



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...و

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضیات (۱)

(حساب کامل)

موضوعات

❖ عملیه‌های اعداد کامل

❖ تجزیه اعداد طبیعی

❖ کسرها

❖ کسرها عشر

❖ نسبت و تناسب

❖ فیصد

❖ سیستم شمارش اعداد

❖ ست‌ها و اعداد

متناسب با نصاب تعلیمی جدید و کانکور سراسری

سال: ۱۳۹۷ هـ ش

تألیف: استاد رمضان "حیدری"

تحت نظر: استاد انجنیر بختیاری "بختیار"

سرمری فزیک

ویژگی‌ها:

جامع و مفهومی ✓

مسلسل و منطقی ✓

دانلود از سایت ریاضی سرا

هیدری، رمضان. ۱۳۹۷
 ریاضیات ۱ (مساب کامل)، مولف: رمضان هیدری، کابل: انتشارات تمدن شرق
 چاپ اول: تابستان ۱۳۹۷

مشفحات کتاب

نام کتاب:	ریاضیات ۱ (مساب کامل)
تألیف:	استاد رمضان "هیدری"
نظارت بر تألیف:	استاد انجنیر بقتیاری "بقتیار" سرمربی فزیک
ناشر:	انتشارات تمدن شرق
ویراستار:	مولف
سال چاپ:	۱۳۹۷
نوبت چاپ:	چاپ اول
قیمت:	۱۰۰، افغانی
تیراژ:	۱۰۰۰ جلد
ارتباط با مولف:	۰۷۸۶۸۶۶۰۱۱

Email: Ramazan.Haidari786@yahoo.com

همه حقوق چاپ و نشر به مولف و ناشر محفوظ است.

انتشارات تمدن شرق

نشانی: کابل، بین چهارراهی دهبوری و چوک کوته سنگی.

شماره تماس: ۰۷۷۳۲۹۴۰۰۱ / ۰۷۰۸۲۱۵۱۱۳



تقدیم:

این اثر را به پیشگاه ارمغان آور مهر و رحمت برای جهانیان
حضرت خاتم پیامبران که گفت: «من معلم برگزیده شده‌ام تا
مکارم اخلاق را تمام کنم». تقدیم می‌کنم.

پیشگفتار

در جهان متمدن امروز که علم و تکنالوژی ابزار مهم برای رشد و انکشاف جوامع بشری محسوب می‌شود، در صورت این دو عامل ارزش و جایگاه اساسی خود را می‌یابد، که علم و تکنالوژی در خدمت ارزش‌های والای انسانی، تکامل و رساندن بشر به آرامش و آسایش قرار گیرد. ما علم و تکنالوژی را بدون باورهای دینی و احساس ملی کافی ندانسته و معرفت دینی مبتنی بر معارف اسلامی، تعقل و درک صحیح از حقایق را نسبت به علوم تجربی و تجربه‌گرایی ضروری‌تر و مهم دانسته و هدف ما ارائه خدمات علمی و اکادمیک مبتنی بر احساس دینی و ملی است. و از برادر دانشمند و محقق محترم استاد رمضان "حیدری" که سیستم را تحت نام (آموزش علوم ریاضیات) در شهر غزنی یعنی مرکز تمدن اسلامی بنیان‌گذاری نموده، تلاش و خدمات علمی ایشان در بخش علوم ساینسی و خصوصاً تهیه و تدوین (ریاضیات ۱)، یک گام مثبت در راستای ترقی سطح علمی هم‌وطنان و دانش‌آموزان عزیز، می‌باشد.

استاد انجنیر بختیاری "بختیار"

سرمربی فزیک

۱ عملیه‌های اعداد کامل

۱۲	ریاضیات
۱۳	طبقه اعداد
۱۴	عملیه‌های اساسی چهارگانه حساب
۱۴	عملیه جمع
۱۶	عملیه تفریق
۱۷	عملیه ضرب
۱۹	عملیه تقسیم
۲۲	قابلیت تقسیم اعداد
	افزاده‌های عددی

۲ تجزیه اعداد طبیعی

۲۷	تجزیه
۲۸	قاسم‌های یک عدد
۲۸	دریافت بزرگترین قاسم مشترک توسط تجزیه
۲۹	دریافت بزرگترین قاسم مشترک توسط تجزیه همگانی
۲۹	مضرب‌های یک عدد
۳۰	دریافت کوچکترین مضرب مشترک توسط تجزیه
۳۱	دریافت کوچکترین مضرب مشترک توسط تجزیه همگانی
۳۲	عملیه تقسیم، روش اقلیدس

۳	کسر عام	۳۵
کسر		۳۵
کسر عام		۳۹
عملیه‌های اساسی بالای کسر عام		۴۱
کسر مرکب		۴۲
کسر الکسر		
۴	کسر اعشار	۴۵
کسر اعشار		۴۵
انواع کسر اعشار		۴۵
تبدیل کسر عام به کسر اعشار		۴۵
تبدیل کسر اعشار به کسر عام		۴۶
عملیه‌های اساسی کسر اعشار		۴۹
عملیه تقریب سازی		۵۰
ارائه علمی اعداد		
۵	نسبت و تناسب	۵۲
نسبت		۵۳
تقسیم یک کمیت به نسبت معین		۵۳
تناسب		۵۳
فواصل تناسب		۵۴
انواع تناسب		۵۷
اوسط حسابی		۵۷
اوسط هندسی		

۶	فهرست	۵۹
	تفقیف	۵۹
	اعدیت	۶۰
	مسائل کار	۶۱
	تبدیل نسبت به فهرست	۶۲
	ربح	۶۲
	مشارکت	۶۵
۷	سیستم شمارش اعداد	
	سیستم اعداد به قاعده ۱۰	۶۸
	سیستم اعداد به قاعده ۲	۶۹
	سیستم اعداد به قاعده ۵	۶۹
	تبدیل قاعده سیستم شمارش اعداد	۶۹
۸	ست ها	
	ست	۷۴
	فواص ست ها	۷۶
	ست های اعداد	۷۸
	ضمایم	۸۰
	سوالات	۸۱
	منابع مؤلف	۱۰۶
	کلید جوابات	۱۰۷

مقدمه

بنام خداوند مهر آفرین، آفرنده سپهر برین. درود بی‌پایان بر پیامبر رحمت، ارمغان آور مهر و سعادت برای جهانیان و درود بر اهل بیت او که مرکز ثقل فضیلت و معیار حق و حقیقت‌اند.

اما بعد: روح حقیقت‌جویی و میل به کمال اساسی‌ترین انگیزه بشر در طول تاریخ برای جستجوی علمی او بوده است. بر این اساس هر انسانی با کنجکاوی ذاتی‌اش به دنبال کشف اسرار هستی بوده است. هر چند که جستجوهای علمی و کشفیات بشر، منجر به تسلط او بر طبیعت و در نتیجه رفاه زندگی نیز شده است. اما باید گفت: انگیزه بشر در رفتن بسوی دانش و حقیقت، فراتر از اهداف مادی است. و حقیقت‌جویی نیاز عالی روح انسانی است.

جستجوهای از حقیقت همواره بر ابزارهای که خداوند^(ج) در اختیار بشر قرار داده است، صورت می‌گیرد. این ابزارها را می‌توان در چهار دسته زیر خلاصه کرد.

- ابزار حسی
- ابزار عقل
- ابزار دل
- استفاد از منبع وحی

هر چهار مورد فوق ابزار رسیدن به حقایق است، اما کلی‌ترین و جامع‌ترین روش برای رسیدن به حقیقت تعالیم وحی و دستورات پیامبران و معصومین^(ع) خصوصاً دستورات پیامبر اسلام^(ص) می‌باشد.

و در مسائل علمی و تجربی و برای شناخت جزئیات هستی و روابط دقیق پدیده‌های عالم از ابزار حس و روش دانش‌تجربی استفاده می‌کنیم و

دانش تجربی بدون دانستن ریاضیات که به حیث زبان قوانین علوم تجربی استفاده می‌شود، کاری است که به نتیجه مطلوب نخواهد رسید و خصوصاً در علوم طبیعی رشته‌های میخانیک، احتمالات و استروئومی که علوم ریاضی و فزیک نامیده شده، که حد اوسط میان ریاضیات و فزیک است و برای تقویه اصول ریاضیات دانش‌آموزان، ریاضیات بسا ارزنده و نهایت مهم تلقی می‌شود. لذا تصمیم بر آن شد که ممد درسی ریاضیات تحت نام (آموزش علوم ریاضیات) که روابط بین عناوین و موضوعات آن مسلسل و منطقی باشد. تهیه نمایم تا در فهم مسائل علوم تجربی دانش‌آموزان به مشکل مواجه نشوند.

کتاب (ریاضیات ۱) را که به رهنمایی محترم استاد انجنیر بختیاری "بختیار" تهیه نموده‌ام. امید است که باعث رضایت پروردگار مهربان، و مورد استفاده هم‌وطنان و دانش‌آموزان عزیز قرار گیرد. و ادعا نمی‌شود که کتاب تهیه شده خالی از نواقص می‌باشد، و از پیشنهادات سالم دانش‌دوستان، استقبال می‌شود.

رمضان "حیدری"

Email: Ramazan.Haidari786@yahoo.com

عملیه‌های اعداد کامل



www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

فصل اول

عملیه‌های اعداد کامل

آشنایی: این فصل شامل خواص، روش عملیه‌های چهارگانه اساسی حساب و قابلیت تقسیم اعداد می‌باشد. که به تفصیل هر یک را شرح و به حل مثال‌های آن می‌پردازیم.

ریاضیات: دانشی است عقلانی (علوم عقلی) که به تعیین بعضی از مقادیر بوسیله مقادیر دیگر، نظر به روابط دقیقی که بین آن‌ها موجود است، می‌پردازد. به عبارت دیگر (ریاضیات علوم کمیت، مقادیر و اندازه گیری غیرمستقیم مقادیر می‌باشد) و اهمیت ریاضیات در این است که تقریباً همه علوم به صورت کم و زیاد به این علم بستگی دارد. بنابراین ریاضیات را زبان قوانین طبیعت یاد کرده می‌توانیم.

تقسیمات علم ریاضی

ریاضیات را نظر به کمیت می‌توان به دو بخش تقسیم نمود.

الف: کمیت منفصل (حساب، جبر، ترادف، تفاضلات محدود، سلسله‌ها و معادلات تفاضلی).

ب: کمیت متصل (هندسه، مثلثات، تابع، مشتقات، انتگرال‌ها و معادلات دیفرانسیل)

حساب: یک بخش از ریاضیات بوده که معنی آن شمارش است. اما معنی اصطلاحی علم حساب، علم اعداد است و از کمیت منفصل (عدد) بحث می‌کند و توسط عدد نشان می‌دهد و می‌توان حساب را علم اعداد یاد کرد.

کمیت: چیزی است که قابل افزایش و یا کاهش باشد. به عبارت دیگر چیزی که قابلیت پیمایش را داشته باشد، کمیت گفته می‌شود. مثلاً: یک عدد را کمیت می‌نامیم، زیرا قابلیت افزایش و کاهش را دارد.

عدد: نتیجه پیمایش کمیت است، که به سمبول‌ها نشان داده می‌شود. و این سمبول‌ها را بنام عدد یاد می‌کنند. که هر یک عبارت‌اند از:

اعداد شرقی: ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ...

اعداد رومی: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, ...

اعداد غربی: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...

طبقه اعداد

طبقه (احاد)			طبقه (هزار)			طبقه (میلیون)			طبقه (میلیارد)		
۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳

عدد از طرف راست به طبقات جدا می‌شوند، طوری که هر طبقه دارای سه مرتبه (یک‌ها، ده‌ها و صدها) می‌باشد. و از طرف چپ خوانده می‌شود اول عدد طبقه خوانده می‌شود، و بعد نام طبقه ذکر می‌گردد. اگر کدام طبقه یا مرتبه صفر باشد نامش ذکر نمی‌گردد.

اعداد شامل طبقات و هر طبقه دارای سه مرتبه (یک‌ها، ده‌ها و صدها) می‌باشد. و این طبقات شامل (احاد، هزار، میلیون و میلیارد) می‌باشد. که در جدول فوق نیز ذکر گردیده است، معمول است و طبقات دیگر نیز وجود دارد، مانند (تریلیون، کوادریلیون، کووینتیلیون...) که به صورت وسیع استفاده نمی‌شوند.

مثال‌ها: اعداد ذیل را بخوانید.

- ۱) $۳۴۶'۲۵۳۰$ سه صد و چهل و شش هزار و دو صد و پنجاه و سه.
 ۲) $۸۰'۱۳۰'۰۲۴$ هشتاد میلیون و یکصد و سی هزار و بیست و چهار.
 هفتاد و دو میلیارد و هفت صد و بیست میلیون و هفت صد و سی هزار و هفت صد و چهل.
 ۳) $۷۲'۷۲۰'۷۳۰'۷۴۰$

عملیه‌های اساسی چهارگانه

عملیه‌های (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم) را عملیه‌های چهارگانه اساسی می‌نامند.

عملیه جمع: عبارت از یکجا کردن چندین کمیت هم‌جنس و هم واحد است. کمیات که باهم جمع می‌شوند، بنام اجزای جمع، و کمیت که از یکجا کردن اجزای جمع حاصل می‌شود، بنام حاصل جمع یاد می‌شود.

مثال: $۷ \text{ کتاب} = ۳ \text{ کتاب} + ۴ \text{ کتاب}$

جهت جمع کردن اعداد چند رقمی اعداد را طوری به ترتیب سطرها و ستون‌ها نوشته می‌کنیم که هر طبقه زیر طبقه هم‌جنس هر مرتبه زیر مرتبه هم‌جنس ترتیب شوند. بعداً از طبقه احاد و مرتبه یک‌ها، اعداد را باهم جمع نموده، در صورتی که بیش‌تر از عدد (۹) گردد عدد یک‌های آنرا تحت عملیه جمع نوشته و عدد دومی را تحت نام حاصل به مرتبه بعدی جمع می‌کنیم. و این عملیه را الی ختم مرتبه‌ها انجام می‌دهیم.

مثال‌ها: اعداد ذیل را به روش سطری و ستونی جمع نمایید.

$$۱) \quad ۳۲۴ \quad ۳۷۲ \quad ۳۲$$

$$۳۲۴ + ۳۷۲ + ۳۲ = ۷۲۸$$

به شکل سطری:

به شکل ستونی:

$$\begin{array}{r}
 ۳۲۴ \\
 ۳۷۲ \\
 + ۳۲ \\
 \hline
 ۷۲۸ \\
 ۲) \quad ۳۴۲۱۴ + ۳۲۱۴ + ۳۳۸
 \end{array}$$

$$۳۴۲۱۴ + ۳۲۱۴ + ۳۳۸ = ۳۷۷۶۶$$

به شکل سطری:

به شکل ستونی:

$$\begin{array}{r}
 ۳۴۲۱۴ \\
 ۳۲۱۴ \\
 + ۳۳۸ \\
 \hline
 ۳۷۷۶۶
 \end{array}$$

خواص عملیه جمع: در عملیه جمع می‌توان خاصیت (تبدیلی، اتحادی و عنصر عینیت) را تعریف نمود.

خاصیت اتحادی: خاصیت اتحادی چنین بیان می‌دارد که هرگاه سه عدد در حالت جمع داشته باشیم، می‌توان دو عدد را جمع، بعداً با سومی جمع کنیم.

$$(a+b)+c=a+(b+c) \quad \text{یعنی:}$$

$$(۲+۳)+۴=۲+(۳+۴)$$

$$۵+۴=۲+۷$$

مثال:

$$۹=۹$$

خاصیت تبدیلی: هرگاه دو عدد در حالت جمع وجود داشته باشد، مکان‌های

آن را تبدیل نمائیم، در حاصل جمع تغییر وارد نمی‌شود. یعنی:

$$(a+b)=(b+a)$$

$$(۳۲۴ + ۴۶۲) = (۴۶۲ + ۳۲۴)$$

$$۷۸۶ = ۷۸۶$$

مثال:

عنصر عینیت: در عملیه جمع عدد صفر (۰) می‌باشد. چون (صفر) با هر عدد

جمع شود نتیجه باز هم همان عدد است. یعنی:

$$a + 0 = a$$

مثال‌ها: $۱۱۱ + 0 = ۱۱۱$, $۱۳۷۵ + 0 = ۱۳۷۵$, $۳۸۷۰ + 0 = ۳۸۷۰$

میزان عملیه جمع: جهت درست بودن عملیه جمع، حاصل جمع را تفریق یکی از اجزای جمع نموده، اگر جواب جز بعدی باشد عملیه درست است.

مثال‌ها: اعداد ذیل را جمع و امتحان نمایید.

۱) $۳۲۴ + ۷۳۲$

$$۳۲۴ + ۷۳۲ = ۱۰۵۶ \Rightarrow ۱۰۵۶ - ۳۲۴ = ۷۳۲$$

۲) $۱۳۲ + ۷۸۶$

$$۱۳۲ + ۷۸۶ = ۹۱۸ \Rightarrow ۹۱۸ - ۱۳۲ = ۷۸۶$$

عملیه تفریق: روش دریافت تفاضل دو کمیت هم‌جنس و هم واحد را بنام عملیه تفریق یاد می‌کنند. کمیت بزرگ را مفروق‌منه، کمیت کوچک را مفروق می‌نامند. عددی که از کم کردن کمیت کوچک از کمیت بزرگ به‌دست می‌آید بنام حاصل عملیه تفریق یاد می‌کنند. شرط عملیه تفریق این است که مفروق از مفروق‌منه بزرگ نگردد.

جهت اجرای عملیه تفریق اعداد چند رقمی، اعداد را طوری به ترتیب سطرها و ستون قرار می‌دهیم که هر طبقه زیر طبقه هم‌جنس ترتیب شوند. بعداً از طبقه احاد و مرتبه یک‌ها مفروق را از مفروق‌منه کم نموده، در صورتی که یک مرتبه مفروق از مفروق‌منه بزرگ باشد، از مرتبه بعدی قرض نموده و این عملیه را الی ختم مرتبه‌ها انجام می‌دهیم.

عنصر عینیت: در عملیه تفریق عدد صفر (۰) است.

مثال‌ها: اعداد ذیل را تفریق نمایید.

$$۱) ۸۵۴ - ۳۲۵$$

$$۲) ۱۸۵۹ - ۱۰۷۳$$

$$\begin{array}{r} ۸۵۴ \\ -۳۲۵ \\ \hline ۵۲۹ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ۱۸۵۹ \\ -۱۰۷۳ \\ \hline ۷۸۶ \end{array}$$

(۳) مروه ۸۰۰ افغانی دارد، وی ۲۱۰ افغانی را به مصرف می‌رساند، پول او را بعد از مصرف حساب کنید.

$$۸۰۰ - ۲۱۰ = ۵۹۰$$

میزان عملیه تفریق: جهت درست بودن عملیه تفریق، مفروق را با حاصل تفریق جمع نموده، اگر مفروق منه حاصل گردد عملیه درست است.

مثال: اعداد ذیل را تفریق و امتحان نمایید.

$$۱) \quad ۱۳۳۱ - ۱۷۲ \quad ۱۳۳۱ - ۱۷۲ = ۱۱۵۹ \Rightarrow ۱۱۵۹ + ۱۷۲ = ۱۳۳۱$$

ضرب: کوتاه‌ترین طریقه جمع اعداد یکسان را بنام ضرب یاد می‌کنند. مثال:

$$۳ + ۳ + ۳ + ۳ = ۴ \times ۳ = ۱۲$$

اعدادی که باهم ضرب می‌شوند بنام عوامل ضربی و عددی که از ضرب نمودن دو عدد به دست می‌آید، بنام حاصل ضرب یاد می‌کنند.

جهت اجرای عملیه ضرب مانند عملیه جمع اعداد را ترتیب نموده، طوری که مرتبه یک‌ها را به تمام عامل بعدی ضرب نموده در پایین نوشته و این عملیه را به تمام مرتبه‌ها انجام داده، طوری که هر مرتبه را زیر همان مرتبه نوشته می‌کنیم.

مثال‌ها: اعداد ذیل را ضرب نمایید.

۱) ۷۳۲×۶۲۴

$$\begin{array}{r}
 ۷۳۲ \\
 \times ۶۲۴ \\
 \hline
 ۲۹۲۸ \\
 ۱۴۶۴ \\
 ۴۳۹۲ \\
 \hline
 ۴۵۶۷۶۸
 \end{array}$$

۲) ۳۲×۲۳

$$\begin{array}{r}
 ۳۲ \\
 \times ۲۳ \\
 \hline
 ۹۶ \\
 ۶۴ \\
 \hline
 ۷۳۶
 \end{array}$$

خواص عملیه ضرب: در عملیه ضرب می‌توان خاصیت (تبدیلی، اتحادی و توزیعی) را تعریف نمود.

خاصیت تبدیلی: هرگاه دو عدد در حالت ضرب داشته باشیم، مکان‌های آن‌را تبدیل نمائیم، در حاصل ضرب تغییرات وارد نمی‌شود. یعنی: $(a \times b) = (b \times a)$
مثال: $(۴ \times ۳۲۳) = (۳۲۳ \times ۴) = ۱۲۹۲$

خاصیت اتحادی: خاصیت اتحادی چنین بیان می‌دارد که هرگاه سه عدد در حالت ضرب داشته باشیم، می‌توان دو عدد را ضرب، بعداً با سومی ضرب کنیم.
یعنی: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
مثال:

$$\begin{aligned}
 (۳ \times ۴) \times ۲ &= ۳ \times (۴ \times ۲) \\
 ۱۲ \times ۲ &= ۳ \times ۸ \\
 ۲۴ &= ۲۴
 \end{aligned}$$

خاصیت توزیعی: هرگاه یک عدد با چند عدد دیگر در حالت ضرب باشد و اعداد دیگر بین‌هم در حالت جمع باشند، می‌توان به حالات ذیل ساده ساخت.
یعنی: $a \times (c \pm b) = ab \pm ac$

$$2 \times (3 + 2) = 2 \times 3 + 2 \times 2$$

$$2 \times 5 = 6 + 4$$

$$10 = 10$$

مثال ۲:

$$3 \times (2 - 1) = 3 \times 2 - 3 \times 1$$

$$3 \times 1 = 6 - 3$$

$$3 = 3$$

مثال ۱:

عنصر واحد: در عملیه ضرب عدد (۱) است و صفر خلاف عنصر عینیت است.

(هر عدد ضرب صفر مساوی به صفر است) یعنی: $a \cdot 0 = 0$, $a \cdot 1 = a$

میزان عملیه ضرب: جهت درست بودن عملیه ضرب، حاصل ضرب را تقسیم یکی از عوامل ضربی نموده، اگر جواب عامل بعدی باشد عملیه درست است.

مثال‌ها: اعداد ذیل را ضرب و امتحان نمایید.

۱) 321×3

$$321 \times 3 = 963 \Rightarrow 963 \div 321 = 3$$

۲) 372×4

$$372 \times 4 = 1488 \Rightarrow 1488 \div 372 = 4$$

نوت: برای ضرب نمودن اعداد کامل در مضرب‌های مناسب عدد (۱۰) صرف صفرهای آن را به عدد دیگر علاوه می‌کنیم.

