



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

آمار و مدل سازی Statistics

@riazi_ba_man

گنگور

@riazi_ba_man

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



علی احمدی

فصل اول :

آمار : دانش جمع آوری اطلاعات ، سازمان دهی ، توصیف ، تجزیه و تحلیل و نتیجه گیری آمار است .
آمار هر تقسیم گری در شریک نام مطمئن است

انواع اطلاعات :

۱- اطلاعات کمی : به صورت عدد قابل بیان هستند و برای همه یک مفهوم را دارند ، مانند درجه هوا

* ششم چند مثال بزنید ؟

۲- اطلاعات کیفی : به صورت توصیفی بیان می شوند و برای نمی طلب برداشت های متفاوت ایجاد می شود ؛
مانند :

* ششم چند مثال بزنید ؟

۱- اگر اطلاعات نچرخه و تجزیه و تحلیل شوند (آمار) باید به صورت اعداد و ارقام بیان شوند .

۲- اندازه گیری ، اولین قدم برای رسیدن به اطلاعات عددی اندازه گیری است . در واقع تخصیص عددی به اطلاعات
اندازه گیری است .

۳- قیاسی داده ها ، بعد از اندازه گیری یک سری اعداد و ارقام داریم ، حالا شرط به هم داده بودن می تواند به هم قیاس
شوند ، اما اگر داده ها متفاوت باشد قیاس منطقی نیست .

مانند : قد من بیشتر است یا وزن من ؟

۴- تبدیل : گاهی برای قیاس یک اندازه گیری باید آنرا تبدیل کرد ، اما نکته مهم داریم .

۱- اگر دو شای نیاز به تبدیل واحد از گرام به کیلوگرم یا میل گرام باشد باید اندازه گیری دوباره انجام شود .

دلیل : جرم من ۷۵ کیلوگرم است اما در ترازوی با واحد گرام در ترازوی با واحد گرم جرم من ۷۵۰۰۰ گرام است .

۲- اگر واحد اندازه گیری در ترازوی من تغییر کند باید اندازه گیری دوباره انجام شود .

در حالت کلی : واحد بزرگ به واحد کوچک : اندازه گیری مجدد

خطا (ع) : در خواندن گیری ، خطا جو عددی مانند ۰.۰۱ است . می توان با دقت خطا را کم کرد اما نمی توان

خطای اندازه گیری را به صفر کرد . هرگز !

ع.احمد

حال سؤالی که پیش می آید این است که یک خط در اندازه گیری یک جز از سبده به تائیدی روی کل دارد.
مثلاً: اگر در اندازه گیری طول، عرض و ارتفاع یک استخر ۱cm خط داشته باشیم، در محاسبه حجم با چه خطایی روبرو هستیم؟
پس اول بدانیم که خط چیست: مقدار اندازه گیری شده (M) - مقدار واقعی (R) = خطای اندازه گیری (E)
یک نکته ی مهم: (مقدار E می تواند + یا - بشود)

- خط همیشه از واحد اندازه گیری گفته است (از نظر مطلق)

مثال: قد شما ۱.۸۴ است؟ اما این خط است قد شما $1.84 + E$ است چون قری که داشته اید بلوا است
اندازه گیری ۱cm بوده است، اما خطی یک قدر خیلی کم تر از ۱cm هم داشته است که
قد شما قادر به اندازه گیری آن نبوده است.

دل سازی: بیان سبده بصورت ریاضی است.

مثال: قد خود و دل سازی کنید:

$$L = 1.84 + E$$

۱. مساحت مربع به ضلع ۱۰ دل سازی کنید.

۲. محیط مربع به ضلع ۱۰ دل سازی کنید.

* توجه: E یک مقدار کمتر از واحد است. مثلاً $E = 0.001$ دقت کنید که $E^2 = 0.000001$

و $E^3 = 0.000000001$... به همین طریق که یک واحد کوچک تر می شود پس از توانهای ۲ و یا بالاتر
از آن به هیچطور از محاسبات خطاهای متفاوت دلتا واحد صرف نظر می کنیم.

* توجه: هر چه ضاعیم ریاضی بر کار برده شده ساده تر و ابتدایی تر و نتیجه ی کار به بدیده ی مورد نظر نزدیک باشد
دل سازی با ارزش تر است.

حل مثال: ۱. $(a \text{ اندازه ضلع})^2 = (10 + E)^2 = 100 + 20E + \frac{E^2}{0} = 100 + 20E$

۲. $P = 4 \times (a \text{ اندازه ضلع}) = 4 \times (10 + E) = 40 + 4E$

در حل نت ها محوری مثل خط ها که با E نشان می دهیم بنابر این

$$100 + \frac{E_1}{20} = 100 + E_1, \quad 40 + \frac{E_1}{4} = 40 + E_1$$

در واقع این همه خطای محاسبه است.

ع.احمدی

سنت های فصل اول:

- ۱- کدام مورد درباره ی خطای اندازه گیری (E) درست است؟
 الف) کارترم خطای مثبت آورده دهو اندازه گیری است
 ب) تفاضل مقدار واقعی و مقدار اندازه گیری شده است.
 ج) همیشه مقداری بزرگ تر از صفر دارد.
 د) اعلان دارد صفر شود.
 حل:

- ۲- وزن من ۷۵kg است کدام یک می تواند خطای این اندازه گیری باشد.
 الف) ۱ کیلوگرم ب) ۳ کیلوگرم ج) ۱۲۵ کیلوگرم د) ۱۲۵/۱ کیلوگرم
 حل:

- ۳- اگر وزن یک گونی خیار ۱۳۵ کیلوگرم باشد (در اندازه گیری) کدام بدل صحیح است.
 الف) $13,5 + E$ و $1E | < 15$ ب) $13,5 + E$ و $1E | < 1$
 ج) $13 + E$ و $1E | < 1$ د) $13 + E$ و $1E | < 15$
 حل:

- ۴- حالت شکل $31,8 \text{ cm}^2$ اندازه گیری شده است در صورتی که اندازه ی واقعی آن $31,26 \text{ cm}^2$ است، خطا؟
 الف) ۱۴ ب) ۰,۶ ج) ۰,۶ د) ۱۰,۴
 حل:

- ۵- یک ترازو که خطای اندازه گیری آن کمتر از ۰,۲ گرم است، وزن بسته ای را ۳,۵ کیلوگرم نشان می دهد وزن این بسته بر حسب گرم کدام می تواند باشد؟
 الف) ۳۵۰۰,۰۲ ب) ۳۴۹۹,۲ ج) ۳۴۹۹ د) ۳۵۰۰,۹
 حل:

عالم احمد

۶. در مدل سازی ریاضی برای حجم مکعب به ضلع 2 cm ، اگر خطای حجم کمتر از 1 cm^3 باشد حداکثر خطای اندازه گیری ضلع چیست؟

- الف) 0.4 ب) 0.17 ج) 0.18 د) 0.19

حل:

۷. اگر ضلع مربعی به صورت $5 + E$ باشد دل مساحت آن چیست؟

- الف) $25 + E^2$ ب) $25 + 4E$ ج) $25E$ د) $25 + E$

حل:

۸. طول عرض یک مثلث $3, 4$ واحد اندازه گیری شده اگر دو ارتفاع بوده باشند، دل مساحت به شکل $18 + E$ باشد، E برابر کدام گزینه است؟ (خطای طول E_1 و عرض E_2)

- الف) $4E_1 + E_2$ ب) $E_2 + 4E_1$ ج) $4E_1 + 4E_2$ د) $4E_1 + 3E_2$

حل:

۹. دالسنوازی با شیب قائمه $1 + E_1$ و ارتفاع $1 + E_2$ دل حجم چیست؟

- الف) $2\pi(1 + E_1 + E_2)$ ب) $2\pi(1 + 2E_1 + E_2)$ ج) $2\pi(E_1 + E_2)$ د) $2\pi E_1 + E_2$

حل:

۱۰. شیب یک کره به صورت $1 + E$ دل ساری شده است مساحت سطح کره و حجم آن به ترتیب کدام گزینه دل ساری شده اند.

حل:

الف)

ب)

ج)

د)

علم حاصل

۱۱- طول ضلعی را بر حسب رانتهی تر اندازه گیری کرده و مدل آن به صورت $L = 4 + E$ مدل ری شده است. این مدل بر حسب میانگین چه صورتی بیان می شود.

الف) $40 + \frac{1}{10}E$ ب) $40 + 10E$ ج) $4 + E$ د) میانگین (اندازه گیری نبود)

حل:

۱۲- حجم کره ای که توان آن $(4 + E)$ است مدل ری کنید.

