقدمهٔ ۲: تابع  $g$  همانی است.

نتیجه: تمام نقاط  $g$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم است.

- در جای خالی زیر، کدام گزینه قرار بگیرد تا قیاس استثنایی کامل گردد؟

مقدمهٔ ۱: اگر  $x > 10$ , آنگاه .....

مقدمهٔ ۲: عدد بزرگتر از ۱ و کوچکتر از ۱۰ است.

نتیجه: ۲۵ بزرگتر از ۵ است.

(۱)  $x^3 < 5$  مثبت است. (۲)  $x^3 > x^4$  مربع کامل است.

تست ۱۲:



- به جای  $\square$  در گزاره  $\square \Rightarrow \neg q \wedge p \Rightarrow \square \Rightarrow (p \wedge \neg q) \Rightarrow \square$  کدام گزینه را قرار دهیم تا قاعدة قیاس استثنایی کامل شود؟

(۱)  $\neg p$  (۲)  $\neg q$  (۳)  $p$  (۴)  $q$

تست ۱۳:



در جای خالی زیر، کدام گزینه قرار بگیرد تا قیاس استثنایی کامل گردد؟

مقدمهٔ ۱: اگر  $x > 10$ , آنگاه .....

مقدمهٔ ۲: عدد بزرگتر از ۱ و کوچکتر از ۱۰ است.

نتیجه: ۲۵ بزرگتر از ۵ است.

تست ۱۴:



(۲) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۲ در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد.

(۴) مربع هر عدد اول در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ است.

- از مفروضات زیر کدام نتیجه حاصل می‌شود؟

فرض ۱: باقی‌مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸، برابر ۱ است.

فرض ۲: همه اعداد اول بزرگتر از ۲، فرد هستند.

(۱) مربع هر عدد اول بزرگتر از ۲ مضرب ۸ است.

(۳) مربع هر عدد اول در تقسیم بر ۸ باقی‌مانده‌ای برابر ۱ دارد.

تست ۱۵:



کدام گزینه در مورد استدلال زیر نادرست است؟

(۱) اگر مثلثی متساوی‌الاضلاع باشد، آن‌گاه زاویه‌ی یکی از رأس‌ها  $60^\circ$  است.

(۲) یکی از زاویه‌های مثلث  $ABC$ ,  $60^\circ$  می‌باشد.

$\therefore$  مثلث  $ABC$  متساوی‌الاضلاع است.

(۱) نوع استدلال، قیاس استثنایی است.

(۳) نتیجه‌ی به دست‌آمده ممکن است نادرست باشد.

تست ۱۶:



$$\begin{array}{c} p \Rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

**ب) عکس نقیض:** برای دو گزاره دلخواه  $p$  و  $q$ , از ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  و درستی نقیض تالی  $(\sim q)$ , درستی نقیض مقدم  $(\sim p)$  را نتیجه می‌گیریم.

**نکته:** رابطه بالا را به صورت رو به رو نیز می‌توان نوشت:  $p \Rightarrow (\sim q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$



a)  $x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$

$\boxed{\quad}$

$\therefore x = 2$

b)  $\frac{a}{b} = 4 \Rightarrow a = 4b$

$\boxed{\quad}$

$\therefore \frac{a}{b} \neq 4$

c)  $x \leq 3 \Rightarrow x^2 \leq 9$

$x^2 \not\leq 9$

$\therefore \boxed{\quad}$

d)  $x^2 < 9 \Rightarrow x \neq 3$

$x = 3$

$\therefore \boxed{\quad}$

**مثال ۲:**

در هر یک از استدلالات زیر جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید تا قیاس کامل شود.



برای اثبات حکم «اگر  $-x^2$  عددی فرد باشد، آنگاه  $x+1$  عددی فرد است.» به کمک عکس نقیض گزاره، کدام گزاره شرطی را ثابت می‌کنیم؟



۱) اگر  $-x^2$  عددی فرد باشد، آنگاه  $-x^2$  زوج است.

۲) اگر  $x+1$  عددی زوج باشد، آنگاه  $-x^2$  زوج است.

۳) اگر  $-x^2$  عددی زوج باشد، آنگاه  $x+1$  عددی فرد است.

۴) اگر  $-x^2$  عددی زوج باشد، آنگاه  $x+1$  عددی زوج است.

با توجه به استدلال به کمک عکس نقیض یک گزاره شرطی، به جای اثبات گزاره شرطی « $a > b \Rightarrow a^2 > b^2$ » می‌توانیم کدام گزاره زیر را اثبات کنیم؟



$$a^2 \leq b^2 \Rightarrow a \leq b \quad (4) \quad a^2 < b^2 \Rightarrow a < b \quad (3) \quad a < b \Rightarrow a^2 < b^2 \quad (2) \quad a \geq b \Rightarrow a^2 \geq b^2 \quad (1)$$

در اثبات حکم «اگر  $n^2$  فرد باشد، آنگاه  $n$  فرد است. ( $n \in \mathbb{Z}$ )» به کمک عکس نقیض گزاره، کدام گزاره شرطی را می‌توان راحت اثبات کرد؟



۱) اگر  $n^2$  زوج باشد، آنگاه  $n$  زوج است.

۱) اگر  $n^2$  فرد باشد، آنگاه  $n$  زوج است.

۴) اگر  $n$  زوج باشد، آنگاه  $n^2$  فرد است.

۳) اگر  $n$  فرد باشد، آنگاه  $n^2$  فرد است.

$$\begin{array}{c} p \Rightarrow q \\ \sim p \\ \hline \therefore x \end{array} \quad \begin{array}{c} p \Rightarrow q \\ q \\ \hline \therefore x \end{array}$$

**نکته:** به استدلال‌های نادرست مقابل، مغالطه می‌گوییم هر چند ممکن است

این نوع استدلال‌ها نتیجه درست بدند.



مسئلہ ۳: در هر یک از موارد زیر، چه نتیجه‌های حاصل می‌شود؟

$$\begin{array}{l} \text{a) } x < 0 \Rightarrow x^2 > 0 \\ \text{x}^2 > 0 \\ \hline \therefore \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } x < 6 \Rightarrow x^2 < 36 \\ \text{x} = 12 \\ \hline \therefore \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } x = 5 \Rightarrow y > 7 \\ \text{y} > 7 \\ \hline \therefore \boxed{\phantom{0}} \end{array}$$



مسئلہ ۲۰:

- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، کدام گزاره می‌تواند مغالطه را با نماد ریاضی نشان دهد؟

 $((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p \quad (4) \quad ((q \Rightarrow p) \wedge q) \Rightarrow p \quad (3) \quad ((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow q \quad (2) \quad ((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q \quad (1)$



مسئلہ ۲۱:

- کدام استدلال یک مغالطه است؟

(۳) مقدمه ۱: اگر  $x = 2$ ، آن‌گاه  $x^2 = 4$

۱) مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آن‌گاه ماه کامل است.

۲) مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه است.

نتیجه: ماه کامل است.

(۴) مقدمه ۱: اگر کسی از من متصرف باشد، آن‌گاه پشت سر من حرف می‌زند.

۱) مقدمه ۱: اگر  $x > 1$ ، آن‌گاه  $x > 2$ .

۲) مقدمه ۲: عددی بزرگتر از ۲ است.

نتیجه: سعید پشت سر من حرف می‌زند.



مسئلہ ۲۲:

- کدام گزینه در مورد نوع استدلال‌های زیر درست است؟

الف) از اینکه دو خط موازی هیچگاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند و دو خط  $d_1$  و  $d_2$  موازی هستند، نتیجه می‌شود که دو خط  $d_1$  و  $d_2$  هم‌دیگر را قطع نمی‌کنند.



ب) مقدمه ۱: اگر باران نبارد، آنگاه زمین خیس نمی‌شود.

۱) مقدمه ۲: زمین خیس نیست.

نتیجه: باران نمی‌بارد.

۲) مغالطه-مغالطه

۱) قیاس استثنایی-مغالطه

۴) مغالطه-قیاس استثنایی

۳) قیاس استثنایی-قیاس استثنایی



مسئلہ ۲۳:

کدام گزینه مغالطه نیست؟

۱) ۲ عددی گویاست.  $\Rightarrow (a = 10) \wedge (a = \frac{a}{5})$  گویاست  $\Rightarrow a = 10$

$(x > 0 \Rightarrow x^2 > 0) \wedge (x^2 = 16) \Rightarrow x = 4 \quad (2)$

۳)  $ABCD$  لوزی است  $\Rightarrow ABCD$  متساوی الاضلاع است.  $\Rightarrow$  اگر یک چهارضلعی لوزی باشد.

$(x > -5 \Rightarrow |x| > -5) \wedge (|x| = 1) \Rightarrow x > -5 \quad (4)$



(( برای گسترش اندیشه‌ی خود، باید بیشتر از آنچه یاد هیگیرید، فکر کنید. ))

**مسئله ۲۴:** روش به کار رفته در کدام استدلال، نادرست است؟

$$x < 0 \Rightarrow x^{\Delta} < 0 \quad (1)$$

$$\underline{(-2) < 0}$$

$$\therefore (-2)^{\Delta} < 0$$

۲) اگر دو خط بر هم عمود باشند، آن‌گاه زاویه بین آن‌ها  $90^\circ$  است.

خطوط  $L_1$  و  $L_2$  بر هم عمودند.

$\therefore$  زاویه بین  $L_1$  و  $L_2$  برابر  $90^\circ$  است.

۳) اگر داده‌ها با هم مساوی باشند، آن‌گاه میانگین برابر هر کدام از آن‌هاست.  
میانگین اعداد  $a$ ,  $b$  و  $c$  برابر عدد  $b$  است.

$\therefore$  اعداد  $a$ ,  $b$  و  $c$  با یکدیگر برابرند.

$$(a > b, b > c) \Rightarrow a > c \quad (4)$$

$$\underline{(8 > 1, 1 > -3)}$$

$$\therefore 8 > -3$$

**مسئله ۲۵:** در مورد استدلال زیر، کدام گزینه نادرست است؟

مقدمه ۱: اگر در جلسه کنکور دقت و تمرکز نداشته باشد، آن‌گاه قبول نخواهد شد.

مقدمه ۲: رضا در کنکور قبول نشده است.

$\therefore$  رضا در جلسه کنکور، دقت و تمرکز نداشته است.

۱) نوع استدلال، مغالطه است.

۲) نتیجه این استدلال، قطعاً نادرست است.

**مسئله ۲۶:** در مورد استدلال زیر کدام گزینه صحیح نیست؟

مقدمه ۱ (۱): اگر مجموع ارقام عددی بر ۳ بخش‌بذیر باشد، آن‌گاه آن عدد بر ۳ بخش‌بذیر است.

مقدمه ۲ (۲): عدد  $x$  بر ۳ بخش‌بذیر است.

نتیجه: مجموع ارقام عدد  $x$  بر ۳ بخش‌بذیر است.

۱) روش استدلال نادرست است.

۲) استدلال فقط یک مغالطه است.

**مسئله ۲۷:** در مورد استدلال زیر کدام گزینه صحیح است؟

مقدمه ۱: اگر باران ببارد، درخت بارور می‌شود.

مقدمه ۲: درخت بارور نشده است.

نتیجه: باران نباریده است.

۱) نتیجه‌ی به دست‌آمده، قطعاً درست است.

۳) مغالطه است.

۲) نتیجه‌ی به دست‌آمده، ممکن است درست باشد.

۴) نتیجه‌ی به دست‌آمده، قطعاً نادرست است.

(()) این شیوه نگران هشکلاتی که در ریاضی دارید نباشد، به شما اطمینان می‌دهم که هشکلات هن در این زمینه عظیمتر است.(())

**کدام گزینه در مورد استدلال زیر، صحیح نیست؟**

اگر خوب درس بخوانی، در درس‌های قبول می‌شوی.

سعیده در درس‌هایش قبول شده است.

∴ سعیده خوب درس خوانده است.

۱) روش استدلال، نادرست است.

۲) نوع استدلال، مغالطه است.

- ۲) نتیجه‌ی استدلال قطعاً درست نیست.
- ۴) نتیجه ممکن است درست باشد.

**ست: ۲۸**



**پ) استدلال استنتاجی:** اثبات مسائل با استفاده از روابطی که از قبل درستی آنها را پذیرفتایم.



نکته: به کمال استدلال استنتاجی می‌توانیم ثابت کنیم:

الف) مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.

ب) حاصل ضرب یک عدد فرد در یک عدد زوج، عددی زوج است.

پ) ضرب هر دو عدد فرد، عددی فرد است.

ت) تفریق هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

ث) مربع هر عدد زوج، عددی زوج است.

ج) مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است.



گاهی اوقات با استفاده از تبدیل مسائل به زبان ریاضی، می‌توانیم به اثبات آنها پردازیم.

**ست: ۲۹**



چهار لیوان به صورت شکل زیر داریم که سه تا از آن‌ها وارونه است. در هر حرکت مجاز هستیم دقیقاً دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم. حداقل با چند حرکت مجاز می‌توان هر چهار لیوان را در حالت درست (رو به بالا) قرار دارد؟



۱) ۲۳

۲) ۲۲

۳) ۲۴

۴) این کار امکان‌پذیر نیست.

سه لیوان همانند شکل زیر داریم که یکی از آن‌ها وارونه است. می‌خواهیم همهی آن‌ها در حالت درست (رو به بالا) قرار گیرند. در هر بار مجاز هستیم که دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم، حداقل تعداد حرکت برای این عمل کدام است؟



۱)

۲) ۲

۳) ۳

۴) امکان‌پذیر نیست.

**ست: ۳۰**



(( )) حضرت مسیح(ع) : جسم، چراغ وجود انسان است، اگر چشم تو پاک باشد، تمام وجودت نیز پاک و روش خواهد بود ولی اگر چشمت با شهوت و طمع تیره شده باشد، تمام وجودت هم در تاریکی عمقی فرو خواهد رفت.(( ))

نکته: یافتن ایرادهای مسایل حل شده با درج ایرادهای رایج، تمرینی است که در آن عدم تکرار اشتباه را در موقعیت‌های مشابه می‌آموزیم.



٣١:

$$x^r - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \frac{x(x-1)}{x} = \frac{0}{x} \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

مرحله ۱ مرحله ۲ مرحله ۳ مرحله ۴ مرحله ۵ مرحله ۶ مرحله ۷

(۱) مرحله‌ی ۲ (۲) مرحله‌ی ۳ (۳) مرحله‌ی ۴ (۴) مرحله‌ی ۵ مرحله ۱

- دانش آموزی برای دو عدد منفی  $x$  و  $y$  ( $y < x$ )، استدلال زیر را انجام داده و ثابت کرده است مجموع آن‌ها مثبت است. کدام مرحله از استدلال او ایجاد ندارد؟

مراحل	$x < y$	
۱)	$x^{\frac{1}{2}} < y^{\frac{1}{2}}$	طرفین به توان ۲
۲)	$x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} < 0$	جمع طرفین با $-y^{\frac{1}{2}}$
۳)	$(x-y)(x+y) < 0$	تجزیه به کمک اتحاد مزدوج
۴)	$\frac{(x-y)(x+y)}{x-y} > \frac{0}{x-y}$	تقسیم طرفین بر $(x-y)$ عددی منفی است.
	$x+y > 0$	ساده سازی



علی استدلال مقابل انجام داده است که در آن  $a$ ,  $b$  و  $c$  اعداد حقیقی اند.  $c$  کدام شرط را داشته باشد، تا استدلال او بدون ایراد باشد؟

الف)  $a < b$

ب)  $a + c < b + c$

پ)  $c(a + c) > c(b + c)$

ت)  $ca + c^2 > cb + c^2$

ث)  $ca > cb$

۱) هر عدد دلخواهی، ممکن تواند باشد.

۲) کوچکتر از صفر باشد.

۳) مساوی صفر باشد.

۴) بزرگتر از صفر باشد.

دانشآموزی ادعا می‌کند که معادله  $x^2 - 4x + 3 = 0$  فقط یک ریشه دارد و آن  $x = 2$  است، با توجه به استدلال زیر، در صورت وجود اشتباه در چه مرحله‌ای دچار اشتباه شده است؟

$$\begin{array}{c}
 x^2 - 4x + 3 = x - 3 \\
 \text{تجزیه سمت چپ} \\
 \text{مرحله ۱} \rightarrow (x-1)(x-3) = x-3 \\
 \text{تقسیم دو طرف بر } 3 \\
 \text{مرحله ۲} \rightarrow x-1=1 \\
 \text{یافتن جواب} \\
 \text{مرحله ۳} \rightarrow x=2
 \end{array}$$





## فصل پنجم

### آمار

بخش اول: گردآوری داده‌ها

بخش دو: معیارهای گرایش به مرکز

بخش سه: معیارهای پراکندگی

بخش چهارم: نمودارهای یک متغیره

بخش پنجم: نمودارهای چند متغیره

بخش ششم: شاخص‌ها

بخش هفتم: سری زمانی



داده‌ها: واقعیت‌هایی درباره یک چیزند که در محاسبه استنباط، یا برنامه‌ریزی به کار می‌روند.

واحد آماری: به هر یک از افراد یا چیزهایی می‌گویند که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود.

جامعه‌ی آماری: مجموعه کل واحدهای آماری را جامعه‌ی آماری می‌نامند.

نمونه: هر زیرمجموعه از جامعه‌ی آماری را که با روش مشخصی انتخاب شده باشد، یک نمونه می‌نامند.

نمونه‌ی تصادفی: نمونه‌ی را که در آن همه اعضای جامعه شناس انتخاب یکسان در نمونه را داشته باشد، نمونه‌ی تصادفی می‌نامند.

مثال: می‌خواهیم "نفره ریاضی دانش‌آموزان یازدهم انسانی یک مدرسه را بررسی کنیم" تعاریف گفته شده را در مثال بالا مشخص کنید.

داده‌ها: نمرات ریاضی دانش‌آموزان یازدهم انسانی این مدرسه

واحد آماری: دانش‌آموزان

جامعه‌ی آماری: همه دانش‌آموزان یازدهم انسانی مدرسه

نمونه: تعدادی از دانش‌آموزان یک کلاس یازدهم انسانی این مدرسه

نمونه‌ی تصادفی: انتخاب به صورت تصادفی تعدادی از دانش‌آموزان یازدهم انسانی این مدرسه که با تعداد جامعه هم‌خوانی داشته باشد.

برای بررسی موضوع زیر ۱۰۰ دانش‌آموز سال دهم رشته انسانی مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

«دانش‌آموزان سال دهم انسانی چرا در درس ریاضی ضعف دارند»

در این بررسی جامعه‌ی آماری و نمونه‌ی آماری بهتر ترتیب کدام است؟

(۱) ۱۰۰ دانش‌آموز مورد مطالعه - حداقل ۲۰ دانش‌آموز از ۱۰۰ دانش‌آموز به عنوان نمونه باید انتخاب شوند.

(۲) کل دانش‌آموزان رشته انسانی در تمام پایه‌ها - ۱۰۰ دانش‌آموز مورد مطالعه

(۳) کل دانش‌آموزان پایه دهم در تمام رشته‌ها (ریاضی، تجربی، انسانی) - ۱۰۰ دانش‌آموز مورد مطالعه

(۴) کل دانش‌آموزان پایه دهم انسانی - ۱۰۰ دانش‌آموز مورد مطالعه

تست ۱:



- می‌خواهیم در شهر A نسبت افرادی را که دارای گروه خونی O هستند، به افرادی که دارای گروه خونی دیگری هستند به دست آوریم. برای این منظور، کل افراد ساکن در محله B از این شهر را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این تحقیق، جامعه‌ی آماری و نمونه به ترتیب کدام است؟

(۱) کل افرادی که در شهر A دارای گروه خونی O هستند - افراد محله B

(۲) کل افراد شهر A - افرادی در محله B که دارای گروه خونی O هستند.

(۳) کل افراد شهر A - کل افراد محله B

(۴) کل افرادی که در شهر A دارای گروه خونی O هستند - کل افرادی که در محله B دارای گروه خونی O هستند.

تست ۲:



تست ۳: - کدام گزینه نادرست است؟

(۱) مجموعه کل واحدهای آماری را جامعه‌ی آماری می‌نامند.

(۲) هر زیرمجموعه از جامعه‌ی آماری را که با روش مشخصی انتخاب شده باشد یک آماره نمونه گویند.

(۳) به هریک از افراد یا چیزهایی که داده‌های مربوط به آنها در یک بررسی آماری گردآوری می‌شود، واحد آماری گویند.

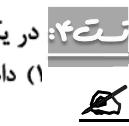
(۴) نمونه‌ای را که در آن همه اعضای جامعه، شناس انتخاب یکسان در نمونه را داشته باشند، نمونه‌ی تصادفی می‌نامند.

تست ۴:



(( امام علی )): شریف ترین اخلاق، تهافت، بدباری و نرم خوبی است. ))

در یک تحقیق آماری، هر ویژگی از اشخاص یا اشیا که قرار است بررسی شود را ... می‌گویند.  
۱) داده ۲) واحد آماری ۳) متغیر ۴) نمونه



آمارگیری: گردآوری داده‌ها به یکی از روش‌های ممکن.

آمارگیر: کسی که آمارگیری را انجام می‌دهد.

روش‌های گردآوری داده‌ها:

۱) مشاهده ۲) مصاحبه ۳) پرسشنامه ۴) دادگانها

۱) مشاهده: گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو، مانند شمارش تعداد وسائل نقلیه عبوری از یک تقاطع در هر ساعت یا اندازه‌گیری وزن محصولات یک با غ میوه.

۲) مصاحبه: مجموعی سوالات از پیش تعیین شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می‌شود.

نکته: اگر مصاحبه با تمام اعضای جامعه صورت گیرد، به این فرایند، سرشماری نفوس و مسکن می‌گوییم.

نکته: این روش مرسوم‌ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است.

نکته: مرکز آمار ایران هر ۰ اسال یکبار با استفاده از پرسشنامه اطلاعات همه خانوارهای ساکن در ایران را جمع‌آوری می‌کند.

