



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

# فصل اول

## آشنایی با ریاضیات پایه

بخش اول: مجموعه‌ها

بخش دوم: توان و ریشه‌ی اعداد

بخش سوم: اتحادها و تجزیه چندجمله‌ای‌ها

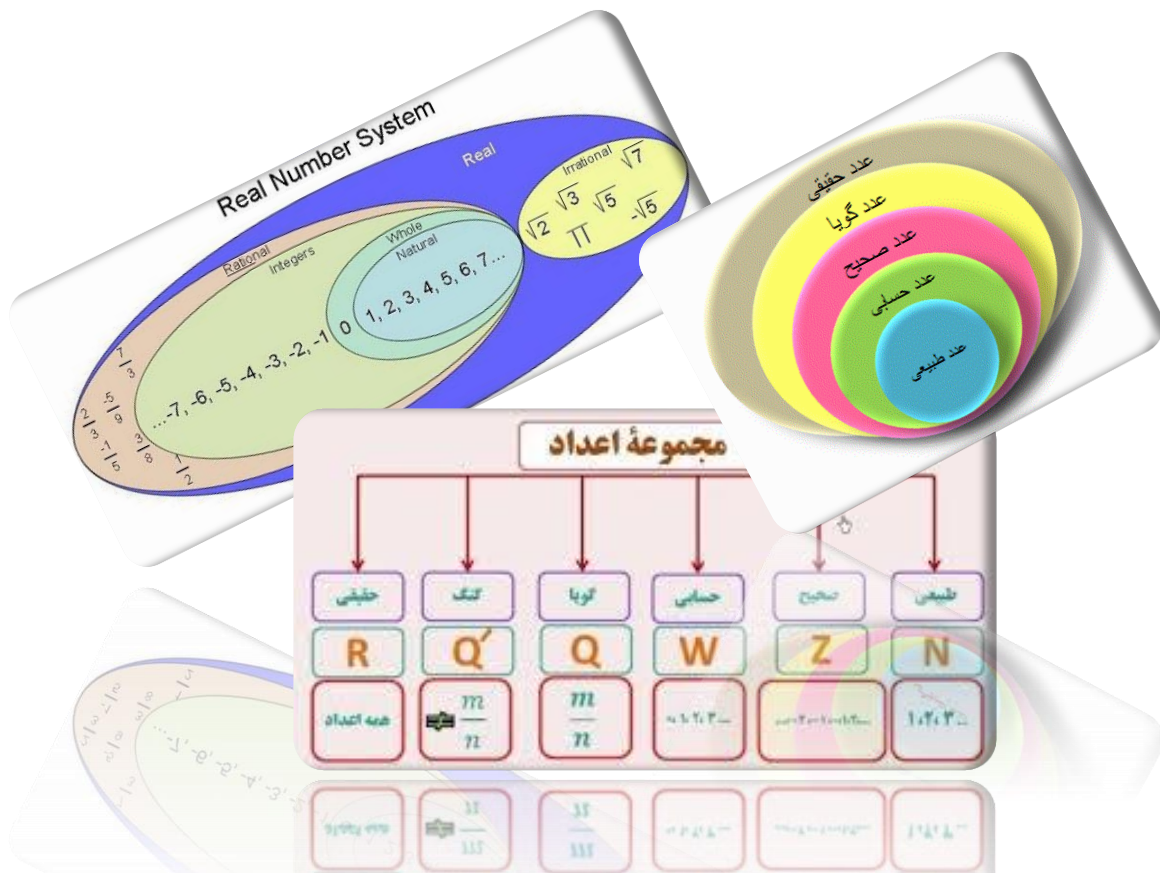
بخش چهارم: عبارات‌های گویا

# فصل اول (بخش اول)

## مجموعه اعداد

تعداد تست: ۱۴۳

تعداد مثال: ۳





تعریف (مجموعه): به دسته‌ای از اشیا مشخص و دو به دو متمایز، مجموعه گفته می‌شود. مجموعه‌ها با حروف بزرگ نامگذاری می‌شوند.

نکته: مجموعه‌ی  $A$  زیر مجموعه‌ی مجموعه‌ی  $B$  است هرگاه:  $a \in A \Rightarrow a \in B$ .  
در این صورت می‌نویسیم:  $A \subseteq B$ .

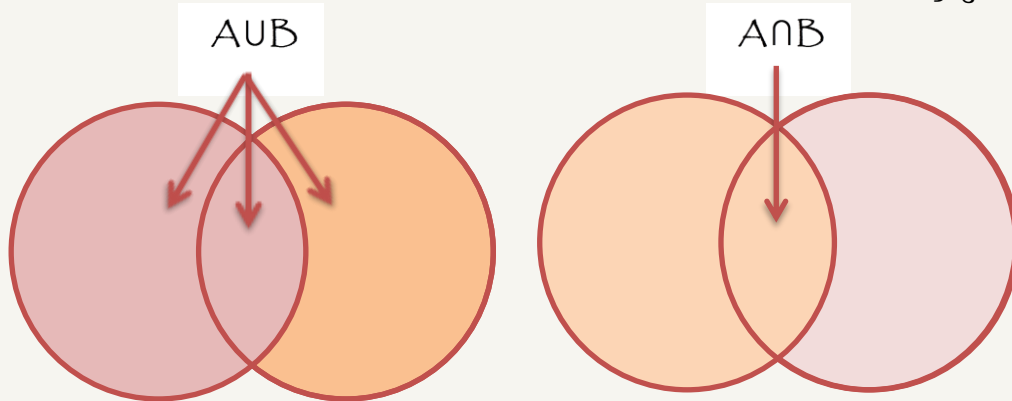
نکته: هر مجموعه‌ی  $n$  عضوی،  $2^n$  زیر مجموعه دارد.

مثال: مجموعه‌ی  $A$  ۴ عضوی،  $B$  برابر مجموعه‌ی  $A$  ۲ عضوی زیر مجموعه دارد؟

اعمال روی مجموعه‌ها:

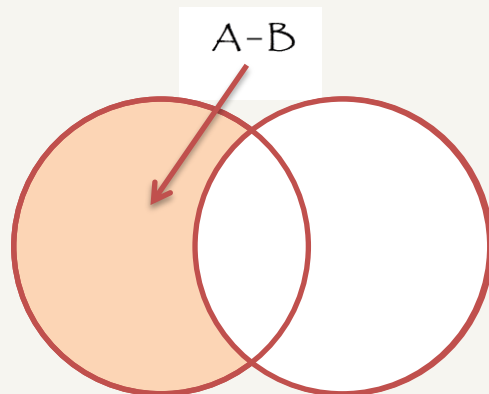
(۱) اجتماع: اجتماع دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  که با  $A \cup B$  نشان داده می‌شود، از همه اعضای این دو مجموعه تشکیل شده است.

(۲) اشتراک: اشتراک دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  که با  $A \cap B$  نشان داده می‌شود، فقط از اعضای مشترک این دو مجموعه می‌شود.



نکته: اگر اشتراک دو مجموعه تهی باشد، دو مجموعه از هم جدا یا مجزا نامیده می‌شوند.

(۳) تفاضل: تفاضل مجموعه‌ی  $B$  از مجموعه‌ی  $A$  که با  $A - B$  نشان داده می‌شود، شامل همگی اعضای  $A$  بجز اشتراک  $A$  و  $B$  می‌شود.



تست: اگر  $n(A \cup B) = 32$  و  $n(A - B) = 9$  و  $n(B)$  کدام است؟

۲۲ (۲)

۲۳ (۱)

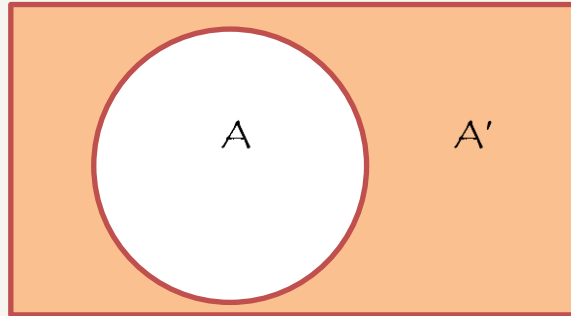
۲۰ (۴)

۲۵ (۳)



تعریف (مجموعه مرجع): در هر مبحث، مجموعه‌ای را که همه مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعه آن باشند، مجموعه مرجع می‌نامیم و آن را با  $U$  نشان می‌دهیم.

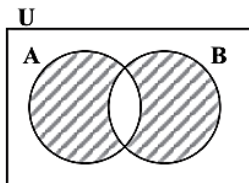
تعریف (متمم مجموعه): هرگاه  $U$  مجموعه مرجع باشد و  $A \subseteq U$ ، آنگاه مجموعه  $U - A$  را متمم  $A$  می‌نامیم و آن را با نماد  $A'$  نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر  $A'$  شامل عضوایی از  $U$  است که در  $A$  نیستند.



نکته: در حالت کلی داریم:

- ۱)  $A \cup B = B \cup A$  ,  $A \cup \emptyset = A$  ,  $A \cup U = U$
- ۲)  $A \cap B = B \cap A$  ,  $A \cap \emptyset = \emptyset$  ,  $A \cap U = A$
- ۳)  $A - B \neq B - A$  ,  $A - \emptyset = A$  ,  $A - A = \emptyset$
- ۴)  $(A')' = A$  ,  $A \cup A' = U$  ,  $A \cap A' = \emptyset$  ,  $A - A' = A$
- ۵)  $A - B = A - (A \cap B)$
- ۶)  $A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} B' \subseteq A' \\ A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases}$

تست ۲: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، کدام گزینه نادرست است؟  
 (۱)  $A \cap A' = \emptyset$  (۲)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  (۳)  $(A')' = A$  (۴)  $A \cup A' = \emptyset$



تست ۳: با توجه به شکل، متمم قسمت هاشورخورده کدام است؟

- (۱)  $U - (A \cap B)$
- (۲)  $U - (A \cup B)$
- (۳)  $(A \cup B) - (A \cap B)$
- (۴)  $(A \cup B)' \cup (A \cap B)$



تست ۴: دو مجموعه  $A$  و  $B$  را در اختیار داریم. با کم کردن  $B$  از  $A$  در  $A$  تغییری ایجاد نمی‌شود. در این صورت اشتراک  $B$  و متمم  $A$  کدام است؟  
 (۱)  $A'$  (۲)  $B'$  (۳)  $B$  (۴)  $\emptyset$



(( (امام علی(ع): علم و دانش، بنیاد و ریشه‌ی همه‌ی خوبی‌ها و نادانی ریشه و اساس همه‌ی بدی‌ها است ))))

مجموعه‌های  $A = \{7, a, 5\}$ ،  $B = \{0, 2, 5, 7\}$  و  $C = \{1, 2, 5\}$  را در نظر می‌گیریم. اگر داشته باشیم