حل:

۱۳- حجم مخروطی که شعاع آن ۲ با خطای E_1 ، ارتفاع آن ۳ با خطای E_2 مدل ری کنید.

حل:

۱۴- در مدل ری ریاضی برای مساحت دایره به صورت تقریبی 10 واحد. اگر خطای تقریبی $\frac{1}{4\pi}$ باشد خطای مساحت تقریباً کم تر از چند واحد است؟

الف) $\frac{5}{18}$

ب) $\frac{5}{12}$

ج) $\frac{5}{9}$

د) $\frac{5}{6}$

حل:

۱۵- مدل ارتفاع مشیت میانی اضلاعی $E + \sqrt{3}$ است کدام مدل برای مساحت آن مناسب تر است؟

حل:

الف) $\sqrt{3}(1 + 2E)$

ب) $\sqrt{3} + 2E$

ج) $\sqrt{3}(1 + 2E)$

د) $3 + 2E$

علم احصا

۱۴- در دو نمونه ای طول نمونه بزرگ $۸ + \epsilon_1$ ، نمونه کوچک $۴ + \epsilon_2$ ، و انحراف $۵ + \epsilon_3$ است. دل خالص چیست؟

الف) $\frac{1}{2}(۸۸ + ۱۱\epsilon_1 + ۱۱\epsilon_2 + ۸\epsilon_3)$ حل:

ب) $\frac{1}{2}(۸۸ + ۱۱\epsilon_1 + ۱۱\epsilon_2 + ۸\epsilon_3)$

ج) $\frac{1}{2}(۷۰ + ۵\epsilon_1 + ۵\epsilon_2 + ۱۴\epsilon_3)$

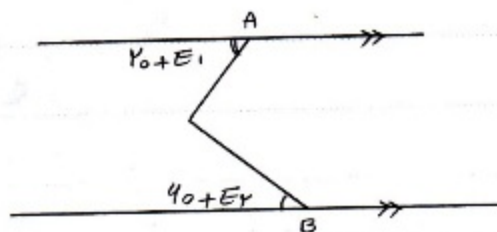
د) $\frac{1}{2}(۷۰ + ۱۴\epsilon_1 + ۱۴\epsilon_2 + ۵\epsilon_3)$

۱۷- مداری طول یک قطعه صنعتی $۵ + \epsilon$ بر حسب سانتی متر بیان شده است، این دل بر حسب میلی متر برابر است با؟

الف) $۵ + \frac{\epsilon}{10}$ ب) $۵۰ + ۱۰\epsilon$

ج) $۵۰ + \epsilon$ د) باید مجدد اندازه گیری کرد.

حل:



۱۸- دل خالص برای رادری M چیست؟

الف) $۱۰ + \epsilon_1 + \epsilon_2$

ب) $۸۰ + ۲\epsilon_1 + ۲\epsilon_2$

ج) $۲۰ - \epsilon_1 - \epsilon_2$

د) $۲۰ + \epsilon_1 + \epsilon_2$

۱۹- دو دایره هم مرکز که اندازه‌های شعاع هر کدام را $R + \epsilon_1$ و $r + \epsilon_2$ است. دل مساحت محدود بین دو دایره با فرض $R > r$ مد کدام گزینه آمده است؟

الف) حل:

ب) $\pi(R^2 - r^2 + 2R\epsilon_1 - 2r\epsilon_2)$

ج) $\pi(R^2 - r^2 + \epsilon_1 - \epsilon_2)$

د) $\pi(R - r + \epsilon_1 - \epsilon_2)$

۲۰- دل ضلع مربعی $\epsilon + \sqrt{a}$ است اگر دل سمت $\epsilon + 4\sqrt{2}a$ باشد. مقدار a چیست؟

الف) ۲ ب) ۴ ج) $2\sqrt{2}$ د) ۸

حل:

علم حاصل

۲۱. میل مساحت دایره ای $\pi(4+E)$ است میل شعاع و میل محیط به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

(الف)

(ب)

(ج)

(د)

۲۲. اگر میل ضلع مربع $4+E$ باشد خطای مساحت چند برابر خطای محیط است؟

(الف) ۱/۵۱

(ب) ۲/۱

(ج) ۲/۵۱

(د) ۳/۱

حل:

۲۳. اضلاع یک مکعب مستقل ۳، ۴، ۵ واحد اندازه گیری شده است. اگر خواهیم خطای اندازه گیری در حجم مکعب از یک واحد حجم باشد، خطای اندازه گیری طول مکعب از کدام عدد است؟

(الف) ۱/۵۱

(ب) ۱/۵۲

(ج) ۱/۵۳

(د) ۱/۵۴

حل:

۲۴. اگر میل شعاع $4+E$ باشد، خطای شعاع در کدام مورد بیشترین اثر را دارد؟

(الف) قطر

(ب) محیط

(ج) مساحت

(د) دایره حلقه دور یک است.

حل:

۲۵-

علم احسان

فضل دوم: جامعه و نمونه

جامعه آماری: مجموعه ای از افراد یا اشیاء که می خواهیم در مورد آنها موضوع یا موضوعاتی را مطالعه کنیم؛
* در کتاب آن در مدل سازی هم می بینیم که تعاریف آماری (قابل شمارش) هستند
مثال از جامعه آماری: قناری؛

مثال از جمع آماری (غیر قابل شمارش):

سرشماری: اگر تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرد، سرشماری انجام شده است.
نمونه: سرشماری نفوس در کلان ریاست شهری ادارات آب، برق، گاز و...
مشکلات سرشماری: در سرشماری با مشکلاتی مواجه می شویم که بر اهمیت کنترل آنها به شرح زیر است.

۱- در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه

۲- وقت گیر بودن دسترسی به تمام اعضای جامعه

۳- متغی بودن به صرفه نبودن

۴- ذهن رفتن ذهن جامعه یا قسمتی از آن در برخی مطالعات.

مثال: برای رسم برآی مشکلات فوق مثال زیر است.

۱-

۲-

۳-

۴-

به دلیل مشکلات فوق برای سرشماری از نمونه گیری استفاده می شود. در واقع اگر جامعه آماری که می خواهیم روی موضوعات آن مطالعات انجام دهیم کوچک باشد، معمولاً مطلوب صورت سرشماری خواهد بود. اما اگر جامعه بزرگ باشد مطالعات از طریق نمونه گیری انجام می شود.
نمونه: زیر مجموعه ای از جامعه آماری است که بیان کننده ی ویژگی های اصلی جامعه است.

علم الحاصل

اندازه‌ی جابجه: تعداد اعضای جابجه است (تعداد کل افراد جابجه هم جابجه نام دارد)
 اندازه‌ی نمونه: تعداد اعضای نمونه است، همان‌باید بین اندازه‌ی نمونه جابجه تناسب برقرار باشد
 جابجه بزرگ ← نمونه هم بزرگ جابجه کوچک ← نمونه کوچک
 - نمونه‌گیری علم برین بخش دار است.

- نمونه‌گیری باید تصادفی باشد (همه اعضا دارای شان یکسان باشند، انتخاب از نون خفای بیرونی کنند)
 روش نمونه‌گیری تصادفی:

مناسب ترین روش تعیین اعداد تصادفی با ماشین حساب است. این عدد تصادفی همیشه بین ۰ تا ۱ هستند (تألفی و نکته از ۱). شد عدد ۰.۳۵۶ به الکتی آید، کافی است این عدد در اندازه جابجه (۲۵۸) ضرب می‌کنیم، شماره‌ی نمونه‌ی استخراج می‌کنیم:

$$X + 1 = \text{شماره نمونه} \quad \text{اندازه جابجه} \times X \text{ خودی ماشین حساب} = X$$

$$[] : \text{جز صمیم} \quad 91,848 = 258 \times 0.356$$

$$92 = [91,848] + 1 \quad \text{شماره نمونه}$$

* تولید اعداد تصادفی:

دکمه ماشین حساب این صورت است که ابتدا دکمه shift (یا در برخی دیگر inv) و پس دکمه RAN# (یا RAND یا RND#)

تولید داده (Data): نتایج حاصل از اندازه‌گیری و بررسی نمونه داده می‌گویند.
 روش‌های جمع‌آوری داده‌ها:

۱. استفاده از داده‌های ارزش‌یافته شده: به مرکز آمار ایران، اینترنت، ...
۲. مشاهده و ثبت وقایع: تعداد تصادفات جاده‌ای در یک محور واحدی مثل زردین، رشت
۳. انجام آزمون‌ها: اندازه‌گیری تدو یا شناسایی گروه خون
۴. پرسش: شفاهی (مصاحبه)
 به پرسشنامه کتبی

علم احسان

۱- کدام یک حجم کم ترین بخش دُم است؟

الف) انتخاب موضوع مورد مطالعه ب) محل نمونه گیری ج) جمع آوری اطلاعات د) تفسیر اطلاعات

۲- در یک جامعه آماری به حجم ۳۰۰ یکک با شش حساب اعداد تصادفی ۱۴۷۱، ۱۹۸۶، ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰ در دست آمده. چه شماره هایی منتهی به این اعداد هستند

الف) ۹۸۶، ۴۷۱ ب) ۹۸۶، ۴۷، ۱ ج) ۲۹۶، ۱۴۲ د) ۲۹۵، ۱۴۱

حل:

۳- جمع آوری داده به کدام صورت مورد قبول نیست؟

الف) مصاحبه ب) مشاهده ج) آزمون د) پرسش هدایت کننده

حل:

۴- برای انتخاب نمونه تصادفی بین ۱۵۰ نفر، اعداد تصادفی به وسیله ماشین حساب ۲۵۴، ۲۰۰ ظاهر شده است. شیوهی نمونه کدام است؟

الف) ۳۷ ب) ۳۸ ج) ۳۹ د) ۴۰

حل:

۵- جهت پی بردن به خدای توزیع نوعی کاه، طرح کدام گزینه در پرستش نامناسب است؟

الف) فوق العاده ب) خوب ج) متوسط د) ضعیف

۶- در کدام بررسی اندازه‌های نمونه برابر اندازه جامعه است؟

الف) نمونه تصادفی ب) دسته بندی ج) سرشماری د) تغییر کفنی

۷- کدام مشکل سرشماری نیست؟

الف) وقت گیر بودن ب) گران بودن

ج) کار نبودن د) در دسترس نبودن

۸- در کدام یک از انواع زیر می توان نمونه گیری را به صورت تصادفی انجام داد؟ (کدام یکی یک سیو

الف) استرجاعی آسان ب) مخزن آب آشامیدنی ج) ماشین های خود در خیابان د) ...

فصل سوم: تغییراتی نهادنی

تغییر نهادنی: موضوع مورد مطالعه درجه دو تغییر نهادنی است. به دلیل اینکه نمودار به تعداد انتخابی می شود و موضوع هم از خود به خود دیگری تغییر است این نام گرفته است.

مانند: قد دانش آموزان، موضوع مورد مطالعه

انتخاب دانش آموزان به نهادنی

قد آنها به تغییر خود به خود بعدی

انواع تغییرات نهادنی:

۱- تغییرهای کمی: قابل اندازه گیری هستند مانند: قد، وزن، آلودگی هوا.
۲- تغییرهای کیفی: قابل اندازه گیری نیستند مانند: گروه خونی، جنس افراد، رنگ پوست.
در تغییرهای کیفی فقط دو معیار تعیین می شود

۱- تغییر کمی پیوسته: اگر دو مقدار را در اختیار داشته باشیم و مقدار بین آنها را نیز بتوانیم بدست
دعمولای تغییر که از راه اندازه گیری به دست بیاید تغییر کمی پیوسته است.

مانند: قد، وزن، دمای جرات

۲- تغییر کمی گسسته: تغییر کمی اگر پیوسته نباشد گسسته است. مانند تعداد تعداد دفعات در واقع
هو تغییر که از راه شمارش به دست بیاید تغییر کمی گسسته است!

انواع تغییرهای کیفی:

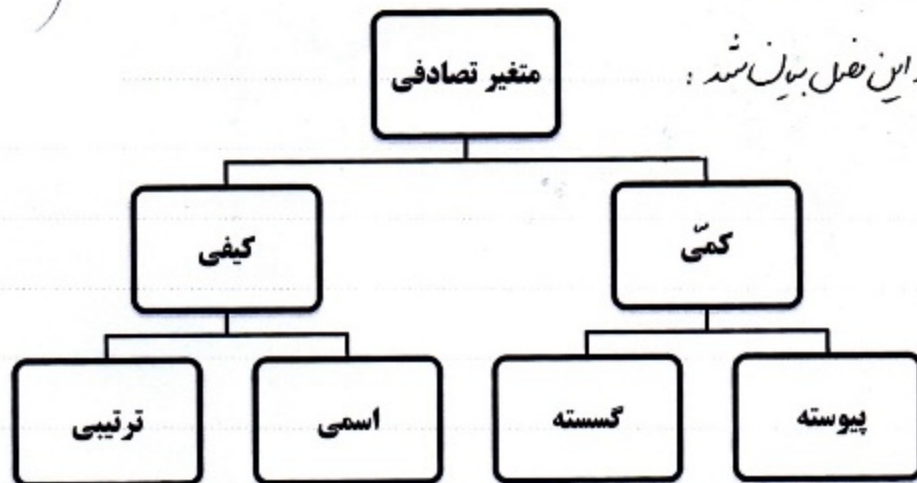
۱- اسمی: تغییرهای کیفی که ترتیب ندارند مانند: گروه خونی، RH خونی، رنگ پوست.

۲- ترتیبی: تغییرهای کیفی که ترتیب طبیعی وجود دارد مانند: فصل سال،
مراحل زندگی، مراحل تحصیلی.

صفت: کمیت و کیفیت در چهار عناصر چهارگانه آری است در انواع است:

۱- صفت ثابت: صفتی است که در بین عناصر چهارگانه مشترک است به اگر بودن

۲- صفت تغییر: صفتی که از خود عضو به عضو دیگر تغییر می کند به قد افراد



تست های فصل سوم :

۱- کدام یک از گزینه های زیر تعریف صفت تغییرکی است ؟

الف) صفت مشترک اعضای جامعه

ب) تغییری است که قابل اندازه گیری است

ج) تغییری است که با عدد بیان نمی شود

د) تغییری است که فقط قادر بر مثبت را اختیار می کند

۲- از ویژگی های مهم کدام گزینه زیر آن است که به نوع یا دسته خاصی تعلق دارند ؟

الف) تغییر گسسته

ب) تغییر پیوسته

ج) تغییر کیفی

د) تغییر کمی

۳- گروهی از افراد کدام نوع تغییر است ؟

الف) کیفی - تربیتی

ب) کیفی - اسمی

ج) کمی - پیوسته

د) کمی - گسسته

۴- نوع آلاینده های هوا کدام نوع تغییر است ؟

الف) کیفی - تربیتی

ب) کیفی - اسمی

ج) کمی - پیوسته

د) کمی - گسسته

علم احصاء

فصل چهارم: «دسته بندی داده ها و جدول فراوانی»

بایک مثال شروع می کنیم: فرض کنید ساعت مطاله نوات کلاس شما در یک روز به شرح زیر باشد:

۵-۵-۱-۲-۱-۷-۷-۳-۲-۴-۳-۴-۵-۵-۴-۳-۴-۳-۱

برای نظم دادن به آنها بایک جدول رسم می کنیم.

جمع	۷	۵	۴	۳	۲	۱	ساعت مطالعه در یک روز
۲۰	۳	۵	۴	۳	۲	۳	تعداد دانش آموزان

اعداد سطر دوم نشان دهنده ی این هستند که اعداد سطر اول چند بار تکرار شده اند.

فراوانی مطلق: تعداد دفعاتی که یک شی یا یک عدد در مجموعه آبی تکرار می شود. آنرا با f_i نمایش می دهیم.
جدول توزیع فراوانی.

- اگر تعداد داده های آبی کم باشد، در سطر داریم که در سطر اول تعدادی که تغییر می تواند اختیار کند را می نویسیم و در سطر دوم فراوانی مربوط به هر سطر را (f_i) می نویسیم.
- اگر تعداد داده ها زیاد باشد باید ابتدا داده ها را دسته بندی کنیم و سپس در سطر اول حدود دسته ها و در سطر دوم فراوانی (f_i) آنها را بنویسیم.

به عنوان مثال:

۱- دافه ی تغییرات: تفاضل کمترین از بیشترین داده در یک مجموعه آبی
 $R = X_{\max} - X_{\min}$
۲- تعداد طبقات (دسته ها) K : انتخاب تعداد طبقات به دافه ی تغییرات بستگی دارد
هرچه دافه بزرگتر، تعداد دسته ها هم بیشتر است.

