

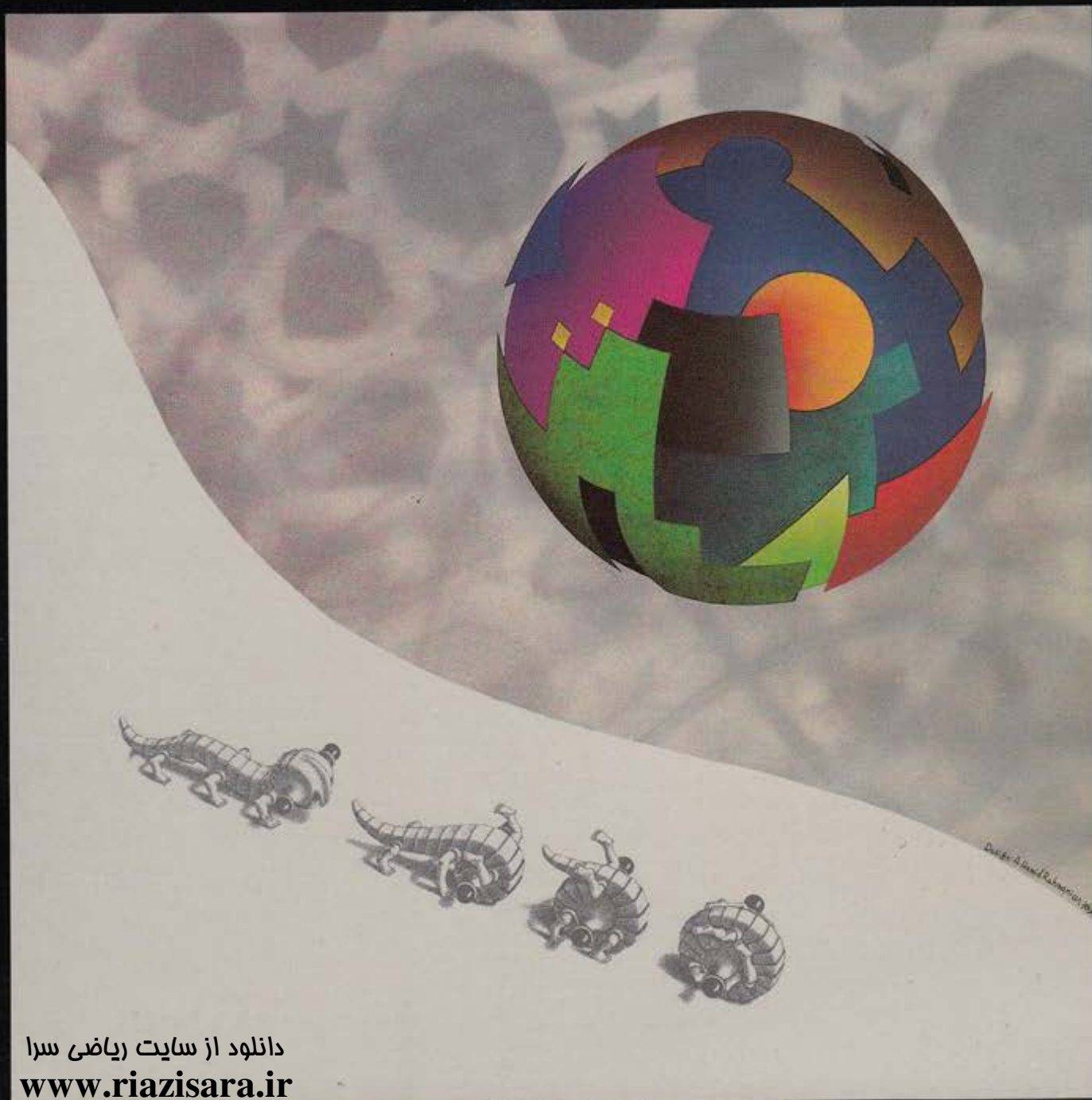


گفت و شنودهایی در

# ریاضیات

نوشتهٔ آلفرد رنی

ترجمهٔ سعید قهرمانی



# گفت و شنودهایی در ریاضیات

نوشتهٔ آلفرد رنی

---

ترجمهٔ سعید قهرمانی



شرکت سهامی انتشارات خوارزمی

دانلود از سایت ریاضی سرا

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

آلفرد رینی

Alfred Renyi

**گفت و شنودهایی در ریاضیات**

**Dialogues on Mathematics**

(Dialogusok a matematikarol)

چاپ اول متن، بوداپست، ۱۹۶۵

چاپ اول ترجمه فارسی: فروردین ماه ۱۳۷۳ ش. - تهران

به مناسبت بیست و پنجمین کنفرانس ریاضی کشور

(دانشگاه صنعتی شریف - ۸ تا ۱۱ فروردین ۱۳۷۳)

حروفچینی: شرکت سهامی انتشارات خوارزمی

لیتوگرافی: نصر

چاپ: چاپخانه اخترشمال

نظارت چاپ: ابوالفضل نادری

صحافی: حقیقت

حق هرگونه چاپ و انتشار و تکثیر مخصوص شرکت سهامی (خاص) انتشارات

خوارزمی است.

روی جلد: طرح تبلیغاتی بیست و پنجمین کنفرانس ریاضی کشور - با طرحهایی

از M. C. Escher

## فهرست

۹	مقدمه مترجم
۱۳	گفت و شنودی سقراطی در ریاضیات
۴۷	گفت و شنودی در کاربردهای ریاضیات
۷۵	گفت و شنودی به زبان کتاب طبیعت
۱۲۷	پی نوشت



ترجمه این کتاب را به روان دوست دانش پرور  
و دانش پژوهم حمید کاظمی تقدیم می کنم.



## مقدمه مترجم

راستی خاتم فیروزه بواسحاقی  
خوش درخشید ولی دولت مستعجل بود  
حافظ

این کتاب با ارزش که خود بهترین گویای ارزش خویش است و به اغلب زبانهای زنده دنیا ترجمه شده است، اثر ریاضیدان بزرگ مجار آلفرد رنی<sup>۱</sup> است. رنی استاد دانشگاه بوداپست و سرپرست انستیتوی ریاضی آکادمی علوم مجارستان بود که در فوریه ۱۹۸۰ با مرگی زودرس چشم از جهان فرو بست. از او بیش از ۲۰۰ اثر تحقیقی در زمینه‌های مختلف ریاضی بر جا مانده است. علاقه اصلیش، احتمالات نظری و عملی، آنالیز ترکیبی، نظریه اطلاعات و نظریه کنترل بود.

این کتاب را در سال ۱۹۷۷ (۱۳۵۶ هجری شمسی) در کتابفروشی دانشگاه تورنتو کانادا خریدم و از خواندن آن لذت فراوان بردم. با مطالعه آن متوجه شدم که بسیاری از سؤالهایم به بهترین نحو ممکن جواب داده شده است. چند سال بعد با دوستم حمید کاظمی بحثی در ماهیت ریاضیات داشتیم؛ موردی پیش آمد و من این کتاب را به او توصیه کردم. او که مردی بسیار عمیق و

---

1. Alfréd Rényi



موشکاف بود، این کتاب را اثری فوق‌العاده مفید و عالی یافت. نظر مساعد او مرا بر آن داشت تا به یاد روح بزرگوارش به ترجمه آن پردازم، باشد که هم‌میهنان عزیزمی که مانند حمید به علتها، بیشتر از معلولها اهمیت می‌دهند، از آن بهره‌ور شوند.

حمید کاظمی در سال ۱۳۳۴ ه.ش در خانواده‌ای فرهنگی در قوچان دیده به جهان گشود و در مشهد و تهران به تحصیلات ابتدایی و متوسطه پرداخت. پس از گرفتن دیپلم دبیرستان، در دانشگاه صنعتی شریف (آریامهر سابق) به تحصیل ریاضیات پرداخت و درجه لیسانس خود را با شایستگی فراوان بدست آورد. او در مسابقه ریاضی دانشجویان کشور در سال ۱۳۵۶ به مقام نخست دست یافت.

حمید انسانی بسیار عمیق و ژرف‌نگر بود؛ علاقه خاصی به منطق و بنیاد ریاضیات و همچنین هندسه اقلیدسی داشت. در مدت بسیار کوتاه عمر خود چنان استعدادی نشان داده بود که بی‌تردید امیدی برای آینده ریاضیات مملکت ما بشمار می‌آمد. حافظه عجیبی داشت، به طوری که حتی اگر سالها قبل مبحثی را در فلسفه یا قضیه‌ای را در ریاضیات دیده بود و دیگر با آن سر و کاری هم نداشت، باز قادر به بیان کامل و همه‌جانبه آن مبحث یا قضیه می‌بود و چنان موشکافی می‌کرد که آدمی از دقتش متعجب می‌شد.

حمید کاظمی پس از اتمام دوره لیسانس برای اخذ درجه دکتری به دانشگاه کالیفرنیا در برکلی رفت و یک سال و نیم در آنجا به مطالعه منطق ریاضی و فلسفه و روش‌شناسی علوم پرداخت، اما ناگهان سرش عالم غیبش مزده داد:

که ای بلند نظر شاهباز سدره نشین  
 نشیمن تو نه این کنج محنت آباد است  
 تو را ز کنگره عرش می زنند صغیر  
 ندانمت که در این دامگه چه افتاده است  
 او در بازگشت به ایران به راهی رفت که سلفش صادق هدایت  
 رفته بود. روح حمید برای درك عمیق فلسفه هستی سیر کهکشانها را  
 طلب می کرد و جسمش دیگر تاب نگاهداری آن را نداشت. یاد حمید  
 در خاطر همه کسانی که او را خوب می شناختند تا واپسین لحظات  
 حیات خواهد ماند. ترجمه این کتاب را برای بزرگداشت وی به  
 هم میهنان عزیز تقدیم می کنم.

سعید قهرمانی

کالیفرنیا-برکلی - اردیبهشت ۱۳۶۲



# گفت و شنودی سقراطی در ریاضیات



سقراط: بقراط عزیز، دنبال کسی می‌گردی؟

بقراط: نه سقراط، زیرا او را که شما باشید همین الان پیدا کردم. همه جا را دنبالتان گشتم؛ کسی در بازار به من گفت که شما را قدم‌زنان کنار رود ایلیسوس<sup>۱</sup> دیده‌است؛ بنا بر این در پی شما بدینجا آمدم.

سقراط: خوب، پس اول به من بگو چکارم داری و بعد سؤالی دارم راجع به بحثمان با پروتاگوراس<sup>۲</sup>. آیا هنوز آن را بیاد داری؟

بقراط: عجیب است که این را می‌پرسید. از آن موقع تا به حال حتی يك روز هم نبوده‌است که راجع به آن فکر نکرده باشم. امروز آمدم که نظر شما را بپرسم، زیرا آن بحث از فکر بیرون نمی‌رود.

سقراط: خیال می‌کنم بقراط عزیز می‌خواهی درست درباره همان مطلبی با من سخن بگویی که من در نظر داشتم با تو مطرح کنم. پس دو موضوعی که می‌خواستیم راجع به آن صحبت کنیم در حقیقت يك موضوع است. بنظر می‌رسد که ریاضیدانها اشتباه می‌کنند که می‌گویند دو هرگز با يك مساوی نیست.

بقراط: در واقع، سقراط، ریاضیات درست همان موضوعی

---

1. Ilissos

2. Protagoras

است که می‌خواهم درباره‌اش با شما گفت و گو کنم.

سقراط: بقراط، یقیناً می‌دانی که من ریاضیدان نیستم. چرا پرسشهای خود را به نزد ثئودوروس<sup>۱</sup> که ریاضیدان برجسته‌ای است نمی‌بری؟

بقراط: شما انسان خارق‌العاده‌ای هستید سقراط، به‌سؤالهای من حتی قبل از اینکه آنها را مطرح کنم جواب می‌دهید. آمده‌ام نظر شما را درباره‌ی شاگردی ثئودوروس بپرسم. دفعه‌ی آخری که پیش شما آمدم تصمیم داشتم شاگرد پروتاگوراس بشوم، باتفاق به نزدش رفتیم و شما بحثی را با وی به‌جایی کشانیدید که بر من کاملاً روشن شد که او درسی را که می‌داد درست بلد نبود. بنا بر این تغییر عقیده دادم و دیگر به‌دنبالش نرفتم. بحثی که پیش‌آمد به‌من نشان داد که چه نباید بکنم، ولی کمکی نکرد که بفهمم چه باید بکنم؛ در واقع هنوز مرددم. اوقاتی که با جوانان هم‌سن خود در باشگاههای ورزشی و ضیافتها می‌گذرانم برایم بسیار دلپذیر است، ولی باشگاه ورزشی و تفریح و ضیافت مرا راضی نمی‌کنند. از طرف دیگر احساس می‌کنم که دانش من نسبتاً غیردقیق است و از اینکه انسان بی‌دقتی هستم رنج می‌برم. در حین بحث با پروتاگوراس فهمیدم که آنچه راجع به موضوعهایی مانند فضیلت، عدالت و شهامت می‌دانم خیلی ناقص است. در هر حال فکر می‌کنم همین که بی‌دقتی خود را فهمیده‌ام، خود پیشرفت بزرگی است.

سقراط: بقراط عزیز، خوشحالم که نظریات مرا به این خوبی

1. Theodoros

درک می‌کنی. همیشه به‌خودم خیلی بی‌پرده می‌گویم که چیزی بلد نیستم. فرق من با دیگر مردمان این است که چیزهایی را که نمی‌دانم تصور نمی‌کنم که می‌دانم.

سقراط: این بوضوح پختگی شما را می‌رساند، اما آگاهی به ندانستن برای من کافی نیست. تمایل زیادی دارم که به‌برخی از آگاهیهای قطعی و استوار دست‌یابم و تا رسیدن به این هدف آسوده نخواهم شد. دائم در این فکرم که چگونه دانشی باید فراگیرم. اخیراً تیائیتوس<sup>۱</sup> به‌من گفت که فقط به‌اصول و احکام ریاضیات می‌شود کاملاً مطمئن بود، و پیشنهاد کرد که ریاضیات را نزد استادش تئودوروس که در آتن برجسته‌ترین متخصص در اعداد و هندسه است فرا بگیرم. حال نمی‌خواهم مرتکب همان اشتباهی شوم که هنگام انتخاب پروتاگوراس در شرفش بودم. بنا بر این، سقراط، به‌من بگویید که در مکتب تئودوروس همان چیزی را که دنبالش هستم خواهم یافت یا نه؟

سقراط: ای پسر آپولودوروس<sup>۲</sup>، اگر می‌خواهی ریاضیات بخوانی بی‌شک بهتر از این که نزد دوست عالی‌قدر من تئودوروس بروی راهی نداری، اما می‌باید پیش خود مطمئن باشی که واقعاً می‌خواهی به‌مطالعه ریاضیات پردازی. هیچ‌کس به‌اندازه خودت به نیازهای تو آگاه نیست.

سقراط: چرا نمی‌خواهید به‌من کمک کنید؟ شاید بدون آنکه متوجه باشم شما را آزرده‌ام.

---

1. Theaitetos

2. Apollodoros



سقراط: منظورم را متوجه نشدی، دوست جوان من. من عصبانی نیستم، ولی تو چیز غیرممکنی را از من می خواهی. هر کسی باید خودش برای خود تصمیم بگیرد. من جز این که دد تولد تصمیم تو چون قابله ای یادی دهنده باشم کاری نمی توانم کرد.

بقراط: سقراط عزیز، لطفاً از کمک به من خودداری نکنید و اگر فرصت دارید اجازه بدهید که فوراً شروع کنیم.

سقراط: بسیار خوب. بیا بنشینیم زیر سایه آن چنار و شروع کنیم. اما اول به من بگو ببینم که حاضری به طریقی که من می خواهم بحث کنیم؟ من از تو سؤالهایی می کنم و تو به من پاسخ خواهی گفت. با این روش چیزهایی را که قبلاً می دانستی بهتر خواهی فهمید، زیرا این روش بدهای دانش را دد تو شکوفا می کند. در ضمن امیدوارم که رفتار تو مانند داریوش شاه ایران نباشد که وزیر معادنش را به قتل رسانید چون از معدنی که شاه گمان می کرد در آن طلاست، مس استخراج کرده بود. فراموش نکن که معدنچی فقط آنچه در معدن هست می تواند بیابد.

بقراط: سوگند می خورم که ایرادی نگیرم. اما شما را به زئوس سوگند، بیابید تا فوراً استخراج از معدن را شروع کنیم.

سقراط: بسیار خوب. به من بگو ببینم، می دانی ریاضیات چیست؟ گمان می کنم می توانی آن را تعریف کنی، چون می خواهی تحصیل ریاضیات کنی.

بقراط: فکر می کنم که هر بچه ای بتواند آن را تعریف کند. ریاضیات یکی از علوم است و یکی از بهترین آنها.

سقراط: نگفتم مدح و ثنای ریاضیات را بگو، گفتم ماهیت آن را شرح بده. مثلاً، اگر از تو دربارهٔ هنر پزشکان بپرسم خواهی گفت که این هنر با سلامت و بیماری سر و کار دارد و هدفش از بین بردن بیماری و حفظ سلامت است. درست می‌گوییم؟

سقراط: مسلماً.

سقراط: پس به این سؤال من جواب بده: آیا پزشکان با چیزی سر و کار دارند که وجود دارد یا چیزی که وجود ندارد؟ اگر پزشک نبود، آیا هنوز بیماری وجود داشت؟

سقراط: بی‌شک، و حتی بیشتر از حالا.

سقراط: بگذار نگاهی به یک علم دیگر بیندازیم، مثلاً نجوم. آیا با من هم عقیده‌ای که منجمان حرکت ستارگان را مطالعه می‌کنند؟

سقراط: مطمئناً.

سقراط: و اگر از تو بپرسم که آیا سر و کار نجوم با چیزی است که وجود دارد، پاسخ تو چیست؟

سقراط: جواب من مثبت است.

سقراط: آیا اگر منجمی در دنیا نباشد، ستارگان هنوز وجود دارند؟

سقراط: البته، و اگر زئوس هنگام غضب خود همهٔ بشریت را از میان بردارد، باز هم ستارگان در شب می‌درخشند. ولی چرا به جای ریاضیات، نجوم را به بحث گرفته‌ایم؟

سقراط: دوست خوب من، صبور باش و بگذار چند رشتهٔ دیگر

را نیز در نظر بگیریم و بعد با ریاضیات مقایسه کنیم. مردی را که درباره مخلوقات جنگلها و اعماق دریاها مطالعه می کند چه می نامی؟

بقراط: او عالمی است که موجودات زنده را مطالعه می کند.

سقراط: و تصدیق می کنی که چنین مردی چیزهایی را بررسی می کند که وجود خارجی دارند؟

بقراط: تصدیق می کنم.

سقراط: و اگر بگویم که هر علمی با چیزهایی که وجود دارند سر و کار دارد، باز هم با من موافقی؟  
بقراط: کاملاً.

سقراط: حالا به من بگو، دوست جوان من، هدف ریاضیات چیست؟ ریاضیدان چه چیزی را مطالعه می کند؟

بقراط: من از تیاتیتوس همین سؤال را کردم. جواب داد که ریاضیدان اعداد و اشکال هندسی را مطالعه می کند.

سقراط: خوب، جوابی صحیح است، اما تو می گویی که این چیزها وجود دارند؟

بقراط: البته. چطور ممکن است که ما از آنها سخن بگوییم و وجود نداشته باشند؟

سقراط: پس بگو ببینم، اگر ریاضیدانی نبود آیا اعداد اول وجود داشتند، و اگر وجود داشتند، کجا بودند؟

بقراط: واقعاً نمی دانم چه جوابی بدهم. بی شک اگر ریاضیدانها درباره اعداد اول فکر می کنند، پس این اعداد می باید در فکر و

ذهن آنها باشند. اما اگر ریاضیدانی نبود، اعداد اول نیز در جایی نبودند.

سقراط: منظورت این است که ریاضیدانها چیزهایی را مطالعه می‌کنند که وجود ندارند؟

سقراط: بله، گمان می‌کنم باید این را بپذیریم.

سقراط: بگذار به این سؤال از دید دیگری بنگریم. روی این

لوح مومی نوشتم ۳۷. آیا آن را می‌بینی؟

سقراط: بله، می‌بینم.

سقراط: و آیا می‌توانی آن را با دستانت لمس کنی؟

سقراط: مسلماً.

سقراط: پس شاید اعداد وجود دارند.