۳) پرسشنامه: معمولاً بین دو نفر صورت می‌گیرد، یکی مصاحبه‌گر (همان آمارگیر) و دیگری مصاحبه‌شونده یا پاسخگو است.

نکته: از این روش، بیشتر زمانی استفاده می‌شود که آمارگیر اطلاع کافی از همه پاسخهای ممکن را ندارد.

۴) دادگانها: شامل مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده‌اند. در بسیاری از موارد، داده‌ها را می‌توان از اطلاعاتی که قبل از ذخیره شده‌اند، به دست آورد.

نکته: ایرادهای روش‌های جمع‌آوری داده‌ها:

پرسشنامه: اگر تعداد واحدهای نمونه زیاد باشد، این روش زمانبر است.

مشاهده: اگر به دقت زیادی نیاز داشته باشیم، مناسب نیست.

دادگانها: همیشه اطلاعات ثبتی در اختیار نیست.

سرشماری: زمان و هزینه زیاد، در دسترس نبودن افراد، از بین رفتن افراد در بین سرشماری.....

تئم: اطلاعات مربوط به سرشماری نفوس و مسکن در ایران از کدام روش به دست می‌آید؟

۱) مشاهده ۲) پرسشنامه ۳) مصاحبه ۴) دادگان



**تست ۶:** بر اساس نتیجه یک آزمایش «۵۵ درصد موش‌ها، در برابر یک ویروس خاص از بین می‌روند». در این آزمایش، جامعه‌ی آماری، ... و روش به دست آوردن داده‌ها، ... می‌باشد.

- (۲) تمام موش‌ها، دادگان
- (۱) تمام موش‌ها، مشاهده
- (۳) موش‌های آزمایش شده، مشاهده

**تست ۷:** بهترین روش جمع‌آوری داده در موضوعات الف، ب و پ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- الف) بهترین سریال نوروزی از نظر مردم که از شبکه‌های سیما پخش شده است.
- ب) تعداد افرادی که در روز جمعه به یک رستوران مراجعه خواهند کرد.
- پ) بررسی نرخ رشد باروری در سال ۹۵

- (۲) پرسشنامه - دادگان - پرسشنامه
- (۱) مصاحبه - مشاهده - پرسشنامه
- (۳) مصاحبه - مشاهده - پرسشنامه

**تست ۸:** روش جمع‌آوری داده‌های کدام موضوع، دادگان‌ها است؟

- (۱) تأثیر نور خورشید در رشد گیاهان
- (۲) گوش دادن به موسیقی کلاسیک باعث افزایش هوش می‌شود.
- (۳) بیشترین عامل تصادفات رانندگی در سال گذشته سرعت غیرمجاز است.
- (۴) تعداد عابران پیاده که از روی یک پل عابر در یک روز عبور می‌کنند.

**تست ۹:** مرسوم‌ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم ... است.

- (۳) مصاحبه
- (۴) دادگان
- (۱) پرسشنامه

**تست ۱۰:** کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دادگان بیشتر زمانی استفاده می‌شود که آمارگیر اطلاعی از تمام پاسخ‌های ممکن نداشته باشد.
- (۲) برای بررسی تأثیر نور خورشید بر روی گیاه، بهترین روش استفاده از دادگان است.
- (۳) پرسشنامه معمولاً بین دو نفر اتفاق می‌افتد.
- (۴) به داده‌های مربوط به بعضی از افراد یا اشیای جامعه «داده‌های نمونه» می‌گویند.

**تست ۱۱:** در موضوع‌های «قرمز، رنگ مورد علاقه‌ی بیشتر مردم است» و «میزان رضایت دانش‌آموزان یک کلاس از معلم ریاضی خود» بهترین

روش جمع‌آوری داده کدام است؟

- (۱) پرسشنامه - دادگان
- (۲) پرسشنامه - مشاهده
- (۳) پرسشنامه - پرسشنامه
- (۴) پرسشنامه - پرسشنامه

**تست ۱۲:** برای بررسی میزان ساعاتی که کارمندان یک اداره در طول هفته به ورزش اختصاص می‌دهند، روش مناسب برای جمع‌آوری داده‌ها کدام

است؟

- (۱) آزمایش
- (۲) مشاهده
- (۳) دادگان
- (۴) پرسشنامه

**تست ۱۳:** روش جمع‌آوری داده‌ها در کدام گزینه با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

۱) قطر درختان یک باغ

۲) تعداد وسایل نقلیه عبوری از یک چهارراه در ساعتی مشخص

۳) تعداد دانش‌آموzan قبول شده در امتحانات خرداد سال گذشته

۴) اندازه‌گیری وزن محصولات یک باغ میوه

**تست ۱۴:** روش جمع‌آوری داده‌ها در کدام مورد متفاوت است؟

۱) بررسی سن درختان یک باغ

۳) تعداد موتورسیکلت‌های عبوری از یک نقطه‌ی شهر

۲) وزن محصولات یک باغ

۴) تعداد تصادفات جاده چالوس در سال گذشته

متغیر: هر ویژگی از اشخاص یا اشیا که قرار است بررسی شود.مثال: در بررسی وزن یا سن یا معدل دانش‌آموzan یک کلاس، ویژگی‌های وزن یا سن یا معدل متغیر مساله هستند.تعریف اندازه‌گیری:

اندازه‌گیری، به معنی ایجاد تفکیک بین افراد یا اشیا است. مانند نامگذاری افراد یا محاسبه قد و وزن آنها.

مقیاس‌های اندازه‌گیری:

بسته به دقت اندازه‌گیری، مقیاس‌های اندازه‌گیری به چهار مقیاس اسمی، ترتیبی، فاصله‌ای و نسبتی تقسیم می‌شوند.

(الف) اسمی: این مقیاس برای متغیرهایی مانند گروه خونی انسانها به کار می‌رود که هیچ معیاری که با آن بتوان داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرد وجود ندارد. این مقیاس شامل نامها، برچسبها و گروهها می‌شود. مانند شماره دانش‌آموزی.(ب) ترتیبی: این مقیاس برای متغیرهایی مانند رتبه‌های نظامی می‌رود که قابل مرتب کردن هستند و با استفاده از الفاظ، ضمن ایجاد تفکیک بین افراد و اشیا، ارجحیت نیز قائل می‌شود.نکته: در این مقیاس، محاسبه اختلاف بین مقادیر داده‌ها یا امکان پذیر نیست یا بی معناست.(پ) فاصله‌ای: این مقیاس برای متغیرهایی مانند درجه حرارت در شهرهای مختلف بر حسب سلسیوس به کار می‌رود که به دلیل استفاده از لوازم یا قواعد دقیق اندازه‌گیری ویژگی افراد یا اشیا به دقت اندازه‌گیری می‌شود. پس مقیاس فاصله‌ای برای داده‌هایی به کار می‌رود که قابل مرتب کردن هستند و در آنها اختلاف بین مقادیر داده‌ها بامعناست.نکته: در مقیاس فاصله‌ای، عدد صفر، یک مقدار قراردادی است و مقادیری که به دو نفر یا دو شیء داده می‌شود، صرفاً بیان کننده فاصله بین آنها است.(ت) نسبتی: این مقیاس برای متغیرهایی مانند متغیرهای فیزیکی مانند نمره وزن و قد به کار می‌رود که قابل مرتب کردن هستند و اختلاف بین مقادیر داده‌ها، و نسبت مقادیر داده‌ها نیز بامعنا است.نکته: در این مقیاس، متغیرها دارای صفر ذاتی هستند و مقدار صفر، به معنی نبود آن متغیر در فرد یا شیء است.

**تست‌ها:**

مقیاس ... برای داده‌هایی است که قابل مرتب کردن هستند و همچنین، اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معنای نسبت مقدار داده‌ها بی معنی است.

(۲) ترتیبی

(۱) اسمی

(۴) نسبتی

(۳) فاصله‌ای

**مثل ۱:**

متغیرهای زیر را در چهار مقیاس: اسمی، ترتیبی، فاصله‌ای و نسبتی دسته‌بندی کنید.

۱. مدت زمان پاسخگویی به سؤالات یک امتحان

۲. زمان اولین کلاس

۳. رشته تحصیلی

۴. مقیاس ارزیابی تحصیلی: ضعیف، معمولی و خوب

۵. نمره آخرین آزمون (از ۱۰۰ امتیاز)

۶. سن دانشآموز



**نکته:** بر اساس مقیاس اندازه‌گیری، دسته‌بندی زیر را برای متغیرها، انجام می‌دهیم:

**(۱) متغیر کیفی:** متغیری است که صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیا در گروه‌ها به کار می‌رود و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرد.

**(الف) متغیر کیفی اسمی:** در این نوع متغیرها هیچ معیاری که با آن بتوان داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرد، وجود ندارد. مانند گروه خونی افراد، جنسیت افراد، نوع آلینده‌های هوا و شماره داشتمورزی.

**(ب) متغیر کیفی ترتیبی:** این متغیرها قابل مرتب کردن هستند و در عین حال محاسبه اختلاف بین مقادیر داده‌ها، یا امکان پذیر نیست یا بی معنای است. مانند مراتب تحصیلی، مدارج نظامی، وضعیت هوا و رتبه کنکور.

**(۲) متغیر کمی:** متغیری است که مقادیر عددی می‌گیرد و برای آن عملیات ریاضی از قبیل جمع، تفریق و معدل‌گیری قابل انجام است.

**(الف) متغیر کمی فاصله‌ای:** صفر ذاتی ندارند و اعداد در آنها صرفاً بیان کننده فاصله بین آنها است.

مانند دمای هوا بر حسب واحد سیلیسیوس یا فارنهایت، تاریخ یک روز بر حسب هجری شمسی.

**(ب) متغیر کمی نسبتی:** صفر ذاتی دارند و در آنها، اختلاف بین مقادیر داده‌ها، و نسبت مقادیر داده‌ها نیز بامعنا است. مانند وزن و قد و سن افراد، نمرات ریاضی در یک کلاس و میزان آلینده‌های هوا.

**مثل ۲:**

نوع متغیر داده‌های زیر را مشخص کنید:

(الف) محسن، محمود، محمد و میثم همگی اسمی مذکور هستند.

(ب) حمید رتبه سوم کلاس خود را دارد.

(پ) دمای بدن ماهی‌های قزلآلای رودخانه هراز (بر حسب درجه سلسیوس).

(ت) طول ماهی‌های قزلآلای در رودخانه هراز.

- سته:** تعداد متغیرهای کیفی از میان متغیرهای «سن افراد- میزان درآمد یک کوهنورد- جنسیت کارمندان یک شرکت- شماره پرسنلی کارمندان یک پژوهشکده- دمای هوا- رتبه کنکور دانش آموان یک مدرسه» کدام است؟
- ۴) ۴      ۳) ۳      ۲) ۲      ۱) ۵

- سته:** کدام گزینه، یک متغیر از نوع کیفی با مقیاس ترتیبی است؟
- ۳) رتبه دانش آموزان در یک کلاس    ۴) نمره دانش آموزان    ۲) وزن دانش آموزان    ۱) شماره دانش آموزان

- سته:** نوع متغیر «رشته‌های دو میدانی در المپیک» و «رکورد پرتاب نیزه شرکت کنندگان در المپیک» کدام است؟

- ۲) کیفی اسمی - کمی نسبتی      ۱) کیفی ترتیبی - کمی نسبتی  
۴) کیفی اسمی - کمی فاصله‌ای      ۳) کیفی ترتیبی - کمی فاصله‌ای

- سته:** کدام مورد زیر، از ویژگی‌های متغیرهای کمی است؟

- ۲) اعضای جامعه یا نمونه را می‌توان از لحاظ یک متغیر کمی با هم مقایسه کرد.  
۴) از جنس عدد و رقم نیستند، بلکه شامل نام‌ها، برچسب‌ها و گروه‌ها هستند.  
۳) اختلاف بین مقادیر آن‌ها، بی معنی است.

- سته:** چند مورد از متغیرهای زیر کیفی هستند؟

- «مقدار مقاومت یک لامپ، تعداد ماشین‌های یک نمایشگاه، رتبه کنکور دانش آموزان یک کلاس، جنسیت افراد یک گروه، اندازه‌ی مساحت یک سری از شکل‌های هندسی، مزه‌ی غذا (خوب، بد، متوسط)»
- ۴) ۴      ۳) ۳      ۲) ۲      ۱) ۱

- سته:** مراحل تحصیلی، متغیر تصادفی است. نوع آن کدام است؟

- ۳) کیفی ترتیبی      ۲) کمی فاصله‌ای      ۱) کمی نسبتی

- از بین متغیرهای زیر به تعداد ... متغیر کمی وجود دارد که مقیاس اندازه‌گیری آن‌ها نسبتی است.

- الف) مزه‌ی غذا (خوب، معمولی، بد)  
ب) دمای هوای شهرها  
پ) نوع آلایندگی خودروها  
ت) مدت زمان مکالمه  
ث) مقدار BMI (توده بدنی)  
ج) رتبه کشورها در علوم هسته‌ای
- ۱) ۴      ۲) ۳      ۳) ۲      ۴) ۱

- سته:** کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) یکی از محدودیت‌های سرشماری وقت‌گیر بودن دسترسی به تمام اعضای جامعه است.  
۲) مرسوم‌ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم از طریق پرسشنامه است.  
۳) از جمله محدودیت‌های استفاده از روش دادگان، همواره در اختیار نداشتن اطلاعات ثبتی است.  
۴) متغیرهای کمی معمولاً از نوع مشاهدات غیر عددی هستند.

((ا) احمد علی(ع): کسی که خود را بشناسد، تحقیقاً پروردگارش را هیشناشد. ))

داده‌های زیر مربوط به یک ورزشکار در تیم ملی وزنه برداری است. چه تعداد از نوع داده‌های مشخص شده صحیح است؟

الف) نام این ورزشکار حسین رضازاده است. متغیر کیفی و مقیاس اندازه‌گیری آن اسمی است.

ب) این ورزشکار ۳۹ سال سن دارد. متغیر کمی و مقیاس اندازه‌گیری آن نسبتی است.

پ) وزن این ورزشکار ۱۵۲ کیلوگرم است. متغیر کمی و مقیاس اندازه‌گیری آن فاصله‌ای است.

ت) در سال‌های ۲۰۰۰ و ۲۰۰۴ میلادی مдал طلای المپیک را کسب کرده است. سال‌ها متغیر کمی و مقیاس اندازه‌گیری آن‌ها فاصله‌ای است.

۴ صفر

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

**تسهیلهای مفید:** مقیاس اندازه‌گیری کدامیک از متغیرهای زیر با یکدیگر یکسان است؟

الف) دمای هوای یک کلاس

ب) تعداد دانش‌آموزانی که در کلاس حضور دارند.

پ) طول قد دانش‌آموزان در کلاس

۱) الف و ب

۲) ب و پ

۳) الف و ت

۴) ب و پ و ت

در یک مسابقه‌ی اتومبیل‌رانی، متغیرهای «رتبه‌های افراد شرکت‌کننده» و «سرعت اتومبیل‌ها» به ترتیب از چه نوعی هستند؟  
 ۱) کیفی اسمی - کمی نسبتی      ۲) کیفی اسمی - کمی فاصله‌ای      ۳) کیفی ترتیبی - کمی فاصله‌ای      ۴) کیفی ترتیبی - کمی نسبتی

**تسهیلهای مفید:**



**تسهیلهای مفید:** نوع متغیر و مقیاس اندازه‌گیری «دماهی بدن افراد در طول روز» چگونه است؟

۱) کمی فاصله‌ای

۲) کمی نسبتی

۳) کیفی اسمی

۴) کیفی ترتیبی



**پارامتر جامعه:** مشخصه عددي است که توصیف‌کننده جنبه‌ای خاص از جامعه است و در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند قابل محاسبه است.

**نکته:** در بسیاری از موارد، آمارگیری از کل جامعه امکان پذیر نیست. بنابراین علی‌رغم این‌که پارامتر دارای مقدار ثابتی است، این مقدار مجھول است و به همین دلیل از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌کنند.

**آماره نمونه:** مشخصه‌ای عددي که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه بدست می‌آید.

**نکته:** با تغییر نمونه مقدار آماره تغییر می‌کند.

**آمار:** به مطالعه نحوه گردآوری، سازماندهی، تحلیل و تفسیر داده‌ها برای استخراج اطلاعات و تصمیم‌گیری، آمار گفته می‌شود.



(( اهم اعلی) (ع): نابود شد کسی که ارزش خود را نداشت. ))

### تست ۲۷: کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) مشخصه عددی که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از جامعه است را آماره می‌گویند.
- ۲) در مواردی که آمارگیری از کل جامعه امکان‌پذیر نیست، پارامتر جامعه دارای مقدار ثابتی است و از آماره‌ها برای تخمین پارامترها استفاده می‌کنند.
- ۳) آماره از یک نمونه به نمونه دیگر همیشه ثابت است.
- ۴) پارامتر جامعه همیشه مقدار ثابتی ندارد.

در بررسی جنسیت دانشجویان یک دانشگاه به این نتیجه رسیده‌اند که  $\frac{2}{3}$  دانشجویان مرد هستند. در این دانشگاه که از چند دانشکده تشکیل شده، با بررسی یک دانشکده معلوم شده که  $\frac{3}{5}$  دانشجویان دانشکده زن هستند. در این بررسی:

$$1) \frac{2}{3} \text{ پارامتر و } \frac{3}{5} \text{ آماره است.} \quad 2) \frac{2}{3} \text{ و } \frac{3}{5} \text{ هر دو آماره هستند.} \quad 3) \frac{2}{5} \text{ آماره و } \frac{3}{5} \text{ پارامتر است.} \quad 4) \frac{2}{3} \text{ هر دو پارامتر هستند.}$$

### تست ۲۹: کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) از آماره‌ها می‌توان برای تخمین پارامتر جامعه استفاده کرد.
- ۲) آماره‌ها از یک نمونه به نمونه دیگر می‌توانند تغییر کنند.
- ۳) پارامتر جامعه در هر جامعه‌ای قابل محاسبه است.

مشخصه‌ی عددی که توصیف کننده‌ی جنبه‌ی خاصی از جامعه است ... نام دارد و ... یک مشخصه‌ی عددی است که توصیف کننده‌ی

جنبه‌ی خاصی از نمونه است.

- ۱) پارامتر آماره - نمونه‌ی جامعه
- ۲) نمونه‌ی آماره - آماره نمونه
- ۳) آماره نمونه - پارامتر جامعه

در یک دانشکده که ۳۰۰ دانشجو دارد، نسبت تعداد دختران به کل دانشجویان  $\frac{180}{300}$  است. در کلاس عربی، نسبت دختران به کل افراد

کلاس  $\frac{20}{27}$  است و در کلاس ریاضی، این نسبت برابر با  $\frac{17}{21}$  است. با توجه به متن ذکر شده و همچنین مفهوم پارامتر و آماره کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) نسبت  $\frac{180}{300}$  را آماره می‌گویند.
- ۲) نسبت‌های  $\frac{20}{27}$  و  $\frac{17}{21}$  را آماره می‌گویند.
- ۳) نسبت  $\frac{120}{300}$  را آماره‌ای می‌گویند که تعداد پسران دانشکده را نشان می‌دهد.
- ۴) نسبت  $\frac{17}{21}$  را آماره و نسبت  $\frac{20}{27}$  را پارامتر می‌گویند.

### تست ۳۲: تفاوت بین آماره و پارامتر این است که آماره در ... و پارامتر در ... کاربرد دارد و ... همواره ثابت است.

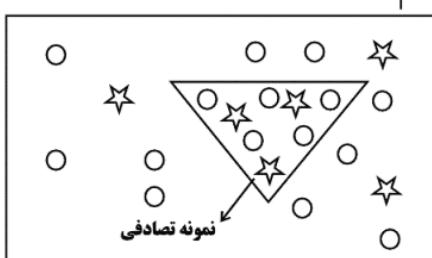
- ۱) جامعه‌ی آماری - نمونه - پارامتر
- ۲) نمونه - جامعه‌ی آماری - آماره
- ۳) جامعه‌ی آماری - نمونه - پارامتر
- ۴) نمونه - جامعه‌ی آماری - آماره

سته: ۳۳



با توجه به شکل زیر، حاصل ضرب آماره و پارامتر مربوط به خودروهای هیبریدی کدام است؟  
 (هر ستاره نمایش یک خودروی هیبریدی و هر دایره نمایش یک خودروی معمولی است.)

جامعه آماری



$$\frac{26}{19} \quad (1)$$

$$\frac{19}{26} \quad (2)$$

$$\frac{28}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{28} \quad (4)$$

در یک کارخانه روزانه ۵۰۰ کالا تولید می‌شود. برای بررسی کیفیت این کالاهای ۱۰۰ تایی انتخاب می‌کنیم. در این نمونه‌ها نسبت

کالاهای معیوب به ترتیب برابر با  $\frac{1}{1+2+6}$ ،  $\frac{2}{1+2+6}$  و  $\frac{6}{1+2+6}$  است، بنابراین تخمین می‌زنیم  $\frac{1+2+6}{3} = 3$  درصد کل کالاهای معیوب است. اعداد  $\frac{1}{1+2+6}$ ،  $\frac{2}{1+2+6}$  و  $\frac{6}{1+2+6}$  به ترتیب کدام است؟

سته: ۳۴



(۴) پارامتر، پارامتر، آماره

(۳) آماره، پارامتر، آماره

(۲) پارامتر، پارامتر، پارامتر

(۱) آماره، آماره، پارامتر

**آمار توصیفی:**

آمار توصیفی به خلاصه‌سازی داده‌ها در قالب نمودار، جدول و یا شاخص‌هایی در قالب معیارهای گرایش به مرکز و معیارهای پراکندگی، می‌پردازد. آمار توصیفی اطلاعاتی از چگونگی داده‌های جمع‌آوری شده فراهم می‌آورد که بسیار مفید است.