۳- حدود دسته: فاصله ی بین حد پایین (کران پایین) و حد بالا (کران بالا) را حدود دسته می گوئیم.
(طول دسته) به طور کلی با $[a_i, b_i]$ نشان می دهیم، دقت کنید که کران پایین a_i جزو آن دسته هست اما کران بالا b_i جزو دسته نیست به جز در کران بالای دسته ی آخره.

علم احسان

رابطی بین n تغییر فوق : $c = \text{طول دسته}$, $R = \text{دامنه}$, $K = \text{تعداد دسته ها}$

$$c = \frac{R}{K}$$

مرکز دسته (نماینده طبقه) (نشان دسته) : میانگین کمران بالا، کمران پایین و یک دسته است

$$x_i = \frac{\text{کمران پائین} + \text{کمران بالا}}{2}$$

می توان تمام اعضای یک دسته را با تعداد مرکز دسته برابر دانست.

چند نکته : ۱- تفاضل دو مرکز دسته متوالی برابر با طول دسته است.

۲- اگر تغییر کمی پیوسته باشد تنظیم جدول فرادانی الزامی است.

۳- تفاضل دو کمران پایین متوالی و یا دو کمران بالای متوالی برابر طول دسته است.

۴- کمران پایین جز دسته هست اما کمران بالا جز دسته آخره

$$5- \text{ اگر } c = \frac{R}{K} \text{ اعدادی به دست آید به این صورت } c = \left[\frac{R}{K} \right] + 1$$

۶- به رابطی زیر دقت کنید

$$*n = *m + [(m-n) \times c]$$

این رابط بسیار مهم است مثلاً جای $*$ می توان کمران بالا، کمران پایین، مرکز دسته را قرار داد

مثال $[\text{طول دسته} \times (1-1)] + \text{حد پایین دسته اول} = \text{حد پایین دسته هشتم}$

۷- اگر عددی مانند P با داده ها جمع شوند دافنه تغییر نمی کند

۸- اگر دافنه تغییرات صفر باشند تمام اعضای با هم برابرند.

۹- اگر عددی مانند $P \neq 0$ در داده ها ضرب شوند دافنه تغییرات در $|P|$ ضرب می شوند.

۱۰- دافنه تغییرات عددی نامفنی است.

علا احمدی

انواع فراوانی :

- فراوانی مطلق (f_i) : تعداد داده‌های موجود در هر طبقه فراوانی مطلق است.
- در جدول توزیع فراوانی منظم از فراوانی همان فراوانی مطلق است.
- مجموع فراوانی مطلق داده‌ها برابر تعداد کل داده‌ها (n) است.
- فراوانی مطلق همواره طبیعی است، یعنی نمی‌شود برابر ۰ یا منفی.
- فراوانی نسبی (F_i) : عبارتست از فراوانی مطلق هر دسته تقسیم بر کل داده‌ها.
- مجموع فراوانی نسبی‌ها برابر یک است.

$$F_i = \frac{f_i}{n}$$

همواره $0 < F_i < 1$ است.

در نظاره از سن بردن تانک انداز می‌نموده و امکان تعبیه‌ی نتایج از نتایج از فراوانی نسبی استفاده می‌شود.

نسبت داده‌ها با فراوانی نسبی بهتر از فراوانی مطلق است.

$$P_i = F_i \times 100$$

- درصد فراوانی نسبی (P_i) : حاصلضرب فراوانی نسبی در ۱۰۰ است.

واضح است که جمع درصد فراوانی‌های داده‌ها ۱۰۰ است.

- فراوانی تجمعی (f_{ci}) : فراوانی تجمعی هر دسته برابر فراوانی مطلق آن دسته به علاوه‌ی مجموع فراوانی‌های مطلق دسته‌های قبل است.

$$f_{c1} = f_1, \quad f_{c2} = f_1 + f_2, \quad f_{c3} = f_1 + f_2 + f_3 = f_2 + f_{c2}$$

فراوانی مطلق همیشه صعودی است. یعنی از طبقه قبلی کمتر نیست.

فراوانی تجمعی دسته اول برابر با فراوانی مطلق آن دسته است.

فراوانی تجمعی دسته آخر برابر با تعداد کل داده‌ها (n) است.

$$F_{ci} = \frac{f_{ci}}{n}$$

- فراوانی تجمعی نسبی (F_{ci}) : مانند توزیع فراوانی نسبی

$$P_{ci} = F_{ci} \times 100$$

- درصد فراوانی تجمعی نسبی (P_{ci}) :

وجود آخرین رتبه وارد فون کم کاربردتر هستند.

علم احصاء

فصل پنجم: نمودارها و تحلیل داده‌ها - (شناختن شاخص‌های آماری)

برای تجسم آماری از شاخص‌های آماری استفاده می‌شود.

انواع نمودارهای آماری:

۱. نمودار میله‌ای: اگر نقاط متناظر با تغییرات (مثلاً دانه) دارای مقدار مشخصی نباشد و در هر نقطه پاره خطی برآید.

فردانی (مطلق یا نسبی) رسم کنیم شکل حاصل نمودار میله‌ای است.

نکات: - برای تغییرات کمی رسم می‌کنیم فاصله است.

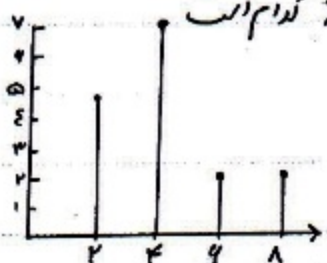
- برای تغییرات کیفی رسم می‌کنیم فاصله است.

تجزیه: اگر جدول توزیع فردانی به شکل زیر باشد نمودار میله‌ای آن را رسم کنید.

گروه سنی	A	B	AB	O
فردانی	۱	۴	۵	۲

نتیجه:

۱. نمودار میله‌ای یک جامعه آماری به شکل زیر در جدول فردانی است $X_i = 2$ کدام است



۲. یکی از بهترین روش‌های تصویری برای مقایسه دو مجموعه آماری کدام است؟

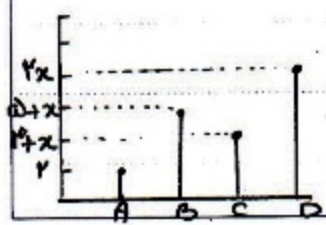
الف) جعبه‌ای ب) ستونی ج) میله‌ای د) چند ضلعی

۳. با توجه به نمودار شکل ۱ فردانی مجموعی $X_i = 4$ کدام است.

الف) ۱ ب) ۱ ج) ۱ د) ۱

۴. اگر فردانی نسبی B برابر ۰.۳ باشد فردانی C کدام است؟

الف) ۱۳ ب) ۱۲ ج) ۱۱ د) ۱۰



عالم احمد

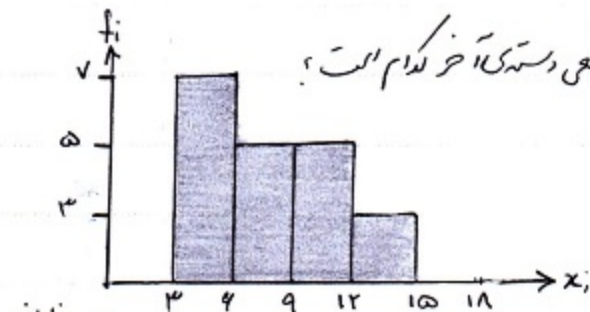
۲- نمودار مستطیلی همیشه گرامی: در این نوع نمودارهای مبدا، مستطیل‌های رسم می‌کنیم که یک ضلع آن فضا بین بر دایره‌ها، ضلع دیگر آن، فرادانی (مطلق، نسبی) دایره باشد.

نکات: - نام دیگر نمودار مستطیلی، بافت نظار، همیشه گرامی است.