$A - (B \cap C) = \{3, 7\}$ ، آنگاه مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      ۵ (۵)



اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۱ (۱)  $(A \cap B)' = U$       ۲ (۲)  $A \cup B = U$   
۳ (۳)  $A - B = \emptyset$       ۴ (۴)  $(A \cup B)' = \emptyset$

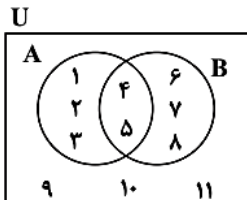


اگر  $A \subseteq B$  و  $A \neq B$  باشد، آنگاه کدام گزاره نادرست است؟

- ۱ (۱)  $B' \subseteq A'$       ۲ (۲)  $A' \cup B = U$   
۳ (۳)  $A \cap B' = \emptyset$       ۴ (۴)  $A' \cap B = \emptyset$



در نمودار وین مقابل، اعضای هر مجموعه درون آن نوشته شده است. مجموعه  $A - B'$  کدام است؟



- ۱ (۱)  $\{1, 2, 3\}$   
۲ (۲)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$   
۳ (۳)  $\{4, 5\}$   
۴ (۴)  $\{4, 5, 6, 7, 8\}$



نکته: در حالت کلی داریم:

- ۱)  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  ،  $(A \cap B)' = A' \cup B'$   
۲)  $A - (A - B) = A \cap B$  ،  $B - (B - A) = A \cap B$



متمم مجموعه‌ی  $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $A$       ۲ (۲)  $B'$       ۳ (۳)  $A' \cup B'$       ۴ (۴)  $\{\}$





تعریف: تعداد اعضای مجموعه  $A$  را با  $n(A)$  نشان می‌دهیم.

تعریف (مجموعه متناهی): مجموعه  $A$  متناهی است هر گاه  $n(A)$  مشخص باشد.

نکته: اگر  $B$  یک مجموعه متناهی باشد و داشته باشیم  $A \subseteq B$ ، آن‌گاه مجموعه  $A$  نیز متناهی است.

نکته: اگر  $A$  یک مجموعه نامتناهی باشد و داشته باشیم  $A \subseteq B$ ، آن‌گاه مجموعه  $B$  نیز نامتناهی است.

**تست ۱۰:** اگر  $A$  نامتناهی و  $B$  متناهی باشد، کدام مجموعه نامتناهی است؟ ( $U$  مجموعه مرجع است)

- (۱)  $B - A$       (۲)  $A - B$       (۳)  $A \cap B$       (۴)  $U - B'$



**تست ۱۱:**  $A$  یک مجموعه متناهی است. اگر  $A \subseteq B$ ، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $B$  یک مجموعه متناهی است.      (۲)  $B$  یک مجموعه نامتناهی است.  
(۳)  $B$  ممکن است یک مجموعه متناهی باشد.      (۴)  $B - A$  یک مجموعه متناهی است.



**تست ۱۲:** اگر  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه متناهی از اعداد حقیقی باشند، کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱)  $A - B$       (۲)  $B' \cap A$       (۳)  $A \cup B$       (۴)  $A' \cup B$



**تست ۱۳:** اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشند، چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

- $A - B$  ،  $B - A$  ،  $A \cup B$  ،  $A \cap B$
- (۱) ۱      (۲) ۲  
(۳) ۳      (۴) ۴



**تست ۱۴:** کدام گزینه درست است؟

- (۱) تفاضل دو مجموعه نامتناهی، همواره متناهی است.      (۲) اشتراک دو مجموعه متناهی، همواره تهی است.  
(۳) اجتماع دو مجموعه متناهی، همواره نامتناهی است.      (۴) تفاضل دو مجموعه متناهی، متناهی است.



((عمر آنقدر کوتاه است که نمایارزد آدم حقیر و کوچک بهمانند))

نکته: در حالت کلی برای دو مجموعه  $A$  و  $B$  داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته: اگر دو مجموعه  $A$  و  $B$  مجزا باشند، آنگاه:

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow n(A \cap B) = 0$$

نکته: اگر دو مجموعه  $A$  و  $B$  مجزا باشند، داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - \overbrace{n(A \cap B)}^0 \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

مثال ۱: در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این

کلاس عضو هیچ یک از این دو تیم نباشند، مشخص کنید چند نفر از آنها عضو هر دو تیم هستند؟

مثال ۲: فرض کنیم  $A$  و  $B$  زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$  باشند، به طوری که  $n(U) = 100$ ، $n(A) = 60$ ،  $n(B) = 40$  و  $n(A \cap B) = 20$  مطلوب است:(الف)  $n(A \cup B)$       (ب)  $n(A \cap B')$       (پ)  $n(A' \cap B)$       (ت)  $n(A' \cap B')$ مثال ۳: اگر  $A$  و  $B$  زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع  $U$  باشند، به طوری که  $n(U) = 100$ ،  $n(A) = 40$ ،  $n(B) = 40$  و  $n(A \cap B) = 20$ ، $n(A' \cap B')$  کدام است؟

۶۰ (۴)      ۴۰ (۳)      ۳۰ (۲)      ۲۰ (۱)

مثال ۴: اگر  $n(A) = 15$ ،  $n(B') = 22$ ،  $n(U) = 40$  و  $n(A \cup B) = 32$  باشد،  $n(A - B)$  کدام است؟

۱۵ (۴)      ۱۴ (۳)      ۱۳ (۲)      ۱۲ (۱)



تست ۱۷: اگر  $n(U) = 59$ ،  $n(A - B) = 15$ ،  $n(B - A) = 22$  و  $n(A') = 32$  باشد،  $n(A \cap B)$  کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۷ (۳)

۱۰ (۲)

۱۲ (۱)



تست ۱۸: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، حاصل  $\frac{n(A \cap B)}{n(A) + n(B)}$  برابر کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟ ( $A, B \neq \emptyset$ )

 $\frac{3}{2}$  (۴)

۱ (۳)

 $\frac{2}{3}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱)

تست ۱۹: در کدام گزینه، دو مجموعه مجزا نیستند؟

(۴)  $U - \emptyset$  و  $\emptyset - U$  (۳)  $(A \cup B)'$  و  $(A \cap B)'$

(۲)  $A - B$  و  $B - A$  (۱)  $A \cup A'$  و  $A' \cap A$



تست ۲۰: اگر  $U = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$  مجموعه‌ی مرجع،  $A = \{3, 6, 9, \dots, 48\}$  و  $B = \{1, 2, \dots, 10\}$  باشد،  $n(A' - B)$

کدام است؟



۲۸ (۴)

۲۴ (۳)

۳۴ (۲)

۲۷ (۱)

سوال ۳: در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آنها عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از

دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:



الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.

ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ یک از این دو گروه نیستند.

تست ۲۱:

در یک کلاس ۳۰ نفری، اگر ۹ نفر در برنامه‌های پژوهشی و ۴ نفر هم در هر دو نوع برنامه‌ی پژوهشی و پرورشی شرکت کرده باشند و ۷ نفر در هیچ کدام از برنامه‌ها شرکت نکرده باشند، چند نفر فقط در برنامه‌های پرورشی شرکت کرده‌اند؟



۱۴ (۱)                      ۱۳ (۲)                      ۱۰ (۳)                      ۱۵ (۴)

تست ۲۲:

کلاسی ۳۸ دانش‌آموز دارد. ۸ نفر اصلاً ورزش نمی‌کنند. تعداد افرادی که فقط فوتبال بازی می‌کنند، سه برابر تعداد افرادی هستند که فقط والیبال بازی می‌کنند و تعداد تمام افرادی که فوتبال بازی می‌کنند، پنج برابر تعداد افرادی هستند که فقط والیبال بازی می‌کنند. در این کلاس چند نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می‌کنند؟



۵ (۱)                      ۱۰ (۲)                      ۱۵ (۳)                      ۲۰ (۴)

تست ۲۳:

یک دوره جشنواره فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در حال برگزاری است که در بین آن‌ها ۷ فیلم پویانمایی و ۸ فیلم طنز وجود دارد، به طوری که ۳ فیلم پویانمایی با مضمون طنز می‌باشند. تعداد کل فیلم‌هایی که غیرپویانمایی و غیرطنز هستند، کدام است؟



۹ (۱)                      ۸ (۲)                      ۷ (۳)                      ۶ (۴)

تست ۲۴:

در یک پرسش و پاسخ پیرامون علاقمندی به رشته تجربی و ریاضی از میان ۱۶۰ نفر، ۸۰ نفر اعلام کردند که به هر دو رشته ریاضی و تجربی علاقمند هستند. ۱۵ نفر علاقمندی خود را فقط به رشته ریاضی اعلام کردند، ۲۰ نفر هم گفتند که هیچ کدام از این دو رشته علاقه ندارند. چند نفر به رشته تجربی علاقمند هستند؟



۴۵ (۱)                      ۸۰ (۲)                      ۳۵ (۳)                      ۱۲۵ (۴)

(((( یادداشت هدف‌هایتان بر روی کاغذ، احتمال دستیابی به آنها را ۱۰۰٪ افزایش می‌دهد ))))



چند مجموعه‌ی خاص:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

۱. مجموعه اعداد طبیعی: این مجموعه را با حرف  $\mathbb{N}$  نشان می‌دهیم و داریم:نکته: مجموعه  $W = \mathbb{N} \cup \{0\} = \{0, 1, 2, \dots\}$ ، مجموعه اعداد حسابی نامیده می‌شود.۲. مجموعه اعداد صحیح: این مجموعه را با حرف  $\mathbb{Z}$  نشان می‌دهیم و داریم:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

۳. مجموعه اعداد گویا: چون این مجموعه نامشمارا است پس نمی‌توان این مجموعه را به صورت دو مجموعه فوق نوشت. تعریف می‌کنیم:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

نکته ۱: بین هر دو عدد گویا بی‌نهایت عدد گویای دیگر وجود دارد. فرض کنیم  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{c}{d}$  دو عدد گویا باشندبه طوری که  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ، برای یافتن اعداد گویایی که بین این دو عدد قرار دارند دو روش وجود دارد: الف) گرفتنمخرج مشترک ب) استفاده از قاعده  $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$  (ج) استفاده از میانگین  $\frac{a}{b} < \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{2} < \frac{c}{d}$ ۲۵: اگر  $\mathbb{N}$  مجموعه مرجع،  $A$  مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۴ و  $B$  مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۸۰ باشد، کدام مجموعه متناهی است؟

$$B \cup A' \quad (۴)$$

$$A \cap B \quad (۳)$$

$$A \cup B \quad (۲)$$

$$A \cap B' \quad (۱)$$



۲۶: کدام مجموعه متناهی است؟

(۲) مجموعه اعداد اول یک رقمی

(۴) بازه  $(0, 1)$ 

(۱) مجموعه اعداد طبیعی فرد

(۳) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰



۲۷: کدام مجموعه تهی نیست؟

$$\mathbb{N} \cap (\mathbb{Q} - \mathbb{Z}) \quad (۴)$$

$$\mathbb{W} \cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \quad (۳)$$

$$\mathbb{N} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{W}) \quad (۲)$$

$$\mathbb{W} \cap (\mathbb{Z} - \mathbb{N}) \quad (۱)$$

۲۸: اگر  $A = \{n \in \mathbb{X} \mid 0 < n < 2\}$  یک مجموعه متناهی باشد، مجموعه‌ی  $X$  مجموعه‌ی ... می‌باشد.

$$\mathbb{Q}' \quad (۴)$$

$$\mathbb{Z} \quad (۳)$$

$$\mathbb{Q} \quad (۲)$$

$$\mathbb{R} \quad (۱)$$



کدام گزاره زیر درست است؟

تست ۲۹:

- (۱) اگر  $A \subseteq B$  و مجموعه  $B$  نامتناهی باشد، مجموعه‌ی  $A$  حتماً نامتناهی است.  
 (۲) اگر  $A \subseteq B$  و مجموعه  $A$  نامتناهی باشد، مجموعه‌ی  $B$  می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.  
 (۳) مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۲۰، نامتناهی است.  
 (۴) اگر  $A$  مجموعه اعداد صحیح و  $B$  مجموعه اعداد حسابی باشد، آنگاه  $B - A$  متناهی است.