علامه‌ها در ضرب: برای نمایش ضرب اعداد از علائم ذیل استفاده می‌شود.

$$202 = 4 \quad 2 \times 2 = 4 \quad (2)(2) = 4$$

عملیه تقسیم: قسمت نمودن یک کمیت را به چندین حصه مساوی بنام عملیه تقسیم یاد می‌کنند. طوری که کمیت بزرگ را مقسوم، کمیت کوچک را مقسوم‌علیه، عددی که از تقسیم مقسوم بر مقسوم‌علیه به‌دست می‌آید بنام خارج قسمت و آن قسمت از مقسوم که بر مقسوم‌علیه پوره قابل تقسیم نباشد بنام باقی‌مانده یاد می‌کنند.

مثال ۱: ۲۰۰ کتاب را به ۲۰ الماری تقسیم نمایید. $200 \div 20 = 10$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 7} \\ \underline{4} \\ 28 \\ \underline{2} \end{array}$$

مثال ۲: ۳۰ کتاب را بر ۷ نفر تقسیم نمایید.

طوری که بر هر نفر ۴ کتاب می‌رسد، و ۲ کتاب باقی می‌ماند.
علامه‌ها در تقسیم: برای نمایش تقسیم اعداد از علائم ذیل استفاده می‌شود.

$$12 \div 4 = 3 \quad 12 : 4 = 3 \quad \frac{12}{4} = 3 \quad \begin{array}{r} 12 \overline{) 4} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 4 \overline{) 12} \end{array}$$

برای انجام عملیه تقسیم نکاتی ذیل را در نظر می‌گیریم:

- ❖ به تعداد مقسوم‌علیه از طرف چپ مقسوم، اعداد را جدا نموده اگر مقسوم (اعداد جدا شده) از مقسوم‌علیه کوچک بود یک مرتبه بیش‌تر از مقسوم به اعداد جدا شده علاوه می‌کنیم.
- ❖ اعداد جدا شده را تقسیم مقسوم‌علیه نموده، حاصل را ضرب مقسوم‌علیه می‌کنیم و در پایین اعداد جدا شده مقسوم می‌نویسیم.
- ❖ اعداد پایین را از اعداد جدا شده مقسوم تفریق می‌نماییم.
- ❖ می‌دانیم که حاصل تفریق نسبت به مقسوم‌علیه کوچک می‌باشد، بناً یک عدد دیگر پایین می‌نماییم. اگر این اعداد مقسوم نسبت به مقسوم‌علیه کوچک بود قبل از این که عدد دیگر پایین نماییم صفر در حاصل تقسیم علاوه می‌نماییم.
- ❖ همه موارد فوق را تکرار می‌نماییم، تا این که عددی در مقسوم باقی نماند و عددی که بالای مقسوم‌علیه قابل تقسیم نیست بنام باقی مانده یاد می‌کنند.

نوت: هرگاه باقی‌مانده از حاصل تفریق مقسوم به‌دست نیاید به تعداد آن‌ها در خارج قسمت صفرها می‌گذاریم. مانند مثال سوم.

مثال ۱: عدد ۳۲۴ را به عدد ۳ تقسیم نمایید.

مثال ۲: عدد ۶۰۱۲۰ را به عدد ۳۰ تقسیم نمایید.

مثال ۳: عدد ۳۱۲۲۷۲ را بر عدد ۳۱۲ تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r}
 324 \overline{) 3} \\
 \underline{108} \\
 24 \\
 \underline{-24} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 60120 \overline{) 30} \\
 \underline{2004} \\
 120 \\
 \underline{-120} \\
 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 312272 \overline{) 312} \\
 \underline{1000} \\
 212 \\
 \underline{-212} \\
 0
 \end{array}$$

مثال ۴: عدد ۳۲۳۱۹۱ را بر عدد ۲۳۱ تقسیم نمایید.

$$\begin{array}{r}
 323191 \overline{) 231} \\
 \underline{1399} \\
 921 \\
 \underline{-693} \\
 2289 \\
 \underline{-2079} \\
 2101 \\
 \underline{-2079} \\
 22
 \end{array}$$

خواص عملیه تقسیم: هنگامی که مقسوم و یا مقسوم‌علیه صفر باشد. حالات ذیل را بخاطر داشته باشید.

- (a) وقتی که مقسوم صفر باشد، حاصل تقسیم صفر است.
 (b) وقتی که مقسوم‌علیه صفر باشد، حاصل تقسیم نامعین است، که به سمبول (∞) نشان می‌دهند.
 (c) وقتی که مقسوم و مقسوم‌علیه هر دو صفر باشند، حاصل تقسیم مبهم است.

(d) عنصر عینیت در عملیه تقسیم عدد (۱) است.
میزان عملیه تقسیم: برای این که درست بودن عملیه تقسیم را بدانیم، حاصل تقسیم را ضرب مقسوم‌علیه و جمع باقی‌مانده می‌نماییم، اگر مساوی به مقسوم گردد عملیه درست است.

مثال ۱: عدد ۳۲۴ را بر عدد ۳ تقسیم و امتحان نمایید.

$$۳۲۴ \div ۳ = ۱۰۸ \Rightarrow ۳ \times ۱۰۸ = ۳۲۴$$

مثال ۲: عدد ۳۲۱ را بر عدد ۲ تقسیم و امتحان نمایید.

$$\begin{array}{r} ۳۲۱ \quad | \quad ۲ \\ \underline{۱۶۰} \\ -۲ \\ \hline ۱۲ \\ \underline{-۱۲} \\ \hline ۱ \end{array} \quad \Rightarrow \quad ۲ \times ۱۶۰ + ۱ = ۳۲۱ \quad \text{امتحان عملیه}$$

قابلیت تقسیم اعداد: هنگامی که یک عدد طبیعی بر عدد دیگر پوره تقسیم گردد و باقی‌مانده صفر شود. برای این مفهوم یک سلسله روش‌ها موجود است، که بنام قابلیت تقسیم اعداد یاد می‌کنند.

قابلیت تقسیم بر ۲: عددی که رقم اول آن صفر یا جفت باشد، آن عدد بر ۲ پوره قابل تقسیم است. مانند: ۳۲۴, ۳۰۰۰, ۲۱۰, ۳۱۶, ...

قابلیت تقسیم بر ۳: عددی که مجموع ارقام شان بالای ۳ پوره تقسیم شود، آن عدد بر ۳ پوره قابل تقسیم است. مانند: ۲۳۵۸, ۱۳۵۶, ۲۳۳۶, ...

قابلیت تقسیم بر ۴: عددی که دو رقم اول آن صفرها و یا عددی باشد که بر ۴ پوره تقسیم شود. آن عدد بر ۴ پوره قابل تقسیم است. مانند:

۲۲۴, ۳۰۵, ۸۴۵, ۸۸۸۴, ...

قابلیت تقسیم بر ۵: عددی که رقم اول آن صفر و یا ۵ باشد، آن عدد بر ۵ پوره قابل تقسیم است. مانند: ۵۱۰۵, ۳۱۰۵, ۳۲۵, ۵۷۵, ...

قابلیت تقسیم بر ۶: عددی که هم‌زمان بر ۲ و ۳ پوره تقسیم گردد. آن عدد بر ۶ پوره قابل است. مانند: ۷۲۰۰۵, ۷۸۶, ۱۳۱۲۱۵۲, ...

قابلیت تقسیم بر ۷: عددی که رقم اول آن را حذف و دو چند نموده و از متباقی ارقام آن تفریق نماییم و این عملیه را الی اخیر ادامه می‌دهیم. طوری که حاصل تفریق صفر یا عددی شود که بر ۷ پوره تقسیم باشد. آن عدد بر ۷ پوره پوره قابل تقسیم است. مانند: ۵۸۸۵, ۱۶۳۸, ...

مثال ۱: آیا عدد ۱۵۷۸۵ بر عدد ۷ پوره تقسیم می‌گردد.

$$۱۵۷۸۵ \div ۷ = ? \quad ۱۵۷۸ - ۲ \times ۵ = ۱۵۶۸$$

$$۱۵۶ - ۲ \times ۸ = ۱۴۰ \quad ۱۴ - ۲ \times ۵ = ۱۴$$

$$۱۴ \div ۲ = ۷ \quad \Rightarrow ۱۵۷۸۵ \div ۷ = ۲۲۵۵$$

مثال ۲: آیا عدد ۳۶۶۳۹۴ بر عدد ۷ پوره تقسیم می‌گردد.

$$۳۶۶۳۹ - ۲ \times ۴ = ۳۶۶۳۱ \div ۷ = ?$$

$$۳۶۶۳ - ۲ \times ۱ = ۳۶۶۱ \div ۷ = ?$$

$$۳۶۶ - ۲ \times ۱ = ۳۶۴ \div ۷ = ?$$

$$۳۶ - ۲ \times ۴ = ۲۸ \quad \Rightarrow ۳۶۶۳۹۴ \div ۷ = ۵۲۳۴۲$$

قابلیت تقسیم بر ۸: عددی که سه رقم اول آن صفرها و یا عددی باشد که بر ۸ پوره تقسیم گردد. آن عدد بر ۸ پوره قابل تقسیم است. مانند:

۴۴۴۸, ۴۳۲۸, ۴۳۴۰۰۰, ...

قابلیت تقسیم بر ۹: عددی که مجموع ارقام شان بر ۹ پوره تقسیم گردد. آن عدد بالای ۹ پوره قابل تقسیم است. مانند:

۴۸۸۲۵, ۴۸۶, ۴۶۴۴, ...

قابلیت تقسیم بر ۱۰: عددی که رقم اول آن صفر باشد. آن اعداد بر ۱۰ پوره قابل تقسیم است. مانند:

۱۰۰, ۱۰۱۵۸۹۰, ۳۰۲۰, ۲۰۹۰, ...

قابلیت تقسیم بر ۱۱: عددی که حاصل تفریق مجموعه مرتبه‌های جفت و طاق آن صفر و یا عددی باشد که بر ۱۱ پوره تقسیم گردد، آن عدد بر ۱۱ پوره قابل تقسیم است. مانند:

۵۶۷۶, ۵۶۸۹۲, ۶۸۵۳, ...

مثال ۱: آیا عددی ۵۶۷۶ بر ۱۱ پوره تقسیم می‌گردد.

$$\left. \begin{array}{l} 5676 \div 11 = ? \\ 6 + 6 = 12 \\ 5 + 7 = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 12 - 12 = 0 \\ 5676 \div 11 = 516 \end{array}$$

مثال ۲: آیا عدد ۵۶۸۹۲ بر عدد ۱۱ پوره تقسیم می‌گردد.

$$\left. \begin{array}{l} 9 + 6 = 15 \\ 2 + 8 + 5 = 15 \end{array} \right\} 15 - 15 = 0$$

$$\Rightarrow 56892 \div 11 = 5172$$

عدد اولیه: عبارت از عددی است که غیر از عدد (۱) و خودش بر اعداد دیگر

پوره قابل تقسیم نباشد. مانند:

$$P = (2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots)$$

عدد مرکب: عبارت از عددی است که غیر از عدد (۱) و خودش بر اعداد دیگر

نیز پوره قابل تقسیم باشد. مانند:

$$C = (4, 6, 8, 9, \dots)$$

توجه : عدد (۱) نه اولیه است و نه مرکب.

افاده عددی (عملیه‌های مشترک اعداد طبیعی): افاده‌ای که در آن اعداد کامل در حالت عملیه‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم قرار داشته باشد و توسط قوس‌ها بیان شود بنام افاده عددی یاد می‌کنند.

برای انجام عملیه ساده سازی افاده‌ها حالات ذیل را بخاطر داشته باشید.

(a) رفع قوس‌ها به ترتیب، کوچک، متوسط و بزرگ.

(b) عملیه ضرب و تقسیم به ترتیب از چپ به راست.

(c) عملیه جمع و تفریق.

توجه: قوس خورد ()، قوس متوسط []، قوس بزرگ { }.

مثال‌ها: افاده‌های ذیل را ساده سازید.

$$۱) ۲ \times ۳ + ۲ \Rightarrow ۶ + ۲ = ۸$$

$$۲) ۳ + ۲[۳ - (۲ \div ۲)] = ۳ + ۲(۳ - ۱) = ۳ + ۲(۲) = ۳ + ۴ = ۷$$

$$۳) ۳۲[۱۳ - ۲(۲ + ۱)] = ۳۲[۱۳ - ۲(۳)] = ۳۲[۱۳ - ۶] = ۳۲ \times ۷ = ۲۲۴$$

$$۴) \{[(150 - 50) \times ۳ + ۸] \times ۵ - ۲۴\} \times ۲ = \{[(100) \times ۳ + ۸] \times ۵ - ۲۴\} \times ۲ \\ = \{[۳۰۸ \times ۵ - ۲۴]\} \times ۲ = \{۱۵۴۰ - ۲۴\} \times ۲ = ۳۰۳۲$$

$$۵) ۲[(-۲) - (-۶)] \cdot ۷[۳ - (-۲)] \div ۲ = ۲[(-۲) + ۶] \cdot ۷[۳ + ۲] \div ۲ \\ = ۲[۴] \cdot ۷[۵] \div ۲ = ۸ \cdot ۳۵ \div ۲ = ۱۴۰$$

$$۶) ۲۰ \div [100 \div ۵۰ + ۴(۸۰ \div ۱۶) - ۴] = ۲۰ \div [۲ + ۴(۵) - ۴] \\ = ۲۰ \div [۲ + ۲۰ - ۴] = ۲۰ \div [۱۸] = \frac{۲۰}{۱۸} = \frac{۱۰}{۹}$$

$$۷) ۴ \cdot [(۶ - ۵ + ۳ \cdot ۴)(۲۰ \div ۴ + ۲ - ۴)] \div ۲ \\ ۴ \cdot [(1 + ۱۲)(۵ + ۲ - ۴)] \div ۲ = ۴ \cdot [۱۳ \cdot ۳] \div ۲ = ۷۸$$

$$۸) \{[۵ \div (۵ \div ۵)] \div ۵\} = \{[۵ \div (۱)] \div ۵\} = \{۵ \div ۵\} = ۱$$



فصل دوم

تجزیه اعداد طبیعی

آشنایی: این فصل شامل تجزیه اعداد، قاسم مشترک اعداد و مضرب مشترک اعداد می‌باشد، که به تفصیل هر یک را به چندین روش شرح و به حل مثال‌های متعدد آن می‌پردازیم.

تجزیه: عبارت از تبدیل نمودن یک عدد مرکب به عوامل ضربی اولیه آن می‌باشد. و جهت اجرای این عملیه نکات ذیل را در نظر می‌گیریم.

- (a) به طرف چپ عدد، یک خط عمود رسم می‌کنیم.
- (b) کوچک‌ترین عدد اولیه که عدد مورد نظر به آن پوره قابل تقسیم باشد، به طرف چپ خط می‌نویسیم.
- (c) عدد مورد نظر را به عدد اولیه مذکور تقسیم نموده و حاصل تقسیم را تحت همان عدد می‌نویسیم. این عملیه را الی آخر ادامه می‌دهیم.
- مثال ۱: عدد ۳۶ را تجزیه نمایید.
- مثال ۲: عدد ۵۰۴۰ را تجزیه نمایید.

۲	۳۶	،	۲	۵۰۴۰	،	۲	۲۵۲۰	۵۰۴۰ = ۲ ^۴ × ۳ ^۲ × ۵ × ۷
۲	۱۸		۲	۱۲۶۰		۲	۶۳۰	
۳	۹		۳	۳۱۵		۳	۱۰۵	
۳	۳		۵	۳۵		۷	۷	
۱			۱					

$36 = 2^2 \times 3^2$

قاسم‌های یک عدد (*Divisores*):

عبارت از اعداد اند که یک عدد مرکب مورد نظر بر آن‌ها پوره قابل تقسیم باشد.

$$۱) D_{۸۰} = \{1, 2, 4, 5, 8, \dots, ۸۰\} \quad ۲) D_{۲۰} = \{1, 2, 4, 5, ۱۰, ۲۰\}$$

$$۳) D_{۱۸} = \{1, 2, 3, 6, 9, ۱۸\}$$

قاسم‌های مشترک اعداد (*Common Divisores*):

عبارت از اعداد اند که اعداد مرکب مورد نظر هم‌زمان بر آن‌ها پوره قابل تقسیم باشند. مانند:

$$۱) D_{۱۲} = \{1, 2, 3, 4, 6, ۱۲\} \Rightarrow CD_{۱۲, ۱۸} = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$۲) D_{۱۸} = \{1, 2, 3, 6, 9, ۱۸\}$$

بزرگ‌ترین قاسم مشترک (*Greatest Common Divisor*)

عبارت از بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه چندین عدد می‌باشد که تمام اعداد بر آن پوره تقسیم شوند. مانند:

$$۱) D_{۱۰} = \{1, 2, 5, ۱۰\} \quad ۲) D_{۱۵} = \{1, 3, 5, ۱۵\} \Rightarrow GCD_{۱۰, ۱۵} = \{5\}$$

دریافت بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد توسط تجزیه

برای انجام این عملیه، اولاً اعداد را تجزیه نموده بعداً از عوامل مشترک عددی را در نظر می‌گیریم که دارای کوچک‌ترین توان باشد، حاصل ضرب اعداد دریافت شده بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد می‌باشد.

مثال‌ها: بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد ذیل را دریابید. ۱) ۱۸, ۳۰, ۲۰

$$\left. \begin{array}{c|c|c|c|c|c} ۲ & ۱۸ & ۲ & ۳۰ & ۲ & ۲۰ \\ ۳ & ۹ & ۳ & ۱۵ & ۲ & ۱۰ \\ ۳ & ۳ & ۵ & ۵ & ۵ & ۵ \\ & ۱ & & ۱ & & ۱ \end{array} \right\} \begin{array}{l} ۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵ \\ \Rightarrow ۲۰ = ۲^2 \times ۵ \\ ۱۸ = ۲ \times ۳^2 \end{array}$$

$$\Rightarrow GCD 30, 20, 18 = 2$$

$$۲) 100, 50, 25$$

$$\begin{array}{c|ccc} 2 & 100 & 2 & 50 & 5 & 25 \\ 2 & 50 & 5 & 25 & 5 & 5 \\ 5 & 25 & 5 & 5 & & 1 \\ 5 & 5 & & 1 & & \\ & 1 & & & & \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 100 = 2^2 \times 5^2 \\ 50 = 2 \times 5^2 \\ 25 = 5^2 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow GCD 100, 50, 25 = 5^2 = 25$$

دریافت بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد توسط تجزیه همگانی

برای انجام این عملیه، اعداد را به صورت هم‌زمان فقط بر قاسم‌های مشترک شان تجزیه می‌نماییم.

مثال‌ها: بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد ذیل را توسط تجزیه همگانی دریابید.

$$۱) 100, 50, 25,$$

$$\begin{array}{c|ccc} 5 & 100 & 50 & 25 \\ 5 & 20 & 10 & 5 \\ & 4 & 2 & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow GCD 100, 50, 25 = 25$$

$$۲) 90, 50, 40,$$

$$\begin{array}{c|ccc} 2 & 90 & 50 & 40 \\ 5 & 45 & 25 & 20 \\ & 9 & 5 & 4 \end{array}$$

$$\Rightarrow GCD 90, 50, 40 = 2 \times 5 = 10$$

$$۳) 200, 100, 80$$

$$\begin{array}{c|ccc} 2 & 200 & 100 & 80 \\ 2 & 100 & 50 & 40 \\ 5 & 50 & 25 & 20 \\ & 10 & 5 & 4 \end{array}$$

$$\Rightarrow GCD 200, 100, 80 = 2^3 \times 5$$

$$\Rightarrow = 20$$

مضرب‌های یک عدد (Multiple):

عبارت از اعداد می‌باشند که بالای عدد مورد نظر پوره قابل تقسیم باشند.

مانند:

$$\text{Multiple } ۳۰ = \{۳۰, ۶۰, ۹۰, ۱۲۰, \dots\} \quad \text{Multiple } ۸۰ = \{۸۰, ۱۶۰, ۲۴۰, \dots\}$$

مضرب‌های مشترک اعداد (Common multiple)

عبارت از اعداد اند که بالای (اعداد مورد نظر) هم‌زمان پوره تقسیم شوند. مانند:

$$۱) ۱۲, ۸, ۶$$

$$M, ۱۲ = \{۱۲, ۲۴, ۳۶, \dots\} \quad M, ۸ = \{۸, ۱۶, ۲۴, ۳۲, \dots\}$$

$$M, ۶ = \{۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۰, \dots\} \Rightarrow CM \ ۱۲, ۸, ۶ = \{۲۴, \dots\}$$

کوچک‌ترین مضرب مشترک (Least Common multiple)

عبارت از کوچک‌ترین عددیست که بر تمام اعداد داده شده (اعداد مورد نظر)

$$۱) ۶, ۴$$

پوره قابل تقسیم باشد. مانند:

$$M, ۶ = \{۶, \boxed{۱۲}, ۱۸, ۲۴, \dots\} \quad M, ۴ = \{۴, ۸, \boxed{۱۲}, ۱۶, \dots\} \Rightarrow LCM, ۶, ۴ = ۱۲$$

دریافت کوچک‌ترین مضرب مشترک توسط تجزیه

جهت اجرای این عملیه اولاً اعداد را تجزیه نموده، بعداً از عوامل مشترک عددی را در نظر می‌گیریم که دارای بزرگ‌ترین توان باشد و اعداد غیر مشترک نیز در نظر گرفته می‌شوند.

مثال‌ها: کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد ذیل را دریابید.

$$۱) ۳۲, ۲۴, ۱۸$$

۲	۳۲	۲	۲۴	۲	۱۸	$\left. \begin{aligned} ۳۲ &= ۲^5 \\ ۲۴ &= ۲^3 \times ۳ \\ ۱۸ &= ۲ \times ۳^2 \end{aligned} \right\}$
۲	۱۶	۲	۱۲	۳	۹	
۲	۸	۲	۶	۳	۳	
۲	۴	۳	۳		۱	
۲	۲		۱			$\Rightarrow LCM \ ۳۲, ۲۴, ۱۸ =$
	۱					$\Rightarrow ۲^5 \times ۳ \times ۹ = ۸۶۴$

۲) ۳۰۰, ۲۴۰

۲	۳۰۰	۲	۲۴۰	
۲	۱۵۰	۲	۱۲۰	$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$
۳	۷۵	۲	۶۰	$240 = 2^4 \times 3 \times 5$
۵	۲۵	۲	۳۰	
۵	۵	۳	۱۵	$\Rightarrow LCM\ 300, 240 =$
	۱	۵	۵	$\Rightarrow 2^4 \times 3 \times 5^2 = 1200$
			۱	

دریافت کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد توسط تجزیه همگانی جهت دریافت کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد، اولاً اعداد را به صورت مشترک تجزیه نموده که حاصل ضرب عوامل اعداد تجزیه شده، عبارت از کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد می‌باشد.