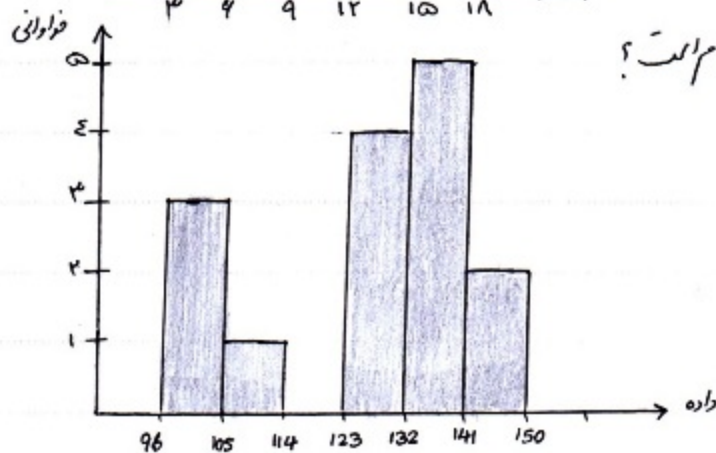
- برای تغییرهای کمی پیوسته مناسب است.
- اگر فاصله مستطیل‌ها (طول دایره) با هم برابر باشد، ارتفاع مستطیل (فرادانی) با هم مقایسه می‌شوند.
- اگر فاصله مستطیل‌ها (طول دایره) متناسب باشند، مساحت مستطیل‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

نتیجه:

۵- طبق نمودار، فرادانی نسبی دایره‌های چهارم و فرادانی نسبی دایره‌های آخر کدام است؟



۴- با توجه به نمودار روبرو، دایره تغییرات کدام است؟



الف) 5

ب) 4

ج) 96

د) 54

۷- جمع مساحت مستطیل‌ها همیشه گرامی وقتی از فرادانی نسبی استفاده می‌شود. کدام است؟

الف) حجم‌ها (ب) ۱۰۰ (ج) ۳۴ (د) ۱

۸- در نمودار مستطیلی اگر در صورتی که طول دایره‌ها متناسب باشند، دایره‌ها با هم مقایسه می‌شوند.

الف) مرکز دایره (ب) مساحت دایره مستطیل‌ها (ج) فرادانی دایره (د) حدود دایره‌ها

ع.احمدی

۳۰. نمودار چند بر فراوانی (چند ضلعی)

در این نمودار نقاط را در صفحه معلوم کرده که طول آنها برابر مرکز دسته و عرض آنها فراوانی همان دسته است. با متصل کردن این نقاط خط شکسته ای پدید می آید که آنرا نمودار چند بر فراوانی می گویند. (x_i, f_i) نقاط

- نسبت به نمودار مستطیلی تغییرات تغییرات روی این نمودار بهتر معلوم می شود.

- برای آنکه سطح زیر نمودار چند بر فراوانی برابر با مساحت نمودار مستطیلی شود دو دسته با فراوانی صفر به ابتدا و انتهای دسته اضافه می شود.

- اگر در وسط های فوقانی نمودار مستطیلی را جمع وصل کنیم نمودار چند بر فراوانی بدست می آید.

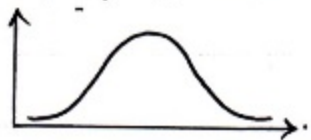
- این نمودار برای داده های کمی پیوسته مناسب است.

- برای تعریف دو یا چند توزیع فراوانی مختلف استفاده از چند بر فراوانی کار را آسان تر می کند.

- اگر تعداد نقاط (x_i, f_i) را افزایش دهیم نمودار چند ضلعی به منحنی نزدیک تر می شود. این منحنی که با افزایش داده

بیشتر کردن حدود دسته ها چند بر تبدیل به منحنی می شود و منحنی فراوانی نام می گیرد.

- منحنی نرمال: منحنی ای است که در اکثر پدیده های طبیعی ظاهر می شود و شکلی شبیه زنگوله دارد و سطح زیر



آن برابر فراوانی مطلق داده ها است.

- اگر منحنی نرمال با فراوانی نسبی رسم شود سطح زیر آن برابر ۱ است.

- منحنی نرمال دارای نقطه ماکسیمم است.

- منحنی نرمال متقارن است، و فراوانی در دو طرف نقطه max به طور یکسان افت به صفر میل می کند.

نمونه ها

۹. اگر S سطح زیر نمودار چند بر فراوانی و S' سطح مستطیلی همان توزیع باشد کدام درست است؟

الف) $S = S'$ ب) $S > S'$ ج) $S < S'$

د) قابل محاسب نیست

۱۰. مساحت زیر نمودار گرهی از داده ها برابر x^2 در نمودار چند بر فراوانی و در نمودار مستطیلی همان داده ها برابر

۵۰ - $40x^2 + 10x$ است. x کدام است؟ الف) ۵ ب) ۴ ج) ۳ د) ۲

ع.احمد

۴- نمودار تجزیه: در این نمودار حدود دسته‌ها فقط بر محور عمودی و در انتهای هر دسته فراوانی تجزیه (مطلق، نسبی) دسته متناظر قرار می‌گیرد.

نکات: - محور پایین دسته‌های اول روی محور عمودی است.

- محور بالای دسته اول f_{c1} یا F_{c1} می‌باشد.

- محور بالای دسته دوم f_{c2} یا F_{c2} می‌باشد و ادامه بر همین صورت.

- کم‌ترین فراوانی مربوط به دسته‌ای است که فراوانی آن صفر است (یک خطی افقی، شیب صفر).

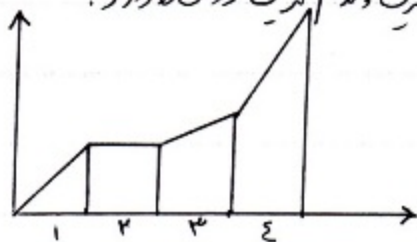
- بیش‌ترین فراوانی مربوط به دسته‌ای است که بیش‌ترین شیب را دارد.

- نمودار تجزیه هرگز منحنی نمی‌شود.

- اگر نمودار تجزیه نسبی باشد، نمودار از یک بسته نمی‌شود.

نتیجه:

۱۱- نمودار تجزیه مقابل یک جدول فراوانی با چهار طبقه است کدام طبقه بیش‌ترین و کدام کم‌ترین فراوانی را دارد.



الف) ۱, ۲

ب) ۲, ۴

ج) ۱, ۳

د) ۳, ۴

۱۲- کدام نمودار زیر همواره صعودی است؟

الف) فراوانی نسبی

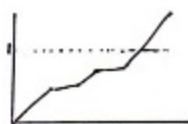
ب) فراوانی مطلق

ج) فراوانی تجزیه

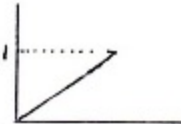
د) فراوانی



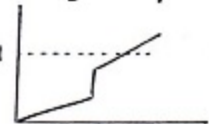
الف)



ب)

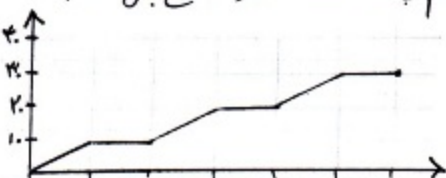


ج)



د)

۱۳- کدام نمودار زیر فراوانی تجزیه نسبی است؟



الف) ۱۰

ب) ۳۰

ج) ۲۰

د) ۴۰

علم احمد

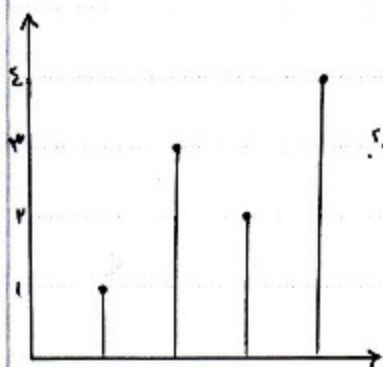
۵. نمودار دایره‌ای، مساحت دایره را به وسیله قطعه‌ای به نسبت فرادانی‌ها تقسیم می‌کنیم. اگر فرادانی

معلوم باشد زاویه قطاع $\theta_i = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$ یا به عبارتی $\theta_i = x \times 360^\circ$ فرادانی نبی $\theta_i =$

نکته: - نمودار دایره‌ای امکان تعایبه بین فرادانی‌ها را به نسبت بیشتری فراهم می‌کند.

- محاسبات و واضح‌البت این نمودار فقط بر مبنای فرادانی نبی رسم می‌شود.

- حقیقت نمودار دایره‌ای سهم آن حالت از تغییر از جداول است. در بزرگی و کوچک‌گی آن نشان دهنده‌ی فرادانی بیشتر یا کم‌تر در تعایبه با یکدیگر است.