**معیارهای گرایش به مرکز:** اعدادی هستند که می‌توانیم آنها را به عنوان نماینده و معیاری برای همه داده‌های موجود در مساله در نظر بگیریم. این شاخص‌ها اطلاعاتی پیرامون مرکز داده‌ها در اختیار ما قرار می‌دهند.



**(الف) میانگین:** با نماد  $\bar{X}$  نشان داده می‌شود و از تقسیم مجموع همه داده‌ها بر تعداد آنها به دست می‌آید.

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

**ب) میانه:** پس از مرتب کردن داده‌ها، مقداری را که تعداد داده‌های بعد از آن با تعداد داده‌های قبل از آن برابر است میانه می‌نامیم و آن را با  $Q_2$  نمایش می‌دهیم.  
نکته: اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، میانه همان داده وسط است و اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه از میانگین دو داده وسط به دست می‌آید.

**پ) مد:** داده‌ای که بیشترین فراوانی (تکرار) را در جامعه دارد.

**مثال ۱:**

میانه و میانگین و مد داده‌های ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۸ را بیابید.

**مثال ۲:**

اگر میانگین داده‌های ۱۰,  $x$ , ۱۴ برابر با ۳۰ شود مقدار  $x$  چقدر است؟

**مسئله:**

میانگین نمرات کلاس A با ۱۲ دانش‌آموز برابر  $18/5$  و میانگین نمرات کلاس B با ۱۳ دانش‌آموز برابر ۱۷ است. میانگین نمرات دو کلاس روی هم چقدر است؟



$$18/12(4) \quad 18/04(3) \quad 17/72(2) \quad 17/68(1)$$

**مسئله:**

در ۴۵ داده آماری مقدار میانگین ۱۱۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدد داده‌ها متوجه شدیم که به جای داده ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است. با رفع اشتباه میانگین واقعی، کدام است؟



$$1122(4) \quad 1121(3) \quad 1120(2) \quad 1119(1)$$

(( اهم اعلی)) (ع): چقدر فاصله بین دو عدل دور است، عدلی که لذتش هیرود و کیفر آن هیهاند و عدلی که رنج آن هیگذرد و پاداش آن هاندکار است. (( ))

**سته:** معدل ۱۲ نمره‌ی دانشآموزی برابر با ۱۷/۵ است. اگر نمرات ۱۳ و ۱۵/۵ را کنار بگذاریم، معدل این دانشآموز چقدر می‌شود؟

۱۵/۸۱ (۴)

۱۵/۱۸ (۳)

۱۸/۵۱ (۲)

۱۸/۱۵ (۱)



**سته:** میانگین سن افراد شرکتکننده در دو سمینار به ترتیب ۳۰ و ۳۴ سال و تعداد افراد شرکتکننده در این دو سمینار نیز به ترتیب ۴۵ و ۵۵ نفر بوده است. میانگین سن کل افراد شرکتکننده چند سال است؟

۳۲/۸ (۴)

۳۲/۶ (۳)

۳۲/۴ (۲)

۳۲/۲ (۱)



در فصل تابستان علی در کارگاه پدرش به او کمک می‌کند. او هر ماه به‌ازای ساعتی که کار کرده باشد، حقوق دریافت می‌کند. اگر ماه اول و دوم او در هر ماه ۴۵۰ هزار تومان حقوق گرفته باشد و میانگین حقوق دریافتی او در این ۳ ماه، ۴۳۰ هزار تومان باشد، حقوق ماه سوم او چند هزار تومان است؟

۳۹۰ (۴)

۴۳۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۴۱۰ (۱)



**سته:** میانگین سن علی به همراه دوستانش ۲۴ سال به‌دست آمده است. چنانچه سن دوستانش به‌ترتیب، ۱۸، ۲۰، ۱۸ و ۳۰ سال باشد، سن علی کدام است؟

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

۲۶ (۴)

۲۵ (۳)



**سته:** نمرات دانشآموزی به صورت جدول زیر است (ضریب هر درس در زیر نمره آن نوشته شده است). معدل دانشآموز تقریباً برابر است با:

نمره	۱۷/۵	۱۸	۱۹	۲۰	۱۸
ضریب	۲	۴	۱	۳	۳

۱۹/۳۲ (۱)

۱۸/۴۶ (۲)

۱۷/۵ (۳)

۱۸/۹۵ (۴)



**سته:** میانگین نمرات سه درس یک دانشآموز که هر کدام با ضریب ۲ محاسبه می‌گردد، برابر ۱۶ است. نمره‌ی درس چهارم وی که با ضریب ۴ منتظر می‌گردد، کدام مقدار باشد تا میانگین تمام نمرات وی برابر ۱۵/۵ گردد؟

۱۴/۷۵ (۴)

۱۴/۵۳ (۲)

۱۴/۲۵ (۱)



اگر در جدول فراوانی زیر میانگین موزون داده‌ها برابر ۴/۱ باشد، میانه‌ی داده‌ها کدام است؟

داده‌ها	۲	۴	$2k-1$	۸
ضریب (وزن)	۲	۳	۳	۲

- ۲۱۰ (۱)



جدول زیر درصد نمرات داوطلبی با ضرایب متفاوت برای استخدام یک سازمان است. اگر حداقل میانگین پذیرش ۷۰ باشد، حداقل درصد نمره‌ی زبان وی برای پذیرش کدام است؟

درس	ادبیات	معارف	زبان	اختصاصی
درصد نمره	٦٥	٨٥	$\alpha$	٦٠
ضریب	٤	٢	٤	١٠

- 91/Δ(2) 91(1)  
92/Δ(4) 92(1)



5,15,40,12,8,5,8,8

در داده‌های مقابله میانه کدام است؟

- 9 (2) 8 (1)  
13 (4) 12 (3)



..... در واقع نقطه وسط، فهرست اعداد مرتب شده است و آن جهه اکثر مردم «حد وسط» می‌نامند، تزد آماده‌نشناسان به ..... معروف است.

- ۱) مانگ - مانگ، ۲) مانگ - مانه، ۳) مانه - مانه، ۴) مانگ - مانگ.



نماینده ۷ دانش آموز از دو کلاس A و B به صورت مقابل است. اختلاف میانه های نمرات در دو کلاس کدام است؟

- Δ (1)  
Σ (2)  
Τ (3)  
Ε (4)



A : کلاس ۱۳، ۱۵، ۲۰، ۷، ۱۷، ۱۱

### B : کلاس ۱۰، ۱۸، ۱۱، ۱۴، ۱۹، ۲۰، ۱۸

دیدار دادگاه رایه داده‌های آماری، اعماقی، اعیانی و اخلاقی کنسرسیوم اینستیتو مانه ( واحد کاوه ) باید؟



در داده‌های مرتب شده ۱۹, ۱۷, ۱۰, ۷, ۳, ۲, ۱، a، ۰، ۱۰، ۱۷، ۲۰ اگر دامنه میان چارکه، دو برابر میانه باشد، a کدام است؟

- 4 14 1. 3 7 15 8 16



اگر میانه داده‌های  $11, 8, a, 5, 20, 17, 1$  برابر ۸ باشد، کدام عدد می‌تواند باشد؟

۴) ۴

۹) ۳

۱۵) ۲

۱۰) ۱



$647, 3536, 2451, 4972, 1237, 978$

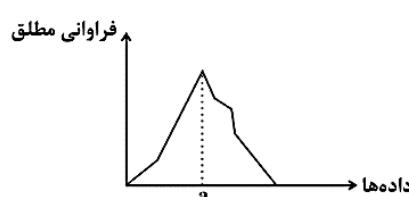
میانه داده‌های زیر کدام است؟

۱۲۳۷ ۲

۱۸۴۴ ۱

۲۴۵۱ ۳

۲۳۰۳/۵ ۳



در نمودار مقابل، مقدار  $a$  الزاماً کدام است؟

۲) میانگین

۱) میانه

۴) مد

۳) چارک سوم



داده	۹	۱۱	۱۳	۱۵
فرابوی مطلق	۳	۱	۴	۴

۹) ۳

۰/۵ ۲

۱/۵ ۱

۱) ۴

۳) صفر



اگر مد منحصر به فرد داده‌های  $12, 13, a - b, a - 2, 7, 6, 14, 13$  برابر ۱۲ باشد، میانه داده‌های  $10, 7, b, a, 6$  کدام است؟

۹) ۴

۸) ۳

۶) ۲

۷) ۱



در داده‌های  $7, 11, 8, 7, 3, 4, 7, 7, 5, 8, 9, 6, 10, 11, 8, 7$  کدام گزینه صحیح است؟

۲) میانگین  $<$  مد  $<$  میانه

۱) میانگین  $=$  مد  $=$  میانه

۴) مد  $>$  میانه  $>$  میانگین

۳) میانه  $=$  مد  $>$  میانگین



((اهم علی) (ع): شریف‌ترین اخلاق، تواضع، بردباری و نرم‌خوبی است. ))

با توجه به جدول مقابل، اگر میانگین داده‌ها برابر ۱۰ باشد، میانه کدام است؟

داده‌ها	۳	۱۰	$k+1$
فرآوای‌ها	۴	۲	۵

۱۵/۶

۱۰/۲

۹/۶/۳

۱۴/۴



ست: ۲۲

میانگین، میانه و مد اعداد  $x, 60, 80, 110$  و  $70$  یک عدد یکسان است.  $x$  کدام است؟

۹۰/۴

۸۰/۳

۶۰/۲

۷۰/۱



ست: ۲۴

در ۶ داده‌ی آماری  $x, 15, 16, 14, 13$  و  $12$ ، میانگین، میانه و مد برابر است. مقدار  $x$  کدام است؟

۱۶/۴

۱۵/۳

۱۴/۲

۱۳/۱



ست: ۲۵

اگر میانگین موزون داده‌های آماری جدول زیر برابر ۶ باشد،  $a$  کدام است؟

داده‌ها	۴/۵	۵	۸	وزن (ضریب)
	۲		$a+1$	

۳/۱

۵/۳



ست: ۲۶

میانگین داده‌های  $7, 2, 8, 1, 3$  و  $6$  برابر  $5$  است. تفاضل میانه داده‌ها از میانگین کدام است؟

۰/۵/۴

۱/۵/۲

۲/۱



نکته: اگر در داده‌ها، داده‌های خیلی بزرگ یا کوچک (دور افتاده) موجود باشد، میانه نسبت به میانگین شاخص مرکزی بهتری است.



(( امام موسی کاظم (ع): مشورت با عاقل خیرخواه، خستگی، برکت، رشد و توفیقی از سوی خداست. ))

۱۰۰، ۱، ۲، ۳، ۴، کدام شاخص معیار بهتری برای این داده‌ها است.

**مثال ۳:**



**مسئله ۲۷:**

عبارت زیر با کدام گزینه کامل می‌شود؟

«وقتی با داده‌ی دورافتاده مواجه هستید، ..... معمولاً بازتاب بهتری از داده‌ها می‌دهد تا .....»

۱) میانه - میانگین

۲) مد - میانگین

۳) میانه - مد



**مسئله ۲۸:**

میانگین ۹ داده آماری برابر ۱۵ است. با اضافه کردن کدام یک از اعداد زیر به این داده‌ها، میانگین تغییر نمی‌کند؟

۱) ۲۰

۲) ۱۵

۳) ۸

۴) ۹



**مسئله ۲۹:**

اگر در یکسری داده آماری به بزرگترین داده مقداری را اضافه کنیم، در این صورت کدام معیار الزاماً تغییر نمی‌کند؟

۱) مد

۲) میانه

۳) میانگین

۴) نسبت میانگین به میانه

۱) مد



**نکته:** میانگین داده‌هایی که دارای الگویی خاص جمعی داده شده باشند، همان داده‌ی وسط است.



**مسئله ۴:**

میانگین اعداد ۲، ۴، ۶، ۸، ۵ چقدر است؟

میانگین اعداد ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چقدر است؟

میانگین اعداد ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰ چقدر است؟



**نکته:** اگر همه داده‌ها در عددی ضرب شود و یا با عددی جمع شود، میانه و میانگین هم در همان

عدد ضرب و جمع می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} \left( x \xrightarrow{x \cdot a} ax \right) \Rightarrow \left( \bar{X} \xrightarrow{x \cdot a} a\bar{X} \right) \\ \left( x \xrightarrow{x + b} x + b \right) \Rightarrow \left( \bar{X} \xrightarrow{x + b} \bar{X} + b \right) \\ \Rightarrow \left( x \xrightarrow{\frac{x \cdot a}{+ b}} ax + b \right) \Rightarrow \left( \bar{X} \xrightarrow{\frac{x \cdot a}{+ b}} a\bar{X} + b \right) \end{array} \right\}$$

((اهم اعلی)) (ع): قربان‌گاه اندیشه‌ها زیر بر ق آرزو هاست.

**مسئله:** میانگین داده‌های زیر را باید.

۱)  $1005, 1006, 1008, 1009$

, ۲)  $254, 254, 255, 258, 259$



۳)  $15, 18, 24, 27$

, ۴)  $20, 35, 35, 40, 45$

اگر میانگین داده‌های  $x_1 + 9, x_2 + 1, \dots, x_{10} + 1, x_3 + 2, \dots, 2x_1 - 1, \dots, 2x_{10} - 1$  باشد، در این صورت میانگین

**مسئله:**

داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  کدام است؟



۹ (۲)

$\frac{9}{2}$  (۱)

۴) صفر

۴۵ (۳)

میانگین داده‌های  $y, 12, 15, 18, x, 43$  و  $22$  برابر با تفاضل میانه‌ی داده‌های  $17, 1, 9, 7, 11, 21, 13, 21$  و  $25$  از  $2$  برابر میانگین آن‌هاست. حاصل  $x+y$  کدام است؟

**مسئله:**



۲۱ (۴)

۱۹ (۳)

۲۰ (۲)

۲۲ (۱)

اگر میانگین داده‌های  $x_1, x_2 + 1, x_3 + 2, x_4 + 3, 2x_1, 2x_2 + 1, 2x_3 + 2, 2x_4 + 3$  برابر باشد، میانگین داده‌های  $x_1, x_2 + 1, x_3 + 2, x_4 + 3$  کدام است؟

**مسئله:**



$2\bar{x} + \frac{1}{2}$  (۴)

$2\bar{x} - \frac{3}{2}$  (۳)

$2\bar{x} - 1$  (۲)

$2\bar{x}$  (۱)

است؟

((پیامبر اکرم(ص): در پی روزی و نیازها، سحرخیز باشد، چرا که حرکت در آغاز روز، [هایه] برکت و پیروزی است. ))

**تست ۳۳:** در جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی شده زیر، اگر به تمام داده‌ها  $1/5$  واحد اضافه شود، میانگین داده‌های جدید، برابر  $10$  می‌شود.

داده‌ها	۳	۷	۱۱	۱۵
فراوانی	۴	۵	a	۳

فراوانی دسته‌ی سوم کدام است؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

**تست ۳۴:** در داده‌های مرتب شده  $4, a+4, a+3, a+2, a+1$  و  $a$  اگر داده وسط را دو برابر کنیم، میانه و میانگین چگونه تغییر می‌کنند؟ (a > 0)



۱) میانه یک واحد افزایش و میانگین  $1/2$  واحد افزایش و میانگین  $1/2$  برابر می‌شود.

۲) میانه یک واحد کاهش و میانگین  $2/1$  واحد افزایش پیدا می‌کند.

۳)

۴)

**تست ۳۵:** اگر میانه داده‌های  $+1, -2x_1 + 1, -2x_2 + 1, \dots, -2x_n + 1$  باشد، میانه داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  کدام است؟

-۸/۵ (۴)

۸/۵ (۳)

-۹/۵ (۲)

۹/۵ (۱)





معیارهای پراکندگی: این معیارها، نحوه و میزان پراکندگی داده‌ها را مشخص می‌کند.

(الف) دامنه تغییرات: دامنه تغییرات ساده‌ترین شاخص پراکندگی است که اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین داده‌ها را نشان می‌دهد و آن را با نماد  $R$  نمایش می‌دهیم.

نکته: از آنجایی که دامنه تغییرات تنها به بزرگترین و کوچکترین داده‌ها وابسته است و با تغییر تعداد و مقدار داده‌های میانی، مقدار آن تغییر خواهد کرد. پس این معیار نمی‌تواند بیانگر خوبی برای پراکندگی داده‌ها باشد.

مثال: دامنه تغییرات داده‌های زیر را بیابید.

۱) ۱۰, ۱۲, ۱۵, ۲۰, ۲۰, ۵۰

۲) ۵, ۱۰, ۲۵, ۲۷, ۳۰, ۳۱



مسئله: اگر دامنه تغییرات داده‌های  $(a, b, c, d)$  برابر ۲۰ باشد، دامنه تغییرات داده‌های  $(\frac{a}{4} + 3, \frac{b}{4} + 3, \frac{c}{4} + 3, \frac{d}{4} + 3)$  کدام است؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

(ب) واریانس: میانگین مجدول اختلاف داده‌ها از میانگین آنها را واریانس می‌نامیم و با نماد  $s^2$  نمایش می‌دهیم. پس داریم:

$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n}$$



نکته: همواره برای هرمجموعه از داده‌ها، مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین، برابر صفر خواهد شد.

نکته: واریانس پراکندگی حول میانگین را بیشتر از حدانتظار نشان می‌دهد، زیرا در محاسبه واریانس از میانگین مجدول اختلاف از میانگین داده‌ها استفاده می‌شود.

نکته: برای محاسبه واریانس می‌توانیم از رابطه زیر نیز استفاده کنیم:

$$s^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{X}^2$$

(ج) انحراف معیار: جذر واریانس را انحراف معیار می‌نامیم و آنرا با نماد  $s$  نمایش می‌دهیم. داریم:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n}}$$

نکته: چون انحراف معیار از جذر واریانس به دست می‌آید، پس نسبت به واریانس برتری دارد.

((اهم اعلی (ع)): غفلت آدمی را همین بس که هدتش را در آنچه به کارش نهی‌آید، صرف کند. ))

شامل ۲: واریانس و انحراف معیار داده‌های زیر را بیابید.

۱) ۲, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۵

۲) ۱۰, ۲۰, ۲۵, ۳۰, ۴۰



تست ۲:

انحراف معیار داده‌های  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱) صفر



تست ۳:

انحراف معیار داده‌های ۳ و ۴ و ۷ و ۹ و ۳ و ۱ و ۱ کدام است؟

$$\sqrt{\frac{7}{6}} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{6}{7}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{7}{6}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{6}{7}} \quad (۱)$$



تست ۴:

در داده‌های مقابل، انحراف معیار داده‌های کمتر از میانگین چقدر است؟

داده	۱	۲	۳	۴	۵
فراتری	۱	۲	۳	۲	۱

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$



(()) مسولیت زندگی‌تان را به عهده بگیرید، فقط شما هستید که هیچ‌واید خودتان را به جایی که هیچ‌واهید برسانید، نه هیچ‌کس دیگری. (())

**تست ۵:** اگر میانگین داده‌های  $2a+1$ ,  $2a$ ,  $a$  و  $2a-1$  باشد، واریانس آن‌ها کدام است؟

$$\frac{35}{3} \quad (4)$$

$$\frac{38}{3} \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$\frac{40}{3} \quad (1)$$



**تست ۶:** در داده‌های آماری  $23, 23, 24, 27, 22, 23, 29, 28$  با حذف مد، انحراف معیار بقیه داده‌ها کدام است؟

$$2/8 \quad (4)$$

$$2/6 \quad (3)$$

$$2/4 \quad (2)$$

$$2/1 \quad (1)$$



**تست ۷:** در یکسری از داده‌های آماری، تفاصل داده‌ها از میانگین عبارتند از:  $0$  و  $1$  و  $2$  و  $3$  و  $7$  و  $-6$  و  $-7$  – انحراف معیار داده‌ها کدام است؟

$$\sqrt{17/5} \quad (4)$$

$$\sqrt{16/5} \quad (3)$$

$$17/5 \quad (2)$$

$$16/5 \quad (1)$$



**تست ۸:** در داده‌های آماری دسته‌بندی شده‌ی زیر مقدار واریانس کدام است؟

مرکز دسته	۱	۳	۵	۷	۹
فرابانی	۳	۶	۴	۲	۱

$$4/5 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$5/5 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$



$$2, 4, 6, 8, 10$$

**تست ۹:** در ۵ داده‌ی آماری زیر، اختلاف میانگین از واریانس کدام است؟

$$1 \quad (2)$$

$$4 \quad (4)$$

$$1 \quad (\text{صفرا})$$

$$2 \quad (3)$$



**تست ۱۰:** در داده‌های آماری ۱۴ و ۸ و ۱۰ و ۱۴ و ۱۳ و ۸ و ۱۵ و ۸ و ۱۲ با حذف مد، انحراف معیار سایر داده‌ها کدام است؟

(۴) ۲/۸

(۳) ۲/۶

(۲) ۱/۸

(۱) ۱/۶



**تست ۱۱:** - انحراف معیار داده‌های جدول زیر کدام است؟

$x_i$	۲	۳	۴	۵
$f_i$	۱	۳	۱	۵

(۲)  $\sqrt{3}$ 

(۴) ۲

(۱)  $\sqrt{1/2}$ (۳)  $1/2$ 

**تست ۱۲:** واریانس ۵ داده‌ی آماری برابر صفر است. اگر یکی از داده‌ها برابر ۱۲ باشد و دو داده‌ی دیگر ۱۰ و ۱۴ را به این داده‌ها اضافه کنیم، واریانس ۷ داده‌ی جدید کدام است؟

(۴)  $\frac{3}{7}$ (۳)  $\frac{6}{7}$ 

(۲) صفر

(۱)  $\frac{8}{7}$ 

**تست ۱۳:** در ۲۵ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵، ۵۰ و ۴۵ از بین آنها حذف شوند، واریانس داده‌های باقیمانده، کدام است؟

(۴) ۱۶,۶۶

(۳) ۱۵,۳۳

(۲) ۱۴,۸۱

(۱) ۱۴,۷۲

(تجربی ۹۳)

**تست ۱۴:** میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۷، ۲۰ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده (تجربی خارج ۹۳) جدید کدام است؟

(۴) ۹,۶۳

(۳) ۹,۵۲

(۲) ۹,۳۶

(۱) ۹,۲۵

میانگین و انحراف معیار ۲۲ داده آماری به ترتیب ۱۶ و ۲ می‌باشد. اگر داده‌های ۱۷ و ۲۰ و ۱۱، به آنان افزوده شوند، واریانس ۲۴ داده حاصل کدام است؟

۵,۲ (۴)

۵,۱ (۳)

۴,۹ (۲)

۴,۸ (۱)



واریانس  $n$  داده آماری برابر ۵ و میانگین آن‌ها برابر ۱۰ است. اگر سه داده ۱۲ و ۱۰ و ۸ به آن‌ها اضافه شود، واریانس برابر ۴ می‌شود.  $n$  کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)



نکته: همان‌طور که گفته شد، مجموع انحراف داده‌ها از میانگین برابر صفر است.

$$(x_1 - \bar{X}) + (x_2 - \bar{X}) + \dots + (x_n - \bar{X}) = 0$$



- در یک بررسی آماری، اگر انحراف از میانگین داده‌ها برابر با  $a, -2, -1, 3, 1$  باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟

$\sqrt{3/6}$  (۴)

$\sqrt{3/4}$  (۳)

$\sqrt{3/2}$  (۲)

$\sqrt{3}$  (۱)



در داده‌های آماری  $11, 11, 15, 17, 21, 8, 2, 1, 3$ ، مجموع انحراف داده‌ها از میانگین کدام است؟

(۴) صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



نکته: اگر همه داده‌ها برابر باشند، انحراف معیار صفر است و برعکس.