مثال‌ها: کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد ذیل را دریابید.

۱) ۷۲, ۲۰, ۱۸

۲	۷۲	۲۰	۱۸
۲	۳۶	۱۰	۹
۲	۱۸	۵	۹
۳	۹	۵	۹
۳	۳	۵	۳
۵	۱	۵	۱
		۱	

$$\Rightarrow LCM\ 72, 20, 18 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\Rightarrow LCM\ 72, 20, 18 = 360$$

۲) ۳۲, ۲۰, ۱۶

۲	۳۲	۲۰	۱۶
۲	۱۶	۱۰	۸
۲	۸	۵	۴
۲	۴	۵	۲
۲	۲	۵	۱
۵	۱	۵	
		۱	

$$\Rightarrow LCM\ 32, 20, 16 =$$

$$\Rightarrow LCM = 2^5 \times 5 = 160$$

عملیه تقسیم روش اقلیدس: اقلیدس ریاضی‌دان یونانی است، که در این طریقه عدد بزرگ‌تر تقسیم عدد کوچک و در مرحله دوم عدد کوچک تقسیم باقی‌مانده و در مرحله سوم باقی‌مانده تقسیم اول بر باقی‌مانده تقسیم دوم، تقسیم می‌گردد. این مرحله را تا زمانی ادامه می‌دهیم که باقی‌مانده صفر گردد. مانند:

$$\begin{array}{r}
 ۱) \quad ۳۶۰, ۱۳۰ \\
 \begin{array}{r}
 ۳۶۰ \overline{) ۱۳۰} \quad ۱۳۰ \overline{) ۱۰۰} \quad ۱۰۰ \overline{) ۳۰} \\
 \underline{-۲۶۰} \quad \underline{-۱۰۰} \quad \underline{-۹۰} \\
 ۱۰۰ \quad ۳۰ \quad ۱۰ \\
 ۳۰ \overline{) ۱۰} \\
 \underline{-۳۰} \\
 ۰
 \end{array}
 \end{array}$$

دریافت بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد به روش اقلیدس
 برای انجام عملیه فوق، عملیه تقسیم به روش اقلیدس را اجرا نموده که آخرین مقسوم‌علیه، بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد می‌باشد.
 مثال ۱: بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد ۳۲۰ و ۲۵۰ را دریابید.

$$\begin{array}{r}
 ۳۲۰ \overline{) ۲۵۰} \dots A \quad ۲۵۰ \overline{) ۷۰} \dots B \quad ۷۰ \overline{) ۴۰} \dots C \\
 \underline{-۲۵۰} \quad \underline{-۲۱۰} \quad \underline{-۴۰} \\
 ۷۰ \quad ۴۰ \quad ۳۰ \\
 ۴۰ \overline{) ۳۰} \dots D \quad ۳۰ \overline{) ۱۰} \dots E \Rightarrow GCD \ ۳۲۰ \wedge ۲۵۰ = \{۱۰\} \\
 \underline{-۳۰} \quad \underline{-۳۰} \\
 ۱۰ \quad ۰
 \end{array}$$

مثال ۲: بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد ۵۰۰ و ۴۰۰ را دریابید.

$$\begin{array}{r} 500 \\ -400 \\ \hline 100 \end{array} \left| \begin{array}{l} 400 \\ 1 \end{array} \right. \dots A \quad \begin{array}{r} 400 \\ -400 \\ \hline 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} 100 \\ 4 \end{array} \right. \dots B \Rightarrow GCD: 400 \wedge 500 = \{100\}$$

دریافت کوچک‌ترین مضرب مشترک به روش اقلیدس

برای انجام عملیه فوق، عملیه تقسیم به روش اقلیدس را اجرا نموده که بزرگ‌ترین قاسم مشترک را به دست می‌آوریم، حاصل ضرب دو عدد، تقسیم بزرگ‌ترین قاسم مشترک شان عبارت از کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد می‌باشد.

مثال: کوچک‌ترین مضرب مشترک ۲۵۰ و ۳۵۰ را دریابید.

$$\begin{array}{r} 350 \\ -250 \\ \hline 100 \end{array} \left| \begin{array}{l} 250 \\ 1 \end{array} \right. \dots A \quad \begin{array}{r} 250 \\ -200 \\ \hline 50 \end{array} \left| \begin{array}{l} 100 \\ 2 \end{array} \right. \dots B \quad \begin{array}{r} 100 \\ -100 \\ \hline 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} 50 \\ 2 \end{array} \right. \dots C$$

$$\Rightarrow GCD: 250 \wedge 350 = \{50\} \Rightarrow LCM = \frac{250 \times 350}{50} = \boxed{1750}$$

رابطه کوچک‌ترین مضرب مشترک و بزرگ‌ترین قاسم مشترک

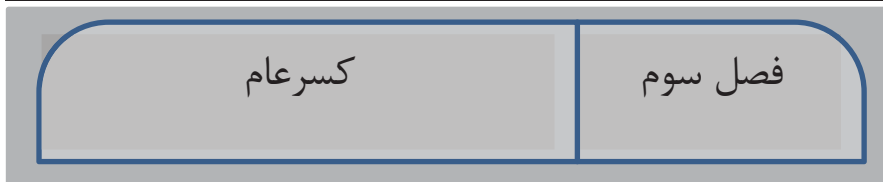
حاصل ضرب دو عدد مساویست به حاصل ضرب بزرگ‌ترین قاسم مشترک و کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد. یعنی:

$$(LCM_{A,B}) \times (GCD_{A,B}) = A \times B$$

مثال: بزرگ‌ترین قاسم مشترک اعداد ۳۶۰ و ۱۳۰، عدد ۱۰ می‌باشد، پس کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد فوق را دریابید.

$$LCM_{A,B} = \frac{A \times B}{GCD_{A,B}} \Rightarrow LCM_{A,B} = \frac{360 \times 130}{10} = \boxed{4680}$$

۳ کسر عام



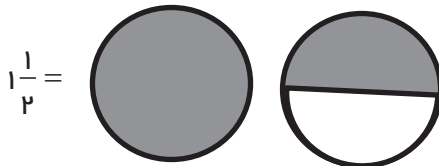
آشنایی: در این فصل موضوعات مربوط به کسر و کسر عام را مورد بحث قرار می‌دهیم، تا دانش‌آموزان کسر را به صورت ریاضیکی و مفهومی بدانند.

کسر: معنی کسر شکستن است و در اصطلاح ریاضی عبارت از عددی است، که در آن کمیت کمتر از واحد شامل باشد. به عبارت دیگر، اعدادی که قسمت از آن در شکل کامل نباشد بنام اعداد کسری یاد می‌کنند و به دو شکل ارائه می‌گردد. کسر عام و کسراشار. مانند کسور عام ذیل:

مثال ۱: از سه حصه، دو حصه را در نظر بگیرید.



مثال ۲: یک کامل و یک حصه از دو حصه.



کسر عام: اگر یک مقدار، به چند حصه مساوی تقسیم شود و چند حصه از آن در نظر گرفته شود، توسط یک عدد نمایش می‌دهند، که این عدد کسر عام را بیان می‌دارد. مانند:



در مثال فوق $\frac{2}{3}$ را بنام عدد کسری، عدد ۲ را بنام صورت، عدد ۳ را بنام مخرج، عدد (۱) را بنام عدد صحیح، خط را بنام خط کسری یاد می‌کنند.

انواع کسر عام: به صورت عموم کسرها به دو نوع است.

۱ کسر عام واقعی: کسری است که صورت آن نسبت به مخرج‌اش کم‌تر و مساوی باشد. مانند:

$$\frac{2}{4}, \frac{6}{7}, \frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \dots$$

۲ کسر عام غیر واقعی: کسری است که صورت آن نسبت به مخرج‌اش بزرگ باشد. مانند:

$$\frac{7}{5}, \frac{4}{3}, \frac{10}{7}, \frac{3}{2}, \dots$$

و این نوع کسرها را به کسر عام عدد صحیح دار تبدیل کرده می‌توانیم، جهت اجرای این عملیه صورت را تقسیم مخرج نموده، حاصل تقسیم را بجای عدد صحیح و باقی‌مانده را به صورت کسر و مخرج را بجای خودش قرار می‌دهیم.

مثال‌ها: کسرهای غیر واقعی ذیل را به کسرهای عدد صحیح دار تبدیل نمایید.

$$۱) \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{8}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \quad ۲) \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$۳) ۵\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3 \times 5 + 1}{3} = \frac{16}{3}$$

غیر واجب کسرها: به همین ترتیب که کسر غیر واقعی را به کسر مخلوط تبدیل کردیم، پس کسر مخلوط را نیز به کسر عام غیر واقعی می‌توان تبدیل کرد. جهت اجرای این عملیه، مخرج را ضرب عدد صحیح نموده با صورت کسر جمع و به صورت کسر، و مخرج را بجای خودش قرار می‌دهیم.

مثال‌ها:

$$۱) ۲\frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۴ \times ۲ + ۱}{۴} = \frac{۹}{۴} \quad ۲) ۳\frac{۷}{۸} \Rightarrow \frac{۸ \times ۳ + ۷}{۸} = \frac{۳۱}{۸}$$

$$۳) ۵\frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{۳ \times ۵ + ۱}{۳} = \frac{۱۶}{۳}$$

جمع و تفریق عدد کامل با عدد کسری

برای جمع و تفریق عدد کامل با عدد کسری به مثال‌های ذیل توجه نمایید.

$$۱) ۳ + \frac{۲}{۵} = \frac{۵ \times ۳ + ۲}{۵} = \frac{۱۷}{۵} \quad ۲) \frac{۴}{۳} + ۷ = \frac{۴ + ۷ \times ۳}{۳} = \frac{۲۵}{۳}$$

$$۳) ۲ - \frac{۱}{۳} = \frac{۳ \times ۲ - ۱}{۳} = \frac{۵}{۳} \quad ۴) \frac{۷}{۲} - ۳ = \frac{۷ - ۳ \times ۲}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

کسور معادل: عبارت از کسرهای می‌باشد که صورت‌ها و مخرج‌های شان متفاوت و مقدار شان مساوی باشد. مانند:

$$\frac{۱}{۲}, \frac{۲}{۴}, \frac{۴}{۸}, \dots$$


معادل سازی کسور عام: هرگاه صورت و مخرج کسر را ضرب و تقسیم یک

عدد خلاف صفر نماییم. مقدار کسر را تغییر نمی‌کند، و کسرهای جدید را بنام

کسرهای معادل همان کسر یاد می‌کنند.

مثال‌ها: معادل کسر ذیل را دریابید.

$$۱) \frac{۳}{۴} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{۶}{۸} = \frac{۱۸}{۲۴} \dots \quad ۲) \frac{۷}{۳} \Rightarrow \frac{۷}{۳} = \frac{۱۴}{۶} = \frac{۲۱}{۹} \dots$$

اختصار کسر عام: عبارت از تقسیم نمودن صورت و مخرج کسر بر قاسم‌های

مشترک‌شان است.

مثال‌ها: کسر ذیل را اختصار نمایید.

$$۱) \frac{۷۲}{۴۸} \Rightarrow \frac{۷۲}{۴۸} = \frac{۷۲ \div ۲}{۴۸ \div ۲} = \frac{۳۶}{۲۴} \Rightarrow \frac{۳۶}{۲۴} = \frac{۳۶ \div ۲}{۲۴ \div ۲} = \frac{۱۸}{۱۲} \Rightarrow \frac{۱۸}{۱۲} = \frac{۱۸ \div ۲}{۱۲ \div ۲} = \frac{۹}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۶} = \frac{۹ \div ۳}{۶ \div ۳} = \boxed{\frac{۳}{۲}}$$

$$۲) \frac{۱۲۰}{۹۶} \Rightarrow \frac{۱۲۰}{۹۶} = \frac{۱۲۰ \div ۲}{۹۶ \div ۲} = \frac{۶۰}{۴۸} \Rightarrow \frac{۶۰}{۴۸} = \frac{۶۰ \div ۲}{۴۸ \div ۲} = \frac{۳۰}{۲۴}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۰}{۲۴} = \frac{۳۰ \div ۲}{۲۴ \div ۲} = \frac{۱۵}{۱۲} \Rightarrow \frac{۱۵}{۱۲} = \frac{۱۵ \div ۳}{۱۲ \div ۳} = \boxed{\frac{۵}{۴}}$$

مقایسه کسر عام: برای تعیینِ بزرگی و کوچکی کسرها سه حالت ذیل را بخاطر داشته باشید.

الف: کسرهایی که دارای مخرج‌های مساوی باشند، کسری بزرگ‌تر است که دارای صورت بزرگ‌تر باشد. مانند:

$$۱) \frac{۵}{۳}, \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{۵}{۳} > \frac{۴}{۳} \quad ۲) \frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۳}{۲} > \frac{۱}{۲}$$

ب: کسرهایی که دارای صورت‌های مساوی باشند، کسری بزرگ‌تر است که دارای مخرج کوچک باشد. مانند:

$$۱) \frac{۷}{۴}, \frac{۷}{۳} \Rightarrow \frac{۷}{۴} < \frac{۷}{۳} \quad ۲) \frac{۲}{۳}, \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{۲}{۳} > \frac{۲}{۵}$$

ج: کسرهایی که دارای صورت و مخرج متفاوت باشند، اولاً کسرها را به کسر متجانس (کسرهایی هم‌مخرج) تبدیل نموده، بعداً مانند حالت اول مقایسه می‌نماییم.

برای متجانس کردن کسرها، مخرج کسر اولی را ضرب صورت و مخرج کسر دومی، و مخرج کسر دومی را ضرب صورت و مخرج کسر اولی نموده، که این کسرها متجانس می‌شوند.

مثال‌ها: کسور ذیل را مقایسه نمایید.

$$۱) \frac{۲}{۳}, \frac{۳}{۲} \quad \frac{۳}{۲} \times \frac{۳}{۳} = \frac{۹}{۶} \dots I \quad \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۲} = \frac{۴}{۶} \dots II \quad \Rightarrow \frac{۹}{۶} = \frac{۳}{۲} > \frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶}$$

$$۲) \frac{۷}{۳}, \frac{۴}{۵} \quad \frac{۷}{۳} \times \frac{۵}{۵} = \frac{۳۵}{۱۵} \dots I \quad \frac{۴}{۵} \times \frac{۳}{۳} = \frac{۱۲}{۱۵} \dots II \quad \Rightarrow \frac{۳۵}{۱۵} = \frac{۷}{۳} > \frac{۴}{۵} = \frac{۱۲}{۱۵}$$

مثال: عدد A را طوری تعیین نمائید که رابطه ذیل صادق باشد.

$$\begin{aligned} \frac{۳}{۸} < A < \frac{۹}{۷} &\Rightarrow \frac{۳}{۸} < A < \frac{۹}{۷} \Rightarrow \frac{۳}{۸} < \frac{۳+۹}{۸+۷} < \frac{۹}{۷} \\ \Rightarrow \frac{۳}{۸} < \frac{۱۲}{۱۵} < \frac{۹}{۷} &\Rightarrow \frac{۳}{۸} < \frac{۴}{۵} < \frac{۹}{۷} \Rightarrow \boxed{A = \frac{۴}{۵}} \end{aligned}$$

عملیه‌های اساسی بالای کسر عام

جمع و تفریق کسر عام: به صورت عموم برای جمع و تفریق کسر عام، مخرج‌های کسور را باهم مساوی ساخته بعداً صورت‌ها را باهم جمع و یا تفریق می‌نماییم. و دو حالت ذیل وجود دارد.

الف» در صورتی که مخرج‌ها باهم مساوی باشند، صورت‌ها را باهم جمع و یا تفریق می‌نماییم، و مخرج مشترک را به حیث مخرج کسر قبول می‌نماییم.

مثال‌ها: کسور ذیل را جمع و تفریق نمایید.

$$۱) \frac{۲}{۳} + \frac{۴}{۳} \Rightarrow \frac{۲}{۳} + \frac{۴}{۳} = \frac{۲+۴}{۳} = \frac{۶}{۳} = ۲$$

$$۲) \frac{۱۳}{۴} - \frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{۱۳}{۴} - \frac{۵}{۴} = \frac{۱۳-۵}{۴} = \frac{۸}{۴} = ۲$$

ب» هرگاه مخرج‌ها متفاوت باشند، LCM آنرا دریافت نموده و به حیث مخرج مشترک قرار می‌دهیم، و LCM حاصله را تقسیم هر مخرج، و حاصل آنرا ضرب صورت همان کسرهای می‌نماییم، و در صورت کسر نوشته، و بعداً ساده می‌سازیم.

مثال‌ها: کسره‌ای ذیل را جمع و تفریق نمایید.

$$۱) \quad \frac{۳}{۲} + \frac{۴}{۵} + \frac{۸}{۳} \Rightarrow \frac{۳}{۲} + \frac{۴}{۵} + \frac{۸}{۳} = \frac{۱۵ \times ۳ + ۶ \times ۴ + ۱۰ \times ۸}{۳۰}$$

$$= \frac{۴۵ + ۲۴ + ۸۰}{۳۰} = \frac{۱۴۹}{۳۰}$$

$$۲) \quad \frac{۳}{۵} + \frac{۸}{۳} + \frac{۲}{۵} \Rightarrow \frac{۳}{۵} + \frac{۸}{۳} + \frac{۲}{۵} = \frac{۳ \times ۳ + ۵ \times ۸ + ۳ \times ۲}{۱۵} = \frac{۹ + ۴۰ + ۶}{۱۵} = \frac{۵۵}{۱۵}$$

$$۳) \quad \frac{۷}{۲} - \frac{۳}{۴} - \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۷}{۲} - \frac{۳}{۴} - \frac{۲}{۳} = \frac{۶ \times ۷ - ۳ \times ۳ - ۴ \times ۲}{۱۲} = \frac{۴۲ - ۹ - ۸}{۱۲} = \frac{۲۵}{۱۲}$$

$$۴) \quad \frac{۷}{۳} + \frac{۴}{۵} - \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{۷}{۳} + \frac{۴}{۵} - \frac{۳}{۲} = \frac{۱۰ \times ۷ + ۴ \times ۶ - ۱۵ \times ۳}{۳۰}$$

$$= \frac{۷۰ + ۲۴ - ۴۵}{۳۰} = \frac{۴۹}{۳۰}$$

ضرب کسر عام: در عملیه ضرب کسر عام، صورت ضرب صورت و مخرج ضرب مخرج. در صورت اختصار پذیری اولاً آنرا اختصار می‌نماییم.

مثال‌ها: کسور ذیل را ضرب نمایید.

$$۱) \quad \frac{۴}{۳} \times \frac{۵}{۲} \Rightarrow \frac{۴ \times ۵}{۳ \times ۲} = \frac{۲۰}{۶} = \frac{۱۰}{۳}$$

$$۲) \quad \frac{۴}{۳} \times \frac{۹}{۲} \Rightarrow \frac{۲}{۱} \times \frac{۳}{۱} = ۶$$

$$۳) \quad \frac{۳}{۴} \times \frac{۱۲}{۳} \times \frac{۷}{۳} \Rightarrow \frac{۳ \times ۱۲ \times ۷}{۴ \times ۳ \times ۳} = \frac{۷}{۱} = ۷$$

تقسیم کسر عام: برای تقسیم کسرها کسر اول به حالت خودش، علامه

تقسیم تبدیل به ضرب و کسر دوم را برعکس می‌نماییم.

مثال‌ها: کسور ذیل را تقسیم نمایید.

$$۱) \quad \frac{۳}{۴} \div \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۸}$$

$$۲) \quad \frac{۷}{۳} \div \frac{۷}{۲} \Rightarrow \frac{۷}{۳} \times \frac{۲}{۷} = \frac{۲}{۳}$$

$$۳) \frac{۴۹}{۳} \div \frac{۷}{۹} = \frac{۴۹}{۳} \times \frac{۹}{۷} = ۲۱$$

کسر مرکب: عبارت از کسری است که عملیه‌های جمع، تفریق، ضرب و تقسیم را شامل باشد. و برای انجام این عملیه طبق قوانین افاده‌ها و کسرها به حل آن می‌پردازیم.

مثال‌ها: کسرهای ذیل را ساده سازید.

$$۱) [۶ \div (۲ \times ۳)] + ۲ = [۶ \div ۶] + ۲ = ۱ + ۲ = ۳$$

$$۲) \left\{ \left[\frac{۴}{۵} - \left(\frac{۲ + \frac{۱}{۳}}{۴ - \frac{۱}{۳}} \right) + ۳ \right] \right\} = \left\{ \left[\frac{۴}{۵} - \left(\frac{\frac{۷}{۳}}{\frac{۱۱}{۳}} \right) + ۳ \right] \right\} = \left\{ \left[\frac{۴}{۵} - \frac{۲۱}{۳۳} + ۳ \right] \right\}$$

$$= \left(\frac{۴}{۵} - \frac{۷}{۱۱} + \frac{۳}{۱} \right) = \frac{۴۴ - ۳۵ + ۱۶۵}{۵۵} = \frac{۱۷۴}{۵۵}$$

$$۳) \left[۲ - \frac{۳}{۴} \left(\frac{۵-۶}{۲} + \frac{۶-۵}{۲} \right) + \frac{۴}{۵} \right] = \left[۲ - \frac{۳}{۴} \left(\frac{-۱}{۲} + \frac{۱}{۲} \right) + \frac{۴}{۵} \right]$$

$$= \left[۲ - \frac{۳}{۴} \times ۰ + \frac{۴}{۵} \right] = \left[۲ + \frac{۴}{۵} \right] = \frac{۱۴}{۵}$$

$$۴) \left(\frac{۳}{۲} \frac{۱}{۲} - ۲ + \frac{۵}{۶} \right) \div \left(\frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۳} \right) = \left(\frac{۷}{۲} + \frac{۵}{۶} - ۲ \right) \div \left(\frac{۷}{۶} \right)$$

$$= \left(\frac{۷}{۲} + \frac{۵}{۶} - ۲ \right) \left(\frac{۶}{۷} \right) = \left(\frac{۲۶}{۶} - ۲ \right) \times \frac{۶}{۷} = \frac{۱۴}{۶} \times \frac{۶}{۷} = ۲$$

$$۵) \frac{۱۲}{۳} \div \frac{\frac{۳}{۳} \frac{۱}{۳} \div ۲}{۳ \div ۲} = ۴ \div \frac{\frac{۱۰}{۳} \div ۲}{۳ \div ۲} = ۴ \div \frac{\frac{۱۰}{۳} \times \frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = ۴ \div \frac{\frac{۵}{۳}}{\frac{۳}{۲}}$$

$$= 4 \div \frac{10}{9} = 4 \times \frac{9}{10} = \frac{18}{5}$$

کسرالکسر: عبارت از کسری است که صورت و مخرج آن دارای کسرها باشد. برای ساده سازی کسرالکسر از قوانین عملیه‌های چهارگانه کسرها استفاده می‌نماییم.