سقراط: آه سقراط، شما مرا دست انداخته‌اید. به اینجا نگاه

کنید، روی همان لوح من تصویر ازدهایی هفت‌سر را کشیده‌ام. آیا

این بدان معنی است که چنین ازدهایی وجود دارد؟ من هرگز کسی را

ندیده‌ام که ازدهایی دیده‌باشد و مطمئن هستم که جز در قصه‌های

پریان چنین موجودی پیدا نمی‌شود. اما فرض کنید که من اشتباه

می‌کنم و در جایی دور دست حقیقتاً چنین ازدهایی وجود داشته

باشد. این باز هم هیچ ربطی به نقاشی من ندارد.

سقراط: سقراط، تو راست می‌گویی و من با تو کاملاً موافقم.

اما آیا این بدان معنی است که با وجودی که می‌توانیم راجع به آنها

صحبت کنیم و آنها را روی لوح بنویسیم، بار هم در واقعیت،

وجود ندارند؟

سقراط: مسلماً.

سقراط: با شتاب نتیجه‌گیری مکن، بگذار آزمایش دیگری بکنیم. آیا من درست می‌گویم که می‌شود همه گوسفندان این مرغزار یا کشتیهای بندر پیرهئوس<sup>۱</sup> را شمرد؟

سقراط: آری.

سقراط: و گوسفندان و کشتیها وجود دارند؟

سقراط: بوضوح بله.

سقراط: اما اگر گوسفندان وجود دارند، آیا تعداد آنها هم می‌باید چیزی باشد که وجود دارد؟

سقراط: شما مرا دست انداخته‌اید سقراط. ریاضیدانها که گوسفند نمی‌شمارند، این کار چوپانهاست.

سقراط: منظورت این است که چیزی که ریاضیدانها مطالعه می‌کنند شماره گوسفندان یا کشتیها یا موجودات دیگر نیست بلکه خود عدد است؟ و بنا بر این آنها فقط به چیزی اهمیت می‌دهند که منحصرأ در فکرشان باشد؟

سقراط: آری، این چیزی است که من می‌گویم.

سقراط: به من گفתי که تیاتیتوس گفته‌است ریاضیدانها اعداد و اشکال هندسی را مطالعه می‌کنند. درباره اشکال چه می‌گویی؟ اگر از تو بپرسم که آیا آنها وجود دارند، جوابت چیست؟

سقراط: مطمئناً آنها وجود دارند. مثلاً می‌توانیم شکل يك كوزه زیبا را ببینیم و با دستان خود آن را لمس کنیم.

سقراط: من هنوز مشکلی دارم. اگر تو به يك كوزه نگاه کنی، چه می بینی؟ كوزه را با شكل آن را؟

بقراط: هر دو را.

سقراط: آیا این موضوع در مورد بره هم مصداق دارد؟ یعنی بره و پشم هر دو را می بینی؟

بقراط: می بینم که مثال بسیار خوبی انتخاب کرده اید.

سقراط: اگر پشم بره را بچینی، آن را بدون پشم می بینی و پشم را بدون بره. آیا به طریق مشابهی می توانی شكل يك كوزه را از خود آن جدا کنی؟

بقراط: بی شك نه، و بجرأت می توان گفت که کسی نمی تواند.

سقراط: و هنوز معتقدی که می توانی شكل هندسی را مشاهده کنی؟

بقراط: دارم به آنچه گفتم مشکوک می شوم.

سقراط: بعلاوه اگر ریاضیدانها مثلاً شكل كوزه ها را مطالعه می کنند، نباید قاعدتاً كوزه گرهای قابلی هم باشند؟

بقراط: قاعدتاً باید باشند.

سقراط: پس اگر تئودوروس بهترین ریاضیدان است، آیا نباید بهترین كوزه گر هم باشد؟ من دیده ام که خیلی از افراد او را تحسین کرده اند، اما کسی تا به حال به من نگفته است که از كوزه گری سررشته دارد. در واقع شك دارم که او حتی بتواند ساده ترین ظرفها را هم بسازد. شاید ریاضیدانها با شكل مجسمه ها و بناها سر و کار داشته باشند؟

بقراط: اگر چنین باشد آنها باید مجسمه‌سازها و معمارهای قابل‌باشند.

سقراط: خوب، پس به این نتیجه رسیدیم که ریاضیدانها هنگام مطالعه هندسه به شکل اشیاء حقیقی مثل کوزه کاری ندارند، بلکه فقط اشکالی را که در مغزشان است مطالعه می‌کنند. تصدیق می‌کنی؟

بقراط: ناچارم.

سقراط: با فرض اینکه ریاضیدانها با چیزهایی سر و کار دارند که در واقعیت وجود ندارد و فقط در افکارشان است، بگذار کمی به جمله تیائیتوس فکر کنیم. وی به تو گفته بود که ریاضیات نسبت به دیگر شاخه‌های علوم به ما مطمئن‌ترین و قابل‌اتکاترین آگاهیها را می‌دهد. آیا مثالی هم آورد؟

بقراط: بله، به من گفت که مثلاً هیچ کس نمی‌تواند بداند که فاصله آتن از اسپارت چقدر است. البته، افرادی که این مسافت را می‌پیمایند بر سر تعداد روزهایی که می‌باید راه رفت تا از آتن به اسپارت رسید توافق دارند، اما غیرممکن است که بگویند این فاصله دقیقاً چند پاست. در حالی که به کمک قضیه فیثاغورس می‌توان دقیقاً گفت که قطر مربع چقدر است. تیائیتوس گفت که ممکن نیست جمعیت يك شهر را بتوان با يك عدد بیان کرد. اگر کسی سعی کند که همه مردم يك شهر را بشمارد، هرگز عدد درستی بدست نمی‌آورد، زیرا در حین سرشماری عده‌ای از مردم که نسال خواهند مرد و بچه‌هایی نیز بدنیا خواهند آمد. پس جمعیت يك شهر را فقط

می‌توان به‌طور تقریبی حساب کرد. اما اگر از يك ریاضیدان بپرسی که ۱۲ وجهی منتظم چند ضلع دارد، وی جواب خواهد داد که هر وجه دارای ۵ ضلع است پس باید ۶۰ ضلع داشته‌باشد. اما هر ضلع به دو وجه تعلق دارد، بنا بر این هر ضلع دوبار به حساب آمده، پس می‌باید ۳۰ ضلع داشته‌باشد، و در این جواب جای هیچ شکی نیست.

سقراط: آیا مثالهای دیگری نیز آورد؟

سقراط: خیلی زیاد، اما من همه آنها را به یاد ندارم. گفت که در واقعیت هرگز نمی‌توان دو چیز پیدا کرد که کاملاً مثل هم باشند. هیچ دو تخم مرغی دقیقاً يك جور نیستند، حتی ستونهای معبد پوسیدون<sup>۱</sup> هم کمی متفاوتند اما می‌توان کاملاً مطمئن بود که قطره‌های يك مستطیل دقیقاً برابرند. تیائیتوس از هراکلیتوس<sup>۲</sup> نقل کرد که هر چیز موجود دائم در تغییر است و بنا بر این، آگاهی همراه با یقین را فقط در مورد چیزهایی که هرگز تغییر نمی‌کنند می‌توان بدست آورد، مثل اعداد زوج و فرد، خط مستقیم و دایره.

سقراط: خیلی خوب شد. این مثالها مرا قانع می‌کند که در ریاضیات می‌توان دانش بلاشك کسب کرد در حالی که در علوم دیگر یا در زندگی روزمره ممکن نیست. بگذار سعی کنیم به‌طور خلاصه آنچه از ماهیت ریاضیات دریافته‌ایم بیان کنیم. آیا درست می‌گوییم، به این نتیجه رسیده‌ایم که ریاضیات چیزهای غیرموجود را بررسی می‌کند و قادر است درباره آنها حقیقت محض را دریابد؟

1. Poseidon

2. Heraclitus



بقراط: بله، این چیزی است که به آن رسیدیم.

سقراط: ولی بقراط عزیز، تو را به زئوس سوگند، بگو آیا این شگفت نیست که انسان راجع به چیزهایی که وجود ندارند بیش از چیزهایی که وجود دارند کسب معرفت کند؟

بقراط: اگر این طور که بیان کردید باشد، بی شک رازی در میان است. من مطمئنم که اشتباهی در استدلال ما وجود دارد.

سقراط: نه، ما بیشترین دقت ممکن را بکاربردیم و در هر گام کاملاً مراقب استدلالمان بودیم. در استدلال ما نمی توان اشکالی دید. اما گوش کن، من چیزی را به خاطر می آورم که ممکن است معمایمان را حل کند.

بقراط: زودتر بگویید که کاملاً گیج شده ام.

سقراط: امروز در دادگاه بخش دو بودم. زن نجاری از دهکده پیتوس<sup>۱</sup> متهم به خیانت بود و اینکه با همدستی عاشقش شوهر خود را کشته است. متهم ادعای بی گناهی می کرد و به آرتامیس و آفرودیت سوگند می خورد که هرگز عاشق کسی جز شوهرش نبوده است و شوهرش را دزدان دریایی کشته اند. عده زیادی به عنوان شاهد حاضر شدند، بعضی گفتند که گناهکار است و بعضی دیگر مدعی شدند که بی گناه است. غیرممکن بود که کسی بفهمد واقعاً چه اتفاقی افتاده است.

بقراط: آیا دوباره مرا دست انداخته اید؟ ابتدا مرا کاملاً سر در گم کردید و حالا به جای اینکه کمکی بکنید تا به واقعیت برسیم،

1. Pitthos

برایم قصه می‌گویید.

سقراط: دوست من، رنجیده‌خاطر مشوید! من دلایلی جدی برای بیان داستان این زن، که نمی‌شد فهمید گناهکار است یا نه، دارم. قبل از هر چیز باید بگویم که این زن وجود خارجی دارد. من او را با چشمان خود دیدم و تو می‌توانی از همه کسانی که در دادگاه بودند نیز بپرسی. بسیاری از آنها هرگز در عمرشان دروغ نگفته‌اند.

سقراط: برای من شهادت شما، سقراط عزیز، کافی است. بگذارید قبول کنیم که این زن وجود دارد، اما این چه ربطی به ریاضیات دارد؟

سقراط: بیشتر از آنچه فکر کنی. اما به من بگو ببینم، داستان آگاممنون<sup>۱</sup> و کلوتایمنسترا<sup>۲</sup> را می‌دانی؟

سقراط: همه این داستان را می‌دانند. من نمایشنامه‌های سه‌گانه اشیل<sup>۳</sup> را پارسال در تئاتر دیدم.

سقراط: در چند کلمه داستان را برای من بازگو کن.

سقراط: وقتی که آگاممنون، پادشاه موکنای<sup>۴</sup> پشت دیوارهای تروا در حال جنگ بود، همسرش کلوتایمنسترا مرتکب زنای محصنه با آگیستوس<sup>۵</sup> پسر عموی شوهرش شد. هنگامی که آگاممنون پس از شکست تروا به‌خانه بازگشت، همسرش و عاشق او آگاممنون را به قتل رساندند.

1. Agamemnon

2. Clytemnestra

3. Aeschylus

4. Mycenae

5. Aegisthus

سقراط: به من بگو، بقراط، آیا کاملاً معلوم است که کلوتایمنسترا گناهکار بود؟

بقراط: نمی فهمم که چرا این قبیل سؤالها را پیش می کشید. درباره داستان شکی وجود ندارد. بنا به روایت هومر، وقتی که اودیسه<sup>۱</sup> ثوس از عالم ارواح دیدن می کرد، به آگاممنون برخورد، و او سرنوشت غم انگیز خود را برای اودیسه ثوس شرح داد.

سقراط: اما آیا کاملاً مطمئن می که آگاممنون و کلوتایمنسترا و همه افراد دیگر داستان واقعاً وجود داشته اند؟

بقراط: شاید اگر این را در ملا عام بگویم مرا از شهر تبعید کنند ولی به عقیده من غیر ممکن است بتوان صحت و سقم داستانهای هومر را پس از این همه سال تعیین کرد. ولی این کار کاملاً بی مورد است، وقتی به شما گفتم کلوتایمنسترا گناهکار بود، راجع به کلوتایمنسترای حقیقی صحبت نکردم (اگر اصلاً چنین شخصی وجود می داشته است) بلکه سختم راجع به کلوتایمنسترای حماسی هومر بود.

سقراط: آیا اجازه دارم بگویم که ما چیزی راجع به کلوتایمنسترای حقیقی نمی دانیم؟ حتی در وجودش شك است، ولی اگر درباره کلوتایمنسترای هومر حرف بزنیم از آنچه درباره اش می خوانیم مطمئن می شویم که او گناهکار بوده و آگاممنون را به قتل رسانیده است. زیرا که اشیل چنین گفته است.

۱. Odysseus قهرمان کتاب «اودیسه» اثر هومر که در فارسی نام لاتین آن، یعنی «اولیس»، معروفتر است. - م.

سقراط: البته، ولی چرا روی این مطلب پافشاری می‌کنید؟

سقراط: الان خواهی دید. بگذار تا خلاصه کنم: در مورد خیانت و قتل توسط زنی که امروز در دادگاه بود نمی‌توانیم هیچ گونه نظری بدهیم، اما در مورد کلوتایمنسترای داستان هومر که شاید هم هیچ وقت وجود نداشته‌است، می‌توانیم مطمئن باشیم که هم مرتکب خیانت شده‌است و هم شوهرش را به قتل رسانده. تصدیق می‌کنی؟

سقراط: کم کم دارم متوجه می‌شوم که چه می‌خواهید بگویید. اما بهتر است خودتان نتیجه‌گیری کنید.

سقراط: نتیجه این است که آگاهی قطعی ما درباره کسانی که فقط در محیله ما وجود دارند، مانند شخصیت‌های نمایشنامه، خیلی از آگاهی ما نسبت به کسانی که واقعاً زندگی می‌کنند بیشتر است. اگر می‌گوییم که کلوتایمنسترا گناهکار است، بدین دلیل است که اشیل به این صورت تصویرش کرده و در داستانش آورده‌است. وضعیت در ریاضیات دقیقاً همین‌طور است. ما مطمئنیم که قطرهای مستطیل با هم برابرند، زیرا این دقیقاً از تعریف مستطیل که به وسیله ریاضیدان ارائه شده‌است نتیجه می‌شود.

سقراط: آیا منظور شما این است که نتیجه متناقض‌نمای ما واقعاً درست است و ما می‌توانیم آگاهی بسیار قطعی درباره چیزهایی که وجود خارجی ندارند داشته باشیم، در حالی که نمی‌توانیم دانش بلاشکی درباره عناصر طبیعت کسب کنیم؟ فکر می‌کنم که دیگر دلیل این مطلب بر من نیز روشن شده‌باشد. مفاهیمی را که ما خود خلق

کرده‌ایم از بیخ و بن می‌شناسیم و می‌توانیم حقایق تردیدناپذیر دربارهٔ آنها دریابیم، زیرا آنها خارج از پندار ما هیچ‌گونه واقعیتی ندارند، اما چیزهایی که در دنیای واقعی وجود دارند با استنباطی که ما از آنها داریم یکسان نیستند، زیرا این استنباط همواره ناقص و تقریبی است. بنا بر این آگاهی ما نسبت به اشیاء واقعی هرگز نمی‌تواند کامل یا بلا تردید باشد.

سقراط: حقیقت همین است دوست جوان من، و تو آن را بهتر از خود من شرح دادی.

بقراط: اختیار دارید سقراط، این شما بودید که باعث شدید من این مطالب را درک کنم. حالا حرف تیائیتوس را که می‌گفت اگر بخواهم دانشی تزلزل‌ناپذیر کسب کنم می‌باید ریاضیات بخوانم، هم تصدیق می‌کنم، و هم می‌دانم که چرا تصدیق می‌کنم. در هر حال، اکنون که شما مرا تا اینجا با صبر و حوصله هدایت کردید، خواهشمندم ترکم نکنید، زیرا مهمترین سؤال من هنوز بی‌جواب مانده‌است.

سقراط: سؤال را بگو.

بقراط: لطفاً به‌خاطر بیاورید که من برای این نزد شما آمده‌ام که با شما مشورت کنم که ریاضیات بخوانم یا نه. شما به‌من کمک کردید که بفهمم ریاضیات و فقط ریاضیات است که آن دانش استواری را که گفتم، می‌تواند به‌من بدهد. اما خاصیت این علم چیست؟ بدیهی است که اگر ما معرفتی دربارهٔ چیزهایی که وجود دارند بدست آوریم، اگر چه ناقص و تقریبی باشد، باز هم برای

آحاد مردم، و نیز کل کشور، ارزشمند خواهد بود. حتی اگر کسی اطلاعاتی درباره ستارگان بدست آورد، می‌تواند از آن - مثلاً برای دریانوردی در شب - استفاده کند. اما فایده آگاهی درباره چیزهایی که اصلاً وجود خارجی ندارند، مانند آنچه ریاضیات بررسی می‌کند، چیست؟ حتی اگر آن آگاهی کامل و تردیدناپذیر باشد، فایده‌اش کدام است؟

سقراط: دوست عزیز من، می‌دانم که تو جوابش را خودت می‌دانی و فقط می‌خواهی مرا امتحان کنی.

سقراط: به‌هراکلس<sup>۱</sup> سوگند که جواب آن را نمی‌دانم. لطفاً به من کمک کنید.

سقراط: بگذار سعی کنیم تا جواب را بیابیم. ما فهمیدیم که مفاهیم ریاضی را ریاضیدانها خلق می‌کنند. به‌من بگو، آیا ریاضیدانها مفاهیم را کاملاً به‌دلخواه خود خلق می‌کنند؟

سقراط: همان‌طور که گفتم، من هنوز درباره ریاضیات اطلاعات زیادی ندارم. اما بنظر می‌رسد که ریاضیدان همان اندازه در انتخاب مضامین مورد مطالعه‌اش مختار است که شاعر در انتخاب شخصیت‌های اثرش. پس همان‌گونه که شاعر خصوصیات اخلاقی مورد نظرش را به‌شخصیت‌های اثرش می‌بخشد، ریاضیدان هم می‌تواند به مفاهیم مورد مطالعه‌اش خواص دلخواه خود را نسبت دهد.

سقراط: اگر این‌طور باشد، باید به‌تعداد ریاضیدانها ریاضیات وجود داشته‌باشد. در این صورت، چطور این مطلب را توضیح

---

1. Heracles

می‌دهی که همه ریاضیدانها مفاهیم و مسائل یکسانی را مطالعه می‌کنند؟ چرا مکرراً اتفاق افتاده‌است که ریاضیدانهایی که کاملاً دور از هم زندگی می‌کنند و هیچ تماسی هم با یکدیگر ندارند، قضیه واحدی را کشف می‌کنند؟ من هرگز نشنیده‌ام که شعری مستقلاً توسط دو شاعر سروده شده باشد.

بقراط: من هم نشنیده‌ام، اما بیاد دارم که تیاتیتوس به من می‌گفت که قضیه بسیار جالب توجهی درباره فواصل گنگ (مقیاس ناپذیر) کشف کرده بود، اما وقتی آن را به استادش تئودوروس نشان داده بود، وی نامه‌ای از آرخوتاس<sup>۱</sup> را برای او خوانده بود که در آن نامه آرخوتاس قضیه را مو به مو شرح داده بود.

سقراط: در شاعری این ممکن نیست. پس متوجه مسأله هستی، بگذار تا ادامه بدهیم. ریاضیدانهایی که در کشورهای گوناگون زندگی می‌کنند معمولاً درباره درستی یا نادرستی يك مسأله با هم متفق‌القولند در حالی که در مورد مسائل مملکتی، مثلاً پارسیها یا اهالی اسپارت عقایدی کاملاً متفاوت با ما آتنیها دارند و مهمتر از همه اینکه ما آتنیها نیز عقایدمان با هم فرق می‌کند. در این مورد چه نظری داری؟

بقراط: در مورد مسائل مملکتی هر کس دارای منافی است و این منافع غالباً با هم در تضادند، بنا بر این افراد نمی‌توانند متفق‌القول باشند. در حالی که در ریاضیات ریاضیدانها فقط دنبال حقیقت می‌گردند، منافی جز درك حقیقت در کار نیست.

---

1. Archytas

سقراط: منظورت این است که ریاضیدانها سعی می کنند حقایقی را کشف کنند که از خود آنها کاملاً مستقل است؟  
بقراط: آری، چنین است.

سقراط: اگر چنین باشد، ما در اشتباه بودیم که فکر می کردیم ریاضیدانها در انتخاب مفاهیم مختارند، چون طبق استدلال تو به نظر می رسد که موضوع مورد مطالعه آنها باید به نوعی از وجود خود آنها مستقل باشد. این معمای تازه را لازم است حل کنیم.  
بقراط: نمی دانم چگونه.