کدامیک از اعداد زیر بین دو عدد  $\frac{4}{5}$  و  $\frac{4}{9}$  هستند؟

تست ۳۰:

- (۱)  $\frac{4}{7}$  (۲)  $\frac{16}{15}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) گزینه ۱ و ۳



۴. مجموعه اعداد اصم (گنگ): اعدادی که گویا نباشد (یعنی دارای بسط اعشاری مشخصی نباشند) اصم یا گنگ نامیده می‌شوند. این اعداد با نماد  $\mathbb{Q}^c$  و یا  $\mathbb{Q}'$  نشان داده می‌شوند. نظیر: اعداد  $\sqrt{5}$  و  $\pi$ .



کدام عدد زیر عددی گنگ را نشان می‌دهد؟

تست ۳۱:

- (۱)  $0.2525\dots$  (۲)  $0.1444\dots$  (۳)  $0.29231\dots$  (۴) هر سه گزینه



کدام گزینه درست نیست؟

تست ۳۲:

- (۱) هر عدد طبیعی، یک عدد حسابی است.  
 (۲) هر عدد صحیح، یک عدد گویا است.  
 (۳) عددی حسابی وجود دارد که عدد صحیح نیست.  
 (۴) عدد گنگی وجود ندارد که بتوان آن را به صورت نسبت دو عدد صحیح نوشت.



قدرمطلق: قدرمطلق تابعی است که هر عبارت منفی را به مثبت تبدیل می‌کند، ولی عبارات مثبت را تغییر نمی‌دهد.

$$|u| = \begin{cases} u & u \geq 0 \\ -u & u < 0 \end{cases}$$

حاصل عبارت  $|\sqrt{2} + 3\sqrt{3}| + |3 - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - \sqrt{4}|$  کدام است؟

تست ۳۳:

- (۱)  $3 - \sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{3} + 3$  (۳)  $3\sqrt{3} - 3$  (۴)  $3 + 3\sqrt{3}$



تست ۳۴: اگر عبارت  $a = -2$ ,  $b = -3$ ,  $c = -5$  آن‌گاه حاصل عبارت  $\frac{|a-b|}{|b-c|}$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{5}{2}$     
  (۲)  $\frac{1}{2}$     
  (۳)  $-\frac{1}{2}$     
  (۴)  $\frac{5}{8}$

اعداد حقیقی: از اجتماع اعداد گویا و گنگ بدست می‌آید. یعنی داریم:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^c$

تست ۳۵: کدام گزینه یک عدد حقیقی نیست؟

- (۱)  $\sqrt{43}$     
  (۲)  $\sqrt[3]{-15}$     
  (۳)  $\sqrt{-25}$     
  (۴)  $1 - \sqrt{2}$

تست ۳۶: کدام مجموعه، زیرمجموعه سایر گزینه‌هاست؟







- (۱)  $\mathbb{N}$     
  (۲)  $\mathbb{Z}$     
  (۳)  $\mathbb{W}$     
  (۴)  $\mathbb{Q}$

تست ۳۷: کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $-2/1 \in \mathbb{N}'$     
  (۲)  $2\sqrt{5} \in (\mathbb{R} - \mathbb{Q})$     
  (۳)  $-0/1 \in \mathbb{Q}$     
  (۴)  $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}'$

نکته: زیر مجموعه‌های اعداد حقیقی را می‌توانیم به صورت بازه‌ی از اعداد نشان دهیم.

نکته: تعریف می‌کنیم:

- ۱)  $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$  
- ۲)  $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$  
- ۳)  $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$  
- ۴)  $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$  
- ۵)  $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$  
- ۶)  $(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$  

«با ارزش‌ترین سرمایه شما خودتان هستید، برای بالا بردن ارزش خود تمامی آموزش‌های لازم را فرا بگیرید.»

تست ۳۸: اگر بازه  $[6, a]$  دقیقاً شامل سه عدد فرد باشد، حدود  $a$  کدام است؟

(۴)  $11 < a \leq 13$

(۳)  $11 \leq a < 13$

(۲)  $11 < a \leq 12$

(۱)  $11 \leq a < 12$



تست ۳۹: اجتماع و اشتراک دو بازه  $[-1, 4]$  و  $(2, +\infty)$  به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

(۴)  $[-1, 4]$  و  $[4, +\infty)$

(۳)  $(2, 4]$  و  $(-1, +\infty)$

(۲)  $(-1, +\infty)$  و  $(2, 4]$

(۱)  $(-1, 2]$  و  $(-1, +\infty)$



تست ۴۰: اگر  $A = (-5, -1]$  و  $B = [-2, 2)$ ؛ آن‌گاه عدد ۲ عضو کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

(۴)  $A' \cap B$

(۳)  $A \cup B$

(۲)  $A' - B$

(۱)  $A - B$



تست ۴۱: دو بازه باز  $A = (a, b)$  و  $B = (c, d)$  را در نظر بگیرید. با کدام شرط  $A \cap B$  غیرتهی است؟

(۴)  $b > c$  یا  $d > a$

(۳)  $b > c$  و  $d > a$

(۲)  $b > c$

(۱)  $d > a$



تست ۴۲: کدام بازه شامل تعداد بیشتری از اعداد طبیعی است؟

(۲)  $[0, 3) \cup (1, 5)$

(۱)  $[-3, 5) \cap (2, 5]$

(۴)  $(0, 6) \cap [1, 7)$

(۳)  $[1, 6] - [2, 3]$



تست ۴۳: کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ی نامتناهی است؟

(۲) مجموعه‌ی تمام درخت‌های یک جنگل

(۱) مجموعه‌ی خطوط گذرنده از مبدأ مختصات

(۴) مجموعه‌ی تمام اعداد حقیقی موجود در  $(-\infty, 1] \cap [1, +\infty)$

(۳) مجموعه‌ی اعداد صحیح موجود در بازه‌ی  $(1, 0)$

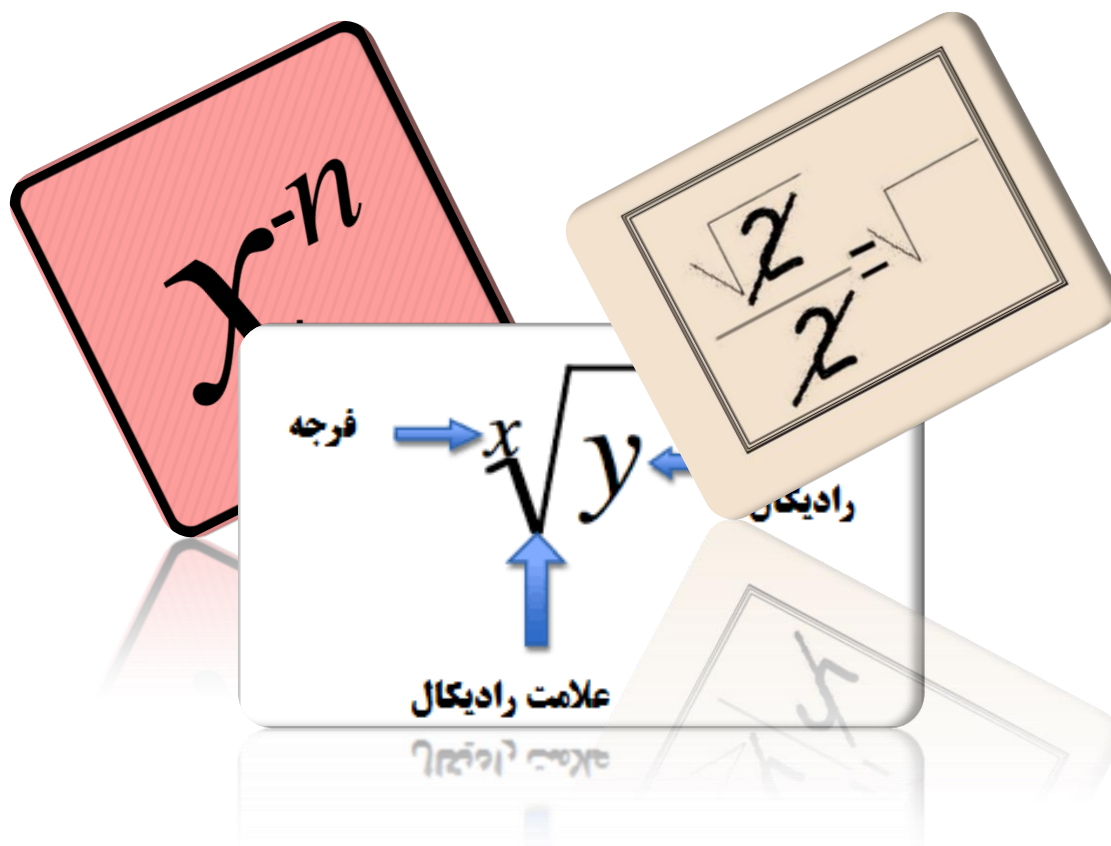


# فصل اول (بخش دوم)

## توان و ریشه‌ی اعداد

تعداد تست: ۳۸

تعداد مثال: ۳





توان اعداد: تعداد مرتبه‌ی که عدد در خودش ضرب می‌شود را توان آن عدد می‌گوییم. در مورد اعداد توان‌دار قوانین زیر برقرار است.