مثال‌ها: کسرهای ذیل را ساده سازید.

$$\begin{aligned} ۱) \quad ۲ - \frac{۳}{۴ - \frac{۵}{۸ - \frac{۱}{۲}}} &= ۲ - \frac{۳}{۴ - \frac{۵}{۸ - \frac{۱}{۲}}} = ۲ - \frac{۳}{۴ - \frac{۵}{\frac{۱۵}{۲}}} = ۲ - \frac{۳}{۴ - \frac{۱}{\frac{۱۵}{۲}}} \\ &= ۲ - \frac{۳}{۴ - \frac{۱۰}{۱۵}} = ۲ - \frac{۳}{\frac{۵۰}{۱۵}} = ۲ - \frac{۴۵}{۵۰} = ۲ - \frac{۹}{۱۰} = \frac{۱۰}{۱۰} - \frac{۹}{۱۰} = \frac{۱}{۱۰} \end{aligned}$$

$$۲) \quad \frac{\frac{۱}{\frac{۲}{۱ + \frac{۱}{۴}} + ۱}}{\frac{۱}{\frac{۲}{۵} + ۱}} = \frac{\frac{۱}{\frac{۲}{۵} + ۱}}{\frac{۱}{\frac{۲}{۵} + ۱}} = \frac{\frac{۱}{\frac{۲}{۵} + ۱}}{\frac{۱}{\frac{۲}{۵} + ۱}} = \frac{\frac{۱}{\frac{۲}{۵} + ۱}}{\frac{۱}{\frac{۲}{۵} + ۱}} = \frac{۵}{۱۳}$$

$$۳) \quad \frac{\frac{۲ + \frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{\frac{۲ + \frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{\frac{۷}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۷}{۲}$$

$$۴) 1 - \frac{1}{1 - \frac{2}{1 + \frac{3}{5}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{2}{\frac{8}{5}}} = 1 - \frac{1}{1 - \frac{10}{8}} = 1 - \frac{1}{-\frac{2}{8}} = 1 + \frac{8}{2} = 5$$

$$۵) \frac{2\frac{1}{3} + 2}{5 - 2\frac{1}{2}} = \frac{\frac{7}{3} + 2}{5 - \frac{5}{2}} = \frac{\frac{13}{3}}{\frac{5}{2}} = \frac{13 \times 2}{3 \times 5} = \frac{26}{15}$$

$$۶) \frac{2\frac{1}{3} - 2\frac{1}{4}}{2\frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{7}{12} - \frac{9}{12}}{\frac{7}{3} + \frac{7}{4}} = \frac{\frac{28 - 27}{12}}{\frac{28 + 21}{12}} = \frac{1}{49}$$

جدول ضرب اعداد: برای ضرب اعداد طبیعی جدول را نظر به اعداد در نظر

می‌گیریم تا اعداد را ضرب نمائیم.

مثال: حاصل ۴۵۶×۱۲۳ را دریابید.

	۴	۵	۶	
۱	۴	۸	۱۲	۱
۲	۵	۱۰	۱۲	۲
۳	۶	۱۲	۱۸	۳

$$۴۵۶ \times ۱۲۳ = ۵۶۰۸۸$$

۴ کسرها عشر

فصل چهارم

کسرها

آشنایی: در این فصل به شرح موضوعات کسرها (عملیه‌های حسابی اعشاری، تبدیل کسرها به یکدیگر، و عملیه تقریب یا رندآف) می‌پردازیم. تا دانش‌آموزان بتوانند از اعداد اعشاری در حیات روزمره استفاده نمایند.

کسر اعشار: اصطلاح اعشار از کلمه عَشَر که به لسان عربی معنی آن ده می‌باشد، گرفته شده است، و کسر اعشار عبارت از کسرهای اند که مخرج شان 10^n باشد. طوری که $n = 1, 2, 3, \dots$ مانند:

$$\frac{3}{10}, \frac{3}{100}, \frac{7}{1000}, \frac{13}{10000}, \dots$$

انواع کسر اعشار: کسرها به دو نوع است معین و نامعین.

کسر اعشار معین: هنگامی که صورت کسر تقسیم مخرج کسر شود، و باقی‌مانده صفر شود بنام کسرها معین یاد می‌کنند. مانند:

$$۱) \frac{۳۳}{۲} = ۱۶,۵ \quad ۲) \frac{۷}{۵} = ۱,۴$$

کسر اعشار نامعین (متوالی): هنگامی که صورت کسر تقسیم مخرج کسر شود، و باقی‌مانده صفر نشود بنام کسرها متوالی یاد می‌کنند. مانند:

$$\frac{۱۰}{۳} = ۳, \bar{۳} \quad \frac{۸}{۳} = ۲, \bar{۶}$$

تبدیل کسرعام به کسرها: برای تبدیل کردن کسرعام به اعشار فقط صورت را تقسیم مخرج می‌نماییم.

مثال‌ها: کسور عام ذیل را به اعشار تبدیل نمایید.

$$\frac{7}{2} = 3,5 \quad \frac{12}{5} = 2,4 \quad \frac{13}{3} = 4,\overline{3}$$

تبدیل کسرها به کسر اعشاری: برای تبدیل کردن کسرها به کسر اعشاری، اعداد کامل را عدد صحیح، اعداد اعشاری را در صورت کسر و به جای علامه اعشاری در مخرج عدد (۱) نوشته و به تعداد اعداد صورت در مخرج صفرها می‌گذاریم.

مثال‌ها: کسور اعشاری ذیل را به کسر اعشاری تبدیل نمایید.

$$\begin{array}{ll} ۱) 1,3 = 1\frac{3}{10} & ۲) 7,301 = 7\frac{301}{1000} \\ ۳) 0,23 = \frac{23}{100} & ۴) 0,786 = \frac{786}{1000} \end{array}$$

تبدیل کسرها به کسر اعشاری (متوالی):

برای انجام این عملیه اعداد را بدون در نظر داشت علامه اعشاری تفریق اعداد غیر متوالی نموده در صورت کسر قرار داده، و در مخرج به تعداد عدد متوالی ۹ نوشته و به تعداد اعداد غیر متوالی رقم اعشاری، در راست عدد ۹ صفرها می‌گذاریم.

مثال‌ها: کسور اعشاری متوالی ذیل را به کسر اعشاری تبدیل نمایید.

$$\begin{array}{lll} ۱) 0,\overline{2} = \frac{2}{9} & ۲) 0,\overline{32} = \frac{32}{99} & ۳) 0,\overline{88} = \frac{88}{99} \\ ۴) 0,\overline{321} = \frac{321-3}{990} = \frac{318}{990} & ۵) 3,\overline{502} = \frac{3502-35}{990} = \frac{3467}{990} & \\ ۶) 13,\overline{512} = \frac{13512-1351}{900} = \frac{12161}{900} & & \end{array}$$

عملیه‌های اساسی کسرها

جمع و تفریق کسرها: برای جمع و تفریق اعداد اعشاری، اعداد را طوری ترتیب نموده که مرتبه یک‌های کامل به زیر مرتبه یک‌های کامل در یک ستون معین قرار گیرد. مانند اعداد کامل جمع می‌کنیم و علامه اعشاری را در موقع اش پایین می‌نماییم.

مثال‌ها: اعداد اعشاری ذیل را جمع و تفریق نمایید.

$$۱) ۳,۰۲۱ + ۲,۱۱$$

$$\begin{array}{r} ۳,۰۲۱ \\ + ۲,۱۱ \\ \hline ۵,۱۳۱ \end{array}$$

$$۲) ۲۳,۷۰۱ + ۰,۲۱$$

$$\begin{array}{r} ۲۳,۷۰۱ \\ + ۰,۲۱ \\ \hline ۲۳,۹۱۱ \end{array}$$

$$۳) ۷۵,۳۲۱ - ۳,۲۱$$

$$\begin{array}{r} ۷۵,۳۲۱ \\ - ۳,۲۱ \\ \hline ۷۲,۱۱۱ \end{array}$$

$$۴) ۱۲,۵۳ - ۳,۲$$

$$\begin{array}{r} ۱۲,۵۳ \\ - ۳,۲ \\ \hline ۹,۳۳ \end{array}$$

ضرب اعداد اعشاری: برای ضرب اعداد اعشاری اعداد را بدون علامه اعشاری مانند اعداد طبیعی ضرب نموده، و به تعداد اعشاری عوامل ضربی، از حاصل ضرب اعشاری جدا می‌نماییم.

مثال‌ها: اعداد اعشاری ذیل را ضرب نمایید.

$$\begin{array}{r} ۲۳۲ \\ \times ۳۸ \\ \hline ۱۸۵۶ \\ ۶۹۶ \\ \hline ۸۸۱۶ \end{array}$$

$$۱) ۲۳,۲ \times ۳,۸$$

$$\Rightarrow ۲۳,۲ \times ۳,۸ = ۸۸,۱۶$$

$$\begin{array}{r} ۳۷ \\ \times ۲۹ \\ \hline ۳۳۳ \\ ۷۴ \\ \hline ۱۰۷۳ \end{array}$$

$$۲) ۳,۷ \times ۲,۹$$

$$\Rightarrow ۳,۷ \times ۲,۹ = ۱۰,۷۳$$

نوت: هرگا اعداد اعشاری را در مضرب‌های مناسب عدد ۱۰ ضرب نماییم، بدون عملیه ضرب علامه اعشاری را به تعداد صفرها به طرف راست عدد انتقال می‌دهیم.

تقسیم اعداد اعشاری: این عملیه مانند عملیه تقسیم اعداد کامل بوده، و علامه اعشاری را در موقع اش پایین می‌نماییم.
مثال‌ها: اعداد اعشاری ذیل را تقسیم نمایید.

۱) $۳۴٫۲ \div ۲$

$$\begin{array}{r} ۳۴٫۲ \quad \overline{) ۲} \\ \underline{۲} \\ ۱۴ \\ \underline{۱۴} \\ ۲ \\ \underline{۲} \\ ۰ \end{array}$$

۲) $۲۲٫۲ \div ۲$

$$\begin{array}{r} ۲۲٫۲ \quad \overline{) ۲} \\ \underline{۲} \\ ۰ \\ \underline{۰} \\ ۲ \\ \underline{۲} \\ ۰ \end{array}$$

۳) $۱۳٫۲۱ \div ۲٫۷۲$

توجه: هنگامی که مقسوم و مقسوم‌علیه اعشاری باشند، آن‌را به شکل کسر نوشته و بر خلاف اختصار، ضرب ۱۰^n نموده طوری که n تعداد اعداد اعشاری مقسوم‌علیه باشد.

$$۱۳٫۲۱ \div ۲٫۷۲ = \frac{۱۳٫۲۱}{۲٫۷۲} = \frac{۱۳٫۲۱}{۲٫۷۲} \times \frac{۱۰۰}{۱۰۰} = \frac{۱۳۲۱}{۲۷۲}$$

بعد مانند اعداد طبیعی عمل می‌نماییم.

عملیه تقریب سازی: برای خلص کردن اعداد اعشاری از حصه‌های کوچک آن صرف نظر می‌شود، که این عملیه را بنام عملیه تقریب سازی یاد می‌کنند. برای انجام این عملیه ۳ حالت ذیل وجود دارد.

حالت ۱: برای حذف هر مرتبه اعدادی که حذف می‌شوند، رقم اول آن اگر کوچک از عدد ۵ باشد بدون کدام تغییر صرف نظر می‌شوند.

مثال‌ها: اعداد اعشاری ذیل را تا ۳ رقم اعشار خلص سازید.

$$۳۴۳,۲۳۵۲ \approx ۳۴۳,۲۳۵$$

$$۳۲۷,۳۲۲۱ \approx ۳۲۷,۳۲۲$$

$$۱۲,۷۲۲۴۱ \approx ۱۲,۷۲۲$$

حالت ۲: برای حذف هر مرتبه اعدادی که حذف می‌شوند، رقم اول آن اگر بزرگ از ۵ باشد به عدد ما قبل آن یک واحد علاوه می‌گردد.

مثال‌ها: اعداد ذیل را تا دو رقم خلص سازید.

$$۳۱,۲۱۷۲ \approx ۳۱,۲۲$$

$$۵,۳۸۳ \approx ۵,۳۸$$

$$۵,۱۳۸۶ \approx ۵,۱۴$$

حالت ۳: برای حذف هر مرتبه اعدادی که حذف می‌شوند رقم اول آن ۵ باشد دو گزینه وجود دارد.

الف: اگر عدد ما قبل ۵ جفت باشد، بدون کدام تغییر صرف نظر می‌نماییم.

ب: اگر عدد ما قبل ۵ طاق باشد، یک واحد به عدد ما قبل آن علاوه می‌نماییم.

مثال‌ها: اعداد ذیل را تا ۳ رقم خلص سازید.

$$۲۳۱,۳۴۶۵۱ \approx ۲۳۱,۳۴۶$$

$$۱۳,۷۲۳۵۲ \approx ۱۳,۷۲۴$$

$$۹,۹۹۹۵۳ \approx ۱۰$$

$$۳,۷۲۳۵۱ \approx ۳,۷۲۴$$

اعداد ذیل را تا دو رقم خلص سازید.

$$۳,۲۱۳۴ \approx ۳,۲۱$$

$$۷۸,۲۸۵۱ \approx ۷۸,۲۸$$

$$۵۳,۲۳۵ \approx ۵۳,۲۴$$

$$۳,۸۲۸۳ \approx ۳,۸۳$$

توجه: معمولاً اعداد اعشاری را تا ۳ رقم خلص می‌سازند.

ارائه علمی اعداد: برای سهولت، اعداد بسیار بزرگ و اعداد بسیار کوچک را به صورت $a \cdot 10^n$ می‌نویسند، طوری که $1 \leq a < 10$ و n عددی تام باشد، که این روش را بنام ارائه علمی اعداد یاد می‌کنند.

مثال‌ها: اعداد ذیل را به شکل علمی آن بنویسید.

۱) $100 = 10^2$

۲) $200 = 2 \times 100 = 2 \times 10^2$

۳) $82000 = 82 \times 1000 = 8,2 \times 10^4$

۴) $0,2 = 2 \times 10^{-1}$

۵) $0,003 = 3 \times 10^{-3}$

۶) $0,0012 = 1,2 \times 10^{-3}$

۷) $346,23 = 3,4623 \times 10^2$

۸) $84,82 \times 1000 = 8,482 \times 10^4$

۹) $582300 = 5,823 \times 10^5$

۱۰) $32000 = 3,2 \times 10^4$

۵ نسبت و تناسب

فصل پنجم

نسبت و تناسب

آشنایی: فصل پنجم مربوط به نسبت و تناسب بوده، که مفاهیم نسبت و تناسب از جمله گام‌های اساسی محاسبه به‌شمار می‌آید.

نسبت: عبارت از رابطه و مقایسه بین دو کمیت هم‌جنس و هم واحد می‌باشد، و این رابطه بیان می‌کند که کمیت اول چند مرتبه شامل کمیت دوم یا چند مرتبه بیش‌تر از کمیت دوم است. نسبت به دو نوع است، حسابی و هندسی.

نسبت حسابی: عبارت از تفاضل دو کمیت است، و توسط عملیه تفریق می‌توان نسبت حسابی را دریافت نمود.

مثال: نسبت حسابی ۲۰ و ۴ را دریابید.

نسبت حسابی ۲۰ و ۴ عبارت از ۱۶ می‌باشد. $20 - 4 = 16$

نسبت هندسی: بیان می‌کند که یک کمیت چند برابر و یا چندم حصه کمیت دیگر است، و توسط عملیه تقسیم می‌توان نسبت هندسی را دریافت نمود.

مثال ۱: نسبت هندسی ۲۰ و ۴ را دریابید.

نسبت هندسی ۲۰ و ۴ عبارت از ۵ می‌باشد. $20 \div 4 = 5$

مثال ۲: نسبت حسابی و هندسی نفوس ولایت غزنی و کابل را دریابید، فرضاً نفوس ولایت غزنی ۲۰۰۰ نفر باشد، و نفوس ولایت کابل ۱۰۰۰۰ نفر باشد.

نسبت حسابی نفوس ولایت غزنی و کابل عبارت از: $10000 - 2000 = 8000$

نسبت هندسی نفوس ولایت غزنی و کابل عبارت از: $\frac{10000}{2000} = 5$

یعنی نفوس کابل ۵ برابر نفوس غزنی و ۸۰۰۰ نفر بیش‌تر است.
نوت: هرگاه سوال‌های نسبت بدون یاد آوری حسابی و یا هندسی مطرح گردد، منظور از نسبت هندسی می‌باشد.

تقسیم یک کمیت به نسبت معین: عبارت از دریافت مقدار سهم هر سهم در یک مقدار است و برای انجام این عملیه مجموع نسبت‌های داده شده را جمع، بعداً مقدار داده شده را به مجموع نسبت‌ها تقسیم و حاصل تقسیم را ضرب هر نسبت می‌نماییم.

مثال ۱: ۳۲۴ قلم را به نسبت‌های ۲، ۳ و ۴ تقسیم نمایید.

$$\begin{aligned} 36 \times 2 &= 72 * \\ 36 \times 3 &= 108 ** \\ 36 \times 4 &= 144 *** \\ \frac{324}{9} &= 36 \end{aligned}$$

مثال ۲: ۳۷۲۰ کتابچه را به نسبت‌های ۱، ۲ و ۳ تقسیم نمایید.

$$\begin{aligned} 620 \times 1 &= 620 * \\ 620 \times 2 &= 1240 ** \\ 620 \times 3 &= 1860 *** \\ 1 + 2 + 3 &= 6 \quad \frac{3720}{6} = 620 \quad \Rightarrow \end{aligned}$$

تناسب: عبارت از رابطه تساوی میان دو نسبت است که به شکل $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ نشان می‌دهند، طوری که ad را بنام طرفین و bc را بنام وسطین یاد می‌کنند.

خواص تناسب

خاصیت ۱: در هر تناسب حاصل ضرب طرفین مساویست به حاصل ضرب

$$۱) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \quad \text{وسطین. یعنی:}$$

$$۱) \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \Rightarrow 2 \times 15 = 6 \times 5 \quad \text{مثال:}$$

خاصیت ۲: اگر در یک تناسب جاهای طرفین یا وسطین را تبدیل نماییم. یک

$$۲) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \text{تناسب جدید به دست می آید. یعنی:}$$

$$۱) \frac{۲}{۵} = \frac{۶}{۱۵} \Rightarrow \frac{۲}{۶} = \frac{۵}{۱۵} \quad \text{مثال:}$$

خاصیت ۳: اگر در یک تناسب صورت نسبت اولی بر صورت نسبت دومی، و مخرج نسبت اولی بر نسبت مخرج دومی تقسیم گردد، یک تناسب جدید

$$۳) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad \text{به دست می آید. یعنی:}$$

$$۱) \frac{۲}{۵} = \frac{۶}{۱۵} \Rightarrow \frac{۲}{۶} = \frac{۵}{۱۵} \quad \text{مثال:}$$

خاصیت ۴: اگر دو نسبت یک تناسب را تشکیل دهد، پس برعکس آن‌ها نیز یک تناسب را تشکیل می‌دهد.

$$۴) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$۱) \frac{۲}{۵} = \frac{۶}{۱۵} \Rightarrow \frac{۵}{۲} = \frac{۱۵}{۶} \quad \text{مثال:}$$

خاصیت ۵: هرگاه چندین نسبت باهم مساوی، و مساوی به یک عدد معین باشد، در این صورت نسبت حاصل جمع صورت تقسیم حاصل جمع مخرج، حاصل تقسیم نیز مساوی به همان عدد است.

$$۵) \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = m \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = m$$

$$۱) \frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶} = \frac{۶}{۹} = ۰.۶ \Rightarrow \frac{۲+۴+۶}{۳+۶+۹} = ۰.۶ \quad \text{مثال:}$$

انواع تناسب: تناسب به صورت عموم به دو نوع است. بسیط و مرکب.

۱. **تناسب بسیط:** تناسب بسیط نیز به دو نوع است. تناسب مستقیم و تناسب غیرمستقیم.

(a) **تناسب مستقیم:** عبارت از تناسب است که با افزایش کمیت نسبت اول، کمیت نسبت دوم نیز افزایش یابد. مثلاً:

m	1 kg	2 kg	3 kg
p	۱۰	۲۰	۳۰

طوری که m مقدار کمیت و p قیمت آن باشد، معلوم می‌شود که با افزایش کمیت قیمت آن نیز افزایش می‌یابد. پس یک تناسب مستقیم است.
مثال: اگر قیمت ۲ جلد کتاب ۲۰ افغانی باشد، پس با ۴۰۰ افغانی چند جلد کتاب خریداری می‌شود.

m	p	
۲	۲۰	$x = \frac{2 \times 400}{20} = 40$
x	۴۰۰	

(b) **تناسب غیرمستقیم:** عبارت از تناسب است که با افزایش نسبت کمیت اول، نسبت کمیت دوم کاهش یابد. مثلاً: اگر ۸ کارگر یک مزرعه را در ۲ روز آماده کنند، و ۴ کارگر در ۴ روز آماده می‌کنند، معلوم می‌شود که با کم شدن تعداد کارگر، کار زیاد می‌شود. پس این یک تناسب غیرمستقیم است.

مثال ۱: یک مسجد را ۱۰ نفر در ۳ روز ترمیم می‌کنند، اگر بخواهند این مسجد در ۵ روز ترمیم گردد، برای آن چند نفر ضرورت است.

$person$	day	$\Rightarrow$	$person$	day	
۱۰	۳		x	۳	$x = \frac{3 \times 10}{5} = 6$
$\downarrow x$	۵		۱۰	۵	

مثال ۲: یک حوض را ۳ نل در ۱۲ ساعت پر می‌کنند. پس در ۶ ساعت چند نل ضرورت است.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{pipe} & & \text{hour} & & \text{pipe} & & \text{hour} \\
 3 & & 12 & \Rightarrow & x & & 12 \\
 \uparrow x & & 6 & & 3 & & 6
 \end{array}
 \quad x = \frac{3 \times 12}{6} = 6$$

۲. **تناسب مرکب:** عبارت از تناسب است که در آن بیش‌تر از دو نسبت موجود باشد، که نسبت‌ها باهم رابطه مستقیم و یا رابطه غیرمستقیم داشته باشند. و هر یک را به‌صورت جداگانه مقایسه نموده حل می‌نماییم.