سقراط: اگر هنوز حوصله اش را داری، بیا با هم سعی کنیم. بگو ببینم، فرق دریانوردی که جزیره ای غیر مسکونی را کشف می کند با نقاشی که رنگ جدیدی را که هیچ نقاش دیگری قبلاً بکار نرفته باشد می یابد، چیست؟

بقراط: فکر می کنم که دریانورد يك کاشف است در حالی که نقاش در این صورت، يك مخترع خواهد بود. دریانورد جزیره ای را کشف می کند که قبل از او هم وجود داشته است ولی ناشناس بوده، در حالی که نقاش رنگی را اختراع می کند که قبل از وی اصلاً وجود نداشته است.

سقراط: هیچ کس نمی توانست بهتر از این جواب دهد. حال بگو ببینم، ریاضیدانی که حقیقت جدیدی را می یابد آن را کشف می کند یا اختراع؟ آیا مثل نقاش مخترع است یا مانند دریانورد کاشف؟

بقراط: بیشتر بنظر می رسد که ریاضیدان شبیه کاشف است. او



دریانورد دلیری است که در دریای ناشناخته تفکرات می‌گردد و ساحلها و جزیره‌ها و گردابها را کشف می‌کند.

سقراط: خوب گفتمی و من حرف تو را کاملاً تصدیق می‌کنم. علاقه‌مندم اضافه کنم که ریاضیدان تا حدی مخترع هم هست، به خصوص وقتی که مفاهیم جدیدی ابداع می‌کند. هر کاشفی می‌باید تا حدودی هم مخترع باشد. مثلاً اگر دریانوردی می‌خواهد به جاهایی برود که دریانوردان دیگر موفق نشده‌اند بروند، باید کشتی بسازد که با ابداعاتی بهتر از کشتیهای دیگر باشد. مفاهیم جدیدی که ریاضیدانها ابداع می‌کنند مانند همان کشتیهای جدید است که در دریای بی‌کران اندیشه پیشتر می‌روند.

بقراط: سقراط عزیز، شما کمک کردید تا به جواب سؤالی برسم که به نظر من خیلی سخت می‌آمد. هدف اصلی ریاضیدان این است که رازها و معماهای دریای تفکر بشر را کشف کند. این رازها و معماها مستقل از خود ریاضیدان وجود دارند، اما از بشریت به‌عنوان یک کل مستقل نیستند. ریاضیدان دارای آزادی عمل مشخصی است که مفاهیمی را به‌عنوان ابزار خلق کند، و بنظر می‌رسد این کار را با صلاحدید خودش می‌تواند انجام دهد. اما او خیلی هم در این اختراعاتش آزاد نیست زیرا مفاهیم جدید باید برای هدف او مفید واقع شوند. دریانورد می‌تواند هر نوع کشتی که بخواهد اختراع کند، ولی دیوانه است اگر کشتی بسازد که با اولین طوفان پاره‌پاره شود. گمان می‌کنم حالا دیگر همه چیز روشن شده باشد.

سقراط: اگر همه چیز را بوضوح می‌بینی، سعی کن به این

سؤال هم جواب بدهی: هدف ریاضیات چیست؟

سقراط: به این نتیجه رسیدیم که به غیر از دنیایی که ما در آن زندگی می‌کنیم، دنیای دیگری هم وجود دارد که همان دنیای تفکرات بشر است، و ریاضیدان ناخدای بی‌باکی است که این بحر را درمی‌نوردد و از مصائب و خطرهای و ماجراهایی که در پیش روی اوست ترسی ندارد.

سقراط: دوست عزیز، شور جوانی تو تقریباً مرا مقهور خود می‌کند، اما متأسفم که در غلیان اشتیاق برخی مسائل را نادیده می‌گیری.

سقراط: کدام مسائل را؟

سقراط: نمی‌خواهم تو را مأیوس کنم، ولی احساس می‌کنم که سؤال تو هنوز پاسخ داده نشده است. ما هنوز به این سؤال پاسخ نداده‌ایم که فایده درنوردیدن دریای تفکرات بشر چیست؟

سقراط: مثل همیشه حق با شماست سقراط عزیز. ولی خواهش می‌کنم این بار روشتان را کنار بگذارید و صاف و پوست‌کنده به من بگویید ریاضیات چه فایده‌ای دارد؟

سقراط: نه دوست عزیز، حتی اگر می‌توانستم هم، این کار را به خاطر خودت انجام نمی‌دادم. دانش و معرفت اگر بدون زحمت بدست آید تقریباً بی‌ارزش است. ما فقط چیزهایی را به طور کامل می‌فهمیم که خودمان، البته شاید با کمک دیگران، آن را دریافته باشیم. درست مانند گیاهان که فقط آبی را می‌توانند مصرف کنند که به وسیله ریشه خود از خاک گرفته باشند.

بقراط: بسیار خوب، با همان روش به تحقیقمان ادامه دهیم، ولی دست کم با طرح سؤالی مرا یاری کنید.

سقراط: بگذار به عقب برگردیم، به نکته‌ای که قبلاً درباره‌اش بحث کرده و به نتیجه رسیده بودیم. گفتیم که ریاضیدان نه با تعداد گوسفندها یا کشتیها و موجودات دیگر، بلکه با خود اعداد سر و کار دارد. فکر نمی‌کنی چیزهایی که ریاضیدان درباره اعداد کشف می‌کند، در مورد تعداد چیزهای موجود نیز درست باشد؟ مثلاً ریاضیدانها دریافته‌اند که ۱۷ عددی است اول، بنا بر این آیا این درست نیست که نمی‌توان ۱۷ گوسفند زنده را بین یک گروه تقسیم کرد و به همه آنها تعدادی مساوی گوسفند داد مگر آنکه تعداد افراد گروه دقیقاً ۱۷ باشد؟

بقراط: مسلماً صحیح می‌گویید.

سقراط: در مورد هندسه چه؟ آیا نمی‌توان آن را در مورد خانه‌سازی، کوزه‌گری یا گنجایش کشتیها برای حمل غلات بکاربرد؟

بقراط: مسلماً می‌شود بکاربرد، اما بنظر می‌رسد که برای صنعتگران در عمل ریاضیات چندانی لازم نیست. دانستن قواعد ساده‌ای که منشیان فراغنه مصر هم بدانها آگاهی داشتند برای چنین مقاصدی کافی است، و اکتشافات جدیدی که تیائیتوس درباره آنها با آن همه اشتیاق و حرارت صحبت می‌کرد، نه بکار می‌روند و نه عملاً استفاده از آنها ضروری است.

سقراط: شاید حالا بکار نروند، ولی در آینده ممکن است

مفید باشند.

سقراط: من فقط به زمان حال اهمیت می‌دهم.

سقراط: اگر می‌خواهی ریاضیدان شوی بساید بدانسی که ریاضیدانها بیشتر برای آینده کار می‌کنند. حال بگذار به سؤال اصلی برگردیم. دیدیم که آگاهی درباره يك دنیای دیگر، یعنی دنیای تفکرات، و مطالعه چیزهایی که به مفهوم عادی وجود خارجی ندارند، در زندگی روزمره برای جواب دادن به بسیاری از سؤالهای پیرامون دنیای واقعی مفید است. آیا این شگفت‌انگیز نیست؟

سقراط: بیشتر از آن، درك نکردنی است. این واقعاً معجزه است.

سقراط: شاید هم اصلاً رازی در کار نباشد و اگر پوسته این سؤال را باز کنیم در آن مرواریدی واقعی بیابیم.

سقراط: سقراط عزیز، خواهش می‌کنم مثل پوتیا<sup>۱</sup> معما گونه سخن نگویند.

سقراط: بگو ببینم، آیا متعجب می‌شوی اگر کسی را ببینی که به کشورهای دور دستی سفر کرده باشد، چیزهای بسیار زیادی را دیده و تجربه کرده باشد، و به شهرش بازگشته و به کمک تجربیاتش خواسته باشد به همشهریان خود پندی نیکو بدهد؟

سقراط: ابدأ.

سقراط: حتی اگر کشورهایی را که آن شخص دیده بسیار دور باشند و ساکنان آنها افراد کاملاً متفاوتی باشند که به زبان دیگری

تکلم و خدایان متفاوتی را ستایش کنند؟

بقراط: حتی در آن حالت هم تعجب نمی‌کنم، زیرا که در بین افراد کاملاً متفاوت هم آداب مشترك زیادی وجود دارد.

سقراط: حالا به من بگو، اگر معلوم شوم که دنیای ریاضیات به‌رغم همهٔ ویژگی‌هایش به تعبیری شبیه دنیای واقعی است، باز هم تو این مسأله را که ریاضیات در دنیای واقعی کاربرد دارد اعجاب‌آور می‌دانی؟

بقراط: در آن حالت نه، ولی من شباهتی بین دنیای واقعی و جهان خیالی ریاضیدانها نمی‌بینم.

سقراط: آیا آن صخره را در آن طرف رودخانه، جایی که رود پهن و مبدل به دریاچه می‌شود، می‌بینی؟

بقراط: بله، می‌بینم.

سقراط: آیا تصویر آن را هم که در آب منعکس شده‌است مشاهده می‌کنی؟

بقراط: آری.

سقراط: حالا بگو ببینم، فرق بین صخره و تصویر آن چیست؟

بقراط: صخره قطعهٔ جامدی از ماده‌ای سفت است. خورشید آن را گرم کرده‌است، اگر آن را لمس کنی زبر و خشن است. اما تصویر صخره قابل لمس نیست و اگر دستم را روی آن بگذارم، فقط آب سرد را احساس می‌کنم. در واقع تصویر منعکس شده وجود خارجی ندارد، چیزی واهی است و بس.

سقراط: آیا وجه مشتركی بین صخره و تصویرش وجود ندارد؟

سقراط: تصویر صخره در واقع عکس دقیقی از خود آن است. پیرامون صخره، حتی برآمدگیهای خیلی کوچک آن، در تصویر قابل مشاهده است. اما منظورتان چیست؟ می‌خواهید بگویید دنیای ریاضیات منعکس‌کننده دنیای واقعی در آینه تفکر ماست؟

سقراط: گفتی و در واقع گل گفتی!

سقراط: اما این چطور ممکن است؟

سقراط: بگذار به خاطر بیاوریم که مفاهیم مجرد ریاضی چگونه بوجود آمدند. گفتیم که ریاضیات با اعداد محض سر و کار دارد، نه با تعداد اشیاء حقیقی. فکر می‌کنی کسی که هرگز چیزهای واقعی را نشمرده باشد می‌تواند مفهوم مجرد عدد را درک کند؟ وقتی که کودک شمارش را فرامی‌گیرد، ابتدا سنگریزه‌ها و قطعات کوچک چوب را می‌شمارد، و فقط موقعی می‌تواند درک کند که دو به اضافه سه می‌شود پنج که دانسته باشد دو سنگریزه به اضافه سه سنگریزه می‌شود پنج سنگریزه، یا دو سکه به اضافه سه سکه می‌شود پنج سکه و غیره. در مورد هندسه هم وضع اساساً به همین گونه است. کودک مفهوم کره را وقتی درک می‌کند که اشیاء گردی مانند توپ را دیده باشد. به طور کلی انسان همه مفاهیم اساسی ریاضی را به طرق مشابهی ابداع می‌کند. این مفاهیم از معرفت انسان درباره دنیای خارج متبلور می‌شوند و بنا بر این نه تنها جای تعجب نیست، بلکه خیلی هم طبیعی است که نشانه‌هایی از منشأ خود را با خود داشته باشند، درست مانند فرزندان که علائمی از پدر و مادر را به ارث می‌برند. همان طور که وقتی فرزندان بزرگ می‌شوند حامی والدین می‌گردند،

هر شاخه ریاضیات هم که به اندازه کافی توسعه پیدا کرده باشد، ابزار مفیدی برای تفحص در جهان خارج می شود.

بقراط: حالا بر من کاملاً روشن شد که چطور معرفت درباره چیزهایی که وجود ندارند، برای درک چیزهای واقعی مفید است. شما کمک بزرگی برای فهم این مطلب به من کردید.

سقراط: از اینکه همه چیز بر تو روشن شده است غبطه می خورم، زیرا برای من هنوز نکته ابهامی به جا مانده است. شاید تو بتوانی به من کمک کنی.

بقراط: با کمال افتخار، اما می ترسم که شما باز هم مرا دست انداخته باشید. با کمک خواستن از من، مرا شرمنده نکنید و لطفاً بی پرده بگویید که چه سؤالی را نادیده گرفته ام.

سقراط: نتایج حاصل را به طور خلاصه بیان کن تا متوجه نکته ابهام بشوی.

بقراط: خوب، وقتی روشن شد که چرا ریاضیات قادر است در مورد جهانی ماوراء دنیای حقیقی که در آن زندگی می کنیم، یعنی جهان اندیشه، به ما آگاهی ببخشد، این سؤال باقی ماند که فایده این آگاهی چیست. حال دریافته ایم که جهان ریاضیات انعکاس دنیای حقیقی در فکر ماست و از آنجاست که هر دانشی درباره دنیای ریاضیات به ما اطلاعاتی در مورد جهان واقعی خواهد داد. من کاملاً به این جواب قانعم.

سقراط: اگر به تو می گویم که هنوز جواب کاملی به سؤال نداده ایم، نه برای این است که تو را سردرگم کنم، بلکه بدان علت

است که یقین دارم دیر یا زود خودت متوجه می‌شوی و دوباره نزد من می‌آیی و شکایت می‌کنی که چرا توجه تو را بدان معطوف نکرده‌ام. خواهی پرسید که «سقراط، چه معنی دارد وقتی که می‌توان خود جسم را مطالعه کرد، به‌جایش تصویر آن را مطالعه کنیم؟»

سقراط: کاملاً حق با شماست؛ این سؤال بدیهی یقیناً پیش می‌آید. سقراط، شما جداً افسون‌نگرید، می‌توانید مرا با چند کلمه به کلی سردرگم کنید و می‌توانید با يك سؤال حق به‌جانب ساختمان‌ی را که تا حال با آن همه زحمت ساخته‌ایم ویران کنید. مسلماً من باید جواب بدهم که اگر می‌توانیم خود جسمی را مطالعه کنیم، بی‌معنی است که تصویر آن را مورد مطالعه قرار دهیم. مطمئنم که این متناقض‌نما فقط نشان می‌دهد که مثال ما متناسب نیست. جواب سؤال را اگر چه می‌دانم وجود دارد، نمی‌توانم بیاوم.

سقراط: حدس تو درست است که تناقض بدان دلیل بوجود آمد که ما بیش از اندازه به‌مثال تصاویر منعکس‌شده اتکا کردیم. تمثیل مانند کمان است، اگر آن را خیلی بکشیم می‌شکند. بگذار مثال تازه‌ای بزنیم. بدون شك می‌دانی که مسافران و دریانوردان از نقشه بخوبی استفاده می‌کنند.

سقراط: من این را خود نیز تجربه کرده‌ام. آیا منظورتان این است که ریاضیات نقشه‌ای از دنیای واقعی ارائه می‌دهد؟

سقراط: آری. آیا حال می‌توانی بدین سؤال جواب بدهی: چه برتری‌هایی در نگاه کردن به نقشه نسبت به تماشای چشم‌انداز سرزمینی وجود دارد؟



بقراط: این واضح است: با نقشه می‌توان فواصل بسیار زیاد را بدقت بررسی کرد، فواصلی را که انسان تنها با هفته‌ها یا ماهها مسافرت می‌تواند بپیماید. نقشه همه ریزه کاریها را نشان نمی‌دهد، ولی مهمترین چیزها را می‌نمایاند. بنا بر این اگر بخواهیم سفری طولانی را برنامه‌ریزی کنیم خیلی مفید واقع می‌شود.

سقراط: خیلی خوب، اما چیز دیگری هم هست که به نظرم رسید.

بقراط: چه چیزی؟

سقراط: دلیل دیگری هم هست که چرا مطالعه تصویر ریاضی جهان می‌تواند فایده داشته باشد. اگر ریاضیدان خاصیتی از دایره را کشف کند، این خاصیت در مورد همه اجسام دایره‌ای شکل درست است. پس روشهای ریاضی ما را قادر می‌کنند که درباره چیزهای متفاوت در آن واحد به تفکر و تحقیق پردازیم.

بقراط: درباره این تمثیل چه می‌گویید: اگر شخصی به شهری از بالای کوه مجاور آن نگاه کند، منظره بسیار جامعتری از شهر به دست می‌آورد تا آنکه در خیابانهای کج و معوج آن شهر گام بردارد. یا اینکه اگر فرماندهی از بالای تپه حرکت سپاه دشمن را بنگرد، تصویر روشنتری از وضعیت به دست می‌آورد تا سربازی که در خط مقدم جبهه فقط دشمن روبرویش را می‌بیند.

سقراط: در ابداع تمثیلهای جدید از من پیشی گرفتی. اما چون نمی‌خواهم از تو عقب بمانم، بگذار تمثیلی به تمثیلهای تو اضافه کنم. اخیراً به تابلویی از نقاشیهای آریستوفون<sup>۱</sup> فرزند آگلافون<sup>۲</sup>

1. Aristophon

2. Aglaophon

نگاه می کردم. نقاش به من اخطار کرد که اگر خیلی از نزدیک به نقاشی نگاه کنم، فقط نقطه‌هایی رنگی می بینم و کل تصویر را نخواهم دید.

سقراط: البته حق با وی بوده است، همچنان که حق با شما بود که نگذاشتید پیش از آنکه به قلب سؤال برسیم، به بحث خاتمه بدهیم. فکر می کنم وقت آن رسیده باشد که به شهر بازگردیم، زیرا سیاهی شب نمایان شده است و من گرسنه و تشنه ام. اگر هنوز حوصله داشته باشید، در بین راه سؤالی دارم.

سقراط: پس راه بیفتیم و تو هم سؤالت را بگو.

سقراط: گفت و گوی ما را کاملاً قانع کرد که می باید تحصیل ریاضیات را شروع کنم و برای این از شما بسیار متشکرم. اما بگویید ببینم، چرا خودتان ریاضیات کار نمی کنید؟ درک و فهم عمیق شما از طبیعت و اهمیت ریاضیات، من را بر آن می دارد که حدس بزنم اگر خودتان ریاضیات کار کنید، همه ریاضیدانهای یونانی را تحت الشعاع قرار خواهید داد. در این صورت من خوشحال خواهم شد اگر مرا به شاگردی خود در ریاضیات بپذیرید.

سقراط: نه سقراط عزیز، این کار من نیست. تئودوروس خیلی بیشتر از من ریاضیات می داند و تو نمی توانی استادی بهتر از او پیدا کنی. حال دلایل آن را که چرا من خود در ریاضیات کار نمی کنم برایت خواهم گفت. من نظر بسیار مثبت خود را نسبت به ریاضیات پنهان نمی کنم و فکر می کنم که ما یونانیها در هیچ فنی به اندازه ریاضیات پیشرفت نکرده ایم و تازه این آغاز راه است. اگر ما

همدیگر را در جنگهای احمقانه از بین نبریم، می‌توانیم نتایج شگفت‌انگیزی را ابداع و کشف کنیم. از من می‌پرسی که چرا به‌زمره کسانی که در حال توسعه و تکوین این دانش عظیمند نمی‌پیوندم. باید بگویم که در واقع من هم بنوعی ریاضیدانم، منتهی ریاضیدانی متفاوت. يك ندای درونی، که می‌توانی آن را الهام غیبی بنامی، ندایی که من غالباً بدان خیلی دقیق گوش می‌دهم، سالها پیش از من پرسید که «منبع پیشرفته‌های عظیم ریاضیدانها در این علم زیبا چیست؟» من جواب دادم «فکر می‌کنم موفقیت ریاضیدانها مرهون روش آنها، معیارهای والای منطق آنها، تلاش آنها برای کشف حقیقت محض بدون کوچکترین سازش، عادت همیشگی آنها به‌شروع از اصول و تعاریف دقیق مفاهیمی است که می‌خواهند بکار ببرند، و نیز مرهون اجتنابشان از تناقض‌گویی». ندای درونی من پاسخ گفت «بسیار خوب، اما سقراط، چرا فکر می‌کنی که این روش تفکر و استدلال را فقط می‌توان در مطالعه اعداد و اشکال هندسی بکار برد؟ چرا سعی نمی‌کنی همشهریانت را قانع کنی که همان معیارهای والای منطقی را در هر رشته‌ای که هستند، مثلاً در سیاست و فلسفه، یا در بحثهای روزمره شخصی و عمومی بکار گیرند؟» از آن موقع به‌بعد، این هدف من شده‌است. نشان داده‌ام (تو به‌یاد داری، مثلاً در بحث با پروتاگوراس) که کسانی که فکر می‌کنند عاقلند، اغلب احمقهای سهل‌انگاری بیش نیستند. هیچ يك از استدلالهای آنها از پایه محکمی برخوردار نیست، زیرا که برخلاف ریاضیدانها، مفاهیم تعریف نشده و نیمه‌فهمیده‌شده را بکار می‌گیرند. با فعالیت در جهت این

هدف، من موفق شده‌ام که تقریباً همه را دشمن خویش سازم و این جای تعجب هم ندارد، زیرا برای همه افرادی که در فکر کردن تنبلند و در محتوی تهی، و فقط مفاهیم بسیار مبهم را به بازی گرفته‌اند، من يك ملامتگر حی و حاضرم. افرادی که اشتباهاتشان را نمی‌توانند یا نمی‌خواهند اصلاح کنند، کسانی را که دائماً خطاهایشان را گوشزد می‌کنند. دوست ندارند. روزی فراخواهید رسید که این افراد عملاً در مقابل من قرار خواهند گرفت و مرا نابود خواهند ساخت. تا آن روز من همچنان به رسالتم ادامه خواهم داد. اما تو، بقراط، نزد تئودوروس برو.