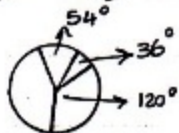


نتیجه

۱۵. اگر نمودار صدای ردی و تبدیل به دایره‌ای شود زاویه مرکزی دسته‌ی ۵ چند است؟

- الف) ۳۴ ب) ۷۲
ج) ۱۱۲ د) ۳۵

۱۶. اگر فرادانی مطلق کوچک‌ترین دسته در نمودار دایره‌ای زیر ۱۲ باشد فرادانی مطلق بزرگ‌ترین دسته چیست؟



- الف) ۵۰ ب) ۴۵ ج) ۵۵ د) ۳۵

۱۷. در یک نمودار دایره‌ای زاویه مرکزی دسته‌ای با فرادانی ۱۲ برابر (۸-۵) برابر زاویه مرکزی دسته‌ای دیگر

با فرادانی ۳ است. ۳ چیست؟

- الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵

۱۸. در یک نمودار دایره‌ای که به ۴ بخش تقسیم شده است. ۱۲ نفر دارای گروه خونی B، ۳۰ نفر دارای گروه خونی O، ۵۰ نفر دارای گروه خونی A هستند. زاویه مرکزی متنظر با کم‌ترین فرادانی نبی چند درجه است؟

- الف) ۲۰ ب) ۳۰ ج) ۱۲۰ د) ۵۴

۱۹. زوایای کدام گزینه می‌توانند نمودار دایره‌ای بسازند؟

- الف) ۱۴۶، ۴۸، ۱۲۸، ۷ ب) ۳۴، ۲۱۵، ۸۸، ۲۱ ج) ۲، ۱۵۵، ۳۴، ۱۹ د) ۸۹، ۹۸، ۷۸، ۹۷

علاء احمدی

۱. نمودار تدبیرگ: نمودری که اعداد تشکیل دهنده آن هستند در نمودار عمودی است (باید در آن ۹ عدد به

ساقه: یک یا چند رقم اولیه

برگ: اعدادی که در صورت عمودی نوشته می شود.

اجمعه عددی برگار شود تعداد دفعات تکراری نویسم

ساقه	برگ
۱	۱ ۴ ۵ ۷ ۷ ۸ ۸ ۹
۲	۰ ۰ ۴ ۵ ۵
۳	۲ ۳ ۶ ۷ ۸

نماین: اعداد زیر ۱۰ در نمودار تدبیرگ نمایش دهید.

(۱۱, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۰, ۲۴, ۲۵, ۲۵, ۳۲, ۳۳, ۳۶, ۳۷, ۳۸)

نکات: گاهی اوقات یک نمودار را نیز به صورت $36 = 6 \times 3$ یادداشت می کنیم.
- از روی نمودار تدبیرگ می توان داده های اصلی را بازسازی کنیم. در این نمودار هیچ کدام از اطلاعات از دست نمی رود.

- این نمودار برای داده هایی که تعداد کوچکترین داده در برگ نماین داده آن نظر تعداد ارقام کم باشد مناسب است.

نتیجه ها:

۲. با توجه به نمودار تدبیرگ او بر روی جی x چه عددی قرار می گیرد.

ساقه	برگ
۵	۳ ۴ ۷ ۷
۱	۲ ۲ ۳ ۵ x 4
۲	۵ ۵ ۱ ۷ y
۳	۱ ۸ ۸ ۸ 9

الف) ۲ ب) ۳

ج) ۴ د) ۵

۲۱. جی y کدام عدد نمی تواند قرار بگیرد؟

الف) ۴ ب) ۷

۲۲. فراوانی نسبی ۳۸ چه قدر است؟

الف) $\frac{38}{100}$ ب) ۰/۱۵

۲۳. کدام یک از اعداد در نمودار دوجی (دندله ر)؟

الف) ۱۶ ب) ۱۳

ع.ا.ح.م.ن

فصل ششم: شاخص‌های مرکزی

۳. شاخص‌های مرکزی داریم میانگین (Mean)، میانه (Median)، و مد (Mode)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

(الف) میانگین: محم‌ترین دعوور استفاده‌ترین شاخص مرکزی

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکات

- ۱- یک جابجایی بی‌فوق‌اندک میانگین را در
- ۲- اگر همه‌ی داده‌ها با هم برابر باشند، میانگین نیز همان قدر شده‌است
- ۳- میانگین همیشه مدی بی‌کم‌ترین و بیشترین داده‌است
- ۴- اگر داده‌ها دنباله‌ای حسابی تشکیل دهند میانگین به صورت $\bar{x} = \frac{x_1 + x_n}{2}$
- ۵- میانگین یک برداشت، همان قدر ثابت است
- ۶- میانگین تفاوت شاخص مرکزی است که اگر به جای گنبدی داده‌ها قرار گیرد، مجموع داده‌ها تغییر نخواهد کرد

میانگین وزن در یک کلاس در یک جدول فراوانی و توزیع شده x_i و فراوانی f_i باشد میانگین به صورت زیر است:

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{N} \quad ; \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{N}$$

$$N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$$

داده	۲	۳	۴	۵	۶	۷
فراوانی	۱	۱	۳	۵	۴	۲

نت: میانگین داده‌های جدول زیر را بیابید:

۴۵۱۲

۴ (الف)

۵۱۵ (ب)

۵ (ب)

علا احمدیان

اداد گات :

۷) اگر میانگین n داده x ، میانگین m داده دیگر y باشد، میانگین کل داده ها $\bar{X} = \frac{nx+my}{n+m}$ است.
 ۲: میانگین ۵ داده ای ۳۷،۴، میانگین ۴ داده ای دیگر ۴۵ است.
 میانگین این ۹ داده ای چند است.

الف) ۴۱،۵ ب) ۴۱،۴۵ ج) ۴۱،۵ د) ۴۱،۷۵

۸) همیشه درم میانگین x تعداد داده ها n مجموع داده ها

ت ۳: اگر میانگین $x_1, x_2, \dots, x_n$ برابر ۱۳،۵ باشد میانگین $x_1, x_2, \dots, x_{n+1}$ چند است؟
 الف) ۱۵،۵ ب) ۱۵ ج) ۱۴،۵ د) ۱۴

ت ۴: میانگین ۱۰ داده ای ۳۲،۵ است اگر دو داده ی ۳۵، ۴۰ را از آن حذف کنند میانگین داده های باقی مانده چند است؟

الف) ۳۱،۲۵ ب) ۳۱،۵ ج) ۳۱،۷۵ د) ۳۲

ت ۵: میانگین وزن ۱۰ نفر ۴۵ کیلوگرم است، دروز جاب وزن ۱۴۲ کیلوگرم را از دافند شدند، میانگین جدید چقدر است؟ (گزینه ها در ص ب گرا)

الف) ۴۷... ب) ۴۹... ج) ۴۵... د) ۴۴...

۹) اگر هوی داده های $a_1, a_2, \dots, a_n$ در یک عدد ضرب اقسیم اجمع اتوق شوند، میانگین هم در همان عدد ضرب اقسیم اجمع اتوق می شود.

(اگر $\bar{X}$ میانگین $x_1, \dots, x_n$ باشد میانگین $ax_1+b, \dots, ax_n+b$ برابر $a\bar{X}+b$ است)

ع.ا.احمد

تت ۶: اگر میانگین داده‌های $x_1, \dots, x_n$ برابر a باشد، میانگین $x_1 - a, \dots, x_n - a$ برابر چیست؟

الف) صفر
تت ۷: اگر میانگین داده‌های $x_1, \dots, x_n$ برابر a باشد، میانگین $x_1 - a, \dots, x_n - a$ برابر چیست؟

الف) $x_1 - a$ ب) $x_1 + a$ ج) $x_1 - a$ د) $x_1 + a$

تت ۸: اگر میانگین تغییرات $x_1, \dots, x_n$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌های $x_1 + 1, \dots, x_n + 1$ برابر چیست؟

الف) $\frac{x_1 + x_n}{2}$ ب) $2(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ج) x_n د) $x_1 + 1$

تت ۹: اگر میانگین داده‌های $x_1, \dots, x_n$ برابر $\bar{x}$ باشد، میانگین داده‌های $x_1 - (n+1), \dots, x_n - (n+1)$ برابر چیست؟

الف) $\bar{x} - \frac{n}{2}$ ب) $\bar{x}$ ج) $\bar{x} - \frac{n+1}{2}$ د) $\bar{x} - \frac{n+1}{2}$

تت ۱۰: اگر میانگین داده‌های $x_1 + 1, x_2 + 2, x_3 + 3, \dots, x_n + n$ برابر $\bar{x}$ باشد، میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ برابر چیست؟

الف) $\bar{x} - 4$ ب) $\bar{x} - 2$ ج) $\bar{x}$ د) $\bar{x} - 2$

⑩ مجموع جبری تنه‌های داده‌ها از میانگین صفر است

تت ۱۱: اگر میانگین داده‌های $x_1, \dots, x_n$ برابر a باشد، میانگین داده‌های $x_1 - a, \dots, x_n - a$ برابر چیست؟

الف) a ب) 1 ج) 0 د) n

الف) a ب) 1 ج) 0 د) n

عالم احمدیان

ب) **میان** برای بدست آوردن میان، ابتدا داده‌ها را به ترتیب صعودی مرتب می‌کنیم.
 - اگر تعداد داده‌ها فرد باشد داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد میان است.
 - اگر تعداد داده‌ها زوج باشد نصف مجموع دو داده‌ای که در وسط هستند میان است.