مثال ۱: اگر ۱۰ نفر کانالی را به طول ۱۲ متر در ۸ روز حفر کنند. پس ۵ نفر کانالی مشابه را که طول آن ۱۵ متر باشد، در چند روز حفر کرده می‌توانند.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{day} & \text{meter} & \text{person} & & \text{day} & \text{meter} & \\
 8 & 12 & 10 & \Rightarrow & 8 & 12 & * \\
 x & 15 & 5 & & x & 15 & \\
 \text{day} & \text{person} & & \text{day} & \text{person} & & \\
 8 & 10 & \Rightarrow & x & 10 & ** & \Rightarrow x = \frac{8 \times 15 \times 10}{12 \times 5} = 20 \text{ day} \\
 \uparrow x & 5 & & 8 & 5 & &
 \end{array}$$

مثال ۲: تعداد ۲۴ نفر دهقان با کار روزانه ۸ ساعت زمین را به وسعت ۲۰۰۰ متر مربع در ۲۰ روز بیل می‌زنند. اگر ۴۰ نفر دهقان روزانه ۱۲ ساعت کار کنند، زمین به وسعت ۳۰۰۰ متر مربع را در چند روز بیل خواهند زد.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{person} & \text{hour} & \text{meter} & \text{day} & \text{person} & \text{day} & \text{person} & \text{day} \\
 24 & 8 & 2000 & 20 & \Rightarrow & 24 & 20 & \Rightarrow 24 & x & * \\
 40 & 12 & 3000 & x & & 40 & \downarrow x & 40 & 20
 \end{array}$$

hour	day	hour	day	meter	day
۸	۲۰	۸	x	۲۰۰۰	۲۰
۱۲	$\downarrow x$	۱۲	۲۰	۳۰۰۰	x

$$x = \frac{24 \times 20 \times 8 \times 3000}{40 \times 12 \times 2000} = 12 \text{ day}$$

اوسط حسابی: عبارت از حاصل تقسیم مجموع اعداد داده شده، بر تعداد اعداد مذکور است و شکل عمومی آن عبارت از:

$$M = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

مثال ۱: اوسط حسابی اعداد ۲۵، ۵۰، ۲۰، ۵، ۱۰ و ۴۰ را دریابید.

$$M = \frac{25 + 50 + 20 + 5 + 10 + 40}{6} = 25$$

مثال ۲: اوسط نمرات دانش‌آموز را دریابید که در مضمون ریاضی ۹۰، فزیک ۹۵ و در کیمیا ۸۵ نمره اخذ نموده باشد.

$$M = \frac{90 + 95 + 85}{3} = 90$$

اوسط هندسی: عبارت از حاصل ضرب اعداد، تحت جذری که درجه آن تعداد اعداد می‌باشد و شکل عمومی آن عبارت از:

$$M = \sqrt[n]{a_1 \times a_2 \times a_3 \dots a_n}$$

مثال‌ها: اوسط هندسی اعداد ذیل را دریابید.

$$1) \quad 2, 8 \quad M = \sqrt{2 \times 8} = 4 \quad 2) \quad 2, 4, 8 \quad M = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = 4$$

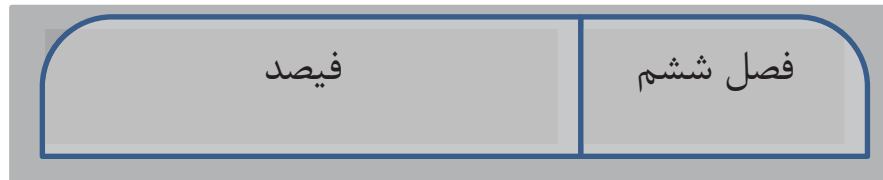
$$3) \quad 1, 3, 9 \quad M = \sqrt[3]{1 \times 3 \times 9} = 3$$

$$4) \quad 2, 4, 17, 34 \quad M = \sqrt[4]{2 \times 4 \times 17 \times 34} = 6.8$$

۶ فیصد

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا



آشنایی: در این فصل به موضوعات فیصد بحث می‌نماییم، فیصد کسری است که مخرج آن صد باشد و به علامه % نشان می‌دهند.

فیصد: در محاسبات روزمره جهت حساب یک مقدار که از روی عدد ۱۰۰ گرفته شده است، استفاده می‌نمایند و این نوع محاسبه را بنام فیصد یاد می‌کنند.

مثال اول: ۲۰٪ عدد ۴۰۰ را دریابید.

$$\frac{400}{x} \quad \frac{100}{20} \Rightarrow x = \frac{400 \times 20}{100} = 80$$

مثال دوم: عدد ۵۰ چند فیصد ۱۰۰۰ می‌باشد.

$$\frac{1000}{50} \quad \frac{100}{x} \Rightarrow x = \frac{100 \times 50}{1000} = 5$$

تخفیف: پول را که تاجران برای مشتریان خویش از حیث رقابت و جلب مشتری از قیمت اصلی آن کم می‌کنند بنام تخفیف یاد می‌کنند و با استفاده از فیصد به حل سوال‌های آن می‌پردازیم.

مثال اول: جنس که مبلغ ۲۰۰۰ قیمت دارد، به ۱۰٪ تخفیف فروخته شده، قیمت فروش آن را دریابید.

$$\begin{array}{l} \frac{2000}{x} \quad \frac{100}{10} \Rightarrow x = \frac{2000 \times 10}{100} = 200 \\ \Rightarrow 2000 - 200 = 1800 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 2000 \quad 100 \\ 100 - 10 = 90 \quad x \quad 90 \\ \Rightarrow x = \frac{2000 \times 90}{100} = 1800 \end{array} \right.$$

مثال دوم: میزی را به ۲۰۰۰ فروخته است، طوری که قیمت اصلی آن ۲۵۰۰ بوده، فیصدی تخفیف را دریابید.

$$۲۵۰۰ - ۲۰۰۰ = ۵۰۰$$

$$\frac{۲۵۰۰}{۵۰۰} \times \frac{۱۰۰}{x} \Rightarrow x = \frac{۵۰۰ \times ۱۰۰}{۲۵۰۰} = ۲۰\%$$

مثال سوم: جنس که قیمت آن ۱۲۰۰ باشد، با ۳۰٪ تخفیف فروخته شده پس قیمت فروش آنرا دریابید.

$$۱۰۰ - ۳۰ = ۷۰\% \quad \frac{۱۲۰۰}{x} \times \frac{۱۰۰}{۷۰} \Rightarrow x = \frac{۱۲۰۰ \times ۷۰}{۱۰۰} = ۸۴۰$$

احدیت: یک طریق محاسبه تناسب مستقیم بوده، طوری که اولاً قیمت یک واحد آنرا از نسبت مربوط دریافت نموده و بعداً ضرب مقدار داده شده می‌نماییم.

مثال اول: قیمت ۸۰ جلد کتاب ۴۰۰ افغانی است قیمت ۵ جلد کتاب را دریابید.

$$\frac{۴۰۰}{۸۰} = ۵ \Rightarrow ۵ \times ۵ = ۲۵$$

مثال دوم: قیمت ۳۰ عدد میز ۱۲۰۰۰ است، پس قیمت ۱۳ عدد میز را دریابید.

$$\frac{۱۲۰۰۰}{۳۰} = ۴۰۰ \Rightarrow ۴۰۰ \times ۱۳ = ۵۲۰۰$$

مثال سوم: قیمت یک دروازه ۱۲۰۰ می باشد، پس قیمت ۲۰ عدد دروازه را دریابید.

$$۱۲۰۰ \times ۲۰ = ۲۴۰۰۰$$

مسائل کار: عبارت از محاسبات انجام کار توسط دو اجرا کننده یا بیش تر از آن می باشد و به شکل $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ محاسبه می گردد. طوری که c قید زمان a اجرا کننده اول و b اجرا کننده دوم را نشان دهد.

مثال اول: فرید یک کار را در ۶ روز و نوید همان کار را در ۳ روز انجام می دهد، دریابید که هر دو یکجا این کار را در چند روز تمام خواهند کرد.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1+2}{6} = \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{c} \Rightarrow c = 2$$

مثال دوم: ربیع یک کار را در ۱۲ ساعت و سدید همان کار را در ۴ ساعت انجام می دهند، اگر هر دو یکجا کار کنند در چند ساعت انجام خواهند داد.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{3+1}{12} = \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{4}{12} = \frac{1}{c} \Rightarrow c = 3$$

مثال سوم: رامش یک کار را در ۲۴ ساعت و پارسا با رامش هر دو در ۸ ساعت انجام می دهند. دریابید که پارسا به تنهایی در چند ساعت انجام خواهد داد.

$$\frac{1}{24} + \frac{1}{a} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{8} - \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{3-1}{24} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{24} \Rightarrow a = 12$$

مثال چهارم: حمید با کار روزانه ۱۰ ساعت، یک کار را در مدت ۹ روز انجام می دهد، و فرید عین کار را با روزانه ۳ ساعت در مدت ۲۰ روز انجام می دهد، معلوم نمائید که هر دو در چند ساعت انجام می دهند.

حل: اگر روز مرتبه فرض شود و حاصل ضرب یک مقدار ضرب تعداد آن، کل آن حاصل می شود.

$$Hamid \quad 10 \times 9 = 90 \text{ hour} \quad Farid \quad 3 \times 20 = 60 \text{ hour}$$

یعنی: حمید در ۹۰ ساعت و فرید در ۶۰ ساعت انجام می دهد.

از مسائل کار استفاده نموده داریم که:

$$\frac{1}{90} + \frac{1}{60} = \frac{1}{C} \Rightarrow C = 36 \text{ hour}$$

تبدیل نسبت به فیصد: برای تبدیل نسبت به فیصد، نسبت را ضرب صد نموده و بعداً اختصار می‌نماییم.

مثال اول: نسبت $\frac{4}{5}$ را به فیصد تبدیل نمایید.

$$\frac{4}{5} \times \frac{100}{1} = \frac{400}{5} = 80\%$$

مثال دوم: نسبت $\frac{5}{10}$ را به فیصد تبدیل نمایید.

$$\frac{5}{10} \times \frac{100}{1} = \frac{500}{10} = 50\%$$

ربح: عبارت از فایده است که در مدت معین و از سرمایه معین به دست می‌آید. و به دو نوع است ربح ساده و ربح مرکب.

ربح ساده: مفادی که از یک سرمایه در یک مدت معین به نرخ معین از قرار

فیصدی حاصل گردد بنام ربح ساده یاد می‌کنند و توسط فورمول $I = \frac{b \times r \times t}{100}$

محاسبه می‌گردد، طوری که I ربح، b سرمایه، r نرخ و t مدت باشد.

مثال اول: مقدار ۶۰۰۰ افغانی از نرخ ۱۲٪ به مدت ۳ سال به ربح ساده چند افغانی مفاد می‌نماید.

$$\left. \begin{array}{l} I = ? \\ b = 6000 \\ r = 12\% \\ t = 3 \text{ year} \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{b \times r \times t}{100} \Rightarrow I = \frac{6000 \times 12 \times 3}{100} = 2160$$

مثال دوم: از کدام سرمایه در مدت ۳ سال به نرخ ۱۲٪ مفاد ۲۱۶۰ افغانی حاصل می‌گردد.

$$\left. \begin{array}{l} I = 2160 \\ b = ? \\ r = 12\% \\ t = 3 \text{ year} \end{array} \right\} I = \frac{b \times r \times t}{100} \Rightarrow 2160 = \frac{b \times 12 \times 3}{100} \Rightarrow b = 6000$$

مثال سوم: از سرمایه ۶۰۰۰ افغانی در مدت ۳ سال به کدام نرخ مفاد ۲۱۶۰ حاصل می‌گردد.

$$\left. \begin{array}{l} I = 2160 \\ b = 6000 \\ r = ? \\ t = 3 \text{ year} \end{array} \right\} I = \frac{b \times r \times t}{100} \Rightarrow 2160 = \frac{6000 \times r \times 3}{100} \Rightarrow r = 12\%$$

مثال چهارم: از سرمایه ۶۰۰۰ افغانی به نرخ ۱۲٪ به مدت چند سال مفاد ۲۱۶۰ حاصل می‌گردد.

$$\left. \begin{array}{l} I = 2160 \\ b = 6000 \\ r = 12\% \\ t = ? \end{array} \right\} I = \frac{b \times r \times t}{100} \Rightarrow 2160 = \frac{6000 \times 12 \times t}{100} \Rightarrow t = 3 \text{ year}$$

ربح مرکب: هرگاه مفاد یک سرمایه به اصل مقدار سرمایه علاوه گردد و دوباره به مفاد گذاشته شود، سرمایه جدید با مفاد که به دست می‌آید بنام **ربح مرکب** یاد می‌کنند، و توسط رابطه $P = A(1+r)^n$ محاسبه می‌گردد، طوری که p

سرمایه جدید با مفاد، A سرمایه اولی، r نرخ به فیصد، f مفاد و n مدت به سال را نشان دهد.

مثال اول: اگر مبلغ ۲۰۰۰ افغانی به نرخ ۲۰٪ به مدت ۴ سال به ربح مرکب گذاشته شود، مفاد را محاسبه نمایید.

$$p = A(1+r)^n \quad \wedge \quad f = p - A$$

$$\left. \begin{array}{l} p = ? \\ f = ? \\ r = 20\% \\ A = 2000 \\ n = 4 \text{ year} \end{array} \right\} \begin{array}{l} p = 2000 \left(1 + \frac{20}{100} \right)^4 \\ p = 2000 \left(\frac{6}{5} \right)^4 \\ p = 4147.2 \Rightarrow f = 4147.2 - 2000 \\ f = 2147.2 \end{array}$$

مثال دوم: مبلغ ۵۰۰ افغانی به نرخ ۸٪ به مدت ۲ سال به ربح مرکب گذاشته شود، مفاد را محاسبه نمایید.

$$p = A(1+r)^n \quad \wedge \quad f = p - A$$

$$\left. \begin{array}{l} p = ? \\ f = ? \\ r = 8\% \\ A = 500 \\ n = 2 \text{ year} \end{array} \right\} \begin{array}{l} p = 500 \left(1 + \frac{8}{100} \right)^2 \\ p = 500 \left(\frac{27}{25} \right)^2 \\ p = 583.2 \Rightarrow f = 583.2 - 500 \\ f = 83.2 \end{array}$$

مثال سوم: اگر مبلغ ۶۰۰۰ افغانی به نرخ ۱۰٪ به مدت ۴ سال به ربح گذاشته شود، مفاد را محاسبه نمایید.

$$\left. \begin{array}{l} p = ? \\ f = ? \\ r = 10\% \\ A = 6000 \\ n = 2 \text{ year} \end{array} \right\} p = 6000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 \quad p = 6000 \left(\frac{11}{10} \right)^2 \Rightarrow p = 7260$$

$$f = 7260 - 6000 = \boxed{1260}$$

مشارکت: هرگاه چند نفر به یک معامله تجارتي باهم یکجا به کار آغاز کنند بنام شرکت یاد می‌گردد، و برای محاسبه شراکت چهار حالت ذیل وجود دارد.

حالت اول: هرگاه سرمایه‌ها و مدت در شراکت مساوی باشند، فایده و یا ضرر به تعداد نفرات تقسیم می‌شود.

مثال: شرکتی توسط سه نفر که سرمایه هر یک ۶۵۰۰۰ افغانی است، ایجاد شده و در مدت دو سال ۴۵۰۰۰ افغانی فایده نموده اند، سهم هر یک را محاسبه نمایید.

$$45000 \div 3 = 15000$$

حالت دوم: اگر سرمایه‌ها مساوی و مدت‌ها متفاوت باشد، فایده و یا ضرر به نسبت مدت‌ها تقسیم می‌شود.

مثال: دو نفر در سال ۱۳۹۰ هر کدام با سرمایه ۲۷۰۰۰ افغانی به فعالیت آغاز می‌کنند، و در سال ۱۳۹۲ فردی با سرمایه ۲۷۰۰۰ افغانی به شرکت آنها شریک می‌شود، ایشان در سال ۱۳۹۴، مبلغ ۳۶۰۰۰ افغانی فایده نموده اند، سهم هر یک را دریابید.

$$4 + 4 + 2 = 10$$

نسبت مدت‌ها عبارت از:

$$\begin{aligned} 4 \times 3600 &= 14400 * \\ \frac{36000}{10} &= 3600 \Rightarrow 4 \times 3600 = 14400 ** \\ 2 \times 3600 &= 7200 *** \end{aligned}$$

حالت سوم: اگر مدت‌ها مساوی و سرمایه‌ها متفاوت باشد، فایده و یا ضرر به نسبت سرمایه‌ها تقسیم می‌شود.

مثال: سه نفر به ترتیب به سرمایه‌های ۳۰۰۰، ۴۰۰۰، ۵۰۰۰ به شراکت پرداخته‌اند، اگر آن‌ها در مدت یکسال ۱۲۰۰۰۰ افغانی فایده کرده باشند، سهم هر یک را دریابید.

نسبت سرمایه‌ها عبارت از:

$$\begin{aligned} 5000 + 4000 + 3000 &= 12000 & 10 \times 3000 &= 30000* \\ \frac{120000}{12000} &= 10 & 10 \times 4000 &= 40000** \\ & & 10 \times 5000 &= 50000*** \end{aligned}$$

حالت چهارم: هرگاه مدت‌ها و سرمایه‌ها متفاوت باشند، فایده به نسبت حاصل ضرب مدت در سرمایه تقسیم می‌شود.

مثال: دو نفر تاجر بطور شراکت باهم به فعالیت آغاز کرده‌اند، تاجر اولی ۱۸۰۰ افغانی برای ۷ ماه، تاجر دومی ۱۳۰۰ افغانی را برای ۵ ماه به کار انداخته‌اند، در این مدت مبلغ ۴۰۰۰ افغانی فایده نموده‌اند، سهم هر یک را دریابید.

نسبت حاصل ضرب مدت در سرمایه عبارت از:

$$\left. \begin{aligned} 7 \times 1800 &= 12600 \\ 5 \times 1300 &= 6500 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{40}{191}$$

$$12600 \times \frac{40}{191} = 2638.7*$$

$$6500 \times \frac{40}{191} = 1361.3**$$



www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

فصل هفتم

سیستم شمارش اعداد

آشنایی: این فصل شامل سیستم شمارش اعداد، تبدیل اعداد از یک قاعده به قاعده‌های دیگر، می‌باشد، و در رشته کامپیوتر ساینس نقش عمده دارد.

سیستم شمارش اعداد: در محاسبات امروزی، سیستم شمارش بسیار اند، که هر کدام شان مورد استفاده خاصی قرار می‌گیرند. مانند سیستم شمارش اعداد در قاعده‌های $2, 3, 4, 5, \dots$ که مهم‌ترین آن‌ها عبارت از $5, 2$ و 10 می‌باشد.

سیستم اعداد به قاعده 10 : به‌صورت عموم اعداد در حالت عادی به قاعده 10 می‌باشد، که قاعده آن نوشته نمی‌شود، و نظر به مرتبه‌های اعداد (یک‌ها، ده‌ها، صدها، ...) تعیین می‌شود. مانند عدد 532142 که در جدول ذیل ذکر شده است.

طبقه هزار			طبقه احاد		
صدها	دهها	یکها	صدها	دهها	یکها
10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
۵	۳	۲	۱	۴	۲

از جدول فوق نتیجه می‌گیریم که عدد 532142 عبارت از:

$$5 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

پس برای نوشتن اعداد به شکل حاصل جمع مضرب‌های توان 10 ، هر مرتبه عدد مورد نظر را ضرب در ارزش طبقاتی آن نموده جمع مرتبه بعدی می‌نماییم. مانند جدول ذیل:

$a_0 \times 10^0$	یک‌ها	طبقه واحد
$a_1 \times 10^1$	ده‌ها	
$a_2 \times 10^2$	صدها	
$a_3 \times 10^3$	یک‌ها	طبقه هزار
$a_4 \times 10^4$	ده‌ها	
$a_5 \times 10^5$	صدها	
$a_n \times 10^n$	N ام	

که شکل عمومی آن عبارت است از:

$$a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0$$

مثال: عدد ۷۲۳۱ را به شکل حاصل جمع قاعده ۱۰ بنویسید.

$$7 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

سیستم اعداد به قاعده ۲: این سیستم شمارش اعداد صرف دو رقم (۰، ۱) به کار می‌رود، و این سیستم اعداد را بنام سیستم اعداد کمپیوتری نیز یاد می‌کنند. مانند:

$$(1101)_2, (1011)_2, (11010)_2, \dots$$

سیستم اعداد به قاعده ۵: این سیستم شمارش بالای اعداد (۰، ۱، ۲، ۳، ۴) محاسبه می‌گردد.

تبدیل قاعده سیستم شمارش اعداد

تبدیل قاعده ۱۰ به قاعده ۲: برای تبدیل نمودن یک عدد از قاعده ۱۰، به قاعده ۲، عدد مذکور را به ۲ تقسیم می‌نماییم، و باقی‌مانده را در راست جدول می‌نویسیم و بعداً اعداد باقی‌مانده را از پایین به بالا به ترتیب چپ به راست می‌نویسیم. که این عدد به قاعده ۲ می‌باشد.

مثال: عدد $(۱۳۲۵)_{۱۰}$ را به قاعده ۲ تبدیل نماییم.

۲	۱۳۲۵	۱	۲	۲۰	۰
۲	۶۶۲	۰	۲	۱۰	۰
۲	۳۳۱	۱	۲	۵	۱
۲	۱۶۵	۱	۲	۲	۰
۲	۸۲	۰		۱	۱
۲	۴۱	۱			

$$\Rightarrow (۱۳۲۵)_{۱۰} = (۱۰۱۰۰۱۰۱۱۰۱)_{۲}$$

تبدیل قاعده ۲ به قاعده ۱۰: برای تبدیل نمودن یک عدد از قاعده ۲ به قاعده ۱۰ هر مرتبه عدد مذکور را ضرب ارزش طبقاتی آن نموده و جمع مرتبه بعدی می‌نماییم.

مثال ۱: عدد $(۱۱۱)_{۲}$ را به قاعده ۱۰ تبدیل نماییم.

$$۱۰۲^۲ + ۱۰۲^۱ + ۱۰۲^۰ \Rightarrow ۴ + ۲ + ۱ = (۷)_{۱۰}$$

مثال ۲: عدد $(۱۰۱۰)_{۲}$ را به قاعده ۱۰ تبدیل نماییم.

$$۱۰۲^۳ + ۰۰۲^۲ + ۱۰۲^۱ + ۰۰۲^۰ \Rightarrow ۸ + ۰ + ۲ + ۰ = (۱۰)_{۱۰}$$

تبدیل سیستم قاعده ۱۰ به ۵: برای تبدیل نمودن یک عدد از قاعده ۱۰ به قاعده ۵ عدد مذکور را به ۵ تقسیم می‌نماییم، باقی‌مانده را در راست جدول می‌نویسیم. بعداً اعداد باقی‌مانده را از پایین به بالا به ترتیب از چپ به راست می‌نویسیم. که این عدد به قاعده ۵ می‌باشد.

مثال ۱: عدد $(۴۵)_{۱۰}$ را به قاعده ۵ تبدیل نمایید.

$$\begin{array}{r|rr} ۵ & ۴۵ & ۰ \\ ۵ & ۹ & ۴ \\ & ۱ & ۱ \end{array} \Rightarrow (۴۵)_{۱۰} = (۱۴۰)_۵$$

مثال ۲: عدد $(۱۳۲)_{۱۰}$ را به قاعده ۵ تبدیل نمایید.

$$\begin{array}{r|rr} ۵ & ۱۳۲ & ۲ \\ ۵ & ۲۶ & ۱ \\ ۵ & ۵ & ۰ \\ & ۱ & ۱ \end{array} \Rightarrow (۱۳۲)_{۱۰} = (۱۰۱۲)_۵$$

تبدیل قاعده ۵ به قاعده ۱۰: برای تبدیل نمودن یک عدد از قاعده ۵ به قاعده ۱۰ هر مرتبه عدد مذکور را ضرب ارزش طبقاتی آن نموده، جمع مرتبه بعدی می‌نماییم.