گفت و شنودی در

کاربردهای ریاضیات



ارشمیدس: اعلیحضرتا! چه افتخاری در این ساعت شب نصیب من شده است که کلبه درویشی مرا شاه هیرون<sup>۱</sup> منور فرموده اند؟

هیرون: دوست عزیزم ارشمیدس، امشب در کاخ من ضیافت شامی ترتیب داده شده بود به مناسبت پیروزی درخشان شهر کوچکمان سیراکوز<sup>۲</sup> بر رومیهای مقتدر. من شما را دعوت کرده بودم، ولی جایتان خالی بود. چرا نیامدید؟ ما بیش از هر کس این پیروزی را مدیون شما هستیم. آینه‌های مقعر برنجی عظیم شما ده کشتی از بیست کشتی رومیها را به آتش کشید. کشتیها مانند مشعلهای فروزان بسرعت با طوفان جنوب غربی از بندرگاه دور شدند و قبل از آنکه به دریای آزاد برسند، همگی غرق گردیدند. من نمی‌توانستم قبل از اینکه از شما، که شهر ما را از شر دشمن رهانیدید تشکر کنم، به بستر بروم.

ارشمیدس: آنها ممکن است بازگردند، و سرزمین ما هنوز در محاصره آنهاست.

هیرون: درباره آن، بعد صحبت خواهیم کرد. اول اجازه بدهید هدیه‌ای به شما تقدیم کنم، بهترین هدیه‌ای که می‌توانستم تهیه کنم.

ارشمیدس: این واقعاً شاهکار فوق‌العاده زیبایی است!

---

1. Hieron

2. Syracuse



هیرون: این سینی از طلای نساب است. می‌توانید آن را به روشهای خود امتحان کنید؛ ذره‌ای نقره در آن نخواهید یافت.

ارشمیدس: فکر می‌کنم برجسته کاری روی آن سرگذشت اودیسه‌ئوس را نشان می‌دهد. در وسط سینی مردم تروا را می‌بینیم در حال کشیدن اسب غول‌پیکر چوبی به درون شهر. من همیشه در این فکر بوده‌ام که مردم تروا از نوعی قرقره مرکب برای این کار استفاده کرده‌اند یا نه. البته آن اسب چرخ داشت، ولسی جاده‌ای که به شهر می‌رفت ظاهراً باید دارای شیب تندی بوده باشد.

هیرون: ارشمیدس عزیز، شما را به‌زئوس سوگند لحظه‌ای قرقره‌ها را فراموش کنید. خودتان می‌دانید که وقتی می‌خواستم آن کشتی سنگین را برای بطلمیوس شاه بفرستم، چقدر متعجب شدم که شما با چرخاندن دسته یک قرقره مرکب آن کشتی عظیم را به آب انداختید. لطفاً نگاهی به مناظر دیگر سینی بیندازید.

ارشمیدس: من سیکلوپها<sup>۱</sup> را می‌بینم، همچنین کیر که<sup>۲</sup> را که در حال مسخ کردن یاران اودیسه‌ئوس به‌خوک است؛ و در اینجا همسرایی پریان دریایی است و اودیسه‌ئوس که خود را به دیرک کشتی به‌زنجیر کشیده به آن گوش می‌دهد (اگر به‌چهره او دقت کنیم، تقریباً می‌توانیم این آهنگ فریبنده را بشنویم). و اینجا اودیسه‌ئوس را در عالم زیرین یا دوزخ می‌بینیم که با شبیح آشیل<sup>۳</sup> سخن می‌گوید، و در این قسمت او نائوسیکای<sup>۴</sup> دلفریب و دخترانش را به وحشت می‌اندازد و بالاخره در اینجا اودیسه‌ئوس را می‌بینیم که تغییر شکل داده

1. Cyclops

2. Circe

3. Achilles

4. Nausica

و به صورت گدای پیری درآمده‌است که خم کمانش را می‌کشد و با مدعیان تسویه حساب می‌کند. براستی که شاهکار هنری شگفت‌انگیزی به من هدیه داده‌اید. از شما پادشاه بخشنده بسیار سپاسگزارم. این هدیه‌ای براستی شاهانه است.

هیرون: این بهترین قطعه خزانه سلطنتی است، ولی شما واقعاً سزاوار آن هستید. من آن را فقط برای ارزش و زیباییش انتخاب نکردم، بلکه کار من دلیل سومی هم داشت. کاری که شما امروز برای سیراکوز انجام دادید، با حیلۀ اودیسه‌ئوس قابل مقایسه است. این حیلۀها، هر دو گواه پیروزی تفکر هشیارانه بر زور سبعمانه است.

ارشمیدس: شما پیر سالخورده‌ای را شرم‌نده می‌کنید. ولی اجازه دهید یادآوری کنم که جنگ هنوز خاتمه نیافته‌است. آیا دوست دارید به نصیحت پیرمردی گوش دهید؟

هیرون: من حتی به عنوان پادشاه دستور می‌دهم که نظرتان را بصراحت بگویید.

ارشمیدس: اکنون لحظه‌ای است که باید شما با رومیها صلح کنید؛ از وقتی که جنگ شروع شده‌است، هیچ‌گاه ما در چنین وضع مناسبی برای مذاکره نبوده‌ایم. اگر مارسلوس<sup>۱</sup> سفیر خود را قبل از نیمه‌شب نزد شما نفرستد، شما باید سفیر خود را پیش از طلوع آفتاب به دیدار وی بفرستید و قرارداد صلح را پیش از آنکه دوباره آفتاب غروب کند منعقد کنید. مارسلوس مشتاق است که نیروهایی

1. Marcellus

را که برای محاصره ما بکار گرفته است، بر ضد هانیبال<sup>۱</sup> بکار برد. به علاوه اگر فردا با شما به توافق برسد، می‌تواند گزارشی مبتنی بر پیروزی، حتی در سطح سیاسی، برای رم بفرستد؛ گزارشی که به هر حال از خبر ناراحت‌کننده از دست دادن نیمی از ناوگانش بهتر است. اگر گزارش جنگ امروز به رم برسد، آنها چنان خشمگین خواهند شد که دیگر جز به پیروزی کامل به هیچ چیز راضی نخواهند شد.

هیرون: تحلیل شما درست است. در واقع هنگام غروب پیامی از مارسلوس دریافت کردم که در آن پیشنهاد صلح و ترك محاصره شهر را تحت شرایطی خاص قبول کرده است. اگر شرایط وی را به شما بگویم، نسبت به معامله با رومیها قدری ملاحظه کارتر می‌شوید.

ارشمیدس: مارسلوس چه می‌خواهد؟

هیرون: البته، مقدار زیادی طلا و نقره می‌خواهد؛ به علاوه، ده کشتی نو به جای کشتیهایی که امروز غرق کردیم؛ و همچنین خواسته است که همه قلعه‌هایمان را جز یکی خراب کنیم و آن یکی را هم به سربازان رومی بدهیم تا در آن مستقر شوند. و نیز تقاضا کرده است که به کارتاژ اعلان جنگ بدهیم و پسر گلون<sup>۲</sup>، دخترم هلنه<sup>۳</sup>، و شما را گروگان خواسته است. در مقابل قول داده است که به شهر و سکنه‌اش تا وقتی که ما به این عهدنامه وفادار بمانیم هیچ آسیبی نرساند.

ارشمیدس: شاید جز بر سر گروگان گرفتن من، چندان در مورد

1. Hannibal

2. Gelon

3. Helena

چیزهای دیگر اصرار نکنند.

هیرون: شما خونسرد و بی‌اعتنا دربارهٔ این موضوع سخن می‌گویید. به‌همهٔ خدایان المپ سوگند که تا جان در بدن دارم نه فرزندانم را به‌دشمن می‌سپارم و نه شما را، به‌طلا و نقره و کشتی اعتنایی ندارم، بگذار بگیرد. اما چیزی که مرا به‌خشم می‌آورد این است که اگر همهٔ چیزهایی را که خواسته به‌او بدهیم، زبونانه تسلیمش شده‌ایم. تازه چه تضمینی هست که به‌عهد خود وفا کند؟ او که به‌من گروگانی نمی‌دهد.

ارشمیدس: توجه داشته‌باشید که در صداقتش تردید نکنید؛ رومیها به‌شرف و آبروی خود لاقلاً هنگام مذاکره بسیار حساسند. اما ممکن است بتوانید از دادن فرزندان به‌وی اجتناب کنید.

هیرون: و شما چه؟ آیا حاضرید خود را فدای شهرتان کنید؟

ارشمیدس: این سؤال است یا درخواست؟

هیرون: البته فقط سؤال است. می‌خواهید بدانید که به

مارسلوس چه جواب داده‌ام؟

ارشمیدس: شما قبلاً جواب داده‌اید؟

هیرون: بله. من همهٔ شرایطش را جز گروگان دادن شما پذیرفته‌ام. موافقت کرده‌ام که حاضریم فرزندانم را گروگان بدهم فقط در صورتی که او هم دو فرزندش را نزد من گروگان بسپارد. در مورد شما گفتم که سن ایشان اجازه نمی‌دهد در اردوگاه زندگی کنند. به‌هر حال با علم به‌اینکه شما را واقعاً به‌عنوان گروگان نمی‌خواهد بلکه طالب دانش شماست، به‌وی قول دادم که شما برایش شرح مفصلی

بنویسید از اختراعاتتان که ارزش نظامی دارد.

ارشمیدس: من هرگز درباره اختراعات نظامی خود چیزی نخواهم نوشت.

هیرون: چرا؟ اگر صلح برقرار شود، ما دیگر هرگز به آنها احتیاجی نخواهیم داشت. به من بگویید چرا از نوشتن اختراعات نظامیتان خودداری می کنید.

ارشمیدس: اگر حوصله داشته باشید که دلایل مرا بشنوید، برایتان شرح می دهم.

هیرون: حاضرم که بشنوم، در ضمن می خواهم بیدار بمانم و منتظر جواب مارسلوس باشم.

ارشمیدس: پس وقت زیادی داریم، چون مدتی طول می کشد تا مارسلوس جواب خود را تنظیم کند. جوابش چون شلاق خواهد بود.

هیرون: فکر می کنید مذاکرات را قطع کند؟

ارشمیدس: البته. شما شرافتش را لکه دار کرده اید، هرگز شما را نخواهد بخشید و قراردادی امضا نخواهد کرد.

هیرون: ممکن است حق با شما باشد.

ارشمیدس: من همیشه سیاست ورزی هنرمندانه و بینش روانکاوانه شما را نسبت به نیات دشمنانتان تحسین کرده ام. اما این بار از این هنر غافل بوده اید.

هیرون: باید حرف شما را بپذیرم. شاید من از باده و پیروزی هر دو سخت مست بوده ام، ولی کار از کار گذشته است. هنوز هم منتظر شنیدن دلایل شما هستم.

ارشمیدس: هر چند که این بحث دیگر مصداق عملی نخواهد داشت، با این همه به سؤالتان پاسخ می‌دهم. شما ماشینهای من را با اسب چوبی تروا مقایسه کردید. خوب، مقایسه‌تان با مسمی است ولی نه به آن تعبیری که فکر می‌کنید، بلکه به تعبیری کاملاً متفاوت. اودیسه‌ئوس اسب چوبی را برای ورود مخفیانه خود و تعدادی از سرباز یونانی به تروا بکاربرد، اما من اختراعاتم را برای ورود مخفیانه اندیشه‌ای به ذهن و فکر مردم یونان بکار گرفتم: این اندیشه که همه ریاضیات، نه فقط مبادی آن، بلکه حتی بخشهای ظریفتر آن، می‌تواند در عمل با موفقیت معجزه‌آسایی جامه عمل پوشند. باید اعتراف کنم که چون من از جنگ و خونریزی متنفرم قبلاً از این کار ابا داشتم، اما به هر حال جنگ روی داده بود و این تنها راهی بود که می‌توانستم اندیشه‌ام را به مردم تفهیم کنم. قبلاً از هر راهی که سعی کردم موفق به انجام این کار نشدم. اجازه بدهید به یادتان بیاورم که چند سال پیش تلمبه‌ای اختراع کردم که از معادن شما آب بیرون بکشد تا دیگر کارگران ناچار نباشند تا بالای ران در آب فرو روند، ولی شما از آن استقبال نکردید. وزیر معادن شما گفت برایش اصلاً اهمیتی ندارد که پای بردگان خیس شود. به من گفت «مگر پای بردگان از نمک است که به آب نزنند؟» همچنین به یاد می‌آورید که پیشنهاد کردم ماشین بسازم تا همه مزارع شما را آبیاری کند؟ به من گفته شد که کار بردگان ارزانتر تمام می‌شود. زمانی به بطلمیوس شاه گفتم که می‌توانم با نیروی بخار آسیابهای او را بگردانم. جواب داد که این آسیابها همان‌طور که برای اجداد من گردیده‌اند، برای من هم

خواهند گردید. اگر باز هم مثال می‌خواهید، می‌توانم دست‌کم ده دوازده مثال دیگر برایتان نقل کنم. در زمان صلح همه کوششهای من برای نشان دادن قدرت ریاضیات بی‌ثمر ماند، ولی همین که صفیر جنگ از دور برخاست، به‌یاد قرقره‌ها و ارابه‌ها و اهرمهای من افتادید. هنگام صلح همه به‌اختراعیهای من به‌عنوان اسباب‌بازی می‌نگریستند، اسباب‌بازیهایی که ارزش بزرگسالان را نداشت چه رسد به فیلسوفان؛ حتی شما که همیشه حامی من بوده و کمک کرده‌اید تا بتوانم اندیشه‌هایم را به‌آزمایش درآورم، آنها را خیلی جدی نمی‌گرفتید، و فقط برای سرگرمی میهمانانان بکار می‌بردید. وقتی که جنگ درگرفت و کشتیهای رومی بندرگاه را بستند، من تصادفاً این فکر را مطرح کردم، یعنی پرتاب سنگهای بزرگ با منجنیق به‌سوی کشتیهای رومی، و شما فوراً پذیرفتید. چون حرفم را نمی‌توانستم پس بگیرم، تصمیم گرفتم که بدان عمل کنم. هر چند که از همان آغاز از نظر اخلاقی مردد بودم. البته خوشحال بودم که این بار اختراع من دیگر به‌شوخی گرفته‌نشده و فرصتی یافت تا به‌جهانیان نشان دهد که چگونه ریاضیات در عمل می‌تواند اعجاز کند. با این حال قلباً نمی‌خواستم از این راه ارزش عملی ریاضیات را نمایان سازم. امروز مردانی را دیدم که به‌وسیله ماشینهای من کشته شده بودند؛ واقعاً احساس گناه کردم. آنگاه با آتنه<sup>۱</sup> پیمان بستم که هرگز راز ماشینهای جنگیم را چه به‌صورت نوشته و چه به‌طور شفاهی فاش نکنم. با خود گفتم که آوازه شکست رومیها توسط ارشمیدس و با

کمک ریاضیات همه جهان یونانی زبان را فراخواهد گرفت، و باقی خواهد ماند، حتی پس از آنکه جنگ تمام شود و حتی هنگامی که راز این ماشینهای جنگی نیز با خود من مدفون گردد. و بدین ترتیب بود که وجدان خود را تسکین دادم.

هیرون: همین طور هم هست ارشمیدس عزیز؛ نامه‌های بسیاری از پادشاهانی به دستم می‌رسد که از دوستان منند و در آنها راجع به اختراعات شما پرسشهایی می‌کنند.

ارشمیدس: و شما چه جواب داده‌اید؟

هیرون: می‌گویم تا وقتی که جنگ ادامه داشته باشد، به این پرسشها نمی‌توان پاسخ داد.

ارشمیدس: امیدوارم که شما دلایل مرا برای فاش‌نساختن این رازها دریافته باشید. حتی موفق شده‌ام این اسرار را از کسانی که بر نقشه‌های من جامه عمل پوشانده‌اند مخفی نگهدارم. به هر يك از این کسان فقط قسمتی از طرحهایم را می‌آموزم. خوشحالم که شما هرگز در این باره از من سؤالی نکرده‌اید، زیرا که در آن صورت از جواب دادن به شما نیز خودداری می‌کردم.

هیرون: اما حال من سؤالیهای دارم. نترسید، به رازهایتان کاری ندارم، فقط سؤالیهای درباره اصول کلی دارم.

ارشمیدس: گمان می‌کنم بدون اینکه سوگندم را بشکنم می‌توانم به سؤالیهای شما پاسخ دهم.

هیرون: قبل از اینکه سؤالیهایم را مطرح کنم، می‌خواهم چیزی دیگری بپرسم. چرا برای شما این قدر اهمیت داشت که مردم به



اندیشه‌های شما در مورد مفید بودن ریاضیات پی ببرند؟

ارشمیدس: شاید حماقت کرده باشم، اما فکر کردم که می‌توانم جریان تاریخ را تغییر دهم. من نگران آینده یونان بودم. اندیشیدم که اگر ما در مقیاس بسیار وسیعی ریاضیات را بکارگیریم، ممکن است بتوانیم زندگی خود را با روش یونانیان حفظ کنیم. آخر، ریاضیات اختراعی یونانی است و گمان می‌کنم که بهترین دستاورد روح یونانی باشد. حال به این نتیجه رسیده‌ام که خیلی دیر شده‌است. رومیها نه تنها سیراکوز را فتح خواهند کرد، بلکه بر همه شهرهای دیگر یونان نیز چیره خواهند شد؛ دوره ما پایان رسیده‌است.

هیرون: اگر حتی چنین هم بشود، فرهنگ یونانی ما از میان نخواهد رفت؛ رومیها آن را فراخواهند گرفت. ببینید چگونه از هم اکنون تقلید از ما می‌کنند، مانند ما مجسمه می‌سازند، ادبیات ما را ترجمه می‌کنند، و مارسلوس هنوز چیزی نشده‌است خواهان ریاضیات شماست.

ارشمیدس: رومیها هرگز به کنه آن نخواهند رسید. آنها بیش از حد عملی فکر می‌کنند و به اندیشه‌های مجرد علاقه‌ای ندارند. هیرون: اما آنها بی‌شک به کاربردهای عملی ریاضیات علاقه‌مندند.

ارشمیدس: ولی ریاضیات عملی، و مجرد را نمی‌توان از هم جدا کرد. انسان باید آنچه‌چنان ذهن خیالپردازی داشته باشد که بتواند ریاضیات را با موفقیت در عمل بکار ببرد.

هیرون: این کمی تناقض‌آمیز به نظر می‌آید. من این طور فکر

می‌کردم که برای بکاربردن ریاضیات انسان باید شمی قوی در کارهای عملی داشته باشد. این موضوع مرا به سؤال اولم برمی‌گرداند. راز دانش جدیدی که شما ابداع کرده‌اید، اگر بفرض آن را ریاضیات عملی بنامیم، چیست؟ و تفاوت اصلی ریاضیات عملی شما با آن نوع ریاضیاتی که در مدرسه‌ها آموخته می‌شود، اگر آن را ریاضیات محض بنامیم، کدام است؟

ارشمیدس: متأسفم که باید بگویم اشتباه می‌کنید. ریاضیاتی جز آنچه معلمان ریاضی به شما آموخته‌اند وجود ندارد، و تا آنجا که در خاطر من هست آنها ناموفق هم نبوده‌اند. هیچ ریاضیات عملی به عنوان هنری متفاوت و جدا از ریاضیات، وجود ندارد! اسرار من بدان سبب خوب پنهان مانده است که اصلاً سر نیستند؛ همان وضوح و سادگی آنهاست که از دیدگان مخفیشان می‌سازد. آنها چنان پنهان شده‌اند که يك سکه طلا، افتاده در خاک راه.