نکته: واریانس ۷ عدد صحیح متولی همواره برابر عدد ۴ است.

نکته: واریانس ۰ عدد صحیح متولی همواره برابر عدد ۰ است.

نکته: نسبت انحراف معیار به میانگین، ضریب تغییرات گفته می‌شود.



(( اهم اعلی (ع): کسی که پیوسته تبلی کند، در رسیدن به آرزویش ناکام خاند. ))

تست ۱۹: چنانچه داده‌ها با هم برابر باشند، انحراف معیار داده‌ها برابر با کدام گزینه خواهد بود؟

۴) نمی‌توان اظهارنظر کرد.

-۱ (۳)

۲) صفر

۱) ۱



تست ۲۰: اگر واریانس داده‌های  $2 - b$ ،  $4$ ،  $2a$  و  $2a + b$  برابر صفر باشد، مجموع مذکور میانه داده‌های  $4$ ،  $2a + 1$ ،  $1$ ،  $b + 1$ ،  $2a$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)



تست ۲۱: اگر واریانس داده‌های مثبت  $a, a, a, 3a, 3a, 3a$  برابر  $16$  باشد، در این صورت نسبت انحراف معیار به میانگین داده‌ها کدام است؟

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۱)

$\frac{4}{9}$  (۳)



تست ۲۲: اگر میانگین محیط‌ها و واریانس اضلاع  $25$  مربع به ترتیب برابر با  $8$  و  $4$  باشد، تقریباً چه تعداد از مربع‌ها دارای مساحت بیش از  $16$  واحد مربع‌اند؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۱۶ (۱)



نکته: اگر همه داده‌های در عدد  $a$  ضرب شود و با عدد  $b$  جمع شود داریم:

$$\bar{X}_2 = a\bar{X}_1 + b \quad , \quad \sigma_2^2 = a^2\sigma_1^2 \quad , \quad \sigma_2 = a\sigma_1$$



(( چالش ها برای سرگرم کننده کردن زندگی هستند و غلبه بر آن باعث مهنا دار شدن زندگی. ))

در ۶۰ داده‌ی آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱/۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود نسبت انحراف معیار جدید

به میانگین جدید کدام است؟

- ۰/۴ (۴) ۰/۳ (۳) ۰/۲ (۲) ۰/۱ (۱)



سته: ۲۳

اگر واحد اندازه‌گیری را از متر به سانتی‌متر تبدیل کنیم، انحراف معیار چه تغییری می‌کند؟



- ۰) تغییر نمی‌کند ۱) برابر ۲) برابر ۳) برابر ۴) برابر نمی‌کند

میانگین ۱۵ داده‌ی آماری برابر ۴۳ است. ابتدا هر داده را ۳ برابر کرده، سپس از هر داده ۴ واحد کم می‌کنیم. میانگین داده‌های حاصل از

میانگین داده‌های اولیه چقدر بیش تر است؟

- ۱۲۵ (۴) ۸۲ (۳) ۷۸ (۲) ۶۴ (۱)



سته: ۲۵

انحراف معیار داده‌های آماری ۴۴، ۴۴، ۵۴، ۳۸، ۳۶، ۴۴، ۳۸، ۴۲ و ۴۸ تقریباً کدام است؟

- ۶/۵ (۴) ۶ (۳) ۵/۵ (۲) ۵ (۱)



در ۱۰۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۸ و انحراف معیار ۲، تمام داده‌ها را در ۱/۵ ضرب می‌کنیم، واریانس داده‌های جدید

کدام است؟

- ۶/۲۵ (۴) ۹ (۳) ۶ (۲) ۴ (۱)



سته: ۲۷

اگر انحراف معیار داده‌های  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  باشد، واریانس داده‌های

$2x_1 + 2, 2x_2 + 2, 2x_3 + 2, \dots, 2x_5 + 2$  چقدر است؟

- ۱۸ (۲) ۹ (۱)  
۳۶ (۴) ۲۵ (۳)



سته: ۲۸

((اهم صادق (ع): از تبلیغ و بی حوصلگی پرهیز، زیرا که این دو خصلت تو را از بهره دنیا و آخرت باز هیدارند. ))

دماي بدن ۸ بيمار برحسب سانتيگراد در ساعت ۷ صبح به صورت زير است. انحراف معيار اين داده‌ها كدام است؟

۳۹، ۴۰، ۴۰، ۴۱، ۳۸، ۳۸، ۳۹، ۴۱

۱/۴ (۴)

۱/۳ (۳)

۱/۲ (۲)

۱/۱ (۱)



- اگر انحراف معيار داده‌های  $3x_1, 3x_2, \dots, 3x_n$  برابر ۶ باشد، واريانس داده‌های  $5 + 2x_1, 5 + 2x_2, \dots, 5 + 2x_n$  كدام است؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)



در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۴، ۷، ۱۰، ۳، ۵، ۶، ۷، ۸، ۲، ۷، چارك دوم جعبه را به دو مستطيل با مساحت‌های  $S_1$  و  $S_2$

$\frac{S_1}{S_2}$  تقسيم می‌کند. نسبت  $\frac{S_1}{S_2}$  كدام می‌تواند باشد؟ (عرض جعبه يکسان فرض شود).

۲ (۴)

۱ (۳)

$\frac{5}{4}$  (۲)

$\frac{5}{3}$  (۱)

سته: ۳۱



اگر ميانگين داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  برابر با ۳۰ باشد، ميانگين داده‌های  $-\frac{2}{3}x_1 + 5, -\frac{2}{3}x_2 + 5, \dots$  و ... و

$(-\frac{2}{3}x_{10} + 5)$  كدام است؟

۲۵ (۴)

-۱۰ (۳)

-۱۵ (۲)

۱۵ (۱)

سته: ۳۲



ميانيگين سه داده‌ي آماري برابر ۷ است. اگر دو داده‌ي دیگر که اعداد متولى هستند به آنها اضافه کنيم، به عدد ميانگين  $\frac{2}{6}$  واحد اضافه می‌شود. مجموع آن دو داده چه قدر است؟

۳۱ (۴)

۲۷ (۳)

۲۱ (۲)

۱۳ (۱)

سته: ۳۳



انحراف معيار داده‌های  $c, b, a$  برابر  $\frac{4}{3}$  است. واريانس داده‌های  $c, \frac{4}{3}a, \frac{4}{3}b$  كدام است؟

$\frac{16}{81}$  (۴)

۹ (۳)

$\frac{81}{16}$  (۲)

۴ (۱)

سته: ۳۴



اگر واریانس داده‌های  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , ۱۲ برابر با صفر باشد، میانگین داده‌های  $x_1 + ۱, x_2 + ۲, x_3 + ۳, x_4 + ۴$  برابر است با:

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

۱۴/۵ (۲)

۱۲ (۱)



در ۱۵۰ داده آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد می‌افزاییم تا داده‌های جدیدی حاصل شود. حاصل تقسیم

د)  $\frac{8}{9}$ ج)  $\frac{7}{8}$ ب)  $\frac{5}{6}$ الف)  $\frac{7}{9}$ 

**چارک اول و سوم:** میانه اعداد قبل از میانه چارک اول ( $Q_1$ ) و میانه اعداد بعد از میانه چارک سوم ( $Q_3$ ) نامیده می‌شود.



**دامنه میان چارکی:** از تفیریق چارک اول از چارک سوم به دست می‌اید.

**نکته:** اگر در داده‌ها، داده‌ی دور افتاده موجود باشد، از میانه به جای میانگین استفاده می‌کنیم و به جای انحراف معیار، از دامنه میان چارکی و نمودار جعبه‌ای استفاده می‌کنیم.

مثال ۳:

چارک‌ها و دامنه میان چارکی را برای داده‌های زیر را بیابید.

۱) ۲, ۳, ۶, ۱۰, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۰

۲) ۳, ۴, ۷, ۸, ۸, ۱۱, ۱۲, ۱۵, ۱۷, ۲۰, ۲۳



۳) ۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۴, ۵, ۸, ۲۰, ۳۰

۴) ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۵, ۲۶, ۲۷, ۲۹, ۳۰, ۳۳, ۳۴

در داده‌های ۲۵, ۲۵, ۱۲, ۲۵, ۱۸, ۱۴, ۱۶, ۲, ۲۴, ۱۵, ۱۴, ۱۲, ۲۶, ۲ میانگین «داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم» کدام است؟

۱۸/۷۵ (۴)

۱۸/۶۶ (۳)

۱۸/۳۳ (۲)

۱۸/۲۵ (۱)



تست: ۳۸ دامنه میان‌چارکی (IQR) داده‌های ۲۵، ۲۲، ۳۰، ۳۲، ۲۸، ۴۰، ۱۲ کدام است؟

۱۰ (۴)

۱۳ (۳)

۱۵ (۲)

۱۸ (۱)



در ۲۳ داده‌ی آماری میانگین داده‌های قبل چارک اول و بعد چارک سوم به ترتیب  $21/6$  و  $33$  و میانگین سایر داده‌ها  $25$  است.

۲۶/۲ (۴)

۲۶/۱ (۳)

۲۶ (۲)

۲۵/۸ (۱)

میانگین کل داده‌ها را بیابید.



اگر در داده‌های مرتب شده‌ی  $2a-2, 17, 20, 24, 26, 12, 13, 5, 8, 10, 3a+1, 12, 17, 20, 24, 26$  داده‌ها  $10$  باشد، دامنه میان‌چارکی

این داده‌ها کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)



انحراف معیار داده‌های بین چارک اول و سوم را برای داده‌های آماری  $18, 17, 16, 15, 15, 16, 17, 18, 11, 11, 11, 12, 14, 14, 15, 15, 16, 17, 18$  کدام است؟

۱/۳ (۴)

۱/۲۵ (۳)

۱/۲ (۲)

۱/۱ (۱)



اگر در داده‌های  $16, 18, 20, 23, 11, 17, 14, 9, 6, 19, 12, 10, 5, 8, 7$  اعداد کمتر از چارک اول و

بزرگ‌تر از چارک سوم را حذف کنیم، ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$2\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{2}$$



اگر میانگین داده‌های آماری  $7, 6, 7, 5, 18, 9, 13, 14, 10, 2, 17, 9, 11, 10, 14$  برابر  $12$  باشد، دامنه میان‌چارکی داده‌ها کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)



سن تعدادی از افراد شرکت کننده در یک سمینار علمی به صورت زیر است. دامنه‌ی تغییرات داده‌ها چند برابر دامنه‌ی میان‌چارکی

۴۹, ۲۰, ۱۹, ۲۴, ۳۱, ۲۱, ۳۵, ۲۵, ۳۷, ۳۹, ۳۳, ۲۶, ۴۰, ۵۱, ۴۲

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱/۲۵ (۲)

آن‌هاست؟



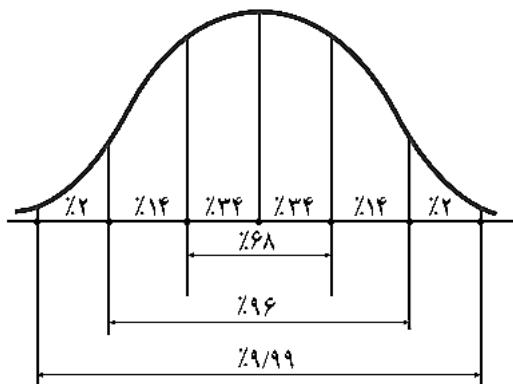
۱. معیار پراکندگی که معمولاً با میانگین بیان می‌شود، انحراف معیار است.
۲. معیار پراکندگی که معمولاً با میانه بیان می‌شود، دامنه میان چارکی نام دارد.



۳. میانه و دامنه میان چارکی اطلاعات سریعی درباره داده‌ها بدون نیاز به هرگونه محاسبه می‌شوند.
۴. تقریباً ۷۰ درصد داده‌ها قبل از چارک سوم یا بعد از چارک اول قرار دارند.
۵. تقریباً ۶۸ درصد داده‌ها قبل از چارک اول یا بعد از چارک سوم قرار دارند.
۶. تقریباً ۹۰ درصد داده‌ها بین چارک اول و چارک سوم قرار دارند.

نکته: اگر تعداد داده‌ها زیاد باشد، نمودار بافت نگاشت نرمال می‌شود و داریم:

۷. تقریباً ۶۸ درصد از مشاهدات در فاصله یک انحراف معیار از میانگین هستند.  $(\bar{X} - \sigma, \bar{X} + \sigma)$
۸. تقریباً ۹۶ درصد از مشاهدات در فاصله دو انحراف معیار از میانگین هستند.  $(\bar{X} - 2\sigma, \bar{X} + 2\sigma)$
۹. تقریباً ۹۹/۹ درصد از مشاهدات در فاصله سه انحراف معیار از میانگین هستند.  $(\bar{X} - 3\sigma, \bar{X} + 3\sigma)$



**مثال ۴:** اگر ۸۰ درصد داده‌ها در بازه‌ی  $(۶, ۲۰)$  باشد، میانگین و انحراف معیار داده‌ها را بیابید.



اگر میانگین یک سری از داده‌های آماری که از منحنی نرمال پیروی می‌کنند، برابر با ۱۰ و ۹۶ درصد داده‌ها در بازه‌ی [۲, ۱۸] قرار داشته باشند، واریانس داده‌ها کدام است؟

۱۶ (۴)

۹ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



۱۰۰ کیسه برنج را وزن کردند. تقریباً ۹۶ درصد کیسه‌ها وزنی بین  $\frac{۵۰}{۲}$  و  $\frac{۴۹}{۸}$  کیلوگرم داشته‌اند. انحراف معیار وزن کیسه‌های برنج کدام است؟

۰/۴ (۴)

۰/۸ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)



در یک سری از داده‌های آماری که منحنی آن‌ها به صورت منحنی نرمال است،  $\bar{x}$  میانگین و  $\sigma$  انحراف معیار می‌باشد. تقریباً چند درصد

داده‌ها در بازه  $(\bar{x} - ۳\sigma, \bar{x} + \sigma)$  قرار دارند؟

۸۴ (۴)

۸۰ (۳)

۶۸ (۲)

۹۶ (۱)



اگر میانگین وزن نوجوانان یک شهر ۵۵ کیلوگرم و انحراف معیار، برابر ۱۲ باشد و  $99/9$  درصد از مشاهدات بین سه برابر انحراف معیار از

میانگین قرار گیرد، می‌توان گفت تنها  $1/0$  درصد از نوجوانان بهترتب از راست به چپ وزنی بالاتر از ... کیلوگرم یا کمتر از ...

کیلوگرم دارند.

۳۱.۷۹ (۴)

۳۱.۹۱ (۳)

۴۳.۵۷ (۲)

۱۹.۹۱ (۱)



در یک جامعه‌ی آماری که داده‌های آن روی منحنی نرمال (خم بهنجار) نشان داده شده‌اند، میانگین و واریانس به ترتیب ۱۵ و ۴ هستند. چند درصد داده‌ها در فاصله‌ی ۱۳-۱۹ قرار دارند؟

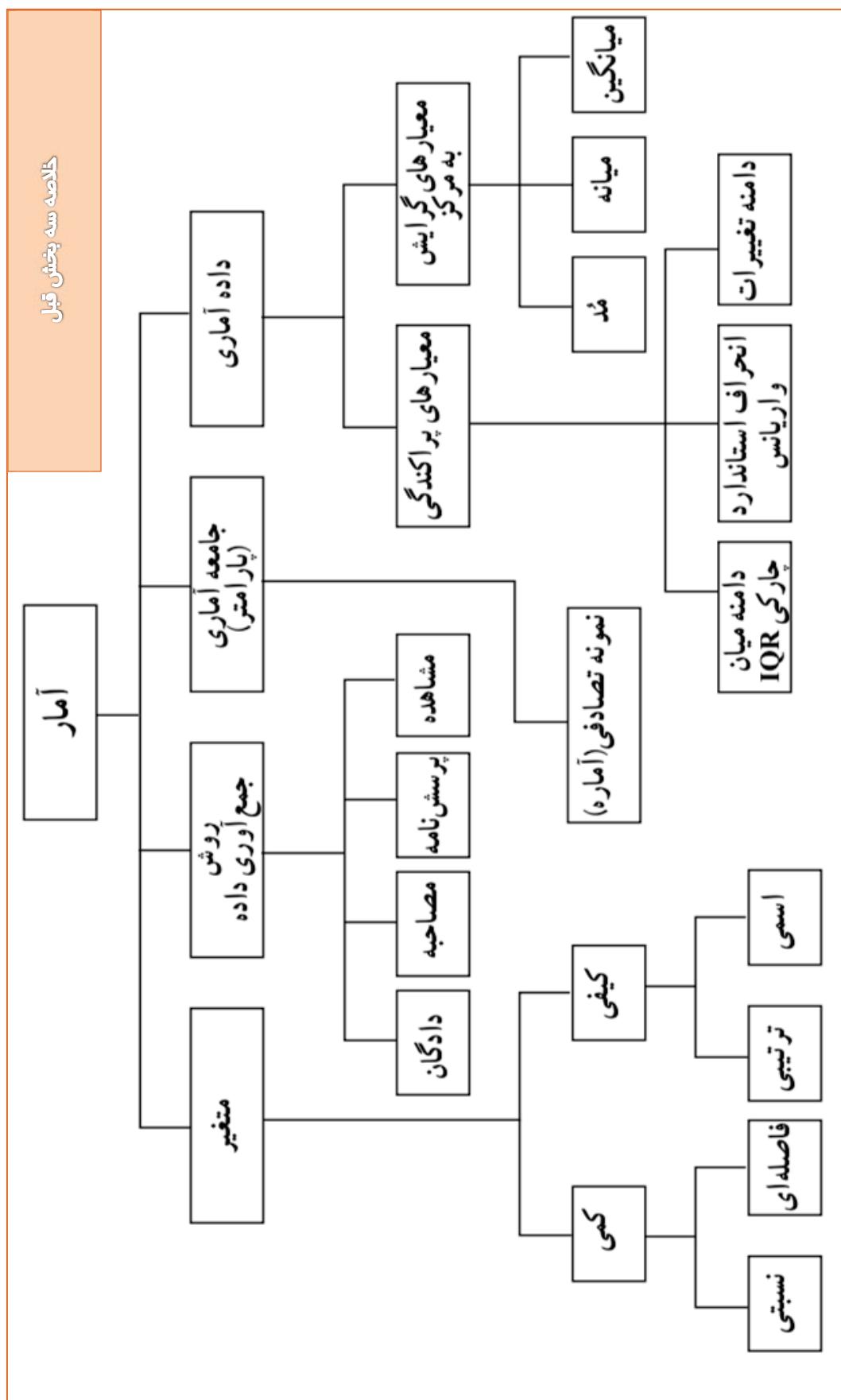
۹۶ (۴)

۸۲ (۳)

۷۸ (۲)

۶۸ (۱)







نکته: نمودارها از مهمترین و ساده‌ترین ابزارهای آمار توصیفی هستند که معمولاً در تهیی گزارش‌ها و انجام تحلیل‌های آماری و برای تنظیم و نمایش داده‌های آماری مورد استفاده قرار می‌گیرند.

### انواع نمودارها:

(الف) نمودار میله‌ای: نمودار میله‌ای یا ستونی یک نمایشی از داده‌ها با استفاده از میله‌ها یا ستون‌ها با ارتفاع‌های متفاوت است. نمودار میله‌ای برای متغیرهای کمی فاصله‌ای و کیفی ترتیبی و اسمی به کار می‌روند. در این نمودار، بر روی محور x‌ها، رددها و بر روی محور y‌ها فراوانی آن قرار می‌گیرد.

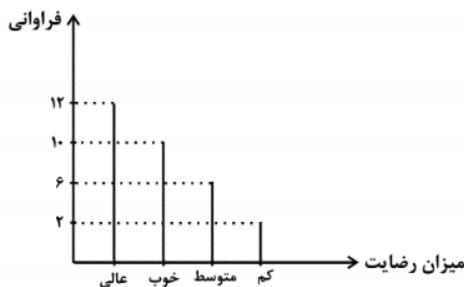
نکته: نمودارهای میله‌ای افقی درست شبیه نمودارهای میله‌ای عمودی‌اند، با این فرق که محورها چرخیده‌اند. یعنی داده‌ها بر محور y‌ها و فراوانی آن‌ها بر محور x‌ها قرار می‌گیرند.