مثال: عدد $(۱۰۲۳)_۵$ را به قاعده ۱۰ تبدیل نمایید.

$$۱ \times ۵^۳ + ۰ \times ۵^۲ + ۲ \times ۵^۱ + ۳ \times ۵^۰ \Rightarrow ۱۲۵ + ۰ + ۱۰ + ۳ = (۱۳۸)_{۱۰}$$

توجه: هر گاه اعداد را از یک قاعده به قاعده‌های دیگر تبدیل نماییم، اولاً آن را به قاعده ۱۰ تبدیل نموده و بعد به قاعده‌های دیگر تبدیل می‌نماییم.

مثال ۱: عدد $(۱۲۳۴)_۵$ را به قاعده ۲ تبدیل نمائید.

$$\begin{aligned} & ۱ \times ۵^۳ + ۲ \times ۵^۲ + ۳ \times ۵^۱ + ۴ \times ۵^۰ \\ & ۱۲۵ + ۲ \times ۲۵ + ۱۵ + ۴ \\ & ۱۲۵ + ۵۰ + ۱۹ = (۱۹۴)_{۱۰} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l}
 ۲ & ۱۹۴ \quad ۰ \\
 ۲ & ۹۷ \quad ۱ \\
 ۲ & ۴۸ \quad ۰ \\
 ۲ & ۲۴ \quad ۰ \\
 ۲ & ۱۲ \quad ۰ \\
 ۲ & ۶ \quad ۰ \\
 ۲ & ۳ \quad ۱ \\
 & ۱
 \end{array}
 \Rightarrow (۱۲۳۴)_۵ = (۱۹۴)_{۱۰} = (۱۱۰۰۰۰۱۰)_۲$$

مثال ۲: عدد $(۱۰۱۰۰۱)_۲$ را به قاعده ۵ تبدیل نمائید.

$$۱ \times ۲^۵ + ۰ \times ۲^۴ + ۱ \times ۲^۳ + ۰ \times ۲^۲ + ۰ \times ۲^۱ + ۱ \times ۲^۰ \\
 \Rightarrow ۳۲ + ۸ + ۱ = (۴۱)_{۱۰}$$

$$\begin{array}{r|l}
 ۵ & ۴۱ \quad ۱ \\
 ۵ & ۸ \quad ۳ \\
 & ۱
 \end{array}
 \Rightarrow (۱۰۱۰۰۱)_۲ = (۴۱)_{۱۰} = (۱۳۱)_۵$$

۸ ست‌ها و اعداد

مجموعه ۸ ست‌ها و اعداد

فصل هشتم

ست‌ها و اعداد

آشنایی: این فصل شامل معرفی ست‌ها، خواص ست‌ها و اعداد می‌باشد، تا با درک این موضوع دانش‌آموزان در مسائل نامساوات و توابع دچار مشکل نشوند.

ست: مفهوم ست عبارت از اتحاد از اشیاء، اعداد،... طوری که هر کدام آن مشخص باشد. مانند:

ست اعداد طاق یک رقمی $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

نظریه ست توسط عالمی بنام کانتور در علم ریاضیات معرفی گردیده است.

ست‌ها برای بیان ریاضیات معاصر نقش عمده دارد.

نمایش ست‌ها: یک ست را توسط حروف بزرگ لاتین مانند $(A, B, \dots, Z)$ و عناصر ست را با حروف کوچک مانند $(a, b, \dots, c)$ نشان می‌دهند، و به دو حالت ذیل ارائه می‌گردد.

حالت اول: نوشتن عناصر در بین قوس مانند: $\{2, 7, 5, 9\}$

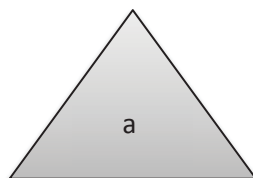
$\{\text{مصطفی، حمید، عباس}\}$

حالت دوم: نوشتن عناصر ست در بین قوس توسط علائم ریاضیکی مانند:

ست اعداد یک رقمی $A = \{x : 1 \leq x \leq 9\}$

نمایش ست‌ها به صورت هندسی: نوشتن عناصر ست در بین اشکال

هندسی (روش ون) مانند:



شمولیت عنصر ست: عنصر که شامل یک ست باشد به علامه $\in$ و اگر شامل نباشد توسط علامه $\notin$ نمایش می‌دهند. مانند:

$$A = \{a, b, c, d\} \quad c \in A \wedge e \notin A$$

ست‌های متناهی: به ست گفته می‌شود که عناصر آن معین باشد. مانند:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

ست‌های نامتناهی: به ست گفته می‌شود که عناصر آن معین نباشد. مانند:

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$$

عناصر ست: هر چیزی که شامل یک ست باشد، بنام عنصر ست یاد می‌گردد. مانند:

$$A = \{a, b, c\}$$

ست خالی: به ست گفته می‌شود که هیچ عنصر نداشته باشد و به علامه $\emptyset$

$$A = \{ \}$$

ست‌های مساوی: به ست‌های گفته می‌شود که عناصر شان یکسان باشد.

$$A = \{3, 4, 5\} \quad B = \{4, 5, 3\} \Rightarrow A = B$$

ست‌های فرعی: به ست گفته می‌شود که شاخه از ست دیگر باشد، و به علامه $\subset$ نمایش می‌دهند. مانند:

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow A \subset B$$

ست‌های فرعی یک ست: تعداد ست‌های فرعی یک ست که دارای n تعداد

عنصر است، توسط رابطه ذیل محاسبه می‌گردد.

$$2^n = \text{تعداد ست‌های فرعی یک ست}$$

$$2^n - 1 = \text{تعداد ست‌های فرعی خاص یک ست}$$

مثال ۱: تعداد ست‌های فرعی ست $A = \{a, b, c\}$ را دریابید.

$$\begin{aligned} A_1 = \{a\} \quad A_2 = \{b\} \quad A_3 = \{c\} \quad A_4 = \{a, b\} \quad A_5 = \{a, c\} \\ A_6 = \{b, c\} \quad A_7 = A \quad A_8 = \emptyset \quad 2^3 = 8 \end{aligned}$$

مثال ۲: ست‌های فرعی خاص ست را دریابید.

$$\begin{aligned} A_1 = \{a\} \quad A_2 = \{b\} \quad A_3 = \{c\} \quad A_4 = \{a, b\} \quad A_5 = \{a, c\} \quad A_6 = \{b, c\} \\ A_7 = \emptyset \quad 2^3 - 1 = 7 \end{aligned}$$

نکات ذیل را بخاطر داشته باشید:

- ❖ هر ست، ست فرعی خودش است. $A \subseteq A$
- ❖ ست خالی، ست فرعی هر ست است. $\emptyset \subset A$
- ❖ اگر دو ست، فرعی از یکدیگر باشد. پس آن‌ها باهم مساویست.

$$\left. \begin{aligned} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = B$$

ست‌های معادل: به ست‌های گفته می‌شود که تعداد عناصر شان برابر باشد.

$$A = \{a, b\} \quad B = \{1, 2\} \Rightarrow A \cong B \quad \text{مانند:}$$

مکمله یک ست: فرض کنیم U یک ست کلی بوده و A یک ست فرعی در آن باشد در این صورت مکمله ست A را نسبت با ست کلی U ست همه آن عناصر U تعریف می‌کنند که مربوط به A نباشد $U \setminus A$ یعنی:

$$U \setminus A = \{x : x \in U \wedge x \notin A\}$$

مکمله یک ست را با A' یا $\bar{A}$ نشان می‌دهند.

مثال: ست روزهای هفته را به U نشان می‌دهیم و ست A فرعی ست U باشد و روزهای شنبه، دوشنبه و چهارشنبه را شامل باشد.

$$U = (\text{شنبه، یکشنبه، دوشنبه، سه شنبه، چهارشنبه، پنجشنبه، جمعه})$$

$$A = (\text{شنبه، دوشنبه، چهارشنبه})$$

$$U \setminus A = \bar{A} (\text{یکشنبه، سه شنبه، پنجشنبه، جمعه})$$

توجه:

$$A = \{a, b, c\} \quad B = \{a, b, c\} \quad C = \{a, b\}$$

$$C \subset A \quad B \subseteq A \quad A \subseteq B \quad A = B$$

اتحاد ست‌ها: اتحاد دو ست A, B عبارت از ست است که تمام عناصر ست‌های A و B را شامل باشد، و به علامه $\cup$ نشان می‌دهند. مانند:

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

مثال: اتحاد ست‌های ذیل را دریابید.

$$A = \{a, b, c, d\} \quad B = \{a, b, e, f, c\} \Rightarrow A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

توجه: در اتحاد ست‌ها تکرار عناصر ست‌ها هیچ تاثیر ندارد.

خواص اتحاد ست‌ها:

$$۱) A \cup A = A$$

$$۲) A \cup \emptyset = A$$

$$۳) A \cup B = B \cup A$$

$$۴) A \cup (B \cup C) = C \cup (B \cup A)$$

$$۵) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

تقاطع ست‌ها: تقاطع دو ست A, B عبارت از ست است که عناصر مشترک ست‌های A, B را شامل باشد، و به علامه $\cap$ نشان می‌دهند. مانند:

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

مثال: تقاطع ست‌های ذیل را دریابید.

$$A = \{a, b, c, g, h, e\} \quad B = \{b, g, e, m, n\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{b, g, e\}$$

خواص تقاطع ست‌ها:

- ۱) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- ۲) $A \cap A = A$
- ۳) $A \cap B = B \cap A$
- ۴) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

تفاضل ست‌ها: تفاضل دو ست $A - B, A \setminus B$ عبارت از ست است که عناصر آن در ست A شامل و درست B شامل نباشد. مانند:

$$A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

مثال: تفاضل ست‌های ذیل را دریابید.

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{1, 3, 5\}$$

$$\Rightarrow A \setminus B = \{2, 4\}$$

ست‌های اعداد: برای سهولت کردن بیان بعضی از موضوعات ریاضیات، اعداد را به ست‌های گوناگون تقسیم نموده‌اند که به معرفی مختصر آن‌ها می‌پردازیم.

ست اعداد طبیعی: اعدادی که برای شمارش کمیت کامل بکار می‌روند، اعداد طبیعی گفته می‌شود و اعداد طبیعی یک ست نامتناهی می‌باشد. مانند:

$$N = \{1, 2, 3, \dots\} \quad N = \{x : 1 \leq x < \infty\}$$

اعداد طبیعی جفت: ست اعداد طبیعی که بر ۲ پوره قابل تقسیم باشد بنام اعداد طبیعی جفت یاد می‌کنند. مانند:

$$E = \{2k : k \in N\} \quad E = \{2, 4, 6, \dots\}$$

اعداد طبیعی طاق: ست اعداد طبیعی که بر ۲ پوره قابل تقسیم نباشد. بنام

$$O = \{2k - 1 : k \in \mathbb{N}\} \quad O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

اعداد کامل: ست اعداد طبیعی که صفر را شامل باشد بنام اعداد کامل یاد

$$W, N' = \{x : 0 \leq x < \infty\} \quad W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

اعداد صحیح تام: عبارت از ست اعداد کامل مثبت و منفی است. مانند:

$$Z = \{x : -\infty < x < \infty\} \quad Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$$

اعداد نسبی: ست را که به شکل $\left(\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0\right)$ نمایش داده بتوانیم

بنام اعداد نسبی یاد می‌کنند. مانند:

$$Q = \left\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0\right\} \quad ex : Q = \left\{\frac{2}{3}, -\frac{2}{5}, \frac{12}{45}, \dots\right\}$$

اعداد غیر نسبی: عبارت از اعداد اند که نمی‌توان به صورت کسر نمایش

داد. مانند:

$$Q' = \{e, \pi, \sqrt{2}, -\sqrt{7}, \dots\}$$

اعداد حقیقی: عبارت از اتحاد ست اعداد نسبی و غیرنسبی می‌باشد. مانند:

$$R = \{Q \cup Q'\} \quad R = \left\{\dots, -5, -2, \frac{1}{3}, 0, \sqrt{3}, \dots\right\}$$

اعداد موهومی: اعداد منفی را تحت جذر جفت بنام اعداد موهومی یاد

می‌کنند. مانند:

$$I = \{i = \sqrt{-1}\}$$

اعداد مختلط: عبارت از اعداد حقیقی و موهومی است که در (ریاضیات ۲)

معرفی می‌نماییم.

الفبای یونانی					
۱	آلفا	۹	آیوتا	۱۷	رو
۲	بتا	۱۰	کاپا	۱۸	سیگما
۳	گاما	۱۱	لاندا	۱۹	تو
۴	دلتا	۱۲	میو	۲۰	یوپسیلا ون
۵	ایسید لون	۱۳	نو	۲۱	فی
۶	زتا	۱۴	کسی	۲۲	کای
۷	اتا	۱۵	اومیکر ون	۲۳	پسی
۸	تا	۱۶	پی	۲۴	اومگا

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	ι	κ	λ	μ
A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ	I	K	Λ	M
۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
ν	ξ	$\omicron$	π	ρ	σ	τ	υ	ϕ	χ	ψ	ω
N	Ξ	O	Π	P	Σ	T	Υ	Φ	X	Ψ	Ω

۱	عدد ۱۲۲۲۱ بر کدام عدد پوره قابل تقسیم است. الف) ۲ (ب) ۳ (ج) ۷ (د) ۱۱
۲	هرگاه عدد ۷۸۴ بر عدد ۳ تقسیم گردد. باقی‌مانده مساوی می‌شود به: الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۴ (د) ۵
۳	هرگاه عدد ۳۴ بر a تقسیم گردد. ۴ باقی می‌ماند. در صورتی که حاصل تقسیم ۵ باشد. قیمت a را دریابید. الف) $\frac{۱۳}{۳}$ (ب) $\frac{۴}{۱۳}$ (ج) ۱۲ (د) ۶
۴	حاصل ۲×۵ مساوی است به: الف) ۲ (ب) ۰ (ج) -۲ (د) ± ۲
۵	حاصل $۳۲۴ \div ۴$ مساوی است به: الف) ۳۲ (ب) ۸۲ (ج) ۳ (د) $۳^۴$
۶	نتیجه $۳۲ + ۴ - ۳۲$ مساوی است به: الف) ۱۴ (ب) ۳ (ج) -۲ (د) ۴
۷	در صورتی که $\frac{۲}{۳} = \frac{a}{b}$ پس $a + b$ مساوی است به: الف) ۶ (ب) ۵ (ج) ۲ (د) ۳
۸	اگر ۳۱ افغانی را به ۳۱ نفر تقسیم نماییم. سهم هر یک مساوی است به: الف) ۳ (ب) ۱۳ (ج) ۰ (د) ۱
۹	حاصل ۳۳×۳۲ مساوی است به: الف) ۱۰۵۶ (ب) ۵۶۱۰ (ج) -۵۶ (د) ۳۴

۱۰	حاصل $۶۰۶۰ \div ۳$ مساوی است به: الف) ۲۰۱۰ (ب) ۲۰۲۰ (ج) ۱۰۲۰ (د) ۳۲
۱۱	در یک شرکت ۳۲ نفر کار می‌کنند، معاش ماهانه فی نفر ۱۳۰۰ است. مجموع معاش کارمندان چند می‌شود. الف) ۴۱۶۰۰۰ (ب) ۶۱۴۰۰ (ج) ۴۱۶۰۰ (د) ۱۴۱۰۰
۱۲	بنویسید. شش صد و بیست میلیون و دو صد. الف) ۶۲۰۰۲۰۰ (ب) ۶۲۰۰۰۰۲۰۰ ج) ۶۲۰۰۰۲۰۰ (د) هیچکدام
۱۳	۲۲ کتاب را با ۳۲ قلم جمع نمایید. الف) ۵۴ قلم (ب) ۵۴ کتاب (ج) ۴۵ کتاب (د) هیچکدام
۱۴	عدد ۱۳۲ بالای کدام اعداد ذیل پوره قابل تقسیم است. الف) ۴،۳،۲ (ب) ۲ (ج) ۲،۳ (د) ۶،۴،۳،۲
۱۵	هرگا a مقسوم، b مقسوم علیه، c خارج قسمت، d باقی‌مانده باشد. کدام رابطه ذیل درست است؟ الف) $a + b = c$ (ب) $۲a = d$ (ج) $b \cdot c + d = a$ (د) $bc = a$
۱۶	هرگا دو چند عدد ۳ را تقسیم دو نماییم. آن عدد مساوی است به: الف) ۳ (ب) ۲ (ج) ۶ (د) ۴
۱۷	قیمت دو قلم متفاوت ۱۸۰ افغانی است، اگر یکی از آن‌ها ۸۰ افغانی باشد. قیمت قلم دومی چند است؟ الف) ۱۰ (ب) ۱۰۰ (ج) ۲۰ (د) ۵۰
۱۸	کوچکترین مضرب مشترک اعداد (۲، ۶، ۱۸). الف) ۶۳ (ب) ۳۶ (ج) ۱۲ (د) ۱۸

۱۹	بزرگترین قاسم مشترک اعداد (۲۴،۳۰،۱۶). الف) ۲ (ب) ۳ (ج) ۴ (د) ۸
۲۰	کوچکترین عدد که بالای (۱۵،۳۰) پوره قابل تقسیم می باشد، عبارت از: الف) ۱۵ (ب) ۳۰ (ج) ۴۵ (د) ۲۵
۲۱	عدد ۳۲:۲ مساوی است به: الف) ۱ (ب) ۱۶ (ج) ۳ (د) ۸
۲۲	عدد ۵۱۲ مساوی است به: الف) 2^9 (ب) 9^2 (ج) $2+3$ (د) $2+12$
۲۳	کدام عدد ذیل به ۸ تقسیم گردد، دارای باقی مانده می باشد. الف) ۷۱۲ (ب) ۱۲۷ (ج) ۳۶۰ (د) ۶۴
۲۴	قاسم‌های عدد ۲۰ عبارت از: الف) ۲۰، ۱۵ (ب) ۲۰، ۱۹، ۱۵، ۴، ۲ (ج) ۱۰، ۳ (د) ۲، ۴
۲۵	مضرب یک عدد با خود عدد. الف) مساوی است (ب) بزرگ است (ج) کوچک است (د) گزینه الف و ب
۲۶	کدام عدد ذیل دارای مرتبه ده‌ها نمی باشد. الف) ۱۱ (ب) ۲۲ (ج) ۳۳ (د) ۲
۲۷	عدد ۱۲۵:۵ مساوی است به: الف) ۵ (ب) ۷ (ج) ۲۵ (د) ۸
۲۸	کوچکترین مضرب (۲،۴،۸) عبارت از: الف) ۴ (ب) ۲ (ج) ۸ (د) همه
۲۹	عدد ۲۴۳ مساوی است به:

الف) 3×3^4 (ب) ۸۱ (ج) ۱۲۴ (د) ۷۲	
۳۰ کدام عدد ذیل بر ۱۳ پوره تقسیم می‌گردد. الف) ۱۳۵ (ب) ۱۶۹ (ج) ۱۹۶ (د) ۸۹	
۳۱ تفاوت کوچکترین مضرب مشترک و بزرگترین قاسم مشترک (۱۵، ۳۰، ۴۵) عبارت از: الف) ۱۵ (ب) ۳۰ (ج) ۴۵ (د) ۷۵	
۳۲ عدد ۱۱۰ مساوی است به: الف) $11 \times 2 \times 5$ (ب) 5×22 (ج) 11×10 (د) همه	
۳۳ عدد ۳۵۰ مساویست به: الف) 14×2 (ب) 14×25 (ج) ۲۵ (د) 23×3	
۳۴ کدام عدد ذیل بر ۳ پوره تقسیم می‌گردد. الف) ۱۳۲ (ب) ۱۸ (ج) ۱۵۱۲ (د) همه	
۳۵ قاسم‌های مشترک (۸، ۳۲) عبارت از: الف) ۱، ۲، ۸ (ب) ۵، ۳ (ج) ۴، ۵ (د) ۸، ۳	
۳۶ عدد ۷۲۰ مساوی است به: الف) $3 \times 3 \times 5$ (ب) $3^3 \times 5 \times 16$ (ج) ۳-۳ (د) ۲۳:۳۴	
۳۷ کدام یک از کسرهای ذیل کوچکتر است. الف) $\frac{1}{8}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{5}$ (د) $\frac{2}{8}$	
۳۸ کدام یک از کسرهای ذیل بزرگتر است. الف) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{6}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\frac{1}{3}$	

۳۹	کسر الکسر $\frac{1+\frac{3}{2}}{1+3}$ مساوی است به:	الف) $\frac{5}{8}$	ب) $\frac{6}{5}$	ج) ۳	د) $\frac{1}{3}$
۴۰	کسر الکسر $1+\frac{3}{-2\frac{1}{2}}$ مساوی است به:	الف) $-\frac{3}{2}$	ب) $-\frac{1}{5}$	ج) $\frac{3}{4}$	د) -۵
۴۱	بزرگترین کسره‌های ذیل عبارت از:	الف) $\frac{3}{4}$	ب) $\frac{2}{3}$	ج) $\frac{1}{3}$	د) $\frac{1}{2}$
۴۲	کسر $1+\frac{105}{225}$ مساوی است به:	الف) $\frac{22}{15}$	ب) $\frac{15}{22}$	ج) $\frac{17}{14}$	د) $\frac{15}{8}$
۴۳	کسر $1\frac{6}{11}$ مساوی است به:	الف) ۱۲	ب) ۱۳	ج) $\frac{11}{17}$	د) $\frac{17}{11}$
۴۴	کدام رابطه ذیل درست است.	الف) $\frac{1}{2} > 1$	ب) $\frac{1}{2} < 1$	ج) $\frac{3}{4} \neq \frac{3}{4}$	د) $\frac{1}{2} = 2$
۴۵	اگر $a=3, a=b$ پس $\frac{a-b}{2}$ مساوی است به:	الف) ۰	ب) ۳	ج) ۴	د) ۲
۴۶	افاده $3 \cdot [3 - (4 - 3 \div 1)]$ مساوی است به:				

الف) ۱	ب) ۲	ج) ۶	د) ۳
۴۷	افاده $\left[-(-1)(-2)(-1) \right] - 3$ مساوی است به:		
الف) ۲-	ب) ۵-	ج) ۴	د) ۱
۴۸	کسر $\frac{40320}{5040}$ مساوی است به:		
الف) ۲	ب) ۳	ج) ۸	د) ۵
۴۹	کسر $\frac{2+2}{6-2}$ مساوی است به:		
الف) ۲	ب) ۱	ج) ۳	د) ۳-
۵۰	کسر $1 + \frac{3}{2} \div \frac{2}{3}$ مساوی است به:		
الف) $\frac{13}{4}$	ب) $\frac{4}{13}$	ج) $\frac{1}{3}$	د) ۳
۵۱	کسر $\frac{4}{3}$ مساوی است به:		
الف) $\frac{8}{6}$	ب) $\frac{6}{4/5}$	ج) $\frac{20}{15}$	د) همه
۵۲	کسر $\frac{3-1}{2}$ مساوی است به:		
الف) $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	ب) $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}$	ج) ۵	د) ۷
۵۳	کسر $\frac{4}{2} + \frac{8}{2}$ مساوی است به:		
الف) $\frac{12}{5}$	ب) ۶	ج) ۲۳	د) ۹
۵۴	افاده $\left[2 \div (3+2) \right] \times \frac{5}{2}$ مساوی است به:		