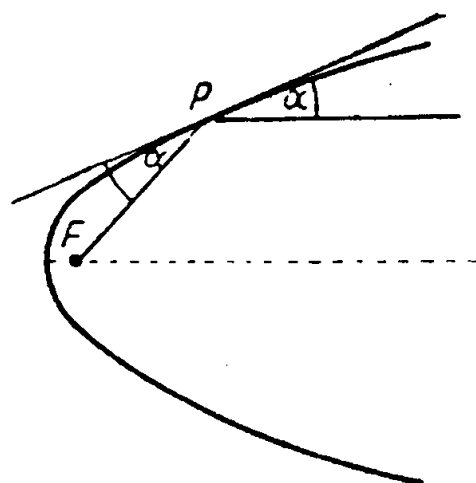
هیرون: یعنی می‌گویید که ماشینهای خارق‌العاده شما بر اساس همین ریاضیاتی درست شده است که هر کس تحصیل می‌کند؟

ارشمیدس: دارید به حقیقت نزدیک می‌شوید.

هیرون: ممکن است مثالی برایم بزنید؟

ارشمیدس: بسیار خوب، بیایید برای مثال آینه‌هایی را که امروز چنان خوب کار کردند، در نظر بگیریم. کاری که من کردم، فقط یادآوری يك خاصیت مهم و معروف سهمی بود: نقطه  $P$  را روی سهمی در نظر بگیرید، آن را به کانون وصل کنید، و خطی هم از  $P$  موازی محور سهمی بکشید. این دو خط با خط مماس بر سهمی در

نقطه P زوایای مساوی می‌سازند.



این قضیه را می‌توانید در کتابهای همکاران برجسته من در اسکندریه هم بیابید.

هیرون: باور نکردنی است که شما با این قضیه که یکی از صدها قضیه مشابه در هندسه است، نصف ناوگان مارسلوس را نابود کرده‌اید. من این قضیه را به‌طور مبهمی به‌خاطر می‌آورم، لیکن اثبات آن را فراموش کرده‌ام.

ارشمیدس: احتمالاً وقتی که یکی از اثباتهای خلاقانه آن را دیده‌اید، آن را فهمیده و حتی زیبایی و ظرافتش را تحسین کرده‌اید، ولی قدمی فراتر برنداشته‌اید. بعضی از ریاضیدانها چند گام بیشتر برداشته‌اند؛ آنها خواص کاملاً هندسی جدیدی از سهمی را با بکارگرفتن این قضیه کشف کرده‌اند. عده‌ای هم برای همین قضیه اثباتهای نویی ابداع کرده ولی همانجا متوقف مانده‌اند. من خیلی ساده فقط يك قدم بیشتر برداشتم. کاری که من کردم این بود که دنبال نتایج غیرریاضی این قضیه نیز گشتم.

هیرون: فکر می‌کردم قوانین تازه‌ای در نوزشناخت ابداع

کرده‌اید.

ارشمیدس: از همه چیز گذشته، نورشناخت هم چیزی نیست جز شاخه‌ای از هندسه. از نورشناخت فقط خاصیت انعکاس پرتو را بکارگرفتم که مدت مدیدی است همه بر آن واقفند.

هیرون: آیا منظورتان این است که برای بکاربردن ریاضیات، بدست آوردن نتایج جدید لازم نیست و فقط کافی است که برای يك مسأله عملی، همتایی ریاضی در نظر بگیریم که يك گزاره ریاضی شناخته شده باشد؟

ارشمیدس: نه، به این سادگی هم نیست. خیلی وقتها اتفاق می افتد که قضیه‌ای را که لازم داریم وجود ندارد و باید آن را خودمان پیدا کرده ثابت کنیم. ولی حتی اگر این کار هم لازم نباشد، یافتن همتای ریاضی - به قول شما - برای مسأله‌ای عملی (که ترجیح می‌دهم آن را يك الگوی ریاضی بنامم)، باسانی جفت کردن لنگه‌های دستکش نیست. اول اینکه برای يك مسأله عملی گاهی می‌توان الگوهای ریاضی بسیاری ساخت، و باید آن الگویی را که مناسبترین و حتی الامکان نزدیکترین الگو به وضعیت عملی است انتخاب کرد (اینکه الگو کاملاً منطبق بر وضعیت مورد نظر باشد، هرگز امکانپذیر نیست). در عین حال، الگو نباید از نظر ریاضی قابل دسترسی و بررسی باشد و خیلی پیچیده نباشد. این دو شرط البته با یکدیگر معارضند، و معمولاً لازم است بین این دو توازی معقول برقرار شود. الگوی ریاضی لازم نیست که بیانگر همه جوانب مسأله عملی باشد، بلکه باید تقریب بسیار خوبی برای بخشهای با اهمیت و

پرازش آن باشد. از سوی دیگر، يك الگو ممکن است بتواند در وضعیت‌های عملی کاملاً گوناگونی مورد استفاده قرار گیرد. مثلاً من از خواص سهمی، هم برای ساختن آینه استفاده کردم، و هم، چون مسیر سنگی که با منجنیق پرتاب می‌شود تا حدودی قابل تقریب با سهمی است، برای درست کردن منجنیق. برای محاسبه اینکه کشتی تحت تأثیر وزن بارش تا چه میزان در آب فرو خواهد رفت نیز از سهمیها استفاده کردم. البته شکل هندسی مقطع کشتی دقیقاً سهمی نیست، ولی الگوی واقعیت‌ر آن از نظر ریاضی قابل بررسی نخواهد بود. با این حال نتایج حاصل شده بخوبی با واقعیت منطبق است. بخصوص با استفاده از اینکه مرکز ثقل کشتی همواره ناچار است در عمیق‌ترین نقطه ممکن آن باشد، توانستم شرایط لازم را برای ایستایی کشتی در مقابل ضربات ناشی از باد و امواج دریا پیدا کنم. برای توصیف موقعیتی به این پیچیدگی، حتی يك الگوی غیر دقیق هم مفید واقع می‌شود، زیرا لااقل نتایج کیفی درستی به دست خواهد داد و این نتایج ممکن است از نتایج کمی اهمیت عملی بیشتری داشته باشند. تجربه به من آموخته است که حتی الگویی بسیار ناشیانه نیز می‌تواند ما را در درك بهتر يك وضعیت عملی یاری دهد، زیرا در تلاش برای بهبود بخشیدن به يك الگوی ریاضی مجبوریم همه امکانات منطقی را در نظر بگیریم، همه مفاهیم را بدون هیچ ابهامی تعریف کنیم، و عوامل مهم را از عوامل ثانوی متمایز سازیم. حتی اگر الگوی ریاضی ما نتایجی به بار آورد که با واقعیات سازگار نباشند، باز می‌تواند مفید واقع شود،

زیرا از شکست يك الكو می‌توان درسی برای یافتن الگویی بهتر گرفت.

هیرون: بنظر می‌رسد که ریاضیات عملی درست مانند جنگ است. بعضی وقتها شکست از پیروزی بسیار با اهمیت‌تر است، زیرا به ما کمک می‌کند تا به‌ناکافی بودن ساز و برگ و نقص ترفندهای جنگی خود پی ببریم.

ارشمیدس: حال شما به‌کنه مطلب پی برده‌اید.

هیرون: راجع به آیینه‌ها تان بیشتر برایم توضیح بدهید.

ارشمیدس: فکر اصلی را قبلاً برایتان شرح دادم. وقتی که برایم مشخص شد که خاصیت ذکر شده سهمی برای این کار بسیار مناسب است، تنها مسأله‌ای که باقی‌ماند این بود که چگونه می‌توان آیینه فلزی را به‌شکل سهموی محدب دوار درآورد. البته ترجیح می‌دهم درباره‌ی روش این کار صحبت نکنم، ولی باید بدانید که انتخاب آلیاژ مناسب هم مهم بود.

هیرون: بدون قصد کنجکاوی در اسرار شما، واضح است که شما می‌باید به‌جز آگاهی به‌خواص سهمی، اطلاعات وسیعی نیز درباره‌ی فلزها و طرز کار با آنها داشته‌باشید. به‌نظرم این نشان می‌دهد که دانستن ریاضیات بتنهایی برای به‌کار بردن آن کافی نیست. آیا کسی که می‌خواهد ریاضیات را بکارگیرد، مانند شخصی نیست که بخواهد بر دو اسب، همزمان سوار شود؟

ارشمیدس: من تشبیه شما را قدری تغییر می‌دهم: کسی که می‌خواهد ریاضیات را در عمل بکارگیرد، مثل مردی است که

بخواهد دو اسب را به درشکه خود یراق کند. این کار چندان دشوار نیست، البته انديك اطلاعی درباره اسب و درشکه لازم دارد، اما هر يك از درشکه‌چیهای شما قادرند که این کار را بکنند.

هیرون: دیگر من کاملاً سردرگم شده‌ام: هر بار که فکر می‌کنم ریاضیات عملی اسرارآمیز است، شما نشان می‌دهید که خیلی ساده است. اما همین که قانع می‌شوم که کل جریان واقعاً دشوار نیست، مثالی می‌زنید که نشان دهید ساده‌انگاری کرده‌ام و مسأله غامضتر از این حرف‌هاست.

ارشمیدس: اصول کار واضح و روشن است، ولی ریزه‌کاریها گاهی کاملاً پیچیده‌اند.

هیرون: هنوز هم منظورتان را از الگوی ریاضی نفهمیده‌ام، بیشتر توضیح بدهید.

ارشمیدس: آیا کراتی را به یاد دارید که چند سال پیش ساختم تا حرکات خورشید، ماه، و پنج سیاره را با کمک آنها نشان دهم؟ کراتی را می‌گویم که با آنها می‌شد خسوف و کسوف را نشان داد.

هیرون: البته. این کرات از چیزهایی است که در قصرم همیشه به میهمانانم نشان می‌دهم. هر کس که دیده، آنها را خارق‌العاده وصف کرده‌است. آیا این کرات الگویی ریاضی برای کیهانند؟

ارشمیدس: نه، من آنها را الگوی فیزیکی کیهان (عالم) می‌نامم. الگوهای ریاضی را نمی‌توان دید. آنها تنها در ذهن ما وجود دارند و فقط به یاری فرمول می‌توان بیانشان کرد. الگوی ریاضی کیهان الگویی است که هم کیهان واقعی را بیان می‌کند و هم

الگوی فیزیکی مرا. مثلاً در الگوی فیزیکی، هر سیاره به صورت توپی کوچک به اندازه پرتقال ساخته شده است، در حالی که در الگوی ریاضی کیهان هر سیاره با نقطه‌ای نشان داده می‌شود.

هیرون: فکر می‌کنم کم‌کم دارم متوجه منظورتان از الگوی ریاضی می‌شوم. بگذارید برگردیم به تشبیه اسبها. فن یراق کردن اسبها به درشکه و راندن آنها، از پرورش و نگاهداری اسب کاملاً جدا است. آیا منظورتان این نیست که فن به کارگیری ریاضیات نیز کاملاً متمایز از کشف و اثبات قضایاست؟

ارشمیدس: البته در مورد اسب حرف شما صحیح است، گرچه کسی که اسبی را بزرگ کرده باشد، معمولاً بهتر از دیگران آن اسب را می‌شناسد و بدیهی است که بهتر از هر کس می‌تواند از آن سواری بگیرد. در مورد ریاضیات، همان طور که قبلاً هم گفتم، برای بکارگرفتن آن باید درک عمیقی از آن داشت و اگر کسی بخواهد ریاضیات را به‌طور بدیعی بکاربرد، باید خود ریاضیدانی خلاق باشد. البته ارج نهادن به کاربردها نیز ممکن است در تحقیقات ریاضی مجرد مفید باشد.

هیرون: چطور ممکن است؟ برایم مثالی بزنید.

ارشمیدس: شاید به‌خاطر بیاورید که چند وقت پیش من به مسأله یافتن مرکز ثقل اجسام در مکانیک خیلی علاقه‌مند بودم. نتایجی که در مورد مرکز ثقل کشف کردم به‌من کمک کرد که هم ماشینهای جدیدی بسازم و هم قضایای هندسی تازه‌ای به اثبات برسانم. من دوش ویژه‌ای را پرو دادند که در آن با مطالعه مرکز ثقل

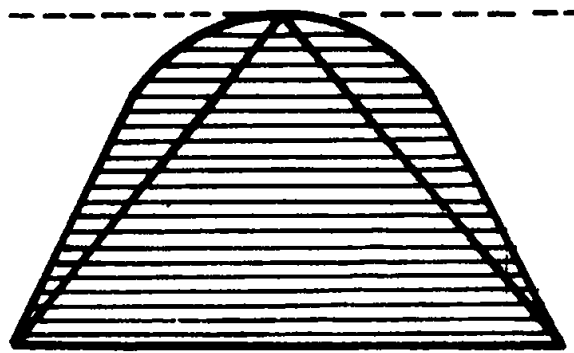


اجسام می‌توان مسائل هندسی را بررسی کرد. این روش نخصلتی شهودی داد، بدین معنی که با آن نمی‌توان اثباتهای دقیق ارائه داد. البته، از آنجا که این روش اثباتهای واقعی بدست نمی‌دهد، من پس از آنکه قضایا را به کمک روش مکانیکی خودم حدس زدم، با روشهای سنتی هندسه اثبات کردم. بدین ترتیب، اگر از قبل در مورد مسأله‌ای اطلاعاتی از طریق قیاسهای مکانیکی کسب کرده باشیم و بدانیم چه را باید ثابت کنیم، اثبات قضیه بسیار ساده‌تر می‌شود.

هیرون: قضیه‌ای را بگویید که از این طریق عجیب و غریب بدست آورده باشید.

ارشمیدس: مساحت هر قطعه سهمی برابر است با چهار سوم مساحت مثلثی که همان قاعده و همان ارتفاع را داشته باشد.

این قضیه را بعد از آنکه با روش خودم کشف نمودم، به روش سنتی نیز اثبات کردم.



هیرون: اگر آن را از روش مکانیکی بدست آوردید، چرا به خود زحمت دادید تا از طریق هندسی نیز ثابتش کنید؟

ارشمیدس: نخستین بار که روش خود را کشف کردم، نتایجی از آن حاصل شد که همه آنها درست نبود. بعدها، با تحلیل حالاتی که

به نتایج غلط منتهی می‌شد، روشم را آن قدر کمال بخشیدم تا اینکه دیگر نتیجه نادرست بدست ندهد. در عین حال هنوز نمی‌توانم ثابت کنم که تمام نتایج حاصل شده از این طریق درست است. شاید روزی کسی بتواند این مطلب را ثابت کند، ولی تا آن موقع من به‌طور کامل از صحت این روش مطمئن نیستم.

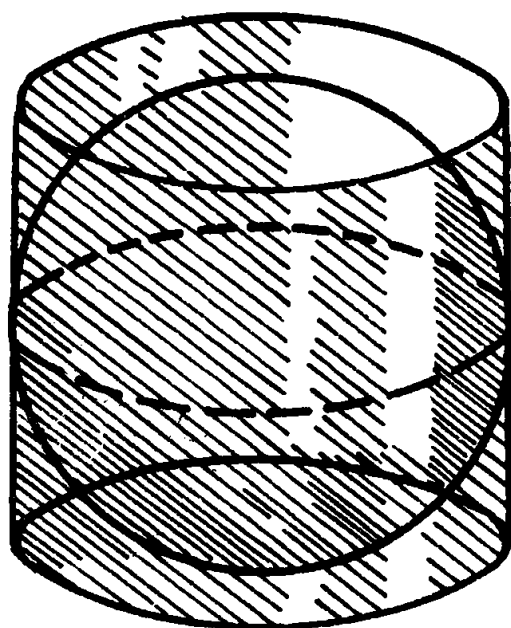
هیرون: ولی آیا اثباتهای خیلی دقیق برای مسائل ریاضیات عملی براستی لازم است؟ پیش از هر چیز، الگوی ریاضی چنانکه گفتید فقط يك تقریب از واقعیت است. اگر فرمولهای تقریبی را به کار بگیریم، نتایجمان نیز به‌طور تقریبی درست خواهد بود و می‌دانیم که در هر حال هیچ وقت نمی‌توان نتایج مطلقاً دقیقی را استنتاج کنیم.

ارشمیدس: شاهها، اشتباه می‌کنید. دقیقاً بدین دلیل که الگوی ریاضی تقریبی است و همواره مقداری از واقعیت فاصله دارد، نباید این فاصله را با بی‌دقتی در بکار بستن ریاضیات افزایش داد. ضمناً، خیلیها بغلط تصور می‌کنند که استفاده از تقریب در ریاضیات به معنای دور شدن از دقت است، در حالی که تقریب‌زدن خود دارای نظریه‌ای بسیار دقیق است و هر نتیجه‌ای در مورد تقریبها - مانند نامساویها - باید به‌همان اندازه دقیق ثابت شود که هر قضیه‌ای در ریاضیات. شاید شما تقریبهایی را که من برای مساحت دایره بر حسب قطر آن پیدا کردم به یاد داشته باشید. من آنها را با همان دقت معمول در هندسه ثابت کردم.

هیرون: با روشهای مکانیکی خود چه قضایای دیگری را به

اثبات رسانیده‌اید؟

ارشמידس: ثابت کرده‌ام که حجم کره محاط در استوانه برابر است با دو سوم حجم استوانه.



هیرون: شنیده‌ام گفته‌اید که می‌خواهید پس از مرگتان این قضیه بر روی سنگ مزارتان حک شود. آیا فکر می‌کنید که این قضیه برجسته‌ترین کار ریاضی شماست؟

ارشמידس: فکر می‌کنم خود این روش از هر قضیه‌ای که از آن نتیجه شده‌است مهم‌تر باشد. آیا به‌خاطر می‌آورید یک بار به‌شما گفتم: تکیه‌گاهی به‌من بدهید، من کره زمین را با اهرمی بلند می‌کنم؟ البته چنین نقطه مشخصی در عالم وجود ندارد. ولی در ریاضیات چنین تکیه‌گاهی هست و آن اصول موضوع و منطق است. بکاربردن ریاضیات در عالم واقعی در حکم حرکت دادن زمین از تکیه‌گاه ریاضیات است.

هیرون: شما همیشه درباره کاربرد ریاضیات صحبت می‌کنید،

ولی همهٔ مثالهایتان کاربردهای هندسه است. حالا متوجه شده‌ام که هندسه در عمل چگونه بکار می‌رود. برای مثال، کار ماشین بستگی به شکل و اندازهٔ اجزاء آن دارد؛ سنگهایی که منجنیق شما پرتاب می‌کند، مسیرشان تقریباً سهمی است. اما کاربرد شاخه‌های دیگر ریاضیات، مثل نظریهٔ اعداد، چیست؟ اصلاً من تصورش را هم نمی‌توانم بکنم که نظریهٔ اعداد کاربرد داشته باشد. البته در مورد حساب و کتاب روزانه که افراد با آن سر و کار دارند سخن نمی‌گویم؛ صحبت من در مورد چیزهایی است مانند تقسیم پذیری، اعداد اول، کوچکترین مضرب مشترک، و نظایر اینها.

ارشمیدس: خوب، اگر شما دو چرخ دنده با تعدادی دنده‌های متفاوت را به هم وصل کنید، فایدهٔ کوچکترین مضرب مشترک، خود به خود معلوم می‌شود. بتازگی از دوستم اراتوستن (اراتوستنس)<sup>۱</sup> از مردم کورنه<sup>۲</sup> نامه‌ای دریافت کردم که در آن روش ساده ولی هوشمندانه‌اش را برای یافتن اعداد اول نوشته بود. وی آن را روش غربال نامیده است. وقتی دربارهٔ روش او فکر می‌کردم، طرح ساختن ماشینی را ریختم که اندیشهٔ او را تحقق می‌بخشید. این ماشین با تعدادی چرخ دنده کار می‌کند. وقتی چرخ را  $n$  بار بچرخانیم و به سوراخ روی ماشین نگاه کنیم، اگر  $n$  عددی اول باشد، سوراخ کاملاً باز است و اگر  $n$  عددی مرکب باشد، سوراخ مسدود خواهد بود.

هیرون: واقعاً حیرت‌انگیز است. وقتی که جنگ تمام شد باید

1. Eratosthenes

2. Cyrene

این ماشین را بسازید. میهمانان من عاشق آن خواهند شد.  
 ارشمیدس: اگر زنده ماندم آن را خواهم ساخت. این اختراع  
 نشان می‌دهد که ماشین هم می‌تواند گاهی مسأله ریاضی حل کند.  
 شاید این باعث شود که ریاضیدانها متوجه شوند که حتی از نظرگاه  
 خودشان هم سودمند است که رابطه بین ماشین و ریاضیات را مطالعه  
 کنند.