(ب) نمودار پراکنش نگاشت: اگر فقط نقاط انتهایی نمودار میله‌ای را حفظ و مابقی میله را حذف کنیم نمودار پراکنش نگاشت ایجاد می‌شود.

(پ) نمودار خط شکسته: از متصل کردن نقاط انتهایی نمودار پراکنش نگاشت نمودار خط شکسته ایجاد می‌شود.

(ت) نمودار مستطیلی: از این نوع نمودار بیشتر برای داده‌های کمی پیوسته استفاده می‌شود به طوری که ابتدا و انتهای هر ضلع مستطیل بر ابتدا و انتهای بازمی‌سالنی داده شده قرار دارد.

نمودار زیر، میزان رضایت دانش‌آموزان مدرسه‌ای را از معلمان مدرسه نشان می‌دهد. چند درصد از دانش‌آموزان، از معلمان خود به طور



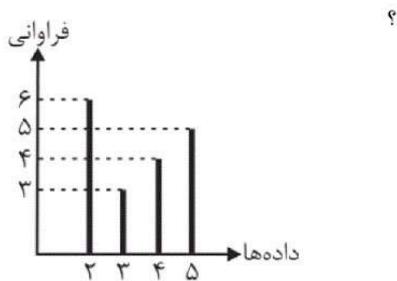
کامل (علی) رضایت دارند؟

۳۰ (۱)

۲۵ (۲)

۴۰ (۳)

۶۰ (۴)



با توجه به نمودار میله‌ای زیر، حاصل ضرب مقادیر میانگین، میانه و مد چقدر است؟

۲۵/۵ (۱)

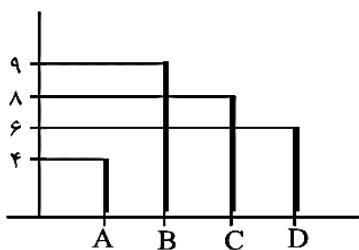
$\frac{۲۱۷}{۹}$  (۲)

$\frac{۲۱۰}{۷}$  (۳)

۱۵/۵ (۴)

شکل مقابل نمودار میله‌ای داده‌ها، در ۴ دسته است، در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی D چند درجه است؟

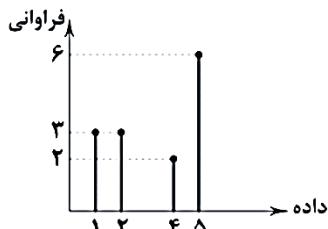
- (۱) ۶۰  
(۲) ۷۵  
(۳) ۹۰  
(۴) ۸۰



سته:

ک

(( هدف بدون برنامه ریزی، فقط یک آرزوست. ))



در نمودار میله‌ای زیر، میانه و مد داده‌ها به ترتیب کدام است؟

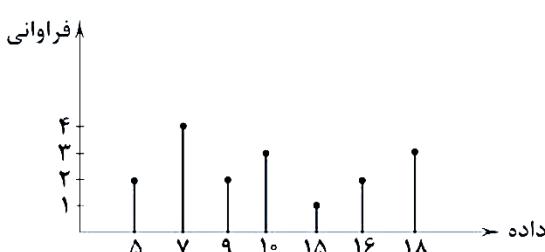
۲، ۴/۵ (۱)

۵، ۴/۵ (۲)

۳، ۴ (۳)

۵، ۴ (۴)

تست ۴



براساس نمودار میله‌ای زیر تفاضل چارک اول از چارک سوم داده‌ها کدام است؟

۶ (۱)

۷ (۲)

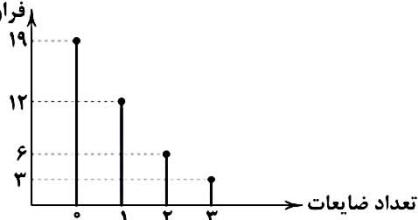
۸ (۳)

۹ (۴)

تست ۵



تعداد ضایعات یک محصول تولیدی در طی چند روز بررسی شده و در نتیجه طبق نمودار زیر آورده شده است. در نمودار دایره‌ای اندازه‌ی زاویه‌ی ناحیه‌ی مربوط به تعداد ضایعات کمتر از ۲ کدام است؟



۲۷۷° (۱)

۲۷۸° (۲)

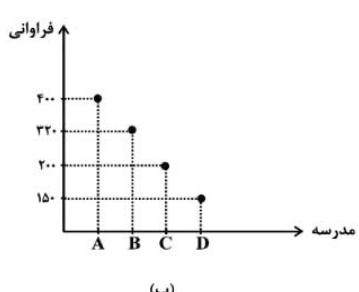
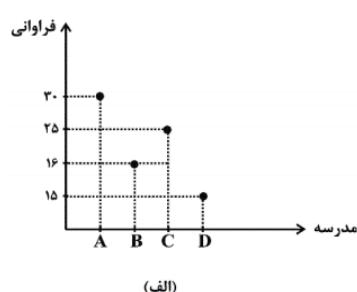
۲۷۹° (۳)

۲۸۰° (۴)

تست ۶



تعداد دانش‌آموزانی که در کنکور سراسری رتبه زیر ۱۰۰۰ را کسب کرده‌اند، در چهار مدرسه A، B، C و D در نمودار (الف) و جمعیت کنکوری این مدارس در نمودار (ب) آورده شده است. عملکرد این مدارس در کنکور به ترتیب قوی به ضعیف از راست به چپ چگونه است؟

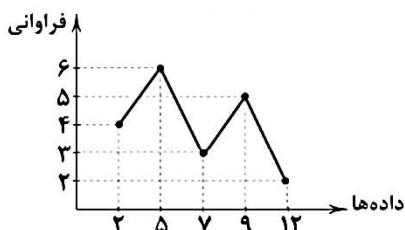


B – A – D – C (۱) D – B – C – A (۰)

B – C – D – A (۴) A – C – B – D (۲)

تست ۷





تست: ۸: در نمودار خط شکسته‌ی زیر، تفاضل مد و میانگین کدام است؟

(۱) ۰/۲

(۲) ۰/۴

(۳) ۱/۲

(۴) ۱/۴



نمرات دانشآموزان یک پایه در یک آزمون تستی برحسب درصد مطابق نمودار زیر است. تقریباً چند درصد از دانشآموزان درصد کمتر از

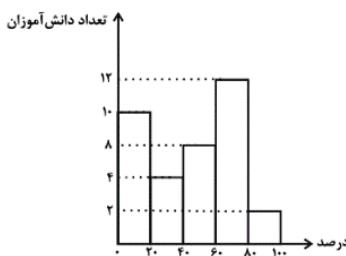
کسب کرده‌اند؟

(۱) ۲۸/۹

(۲) ۴۰/۲

(۳) ۳۵/۵

(۴) ۴۲/۲



براساس نمودار مستطیلی زیر که نمرات درس زبان انگلیسی دانشآموزان یک کلاس را نشان می‌دهد، چند درصد دانشآموزان نمره‌ی قبولی

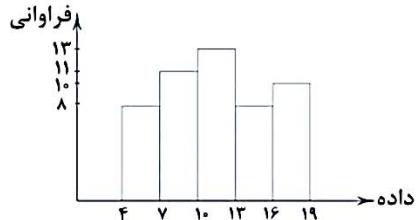
گرفته‌اند؟

(۱) ۶۲

(۲) ۶۹

(۳) ۷۳

(۴) ۷۴



براساس نمودار مستطیلی زیر که نمرات درس زبان انگلیسی دانشآموزان یک کلاس را نشان می‌دهد، چند درصد دانشآموزان نمره‌ی قبولی

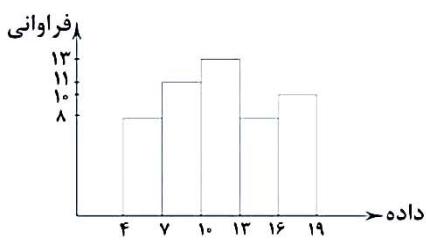
گرفته‌اند؟

(۱) ۶۲

(۲) ۶۹

(۳) ۷۳

(۴) ۷۴



(ث) نمودار نقطه‌ای: این نمودار بر محور طول‌ها رسم می‌شود و برای رسم آن داده‌ها را بر محور طول‌ها رسم می‌کنیم و به تعداد فراوانی هر داده بالای همان داده نقطه قرار می‌دهیم.



(( زمان دارایی ارزشمندی است که نهی توان از خرج شدن دش جلوگیری کرد، فقط هی توان آن را با تبدیل به مهارت و تجربه، پس انداز کرد. ))

	•	•			
•	•	•	•	•	
۵	۶	۷	۸	۱۰	

تست ۱۲: در نمودار مقابل، میانگین داده‌ها کدام است؟

(۱) ۶

۶/۸ (۲)

۷ (۳)

۷/۲ (۴)



		•				
		•				
•	•	•	•	•	•	
۴	۵	۶	۷	۸	۹	

تست ۱۳: براساس نمودار نقطه‌ای زیر، انحراف معیار داده‌ها تقریباً کدام است؟

۱/۱ (۱)

۱/۲ (۲)

۱/۳ (۳)

۱/۴ (۴)



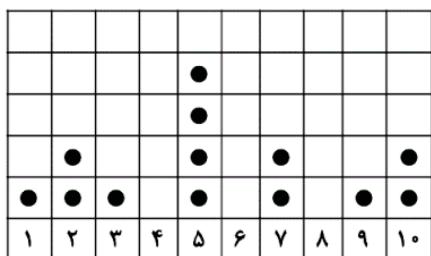
تست ۱۴: در نمودار نقطه‌ای زیر اگر میانگین داده‌ها برابر با  $5/8$  باشد و تعداد داده‌ها برابر با ۱۵ باشد، دو داده دیگر چه اعدادی می‌توانند باشند؟

۱۰ و ۴

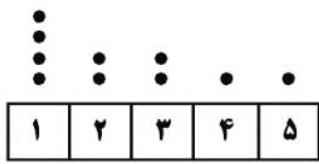
۸ و ۹ (۲)

۸ و ۸ (۳)

۷ و ۵ (۴)



تست‌ها: با توجه به نمودار نقطه‌ای مقابل، مجموع دامنه تغییرات، مُد، میانه و میانگین داده‌ها کدام است؟



۴/۹ (۲)

۳/۵ (۱)

۹/۳ (۴)

۷/۶ (۳)



تست ۱۶: با توجه به نمودار نقطه‌ای شکل زیر، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از مددام است؟

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)



		•			
•		•			
•	•	•	•	•	
۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۶



**(ج) نمودار دایره‌ای:** نمودار دایره‌ای برای متغیرهای کیفی به کار می‌رود. در این نمودار، زاویه مربوط به هر داده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\alpha = \frac{f}{n} \times 360^\circ$$

که در آن  $f$  فراوانی داده و  $n$  تعداد کل داده‌ها است.

**مثال:** نمودار دایره‌ای مربوط به جدول زیر که نمرات چهار درس یک دانش آموز را نشان می‌دهد، را رسم کنید.

درس	ریاضی	شیمی	فیزیک	دینی
نمره	۱۷	۱۶	۱۹	۲۰



**مسئله ۱۷:** مدرسه‌ای ۱۴۴ دانش آموز دارد. در نمودار دایره‌ای مربوط به ورزش مورد علاقه دانش آموزان این مدرسه، زوایای مرکزی به صورت جدول زیر

است. تعداد افراد علاقه‌مند به فوتبال چند برابر علاقه‌مندان به والیبال است؟



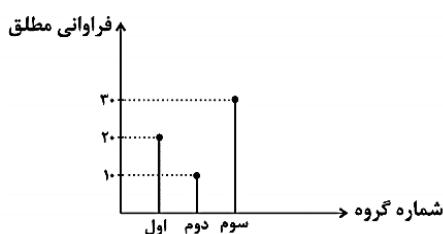
رشته ورزشی	فوتبال	والیبال	بسکتبال	شنا	سایر ورزش‌ها
زاویه مرکزی	$6x$	$4x - 20$	$2x + 10$	$2x$	$5x - 10$

(۱)

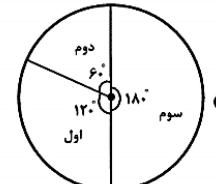
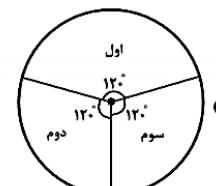
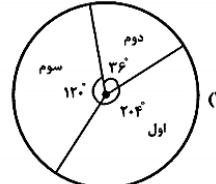
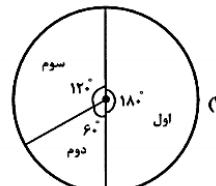
(۲)

(۳)

(۴)



**مسئله ۱۸:** نمودار دایره‌ای مربوط به نمودار میله‌ای زیر کدام است؟



(()) هوفقیت را ابتدا در ذهنتان تصور کنید، سپس با چشیدن بینید، و بعد با جسمتان خلق کنید. ))

تست ۱۹: اگر مجموع فراوانی داده‌های کشاورزی یک مزرعه که دارای محصولات گندم، جو، هویج و چغندر است، ۲۰ تن باشد و زاویه‌ی مرکزی

گندم بر حسب درجه ۱۸۰ باشد، مقدار فراوانی گندم بر حسب تن کدام است؟

۲۰ (۴)

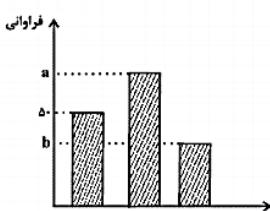
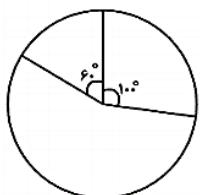
۱۲ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)



تست ۲۰: اگر دو نمودار زیر مربوط به نمایش یک مجموعه داده‌ی آماری باشند،  $a - b$  کدام است؟



۱۰۰ (۱)

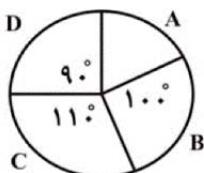
۷۰ (۲)

۵۰ (۳)

۳۰ (۴)



نمودار دایره‌ای زیر، توزیع ۶۰,۰۰۰ نفر را در گروه‌های سنی A، B، C و D نشان می‌دهد. چند نفر در گروه سنی A قرار دارند؟



۱۰۰۰ (۱)

۲۰۰۰ (۲)

۶۰۰۰ (۳)

۱۰,۰۰۰ (۴)

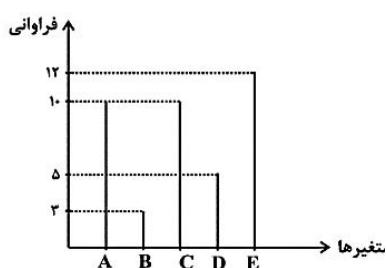


تست ۲۱: شکل مقابل، نمودار میله‌ای مربوط به پنج متغیر است. در نمودار دایره‌ای متناظر، زاویه‌ی مرکزی مربوط به دسته C چند درجه از زاویه

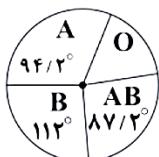
مرکزی مربوط به دسته B بیشتر است؟

۱۱۷ (۳) ۷۲ (۱)

۱۱۲ (۴) ۶۳ (۲)



نمودار دایره‌ای زیر، مربوط به بررسی گروه خونی افراد یک جامعه‌ی آماری ۴۰۰۰ نفره است. فراوانی افراد با گروه خونی O کدام است؟



۷۲ (۱)

۷۴ (۲)

۷۶ (۳)

۷۸ (۴)



**تست ۲۴:** جدول زیر مربوط به میزان تحصیلات کارمندان یک اداره است. در نمودار دایره‌ای مربوط به این جدول، بیشترین زاویه چند درجه است؟

فرآوانی	دکترا	ارشد	کارشناسی	کارشناسی دیپلم	زیر دیپلم	میزان تحصیلات
	۲۰	۳۰	۵۰	۶۰	۲۵	۱۵

۱۱۵ (۴)

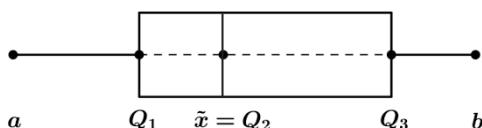
۲۱۶ (۳)

۱۰۸ (۲)

۱۱۸ (۱)



**(ج) نمودار جعبه‌ای:** برای رسم نمودار جعبه‌ای، ابتدا کمترین مقدار، چارک اول، میانه چارک سوم و بیشترین مقدار را محاسبه کرده و روی یک محور نمایش می‌دهیم. سپس یک مستطیل که اضلاع آن بر چارک‌ها قرار می‌گیرد، رسم می‌کنیم. در نهایت، میانه را نیز با یک پاره خط عمودی در مستطیل مشخص می‌کنیم.



**نکته:** این نمودار، دامنه دامنه میان چارکی و میانه مجموعه داده‌ها را به طور همزمان نشان می‌دهد.

**نکته:** مزیت این نمودار این که می‌توان معیارهای گرایش به مرکز و پراکندگی مجموعه‌های گوناگونی از داده‌ها را به شکل تصویری مورد مقایسه قرار دهیم.

**مثال ۲:** نمودار جعبه‌ای مربوط به داده‌های زیر که مربوط به نمرات دو کلاس است را رسم کرده و مقایسه کنید.

a) ۷, ۹, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۸, ۲۰

b) ۵, ۶, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰.



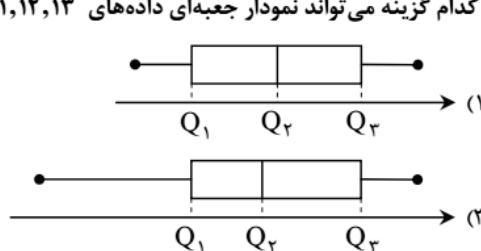
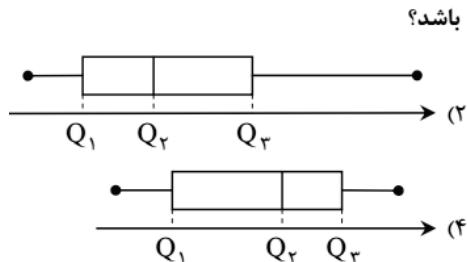
**تست ۲۵:** طبق نمودار جعبه‌ای داده‌های ۵/۱۶, ۵, ۸, ۱۰, ۷, ۱۲, ۱۱, ۸, ۱۶, ۳, ۷, ۸, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۳ باشد؟

(۱) نمودار جعبه‌ای متقاضن است.

(۲) پراکندگی داده‌ها در سمت راست جعبه بیشتر است.

(۳) میانه داده‌ها برابر ۱۰ است.

(۴) پراکندگی داده‌ها در سمت چپ جعبه بیشتر است.



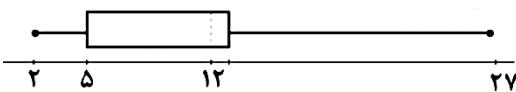
تست: ۲۷ در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۱۸، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱۵/۸ (۴)

۱۵/۶ (۳)

۱۵/۴ (۲)

۱۵/۲ (۱)

براساس نمودار جعبه‌ای زیر، اگر  $IQR = 11$  باشد، نسبت چارک سوم به دامنه تغییرات کدام است؟

۰/۳۶ (۱)

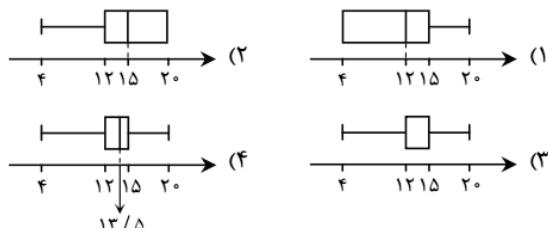
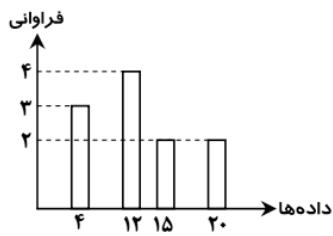
۰/۴۱ (۲)

۰/۶۴ (۳)

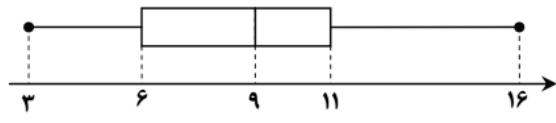
۰/۸۲ (۴)



تست: ۲۸ - نمودار جعبه‌ای داده‌ای که در شکل مقابل به صورت نمودار میله‌ای نمایش داده شده، کدام است؟



تست: ۲۹ - مطابق نمودار جعبه‌ای مقابله، دامنه میان‌چارکی کدام است؟



۵ (۱)

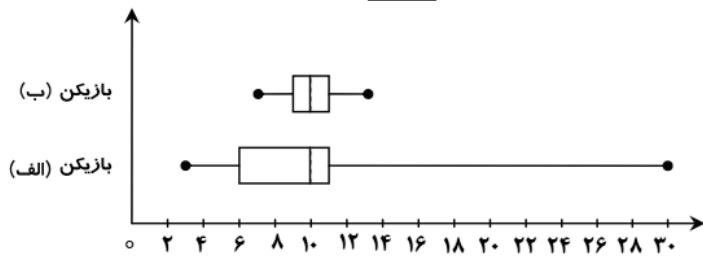
۶ (۲)

۳ (۳)

۱۳ (۴)



تست: ۳۰ - نمودار جعبه‌ای امتیازهای کسب شده توسط دو بسکتبالیست به صورت زیر است. کدام گزینه نادرست است؟



(۱) میانه هر دو برابر ۱۰ است.

(۲) تمام امتیازهای بازیکن «ب» از چارک اول امتیازهای بازیکن «الف» بیشتر است.

(۳) بازیکن «ب» ثبات بیشتری دارد.

(۴) امتیازهای بازیکن «الف»، دامنه میان‌چارکی کوچک‌تری دارد.