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad , \quad a^m \div a^n = a^{m-n} \quad , \quad a^m \times b^m = (ab)^m \quad , \quad a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad , \quad a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad , \quad a^0 = 1$$

تست ۱

اگر  $x = 2^2 a$  و  $y = 8^{a-1}$  ، آنگاه چه رابطه‌ی ای بین  $x, y$  برقرار است ؟  
 (۱)  $y = 2x$       (۲)  $x = 2y$       (۳)  $y = 8x$       (۴)  $x = 8y$



تست ۲

اگر  $A = 27^{3k+2}$  و  $B = 9^{5k-1}$  باشد حاصل  $\frac{A}{B}$  کدام است ؟  
 (۱)  $3^{-2k+5}$       (۲)  $3^{14-k}$       (۳)  $3^{8k+3}$       (۴)  $3^{1-k}$



تست ۳

ربع عدد  $128^{6k-11}$  کدام است ؟  
 (۱)  $32^{6k-11}$       (۲)  $2^{36k-68}$       (۳)  $2^{42k+75}$       (۴)  $2^{42k-79}$



تست ۴

حاصل  $3^3 \times 9^{\frac{1}{3}} \times 27^{-1}$  کدام است ؟  
 (۱) ۹      (۲) ۳      (۳) ۱      (۴)  $\frac{1}{2}$







نکته: در حالت کلی برای هر عدد حقیقی نظیر  $x$  و اعداد طبیعی  $n$  و  $m$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 1 \xrightarrow{n>m} x^n > x^m \\ \bullet < x < 1 \xrightarrow{n>m} x^n < x^m \end{array} \right. \quad \text{EX) } 4 > 3 \Rightarrow 4^4 > 3^4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^{2n} < x^{2m} \\ x^{2n+1} > x^{2m+1} \end{array} \right. \quad \text{EX) } 4 > 3 \Rightarrow (0.4)^4 < (0.4)^3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 < x < \bullet \xrightarrow{n>m} \left\{ \begin{array}{l} x^{2n} < x^{2m} \\ x^{2n+1} > x^{2m+1} \end{array} \right. \\ x < -1 \xrightarrow{n>m} \left\{ \begin{array}{l} x^{2n} < x^{2m} \\ x^{2n+1} > x^{2m+1} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \text{EX) } 4 > 3 \Rightarrow (-0.4)^4 < (-0.4)^3$$

$$\text{EX) } 5 > 3 \Rightarrow (-0.4)^5 > (-0.4)^3$$

$$\text{EX) } 4 > 3 \Rightarrow (-4)^4 > (-4)^3$$

$$\text{EX) } 5 > 3 \Rightarrow (-4)^5 < (-4)^3$$

نکته: در حالت کلی برای هر عدد حقیقی نظیر  $x$  و عدد طبیعی  $n$  داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x > y > \bullet \longrightarrow x^n > y^n \\ x < y < \bullet \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^{2n} > y^{2n} \\ x^{2n+1} > y^{2n+1} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \text{EX) } 5 > 3 > 0 \Rightarrow 5^2 > 3^2$$

$$\text{EX) } -3 < -2 \Rightarrow (-3)^2 > (-2)^2$$

$$\text{EX) } -3 < -2 \Rightarrow (-3)^3 < (-2)^3$$

کدام گزینه نادرست است؟

۱)  $(2-\sqrt{5})^{10} > (2-\sqrt{5})^{18}$     ۲)  $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{200} > (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{300}$     ۳)  $(\frac{1}{4})^5 > (\frac{1}{4})^7$     ۴)  $(\pi-3)^{30} > (\pi-3)^{20}$     ۵)  $(\frac{1}{4})^5 > (\frac{1}{4})^7$



ریشه‌گیری: عکس عمل توان رساندن ریشه‌گیری نام دارد و در حالت کلی داریم:  
با توجه به تعریف بالا همواره داریم: (در دو حالت سمت چپ، علامت  $a, b$  باید مثبت باشد)

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \quad , \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad , \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b} \quad , \quad \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^m b^n} \quad , \quad \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & n = 2k \\ a & n = 2k+1 \end{cases}$$

تست ۶: اگر  $x$  عددی منفی باشد، ساده شده کسر  $\frac{\sqrt[5]{x^5} \times \sqrt[4]{x^8}}{\sqrt[3]{x^3}}$  کدام است؟

(۴) -۱

(۳)  $x$

(۲)  $-x$

(۱) ۱



تست ۷: کدام گزینه حاصل عبارت  $\sqrt[3]{a^5} + \sqrt[3]{2} \times \sqrt{5} + \sqrt[3]{5\sqrt{3}}$  را نشان می‌دهد؟

(۴)  $\sqrt[6]{a^5} + \sqrt[6]{500} + \sqrt[6]{75}$

(۳)  $\sqrt[6]{a^5 + 875}$

(۲)  $\sqrt[6]{a^{15}} + \sqrt[6]{10} + \sqrt[6]{75}$

(۱)  $\sqrt[6]{a^{15} + 525}$



تست ۸: حاصل عبارت  $4\sqrt{72} - 5\sqrt{98} + 3\sqrt{18}$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳)  $\sqrt{2}$

(۲)  $2\sqrt{2}$

(۱)  $-2\sqrt{2}$



تست ۹: ساده شده  $\sqrt[3]{a^6 b^2} + a\sqrt[3]{a^3 b^2} - 3a^2\sqrt[3]{b^2}$  کدام است؟

(۴)  $-a^2\sqrt[3]{b^2}$

(۳)  $5a^2\sqrt[3]{b^2}$

(۲) ۰

(۱)  $-\sqrt[3]{b^2}$



تست ۱۰: حاصل عبارت  $\sqrt[6]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[3]{2\sqrt[4]{6}}$  کدام است؟

(۴) ۶

(۳)  $2\sqrt[3]{9}$

(۲)  $3\sqrt[3]{32}$

(۱)  $6\sqrt[3]{2}$

(ریاضی خارج ۹۵)



تست ۱۱: تساوی  $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$  به ازای چه مقادیری از  $a$  و  $n$  برقرار نیست؟

(۴)  $a < 0$ ،  $n$  فرد

(۳)  $a > 0$ ،  $n$  فرد

(۲)  $a < 0$ ،  $n$  زوج

(۱)  $a > 0$ ،  $n$  زوج



(( (امام علی(ع): علم، گنج بزرگی است که با خرج کردن تمام نمی شود ))))

سؤال ۱۲: عبارت  $x\sqrt{-x}$  با کدام عبارت زیر برابر است؟

- (۱)  $-\sqrt{-x^3}$  (۲)  $\sqrt{-x^3}$  (۳)  $-\sqrt{x^3}$  (۴)  $|x|\sqrt{-x}$



سؤال ۱۳: چند عدد صحیح  $x$  وجود دارد به طوری که  $-2 \leq \sqrt{x} \leq 7$  باشد؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۴۹ (۳) ۵۰ (۴) ۵۱



سؤال ۱۴: اگر  $m$  و  $n$  دو عدد صحیح متوالی باشند که در رابطه‌ی  $m < \sqrt[4]{25} < n$  صدق می‌کنند،  $m^2 - n^2$  کدام

است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۵ (۴) -۷



سؤال ۱۵: حاصل  $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$  برابر است با:

- (۱)  $1-\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{5}-1$  (۳)  $\pm(1-\sqrt{5})$  (۴)  $1+\sqrt{5}$



سؤال ۱۶: حاصل  $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} \times \sqrt{2-\sqrt{3}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



سؤال ۱۷: حاصل  $\sqrt[5]{(\sqrt{2}+1)^4} \times \sqrt[5]{(3-2\sqrt{2})^2}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt[5]{2}$



سؤال ۱۸: حاصل  $\sqrt{x-1} \times \sqrt{1-x}$ ، کدام است؟

- (تجربی آزاد ۷۰) (۱)  $\sqrt{(x-1)^2}$  (۲)  $\sqrt{(1-x)^2}$  (۳)  $-\sqrt{(1-x)^2}$  (۴)  $-\sqrt{(x-1)^2}$



سؤال ۱۹: حاصل عبارت  $\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$  کدام است؟

- (۱)  $3-2\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$  (۳)  $\sqrt{2}+1$  (۴)  $\sqrt{2}-1$



سؤال ۲۰: ساده شده کسر  $A = \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$  کدام است؟

- (۱)  $1+\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}-1$  (۳)  $1+\sqrt{2}$  (۴)  $1-\sqrt{2}$



سؤال ۲۱: ساده شده عبارت  $\left| \frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \right| - \left| \frac{4\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \right|$  کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۴)  $-2\sqrt{5}$



سؤال ۲۲: حاصل  $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} + \sqrt{3} + 1$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $2\sqrt{3}-1$  (۳) ۳ (۴)  $\sqrt{3}-1$



سؤال ۲۳: حاصل عبارت  $A = x^2\sqrt{x}^5\sqrt{x}^2$  به ازای  $x = \sqrt[13]{2^{15}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۴



تست ۲۴:

اگر  $x \geq 0$ ، آنگاه حاصل  $\sqrt{x}\sqrt{x}\sqrt{x}$  کدام است؟

(۱)  $x\sqrt{x}$

(۲)  $\sqrt{x}$

(۳)  $\sqrt{x^3}$

(۴)  $\sqrt{x^7}$



تست ۲۵:

اگر  $a < b < 0$  باشد، حاصل  $\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab} + \sqrt{a^2 - 2ab + b^2}$  کدام است؟

(آزاد تجربی ۷۸)

(۱)  $-2b$

(۲)  $2a$

(۳)  $-2a$

(۴)  $2b$



تست ۲۶:

حاصل عبارت  $(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt[3]{2}\sqrt{2}$ ، کدام است؟

(ریاضی ۹۳)

(۱)  $\sqrt{3}$

(۲)  $2$

(۳)  $1 + \sqrt{3}$

(۴)  $2\sqrt{3}$



تست ۲۷:

اگر  $x = \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}}$ ، حاصل  $x^3 - 3x$  کدام است؟

(۱)  $-10$

(۲)  $-8$

(۳)  $10$

(۴)  $8$



تست ۲۸:

چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست هستند؟



پ)  $\sqrt[4]{(-5)^4} = -5$

الف)  $\sqrt[3]{0.027} = \sqrt[3]{0.0081}$

ت)  $\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = 9$

ب)  $(\sqrt[4]{-2})^4 = \sqrt[4]{(-2)^4}$

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

تست ۲۹:

اگر  $6^{x+1} = \sqrt[3]{3^{x+5}} \times \sqrt[3]{2^{y+2}}$  باشد، حاصل  $x + y$  کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵



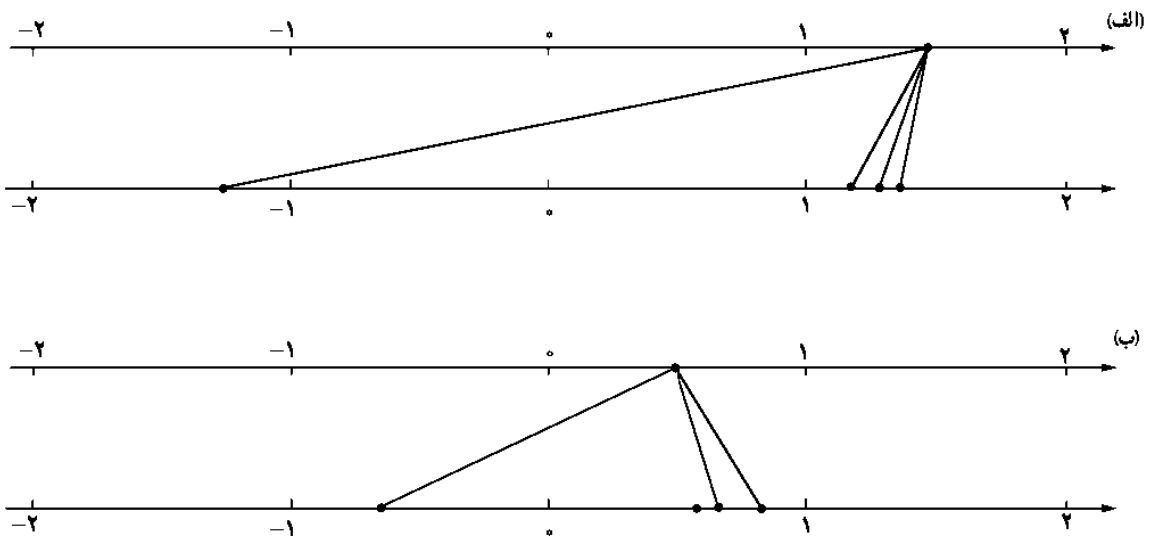


**نکته:** در حالت کلی برای هر عدد حقیقی نظیر  $x$  و اعداد طبیعی  $n$  و  $m$  داریم:

$$\begin{cases} x > 1 \xrightarrow{n>m} \sqrt[n]{x} < \sqrt[m]{x} < x & \text{E(X)} \quad \sqrt[4]{2} < \sqrt[3]{2} < 2 \Rightarrow \text{هر چه توان بزرگتر، عدد بزرگتر} \\ 0 < x < 1 \xrightarrow{n>m} \sqrt[n]{x} > \sqrt[m]{x} > x & \text{E(X)} \quad \sqrt[4]{0.2} > \sqrt[3]{0.2} > 0.2 \Rightarrow \text{هر چه توان بزرگتر، عدد کوچکتر} \end{cases}$$

**مثال:** در هر یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید که هر

پاره خط مربوط به کدام ریشه است.



**تست ۳۰:** اگر  $0 < b < 1$  باشد، بین ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم  $b$  کدام رابطه می‌تواند برقرار باشد؟

- (۱) ریشه پنجم  $b$  > ریشه چهارم  $b$  > ریشه سوم  $b$       (۲) ریشه سوم  $b$  > ریشه پنجم  $b$  > ریشه چهارم  $b$   
(۳) ریشه چهارم  $b$  > ریشه سوم  $b$  > ریشه پنجم  $b$       (۴) ریشه پنجم  $b$  > ریشه سوم  $b$  > ریشه چهارم  $b$

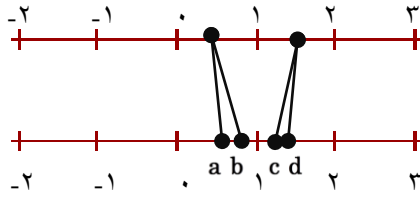
**تست ۳۱:** اگر  $0 < a < 1$  باشد، ریشه‌ی پنجم  $a$  از ریشه‌ی ششم  $a$  ... است و اگر  $a > 1$  باشد، ریشه‌ی چهارم  $a$  از

ریشه‌ی پنجم  $a$  ... است.

- (۱) بزرگ‌تر - بزرگ‌تر      (۲) بزرگ‌تر - کوچک‌تر      (۳) کوچک‌تر - بزرگ‌تر      (۴) کوچک‌تر - کوچک‌تر

(( پیامبر اکرم (ص): هر که در جستجوی دانش باشد، بهشت در جستجوی او برآید. ))

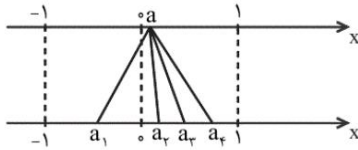
اگر نقاط پایین نشان دهنده‌ی ریشه‌های دوم و سوم نقاط بالا باشند، کدام گزینه صحیح است؟



- (۱) a ریشه سوم، d ریشه سوم (۲) a ریشه سوم، d ریشه دوم  
(۳) a ریشه دوم، d ریشه دوم (۴) a ریشه دوم، d ریشه سوم



در شکل زیر، نقطه‌ی a از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. کدام نقطه



ریشه‌ی چهارم نقطه‌ی a است؟

- (۱) فقط  $a_1$   
(۲)  $a_1$  و  $a_2$   
(۳) فقط  $a_3$   
(۴)  $a_1$  و  $a_3$



اگر  $0 < a < 1$  باشد، آنگاه حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$$

(۴) صفر

(۳)  $2a$

(۲)  $\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}$

(۱)  $2\sqrt[3]{a}$



اگر  $0 < a < 1$  باشد، فاصله‌ی کدام عدد از صفر کوچک‌تر است؟

(۴)  $\sqrt[5]{a}$

(۳)  $a\sqrt[3]{a}$

(۲)  $\frac{1}{a}$

(۱)  $a^2\sqrt{a}$

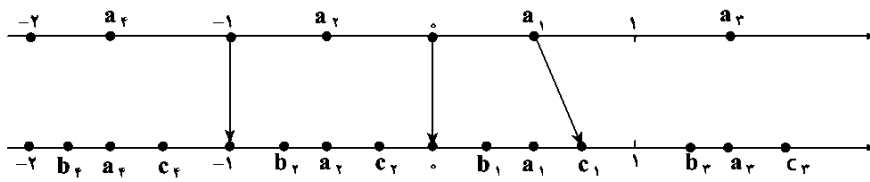


نکته: در حالت کلی برای هر عدد حقیقی نظیر x و اعداد طبیعی n و m فرد باشند، داریم:

$$\begin{cases} -1 < x < 0 \xrightarrow{n>m} \sqrt[n]{x} < \sqrt[m]{x} & \text{E(X)} \quad \sqrt[5]{-0.7} < \sqrt[3]{-0.7} & \text{هر چه بزرگتر، عدد بزرگتر} \\ x < -1 \xrightarrow{n>m} \sqrt[n]{x} > \sqrt[m]{x} & \text{E(X)} \quad \sqrt[5]{-2} > \sqrt[3]{-2} & \text{هر چه بزرگتر، عدد کوچکتر} \end{cases}$$

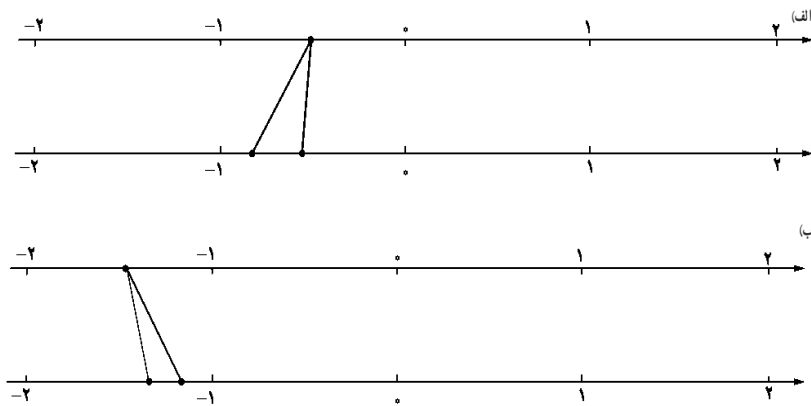


شرح ۲: در شکل زیر، هر عدد را به ریشه‌ی سوم خود متصل کنید.



شرح ۳: در هر یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم و پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید هر پاره‌خط

مربوط به کدام ریشه است.



تست ۳۶: اگر  $0 < a < -1$ ، کدام عدد زیر از بقیه بزرگ‌تر است؟

- $\sqrt[3]{a}$  (۱)    
   $a$  (۲)    
   $a^3$  (۳)    
   $-a^4$  (۴)



تست ۳۷: اگر  $-1 < a < 0$  و مقادیر  $-\sqrt[3]{a^2}$ ،  $\frac{1}{a^3}$ ،  $a^2$ ،  $\sqrt{-a}$  و  $\sqrt[3]{a}$  را روی محور اعداد نشان دهیم، سومین عدد از سمت چپ کدام است؟

- $\sqrt{-a}$  (۱)    
   $-\sqrt[3]{a^2}$  (۲)    
   $a^2$  (۳)    
   $\sqrt[3]{a}$  (۴)



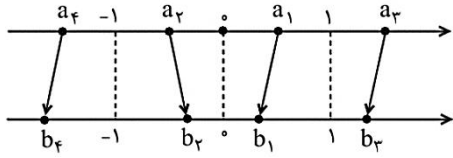


«پیامبر اکرم (ص): پرسش نیمی از دانش است.»

تست ۳۸

در شکل زیر، هر یک از اعداد روی محور بالا به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با