ت ۱۲. در یک آزمون ریاضی نمرات ۱۵ نفر به صورت زیر است؛ میان چیست؟

۵، ۹، ۱۰، ۱۴، ۱۹، ۱۷، ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۱۱، ۱۲، ۳، ۷، ۷، ۴

الف ۱۰ ب ۱۱ ج ۱۱٫۵ د ۱۱٫۵

نکات

- ① میان یک تعداد داده‌های است که نصف داده‌ها از آن بزرگ‌تر است و نصف داده‌ها از آن کوچک‌تر می‌باشد.
- ② میان در یک جابجایی منحرف نمی‌شود.
- ③ اگر یک عدد ثابت به تمام داده‌ها ضرب یا تقسیم ازنوعی شود، میان نیز با همان عدد ضربه یا تقسیم ازنوعی می‌شود.
- ④ اگر میان x_n و x_1 برابر M باشد میان $ax_n + b$ و $ax_1 + b$ برابر $aM + b$ است.
- ⑤ شرط اینکه میان از خود داده‌ها باشد این است که تعداد داده‌ها فرد باشد.
- ⑥ اگر بین داده‌های یک جابجایی، داده‌های پرت وجود داشته باشد میان به عنوان شاخص مرکزی استفاده نمی‌شود.

④ شاخص مرکزی خوب برای میانه‌های حلقه و دایره میانه است.

- ⑤ اگر میان و میانگین داده‌ها با هم برابر باشند یعنی تعداد داده‌های قبل و بعد میانه و میانگین با هم برابر هستند و این میان را محل قرارگیری میان در جابجایی می‌گویند.
- ⑥ اگر تعداد داده‌ها N باشد از رابطه $\frac{N+1}{2}$ بدست می‌آید.

علم حاصل

x_i	۵	۱۲	۱۵	۲۰
f_i	۴	۸	۱۲	۴
$f_i x_i$	۲۰	۹۶	۱۸۰	۸۰

تست ۱۳: میانه جدول مقابل چیست

ب) ۱۳٫۵

الف) ۱۵

د) هیچ کدام

ج) ۱۵٫۱۲

تست ۱۴: کدام شاخص مرکزی را برای داده‌های رو به چپ می‌دانند

ب) میانگین ده

الف) میانه و میانگین

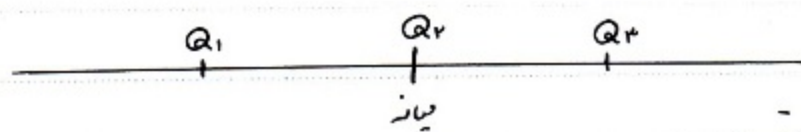
د) نقطه میانی

ج) نقطه میانه

۱۷، ۱۸، ۲۱، ۱۵، ۱۹، ۲۲، ۲۱، ۱۶، ۲۳، ۲۵

تست ۱۵: مجموع هفت عدد تودایی برابر ۱۴۷ است. اگر میانگین این اعداد از میانه کم شود، حاصل کدام

است الف) صفر ب) نمای توالی تعداد ج) ۱ د) ۲۱



اچارک‌ها

حزق خط بالا ۲۵٪ است.

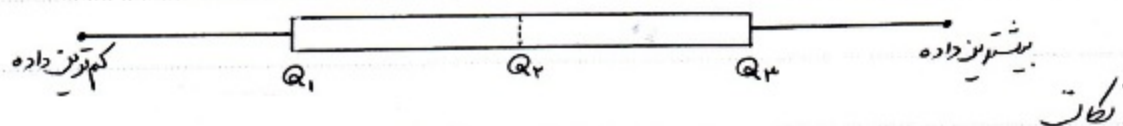
دایم است: Q_1 (چارک اول) از ۲۵٪ داده‌ها بزرگ‌تر و از ۷۵٪ کمتر است. Q_2 (چارک دوم) (میانه): محل میانه اصلی است. Q_3 (چارک سوم) از ۷۵٪ داده‌ها بزرگ‌تر و از ۲۵٪ کمتر است.برای محاسبه (Q_1) میانه‌های نیمه اول و (Q_3) میانه‌های نیمه دوم است.

تست ۱۵: با توجه به جدول سطر در بزرگ و رو به چپ، میانگین، میانه، چارک اول و سوم را بیابید.

سطر	بزرگ			
۵	۳	۹	۹	
۱	۵	۱	۲	۵ ۵ ۸
۲	۱	۵	۴	

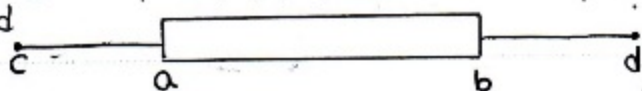
ع.ا. حاصل

نمودار جعبه‌ای این نمودار جعبه از بقیه نمودارها برآنگزینی داده‌ها را نمی‌توانی دهد.



① وجود میان درستی است این است که برآنگزینی داده‌ها درستی است داخل جعبه بیشتر است.

ست ۱۴: اگر نمودار جعبه‌ای مقابل برای داده‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۱۱، ۱۰، ۱ باشد حاصل $\frac{b-a}{c+d}$ کدام است



ب) ۱۵

الف) ۱

د) ۱۲۵

ج) ۱۵

ع) ۱۵

② (Mode) داده‌ای که بیشترین فراوانی را در بین داده‌ها داشته باشد.

نکات

۱، ۲، ۳، ۴، ۵

① ممکن است درجه‌ای در نباشد (یعنی تکرار یکسان نباشد)

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷

② ممکن است بیش از یک داده داشته باشیم ۲ ده‌تند

(در فهرست نیست)

③ در داده‌ای گسری آن‌ها تقسیم‌گیری در است و داده‌ای که تغییر کمی باشد تنها شش در گسری در است.

④ اگر بین داده‌ها یک بار در است ضرب، جمع، تفریق، تقسیم شود در نتیجه در همان بود ثابت ضرب، جمع، تفریق، تقسیم می‌شود.

⑤ اگر داده‌ها چند عددی شود، آنگاه شش خوبی است

⑥ برای پیدا کردن در در جدول فراوانی دسته‌ای که فراوانی آن از همه بیشتر است را پیدا می‌کنیم. مرکز دسته (نشان دسته) مدی باشد.

علاقمندان

تست ۱۷: اختلاف مدارهای یکبارگی را می‌توانید. $\frac{20}{1} \quad \frac{18}{2} \quad \frac{14}{2} \quad \frac{14}{3} \quad \frac{12}{2}$ داده $\frac{20}{1}$ فردانی

۱۴ (د)

۱۲ (ع)

۱۷ (ب)

الف ۱۴

تست ۱۸: میانگین، میان، مد برای داده‌های دو برابر کدام است؟

ب ۱-۲-۲۱۷۴۴-۵

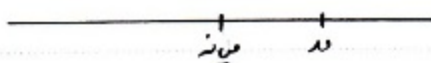
الف ۱-۲۱۵-۲۱۷۴۴

x_i	۵	۴	۳	۲	۱
f_i	۴	۴	۵	۷	۸

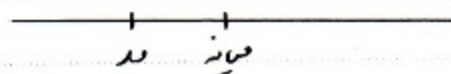
د ۱-۲۱۵-۲۰-۵

ع ۱-۲۱۵-۲۰

چند نکته‌ی سطح بالا



① اگر میان، کوکله‌ها در دو باشد یعنی تعداد بیشتری از داده‌ها از مد کوکله‌ها هستند



② اگر میان از مد بزرگ تر باشد یعنی تعداد بیشتری از داده‌ها از مد بزرگ تر هستند

③ در منحنی‌های توزیع نرمال، میان، میان و مد با هم برابرند

تست ۱۹: با قرار گرفتن کدام عدد بین ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، میان، میان، مد برابر می‌شود.