(()) یادتان باشد بهترین دوست شما، تصویرهای ذهنی خوب شما از خودتان و اهدافتان است. (( ))

در نمودار جعبه‌ای ۳۱ داده آماری، میانگین داده‌های دنباله‌های سمت چپ و راست به ترتیب ۱۱ و ۲۸ و میانگین داده‌های داخل و روی

تست: ۳۲

جعبه ۲۵ می‌باشد. میانگین کل این داده‌ها کدام است؟

۲۶/۵ (۴)

۲۴/۳

۲۲/۵۱ (۲)

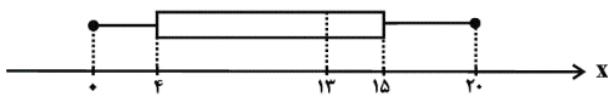
۱۸ (۱)



با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل که مربوط به نمرات درس ریاضی یک کلاس است، کدام گزینه نادرست است؟ (تعداد دانشآموزان کلاس

۴ نفر است).

تست: ۳۳



(۱) تقریباً ۲۰ نفر از بچه‌ها نمره‌شان بین ۴ و ۱۵ است.

(۲) تقریباً ۱۰ نفر از بچه‌ها نمره‌شان بیشتر از ۱۵ است.

(۳) دامنه تغییرات کل نمرات ریاضی این کلاس برابر ۲۰ است.

(۴) دامنه تغییرات اعداد داخل و روی جعبه برابر ۱۰ است.

در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۹ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۳ و ۸ و ۵ و ۱۷ میانگین داده‌های داخل و روی جعبه کدام است؟

تست: ۳۴



۱۱/۴ (۴)

۱۱/۲ (۳)

۱۰/۸ (۲)

۱۰/۶ (۱)

در نمودار جعبه‌ای مضرب‌های عدد ۳ که بین ۱ تا ۴۰ هستند، دامنه و دامنه میان چارکی به ترتیب از راست به چپ چه عددهایی هستند؟

تست: ۳۵



۲۰, ۳۶ (۴)

۲۱, ۳۶ (۳)

۲۰, ۳۹ (۲)

۲۱, ۳۹ (۱)

نمودار جعبه‌ای ۱۲ داده آماری مرتب شده  $x, t, 11, y, 15, 17, z, 23, 25, 30, 31, 32, x$ , به صورت زیر است. حاصل  $\frac{2x+y-3z}{\Delta t}$  کدام

تست: ۳۶



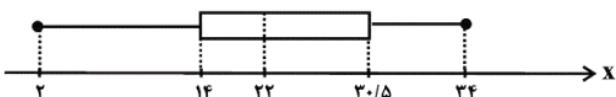
است؟

۱/۵ (۱)

۱/۸ (۲)

۲/۵ (۳)

۲/۸ (۴)



(( همیشه در برنامه‌ریزی کارها، از کارهای سخت شروع کن، کارهای آسان خود به خود انجام می‌شوند. ))

در نمودار جعبه‌ای مربوط به داده‌های آماری ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۷، ۲۰، ۲۱، ۷ و ۱۸ داده‌های بیرون جعبه و

روی آن را حذف می‌کنیم. در داده‌های باقی‌مانده مجموع کمترین و بیشترین عدد کدام است؟

۳۰ (۴)

۲۸ (۳)

۲۷ (۲)

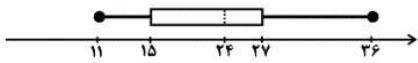
۲۹ (۱)



سته: ۳۸



با توجه به نمودار جعبه‌ای زیر، کدام گزینه الزاماً درست است؟



۱) درصد داده‌ها بیشتر از داده‌ی ۲۴ هستند.

۲) درصد داده‌ها کمتر از داده‌ی ۲۷ هستند.

۳) کمترین داده برابر ۱۱ است.

۴) درصد داده‌ها کمتر از ۱۵ است.

- در نمودار جعبه‌ای ۲۰ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت چپ برای میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت راست است. انحراف معیار کدام است؟

۴) جذر میانه

۱ (۳)

۰/۰۵ (۲)

۱) صفر



سته: ۳۹



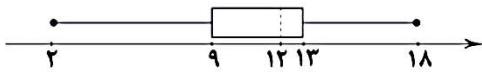
کدام گزینه در مورد نمودار جعبه‌ای زیر که مربوط به نمرات ریاضی یک کلاس است، صحیح نیست؟

۱) تقریباً ۷۵ درصد داده‌ها کوچک‌تر از ۱۳ می‌باشند.

۲) دامنه‌ی میان‌چارکی برابر با ۶ است.

۳) بیش از  $\frac{1}{4}$  کلاس این درس را قبول نشده‌اند.

۴) کمتر از  $\frac{1}{4}$  کلاس نمره‌ی بالای ۱۵ کسب کرده‌اند.



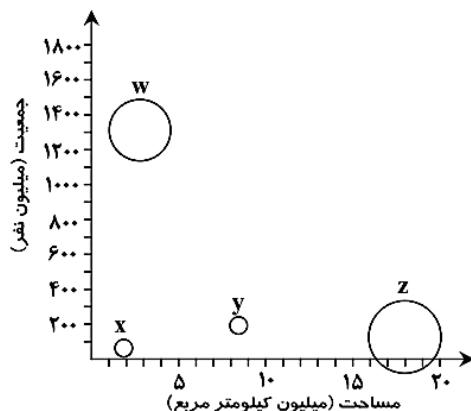
سته: ۴۰





نمودار حبابی: این نمودار برای مسایلی با سه متغیر کاربرد دارد که دو متغیر آن بر روی محور عمودی و افقی نشان داده می‌شوند و برای نمایش متغیر سوم، از دایره‌ای واقع بر مختصات این متغیر و به شعاع جذر این متغیر استفاده می‌شود.

نکته: در نمودار حبابی، متغیر سوم نباید عددی منفی باشد.



نام کشور	جمعیت (میلیون نفر)	مساحت	آب‌ها (درصد)
برزیل	۲۰۵	۸/۵۰۰/۰۰۰	۰/۶۷
روسیه	۱۴۴	۱۷/۰۰۰/۰۰۰	۱۳/۰۰
ایران	۷۹	۱/۶۴۰/۰۰۰	۰/۷۰
هند	۱۳۵۰	۳/۲۰۰/۰۰۰	۹/۶۰

- (۱) برزیل
- (۲) روسیه
- (۳) ایران
- (۴) هند

اگر نمودار حبابی را براساس سه‌تایی مرتب ( $V_1, V_2, V_3$ ) رسم کنیم، کدامیک بر کمیت‌های زیر برای عضو سوم مناسب بهنظر نمی‌آید؟

(۱) به ترتیب نشانگر موقعیت افقی، عمودی و اندازه‌ی نقطه هستند.

- (۱) وزن دانش‌آموزان
- (۲) سن کودکان مهدکودک
- (۳) قطر ستون‌های ساختمان بر حسب سانتی‌متر
- (۴) درجه‌ی حرارت شهر بر حسب درجه‌ی سلسیوس

مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، ... با ... می‌باشد.

(۱) برابر - شعاع دایره‌ها

(۲) متناسب - قطر دایره‌ها

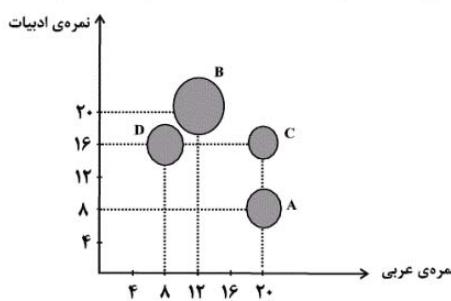
(۳) برابر - مساحت دایره‌ها

(۴) متناسب - مساحت دایره‌ها

### تست ۲:



نمودار حبابی زیر مرتبط با قد، نمره‌ی عربی و نمره‌ی ادبیات چهار دانش‌آموز یک کلاس است. اگر جای متغیر قد و نمره‌ی عربی را



جایه‌جا کنیم، مساحت دایره‌ی کدام دانش‌آموز از بقیه کمتر می‌شود؟

- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)

تست: بر روی یک نمودار حبابی که متغیر سوم آن درصد محصولات معیوب دو کارخانه‌ی A و B می‌باشد، درصد محصولات معیوب برای این دو کارخانه به ترتیب ۱۵ و ۵ درصد و اندازه‌ی شعاع دایره‌ی B،  $\sqrt{12}$  است. شعاع دایره‌ی A کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۶





نکته: منظور از "مشاهده" یا "نقطه داده‌ی" در آمار، مجموعه‌ی است شامل یک یا چند مقدار اندازگیری شده برای یک عضو جامعه آماری (واحد آماری).

نمودار راداری: این نمودار برای مسایلی با حداقل سه متغیر کاربرد دارد. نمودار راداری از چند نیمخط به شکل پرهای چرخ دوچرخه تشکیل می‌شود که در نقطه‌ای مرکزی به یکدیگر اتصال دارند و با زاویه‌های یکسان بین هم، گردانید آن نقطه قرار گرفته‌اند. هر کدام از این خطوط، در واقع یک محور و شاند هنده یک متغیر است، پس می‌تواند درجه‌بندی شود. به این خطوط، اصطلاحاً شعاع‌های نمودار راداری می‌گویند.

نکته: زاویه بین دو شعاع متواالی در نمودار راداری از رابطه  $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$  به دست می‌آید که در آن  $n$  تعداد متغیرها است.

نکته: نسبت مقدار یک متغیر، برای یک مشاهده به بیشینه آن متغیر به ازای همه مشاهدها، اندازه‌ی آن مقدار روی شعاع مربوط را مشخص می‌کند.

نکته: اگر نمودار مربوط به دو یا چند مشاهده را روی هم بیاندازیم، می‌توانیم مشاهده‌ها را با هم مقایسه کنیم.

نکته: نمودار راداری به ما می‌گوید:

- ۱) کدام مشاهده‌ها شبیه به یکدیگرند؟ ۲) آیا داده دورافتاده‌ای وجود دارد؟
- ۳) مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به مشاهده‌های دیگر بیشتر یا کمتر است؟

نکته: از این نمودار در ورزش برای نشان دادن میزان قدرت و ضعف بازیکنان نسبت به یکدیگر استفاده می‌شود.

**تست:** کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) در نمودار حبابی، مساحت دایره متناسب با مقدار متغیر سوم است.
- ۲) نمودار راداری یک نمودار دو بعدی است که می‌تواند تعداد زیادی متغیر کمی را نمایش دهد.
- ۳) در نمودار راداری از تقسیم عدد ۳۶۰ بر زاویه بین شعاع‌های مجاور، تعداد متغیرها به دست می‌آید.
- ۴) نمودار حبابی برای نمایش سه متغیر یا بیشتر و نمودار پراکنش نگاشت برای نمایش دو متغیر به کار می‌رود.

**تست:** اگر نموداری حبابی را به راداری تبدیل کنیم، زاویه بین هر دو شعاع متواالی در نمودار راداری چند درجه خواهد بود؟

- |        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| ۱) ۸۰° | ۲) ۱۵۰° | ۳) ۱۲۰° | ۴) ۱۸۰° |
|--------|---------|---------|---------|

**تست:**



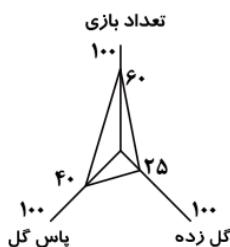
**تست:** اگر در یک نمودار راداری، ۲ متغیر از تعداد متغیرها کم شود، زاویه بین شعاع‌های مجاور آن ۹ درجه افزایش می‌یابد. تعداد متغیرهای نمودار اولیه کدام است؟

- |      |      |      |       |
|------|------|------|-------|
| ۱) ۷ | ۲) ۸ | ۳) ۹ | ۴) ۱۰ |
|------|------|------|-------|

**تست:**



((بدترین نوع اتلاف وقت انجام عالی کاری است، که اصلاً نیازی به انجام آن نیست.))



- نمودار راداری بازیکن A از یک تیم، برای سه متغیر تعداد گل زده، تعداد بازی و تعداد پاس گل به صورت مقابل است. اگر بیشینه تعداد بازی در این تیم ۴۰ باشد، بازیکن A در چند بازی حضور داشته است؟

(۱) ۱۵

(۲) ۳۴

(۳) ۲۴

(۴) ۳۰



(۴)

(۳)

(۲)

(۱)



- اگر سپهر نمودار راداری مربوط به درس‌های خود را کشیده باشد و زاویه‌ی بین شاخه‌های هر دو درس مجاور در این نمودار برابر با  $45^\circ$

درجه باشد، او چند درس خود را در این نمودار قرار داده است؟

(۱) ۱۲ (۴)

(۲) ۱۰ (۳)

(۳) ۹ (۲)

(۴) ۸ (۱)



احمد فهرستی از مقادیر سه متغیر مربوط به ۳ کشور را تهیه کرده است و می‌خواهد این سه متغیر را با هم برای آن‌ها مقایسه کند. کدام

نمودار زیر برای این کار مناسب است؟



(۱) نمودار حبابی

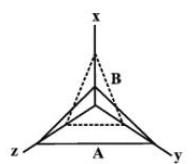
(۲) نمودار راداری

(۳) نمودار دایره‌ای

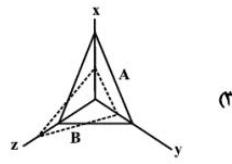
(۴) گزینه‌ی ۱ و ۲

بیشینه	B	A	متغیر
۱۰	۴	۶	x
۸	۴	۲	y
۵	۲	۴	z

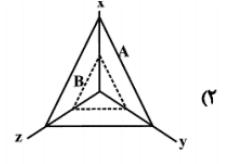
داده‌های جدول زیر مربوط به دو مشاهده‌ی A و B می‌باشد. نمودار راداری آن کدام است؟



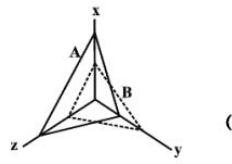
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

نمودار راداری روشنی برای نمایش داده‌های چند متغیره در قالب نموداری ... است که در آن ... یا بیشتر بر روی محورهایی نشان داده



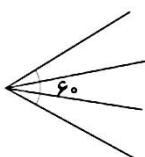
می‌شوند که نقطه‌ی شروع همه‌ی آن ... است.

(۱) سهبعدی - چهار متغیر کمی - یکسان

(۲) سهبعدی - دو متغیر کمی - متفاوت

(۳) دو بعدی - سه متغیر کمی - متفاوت

(۴) دو بعدی - سه متغیر کمی - یکسان



شکل زیر قسمتی از یک نمودار راداری است. در این نمودار چند متغیر مورد بررسی قرار گرفته است؟

۱۴ (۱)

۱۶ (۲)

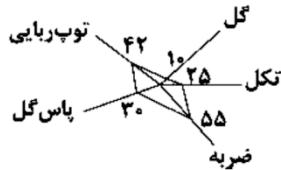
۱۸ (۳)

۲۰ (۴)

سته:



در نمودار راداری زیر اگر بیشینهٔ تکل برابر  $2/8$  و بیشینهٔ پاس گل برابر  $92/0$  باشد، مقدار متغیر تکل و پاس گل به ترتیب کدام است؟  
(ماکزیمم تمام شاعع‌ها،  $100$  است).

۰/۷۵ و  $0/186$  (۱) $0/276$  و  $0/7$  (۲) $0/186$  و  $0/85$  (۳) $0/276$  و  $0/8$  (۴)

سته:





**تعريف شاخص:** شاخص یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می‌دهد. مانند شاخص خط فقر که درآمد افرادی را که حداقل درآمد برای زندگی را ندارند، مشخص می‌کند.

**نکته:** اعداد شاخص اطلاع دهنده بیش بینی کننده و ارزیابی کننده هستند.

نکته: شاخص‌ها نه تنها متغیرهای داده‌ها را خلاصه می‌کنند، بلکه واقعیت‌های مفیدی را از جامعه به سادگی به ما نشان داده و امکان مقایسه را فراهم می‌کنند.



تعیف خط فق : به حداقل در آمدی که باز نندگی بکنف در یک ماه موارد نیاز است خط فقیر می گوییم.

**نکته:** خط فقر برای است نصف میانگین یا نصف میانی در آمد ماهیانه افراد جامعه.

نکته: در جوامعی که اختلاف درآمد افراد زیاد باشد، برای تعیین خط فقر بهتر است از روش نصف میانه استفاده کنیم.

نکته: خط فقر بین المللی چون امکان مقایسه کشورها را فراهم می‌کند، نسبت به خط فقر داخلی مزیت دارد.

در آمد ماهانه ۴ خانواده به صورت زیر است. در این جامعه ۴ خانواری، اگر خط فقر با استفاده از میانگین محاسبه شود، دولت ماهانه چقدر باید به

خانواده افراد زیر خط فقر یا، انه بی‌دازد تا درآمد افراد زیر خط فقر به خط فقر برسد؟

ردیف	درآمد ماهانه (میلیون تومان)	تعداد اعضای خانوار
۱	۲	۴
۲	۱/۴	۷
۳	۲/۲	۲
۴	۲/۴	۳

۱) ۲ میلیون و صد هزار تومان (۳) ۱۰۰ هزار تومان

(۲) ۵۰۰ هزار تومان (۴) ۳۵۰ هزار تومان

در یک جامعه‌ی آماری درآمد ماهانه‌ی افراد به صورت ۱۲۵، ۱۹۰، ۲۸۰، ۴۰۵، ۳۸۵، ۲۶۰، ۲۳۵، ۳۸۰، ۲۴۵ و ۴۵۰ واحد پولی می‌باشد. به روش نصف میانه، چند نفر در این جامعه زیر خط فقر قرار می‌گیرند؟

10

۳ (۳

۲۸۲

1 (1)

اگر درآمد افراد یک جامعه‌ی آماری مورد بررسی به صورت  $4/5$ ،  $3/5$ ،  $2/5$ ،  $1/5$ ،  $2$ ،  $3$ ،  $5$  و  $6$  بر حسب میلیون تومان باشد، تفاوت مقدار عددی، خط فقر در دو دوش، کدام است؟

四〇

०/२५ (३)

•/८ (२

177(1)

(( قانون کاشت و برداشت اصل اساسی زندگی بشر است، شما امروز محصولی را برداشت هیکنید که در گذشته بذر آن را کاشته‌اید. ))

فرض کنید خط فقر در کشور ۶۰۰ هزار تومان باشد. اگر درآمد یک خانواده ۴ نفره دو میلیون و دویست هزار تومان باشد، به این

خانواده چقدر یارانه تعلق بگیرد که از خط فقر عبور کند؟

- (۱) ۲۰ هزار تومان      (۲) ۱۰۰ هزار تومان      (۳) ۵۰ هزار تومان      (۴) ۹۰ هزار تومان



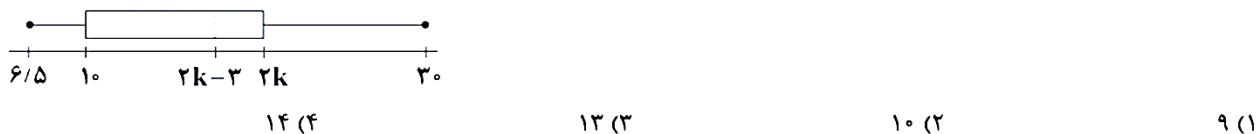
**تست ۵:** اگر به درآمد همه افراد یک جامعه یک میلیون تومان اضافه شود، خط فقر بر اساس روش نصف میانگین چه تغییری می‌کند؟

- (۱) تغییری نمی‌کند.  
(۲) یک میلیون تومان اضافه می‌شود.  
(۳) ۵۰۰ هزار تومان کم می‌شود.  
(۴) ۵۰۰ هزار تومان اضافه می‌شود.

**تست ۶:** در یک جامعه ۱۰۰ نفره قرار است به ۵۰ نفر که زیر خط فقر (بر اساس نصف میانگین درآمد) آن جامعه قرار دارند، مبلغ ۱۰۰,۰۰۰ تومان یارانه پرداخت شود. خط فقر (بر اساس نصف میانگین) بعد از پرداخت یارانه چه تغییری می‌کند؟

- (۱) ثابت می‌ماند.  
(۲) ۲۵,۰۰۰ تومان افزایش می‌یابد.  
(۳) ۵۰,۰۰۰ تومان افزایش می‌یابد.  
(۴) ۱۰۰,۰۰۰ تومان افزایش می‌یابد.

**تست ۷:** نمودار جعبه‌ای زیر مربوط به درآمد ماهانه افراد یک جامعه‌ی آماری است. اگر دامنه میان‌چارکی برابر ۱۱ باشد، خط فقر بر حسب میلیون ریال چقدر است؟



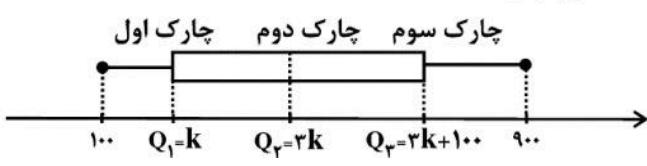
چارک اول      چارک دوم      چارک سوم      چارک اول

(۱) ۳۰۰ هزار تومان      (۳) ۶۰۰ هزار تومان

(۲) ۵۰۰ هزار تومان      (۴) ۴۵۰ هزار تومان

**تست ۸:** نمودار جعبه‌ای درآمد افراد جامعه‌ای به شکل زیر است. خط فقر به کمک میانه در این جامعه ۳۰۰ هزار تومان در ماه بهزاری هر نفر تعیین شده

است. مقدار دامنه میان‌چارکی درآمد افراد کدام است؟ (اعداد نمودار بر حسب هزار تومان هستند).