الف) ۱	ب) -۲	ج) -۱	د) ۲
۵۵	افاده $\{ -۲[(۳-۵)] \cdot ۲ + ۱ \}$ مساوی است به:		
الف) ۹	ب) ۱۸	ج) ۳	د) ۱
۵۶	کسر $\frac{\frac{۲}{۳} + \frac{۸}{۶}}{۲ + \frac{۱}{۲ + \frac{۱}{۲}}}$ مساوی است به:		
الف) $\frac{۳}{۱۴}$	ب) $\frac{۵}{۶}$	ج) ۱۴	د) ۲
۵۷	کوچکترین کسر ذیل عبارت از:		
الف) $\frac{۰,۰۰۲}{۰,۰۰۳}$	ب) $\frac{۰,۰۰۳}{۰,۰۰۰۲۵}$	ج) $\frac{۰,۰۰۰۲۵}{۰,۰۰۰۳۵}$	د) $\frac{۰,۰۰۰۳۵}{۰,۰۰۰۲۵}$
۵۸	کسر $\frac{۵}{۱۰} \div \frac{۶}{۵}$ مساوی است به:		
الف) $\frac{۷}{۱۳}$	ب) $\frac{۸}{۱۳}$	ج) $\frac{۹}{۱۳}$	د) $\frac{۱۰}{۱۳}$
۵۹	افاده $\frac{۳}{۴} + \frac{۲}{۳}$ مساوی است به:		
الف) $\frac{۱۷}{۱۲}$	ب) $\frac{۱۲}{۱۷}$	ج) ۱۲	د) -۱۷
۶۰	افاده $\left\{ ۱۰ \frac{۲}{۳} - ۲ \frac{۱}{۲} - ۱ \right\}$ مساوی است به:		
الف) ۶	ب) ۴۳	ج) $\frac{۴۳}{۶}$	د) $\frac{۴۲}{۶}$
۶۱	حاصل کسور $\left(-\frac{۲}{۳} \right) \left(-۱ \frac{۲}{۵} \right)$ مساوی است به:		
الف) $\frac{۱۴}{۱۵}$	ب) $\frac{۱۲}{۱۵}$	ج) $\frac{۱۳}{۱۵}$	د) ۲

۶۲	کسر $\frac{۲}{۷} - ۳$ مساوی است به: الف) $\frac{۱۹}{۷}$ (ب) $\frac{۱۷}{۹}$ (ج) $-\frac{۷}{۲}$ (د) $\frac{۱۹}{۳}$
۶۳	کسر اعشار $(۱۲,۵\bar{۲})$ مساوی است به: الف) $\frac{۱۰۸۲}{۹۰}$ (ب) $\frac{۱۰۸۰}{۹۰}$ (ج) $\frac{۱۰۸۹}{۹۹}$ (د) $\frac{۱۰۸۱}{۹}$
۶۴	حاصل کسور $(۱۵,۳۱)(۳,۱۲)$ مساویست به: الف) $۴۷,۲۱۳$ (ب) $۴۷,۷۶۷۲$ (ج) ۳۲۱ (د) $۴۸,۳۲۳$
۶۵	کسر $\frac{۱۱۱}{۱۱}$ مساوی است به: الف) $۲,۹\bar{}$ (ب) $۱۰,۳\bar{}$ (ج) $۱۰,۵۹\bar{}$ (د) $۳۰,۷\bar{}$
۶۶	کسر $\frac{۴۲۵}{۰,۴۲۵}$ مساوی است به: الف) $\frac{۴۲۱}{۹۹۰}$ (ب) $\frac{۱۳۲}{۱۳}$ (ج) $\frac{۲۳}{۱۳۰}$ (د) $\frac{۲۴}{۱۳۲}$
۶۷	حاصل $۰,۵۰۳ \div ۰,۵۳$ مساوی می شود به: الف) ۱۰۰ (ب) ۱۰ (ج) $\frac{۱}{۱۰}$ (د) ۱۱۰
۶۸	حاصل $۳,۲ \times ۱۰^۳$ عبارت است از: الف) ۳۲۰۰ (ب) ۳۲۰ (ج) ۲۳ (د) ۳۲
۶۹	کسر $\frac{۳۲}{۰,۳۲}$ مساوی است به: الف) $\frac{۲۹}{۹۰}$ (ب) $\frac{۳۲}{۴}$ (ج) $\frac{۲۷}{۹۹}$ (د) $\frac{۲۹}{۹۱}$
۷۰	کسر $\frac{۱}{۰,۲} + \frac{۱}{۰,۱}$ مساوی است به:

الف) $\frac{۲۹}{۲}$ (ب) $\frac{۲۸}{۲}$ (ج) $\frac{۲}{۲۹}$ (د) ۷۲	
کسر $\frac{۲}{۳}$ مساوی است به:	۷۱
الف) $\frac{۳}{۹}$ (ب) $\frac{۸}{۳}$ (ج) $\frac{۱}{۲}$ (د) $\frac{۱}{۵}$	
کسر $\frac{۱۲}{۱۰۰}$ مساوی است به:	۷۲
الف) $\frac{۱۲}{۹۹}$ (ب) $\frac{۱۱}{۹۹}$ (ج) $\frac{۱۱}{۹۰}$ (د) $\frac{۱۲}{۹۰}$	
عدد $\frac{۲۱۳}{۹۰}$ مساوی است به:	۷۳
الف) $\frac{۲۱۳-۲۱}{۹۰}$ (ب) $\frac{۲۱۳+۲۱}{۹۰}$ (ج) $\frac{۲۱۳}{۹}$ (د) $\frac{۲۱۲}{۹۹}$	
کسر $\frac{۳}{۲} - \frac{۶}{۴}$ مساوی است به:	۷۴
الف) ۰ (ب) ۲ (ج) ۴ (د) ۱	
کسر $\frac{۳۱۲}{۴}$ مساوی است به:	۷۵
الف) ۷۸ (ب) ۸۷ (ج) ۳۴ (د) ۷۲	
اگر اوسط حسابی بین سه عدد ۱۹۲ باشد، طوریکه حاصل جمع دو عدد آن ۵۰۴ باشد، عدد عبارت از:	۷۶
الف) ۷۰ (ب) ۷۱ (ج) ۷۲ (د) ۷۵	
یک کشور دارای ۲۰ ولایت می باشد، $\frac{۱}{۴}$ حصة آن از برق آبی استفاده می کنند، پس چند ولایت از برق آبی استفاده می کنند.	۷۷
الف) ۵ (ب) ۴ (ج) ۲ (د) ۸	
قیمت فروش یک جنس با ۲۵٪ مفاد ۱۴۰۰ می باشد، پس قیمت خرید جنس مذکور را دریابید.	۷۸

الف) ۱۱۲۵	ب) ۱۱۲۰	ج) ۱۲۲۵	د) ۲۲۰۰
۷۹ یک نل یک حوض را در ۵ ساعت و نل دیگر همان حوض را در ۱۰ ساعت پر می‌کند، پر کردن حوض همزمان توسط دو نل به حساب ساعت عبارت از:			
الف) $\frac{۵}{۲}$	ب) $\frac{۷}{۲}$	ج) $\frac{۱۰}{۳}$	د) $\frac{۷}{۳}$
۸۰ یک نسبت مساوی است به $\frac{۳}{۴}$ جمله اول آن ۱۸ است، جمله دومی آن عبارت از:			
الف) ۲۸	ب) ۲۶	ج) ۲۴	د) ۲۰
۸۱ ۹۰۰ افغانی را به دانش‌آموزان اول، دوم، سوم نمره که سهم هر یک به ترتیب ۲، ۳، ۴ باشد، سهم نفر دوم عبارت از:			
الف) ۳۰۰	ب) ۴۰۰	ج) ۲۰۰	د) ۹۰۰
۸۲ اوسط نمرات یک دانش‌آموز را دریابید، در صورتیکه وی از مضمون ریاضی ۹۵، از مضمون کیمیا ۹۰ و از مضمون فزیک ۸۵ گرفته باشد.			
الف) ۹۵	ب) ۹۰	ج) ۸۰	د) ۸۵
۸۳ در یک صنف ۳۰ نفر موجود است، ۱۰٪ این صنف دخترها هستند، پس تعداد دخترها عبارت از:			
الف) ۶	ب) ۱۲	ج) ۳	د) ۲
۸۴ ۳۰٪ فیصد کدام عدد ذیل مساوی است به ۹۶۰.			
الف) ۲۰۰۰	ب) ۲۲۰۰	ج) ۳۲۰۰	د) ۲۱۰۰
۸۵ نسبت بین اعداد ۱۲ و ۱۲۰ عبارت از:			

الف) $\frac{1}{10}$	ب) ۱۰	ج) $\frac{1}{5}$	د) $\frac{12}{7}$
۸۶	نسبت بین دو عدد $\frac{3}{4}$ و مجموع این اعداد ۷۰ می باشد پس یکی از این اعداد عبارت است از:		
الف) ۳۰	ب) ۳۵	ج) ۴۵	د) ۲۵
۸۷	۴ نفر کارگر یک مسجد را در ۱۰ روز به اتمام می‌رسانند، پس ۸ کارگر این کار را در چند روز به اتمام می‌رسانند.		
الف) ۵	ب) ۶	ج) ۳	د) ۷
۸۸	اوسط هندسی اعداد ۵۰ و ۵۰ عبارت از:		
الف) ۵۰	ب) ۶۰	ج) ۲۵	د) ۴۵
۸۹	اوسط هندسی اعداد ۳۲ و ۲ را دریابید.		
الف) ۸	ب) ۴	ج) ۲	د) ۱۲
۹۰	۸ نل آب یک حوض را در ۳ ساعت پر می کنند، دریابید که ۴ نل همین حوض را در چند ساعت پر می کنند.		
الف) ۸	ب) ۶	ج) ۲	د) ۱۲
۹۱	احمد ۲۰ صفحه را در ۲ ساعت تایپ می نماید، دریابید که در ۸۰ ساعت چند صفحه را تایپ می نماید.		
الف) ۸۰۰	ب) ۴۰۰	ج) ۳۰۰	د) ۲۰۰
۹۲	قیمت ۴ کتابچه ۲۰ افغانی است، پس ۸۰ افغانی چند کتابچه می شود.		
الف) ۱۶۲	ب) ۲۰	ج) ۱۶	د) ۳۲
۹۳	اوسط هندسی اعداد ۲ و ۳۲ عبارت از:		

الف) ۸	ب) ۳	ج) $\sqrt{64}$	د) گزینه الف و ج
۹۴	$\frac{3}{2}$ نسبت اعداد ذیل می‌باشد.		
الف) ۱۲ و ۸	ب) ۸ و ۱۲	ج) ۱۲	د) ۳ و ۴
۹۵	نسبت هندسی اعداد $\frac{2}{5}$ و ۲۵ عبارت از:		
الف) ۰٫۱	ب) ۱	ج) ۰٫۰۱	د) $\frac{1}{5}$
۹۶	صد فیصد کدام یک از اعداد ذیل خود همان عدد است.		
الف) ۱۰۰	ب) ۵۰۰	ج) ۱	د) همه
۹۷	یک نل یک حوض را در ۲ ساعت، نل دومی در ۶ ساعت پر می‌کنند، و نل سومی در ۳ ساعت خالی می‌کند، اگر هر سه نل هم‌زمان باز شوند این حوض در چند ساعت پر خواهد شد.		
الف) ۳	ب) ۲	ج) ۶	د) ۵
۹۸	۳ نل یک حوض را در ۸ ساعت پر می‌کنند، پس چند نل این حوض را ۶ ساعت پر می‌نمایند.		
الف) ۴	ب) ۶	ج) ۸	د) ۱۲
۹۹	تاجری یک جنس را به ۲۵٪ مفاد به مبلغ ۷۵۰۰ افغانی بفروش می‌رساند. قیمت خرید جنس را دریابید.		
الف) ۶۰۰۰	ب) ۶۰۰۰۰	ج) ۵۴۰۰	د) ۲۶۰۰
۱۰۰	کدام یک از اعداد ذیل اولیه نیست.		
الف) ۵	ب) ۲	ج) ۱	د) ۳
۱۰۱	یک دانش‌آموز در امتحان کانکور از ۳۶۰ نمره، ۳۳۰ نمره اخذ نموده است. وی چند فیصد نمره به‌دست آورده است.		

الف) ۹۱٪ (ب) ۹۲٪ (ج) ۹۱٫۶٪ (د) ۹۳٪	
۳۰٪ عدد ۳×۱۰^۲ مساوی است به:	۱۰۲
الف) ۹۰ (ب) ۸۵ (ج) ۱۲۰ (د) ۹۵	
دانش‌آموز ۸۰٪ نمره از ۳۶۰ نمره اخذ نموده است. وی چند نمره اخذ نموده.	۱۰۳
الف) ۲۸۶ (ب) ۲۸۸ (ج) ۲۷۰ (د) ۲۹۰	
حاصل جمع نسبت حسابی و هندسی اعداد ۳۰ و ۱۵ مساوی می‌شود به:	۱۰۴
الف) $۲۸ \frac{۵}{۱۰}$ (ب) ۱۷ (ج) $۶ \frac{۵}{۱۰}$ (د) $۵ \frac{۲۶}{۱۰}$	
از سرمایه ۲۰۰ افغانی به مدت ۲ سال به نرخ ۲۰٪ به ربح مرکب چند مفاد خواهند نمود.	۱۰۵
الف) ۲۸۸ (ب) ۸۸ (ج) ۷۸ (د) ۲۰۰	
قیمت ۲ کتابچه ۲۵ افغانی است. قیمت ۲۵ کتابچه را دریابید.	۱۰۶
الف) ۳۱۲ (ب) $۳۱۲ \frac{۵}{۱۰}$ (ج) $۳۱۲ \frac{۵}{۱۰}$ (د) گزینه ب وج	
نسبت حسابی اعداد ۴۰ و ۵۰ مساوی است به:	۱۰۷
الف) ۴ (ب) ۸ (ج) ۱۰ (د) ۲۰	
از سرمایه ۲۰۰ دالر به مدت ۲ سال به نرخ ۸٪ به ربح مرکب چند مفاد به‌دست می‌آید.	۱۰۸
الف) ۳۲ (ب) ۳۳ (ج) ۹۳ (د) موجود نیست	
حمید در روز شنبه ۲۰۰ ، در روز یکشنبه ۳۰۰ ، در روز سه شنبه ۲۸۰ عاید دارد. اوسط عاید وی را دریابید.	۱۰۹

الف) ۲۶۰	ب) ۲۵۶	ج) ۳۵۶	د) همه	
۱۱۰	در سرمایه ۳۰۰۰ افغانی، کریم ۹۰۰ افغانی سهم دارد فیصدی سهم وی را دریابید.			
الف) ۱۲	ب) ۳۰	ج) ۳۵	د) ۲۸	
۱۱۱	۲۰ نفر یک کار را در ۶ روز انجام می دهند، اگر بخواهند که این کار در ۲ روز انجام شود، چند نفر ضرورت است.			
الف) ۴۰	ب) ۲۰	ج) ۴	د) ۶۰	
۱۱۲	اوسط حسابی کدام اعداد ذیل مساوی به خودش نیست.			
الف) ۲ و ۲	ب) ۳، ۳، ۳	ج) ۱، ۱	د) ۱، ۳	
۱۱۳	مجموع دو عدد ۳۰۰ می شود ۲٪ عدد اول ۸ است، عدد دومی عبارت از:			
الف) ۱۰۰	ب) ۲۰۰	ج) -۱۰۰	د) ۱۰	
۱۱۴	کدام عدد ذیل کسری نیست.			
الف) $\frac{۲}{۳}$	ب) $\frac{۳}{۲}$	ج) $\frac{۳}{۵}$	د) $\frac{۱۰}{۲}$	
۱۱۵	صد فیصد عدد $\frac{۳}{۵}$ مساوی است به:			
الف) $\frac{۳}{۱۰۰}$	ب) $\frac{۳}{۱۰}$	ج) ۳	د) ۳۲	
۱۱۶	عدد $(۳۲۲۴)_۵$ به قاعده ۱۰ مساوی است به:			
الف) ۴۳۹	ب) ۴۹۳	ج) ۴۰۳	د) ۹۴۳	
۱۱۷	عدد $(۱۱۱۰۱)_۲$ به قاعده ۱۰ مساوی است به:			
الف) ۲۸	ب) ۳۲	ج) ۲۹	د) ۲۷	
۱۱۸	عدد $(۱۱۰۱)_۲$ به قاعده ۵ مساوی است به:			

الف) ۲۳	ب) ۳۲	ج) ۳۱	د) ۳۵
۱۱۹	تقاطع ست‌های $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ و $B = \{۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰\}$ مساوی است به:		
الف) $\{۵, ۶\}$	ب) $\{۱, ۲, ۳\}$	ج) $\{۷, ۸, ۹, ۱۰\}$	د) $\{۴, ۵, ۶\}$
۱۲۰	اتحاد ست $A = \{۳, ۴, ۵, ۶\}$ و $B = \{۵, ۶, ۷, ۸\}$ مساوی است به:		
الف) $\{۳, ۴, ۵, ۶\}$	ب) $\{۵, ۶, ۷, ۸\}$	ج) $\{۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$	د) $\{۵, ۶\}$
۱۲۱	تقاطع ست‌های $A = \{m, n, p, t, x\}$ و $B = \{o, p, n, t, s\}$ مساوی است به:		
الف) $\{n, p, t\}$	ب) $\{n, p, t, s, x\}$	ج) $\{n, p, t, x\}$	د) $\{n, p, t, s\}$
۱۲۲	اگر $A = \{x : x \in N, x \geq ۵\}$ و $B = \{y : y \in N, y \leq ۹\}$ تقاطع این ست‌ها را دریابید.		
الف) $\{۶, ۷, ۸\}$	ب) $\{۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$	ج) تمام اعداد بزرگتر از ۵	د) تمام اعداد کوچکتر از ۵
۱۲۳	اگر $A = \{x : x \in N, x \geq ۲\}$ و $B = \{y : y \in N, y \leq ۶\}$ تقاطع این دو ست را دریابید.		
الف) $A \cap B = \{۳, ۴, ۵\}$	ب) $A \cap B = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$	ج) $A \cap B = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$	د) $A \cap B = \{۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$
۱۲۴	دو ست مساوی عبارت از:		
الف) تعداد عناصر آن برابر باشد.	ب) تعداد عناصر آن مساوی باشد.	ج) تعداد عناصر آن عین چیز باشد.	د) تعداد عناصر آن معادل باشد.
۱۲۵	نظر به ست $A = \{c, e, f, d\}$ کدام یک درست است.		

الف) $f \subset A$ ب) $e \subseteq A$ ج) $c \in A$ د) $d \notin A$	
ست عدد ۱۲۳۱۲۷ را بنویسید.	۱۲۶
الف) $\{1, 2, 3, 7\}$ ب) $\{1, 2, 3, 3\}$ ج) $\{1, 3, 2, 5\}$ د) همه	
نظر به ست‌های $B = \{a, 3, 5\}$ و $A = \{3, 4, 8\}$ کدام یک درست است.	۱۲۷
الف) $A = B$ ب) $B \subset A$ ج) $A \approx B$ د) $A \subseteq B$	
تقاطع ست‌های اعداد طبیعی و ست اعداد کامل مساوی است به:	۱۲۸
الف) اعداد کامل ب) اعداد طبیعی ج) اعداد حقیقی د) اعداد تام	
تقاطع ست‌های $B = \{a, b\}$ و $A = \{1, 2, 3\}$ مساوی است به:	۱۲۹
الف) $\{1, a\}$ ب) $\emptyset$ ج) $\{a, b\}$ د) $\{1, 2, 3, a, b\}$	
از اتحاد ست‌های $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{4, 5\}$ و $A = \{1, 2, 3\}$ یکی از ست‌های ذیل حاصل می‌گردد.	۱۳۰
الف) B ب) C ج) A/B د) A	
از تقاطع ست‌های $C = \{3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{4, 5, 6\}$ و $A = \{4, 5\}$ یکی از ست‌های ذیل حاصل می‌گردد.	۱۳۱
الف) A ب) C ج) A و C د) B	
ست حروف (baby) عبارت از:	۱۳۲
الف) $\{a, h, m, a\}$ ب) $\{a, h, m, d, k, n\}$ ج) $\{a, b, y\}$ د) همه	
هر گاه ست‌های $B = \{a, x\}$ و $A = \{a, 5\}$ مساوی باشد قیمت x عبارت از:	۱۳۳
الف) ۵ ب) ۳ ج) ۲ د) ۴	
ست‌های $B = \{3, 4, 1\}$ و $A = \{4, 2\}$ با هم :	۱۳۴

الف) مساویست ب) معادل است ج) مساوی نیست د) مشابه است	
ست‌های $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{a, b, a, c\}$ با هم : الف) مساویست ب) $A \subseteq B$ ج) $B \subseteq A$ د) همه	۱۳۵
ست که دارای ۴ عنصر باشد، چند ست فرعی خاص دارد. الف) ۱۵ ب) ۱۶ ج) ۴ د) ۱۷	۱۳۶
اگر $A = \{a, b\}$ و $B = \{a, b, c, d\}$ باشد، ست A/B عبارت از: الف) $\emptyset$ ب) (a, b) ج) (c, d) د) B	۱۳۷
کدام رابطه ذیل درست است. الف) $A \cup B = A$ ب) $B \cap A = A$ ج) $A \cup \emptyset = A$ د) $A \cap A = \emptyset$	۱۳۸
افاده $\frac{\left(2 - 1\frac{1}{3}\right)\left(3 - 2\frac{1}{4}\right)}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{10}\right)}$ مساوی است به: الف) $\frac{1}{5}$ ب) ۵ ج) $\frac{1}{2}$ د) ۲	۱۳۹
کسر $\left(\frac{1/1}{1/1} + \frac{0/1}{0/1}\right)$ مساوی است به: الف) $\frac{1891}{990}$ ب) $\frac{991}{990}$ ج) $\frac{990}{899}$ د) $\frac{995}{1895}$	۱۴۰
عدد ۳۰۰۰۰ به شکل علمی عبارت است از: الف) 3×10^3 ب) 3×10^4 ج) 3×10^{-4} د) 3×10^{-3}	۱۴۱
اوسط هندسی اعداد $\sqrt{3}$ و $\frac{\sqrt{3}}{4}$ عبارت است از:	۱۴۲