هیرون: راجع به سودمندی گفتید، به یاد داستانی از  
 اقلیدس افتادم. یکی از شاگردانش که هندسه می‌خواند از او پرسید «از  
 مطالعه این چیزها چه سودی عاید من می‌شود؟» اقلیدس غلام خود را صدا  
 زد و گفت «سکه‌ای به این آقا بده، زیرا می‌خواهد از آنچه فرامی‌گیرد  
 سود ببرد». از این ماجرا چنین استنباط می‌کنیم که اقلیدس نگرانی در  
 مورد کاربردهای عملی را برای ریاضیدانها لازم نمی‌دانسته‌است.

ارشمیدس: البته این طنز را شنیده‌ام، ولی تعجب خواهید کرد  
 اگر بشنوید که من در این مورد کاملاً با اقلیدس هم‌عقیدام. اگر من  
 هم به جای او بودم، جوابی مشابه می‌دادم.

هیرون: نفهمیدم، تا حالا شما با اشتیاق درباره کاربردهای  
 ریاضیات صحبت می‌کردید، ولی ناگهان با ناب‌گرایان که معتقدند  
 تنها پادشاه دانشمند باید حظ از دانش باشد همداستان شدید.

ارشمیدس: فکر می‌کنم شما و بیشتر مردم درست متوجه منظور  
 اقلیدس نشده‌اید. این درست نیست که بگویید اقلیدس به نتایج  
 عملی قضایای ریاضی علاقه نداشت و آنها را دون‌شان یک فیلسوف  
 می‌پنداشت. این تعبیری کاملاً مهمل است. یقیناً می‌دانید که او

کتابی به نام پدیده‌ها در زمینه نجوم، و کتابی در زمینه نورشناخت نوشته است. احتمالاً نویسنده کتاب کاتوپتریکا<sup>۱</sup> نیز هست که من برای ساختن آینه‌های خود از آن استفاده کردم. به زعم من، اقلیدس می‌خواست تأکید کند ریاضیات فقط به کسانی پاداش خواهد داد که به آن، به خاطر پاداش، علاقه‌مند نیستند، بلکه به خود آن عشق می‌ورزند. ریاضیات مانند دختر شما هلنه است که هر بار که کسی به خواستگاریش می‌آید شك می‌کند که به خاطر داماد پادشاه شدن پا جلو نهاده است یا به خاطر عشق او. هلنه شوهری می‌خواهد که او را به خاطر جاذبه، ذوق و زیبایی خودش دوست داشته باشد، نه ثروت و قدرتی که از این طریق عایدش می‌شود. ریاضیات هم به طور مشابهی اسرارش را تنها برای کسانی آشکار می‌کند که با عشقی خالصانه به خاطر زیباییش به آن نزدیک می‌شوند. البته کسانی که چنین شیوه‌ای در پیش گیرند، در نهایت نتایج عملی بسیار مهمی نیز به عنوان پاداش حاصل می‌کنند، اما اگر کسی در هر مرحله بپرسد که «چه سودی از اینها عاید می‌شود؟» هرگز وارد جریان ژرف مطالعه و تحقیق نخواهد شد. به یاد می‌آورید که به شما گفتم که رومیان هرگز موفق نخواهند شد ریاضیات را در عمل بکار گیرند. خوب، حالا دلیلش را می‌فهمید؛ آنها فکرشان دائم به دنبال نتایج عملی است.

هیرون: فکر می‌کنم ما باید از رومیها درس بگیریم. در این صورت شاید بتوانیم با آنها بهتر بجنگیم.

ارشمیدس: موافق نیستم. تقلید از دشمن یعنی از دست دادن

اندیشه‌هایی که ما برای آنها زنده‌ایم. اگر بخواهیم جنگ را بدان قیمت ببریم، در واقع نبرد را پیش از آنکه شروع شود باخته‌ایم. حتی اگر به این طریق در جنگ پیروز شویم، ارزشی نخواهد داشت، و این پیروزی از شکست بدتر است.

هیرون: بگذارید درباره جنگ سخنی نگوئیم و به ریاضیات بازگردیم. به من بگوئید الگوی ریاضی را چگونه می‌سازند! ارشمیدس: بیان این مسأله آن هم به‌طور کلی خیلی مشکل است. شاید يك مثال كمك كند. الگوی ریاضی يك وضعیت واقعی، چیزی مثل سایه آن بر روی پرده مغز است.

هیرون: بنظر می‌رسد فلسفه شما دقیقاً عکس فلسفه افلاطون باشد. او می‌گوید موجودات عالم واقع سایه اندیشه‌هايند، در حالی که اگر حرفتان را درست فهمیده باشم، شما می‌گوئید اندیشه‌ها سایه دنیای واقع هستند.

ارشمیدس: این دو دیدگاه آن قدرها هم که بنظر می‌رسد از یکدیگر فاصله ندارند. افلاطون از تناظر و تطابق اندیشه‌های ریاضی و واقعیات در شگفت بود و فکر می‌کرد که هدف اصلی فلسفه باید تبیین این رابطه باشد. تا اینجا با او کاملاً موافقم، اما با تبیین او از این رابطه موافق نیستم. مع‌هذا باید بگوئیم که افلاطون بروشنی مسأله را دریافته بود و کوشش می‌کرد یکی از راه‌حلهای ممکن منطقی را بشکافد. اما فکر می‌کنم که باید فلسفه را کنار بگذاریم و به واقعیات زندگی پردازیم... صدای در به گوشم می‌رسد، بگذارید در را بازکنم.

هیرون: نه، خودم باز می‌کنم.... باید فرستاده‌ام باشد که پاسخ مارسلوس را آورده‌است. این هم پیغام او.

ارشمیدس: پیغام مارسلوس چیست؟

هیرون: خودتان آن را بخوانید.

ارشمیدس: نوشته‌است «مارسلوس به‌شاه هیرون درود می‌فرستد و می‌گوید که تا قبل از حلول دوباره ماه سیراکوز را فتح خواهد کرد. آن وقت پادشاه خواهد فهمید که يك رومی پاس حرف خود را نگاه خواهد داشت».

هیرون: خوب، درباره این پیغام چه فکر می‌کنید؟

ارشمیدس: زبان یونانی‌شان چندان بد نیست، ولی معنی پیغام

همان است که انتظار داشتم.

هیرون: در واقع پیش‌بینی شما چنان درست از آب درآمد که

گویی با روش جدیدتان آن را یافته‌بودید.

ارشمیدس: خوب، حالا دست کم می‌دانیم که انتظار چه

حوادثی را باید داشته‌باشیم.

هیرون: اکنون باید بروم، زیرا لازم است کمی بنخوابم. فردا

خود را برای حمله جدیدی آماده می‌کنیم. از این بحث جالب توجه

سپاسگزارم.

ارشمیدس: من هم از آن خیلی لذت بردم. این روزها معمولاً

مجال نمی‌شود که درباره ریاضیات با کسی صحبت کنم. بار دیگر

تشکر مرا به‌خاطر سینی فوق‌العاده زیبایتان بپذیرید.

هیرون: خوشحالم که آن را پسندیدید. شب به‌خیر دوست من.



گمان کنم شما هم به استراحت نیاز داشته باشید.

ارشمیدس: شب به خیر اعلیحضرت. من حالا نخواهم خوابید. باید نامه‌ای را که برای دوستم دوسیتیوس پلوزیومی<sup>۱</sup> شروع کرده‌ام به پایان برسانم. این نامه در مورد آخرین نتایج کارهای علمی من است. حالا که ناوگانهای روم بندرگاه را ترك کرده‌اند، فردا حتماً کشتیهایی به طرف پلوزیوم حرکت خواهند کرد. نامه را از این طریق می‌فرستم، زیرا ممکن است بعد از فردا رومیها دوباره ما را محاصره کنند. نباید فرصت را از دست بدهم، شاید این آخرین مجال من باشد.

---

1. Dositheus of Pelusium

گفت و شنودی به زبان  
کتاب طبیعت



توریچلی: سرکار خانم، اجازه بدهید خودم را معرفی کنم. من اوانجلیستا توریچلی<sup>۱</sup>، یکی از شاگردان آبوت کاستلی<sup>۲</sup> هستم. خانم نیکولینی: آه، پس شما جوانی هستید که آن نامه پرشور را نوشتید و در آن خود را پیرو کپرنیک و گالیله معرفی کردید؟

توریچلی: خیلی از ما جوانها این طور فکر می‌کنیم. من از آبوت کاستلی شنیده‌ام که استاد مشغول نوشتن کتاب جدیدی هستند. مایلم درباره آن با ایشان صحبت کنم.

خانم نیکولینی: آیا نمی‌دانید که گالیله زندانی دادگاه مقدس واتیکان است؟ آنها بر خلاف معمول به ایشان اجازه داده‌اند که اینجا در خانه شوهر من زندگی کند، و این فقط به خاطر آن است که دوک اعظم توسکان مؤکداً چنین درخواستی کرده بود. شوهر من که سفیر دوک اعظم است، مجبور شد قول بدهد که هیچ‌کس در اینجا گالیله را ملاقات نکند.

توریچلی: هیچ‌کس نمی‌داند که من به اینجا آمده‌ام؛ در راه کسی مرا ندید.

خانم نیکولینی: بسیار خوب، به شما اجازه ملاقات می‌دهم،

---

1. Evangelista Totricelli

2. Abbot Castelli

زیرا می‌دانم که استاد پیر از اینکه با کسی سخن بگوید که حرفش را می‌فهمد، لذت خواهد برد. گاهی ایشان راجع به کار جدیدش با من حرف می‌زند، ولی غالباً نمی‌توانم صحبت‌هایش را پی‌بگیرم. بعد از هفته‌ها بی‌خوابی، دیشب استاد خوب خوابید و به‌همین دلیل امروز حسابی سر حال است. با من بیایید. اگر کسی شما را در اینجا دید، می‌گوییم که از خویشاوندان من هستید و برای دیدن من به اینجا آمده‌اید.

توریچلی: سپاسگزارم خانم. بر من منت گذارده‌اید.

خانم نیکولینی: لطفاً از این راه بیایید... آقای گالیله، میهمانی را به‌حضورتان آورده‌ام که از دیدارش خیلی خوشحال می‌شوید، او انجلیستا توریچلی.

گالیله: البته که خوشحال می‌شوم. توریچلی شما چقدر قابل تحسینید که نترسیدید و به‌دیدار پیرمردی آمدید که متهم به ارتداد است.

توریچلی: من و دوستانم گفت و شنود شما را درباره‌ی دو منظومه بزرگ خلقت، کتاب مقدس خود می‌دانیم. آبوت کاستلی می‌گفت اکنون مشغول نوشتن کتابی هستید که از هر چه تاکنون راجع به مکانیک نوشته شده‌است پیشی خواهد گرفت. آمده‌ام که درباره‌ی آن برایم شرحی بدهید.

گالیله: مدت زیادی بود که تصمیم داشتم این کتاب را بنویسم. بالاخره چند ماه پیش آن را شروع کردم، ولی کارم متوقف شد، زیرا که از رم مرا برای تفتیش عقاید احضار کردند. از آن وقت

تا به حال حتی فرصت نکرده‌ام که يك سطر به این کتاب اضافه کنم. در هر حال، هیچ چیز برایم مهمتر از تمام کردن آن نیست. این اثر خلاصه‌ای خواهد بود از هر آنچه راجع به حرکت می‌دانم. این کتاب بی‌شک از همه کارهای قبل من پیشی خواهد گرفت. اما از اینکه نتوانم آن را به پایان برسانم سخت بیمناکم. اگر این کشاکش ناخواسته آنچنان از پایم درآورد که موفق به پایان رساندن این کتاب نشوم، پیروزی در آن برایم جز شکست نخواهد بود.

توریچلی: خیلی شائقم که درباره محتوای آن توضیحی بدهید. گالیله: ریاضیدانان یونانی به نتایج خارق‌العاده‌ای در کارشان دست‌یافتند، و بعضی از آنها - مانند ارشمیدس - نتایج بدست آمده را در مسائل عملی با موفقیت چشمگیری بکار بستند. اما متأسفانه آنها از مطالعه ریاضی حرکت، شانه خالی کردند و از آن زمان تا به حال هم، کسی بدین کار نپرداخته‌است. اساسیترین بخش کتاب من، اگر اصلاً تمام شود، توصیف ریاضی حرکت خواهد بود.

توریچلی: مشکل بتوان فهمید که چرا یونانیها به این کار نپرداختند. براستی علتش چه بود؟

گالیله: فیلسوفان یونانی گاه‌گاه به بحث درباره حرکت پرداخته‌اند. احتجاجات جدلی زنون<sup>۱</sup> درباره آشیل و سنگ‌پشت، یا

۱. Zeno. احتجاجات جدلی [زنون]... برای اثبات اینکه حرکت حقیقت ندارد...: انتقال، از يك نقطه است به نقطه دیگر، پس هر گاه میان آن دو نقطه خطی فرض کنیم... می‌توان آن را نیمه کرد، و آن نیمه را می‌توان نصف کرد. [الخ] پس آن خط اجزاء بی‌شمار دارد و جسم متحرك از همه آن اجزا باید گذر کند، و گذر کردن از اجزاء بی‌شمار مدت نامتناهی لازم دارد؛ ←

درباره تیر پرتابی مثالی بر این مدعاست. اگر چه بنظر می‌رسید که زنون با این مثالها کوشش می‌کرد نشان دهد که حرکت وجود ندارد، اگر دقت کنیم می‌بینیم که منظور اصلیش این بود که حرکت يك مفهوم تناقض‌آمیز است، و بنا بر این نمی‌توان آن را با روشهای ریاضی بیان کرد. ارسطو سعی کرد که احتجاجهای زنون را رد کند، ولی کوششهایش در ابطال سخنان زنون فقط منجر به این شد که حرکت وجود دارد، و البته هر كودك به این امر آگاه است. ابطال واقعی احتجاجهای زنون در این نهفته است که نشان‌دهیم حرکت را می‌توان با ریاضیات شرح داد. این چیزی است که ارسطو در این زمینه هیچ گامی بر نداشت. کار من در این کتاب، اگر روزی به اتمام برسد، اولین ابطال واقعی احتجاجهای زنون خواهد بود. در واقع، ارسطو و زنون هر دو معتقد بودند که مطالعه حرکت خارج از قلمرو ریاضیات است. ولی انگیزه‌ای که ارسطو را وادار به چنین فکری کرده با انگیزه زنون متفاوت بوده است. ارسطو معتقد بود که حکمت طبیعی با اموری سر و کار دارد که استقلال وجودی دارند ولی قابل تغییر و تبدیلمند در حالی که ریاضیات با چیزهایی سر و کار دارد که وجودشان وابسته ولی غیرقابل تغییر است. بنا بر این، بر طبق اعتقاد

— بنا بر این، آن جسم به نقطه مقصد نمی‌رسد... [به همین ترتیب نیز آشیل] که چابکترین مردم است هر گاه در دنبال سنگ پشت - که یکی از کندروترین جانوران است - برود... هرگز نباید به او برسد... و هر گاه تیری از کمان پرتاب کنیم بر حسب ظاهر روان می‌شود، اما در واقع ساکن است...  
ر.ک.: سیر حکمت در اروپا، محمد علی فروغی، صفیه‌الیشاه، ص ۱۵ و ۱۶، تهران، ۱۳۱۷ ه. ش.

او، امور وابسته و متغیر - که حرکت یکی از آنهاست - نمی‌توانند موضوع مطالعه هیچ دانشی باشند. بدین ترتیب نزدیک به ۲۰۰۰ سال رأی ارسطو مانع آن شد که ریاضیدانها و فلاسفه به مطالعه ریاضی حرکت پردازند. تعالیم غلط ارسطو سدی غیرطبیعی میان ریاضیات و علوم طبیعی ایجاد کرد که تنها عده بسیار اندکی جرأت کردند از آن بگذرند.

توریچلی: برای خواندن کتابتان روزشماری می‌کنم. استاد بزرگ، جای شرمساری است که شما را با اتهامهایی مسخره و واهی آزار می‌دهند و نمی‌گذارند کتابتان را به پایان برسانید که گشاینده عصری جدید در دانش خواهد بود. اجازه بدهید سؤالی بکنم: چرا به جای اینکه به گوشه دنجی بروید و کارهایتان را بدون مزاحمت دنبال کنید، بهرم آمدید؟

گالیله: چه می‌توانستم بکنم؟ دادگاه تفتیش عقاید مرا احضار کرده‌است.

توریچلی: می‌توانستید به جایی بگریزید که دست دادگاه از آنجا کوتاه باشد.

گالیله: وقتی بهرم آمدم، هنوز امیدوار بودم که بتوانم کلیسا را متقاعد کنم که مسأله حرکت زمین مسأله‌ای علمی است نه اعتقادی، و باید صحت و سقم آن به علم وا گذاشته شود. احساس می‌کردم که نه فقط به خاطر دانش، بلکه حتی به خاطر کلیسا هم وظیفه دارم این مطلب را تبیین کنم. اگر کلیسا به حمایت خود از نظام بطلمیوسی همچنان ادامه بدهد، مانند کسی خواهد بود که حاضر نیست عرشه کشتی در



حال غرق شدن را ترك كند. گمان می کردم که اگر شخصاً با کلیسا به بحث بنشینم، می توانم عقیده منفی آنها را نسبت به نظریه کپرنیک عوض کنم. من اطمینان داشتم که می توانم شخص پاپ<sup>۱</sup> که از گذشته های دور دوست من بود، قانع کنم - یعنی زمانی که مافئو باربرینی<sup>۱</sup> خوانده می شد و کاردینال بود. او برای من ادب و احترام خاصی قائل بود؛ شاید شنیده باشید که حتی يك باد برایم شعری نیز گفته بود. و من همواره او را دوستدار دانش می دانستم؛ و در واقع هم با آزاد کردن کامپانلا<sup>۲</sup> بیچاره از زندان بر مسند پاپی نشست و بکار پرداخت. فکر می کردم که اگر فرصتی برای مذاکره مستقیم با پاپ دست دهد، می توانم او را متقاعد کنم که منافع کلیسا نیز حکم می کند که دست دانش را برای مطالعه حرکت زمین باز بگذارد. اما همه امیدم بر باد رفت؛ و پاپ حتی حاضر نشد، کسی سخن از من در حضورش بر زبان آورد. دشمنان من به پاپ چنان فهمانده بودند که در قالب سیمپلیچیو<sup>۳</sup> ابله، شخصیت او را در گفت و شنود خود مسخره کرده ام. حالا آن دوستی سالیان ما مبدل به نفرت و کینه شده است. شما درست می گوید که بهتر بود من به رم نمی آمدم، ولی دیگر دیرتر از آن شده است که غصه بخورم.

تورپچلی: فکر نمی کنم خیلی دیر شده باشد. آیا می توانم در

اینجا با خیال راحت صحبت کنم؟

گاليله: من هیچ رازی را از خانم نیکولینی پنهان نمی کنم؛

ایشان بهترین دوست من هستند. این خانم نیکولینی بود که عمویش،

1. Maffeo Barberini

2. Campanella

3. Simplicio

پدر ریکاردی<sup>۱</sup> را وادار کرد که گفت و شنود مرا به چاپ برساند. حالا هم مانند مادر از من نگاهداری می‌کند، و دائم در فکر پیدا کردن راهی است تا مرا تسلی بخشد و به‌تواناییم در مقابل رنج این محاکمات بیفزاید و کاری کند که من سفیدمو بتوانم تا آخر این ماجرا دوام بیاورم. در برابر خانم نیکولینی هر چه می‌خواهید بگویید.

توریچلی: من در این باره شکی نداشتم؛ وقتی که خانم نیکولینی به‌من اجازه داد تا شما را ببینم، فهمیدم که می‌توانم به ایشان اعتماد کنم. ولی این روزها حتی دیوار هم گوش دارد. خانم نیکولینی: در خانه من می‌توانید با خیال راحت صحبت کنید.

گالیله: دوست جوان من، باور می‌کنید که همین چند روز پیش خانم نیکولینی یکی از مستخدمان خود را اخراج کرد برای اینکه متوجه شده‌بود که او برای اداره تفتیش عقاید خبرچینی می‌کند؛ البته برای اینکه من را ناراحت نکند، در این باره چیزی به‌من نگفت؛ این طور نیست؟

خانم نیکولینی: بسیار خوب، حالا که شما ماجرا را فهمیده‌اید، من هم آن را تکذیب نمی‌کنم. ولی به‌بقیه مستخدمان خود کاملاً اطمینان دارم؛ آنها همه اهل فلورانس و افرادی قابل اعتمادند. آقای توریچلی، هر چه می‌خواهید بگویید؛ حرفهای شما چون راز مخفی خواهد ماند.