(۱) ۳۰۰ هزار تومان      (۳) ۶۰۰ هزار تومان

(۲) ۵۰۰ هزار تومان      (۴) ۴۵۰ هزار تومان

تعداد اعضای خانوار	درآمد ماهیانه خانواده (هزار تومان)
۴	۴۰۰۰
۲	۳۶۰۰
۲	۲۴۰۰
۱	۱۸۰۰
۱	۷۰۰

با توجه به جدول زیر خط فقر بر حسب میانه چند هزار تومان است؟

- (۱) ۵۰۰  
(۲) ۵۵۰  
(۳) ۶۰۰  
(۴) ۶۵۰



تعداد اعضای خانوار درآمد ماهیانه (هزار تومان) ردیف

- اگر خط فقر را بر اساس نصف میانه محاسبه کنیم، خط فقر در خانواده‌هایی که حقوق ماهیانه آن‌ها در جدول مقابل آمده است کدام است؟

۳	۱۲۰۰	۱
۴	۳۰۰۰	۲
۲	۸۰۰	۳
۱	۱۰۰۰	۴

- (۱) ۵۷۵  
(۲) ۲۷۸/۶  
(۳) ۲۸۷/۵  
(۴) ۵۵۰



سمت	درآمد به میلیون تومان
معاون	۱۴
دفتردار	۳
معاون مالی	۴
حسابدار	۳
آبدارچی	۱/۳
مدیر فروش	۳/۵
منشی	۱/۹
سرایدار	۱/۳

مدیر یک شرکت می‌خواهد به کارمندانی که حقوق آن‌ها زیر خط فقر درآمد همان شرکت است، پاداش بدهد. او می‌خواهد خط فقر را طوری محاسبه کند که به تعداد نفرات کمتری پاداش بدهد. اگر جدول مقابل درآمد کارمندان این شرکت باشد، او باید از کدام شاخص مرکزی برای محاسبه خط فقر استفاده کند و به چند نفر پاداش پرداخت کند؟

- (۱) میانگین-۲  
(۲) میانگین-۳  
(۳) میانه-۲  
(۴) میانه-۳



در دو جامعه‌ی آماری درآمد افراد به صورت زیر است. اگر خط فقر به روش نصف میانگین در جامعه‌ی دوم، دو برابر خط فقر به روش نصف

میانه در جامعه‌ی اول باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

- ۵/۵, ۲k, ۶, ۳/۵: جامعه‌ی دوم

(اعداد بر حسب میلیون تومان هستند).

- ۳/۵ (۴)  
۳ (۳)  
۲/۵ (۲)  
۲ (۱)



**تست ۱۳:** یک خانواده چهارنفره در یکی از شهرها به طور متوسط ماهیانه دو میلیون و هشتصد هزار تومان درآمد دارد. اگر خط فقر در این شهر برای هر نفر هشتصد هزار تومان باشد، حداقل چه مقدار بارانه، ماهانه به هر یک از اعضای این خانواده تعلق گیرد تا هیچ‌کدام از اعضاء خانواده زیر خط فقر قرار نگیرند؟

- (۱) ۵۰۰۰۰ تومان  
 (۲) ۸۰۰۰۰ تومان  
 (۳) ۱۰۰۰۰۰ تومان  
 (۴) ۱۵۰۰۰۰ تومان

**تست ۱۴:** اگر به درآمد همه‌ی افراد یک جامعه ۶ میلیون ریال اضافه شود، خط فقر به روش نصف میانگین چه تغییری می‌کند؟

- (۱) ۶ میلیون ریال افزایش می‌یابد.  
 (۲) ۳ میلیون ریال افزایش می‌یابد.  
 (۳) ۳ میلیون ریال کاهش می‌یابد.  
 (۴) تغییر نمی‌کند.

**تست ۱۵:** اگر درآمد کارمندان یک اداره ۷, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲/۵, ۲, ۱, ۱, ۲, ۲, ۳/۵, ۵, ۱, ۱ میلیون تومان باشد، با توجه به روش نصف میانگین، حقوق چند نفر از آن‌ها زیر خط فقر می‌باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

**تست ۱۶:** در جامعه‌ای درآمد افراد (به ترتیب) به صورت  $6/5, 6/4, 5/2, 6, 4/8, x, 5/2, 6, 3/5$  میلیون تومان است. اگر خط فقر به روش نصف میانه و نصف میانگین با هم برابر باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱) ۵/۳ (۲) ۵/۲ (۳) ۵/۱ (۴) ۵

**تست ۱۷:** براساس جدول زیر، خط فقر به روش میانه کدام است؟

تعداد اعضای خانواده	درآمد خانواده (دلار)
۳	۳۰۰۰
۲	۱۸۰۰
۴	۲۸۰۰
۲	۱۵۰۰
۱	۸۰۰

- (۱) ۴۲۵ دلار  
 (۲) ۴۵۰ دلار  
 (۳) ۴۷۵ دلار  
 (۴) ۵۰۰ دلار

(( خود را به چیزهای کوچک گرفتارکردن، از کارهای بزرگ بازماند است. ))



**تعريف شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی:** متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان برای مجموعه‌ی از تعداد زیادی کالا و خدمت در طول یک سال است. این شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می‌دهد و برای انجام تصمیم‌گیری‌ها اهمیت بالایی دارد.

**نکته:** افزایش شاخص بهای کالاها و خدمات نشان دهنده افزایش یافتن هزینه‌های زندگی است.

**نکته:** برای محاسبه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای کالاها و خدمات} = \frac{\text{هزینه خدمات و کالا در سال مورد نظر}}{\text{هزینه خدمات و کالا در سال پایه}} \times 100$$

**مثال:** اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۰۰ و ۷۰۰۰۰ ریال برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی را برای این دو کالا بیابید.

$$x = \left( \frac{1500 \times 20 + 70000 \times 80}{1000 \times 20 + 50000 \times 80} \right) \times 100 = 1 / 40.5 \times 100 = 140 / 5$$

**مثال:** اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال باشد و در سال مورد نظر به ۱۰۰ و ۷۰۰۰۰ ریال برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۲۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی را برای این دو کالا بیابید.



**تست ۱۸:** اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۲۰ و ۴۰ واحد پولی و در سال مورد نظر به ۴۰ و ۳۰۰ واحد پولی برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب ۳۰۰ و ۵۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای نان و گوشت کدام است؟

(۱) ۴۵۰

(۲) ۴۴۰

(۳) ۴۳۰

۴۴۰ (۲)

۴۲۰ (۴)



**شیوه:** اگر سبد هزینه‌ی خانواده‌ای در سال پایه از دو کالای گوشت و نان تشکیل شده باشد و قیمت هر کیلو از این دو کالا به ترتیب در سال پایه ۳۰۰۰ و ۴۰۰۰ تومان و در سال ۹۶ به ۶۰۰۰۰ و ۶۰۰۰ تومان برسد، با فرض آن‌که مقدار مصرف گوشت و نان به ترتیب ۲۰ و ۱۲۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای گوشت و نان در سبد این خانواده چقدر است؟

۲/۱ (۴)

۱/۷ (۳)

۱/۶ (۲)

۱/۵ (۱)



**نکته: داریم:**



$$\frac{\text{هزینه خدمات و کالا در سال مورد نظر}}{\text{هزینه خدمات و کالا در سال پایه}} = \frac{\text{شاخص بهای کالاهای خدمات در سال مورد نظر}}{\text{شاخص بهای کالاهای خدمات در سال پایه}}$$

**مثال ۱:** اگر شاخص بهای نان در سال ۸۹ برابر ۱۵۰ و متوسط قیمت نان در سال پایه ۴۰۰ تومان باشد، قیمت نان در سال ۸۹ را بیابید.



**مثال ۲:** اگر شاخص بهای گوشت در سال ۹۳ برابر ۳۰۰ و متوسط قیمت نان در سال ۹۳ برابر ۴۵۰۰۰ تومان باشد، قیمت این کالا در سال

پایه را بیابید.



**شیوه:** در سال ۹۰ (پایه) اگر شاخص مسکن برابر ۱۰۰ و هزینه مسکن در هر ماه به طور متوسط ۱/۵ میلیون تومان باشد، برای آنکه شاخص مسکن در

سال ۹۶ برابر ۱۵۰ باشد، هزینه مسکن در هر ماه به طور متوسط چند درصد اضافه شده است؟

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)



**شیوه:** اگر هزینه پوشاش و کفشن در سال ۹۰ (پایه) ۱۵۰ هزار تومان بوده و شاخص این اجنباس در سال‌های ۹۳ و ۹۶ به ترتیب برابر با ۲۴۰ و ۳۲۰ باشد، اختلاف هزینه این کالا در سال‌های ۹۳ و ۹۶ کدام است؟



(۴) ۶۰۰۰۰ تومان

(۳) ۲۴۰۰۰۰ تومان

(۲) ۳۰۰۰۰۰ تومان

(۱) ۱۲۰۰۰۰ تومان



**تعريف تورم:** یکی از مهمترین و ساده‌ترین مفاهیم آماری است که در زندگی تکثک افراد جامعه موثر است.  
تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می‌نامند.

**نکته:** برای محاسبه تورم از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص بھای کالاها و خدمات در سال پایه} - \text{شاخص بھای کالاها و خدمات در سال مورد نظر} = \text{تورم}$$

**نکته:** برای محاسبه تورم بعد از ساده سازی رابطه بالا، رابطه زیر بدست می‌اید.

$$\text{هزینه خدمات و کالا در سال پایه} - \text{هزینه خدمات و کالا در سال مورد نظر} = \text{تورم}$$

**مثال ۴:** قیمت یک نوع دفتر و خودکار در سال پایه به ترتیب ۳۰۰۰ و ۱۲۰۰ تومان است. اگر در سال جاری قیمت این دو کالا به ۴۵۰۰ و ۱۸۰۰ تومان برسد، اگر تعداد مصرفی این دو قلم کالا به ترتیب ۲۰ و ۳۰ باشد، میزان تورم را برای این دو محصول بیابید.



**مسئلہ ۲۲:** تورم قیمت کالایی بین سال‌های ۹۶ تا ۹۷ برابر ۶۰ درصد و شاخص بھای این کالا در سال جدید (سال ۹۷) برابر ۵۲ باشد، شاخص بھای کالا در سال ۹۶ کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۲/۵ (۳)

۲۸ (۲)

۲۶/۵ (۱)



**مسئلہ ۲۳:** اگر تورم قیمت نان بین سال‌های ۹۰ تا ۹۶ برابر ۸۰ درصد بوده باشد، شاخص بھای نان در سال ۹۶ کدام است؟ (سال ۹۰ سال پایه است.)

۱۸۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۲۰ (۱)



**مسئلہ ۲۴:** شاخص پوسیدگی دندان در سال ۱۳۶۰ برابر ۳ بوده و در سال ۱۳۹۵ برابر ۶ شده است. شاخص در سال ۱۳۹۵ نسبت به سال ۱۳۶۰ چند درصد افزایش داشته است؟

%۱۵۰ (۴)

%۱۵۰ (۳)

٪۲۰۰ (۲)

٪۱۰۰ (۱)



**تست ۲۵:** اگر شاخص پوسیدگی دندان در سال ۹۰ برابر ۵ و در سال ۹۱ برابر ۳ باشد، این شاخص از سال ۸۰ تا ۹۰ چند درصد کاهش داشته است؟

۴۰ (۴)

۳۵ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)



**تست ۲۶:** اگر شاخص بهای کالاهای A، B، C و D در سال ۹۰ به ترتیب برابر با ۱۰۰، ۱۲۰، ۱۵۰ و ۱۸۰ بوده و شاخص این کالاهای در سال ۹۶ مطابق

کالا	شاخص در سال ۹۶
A	۱۰۰
B	۱۲۰
C	۱۵۰
D	۱۸۰

جدول زیر باشد، ترتیب تورم کالاهای از بیشترین به کمترین مقدار از راست به چپ کدام است؟

A, D, B, C (۳)      D, A, B, C (۱)

A, D, C, B (۴)      D, A, C, B (۲)



**تست ۲۷:** اگر تورم قیمت گوشت مرغ بین سال‌های ۹۵ تا ۹۷ برابر ۲۵ درصد و شاخص بهای گوشت مرغ در سال پایه (سال ۹۵) برابر ۲۰ باشد، شاخص بهای گوشت مرغ در سال ۹۷ کدام است؟

۲۵ (۲)

۱۵ (۱)

۴۵ (۴)

۳۵ (۳)



**تست ۲۸:** اگر تورم قیمت «سیمان» بین سال‌های ۹۳ تا ۹۷ برابر ۶۰ درصد و شاخص بهای آن در سال ۹۳ برابر ۲۰ باشد، شاخص بهای آن در سال ۹۷ کدام است؟

۳۴ (۴)

۳۲ (۳)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)



**تعریف بیکار:** فردی است که توانایی انجام کار داشته باشد و به طور موقت بیکار شده و در جستجوی کار باشد و یا منتظر شروع کار جدید از یک زمان مشخص هست.



**جمعیت فعال:** همه افراد یک جامعه که در محدوده سنی ۱۶ تا ۶۰ سال هستند و توانایی انجام کار داشته باشند را جمعیت فعال مینامیم. جمعیت فعال شامل همه افراد شاغل و بیکار می‌شود.

**شاخص نرخ بیکاری:** این شاخص، درصد افراد بیکار یک جامعه را نشان می‌دهد. برای محاسبه نرخ بیکاری از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{نرخ بیکار} = \frac{\text{تعداد افراد بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100$$

(( این سینا: هر که دنیا خواهد، داش آموزد و هر که آخرت خواهد در عمل کوشد. ))

**مثال ۶:** نرخ بیکاری را در یک جامعه با جمعیت فعال ۳۰ میلیون و جمعیت شاغل ۲۲ میلیون را بیابید.



**مثال ۷:** نرخ بیکاری را در یک جامعه با جمعیت شاغل ۱۵ میلیون و جمعیت بیکار ۳ میلیون را بیابید.



**مثال ۸:** نرخ بیکاری در یک جامعه ۱۵ درصد است. اگر ۵۰۰ هزار نفر از افراد ۱۶ ساله و بالاتر شاغل باشند، حداقل چند شغل باید ایجاد

کنیم تا نرخ بیکاری به ۱۰ درصد برسد؟



**مثال ۹:** در یک منطقه ۴۵۰۰ نفره، ۵۰۰ نفر بیکار هستند. نرخ بیکاری در این منطقه چند درصد است؟



**مثال ۱۰:** حداقل چند شغل در منطقه ای که ۱۲۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال شاغل بوده و ۲۰۰ نفر از افراد بالای ۱۶ سال جویای کار می‌باشند، باید

ایجاد شود تا نرخ بیکاری این منطقه مساوی ۵ درصد شود؟



**مسئله ۲۹:** اگر جمعیت فعال جامعه‌ای ۲۵ میلیون نفر و نرخ بیکاری ۱۲ درصد باشد، جمعیت شاغلین جامعه چند میلیون نفر است؟

۲۲) ۴

۱۵) ۳

۱۰) ۲

۲) ۱



**تست ۳۰:** نرخ بیکاری در سال ۹۶ برابر ۱۳ درصد است. روند تغییرات این نرخ حاکی از آن است که این شاخص نسبت به سال گذشته ۱ درصد افزایش داشته است. اگر جمعیت فعال کشور در سال گذشته ۲۶ میلیون نفر باشد. تعداد بیکاران در سال گذشته چند نفر بوده است؟

- (۱) ۲۶۰۰۰۰ نفر      (۲) ۲۶۰۰۰۰۰ نفر      (۳) ۳۱۲۰۰۰۰ نفر      (۴) ۳۳۸۰۰۰۰ نفر



**تست ۳۱:** - در یک شهرستان، ۱۶۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. اگر در این شهرستان ۴۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار باشند، نرخ بیکاری در این شهرستان کدام است؟

- (۱) ۰/۲۵      (۲) ۰/۲      (۳) ۰/۴      (۴) ۰/۶



**تست ۳۲:** نرخ بیکاری در منطقه‌ای ۲۰٪ است. اگر در این منطقه ۲۰۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل باشند، تعداد افراد بیکار ۱۶ ساله و بیشتر در این منطقه کدام است؟

- (۱) ۴۰۰      (۲) ۳۵۰      (۳) ۴۵۰      (۴) ۵۰۰



**تست ۳۳:** - در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۳۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند. برای اینکه نرخ بیکاری ۵٪ کاهش یابد، چند نفر بیکار باید صاحب شغل شوند؟

- (۱) ۷۵      (۲) ۱۰۰      (۳) ۱۵۰      (۴) ۲۲۵



**تست ۳۴:** نرخ بیکاری در یک جامعه با تعداد افراد فعال ۲۰۰,۰۰۰ نفر برابر ۱۲ درصد است. تعداد افراد شاغل در این جامعه چند نفر است؟

- (۱) ۱۷۰,۰۰۰      (۲) ۱۸۲,۰۰۰      (۳) ۱۸۰,۰۰۰      (۴) ۱۷۶,۰۰۰



**تست ۳۵:** در یک شهرک مسکونی ۱۸۰۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. اگر در این شهرک ۴۵۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار باشند، چند شغل دیگر باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۵٪ کاهش یابد؟

- (۱) ۱۱۲۵      (۲) ۱۱۵۰      (۳) ۱۱۷۵      (۴) ۱۲۰۰



((افلاطون: همیشه با آموزش دادن و آموزش گرفتن باش، و توجه بر طلب علم را هقدم دار.))

در یکی از شهرهای استان کرمان، ۳۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ سال و بیشتر شاغل‌اند. اگر در این شهر ۸۰۰ نفر از افراد ۱۶ سال و بیشتر جویای کار باشند، نرخ بیکاری در این شهر کدام است؟

٪۲۵ (۴)

٪۲۰ (۳)

٪۱۵ (۲)

٪۱۰ (۱)



سته: ۳۷

در یک کشور با ۱۸ میلیون جمعیت فعال، نرخ بیکاری ۱۰ درصد است. تعداد شاغلین چند میلیون نفر است؟

۱۷/۴ (۴)

۱۷/۲ (۳)

۱۶/۴ (۲)

۱۶/۲ (۱)



سته: ۳۷

در یک کشور با ۸۰ میلیون نفر جمعیت، ۲۰ میلیون نفر پایین ۱۶ سال و از میان مابقی جمعیت، ۴۵ میلیون نفر شاغل هستند. با بیکار شدن چند میلیون نفر، شاخص بیکاری ۴۰ درصد می‌گردد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)



سته: ۳۸

- در یک روستا جمعیت افراد شاغل ۳۲۰ نفر و جمعیت افراد بیکار ۸۰ نفر می‌باشد. چند شغل در این روستا باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۵ درصد گردد؟

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)



سته: ۳۹

**شاخص توده‌ی بدنی (شاخص سلامت یا نهاتوب):** شاخصی است جهت تعیین نرمال بودن وزن افراد نسبت به قد آنها.



**نکته:** برای تعیین کردن شاخص توده‌ی بدنی از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شاخص توده‌ی بدنی} = \frac{\text{وزن(کیلوگرم)}}{\text{محذور قد(متر)}} \times 100$$

**نکته:** در جدول زیر شاخص توده‌ی مطلوب، آمده است:

گروه سنی	۱۹ - ۲۴	۲۵ - ۳۴	۳۵ - ۴۴	۴۵ - ۵۴	۵۵ - ۶۴	بیشتر از ۶۵
شاخص سلامت نرمال	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷

**تست ۴۰:** یک فرد ۸۴ ساله با قد ۲۰۰ سانتی متر، چه وزنی باید داشته باشد، تا شاخص سلامت او برابر مقدار مطلوب باشد؟

۱۱۰.kg (۴)

۱۰۰.kg (۳)

۹۰.kg (۲)

۸۰.kg (۱)



**تست ۴۱:** اگر شاخص توده‌ی بدنی (نماتوپ) فردی برابر ۲۶ و وزن او تقریباً  $58/5$  کیلوگرم باشد، قد این شخص چند سانتی‌متر است؟

۱۷۰ (۴)

۱۶۵ (۳)

۱۵۰ (۲)

۱۴۵ (۱)



**تست ۴۲:** فردی ۱۶ ساله، دارای نماتوپ ۲۲ و قد ۱۵۰ سانتی‌متر می‌باشد. وزن او چند کیلوگرم است؟

۵۰/۵ (۴)

۵۰ (۳)

۴۹/۵ (۲)

۴۹ (۱)



**تست ۴۳:** شاخص توده‌ی بدنی شخصی برابر ۳۰ است. اگر قد این شخص ۱۵۰ سانتی‌متر باشد، وزن او چند کیلوگرم است؟

۷۵/۶ (۴)

۷۶/۵ (۳)

۶۷/۵ (۲)

۶۵/۷ (۱)



خوانایی متن: خوانایی متن میزان سهولت درک متن از طریق، انتخاب واژه‌های مناسب و رعایت دستور نگارش

است.



نکته: منظور از کلمات دشوار، کلمات دو هجا بدون در نظر گرفتن اسمی و کلمات ترکیبی آسان است.

شاخص پایه‌ی آموزش: شاخصی است که بر اساس خوانایی متن، سال تحصیلی خوانندگی متن انگلیسی را تخمین می‌زند.

نکته: این شاخص عددی بین ۱ تا ۱۲ است و برای تعیین آن از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$(۴/۰ \times \text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}) = \text{شاخص پایه‌ی آموزش}$$

(( سقراط: اندیشیدن به سرانجام هر کار باعث رستگاری است. ))

**تست ۴۶:** در یک متن، میانگین تعداد کلمات در یک جمله برابر ۱۰ و شاخص پایه آموزش برابر  $8/8$  می‌باشد. درصد کلمات دشوار کدام است؟

(شاخص پایه آموزش =  $۰/۰ \times ۴$  (میانگین تعداد کلمات در هر جمله + درصد کلمات دشوار))

۴۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۲۲ (۱)



**تست ۴۷:** برای کتابی با متوسط طول جملات ۸ کلمه‌ای و ۲۰ درصد کلمات سخت شاخص پایه‌ی آموزش محاسبه شده است. براساس شاخص

به دست آمده، این کتاب مناسب دانش آموزانی است که پایه‌ی ..... را به پایان رسانده‌اند.

۴) یازدهم

۳) دهم

۲) نهم

۱) هشتم



**تست ۴۸:** برای کتابی که هر جمله‌ی آن به طور متوسط ۲۴ کلمه دارد و لغات دشوار هر جمله ۳ درصد است، شاخص پایه‌ی آموزشی کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)



**تست ۴۹:** در یک کتاب کمک آموزشی، هر جمله به طور متوسط ۱۰ کلمه دارد و درصد لغات دشوار آن برابر با ۱۵ است. شاخص پایه‌ی آموزش آن کدام

است؟

۴) دهم

۳) یازدهم

۲) هشتم

۱) نهم





تعريف سری‌های زمانی: به مجموعه داده‌هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می‌شوند، سری زمانی گفته می‌شود.