ریشه‌ی سوم آن است، وصل شده است. چند تا از پیکان‌ها نادرست است؟



(۱) یکی  
(۳) سه تا

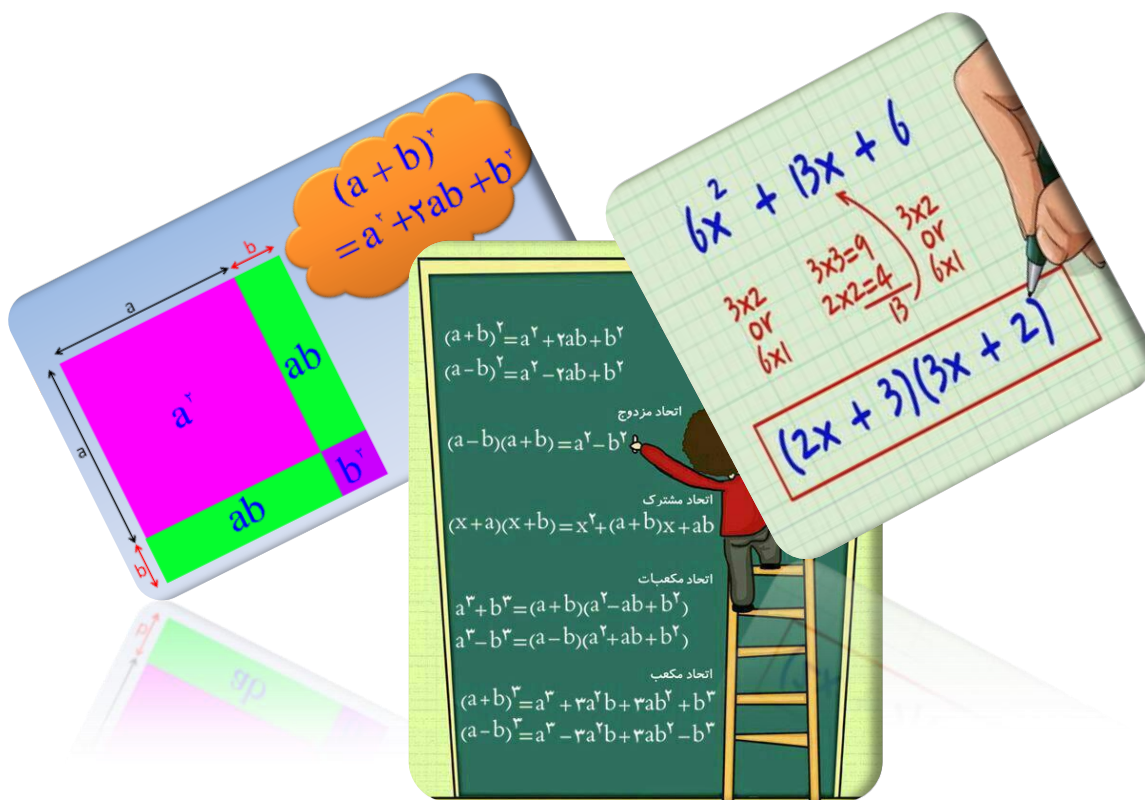
(۲) دو تا  
(۴) چهار تا

# فصل اول (بخش سوم)

## اتحادهای مهم و تجزیه عبارات

تعداد تست: ۴۲

تعداد مثال: ۷





الف) مهمترین اتحادهای جبری:

۱. مربع دو جمله‌ای:

$$(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$$

۲. مکعب دو جمله‌ای:

$$(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A-B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

نکته: صورت دیگر این اتحاد به صورت زیر است:

$$(A+B)^3 = A^3 + B^3 + 3AB(A+B)$$

$$(A-B)^3 = A^3 - B^3 - 3AB(A-B)$$

۳. مربع سه جمله‌ای:

$$(A+B+C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$$

مثال: به کمک اتحادها حاصل را بیابید.

$$(2x+5)^2 =$$

$$(3x-1)^2 =$$

$$(2-x+2y)^2 =$$

$$(2x+y-1)^2 =$$

$$(x+5)^3 =$$

$$(3x-1)^3 =$$

$$(1.5)^2 =$$

$$(1.5)^3 =$$

تست: حاصل عبارت  $30^2 - 29 \times 31$  با استفاده از اتحادها کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)



((امام علی(ع): آفت موفقیت، تنبلی است.))

تست ۲: عدد  $۳۳^۳ - ۱۰۰^۲ - ۱۳۳^۳$  چند برابر ۱۳۳ است؟

۹۹۰۰ (۲)

۹۰۰۰ (۱)



۹۹۰ (۴)

۹۰۰ (۳)



ادامه مهمترین اتحادهای جبری:

۴. مزدوج:

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

۵. يك جمله مشترك:

$$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB$$

۶. مجموع و تفاضل مکعبات (چاق و لاغر):

$$(A+B)(A^2 - AB + B^2) = A^3 + B^3$$

$$(A-B)(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$$

شکل ۲: به کمک اتحادها حاصل را بیابید.

$$(4x-1)(4x+1) =$$

$$, (2-x)(2+x)(4+x^2)(16-x^2) =$$

$$(2x-1)(2x+5) =$$

$$, (x+5)(x-9) =$$

$$(3x+2)(3x-5) =$$

$$, (1-x)(1+x+x^2) =$$

$$(x+6)(x^2 - 6x + 36) =$$

$$, 1.06 \times 94 =$$

ساده شده‌ی عبارت زیر در کدام گزینه آمده است؟

$$A = (2a - 3)(2a + 3)(16a^4 + 36a^2 + 81)$$

- (۱)  $64a^6 - 729$  (۲)  $8a^6 - 729$  (۳)  $64a^6 - 243$  (۴)  $8a^6 - 243$



اگر  $x = \sqrt[3]{5+2\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5-2\sqrt{6}}$ ، حاصل  $x^3 - 3x$  کدام است؟

- (۱)  $-10$  (۲)  $-8$  (۳)  $10$  (۴)  $8$



حاصل عبارت  $(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^{102} (\sqrt{7} + 2\sqrt{2})^{101}$  برابر است با:

- (۱)  $\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{7} + 2\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{2} - \sqrt{7}$  (۴)  $-\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$

(آزاد تجربی ۷۷)

مقدار عددی عبارت  $A = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)\dots(2^{64}+1)$ ، برابر است با:

- (۱)  $2^{256} + 1$  (۲)  $2^{128} + 1$  (۳)  $2^{128} - 1$  (۴)  $2^{256} - 1$

(آزاد تجربی ۷۵)

حاصل عبارت  $(x-a)(x+a)(x^2+a^2+ax)(x^2+a^2-ax)$  همواره، برابر است با:

- (۱) صفر (۲)  $x^4 + 3a^2x^2 - a^4$

(آزاد تجربی ۷۶)

- (۳)  $x^4 - 3a^2x^2 + 3a^2x - a^4$  (۴)  $x^4 - a^4$

«(بیشتر مشکلات در زندگی به دو دلیل ایجاد می‌شوند: عمل می‌کنیم بدون آنکه در مورد آن عمل، فکر کنیم، یا فکر می‌کنیم بدون آنکه به آن فکر، عمل کنیم.)»

تست ۸: حاصل عبارت  $A = (x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) + \frac{1}{9}$  به‌ازای  $x=10$  کدام است؟



(۴)  $\frac{10^{15}}{9}$

(۳)  $10^{15}$

(۲)  $\frac{10^{16}}{9}$

(۱)  $10^{16}$

تست ۹: حاصل عبارت  $A = (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) + 25$  برابر با مربع کدام گزینه است؟



(۲)  $x^2 + x - 7$

(۱)  $x^2 - x - 7$

(۴)  $x^2 - x - 5$

(۳)  $x^2 + x - 5$

تست ۱۰: اگر  $\alpha = \sqrt[4]{3\sqrt{2}-4}$  و  $\beta = \sqrt[4]{3\sqrt{2}+4}$  باشند، حاصل  $(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)$ ، کدام است؟



(۴)  $7\sqrt{2}$

(۳)  $6\sqrt{2}$

(۲) ۸

(۱) ۶

(سراسری ریاضی ۹۵)

چند اتحاد مهم دیگر:

۱.  $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$ ,  $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

۲.  $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$



تست ۱۱: اگر  $x + \frac{1}{x} = 2$  باشد، حاصل  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  برابر است با:



(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۶

(۱) ۸

((هدف بدون برنامه ریزی، آرزویی بیش نیست.))

**تست ۱۲:** اگر  $x+y=7$  و  $xy=5$  باشد، حاصل  $x^3+y^3$  کدام است؟

- ۲۱۶ (۱)      ۲۳۸ (۲)      ۲۴۴ (۳)      ۲۶۴ (۴)

**تست ۱۳:** اگر  $xy=1$  و  $x+y=5$  باشد،  $x^3+y^3$  چقدر است؟

- (آزاد تجربی ۷۵)      ۱۱۰ (۱)      ۱۲۰ (۲)      ۱۳۰ (۳)      ۱۴۰ (۴)

**تست ۱۴:** اگر  $x^2+\frac{1}{x^2}=18$  باشد، مقدار  $x^3-\frac{1}{x^3}$  کدام است؟

- ±۵۲ (۱)      ±۷۶ (۲)      ±۴۶ (۳)      ±۷۲ (۴)

**نکته:** اگر  $a+b+c=0$  باشد، انگاه داریم:

$$a^3+b^3+c^3=3abc$$



**تست ۱۵:** حاصل عبارت  $(2\sqrt{2})^3 + (3-\sqrt{2})^3 + (-3-\sqrt{2})^3$  کدام است؟

- −۶√۲ (۱)      −۳۶√۲ (۲)      ۳۶√۲ (۳)      −۴۲√۲ (۴)

**تجزیه چند جمله‌ی‌ها:**

انواع روش‌های تجزیه چندجمله‌ی‌ها به ترتیب زیراند:

۱. فاکتور گیری: در مورد عباراتی که دارای یک عبارت مشترک در تمام جملات هستند، بکار می‌رود.

**نکته:** در برخی عبارات، ابتدا به دستبندی و سپس فاکتور گیری می‌پردازیم.



مثال ۳: تجزیه کنید.

$$4xy - 1 \cdot x^2 =$$

$$, 3ax^3 + 6x^2 =$$

$$9(x-1) - x^2(x-1) =$$

$$ax - 3b + 3a - bx =$$



مثال ۴: در تجزیه عبارت  $x^3 - 2xy + x^2y - 2y^2$  کدام عامل وجود دارد؟

$$2x + y^2 \quad (4)$$

$$x^2 - 2y \quad (3)$$

$$x - y \quad (2)$$

$$x^2 + 2y \quad (1)$$



۳. استفاده از اتحادها: اگر عبارتی با روش‌های فوق تجزیه نشود از اتحادها استفاده می‌کنیم.

الف) دو جمله‌ی باشد: برای توان‌های دو و سه معمولا از اتحادهای مزدوج و مجموع و تفاضل مکعبات استفاده

می‌کنیم. 
$$\text{EX) } x^2 - 64 = (x-4)(x^2 + 4x + 16), 9x^2 - 1 = (3x-1)(3x+1)$$

نکته: برای دو جمله‌هایی با توان‌های بیشتر، از اتحادهای زیر استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}); & (\forall n \in \mathbb{N}) \\ a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - b^{n-1}); & (n = 2k, k \in \mathbb{N}) \\ a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}); & (n = 2k-1, k \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

EX) 
$$x^5 - 1 = (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

نکته: عبارت  $a^n + b^n$ ، به ازای هیچ  $n$  بر عبارت  $a-b$  بخش‌پذیر نمی‌باشد.