الف) $\frac{۳}{۲}$	ب) $\frac{۲}{۳}$	ج) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$	د) $\frac{۱}{۲}$
۱۴۳	افاده $\frac{\left(\frac{۱}{۲}-۵\right)+\left(\frac{۱}{۳}-۳\right)}{\left(۲-\frac{۵}{۶}\right)\left(\frac{۳}{۲}-۳\right)}$ مساوی است به:		
الف) $\frac{۴۳}{۱۰}$	ب) $\frac{۸۶}{۲۱}$	ج) $\frac{۴۳}{۱۱}$	د) $\frac{۸۶}{۲۳}$
۱۴۴	افاده $\frac{۵}{۸} + \frac{1 + \frac{۲}{۳}}{۲ - \frac{1}{۲ - \frac{۱}{۲}}}$ مساوی است به:		
الف) ۱	ب) ۲	ج) $\frac{۵}{۶}$	د) $\frac{۱}{۲}$
۱۴۵	افاده $(۹,۲ + ۴,۲)^۲ - ۴(۹,۲) \times (۴,۲)$ مساوی است به:		
الف) ۴	ب) ۹	ج) ۱۶	د) ۲۵
۱۴۶	عدد ۲۳۴۰۰۰ به شکل علمی عبارت است از:		
الف) $۲,۳۴ \times ۱۰^۴$	ب) $۲,۳۴ \times ۱۰^{-۴}$	ج) $۲,۳۴ \times ۱۰^{-۵}$	د) $۲,۳۴ \times ۱۰^۵$
۱۴۷	افاده $\frac{(۰,۵۰۰۱۲۵ \times ۱۰^{۴۷}) - (۰,۶۱ \times ۱۰^{۴۳})}{(۱,۵ \times ۱۰^{۴۲}) - (۰,۷ \times ۱۰^{۴۲})}$ مساوی است به:		
الف) ۸	ب) ۱۶	ج) ۳۲	د) ۸×۱۰^{۴۲}
۱۴۸	افاده $\left[\left(\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲}\right) + \left(\frac{۴}{۳}\right)\right]^۲$ مساوی است به:		

الف) $\frac{۱۶}{۹}$	ب) $\frac{۹}{۱۶}$	ج) $\frac{۶۲۵}{۱۴۴}$	د) $\frac{۶۴}{۹}$
۱۴۹	افاده $\frac{\frac{۱}{۵} \div \left(\frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۵} \right)}{\frac{۲}{۵} \div (۰,۲ - ۰,۴)}$ مساوی است به: الف) -۵ ب) $\frac{۱}{۲}$ ج) ۱ د) ۲		
۱۵۰	افاده $\frac{۲^{۲۴} (۳^{۴۴} - ۳^{۲۲})}{۶^{۲۲} (۳^{۱۱} + ۱)(۳^{۱۱} - ۱)}$ مساوی است به: الف) ۲ ب) ۳ ج) ۴ د) ۵		
۱۵۱	افاده $\frac{\left(۸ - \frac{۱}{۳} \right) + \left(\frac{۱}{۳} + ۴ \right)}{\left(۷ + \frac{۵}{۶} \right) + \left(۶ + \frac{۱}{۶} \right)}$ مساوی است به: الف) $\frac{۷}{۵}$ ب) $\frac{۶}{۷}$ ج) $\frac{۵}{۸}$ د) -۱		
۱۵۲	عدد $۰,۳۴۲$ به شکل علمی عبارت است از: الف) $۳,۴۲ \times ۱۰$ ب) $۳,۴۲ \times ۱۰^{-۱}$ ج) $۳,۴۲ \times ۱۰^۲$ د) $۳,۴۲ \times ۱۰^{-۲}$		
۱۵۳	افاده $\frac{۰,۵۲}{۱,۴} + \frac{۰,۲۱}{۰,۷} - \frac{۰,۳۶}{۲,۱}$ مساوی است به: الف) $\frac{۱}{۴}$ ب) $\frac{۱}{۵}$ ج) $\frac{۱}{۶}$ د) $\frac{۱}{۷}$		
۱۵۴	تعداد اعداد اولیه بین ۱۰ و ۲۰ چند است؟ الف) ۴ ب) ۳ ج) ۵ د) ۶		
۱۵۵	اگر ست $A = \{۰, ۲, ۴\}$ باشد، کدام یک از روابط ذیل درست است.		

الف) $2 \subset A$ ج) $A \subset A$	ب) $A \cap A = \emptyset$ د) $A \in A$	
۱۵۶	بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۲۰ و ۴۰ عبارت از: الف) ۲ ب) ۲۰ ج) ۴۰ د) ۵	
۱۵۷	اگر ست اعداد حقیقی R و ست اعداد ناطق Q فرض شود، کدام یک از رابطه‌های ذیل درست است. الف) $R \cap Q = Q$ ب) $Q \cap R = R$ ج) $Q \cap R = \emptyset$ د) $R \subset Q$	
۱۵۸	بین دو عدد $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ کدام رابطه ذیل درست است. الف) $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ ب) $\frac{3}{4} > \frac{4}{5}$ ج) $\frac{3}{4} = \frac{4}{5}$ د) $\frac{3}{4} \neq \frac{4}{5}$	
۱۵۹	تعداد اعداد اولیه بین ۸ و ۲۰ مساوی است به: الف) ۴ ب) ۳ ج) ۵ د) ۶	
۱۶۰	افاده $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} \right)$ مساوی است به: الف) -۱ ب) ۴ ج) ۰ د) ۱	
۱۶۱	اتحاد ست‌های $A = \{1, 9\}$ و $\emptyset$ مساوی است به: الف) $A \cup \emptyset = A$ ب) $A \cup \emptyset = \emptyset$ ج) $A \cup \emptyset = \{1\}$ د) $A \cup \emptyset = \{9\}$	
۱۶۲	تعداد ۸ نفر کارگرکاری یک تعمیر را در ۹ روز کار می‌کنند، تعداد ۹ کارگر، کار تعمیر را در چند روز تمام خواهند کرد. الف) ۱۰ روز ب) ۹ روز ج) ۸ روز د) ۷ روز	
۱۶۳	عدد ۰٫۴۵۶۰ مساوی می‌شود به:	

الف) $\frac{۴۵۶}{۱۰۰۰۰}$ ب) $\frac{۴۵۶}{۱۰۰۰}$ ج) $\frac{۴۵۶}{۱۰۰}$ د) $\frac{۴۵۶}{۱۰}$	
۱۶۴	افاده $۱۰ \div \left(\frac{۱}{۲} + ۰,۵\right)$ مساوی است به: الف) ۱ ب) ۱۰ ج) ۰,۱ د) ۰,۵
۱۶۵	هرگاه $A = \{۱, ۴, ۹\}$ و $B = \{۱, ۹\}$ باشد، کدام یک از روابط ذیل درست است. الف) $A \subset B$ ب) $B \subset A$ ج) $x \subset A$ د) $A \in x$
۱۶۶	نسبت بین دو عدد $\frac{۳}{۵}$ است، اگر عدد دوم ۱۰۰ باشد عدد اول عبارت از: الف) ۷۰ ب) ۶۰ ج) ۸۰ د) ۵۰
۱۶۷	تقاطع ست‌های $A = \{۱, ۳\}$ و $B = \{۲, ۳\}$ عبارت از: الف) $A \cap B = \{۱\}$ ب) $A \cap B = \{۳\}$ ج) $A \cap B = \emptyset$ د) $A \cap B = \{۲\}$
۱۶۸	احمد ۴۰۰۰۰ افغانی، محمود ۵۰۰۰۰ افغانی، اقبال ۶۰۰۰۰ افغانی در یک شرکت سرمایه دارند. اگر مفاد شرکت در یک معامله تجارتي مبلغ ۳۰۰۰۰ افغانی باشد، سهم احمد در این مفاد چند است؟ الف) ۸۰۰۰ ب) ۱۰۰۰۰ ج) ۶۰۰۰ د) ۱۰۰۰
۱۶۹	کوچک‌ترین مضرب مشترک اعداد ۲۰، ۳۰ و ۴۰ عبارت از: الف) ۱۲۰ ب) ۱۰۰ ج) ۸۰ د) ۶۰
۱۷۰	اگر $A = \{-۲, ۲\}$ باشد، در این صورت داریم که: الف) $A \cup \emptyset = \emptyset$ ب) $A \cup \emptyset = A$ ج) $A \cup \emptyset = \{۲\}$ د) $A \cup \emptyset = \{-۲\}$

۱۷۱	۲۰ فیصد کدام عدد مساوی به ۱۰ است: الف) ۲۰ (ب) ۳۰ (ج) ۴۰ (د) ۵۰
۱۷۲	تقاطع ستهای $A = \{۱, ۱۵, ۷, ۹\}$ و $B = \{۲, ۱۳, ۸, ۹\}$ مساوی است به: الف) $A \cap B = \{۱, ۱۵\}$ (ب) $A \cup B = \{۲, ۱۳\}$ ج) $A \cap B = \{۲, ۹\}$ (د) $A \cap B = \{۹\}$
۱۷۳	تقاطع ستهای $A = \{۱, ۷, ۱۰\}$ و $B = \{۱, ۷\}$ مساوی است به: الف) $A \cap B = \{۱\}$ (ب) $A \cap B = A$ ج) $A \cap B = B$ (د) $A \cap B = \{۷\}$
۱۷۴	از کدام سرمایه به نرخ ۵ فیصد در مدت یک سال ۱۶۰۰ افغانی نفع به دست می‌آید. الف) ۳۵۰۰۰ (ب) ۲۵۰۰۰ (ج) ۳۰۰۰۰ (د) ۳۲۰۰۰
۱۷۵	کسر $\left(\frac{۰,۲۷۲}{۰,۰۰۰۵}\right)$ مساوی است به: الف) ۱۳۶۰ (ب) ۵۴۴ (ج) ۵,۴۴ (د) ۱۳,۶۰
۱۷۶	مفاد بانکی ۳۰۰۰ افغانی از قرار ۶ فیصد در یک سال مساوی است به: الف) ۱۸۰ (ب) ۱۸۰۰ (ج) ۱۰۰۰ (د) ۲۰۰۰
۱۷۷	عددی که ۶۰ فیصد آن مساوی به ۱۸۰ است خود عدد عبارت از: الف) ۳۰۰ (ب) ۳۵۰ (ج) ۴۰۰ (د) ۴۵۰
۱۷۸	کسر $۲ - \frac{۳}{۴ - \frac{۵}{۸ - \frac{۱}{۲}}}$ مساوی است به:

الف) $\frac{13}{10}$ ب) $\frac{12}{10}$ ج) $\frac{11}{10}$ د) $\frac{10}{11}$	
کسر $\left(\frac{3^2 \times 27 \times 81}{3^6}\right)^{\frac{1}{3}}$ مساوی است به:	۱۷۹
الف) ۳ ب) ۲۷ ج) ۹ د) $\frac{1}{3^3}$	
اتحاد ستهای $B = \{2, 5\}$ و $A = \{1, 2\}$ عبارت از:	۱۸۰
الف) $\{1, 2, 5\}$ ب) $\{2\}$ ج) $\{5\}$ د) $\{\emptyset\}$	
اتحاد ستهای $A = \{5, 6\}$ و $\emptyset$ عبارت است از:	۱۸۱
الف) $A \cup \emptyset = \{5, 6\}$ ب) $A \cup \emptyset = \emptyset$ ج) $A \cup \emptyset = \{1, 5, 6\}$ د) $A \cup \emptyset = A \cap \emptyset$	
ست $A = \{x, y, z\}$ در این صورت کدام یک از روابط ذیل درست است.	۱۸۲
الف) $x \notin A$ ب) $x \in A$ ج) $x \subset A$ د) $A \in x$	
هرگاه $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{b, c\}$ باشد، در این صورت:	۱۸۳
الف) $A \subset B$ ب) $B \subset A$ ج) $A \in B$ د) $B \in A$	
اگر $A = \{x, y, z\}$ و $B = \{y, z, u\}$ در این صورت:	۱۸۴
الف) $A \cap B = \{y, z\}$ ب) $A \cap B = \{y, x\}$ ج) $A \cap B = \{y, x, z\}$ د) $A \cap B = \emptyset$	
بزرگترین قاسم مشترک اعداد ۳۰ و ۲۶۰ عبارت است از:	۱۸۵
الف) ۲۶۰ ب) ۳۰ ج) ۱۰ د) ۷۸۰۰	
کسر $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) \div \frac{19}{24}$ مساوی می شود به:	۱۸۶

	الف) $\frac{۱۹}{۲}$	ب) $\frac{۲}{۱۹}$	ج) $\frac{۴}{۱۹}$	د) $\frac{۱۹}{۴}$
۱۸۷	عدد $\frac{۳۷۹}{۱۰۰۰}$ مساوی می‌شود به:	الف) $\frac{۳۷۹}{۱۰۰۰}$	ب) $\frac{۳۷۹}{۱۰۰۰}$	ج) $\frac{۳۷۹}{۱۰۰۰}$
۱۸۸	کسر $\frac{۴۴}{۹۰}$ مساوی می‌شود به:	الف) $\frac{۴۴}{۹۰}$	ب) $\frac{۴۸}{۹۹}$	ج) $\frac{۴۸}{۱۰۰}$
۱۸۹	حاصل تقسیم $۳,۲ \div ۰,۰۸$ مساوی است به:	الف) $۰,۴$	ب) $۰,۴۰$	ب) $۰,۰۴$
۱۹۰	عدد $۱۰^۹ (۹,۲)$ مساوی است به:	الف) ۹۲۰۰۰۰۰۰	ب) ۹۲۰۰۰۰۰۰۰۰	ج) $۰,۰۰۰۰۰۰۰۹۲$
۱۹۱	هرگاه در سرمایه ۱۰۰۰۰۰۰۰ افغانی احمد سه سهم، محمود دو سهم و منصور پنج سهم داشته باشد، سهم منصور در این شرکت چند افغانی است؟	الف) دو میلیون	ب) سه میلیون	ج) ۴ میلیون
۱۹۲	تعداد ۹ نفر کارگر یک تعمیر را در ۵ روز رنگمالی می‌کنند، تعداد ۵ نفر همان تعمیر را در چند روز رنگ می‌کنند.	الف) ۵	ب) ۷	ج) ۸
۱۹۳	تعداد ۲۵ جلد یک نوع کتاب جمعاً ۴۰۰۰ ورق دارند، تعداد اوراق ۱۰ جلد از همان کتاب چند است؟	الف) ۸۰۰	ب) ۱۴۰۰	ج) ۱۵۰۰
۱۹۴	اگر سه نل متجانس در جریان ۱۰ ساعت یک حوض را پر نمایند، ۵			

نل همین نوع حوض را در چند ساعت پر خواهند کرد. الف (۸) ب (۷) ج (۶) د (۵)	
اگر مفاد یک سرمایه در بانک برای مدت یکسال از قرار ۱۰٪ مبلغ ۹۰۰۰۰۰ افغانی باشد، اصل سرمایه مذکور چند است؟ الف (۹۰۰۰۰۰) ب (۹۰۰۰۰۰۰۰) ج (۸۰۰۰۰۰۰) د (۸۰۰۰۰۰۰۰)	۱۹۵
افاده $1 + \frac{\frac{3}{4} - 1}{\frac{2}{5} + 1} \div \frac{2}{3}$ مساوی است به: الف (۱۲) ب (۱۷) ج (۱۷) د (۱۲)	۱۹۶
از سرمایه ۳۰۰ افغانی در مدت یکسال به نرخ ۱۰ فیصد چند مفاد به دست می‌آید؟ الف (۲۰) ب (۳۰) ج (۳۰۰) د (۱۰۰)	۱۹۷
افاده $\left(\frac{4}{4} \div 2 + 0.5\right)$ مساوی است به: الف (۲) ب (۱) ج (۳) د (۶)	۱۹۸
افاده $\left(-2\frac{1}{3}\right) + \left(2 - \frac{1}{3}\right)$ مساوی است به: الف (۲) ب (۳-) ج ($-\frac{2}{3}$) د ($\frac{3}{2}$)	۱۹۹
افاده $[(123 + 123 \div 123) + 1]$ مساوی است به: الف (۱۲۴) ب (۱۲۶) ج (۱۲۵) د (۱۱۸)	۲۰۰

منابع مأخذ

- (۱) اشرفی، اسماعیل و دیگران. (۱۳۸۸). ریاضی سوم رهنمایی. چاپ هفتم، تهران: موسسه انتشاراتی گل‌واژه
- (۲) د. فومین و دیگران. (۱۳۸۶). محافل ریاضی (تجربه روس‌ها). مترجم: ارشک حمیدی و مهرداد مسافر، تهران: انتشارات فاطمی
- (۳) رویا، بهشتی و مریم، میرزاخانی. (۱۳۹۱). نظریه اعداد. چاپ هشتم، تهران: انتشارات فاطمی
- (۴) صابری، ناصر. (۱۳۸۹). ریاضیات و کنکور. تهران: انتشارات بهروز
- (۵) غوری، محمد انور. (۱۳۸۷). حساب و اصول محاسبه. چاپ دوم، کابل: انتشارات سعید
- (۶) فولادی، یاسر احمدی / فولادی، هادی احمدی. (۱۳۹۰). مسئله‌های مقدماتی المپیاد کامپیوتر. تهران: انتشارات فاطمی
- (۷) فتح‌الهی، ابراهیم. (۱۳۸۳). متدولوژی. چاپ هشتم، ناشر: دانشگاه پیام‌نور (با همکاری انتشارات دلیل‌ما)
- (۸) قرآن‌نویس، محمود و جوادی، حسین. (۱۳۸۵). فزیک پیش‌دانشگاهی. چاپ دهم، تهران: انتشارات ققنوس
- (۹) لیپ‌شوتس، سیمور و لیپسون، مارک. (۱۳۸۴). احتمال. مترجم: علی اکبر عالم زاده، تهران: انتشارات جنگل
- (۱۰) محمدی‌راد، ناصر. (۱۳۸۶). ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۱ (پایه). تهران: انتشارات جاودانه‌جنگل
- (۱۱) نیکوکار، مسعود و مقسمی، حمید رضا. (۱۳۸۰). ریاضی ۳ (ریاضی ۵ قدیم). تهران: انتشارات گسترش علوم پایه
- (۱۲) یوسفی، مهدی. (۱۳۹۰). عدد: این صفرهای دوست داشتنی. تهران: انتشارات افق

کلید جوابات

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
جواب	د	الف	د	ب	د	د	ب	د	الف	ب
شماره	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
جواب	ج	ب	د	د	ج	الف	ب	د	الف	ب
شماره	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
جواب	ب	الف	ب	د	د	د	ج	ج	الف	ب
شماره	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
جواب	د	د	ب	د	الف	ب	الف	الف	الف	ب
شماره	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
جواب	الف	الف	د	ب	الف	ج	ب	ج	ب	الف
شماره	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰
جواب	د	الف	ب	الف	الف	ب	ج	الف	الف	ج
شماره	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰
جواب	الف	الف	الف	ب	ج	الف	ب	الف	الف	الف

شماره	۷۱	۷۲	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
جواب	الف	الف	الف	الف	الف	ج	الف	ب	ج	ج
شماره	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸	۸۹	۹۰
جواب	الف	ب	ج	ج	الف	الف	الف	الف	الف	ب
شماره	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰
جواب	الف	ج	د	الف	الف	د	الف	الف	الف	ج
شماره	۱۰۱	۱۰۲	۱۰۳	۱۰۴	۱۰۵	۱۰۶	۱۰۷	۱۰۸	۱۰۹	۱۱۰
جواب	ج	الف	ب	ب	ب	د	ج	د	الف	ب
شماره	۱۱۱	۱۱۲	۱۱۳	۱۱۴	۱۱۵	۱۱۶	۱۱۷	۱۱۸	۱۱۹	۱۲۰
جواب	د	د	ج	د	ب	الف	ج	الف	الف	د
شماره	۱۲۱	۱۲۲	۱۲۳	۱۲۴	۱۲۵	۱۲۶	۱۲۷	۱۲۸	۱۲۹	۱۳۰
جواب	الف	ب	د	ج	ج	الف	ج	ب	ب	ب
شماره	۱۳۱	۱۳۲	۱۳۳	۱۳۴	۱۳۵	۱۳۶	۱۳۷	۱۳۸	۱۳۹	۱۴۰
جواب	الف	ج	الف	ج	د	الف	الف	ج	ب	الف
شماره	۱۴۱	۱۴۲	۱۴۳	۱۴۴	۱۴۵	۱۴۶	۱۴۷	۱۴۸	۱۴۹	۱۵۰
جواب	ج	ج	ب	ب	د	د	الف	ج	ج	ج

شماره	۱۵۱	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۴	۱۵۵	۱۵۶	۱۵۷	۱۵۸	۱۵۹	۱۶۰
جواب	ب	ب	د	الف	ج	ب	الف	الف	الف	د
شماره	۱۶۱	۱۶۲	۱۶۳	۱۶۴	۱۶۵	۱۶۶	۱۶۷	۱۶۸	۱۶۹	۱۷۰
جواب	الف	ج	ب	ج	ب	ب	ب	الف	د	ب
شماره	۱۷۱	۱۷۲	۱۷۳	۱۷۴	۱۷۵	۱۷۶	۱۷۷	۱۷۸	۱۷۹	۱۸۰
جواب	د	د	ج	د	ب	الف	الف	ج	الف	الف
شماره	۱۸۱	۱۸۲	۱۸۳	۱۸۴	۱۸۵	۱۸۶	۱۸۷	۱۸۸	۱۸۹	۱۹۰
جواب	الف	ب	ب	الف	ج	ب	ب	الف	د	ب
شماره	۱۹۱	۱۹۲	۱۹۳	۱۹۴	۱۹۵	۱۹۶	۱۹۷	۱۹۸	۱۹۹	۲۰۰
جواب	د	د	د	ج	الف	ج	ب	ب	ج	ج
هدف ما ارائه خدمات علمی و اکادمیک مبتنی بر احساس دینی و ملی است. استاد انجنیر بختیاری "بختیار" استاد رمضان "حیدری"										

نگات چند در باره مؤلف

- رمضان "میدری" فرزند علی‌خان به زمستان ۱۳۷۵ خورشیدی در شهر غزنی پشم به جهان کشور.
- تعلیمات ابتدایی و دوره ثانوی اش را در لیسه عالی زکور میدرآباد به درجه اعلی در سال ۱۳۹۳ به پایان رسانید.
- با سپری نمودن آزمون کانکور سال ۱۳۹۳ در دانشگاه غزنی رشته ریاضی پذیرفته شد.
- وی هم‌زمان با تمصیل از سال ۱۳۹۴ بدینسو به صفت آموزگار رشته ریاضی در مراکز آموزشی در شهر غزنی ایفای وظیفه می‌کند.
- آثار مؤلف:

❖ ریاضیات ۱ (حساب کامل) همین اثر

❖ ریاضیات ۲ (مفاهیم الجبری)

❖ ریاضیات ۳ (الجبر)

❖ مثلثات ویژه کانکور