نمودار سری زمانی: نمودار سری زمانی پرداخت نگاشت سری زمانی که داده‌ها را با پاره خط‌هایی در طول زمان به هم متصل می‌کند.

نکته: تکرار یک ویژگی را در سری زمانی الگو مینامند. بازناسی الگو به ما کمک می‌کند که چنین معادله‌هایی را برای پدیده‌های طبیعی بیابیم. مانند منحنی رشد نوزاد و یا منحنی دمای بدن انسان.

### مثال:

چند مورد از داده‌های زیر سری زمانی است؟

- الف) میزان آبودگی هوا که توسط سازمان هوواشناسی هر روز اعلام می‌شود.  
 ب) هزینه‌های زندگی هر یک افراد یک خانواده ۴ نفری در ماه قبل.  
 ج) مساحت جنگل‌های شمال کشور که هر ساله اعلام می‌شود.  
 د) تعداد دانش‌آموzan غایب یک مدرسه در هر روز که توسط معاون بررسی می‌شود.



### سته:

کدام یک از داده‌های زیر سری زمانی به حساب نمی‌آید؟

- ۱) تعداد پروازهای یک فرودگاه در روزهای روز  
 ۲) میزان مصرف سوخت براساس مسافت طی شده  
 ۳) دمای هوا در هر ساعت از یک شب‌نه روز  
 ۴) تغییرات نرخ مسکن سالیانه



### سته: ۲

-

- ۱) تعداد ساعت ماندگاری اثر یک دارو بر روی افراد مختلف  
 ۲) تعداد زنان و مردانی که جهت اهدای خون به مرکز خون شهر خود مراجعه می‌کنند.  
 ۳) تعداد ساعت خواندن یک کتاب مشخص برای ۲۰ نفر به صورت تصادفی  
 ۴) تعداد مراجعان یک بانک در هر ماه از یک سال



### سته: ۳

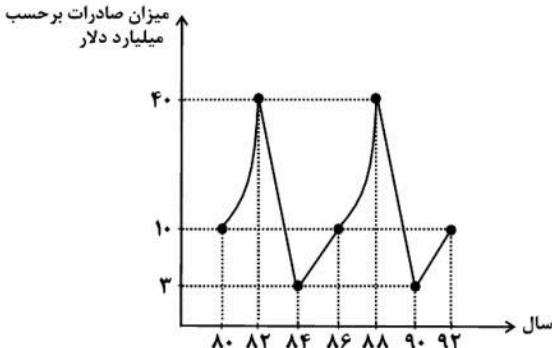
کدام گزینه معرف یک سری زمانی نیست؟

- ۱) میزان فروش فصلی یک شرکت  
 ۲) تغییرات سالیانه نرخ ارز  
 ۳) تعداد پروازهای ماهانه فرودگاه زاهدان در طی یک سال گذشته  
 ۴) میزان مصرف سوخت اتومبیل براساس مسافت طی شده



(((( موفقیت، یک قدم بزرگ در آینده دور نیست، بلکه یک قدم کوچک است که همین لحظه بر میداری. ))).

با توجه به نمودار سری زمانی زیر که از یک الگو پیروی می‌کند، صادرات در سال‌های متولی را نشان می‌دهد. میزان صادرات در سال ۹۴ از میزان صادرات در سال ۷۴ چند میلیارد دلار بیشتر است؟



سته: ۴

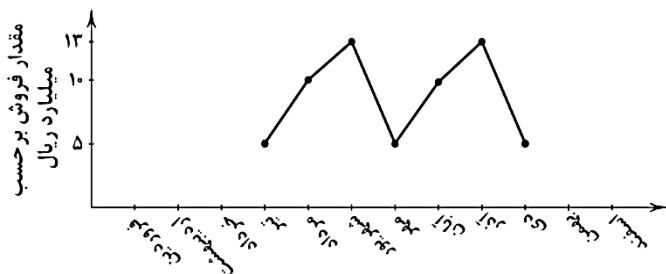
۷ (۱)

۳۷ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

نمودار سری زمانی زیر که از یک الگو پیروی می‌کند، میزان فروش یک شرکت در ماه‌های متولی را نشان می‌دهد. میزان فروش در ماه اسفند از فروش ماه فروردین چقدر بیشتر است؟



سته:

۲ (۱)

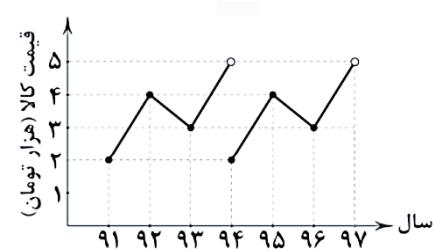
۵ (۲)

۸ (۳)

۱۸ (۴)

کل

با توجه به نمودار الگوی زیر، اختلاف قیمت نوعی کالا در سال ۹۰ و ۹۹ کدام است؟



سته:

۱) صفر

۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

کل

**تعریف درونیابی:** درون یابی، تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت شده است.



**تعریف درونیابی خطی:** درون یابی که به وسیله یک پاره خط انجام شود، درون یابی خطی نامیده می‌شود.

برای محاسبه مقدار تابع در نقطه خواسته شده با استفاده از درونیابی خطی، ابتدا معادله خط گذرنده از دو نقطه مجاور این نقطه را می‌یابیم. سپس با جایگذاری مقدار خواسته شده در معادله بدست آمده مقدار دقیق حاصل می‌شود.

طبق جدول زیر، اگر مقدار دقیق کالای فروخته شده در ساعت ۱۲ ظهر برابر ۴۰ کیلوگرم باشد، خطای درون‌یابی در ساعت ۱۲ ظهر بر حسب

تست ۷

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
مقدار کالای فروخته شده (کیلوگرم)	۳۰	۴۲	۵۶	۶۳	۹۰	۸۰

کیلوگرم کدام است؟



۲۲ (۴)

۱۸ (۳)

۱۲ (۲)

۹ (۱)

تست ۸: معادله خطی که برای تخمین داده به کمک درون‌یابی خطی در  $t = 6$  برای داده‌های جدول زیر می‌نویسیم، کدام است؟

تست ۸

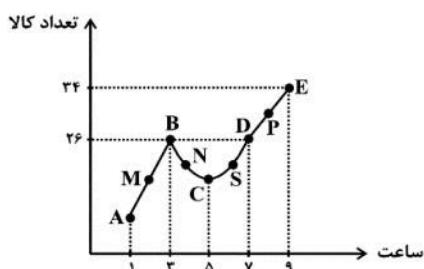
۷	۵	۳	۱	زمان t
۵	۷	۵	۶	مقدار داده y

$$y = -2x + 6 \quad (۴)$$

$$y = 2x + 6 \quad (۳)$$

$$y = -x + 12 \quad (۲)$$

$$y = x + 12 \quad (۱)$$



با توجه به نمودار مقابل، متن کدام گزینه نادرست است؟

تست ۹

۱) درون‌یابی خطی در نقطه M به کمک نقاط A و B هیچ خطایی ندارد.

۲) درون‌یابی خطی در نقطه S به کمک نقاط C و D دارای خطایی است.

۳) نمودار رو به رو یک سری زمانی است ولی تناوبی (متناوب) نیست.

۴) تعداد کالا در  $t = 8$  برابر ۲۸ است.

تست ۱۰: یک شرکت هولدینگ دارای چند شرکت می‌باشد که میانگین حقوق مدیران آن هر ۵ سال یک بار اندازه‌گیری شده و در جدول زیر آمده است.

تست ۱۰

به روش درون‌یابی خطی، میانگین حقوق در سال ۱۷ آم چند میلیون تومان است؟

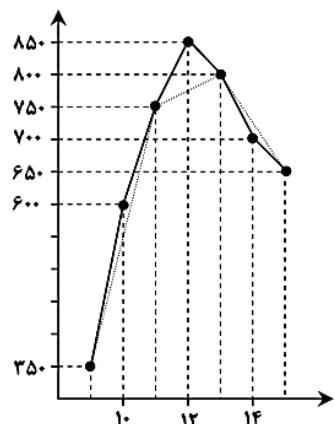
سال	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
میانگین حقوق به میلیون تومان	۲	۳/۵	۵	۷/۵	۱۱

۶ (۲)

۵/۵ (۱)

۷ (۴)

۶/۵ (۳)



در نمودار سری زمانی روبه‌رو، خط‌چین بیانگر تعداد مشتریانی است که درون‌یابی شده‌اند. اگر خط توپر تعداد واقعی مشتریان را نمایش دهد، خطای درون‌یابی تعداد مشتریان در ساعت ۱۲ کدام است؟

۷۵ (۱)

۵۰ (۲)

۲۵ (۳)

۱۰۰ (۴)

در یک اداره تعداد مراجعه‌کنندگان در طی یک روز کاری به صورت جدول زیر است:

ساعت	۸	۱۰	۱۲	۱۴
تعداد	۶۸	۸۴	۱۰۶	۹۳

اگر تعداد افراد مراجعه‌کننده در ساعت ۱۱ صبح ۹۷ نفر باشد، خطای تخمین، کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

اگر درجه حرارت یک اتاق در طول یک روز و در ساعات مختلف به صورت زیر باشد، درجه حرارت اتاق در ساعت ۲ ظهر به روش درون‌یابی چند درجه‌ی سانتی‌گراد است؟

۸ (۱)

۹ (۲)

۸/۵ (۳)

۹/۵ (۴)

ساعت	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴
درجه حرارت (برحسب سانتی‌گراد)	۲	۶	۱۰	۷	۵	۳

مقادیر تابع  $f$  در جدول زیر آمده است. مقدار تابع در  $x=5$  با استفاده از درون‌یابی کدام است؟

$x$	۲	۳	۶	۸	۹
$f$	۱۰	۱۲	۱۸	۲۲	۲۴

۱۲ (۱)

۱۴ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

جدول زیر مربوط به تعداد فروش یک نوع کالا در ساعت مختلفی از روز است. اگر خطای درون‌یابی برای تعداد فروش در ساعت ۱۳ برابر ۴ باشد، تعداد کالای فروخته شده کدام است؟

ساعت	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸
تعداد	۱۲۱	۱۴۰	۱۵۰	۱۳۲	۱۶

۱۴۱ (۱)

۱۴۲ (۲)

۱۴۳ (۳)

۱۴۴ (۴)



- در یک مرکز خرید تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ تا ۱۹ به صورت زیر است. اگر تعداد واقعی مشتریان در ساعت ۱۶، ۴۲۰ نفر باشند، خطای درون‌یابی تعداد مشتریان در ساعت ۱۶ کدام است؟

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۱۶
تعداد مشتریان	۳۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۰۰	۳۰۰	۵۰۰	

۲۰ (۲) ۳۰ (۱)

۱۰ (۴) ۵۰ (۳)



- جدول زیر تعداد مشتری‌های یک مرکز خرید از ساعت ۹ تا ۲۱ را نشان می‌دهد. اگر تعداد مشتری‌های تخمین‌زده شده به کمک درون‌یابی خطی در ساعت ۲۰ برابر ۳۷۵ باشد،  $m$  کدام است؟

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
تعداد مشتری	۳۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۵۰	۳۰۰	$m$	۲۵۰

۵۰۰ (۲) ۶۰۰ (۱)

۲۵۰ (۴) ۴۰۰ (۳)



تعداد بازدیدکنندگان از یک مرکز تفریحی در طول یک هفته به صورت جدول زیر است. اگر تعداد بازدیدکنندگان در روزهای یکشنبه و سهشنبه

از طریق درون‌یابی به ترتیب ۱۴۱ و ۱۵۳ نفر بدست آید، مقدار  $b + a$  کدام است؟



۳۰۶ (۱)

جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	روزهای هفته	
تعداد بازدیدکنندگان	$b$	$a$	۱۲۰		

۳۰۰ (۲)

۲۹۲ (۳)

۳۱۸ (۴)

(( برای رسیدن به هدف، باید از هر خستگی گذشت، باید نیرومندتر از توان خود بود. ))



تعريف برون یابی: برون یابی، تخمین داده‌های بعد یا قبل از داده‌های ثبت شده است.

برای محاسبه مقدار تابع در نقطه خواسته شده با استفاده از برون یابی خطی، ابتدا معادله خط گذرنده از دو نقطه  $A$  و  $B$  را می‌یابیم. سپس با جایگذاری مقدار خواسته شده در معادله بدست آمده مقدار دقیق حاصل می‌شود.

بسته به سوال، نقطه  $A$  را همان ابتدای ترین نقطه سری زمانی در نظر می‌گیریم. نقطه  $B$  نیز همان میانگین زمان‌ها در نقش  $x$  و میانگین  $y$  ها است.

نکته: در برون یابی خطی یک سری زمانی، اگر داده‌ها تقریباً روی یک خط تغییر کنند، تخمین بهتری به دست می‌آید، ولی اگر سری زمانی دارای تغییرات ناگهانی باشد، تخمین به دست آمده از برون یابی خطی از دقت پایین‌تری برخوردار است.

## مسئلہ ۲:

کدام برون یابی دارای خطای کمتری است؟ چرا؟

(الف) برون یابی وزن یک نوزاد از روی نمودار رشد.

(ب) قیمت سهام در بورس تهران از نمودار قیمت‌ها.

## مسئلہ ۱۹:

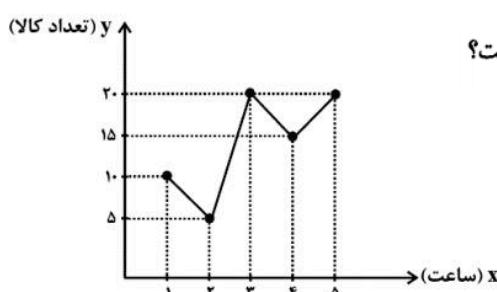
کدام گزینه صحیح است؟

(۱) خط فقر برابر است با میانگین یا میانه‌ی درآمد ماهیانه‌ی افراد

(۲) خطای برون یابی برابر است با مجموع مقدار واقعی و مقدار تخمین‌زده شده

(۳) درون یابی، تخمین داده‌های بین داده‌های ثبت شده است.

(۴) شاخص بهای کالا و خدمات به واحد اندازه‌گیری بستگی دارد.



در نمودار سری زمانی زیر به کمک برون یابی خطی، تعداد کالا در  $x = 6$  کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۳ (۳) ۲۵ (۴) ۲۷

## مسئلہ ۲۰:



مسئلہ ۲۱:- فاطمه نمرات ریاضی ماهانه خود را در نمودار سری زمانی رسم کرد. پیش‌بینی نمره او به کمک برون یابی برای امتحان ماه چهارم کدام است؟

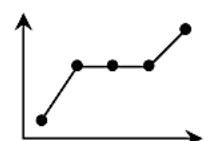
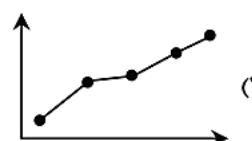
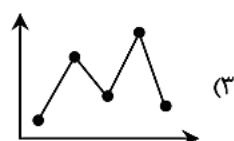
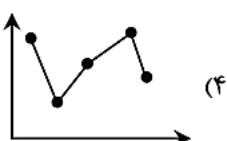
ماه	۱	۲	۳
نمره	۱۵	۱۷	۱۳

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۹

## مسئلہ ۲۱:



مسئلہ ۲۲:- اگر نمودارهای داده شده سری زمانی باشند، در کدام گزینه برون یابی خطی بهتری امکان‌پذیر است؟



۲۳- اگر تعداد قبول شدگان کنکور در یک آموزشگاه از سال ۹۳ به بعد، به صورت زیر باشد، تعداد قبول شدگان سال ۹۹ به روش برونویابی کدام است؟

سال	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷
تعداد قبول شدگان	۱۵	۱۴	۱۰	۱۶	۲۵

۳۴ (۱)

۳۰ (۲)

۲۸ (۳)

۲۶ (۴)



۲۴- در یک مرکز خرید، تعداد مشتری‌ها بین ساعت ۹ الی ۱۹ به صورت زیر است. به کمک برونویابی، تعداد مشتریان در ساعت ۲۱ کدام است؟

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
تعداد مشتری	۳۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۰۰	۳۰۰	۵۰۰

۴۸۰ (۱)

۵۲۰ (۲)

۴۷۰ (۳)

۵۳۰ (۴)



۲۵- میانگین سود یک کارگاه تولیدی در پنج سال متوالی به صورت زیر است. سود این کارگاه در سال ششم به روش برونویابی خطی چند میلیون

تومان است؟

سال	۱	۲	۳	۴	۵
سود (میلیون ریال)	۷۴	۸۰	۹۳	۸۹	۹۴

۹۸ (۲)

۱۰۰ (۴)

۹۷ (۱)

۹۹ (۳)



۲۶- اگر میزان فروش یک شرکت بر حسب میلیون تومان در ۴ سال متوالی به صورت زیر باشد و مقدار برونویابی شده برای سال پنجم برابر  $\frac{۳}{۴}$

و مقدار واقعی فروش  $\frac{۷}{۸}$  باشد، خطای برونویابی خطی کدام است؟

۱/۴ (۲) · ۷ (۱)

۲/۴ (۴) · ۴ (۳)



۲۷- تعداد مراجعه‌کنندگان به یک درمانگاه بین ساعت ۸ تا ۱۸ یک روز به صورت زیر ثبت شده است. برای برونویابی تعداد مراجعه‌کنندگان در

ساعت ۲۰ از کدام معادله خط استفاده می‌شود؟



ساعت (x)	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	تعداد مراجعه‌کنندگان (y)
۱۱	۲۵	۲۰	۱۸	۳۶	۵۲	۷۰	

$$y = 8x - 24 \quad (۴)$$

$$y = 5x - 24 \quad (۳)$$

$$y = 8x - 38 \quad (۲)$$

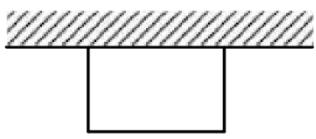
$$y = 5x - 38 \quad (۱)$$

۱. حاصل عبارت با معنی  $P(x) = \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x - 1}{2x + 1} - \frac{2x + 1}{2x - 1}$  است.  $P(x)$  کدام است؟
- (۴)  $2x - 3$       (۳)  $-4x + 1$       (۲)  $-4x$       (۱)  $-8x$

۲. به ازای کدام مقدار  $a$ ، معادله  $1 - \frac{x - 2}{ax - 5} = \frac{a + 2}{x - 1}$  دارای جواب  $x = 3$  است؟
- (۴)  $\frac{2}{3}, 1$       (۳)  $-\frac{2}{3}, 1$       (۲)  $-\frac{1}{3}, 2$       (۱)  $\frac{1}{3}, -2$

۳. اگر رابطه  $\{(a+2b), (5,4), (7,2), (3,7), (5,2a-b)\}$ ، یک تابع باشد،  $a^2 - b^2$  کدام است؟
- (۴) ۶      (۳) ۵      (۲) ۴      (۱) ۳

۴. می خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۶۵ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصور شده، کدام است؟



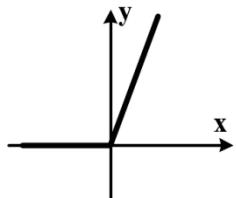
- (۴) ۳۶۴  
(۲) ۳۷۸  
(۳) ۳۹۲  
(۱) ۴۰۶

۵. نمرات ادبیات دانشآموزی در ۱۰ آزمون به صورت زیر است. با حذف دو نمره کمترین و بیشترین آنها، مقدار انحراف معیار، تقریباً کدام است؟

۱۴, ۱۲, ۱۵, ۹, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۵, ۲۰, ۱۱

- (۴) ۱/۶      (۳) ۱/۵      (۲) ۱/۲      (۱) ۰/۹

۶. شکل روبرو، نمودار کدام تابع است؟



- (۱)  $y = x - |x|$   
(۲)  $y = x + |x|$   
(۳)  $y = |x - 1| - 1$   
(۴)  $y = 1 - |x - 1|$

۷. در تابع  $f(x) = [x + \frac{3}{2}] - [-x]$ ، مقدار  $f(\frac{9}{4}) + f(-\frac{1}{2})$  کدام است؟

- (۴) ۷      (۳) ۶      (۲) ۵      (۱) ۴

۸. اگر  $f = \{(1,3), (2,6), (5,2), (4,9)\}$  و  $g = \{(2,5), (3,4), (4,6), (1,7)\}$  باشند. برد تابع  $f - g$  کدام است؟
- (۲)  $\{-4, 2, 3\}$       (۱)  $\{-4, 1, 3\}$   
(۴)  $\{1, 2, 3, 4\}$       (۳)  $\{-4, 1, 2, 3\}$

۹. اگر  $p$  گزاره درست و  $q$  گزاره نادرست و  $r$  گزاره دلخواه باشد. ارزش گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge r) \Leftrightarrow r$  برابر ارزش کدام است؟

- (۲) همیشه درست      (۱)  $\Gamma$   
(۴) همیشه نادرست      (~ $\Gamma$ ) (۳)

۱۰. اگر  $f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$  یک تابع ثابت سه عضوی باشد.  $m + n + t$  کدام است؟

- (۴) ۱۴      (۳) ۱۲      (۲) ۱۱      (۱) ۱۰

۱۱. در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر، از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۱۴۳ نفر، ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند، حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۶ درصد باشد؟

- (۴) ۶۰      (۳) ۵۰      (۲) ۴۵      (۱) ۴۰

۱۲. در نمودار سری زمانی، خطاب برای هر نقطه، برابر کدام است؟

- (۱) قدرمطلق تفاضل مقدار واقعی از درون‌یابی آن  
(۲) نصف درون‌یابی خطی است.  
(۴) نصف برون‌یابی خطی است.
- (۳) قدرمطلق تفاضل مقدار واقعی از برون‌یابی آن