توریچلی: من و دوستانم که خود را پیروان گالیله می‌خوانیم، همه وسایل فرار شما را آماده کرده‌ایم. ابتدا شما را به‌ونیز می‌بریم؛ آنجا مدتی از شر اداره تفتیش عقاید در امان خواهید بود، زیرا جمهوری ونیز نمی‌تواند تحت هیچ شرایطی شما را پس بفرستد. بعد از آن اگر خواستید می‌توانید با کشتی به هلند بروید. در آنجا بدون هیچ مزاحمتی می‌توانید به کارهای خود پردازید و کتاب جدیدتان را به چاپ برسانید. همه ریزه کاریهای فرار را بررسی کرده‌ایم. اگر موافقت کنید، همین الان می‌توانیم بر سر تاریخش به توافق برسیم.

گالیله: میزبانانم مسئول نگهداری من هستند و نمی‌خواهم برای آنها گرفتاری ایجاد کنم. چیزهای دیگر به کنار، فقط همین یک دلیل کافی است تا درخواست شما را رد کنم.

توریچلی: ما این نکته را هم در نظر داشته‌ایم. تصمیم داریم که شما را هنگامی که دفعه آینده به دادگاه مقدس می‌برند، از چنگ مأموران اداره تفتیش بریباییم. چون این واقعه در خیابان روی می‌دهد، هیچ کس نخواهد توانست عالیجناب نیکولینی سفیر را مسئول آن قلمداد کند. ما افراد قابل اعتمادی داریم که براحتی می‌توانند از پس نگهبانان برآیند.

گالیله: زبانم قاصر است تا خوشحالیم را از اینکه جوانان وطنم در فکر نجاتم هستند، بیان کنم. ولی هر قدر نقشه شما دقیق و جالب توجه باشد عملی نیست، زیرا پیکر پیر مرا یارای رفتن به چنین مسافرتی نیست. شاید شنیده باشید که بتازگی از بستر بیماری برخاسته‌ام، و هنوز هم از آن کاملاً بهبود نیافته‌ام.

توریچلی: درباره این هم فکر کرده‌ایم. یکی از دوستانم که همیشه همراه شما خواهد بود پزشک است، و وظیفه‌اش مراقبت از سلامت شماست. مسیر این مسافرت خیلی دقیق طراحی شده‌است. از رم تا ونیز مکانهای مطمئنی را برای اقامت شبانه در نظر گرفته‌ایم. اقرار می‌کنم که در حین سفر نمی‌توانیم وسایل آسایش شما را مانند این منزل فراهم سازیم. فراموش نکنید که ممکن است هر لحظه شما را به زندان دادگاه مقدس بیندازند. فکر می‌کنم بین زندان و کلبه محقر يك چوپان باصفا، انتخاب آسان است.

گالیله: دوست جوان من، از برنامه و هدف شما قدردانی می‌کنم، ولی بنظر می‌رسد که نمی‌توانید خود را به جای يك پیرمرد بگذارید. بیایید دیگر درباره جزئیات این سفر صحبت نکنیم و فرض کنیم که من از همه مصائب آن جان سالم بدر ببرم. اما هنوز از من نپرسیده‌اید که آیا اصلاً می‌خواهم رم را ترك کنم یا نه.

توریچلی: شما همین چند لحظه پیش قبول کردید که آمدنتان به رم کار اشتباهی بود. من چنین استنباط کردم که اگر فرصتی پیش بیاید، حاضرید فرار کنید.

گالیله: منظورم را بد فهمیده‌اید. من در شرایط حاضر نمی‌توانم عقب‌نشینی کنم؛ اگر چه امکان پیروزی از آنچه تصور کرده بودم کمتر است، ناچارم این جنگ را به پایان برسانم. اگر فرار کنم، دشمنان من پیروز می‌شوند و مشعل آزادی تحقیقات علمی در ایتالیا خاموش خواهد شد. درست به خاطر شما، و به خاطر منافع نسل جوان است که نمی‌توانم عقب‌نشینی کنم.

توریچلی: استاد، منظورتان را نمی‌فهمم. همان طوری که گفتید نمی‌توانید دل به حمایت پاپ ببندید. پس به چه کسی می‌توانید اعتماد کنید؟ من اطلاع دارم که بین یسوعیان خیلیها هستند که می‌دانند شما درست می‌گویید. اما امیدوارم تصور نکنید که کسی از آنان جرأت می‌کند با پاپ در بیفتد. مثلاً اخیراً من با پدر گرینبرگر<sup>۱</sup> صحبت کردم و از او خواستم که نظرش را در مورد گفت و شنود شما صریحاً بیان کند.

گاليله: عجب! جواب راهب چه بود؟

توریچلی: خیلی واضح بود که می‌خواست هم به وجدان علمیش وفادار بماند و هم به کلیسا. گفت که تحت تأثیر استدلالهای روشن و دانش بی‌نظیر شما قرار گرفته‌است و اضافه کرد که چون بعضی از جمله‌های مندرج در گفت و شنود با احتیاط کافی نوشته نشده است، دشمنان شما این فرصت را یافته‌اند که مقامات کلیسا را علیه شما برانگیزند. با وجود همه اینها، وی هرگز به اخلاص شما در هدفهایتان شکی نکرده‌است. او استدلالهای شما را بی‌نهایت قابل توجه می‌داند، هر چند که احساس می‌کند در بعضی موارد احساسات، شما را به افراط کشانده‌است با اینکه خودش به پرهیز از بیان پاره‌ای از مکنونات خود مشکوک است.

گاليله: این يك جواب واقعاً حساب شده‌است، هر کس هر چه بخواهد می‌تواند در آن بیابد. راست می‌گویید که نمی‌توانم به کمک چنین دوستان محافظه‌کاری امید ببندم. آیا او چیز دیگری

1. Pater Griemberger

هم گفت؟

توریچلی: بله، گفت که شما را يك كاتوليك خوب به حساب می آورد و این گفته او شاید مهم باشد.

گالیله: پدر گرینبرگر خیلی خوب می داند که مسأله، مسأله مذهب نیست، و شما فرزندم، فریب نخورید، دشمنان من ردای مذهب به تن کرده اند تا به یاری آن به من حمله کنند. آنها این شیوه را از همان ابتدا بکار بردند و پس از دهها سال زمینه سازی مکارانه توانستند کلیسا را به طرف خود، یعنی علیه من و علیه دانش بکشانند. اما به هر حال اصل مطلب چیز کاملاً متفاوتی است.

توریچلی: دشمنان واقعی شما چه کسانی هستند؟ دلیل تنفر آنها از شما چیست؟

گالیله: دشمنان اصلی من همکاران ابله و نالایق منند. دانشمندانمایانی هستند که طوطی وار حرفهای ارسطو را تکرار می کنند و حاضر نیستند از دریچه تلسکوپ من به جهان بنگرند؛ می ترسند که مبادا ناچار شوند در تعالیم غلط خود تجدید نظر کنند. آنها به این خاطر از من منزجرند که از روشهای اصیل علمی می ترسند. به نظر من، هدف اصلی فلسفه درك قوانین طبیعت است، و این میسر نمی شود مگر با مشاهدات دقیق و آزمایشهای بدقت طراحی شده و سپس با باریک اندیشی تحلیل شده؛ و این قوانین را تنها به کمک ریاضیات می توان بیان کرد. اما آنچه آنها فلسفه می نامند، چیزی نیست جز رد و بدل کردن سخنان ارسطو به یکدیگر.

توریچلی: برای من غیر قابل تصور است که کسی بخواهد

طبیعت را بفهمد اما از بکار بستن روشهای علمی احتراز کند. بی شک آنچه در تعالیم ارسطو اساسی بوده، توسط خود او یا برخی از دیگر دانشمندان یونانی به همان شیوه ارسطو تبیین شده است.

گاليله: کاملاً همین طور است، و بجرأت می‌توانم بگویم که اگر ارسطو امروز زنده بود، علیه این دانشمندانمایانی که مرتب سخنانش را تکرار می‌کنند، قیام می‌کرد. اما فراموش نکنید که اینها نه به علم دل بسته‌اند و نه به شناخت طبیعت؛ علاقه آنها صرفاً پوشیدن خرقة دانشمندی و گرفتن دستمزد کلان است. بنا بر این دسیسه‌های آنها علیه من ابداً تعجب‌انگیز نیست. دیگر این واقعیت را پذیرفته‌ام که بدون انتظار حمله از جانب آنها نه می‌توانم چیزی بنویسم نه حرفی بزنم. اینها توطئه‌چینی را بر تحقیق علمی ترجیح می‌دهند و برای اولی خیلی بیشتر از دومی خود را آماده کرده‌اند. و بدبختی من در این است که با این کارشان من را هم از کار باز می‌دارند. بهترین سالهای عمرم را در دفاع از خود در برابر دروغها و اتهامهای این کسان تلف کرده‌ام، و حالا پیرمردی شده‌ام که هنوز نتوانسته‌ام کتابی را بنویسم که سالهای سال تدارك آن را دیده‌بودم.

توریچلی: اگر نقشه ما را بپذیرید، می‌توانید کتابتان را که عاشقان واقعی علم مدت‌هاست منتظرش هستند به رشته تحریر در آورید. من هنوز نمی‌توانم بفهمم که چرا نمی‌خواهید از این وضعیتی که شایسته شما نیست نجات پیدا کنید. شما نباید در انتظار پایان خوشی باشید. دوستانتان نمی‌توانند کاری به نفعتان انجام دهند و از دشمنانتان هم تغییر عقیده بسیار بعید است. پس دیگر به چه امیدی

نشسته اید؟

گاليله: من فقط به حقیقت و راستی امیدوارم. دوباره به کل مسأله بیندیشید: آنها مرا به چه چیزی می خواهند متهم کنند؟ گفت و شنود را به تشویق شخص پاپ به نگارش در آوردم، و طبق قانون آن را به اداره سانسور سپردم. آنها آن را از همه جهات مورد بررسی قرار دادند و اجازه طبع و نشر دادند. اما دشمنانم می گویند که اداره سانسور احتیاط لازم را بخرج نداده است و نمی بایست اجازه انتشار آن را می داد. اما این چه ربطی به من دارد و مرا چگونه می خواهند محکوم کنند؟ البته آنها می توانند کتاب را توقیف کنند، من هم در واقع بدان اعتراضی ندارم، زیرا به هر حال مدتهاست که نایاب شده است. اگر بخواهند کتابم را بسوزانند، نمی دانم از کجا می توانند حتی يك نسخه آن را تهیه کنند. جالب توجه خواهد بود اگر دوباره کتاب را چاپ کنند تا چیزی برای سوزاندن داشته باشند. اما در غیر این صورت آنها حتی نمی توانند اداره سانسور را محکوم کنند. زیرا من کاملاً به دستود کاردینال بلارمینه و دود عدم دفاع از تعالیم کپرنیک وفادار مانده‌ام. در گفت و شنود، با بی طرفی کامل همه مزایا و نقایص نظام کپرنیکی را بررسی کرده‌ام. هر کس که این کتاب را بدقت بخواند، می بیند که من استدلالهای مبتنی بر ساکن بودن زمین را به قویترین شکل ممکن عرضه کرده‌ام، یعنی بسیار بهتر از آنچه هر يك از دشمنان ابلهم در در نظریه کپرنیک با فریاد و فغان عرضه می دادند. پس دیگر تقصیر من نیست اگر این استدلالها قانع کننده نیستند. اگر کسی می خواهد مرا سرزنش



کند، بهتر است ابتدا دلایل محکمتری از آنچه من برای ساکن بودن زمین آورده‌ام ارائه بدهد. در جریان محاکمه تا کنون فرصت نشده است که این مطالب را تذکر بدهم. هر بار که خواسته‌ام شروع به صحبت کنم، آنها مرا ساکت کرده‌اند و پی در پی سؤال پیچم کرده‌اند که چرا در سال ۱۶۱۶ به‌اداره سانسور تذکر نداده‌بودم که مسأله‌ای که طرح کرده‌بودم در دادگاه مقدس تحت بررسی بوده‌است. اما این مسخره است، زیرا اداره سانسور از تصمیمات واتیکان بهتر از من اطلاع داشت. اما آنها می‌گویند چرا دستورهای ۱۶ سال پیش بلارمینو را به‌اداره سانسور گوشزد نکرده‌بودم. سپس آنها می‌پرسند که بلارمینو تنها گفته بود که از تعالیم کپرنیک دفاع نکنم یا آنکه اصلاً ذکری از آنها به‌میان نیاورم. البته او نگفته بود که حق ندارم از تعالیم کپرنیک سخنی بگویم. در این زمینه من برگ برنده‌ای در دست دارم و آن نامه‌ای است از بلامینو که در آن فقط گفته شده که نباید به‌جانبداری از نظریه کپرنیک برخیزم.

خانم نیکولینی: و اگر دشمنان شما مدرکی جعل کنند که خلاف آنچه می‌گویید در آن نوشته شده باشد، چه می‌کنید؟  
گاليله: چنین مدرکی نمی‌تواند وجود داشته باشد.

خانم نیکولینی: قبلاً هم بسیار پیش آمده‌است که مدارك تقلبی درست کرده‌اند.

گاليله: من حتی نمی‌توانم تصور کنم که دشمنانم دست به چنین کار شرم‌آوری بزنند.

خانم نیکولینی: فراموش نکنید که کسی که بر علیه حقیقت

می‌جنگد، نمی‌تواند در انتخاب راههایش چندان سختگیر باشد، او روز به روز بیشتر در منجلاب دروغ و افترا غوطه‌ور می‌شود.

گاليله: نه، این ممکن نیست. مطمئنم که اگر نامه‌های بلارمینو را به آنها نشان دهم، همه ماجرا پایان می‌رسد؛ وقت این کار هم فرارسیده‌است. آنها فقط درباره این قبیل مسائل صوری سؤال می‌کنند؛ حتی يك کلمه هم درباره اینکه حقیقت مسأله چیست، صحبت نکرده‌اند. آنها نپرسیده‌اند که آیا زمین روی محور خود می‌چرخد، آیا دور خورشید می‌چرخد، یا در مرکز جهان هستی آرام و بی‌حرکت ایستاده‌است. اگر امکان آن را بدست آورم که درباره افکارم سخن بگویم، فکر می‌کنم که وضعیت بکلی تغییر کند.

توریچلی: اگر فرصتی به شما بدهند چه می‌گویید؟ آیا برایشان ثابت می‌کنید که نظریه کپرنیک بی‌تردید تنها نظریه صحیح است؟

گاليله: فرزندم، من آرزو دارم که بتوانم چنین کنم، زیرا معتقدم که حقیقت همین است. اما متأسفانه نمی‌توانم آن را طوری به ثبوت برسانم که جای هیچ شکی باقی نماند. من تنها می‌توانم ثابت کنم که تعالیم کپرنیک با همه واقعیات علمی موجود سازگار است و هیچ واقعیت ثابت شده‌ای نیست که با آن در تناقض باشد. تناقضات ظاهری را می‌شود بسادگی رد کرد. من ثابت کرده‌ام که اگر زمین در حال حرکت باشد، ما که روی آن زندگی می‌کنیم و با آن در حال حرکت هستیم نمی‌توانیم حرکتش را مستقیماً حس کنیم. بنا بر این، تجربه روزمره ما نمی‌تواند دلیلی بر رد نظریه کپرنیک باشد. در مورد

کروی بودن زمین هم مسأله همین طور بود، ابتدا مردم از قبول آن سر باز می زدند؛ در عهد دانتِه می گفتند کروی بودن زمین خلاف عقل سلیم است و تجربه روزمره را شاهدی بر این مدعا می دانستند. می گفتند که اگر زمین کروی است باید مردمی که در آن سوی زمین زندگی می کنند آویزان شوند و بیفتند؛ و آن همه چرندیات درباره نقاط متقاطع می گفتند! امروز همه قبول دارند که زمین کروی است و آن همه بحث و استدلال را فراموش کرده اند. وقتی مردم دیدند کشتی که به سوی شرق حرکت کرده است از غرب بازمی گردد، دیگر چه می توانستند بگویند؟ امسال یکصد و یازدهمین سالگرد بازگشت کشتی «پیروزی» ماژلان از سفر دور دنیا است. در مورد حرکت زمین، هنوز اثبات چشمگیری مانند آنچه حرکت کشتی ماژلان نشان داد، در دست نداریم. به این دلیل است که نمی توانیم حرکت زمین را بی شك و شبهه به اثبات برسانیم. من تنها می توانم نشان دهم که همه اشکالاتی که بر نظریه کپرنیک گرفته می شود یا بر اثر عدم درک واقعی آن است یا جهل. من قادم ثابت کنم که تفسیر حرکت ظاهری خودشید و ماه و سیارات دیگر بر اساس فرضیه کپرنیکی به مراتب ساده تر از نظریه بطلمیوس است. اقلاد برجیس، حلقه کیوان، داس زهره، و پدیده های متعدد دیگری که کشف کرده ام، همگی مؤید دستی نظریه کپرنیک است، اما هیچ يك از آنها آن را ثابت نمی کند. در حین محاکمه، یکی از اتهامها این بود که من سعی کرده ام در گفت و شنود حقانیت کپرنیک را به ثبوت برسانم. وقتی در جواب گفتم که بدین علت کتاب را ننوشته ام، فقط این حقیقت را پنهان داشتم که بگویم به این سادگی

نمی‌توانستم به ثبوت برسانم، زیرا هنوز دلایل قطعی در دست نداشتم.

توریچلی: آیا نظریهٔ جزر و مد دلیلی قطعی بر حرکت زمین نیست؟

گالیله: وقتی که گفت و شنود را می‌نوشتم، به این پدیده اهمیت زیادی دادم. ولی باید اقرار کنم حالا وقتی آن را پس از سه سال می‌خوانم، این بخش کتاب مرا راضی نمی‌کند. اگر می‌خواستم کتاب را حالا بنویسم، بخش جزر و مد را به گونه‌ای دیگر می‌نوشتم یا اصلاً نمی‌نوشتم.

توریچلی: چرا؟ توضیح شما دربارهٔ وقوع جزر و مد بر اثر حرکت دو گانهٔ زمین بسیار قانع کننده است.

گالیله: سوء تفاهم نشود، منظور من این نیست که به کشفیاتم در مورد جزر و مد شك برده‌ام. اما فکر می‌کنم در حالی که تبیین پدیدهٔ جزر و مد با حرکت دو گانهٔ زمین از دیگر استدلالها ساده‌تر است، لیکن از آنها قطعیت‌تر نیست.

توریچلی: که این طور.

گالیله: می‌دانم که حالا تعجب می‌کنید که چرا خود را اینقدر بسزحمت انداخته‌ام در حالی که نتوانسته‌ام مسأله را به‌طور قطعی حل کنم. نه، خواهش می‌کنم اعتراض نکنید. می‌دانم که این فکر در مغز شما هست، کاملاً هم طبیعی است. خودم هم در ماه گذشته گاهی فکر کرده‌ام که آیا بهتر نبود چند سالی صبر می‌کردم تا اثبات قاطعی پیدا کنم. ولی وقتی درست فکر کردم دیدم که جواب این سؤال منفی

است. من دیگر پیر شده‌ام و نمی‌توانم بیشتر از این منتظر بمانم. شاید آنقدر زنده نمانم تا شاهد کشف این اثبات قاطع باشم. احساس می‌کنم چیزی که می‌خواهم بگویم، حتی اگر مسأله را کاملاً حل نکند، دارای چنان اهمیتی است که باید گفته شود. همچنین احساس می‌کنم که وظیفه من گفتن آن است، زیرا که این نظریات ممکن است به یافتن اثبات قطعی کمک کند. اما می‌ترسم که زمان پیدا شدن این اثبات اصلاً نزدیک نباشد. مسأله مهم دیگری نیز وجود دارد و آن اینک که حتی خود اصول کپرنیک را باید کامل کرد، زیرا با این اصول حرکت ظاهری سیارات دقیقاً قابل توجیه نیست. من موفق نشده‌ام که اختلاف بین فرضیه و مشاهدات را توضیح دهم.

توریچلی: کپلر ادعا می‌کند که اگر فرض کنیم مدار هر سیاره بیضی است که خورشید در یک کانون آن قرار دارد، و همچنین اگر فرض کنیم که سیارات با سرعت یکنواخت روی مدارشان در حرکت نیستند بلکه طوری حرکت می‌کنند که حاصل ضرب سرعت طول خطی که از کانون بر جهت لحظه‌ای حرکت عمود می‌شود مقداری است ثابت، در آن صورت به توافق بهتری با مشاهدات خواهیم رسید.