مثال ۴: عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$1 - 9x^2 =$$

$$, 81 - x^4 =$$

$$x^3 + 27 =$$

$$, x^6 - 125 =$$

$$x^6 - 1 = (x+1)$$

$$, x^6 - 1 = (x-1)$$

$$x^5 - 32 =$$

$$, \frac{x^3 + 1}{x^5 + 1} =$$



تست ۱۷: مقدار  $A = \frac{99^3 - 1}{99^2 + 100} \times \frac{99^3 + 1}{99^2 - 98}$  کدام است؟

۹۸<sup>۲</sup> (۴)

۹۹<sup>۲</sup> (۳)

۹۸۰۰ (۲)

۹۹۰۰ (۱)



تست ۱۸: حاصل عبارت  $(x-1)(x+1)(x^4+x^2+1)(x^{12}+x^6+1)$  به ازای  $x = \sqrt[3]{2}$  کدام است؟

۱۶ (۲)

۶۳ (۱)

۱۵ (۴)

۳۲ (۳)



تست ۱۹: در تجزیه عبارت  $3a^3b - 12ab^3 + a^3 - 8b^3$  کدام عامل ضرب وجود دارد؟

$a + 2b$  (۲)

$a - 2b$  (۱)

$3a - b$  (۴)

$3a + 2b$  (۳)



تست ۲۰: در تجزیه عبارت  $x^4 - 3x^3 + 8x - 24$ ، همواره کدام عامل ضرب وجود دارد؟

$x + 3$  (۴)

$x + 2$  (۳)

$x - 2$  (۲)

$x - 4$  (۱)



تست ۲۱: در تجزیه عبارت  $(\sqrt[5]{x^4})^3 - 1$  کدام عبارت وجود ندارد؟

$\sqrt[5]{x^2} - \sqrt[5]{x^4} + 1$  (۲)

$\sqrt[5]{x^2} - 1$  (۱)

$\sqrt[5]{x^4} + \sqrt[5]{x^2} + 1$  (۴)

$\sqrt[5]{x^2} + 1$  (۳)



«(اگر از کاری که انجام می‌دهید خرسند و راضی باشید، حتماً موفق خواهید شد.)»



ب) سه جمله‌ای باشد: از اتحاد های مربع دوجمله‌ای و یا یک جمله مشترک استفاده می‌کنیم.

$$E(X) \quad x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2, \quad x^2 + 6x + 5 = (x + 1)(x + 5)$$

نکته: در مورد عباراتی که در آن‌ها ضریب جمله  $x^2$  غیر از یک باشد، می‌توان تجزیه با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک را به صورت زیر انجام داد:

$$ax^2 + bx + c = \frac{1}{a}(ax + m)(ax + n), \quad \begin{cases} m + n = b \\ m \times n = ac \end{cases}$$

مثال ۵: عبارات زیر را تجزیه کنید.

$$\frac{x^6 - 64}{x^2 - 3x + 2} =$$

$$4x^2 - 12x + 9 =$$

$$, x^2 - 10x + 25 =$$

$$, x^2 + 14x + 49 =$$

$$x^2 - 5x - 36 =$$

$$, x^2 - x - 20 =$$

$$, x^2 + 13x - 96 =$$

$$3x^2 + 5x - 8 =$$

$$, 2x^2 + 13x + 15 =$$

$$5x^2 - 2x - 3 =$$

$$, 2x^2 + 5x - 3 =$$

مثال ۲۲: مقدار عددی عبارت  $A = \sqrt[3]{(2 - \sqrt{8})^3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$  کدام است؟

$$4(1 - \sqrt{2}) \quad (4)$$

$$2 + \sqrt{2} \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$(1) \text{ صفر}$$



مثال ۲۳: اگر  $x > 0 > y$  و  $|y| > |x|$  باشد، حاصل  $A = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{4x^2 y^2}$  کدام است؟

$$-x - y \quad (4)$$

$$x + y \quad (3)$$

$$y - x \quad (2)$$

$$x - y \quad (1)$$



تست ۲۴:

اگر  $ab - 2a + 6 - 3b = 0$  آن گاه  $a + b$  کدام است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

تست ۲۵:

اگر  $c - d = -7$  و  $d^2 - c^2 = 77$ ، مقدار  $(c + d)^2$  کدام است؟

۱۴۴ (۴)

۱۲۱ (۳)

۸۱ (۲)

۶۴ (۱)

(ریاضی ۷۶)

تست ۲۶:

حاصل عبارت  $(\frac{50}{0.1})^2 - (\frac{49}{99})^2$  برابر است با:

(تجربی آزاد ۷۶)

هیچکدام (۴)

۲ (۳)

۰/۰۲ (۲)

۰/۲ (۱)

تست ۲۷:

در تجزیه‌ی عبارت  $y^5 + 2y^3 - 24y$  کدام عامل وجود ندارد؟

$y - 4$  (۴)

$y + 2$  (۳)

$y - 2$  (۲)

$y^2 + 6$  (۱)



تست ۲۸:

ساده شده‌ی عبارت مقابل کدام است؟

$$A = \frac{xy^3 + y^2 + y + 1 - x}{y^2 + y + 1}$$

$y - x$  (۴)

$xy - x + 1$  (۳)

$y^2 - x$  (۲)

$xy^2 - 1$  (۱)



تست ۲۹:

در تجزیه‌ی عبارت  $x^2 + x(-2y - 1) + (-3y + 1)(y - 2)$ ، کدام عامل وجود دارد؟

(ریاضی ۷۵)

$x + y - 2$  (۴)

$x + y + 2$  (۳)

$x - y + 2$  (۲)

$x - y - 2$  (۱)

«(امام علی(ع): هرگاه از کاری ترسیدی، خود را به کام آن بینداز، زیرا ترس شدید از آن کار، دشوارتر و زیانکارتر از اقدام به آن کار است.))»

تست ۳۰: اگر  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 0$  باشد، کدام رابطه درست است؟

(تجربی آزاد ۷۵)

(۲)  $x^2 + y^2 = x + y$

(۱)  $x^2 + y^2 = 1$

(۴)  $x^2 + y^2 = 2x + 2y + 2$

(۳)  $x^2 + y^2 = 0$

تست ۳۱: تجزیه شده عبارت  $x^2 - y^2 - 4 + 4y$  کدام است؟

(۱)  $(x + y - 2)(x - y - 2)$  (۲)  $(x - y - 2)(x - y + 2)$  (۳)  $(x + y - 2)(x - y + 2)$  (۴)  $(x - y + 2)(x - y + 2)$

تست ۳۲: در تجزیه‌ی عبارت  $x^4 + x^2 + 1$  کدام عامل وجود دارد؟

(۲)  $x^2 + x - 1$

(۱)  $x^2 - x + 1$

(۴)  $x^2 + x$

(۳)  $x^2 + 1$

تست ۳۳: اگر  $\alpha = \sqrt{3\sqrt{2} - 4}$  و  $\beta = \sqrt{3\sqrt{2} + 4}$  باشند حاصل عبارت  $(\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta)$  کدام

(سراسری ۹۵) است؟

(۴)  $7\sqrt{2}$

(۳)  $6\sqrt{2}$

(۲) ۸

(۱) ۶

تست ۳۴: اگر حاصل عبارت  $\sqrt[3]{\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}^{\frac{4}{3}} (2 - \sqrt{3})^{\frac{2}{3}}$ ، به صورت  $\sqrt[3]{A}$  باشد، A کدام است؟

(خارج ریاضی ۹۳)

(۴)  $\sqrt{3} + 1$

(۳) ۲

(۲)  $\sqrt{3}$

(۱)  $\sqrt{3} - 1$

تست ۳۵: کدام یک از گزینه‌های زیر ریشه‌ی دوم عدد  $11 - 4\sqrt{7}$  است؟

- (۱)  $4 - 2\sqrt{7}$  (۲)  $1 - \sqrt{7}$  (۳)  $\sqrt{7} - 4$  (۴)  $2 - \sqrt{7}$



نکته: برای تجزیه عبارت‌های زیر داریم:

$$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A+B)^3$$

$$A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A-B)^3$$

تست ۳۶: (ریاضی آزاد: ۲۰)

عبارت  $x^3 - 3x^2 + 3x - 3\sqrt{3}$  به ازای  $x = \sqrt{3} + 1$ ، برابر است با:

- (۱)  $1 + 3\sqrt{3}$  (۲)  $1 + \sqrt{3}$  (۳)  $1$  (۴)  $3\sqrt{3} - 1$

تست ۳۷:

حاصل عبارت  $x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 9x - 3\sqrt{3}$  به ازای  $x = 2 + \sqrt{3}$  کدام است؟

- (۱)  $8$  (۲)  $8 + \sqrt{3}$  (۳)  $8 + 3\sqrt{3}$  (۴)  $11$



نکته: در مورد هر سه عدد صحیح و متوالی  $a, b, c$  داریم:  $ac + 1 = b^2$

تست ۳۸:

اگر  $a, b, c$  سه عدد صحیح متوالی باشند بطوریکه  $a < b < c$  حاصل  $abc + b$  کدام است؟

- (۱)  $b^2 + b$  (۲)  $c^2 - c$  (۳)  $b^2$  (۴)  $c^2$



ب.م.م و ک.م.م چند جمله‌ی‌ها:

ب.م.م و ک.م.م دو عبارت را بعد از تجزیه آن‌ها به ترتیب زیر می‌یابیم:  
ب.م.م: حاصل ضرب عوامل مشترک با توان کمتر.  
ک.م.م: حاصل ضرب عوامل مشترک با توان بیشتر در عوامل غیر مشترک.

کوچکترین مضرب مشترک دو عبارت  $x^2 + x^2 - x - 1$  و  $x^2 - x^2 - x + 1$ ,

(۱)  $(x+1)^2(x-1)^2$       (۲)  $(x+1)^2(x-1)^2$

(۳)  $(x-1)^2(x+1)^2$       (۴)  $(x^2-1)(x^2+1)$

تست ۳۹  
(ریاضی ۷۴)

بزرگترین عامل مشترک دو عبارت  $x^2 - 2xy - 15y^2$  و  $x^2 + 7xy + 12y^2$  کدام است؟

(۱)  $x - 2y$       (۲)  $x + 3y$       (۳)  $x + 4y$       (۴)  $x + 6y$       (ریاضی ۶۵)

تست ۴۰  
(ریاضی ۶۵)



نکته: اگر چندجمله‌ی  $P(x)$  را بر چند جمله‌ی  $B(x)$  تقسیم کنیم، خواهیم داشت:

$$P(x) = B(x)Q(x) + R(x)$$

که در آن باقیمانده تقسیم  $R(x)$  و خارج قسمت آن  $Q(x)$  است.

نکته: واضح است که اگر  $x = a$  ریشه  $B(x)$  باشد خواهیم داشت:

$$P(a) = B(a)Q(a) + R(a) \Rightarrow P(a) = R(a)$$

روش هورنر در انجام تقسیم:

برای یافتن باقیمانده و خارج قسمت حاصل از تقسیم عبارت  $ax^3 + bx^2 + cx + d$  بر  $x - n$  از جدول زیر که معروف به روش هورنر است استفاده می‌کنیم (برای هر درجه‌ای قابل تعمیم است).

|                        |   |  |  |  |
|------------------------|---|--|--|--|
| $ax^3 + bx^2 + cx + d$ | a | b  | c  | d  |
| $x - n$                | a | <del><math>b + an \rightarrow a_1</math></del> | <del><math>c + a_1n \rightarrow a_2</math></del> | <del><math>d + a_2n \rightarrow R</math></del> |

نکته: با توجه به این جدول باقیمانده برابر  $R$  و خارج قسمت برابر  $Q(x) = ax^2 + a_1x + a_2$  خواهد بود.

|                |   |  |  |  |
|----------------|---|--|--|--|
| $x^3 + 2x - 4$ | ۱ | ۰  | ۲  | -۴   |
| $x - 1$        | ۱ | <del><math>۰ + 1 \times 1 \rightarrow 1</math></del> | <del><math>۲ + 1 \times 1 \rightarrow ۳</math></del> | <del><math>-۴ + ۳ \times 1 \rightarrow -1</math></del> |

$$R = -1, Q(x) = 1x^2 + 3x - 1$$

«(امام علی(ع): با عزم و اراده، به جنگ سستی بروید.)»