۳ (د)

۴ (ع)

۵ (ب)

الف ۶

تست ۲۰: با توجه به زرات ۱۵، ۱۴، ۱۱، ۱۷، ۷، ۱۸، ۷. بین کدام دو شخص بیشترین اختلاف است؟

الف) میان و مد ب) میان و مد ج) عدد دافندی و غیرت د) میان و دافندی و غیرت

ع. احمدی

فضل ختم است / محض های / پر اندکی

مجاوزه از دانه ی تغییرات (Range)، واریانس (Variance)، انحراف از دانه،
(standard deviation)انحراف دانه ی تغییرات: اختلاف بین بزرگ ترین داده و کوچک ترین داده
 $R = x_{Max} - x_{Min}$

① اگر تمام اعداد داده ها با عددی ثابت جمع یا تفریق کنیم دانه ی تغییرات تغییری نمی کند.

② در عددی ثابت ضرب یا تقسیم کنیم دانه ی تغییرات ده ها برابر ضرب یا تقسیم می شود.

③ اختلاف بین چارک اول و سوم دانه ی میان چارکی می گویند
مثلاً: ۱، دانه ی میان چارکی داده های ۱۰ و ۲۰ کدام است
الف ۵ ب ۴ ج ۷ د ۸
 $IQR = Q_3 - Q_1$

۱۰، ۹، ۷، ۱۱، ۲۱، ۱۴، ۱۲، ۵

تست ۲: دانه ی تغییرات داده های ۱، ۴، ۲۰، ۳، ۱۰ برابر ضربه است حاصل $a+b+c$ ؟
الف ۱۴ ب ۱۳ ج ۱۰ د ۸

ب) واریانس: واریانس برابر میانگین مجذور انحرافات از میانگین است. آن را (اسکی ۱۲) نشان می دهند

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad \text{یا} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

اگر فرادانی داده ها $x_1, x_2, \dots, x_n$ به ترتیب $f_1, f_2, \dots, f_n$ باشد واریانس برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{N} \quad N = \sum_{i=1}^n f_i$$

ع. احمدی

تست ۴: با هموم بودن $\bar{x} = 5$ و $\sum x_i^2 = 1200$ و واریانس ۴۵، محاسبه کنید که کدام است؟

الف) ۸۰

ب) ۲۰

ج) ۲۰۱

د) ۱۰۰

تست ۷: در ۱۲ داده آماری با میانگین ۲ و واریانس ۱، مجموع مجزوات داده ها کدام است؟

الف) ۴۸

ب) ۵۰

ج) ۱۷۲

د) ۴۰

ج. انحراف معیار: جذر مثبت واریانس را انحراف معیار می گویند و با σ نمایش می دهند.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{یا} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

نکات:

① اگر همی اعداد با عدد ثابتی جمع شوند انحراف معیار تغییری نمی کند
 ② اگر تمام داده ها را در عدد ثابتی مانند k ضرب یا تقسیم کنیم انحراف معیار آنها در $|k|$ ضرب یا تقسیم می شود

$$\sigma(kx) = |k| \sigma(x) \quad , \quad \sigma\left(\frac{x}{k}\right) = \frac{1}{|k|} \sigma(x)$$

③ اگر داشته باشیم $y = ax + b$ انحراف $\sigma(y) = |a| \sigma(x)$

④ انحراف معیار هم جنس داده های اولیه است و با آنها هم واحد است.

⑤ اگر داده ها شکل دایره ای حبابی دهند انحراف معیار $\sigma = d \sqrt{\frac{n^2 - 1}{12}}$ (d: دایره دایره)

⑥ اگر تمام داده ها هم برابر باشند انحراف معیار صفر است.

تست ۸: انحراف از میانگین ۴ داده آماری $(-6, -2, -2, 1, 2, 5)$ است انحراف معیار آن چقدر است؟

الف) ۳

ب) $\frac{4}{3}$

ج) ۱۲۰

د) $\frac{44}{9}$

ع.احمدی

تست ۹: تمام داده‌های دارای با ۲- جمع و حاصل ۱- برابر شده است که انحراف معیار داده‌های جدید با ۵۰ انحراف معیار داده‌های اولیه کدام رابطه را دارد.

الف) ۵-۵۰ ب) ۲-۵۰ ج) $5\sqrt{2}$ -۵۰ د) ۵-۵

تست ۱۰: کدام شاخص‌های دارای (۸، ۹، ۵، ۷، ۱۱) به هم برابر هستند
الف) میانگین و واریانس ب) دامنه تغییرات و میانگین ج) میانگین و انحراف معیار د) واریانس و دامنه تغییرات

تست ۱۱: انحراف معیار ۸، ۲، ۵، ۳، ۲ برابر ۲۲۸ است انحراف معیار اندازه‌های ۱۲، ۱۸، ۲۰، ۱۳، ۸ کدام است

الف) ۹۱۲ ب) ۴۱۵۶ ج) ۱۵۷ د) ۱۱۴

ضریب تغییرات C.V

$$C.V = \frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}} = \frac{s_x}{\bar{x}}$$

برای میانه‌ی آن داریم

نکات

- ① ضریب تغییرات نشان‌دهنده پراکندگی بدون واحد است.
- ② ضریب تغییرات فقط برای داده‌های مثبت تعریف می‌شود.
- ③ ضریب عدم دقت مثبت تغییراتی در ضریب تغییرات ایجاد نمی‌کند.
- ④ ضریب تغییرات در واقع میزان پراکندگی داده‌ها را از میانه واحد می‌سنجیم.
- ⑤ اگر همی داده‌ها را با همی جمع کنیم، ضریب تغییرات کوچک‌تر می‌شود.

عاجل حاصل

نکات: ① هر چه داریانس به صورت نریک تر باشد پراکندگی بین داده ها کمتر است.

② جمع یا تفریق همه داده ها با عددی خاص تأثیری روی داریانس ندارد $\sigma^2(x+a) = \sigma^2$ ③ ضرب یا تقسیم K دهی اعداد، باعث می شود در K^2 ضرب یا تقسیم شود.

$$\sigma^2(Kx) = K^2 \sigma_x^2, \quad \sigma^2\left(\frac{x}{K}\right) = \frac{\sigma_x^2}{K^2}$$

④ دله داریانس مجذور واحد تغییر است.

تست ۳: در داده ها آثاری دسته بندی شده ی زیر مقدار داریانس کدام است.

در دسته	۱	۳	۵	۷	۹
فرادانی	۳	۶	۴	۲	۱

الف) ۵

ب) ۴

ج) ۱۵

د) ۵۱۵

تست ۴: اگر داریانس قیمت ها در سال گذشته ... ریال بوده و سال ۱۰٪ به قیمت ها افزوده شود داریانس قیمت ها کدام است.

الف) ۱۰۰

ب) ۱۲۱

ج) ۱۰۰۰

د) ۱۲۱۰

تست ۵: در داده آثاری تفاضل فیلیین از داده ها به صورت ۱، ۴، ۰، -۲، -۳، است، داریانس؟

الف) ۲

ب) ۳

ج) ۴

د) ۶

⑤ اگر مجموع مجذورات $\sum (x_i)^2$ و فیلیین آنها $\bar{x}$ معلوم باشد اگر فرادانی هم موجود باشد

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

تست ۵: مجموع مجذورات ۱۱ داده آثاری ۲۲۰۰ و فیلیین آنها ۱۴ است، داریانس کدام است؟

الف) ۲

ب) ۳

ج) ۴

د) ۵

ع.ا.حمد

تست ۱۲. در یک نموداری آماري تعداد داده‌ها ۱۰ و مجموع درجات تناسلي داده‌ها از میان این ۱۲ است.
اگر ضریب تغییرات داده‌ها ۴ درصد باشد، میان این ۱۲ کدام است؟

الف) ۱۸ ب) ۲۴ ج) ۳۰ د) ۳۲

تست ۱۳. ضریب تغییرات داده‌های ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴ کدام گزینه است؟

الف) $\frac{15}{11}$ ب) $\frac{11}{5}$ ج) $\frac{5}{11}$ د) $\frac{11}{5}$

تست ۱۴. در یک نموداری آماري مجموع ۱۰ داده برابر ۵۰ و ضریب تغییرات آن $\frac{1}{5}$ است. مجموع درجات این داده کدام است؟

الف) ۲۴۹ ب) ۲۵۲ ج) ۲۵۷ د) ۲۶۰

تست ۱۵. در یک جابجایی آماري میان ۱۵۰ داده این ۱۵۰ است. از هر داده ۱۰۰ واحد کم کردیم.
ضریب تغییرات چقدر خواهد شد.

الف) ۰.۴۵ ب) ۰.۹ ج) ۰.۱۴ د) ۰.۲۷