**مثال ۶:** باقیمانده و خارج قسمت تقسیم  $P(x) = x^3 + 6x - 1$  را بر  $x+1$  و  $x-2$  به روش هورنر بیابید.

**مثال ۷:** اگر  $x^3 - mx^2 + 2x - n$  بر عبارت  $x^2 - 7x + 6$  بخش پذیر باشد،  $m$  و  $n$  را بیابید.

**تست ۴۱:** عبارت  $x^4 + 4ax^2 + 2bx + 1$  بر  $x^2 - 4$  بخش پذیر است  $a + b$  کدام است؟

$$\frac{15}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{17}{16} \text{ (۳)}$$

$$-\frac{17}{16} \text{ (۲)}$$

$$-\frac{15}{8} \text{ (۱) (ریاضی ۸۵)}$$

**تست ۴۲:** اگر باقیمانده‌ی تقسیم  $ax^3 - 19x + 30$  بر  $x+5$  برابر صفر باشد، به ازای چه مقادیری از  $x$ ، خارج قسمت

صفر می‌شود؟



$$\{2 \text{ و } -3\} \text{ (۲)}$$

$$\{2 \text{ و } 3\} \text{ (۱)}$$

$$\{-2 \text{ و } -3\} \text{ (۴)}$$

$$\{-2 \text{ و } 3\} \text{ (۳)}$$

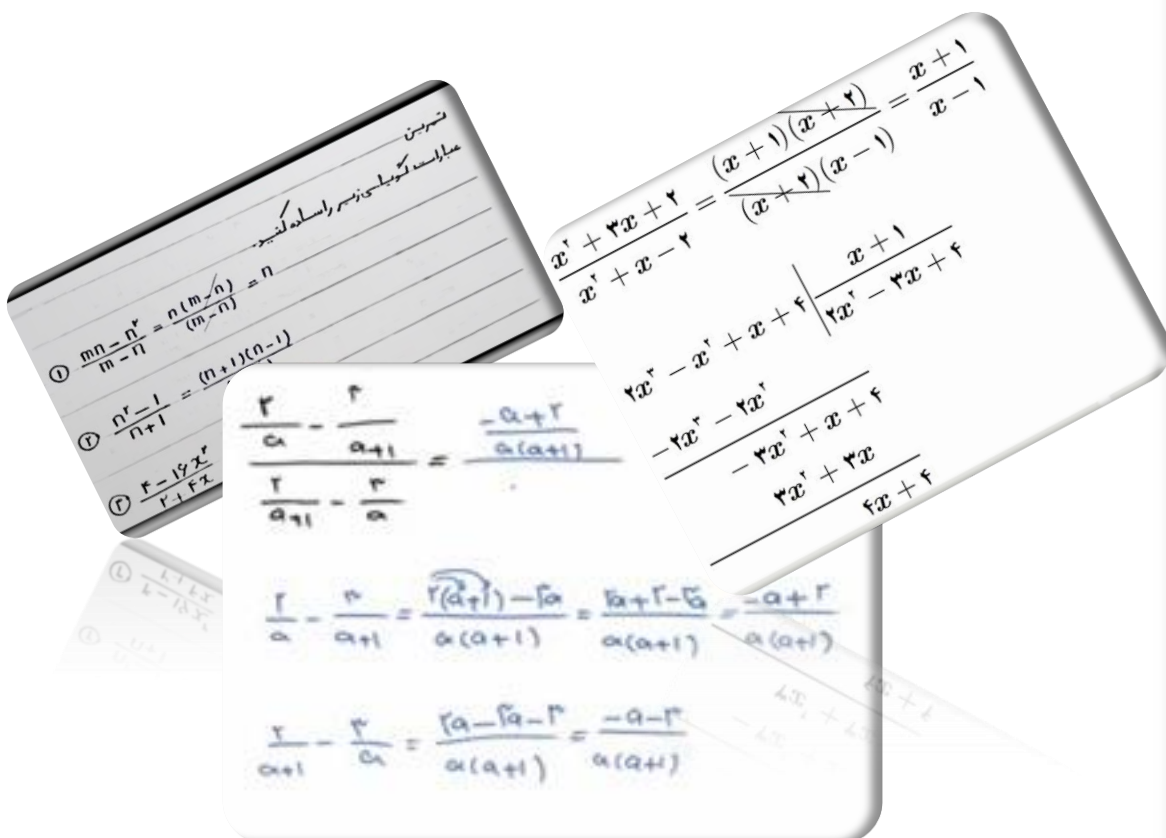
# فصل اول (بخش چهارم)

## عبارت‌های گویا

تعداد تست: ۱۰

تعداد مثال: ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)







عبارت گویا: این عبارات به صورت کسری هستند که صورت و مخرج آن‌ها چندجمله‌ای است.

نکته: دامنه عبارتهای گویا به صورت مقابل است.  $D = \mathbb{R} - \left\{ \text{ریشه های مخرج کسر} \right\}$

شرح ۱: دامنه‌ی عبارتهای گویای  $y = \frac{1}{x-1}$ ,  $y = \frac{x+1}{x^2-6x}$ ,  $y = \frac{1-2x}{x^3-4x}$  را بیابید.



اعمال روی عبارتهای گویا:

الف) ضرب و تقسیم عبارت گویا: پس از تجزیه و ساده کردن صورت و مخرج، ضرب و تقسیم به صورت زیر اتفاق می‌افتد:

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}, \quad \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

شرح ۲: ساده کنید.

a)  $\frac{x^6+1}{x^2+2x^2+1}$

b)  $\frac{x^3-1}{(x-1)^3}$

c)  $\frac{x^2+1}{x^2-1}$

d)  $\frac{y^5-y^3-12y}{8y^2+16y}$

شرح ۳: حاصل را بیابید.

a)  $\frac{2}{x-2} \times \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

b)  $\frac{x^2-4x}{5x^3} \div \frac{x^2-16}{x^2+4x}$

c)  $\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{3}{x-1}$

d)  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2-1}$



ب) جمع و تفریق عبارت گویا: پس از گرفتن مخرج مشترک از همه مخرج کسرها و تغییر تک تک کسرها بر اساس آن، حاصل عبارت را بدست می‌آوریم.  
نکته: مخرج مشترک همان ک.م.م مخرج‌ها است.

مثال ۴: حاصل را بیابید.

a)  $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x^2-3x+2}$

b)  $\frac{1}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2+2x}$



مثال ۲: حاصل عبارت  $\frac{1+\sin 15^\circ}{1-\sin 15^\circ} - \frac{1-\sin 15^\circ}{1+\sin 15^\circ}$  کدام است؟

$\frac{2\sin 15^\circ}{\cos^2 15^\circ}$  (۴)

$\frac{2\sin^2 15^\circ}{\cos 15^\circ}$  (۳)

$\frac{4\sin 15^\circ}{\cos^2 15^\circ}$  (۲)

$\frac{4\cos 15^\circ}{\sin^2 15^\circ}$  (۱)



از اتحاد  $\frac{1}{x^2+1} = \frac{ax+b}{x^2-x+1} + \frac{c}{x+1}$  نتیجه می‌شود:  $(x \neq -1)$

$3b = c$  (۴)

$2b = c$  (۳)

$b - c = 0$  (۲)

$b + c = 1$  (۱)

(آزاد تجربی ۷۳)

مثال ۳:

از اتحاد  $\frac{x+2}{x^2-3x+2} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2}$  مقدار  $a + \frac{b}{2}$  چقدر است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

(آزاد تجربی ۷۱)



گویا کردن مخرج عبارت‌های گویا:

الف) مخرج یک جمله‌ای باشد: بر اساس سوال، به یکی از صورت‌های زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} \quad , \quad \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \times \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} \quad , \quad \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} \times \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{a}$$

الف) مخرج چند جمله‌ای باشد: صورت و مخرج را در مزدوج مخرج، ضرب می‌کنیم.

$$\text{EX)} \quad \frac{7}{\sqrt{5}-2} = \frac{7}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{7(\sqrt{5}+2)}{5-4} = 7\sqrt{5}+14$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5 \times 2}+\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5 \times 2}+\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5 \times 2}+\sqrt[3]{2^2}}{5-2} = \frac{\sqrt[3]{5^2}-\sqrt[3]{5 \times 2}+\sqrt[3]{2^2}}{3}$$

تست ۴: ساده‌شده کسر  $A = \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$  کدام است؟

۱- $\sqrt{2}$  (۴)

۱+ $\sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{2}-1$  (۲)

۱+ $\sqrt{2}$  (۱)



تست ۵: اگر  $A = \sqrt{5}-\sqrt{2}$  باشد، حاصل عبارت  $B = \frac{1}{\sqrt{5}-A} + \frac{1}{A+\sqrt{5}}$  چند برابر  $\sqrt{5}$  است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)



تست ۶: خلاصه شده عبارت  $(\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}} - \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6})^{1/5}$  کدام است؟

۲ (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

$\sqrt[3]{2}$  (۴)

$\sqrt[3]{2^2}$  (۳)



((کارتان را آغاز کنید، توانایی انجمنش بدنیاک می‌آید.))

سؤال ۷: حاصل عبارت  $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$

(۲)  $\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{2}$

(۳)  $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

(۴)  $\sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{2}$

سؤال ۸: حاصل کسر  $\frac{1}{\sqrt[4]{3} - \sqrt{2}}$ ، چند برابر  $2 + \sqrt{3}$  است؟

(۱)  $\sqrt[4]{3} + 2$

(۲)  $-(\sqrt[4]{3} + \sqrt{2})$

(۳)  $-2(\sqrt[4]{3} + 2)$

(۴)  $2(\sqrt[4]{3} + \sqrt{2})$

سؤال ۹: حاصل عبارت  $(2\sqrt{2} + \sqrt{6} + \frac{5\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1})^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{16}$

(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{8}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{16}$

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$

سؤال ۱۰: اگر گویا شده‌ی کسر  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt[3]{2}}$  به صورت  $\frac{(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})(9 + 3\sqrt[3]{4} + (\sqrt[3]{4})^2)}{x}$  باشد،  $x$  کدام است؟

(۱) ۲۷

(۲) ۲۱

(۳) ۲۵

(۴) ۲۳