گالیله: آیا کپلر واقعاً چنین چیزی گفته است؟ جای تعجب است؛ تا حالا به این موضوع توجه نکرده بودم. به هر حال فکر می‌کنم فرضیه‌هایی از این قبیل واقعاً مورد نیاز نیستند. چرا باید سیارات فقط روی مدارهای بیضی شکل در حرکت باشند؟ آیا این فرض ما را به یاد مدارهای تدویر نمی‌اندازد که برای سازگار کردن نظریه

بطلمیوس با واقعیات بکار گرفته می‌شد؟ این فرض که مدار سیارات دایره و سرعت آنها یکنواخت است، تنها گمانی است که من می‌توانم آن را با مکانیک توجیه کنم، و در واقع ساده‌ترین راه هم هست.

توریچلی: اینکه چیزی ساده باشد، دلیل بر صحت آن نیست. استاد، خود شما کسانی را که حاضر نبودند وجود کوهها را در ماه بپذیرند - به رغم آنکه اگر از تلسکوپ شما نگاه می‌کردند، آنها را می‌دیدند - به ریشخند گرفتید. آنها وجود کوه را در ماه قبول نمی‌کردند، زیرا می‌گفتند اگر در ماه کوه باشد، دیگر ماه نمی‌تواند کره کامل باشد، پس در آن نقص هست.

گالیله: البته این استدلال خیلی مسخره است؛ مسخره‌تر از آن این است که کلاویوس<sup>۱</sup> کامل بودن ماه را می‌خواست این طور توجیه کند: همه دره‌های ماه با ماده‌ای نامرئی پر شده است و به رغم کوههایی که بر روی ماه می‌بینیم، سطح آن یک کره کامل بدون کوچکترین ناهمواری است. به همین احتمال، من هم می‌توانم بگویم که بر سر کلاویوس در واقع دو گوش الاغ وصل است، اما از ماده‌ای نامرئی و غیرقابل لمس و مشاهده ناپذیر. در مورد بیضیهای کپلر هم البته باید آن مفروضات را به معرض آزمایش گذاشت. اگر آزادی تحقیق وجود داشته باشد، در مدت کمی می‌توان چنین آزمایشهایی را انجام داد. در مورد وضعیت خودمان، به اعتقاد من نکته مهم این است که کلیسا آزادی تحقیقات علمی را در خصوص حرکت زمین با هر پرسش

---

1. Clavius

دیگری راجع به طبیعت محدود نکند. آنها می گویند گفت و شنود من نظریه کپرنیک را تأیید می کند. من در جواب می گویم که گفت و شنود من پرچم آزادی تحقیقات علمی را برمی افرازد. درست به این دلیل بود که کتاب را نوشتم، و به این دلیل بود که تبعات آن را بجان خریدم. وگرنه من هیچ نگرانی نسبت به سرنوشت نظریه کپرنیک ندارم؛ دیر یا زود صحت آنها به اثبات می رسد و مردم آنها را می پذیرند. اما ترس فراوان من از این است که اگر در این نبرد پیروز نشوم، تحقیقات علمی تا مدت زیادی، لااقل در ایتالیا، فلج خواهد شد. چه فایده ای دارد اگر من فرار کنم و به هلند بروم؟ گذشته از آنکه در این سن نمی توانم حتی تصور شروع زندگی جدیدی را بکنم، فرار من به این معناست که قبل از اینکه جنگ را باخته باشم خود را تسلیم کرده ام. تا زمانی که کوچکترین بارقه امیدی در قلب من روشن باشد، رم را ترك نخواهم کرد. خواهشمندم صمیمانه ترین تشکرات مرا به دوستان خود ابلاغ کنید. دلگرم کننده است که هنوز کسانی وجود دارند که می خواهند مرا یاری دهند.

توریچلی: همیشه می توانید به کمک من و دوستانم امیدوار باشید؛ ما نهایت سعی خودمان را می کنیم. اما می ترسم اگر زمان بگذرد، برای عملی کردن طرح فعلی دیر بشود. اگر عقیده تان در مورد نقشه ما عوض شد یا کاری پیش آمد که می توانستم به نوعی کمک کنم، فوراً مرا خبر کنید. خداحافظ استاد.

گالیله: خداحافظ دوست من. از اینکه نزد من آمدید و از همه کارهایی که می خواستید برایم انجام بدهید، سپاسگزارم. خداحافظ.

خانم نیکولینی: من تا دم در آقای توریچلی را همراهی می‌کنم... آقای گاليله، این توریچلی جوان خیلی خوبی است... راستی ز این زردآلوهای رسیده‌ای که از فلورانس برایمان آورده‌اند میل کنید. از نگاه کردن به آنها انسان گرفتاریهایش را فراموش می‌کند. من به مباحثه شما با توریچلی با علاقه فراوان گوش دادم، اما همه حرفهای شما را کاملاً نفهمیدم. هر وقت فرصتی شد، سؤالهایی برایم پیش آمده‌است، می‌خواهم از شما بپرسم.

گاليله: همین حالا بپرسید، کاترین. من از اینکه با شما دربارهٔ م صحبت کنم لذت می‌برم. شما بینش منطقی و آزادی دارید. افکار ما را این فضل‌فروشان مکتب مدرسی<sup>۱</sup> نپوسانده‌اند.

خانم نیکولینی: آیا شما پس از این همه صحبت خسته شده‌اید؟ نمی‌خواهید استراحت کنید؟

گاليله: ابدأ. فقط کمی ناخوشنودم، و گرنه آنقدر سر حال هستم که حاضرم دربارهٔ هر چه بخواهید با کمال میل صحبت کنم. به من بگویید به چه موضوعی علاقه دارید؟

خانم نیکولینی: در مورد تعالیم کپرنیک منظورتان را نفهمیدم. می‌گویید قانع شده‌اید که نظریهٔ وی درست است ولی نمی‌توانید آن را ثابت کنید. اگر قادر به اثبات آن نیستید، پس چگونه قانع شده‌اید که این نظریه درست است؟ و اگر دلایل کافی برای قبول آن دارید، پس چرا آن را هنوز اثبات نشده می‌دانید؟

گاليله: این سؤال پر دردسری است و نمی‌توان آن را با یکی

---

1. scholastic



دو کلمه جواب گفت. ابتدا باید برایتان دربارهٔ روش علمی صحبت کنم. اما قبل از آن، خیلی مشتاقم بدانم که از کجا فهمیدید خدمتکاری که اخراج کردید جاسوسی مرا می کرده است؟

خانم نیکولینی: حالا که از جریان مطلع شده‌اید، برایتان شرح می‌دهم. ابتدا پی‌بردم که جوزپه، این پست‌فطرت رذل، گاهی چند ساعتی غیبتش می‌زند. ظهر جمعه گذشته وقتی به بازار رفتم، او را دیدم که در دالانی با یکی از راهبان دومینیکی<sup>۱</sup> پیچ‌پیچ می‌کند. البته این صحنه مرا خیلی مظنون کرد، ولی برای این نتیجه‌گیری که وی جاسوس است، کافی نبود. بنا بر این فکر کردم که او را آزمایش کنم. شاهینی را درون یک کیف گذاشتم و از پدر کاستلی<sup>۲</sup> خواستم که آن را به منزل ما بفرستد و وانمود کند که برای شماست. بعد وقتی صدای در را شنیدم، جوزپه را فرستادم که در را باز کند. بعد از چند دقیقه خودم دنبال او رفتم. دیدم که شاهین در راهرو در حال پرواز است و جوزپه هم با دستان خون‌آلود سعی می‌کند آن را بگیرد. با این آزمایش تقریباً یقین کردم که او جاسوس است، ولی هنوز کمی شک داشتم. پیش خود گفتم شاید فقط فضولی باعث شده است که ببیند داخل کیف چیست. بنا بر این تصمیم به آزمایش دیگری گرفتم. نامه‌ای برای اسقف اعظم آسکانیو پیکولومینی<sup>۳</sup> نوشتم و در آن راجع به وضعیت مزاجی شما توضیح دادم. سپس نامه را عمداً روی میز گذاشتم و کمی جوهر کنار میز روی زمین ریختم. بعد جوزپه را صدا کردم تا جوهر را از روی زمین پاک کند. خودم هم فوراً اتاق را ترک

1. Dominican

2. Pater Castelli

3. Ascanio Piccolomini

کردم و روی بالکن رفتم و مخفیانه از پشت پنجره کوچک به تماشایش نشستم. دیدم آن پست فطرت کثیف با شوق و هیجان نامه را برداشت، شروع به خواندن آن کرد، و بعد مشغول یادداشت برداری از آن شد. دیگر برایم شکی نماند که جاسوس است، اما برای آخرین امتحان فردایش از او پرسیدم که آیا خواندن و نوشتن می‌داند. جواب داد که حتی اسم خودش را هم نمی‌تواند بنویسد. آنگاه بر سرش فریاد زدم: «ای احمق خرفت! از خانه من بیرون شو! من به بیسواد ابله‌ی چون تو احتیاج ندارم.» ولی قبول کنید نمی‌دانم چرا سر شما را با این داستان دراز بدرد آوردم.

گاليله: هیچ سرم را بدرد نیاوردید! از آنچه گفتید متوجه شدم که با وجود اینکه شما هیچ وقت روش علمی را رسماً یاد نگرفته‌اید، آن را از تمام مشاعیون دانشگاه پادوا<sup>۱</sup> بهتر می‌دانید. کاری که شما در مورد جوزپه کردید، يك روش علمی است. ابتدا متوجه شدید که او گاهی چند ساعتی ناپدید می‌شود، بنا بر این به دنبال علتش گشتید. بعد او را در حال بیخ‌گوشی حرف‌زدن با راهب دومینیکی دیدید و به او مظنون شدید. بنا بر این فرضیه‌ای ابداع کردید و آن اینکه او جاسوسی می‌کند. بعد منتظر نماندید که حادثه جدیدی تصادفاً روی دهد و فرضیه شما را به ثبوت برساند، بلکه آزمایش شاهین را انجام دادید. با خود گفتید اگر جاسوس باشد، در کیف را باز می‌کند و چنین هم شد. اگر متفکر عمیقی نبودید، در این مرحله فرضیه خود را اثبات شده تلقی می‌کردید. ولی از خود پرسیدید آیا ممکن نیست

فضولی باعث شده باشد که جوزپه در کیف را باز کند؟ بنا بر این اگر چه نتیجه آزمایش مثبت بود و فرضیه شما را تأیید می کرد، برایتان هنوز قطعی نبود. پس آزمایش نامه نگاری را طرح کردید و نتیجه آن را هم در تأیید فرضیه خود یافتید. با وجود همه اینها، سرانجام از او پرسیدید که آیا می تواند بخواند یا بنویسد، و هنگامی که پاسخ منفی شنیدید، متقاعد شدید که واقعاً جاسوس است، و او را اخراج کردید. کسی که می خواهد به اسرار طبیعت دست یابد نیز باید اساساً همین روش را در پیش بگیرد. بر اساس مشاهدات باید فرضیه ای ساخت و بعد با آزمایشهای دقیقاً طراحی شده آنها را امتحان کرد. گوش سپردن به نداهای تصادفی طبیعت کافی نیست؛ باید طبیعت را چند جانبه آزمود. اگر نتایج آزمایش با فرضیه در تضاد بود، فرضیه رد می شود. اما اگر سازگار بود، فرضیه اثبات نمی شود، زیرا باید پرسید که آیا نمی توان نتیجه را هنوز با روش دیگری توصیف کرد؟ اگر توصیف دیگری بیابیم، یعنی فرضیه ای تازه و متفاوت با اولی پیدا کنیم، باید آزمایش دیگری انجام دهیم تا معلوم شود کدام یک از فرضیه های اول یا دوم درست است. اگر نتیجه آزمایش دوم، بار دیگر در تأیید فرضیه اول، ولی در تضاد با فرضیه دوم بود، آنگاه باید فرضیه دوم را کنار گذاشت یا دست کم تغییر داد.

خانم نیکولینی: اما این روند هیچ گاه تمام نمی شود، زیرا همیشه می توان برای تمام آزمایشها چنین توصیفهای عجیب و غریبی یافت. برای مثال، در مورد جوزپه می توان فرض کرد که کنجکاوی باعث شد او نامه را بخواند. البته این فرضیه علت نسخه برداری او

از نامه مرا روشن نمی‌کند. اما می‌توان تصور کرد که این کار او به دلیل آن بود که مثلاً به سبک نامه‌نگاری من علاقه‌مند شد، و بعد بدان سبب قدرت خواندن و نوشتنش را انکار کرد که ترسید من بکار او رونویسی را هم بیفزایم و مشغله‌اش زیاد شود. آیا این نشان نمی‌دهد که فرضیه‌ها را نمی‌شود ثابت کرد و فقط آنها را می‌توان رد نمود؟

گاليله: نه. البته پس از هر آزمایشی که با فرضیه در تضاد باشد، می‌توان تناقض را رفع کرد. اما هر آزمایشی که نتیجه‌اش بر اساس فرضیه ما قابل پیش‌بینی باشد و نیز با تناقضات گفته‌شده سازگار نباشد، می‌تواند فرضیه ما را تأیید کند. تعداد زیادی از این آزمایش‌های تأییدکننده می‌تواند ما را به صحت فرضیه‌مان متقاعد کند، هر چند که عملاً اثبات قطعی در دست نباشد.

خانم نیکولینی: کم کم دارم متوجه می‌شوم. اگر هر جای يك پیراهن کهنه را که وصله می‌زنم جای دیگرش پاره شود آنگاه می‌فهمم که باید اصلاً آن را به دور بیندازم. ولی هنوز جواب سؤال مرا نداده‌اید. اصلاً چطور ممکن است فرضیه‌ای را درباره طبیعت مطلقاً درست دانست؟

گاليله: يك فرضیه فیزیکی در مورد طبیعت را هرگز نمی‌توان مثل يك قضیه ریاضی ثابت کرد. در ریاضیات، اثبات به کمک يك سلسله استنتاج منطقی از تعدادی اصول موضوع انجام می‌پذیرد. اما فرضیه‌های ما در مورد طبیعت، خود واقعاً اصول موضوعند، و می‌دانید که حتی در ریاضیات هم اصول موضوع را نمی‌شود ثابت

کرد. مثلاً نمی‌توانیم اصول موضوع هندسه را ثابت کنیم. ما آنها را می‌پذیریم و صحیح می‌دانیم، زیرا هندسه‌ای که بر مبنای آنها ساخته می‌شود جهانی را که ما در آن زندگی می‌کنیم به‌خوبی توصیف می‌کند. فرضیه‌های فیزیکی معمولاً به‌طور صوری قابل اثبات نیستند. تنها کاری که می‌توان انجام داد این است که از آنها نتایجی در مورد رویدادهای مشاهده‌پذیر و از نظر تجربی مهارشدنی بدست بیاوریم و بعد این نتایج را با نتایجی مقایسه کنیم که از تجربه حاصل می‌شوند. اما نتایجی را که از فرضیه‌ها استنتاج می‌کنیم باید با روشهای ریاضی نیز بدست بیاوریم، پس فرضیه‌ها نقش اصول موضوع را بازی می‌کنند، و از این اصول حقایق مورد نظر به‌کمک دقت ریاضی حاصل می‌شود.

خانم نیکولینی: حالا کم‌کم متوجه می‌شوم که چرا در مطالعه طبیعت به ریاضیات احتیاج داریم.

گاليله: این فقط یکی از علل ضرورت استفاده از ریاضیات در مطالعه علوم طبیعی است. علت دیگری هم وجود دارد که بمراتب عمیقتر است: قوانین اساسی طبیعت را به‌هیچ طریقی نمی‌توان بیان کرد مگر به‌زبان ریاضی. کتاب عظیم طبیعت را فقط کسانی می‌توانند بخوانند که به‌زبان آن آشنایی داشته باشند، و آن زبان هم ریاضیات است. کسانی که فقط راجع به طبیعت و راجی می‌کنند و از مشاهده آن یا تحریک و وادار کردن آن به‌وسیله آزمایش، غافلند، هرگز چیزی از آن را درک نمی‌کنند. ولی اگر کسی موفق شد که طبیعت را وادار سازد که با او سخن بگوید، طبیعت به‌زبان ریاضیات با او سخن

خواهد گفت، و اگر او این زبان را نداند، سخن طبیعت را هم در نخواهد یافت. متأسفانه عده زیادی هستند که این زبان را فقط به طور پراکنده و نامنظم فرا گرفته‌اند، و این کافی نیست، زیرا خیلی اتفاق می‌افتد که این افراد مفهوم بکلی متفاوتی را از سخن طبیعت برداشت می‌کنند، و بعد وقتی می‌خواهند اندیشه‌هایشان را به زبان ریاضیات بیان کنند، نتیجه‌اش لکنت‌زبانی اسفبار است. فیلسوفانی هم هستند که عقاید عجیب و غریبی - حتی می‌توانم بگویم عقایدی بدوی - نسبت به ریاضیات دارند. با وجودی که دیگر امروز نمی‌توانند لزوم دانش ریاضی را انکار کنند، می‌گویند که کسی که ریاضیات را برای مطالعه طبیعت بکار می‌گیرد، نیازی ندارد آن را عمیق و کامل فراگیرد. این درازگوشها مدعیند که تنها به نتایج نهایی احتیاج دارند؛ آنها نه حوصله و نه وقت آن را دارند که با اثبات و صورتبندی دقیق قضایا دست و پنجه نرم کنند. حرف این فیلسوفان همانقدر احمقانه است که کسی بگوید: «بگذارید ریشه و شاخه‌های درخت را قطع کنیم، چون فقط به میوه‌های آن نیاز داریم.» کسی که می‌خواهد از میوه‌های ریاضیات بهره‌مند شود، چه بخواهد و چه نخواهد باید روش تفکر آن را نیز بپذیرد.

خانم نیکولینی: من متوجه نمی‌شوم که چطور ممکن است کسی بخواهد ریاضیات را بکارگیرد ولی با روح آن نیز در ستیز باشد. من در ریاضیات تنها یک تازه‌کارم، و دانشم فقط در همین حد اندکی است که شما در طی صحبت‌هایمان به من آموخته‌اید، بنا بر این شاید اظهار نظرم در این مورد پرمدعایی باشد. با این حال، من

متوجه مطلبی شده‌ام. ولی نمی‌خواهم خسته‌تان بکنم، چون یقیناً آنچه بتوانم بگویم خودتان می‌دانید.

گاليله: لطفاً ادامه بدهید. نظرتان را بگویید. خیلی مایلم بدانم نکته‌ای که متوجه آن شده‌اید چیست. ذهن بی‌غرض و منصفانه شما به چیزهایی توجه می‌کند که از دید بسیاری از همکاران دانش-آموخته من پنهان می‌ماند.

خانم نیکولینی: متوجه شده‌ام که يك قضیه ریاضی را تنها هنگامی واقعاً فهمیده‌ام که اثبات آن را کاملاً درك کرده باشم. حتی اتفاق افتاده است که تنها، وقتی قضیه‌ای را برایم از راه متفاوت دیگری ثابت کرده‌اید، آن را کاملاً متوجه شده‌ام. زمانی به من گفتید که می‌خواهید راه حل متفاوتی برای يك قضیه ارائه بدهید. اعتراف می‌کنم که با خود گفتم چه لزومی دارد که چنین کنید، و چرا يك اثبات کفایت نمی‌کند. اما بعد متوجه شدم که چقدر مفید است که از جهات مختلف به مسأله‌ای نظر کنیم، درست مانند آنکه مجسمه‌ای را از زوایای مختلف تماشا کنیم. البته درك می‌کنم که چرا انسان گاهی از اثبات دشوارتر می‌گریزد. خودم هم بسیاری اوقات از يك سلسله استدلال طولانی که می‌بایست گام به گام دنبال شود وحشت زده می‌شدم. من در این موارد احساس کوهنوردی را داشتم که به طرف قله‌ای در میان پرتگاههای خطرناك در حرکت است و باید تنها جلو پایش را نگاه کند تا مبادا پایش بلغزد. اما جالب توجه این است که وقتی به قله می‌رسد و از آن بالا به منظره اطرافش می‌نگرد، آن چنان لذت غیرقابل توصیفی به او دست می‌دهد که همه مشکلات راه را از

یادمی برد. ابتدا من اثباتهای طولانی را به شوق رسیدن به چنین چشم‌اندازی دنبال می‌کردم. اما بتازگی از هر گام شگفت‌انگیز و نبوغ‌آمیز اثبات لذت فراوانی می‌برم که بالذت شنیدن زیباترین قطعات موسیقی قابل مقایسه است. فکر می‌کنم که وضعیت برای کوهنورد هم مشابه این است: ابتدا او فقط به فکر قله و منظره زیبایی است که از آنجا می‌بیند، ولی کم‌کم برایش نفس کوهنوردی اهمیت پیدا می‌کند، از سرراه برداشتن هر مانعی و پیدا کردن هر دستاویزی در میان صخره‌ها برایش شادی بخش و فرح‌افزا می‌شود.

گالیله: نمی‌دانید حرفهای شما چقدر مرا خوشحال کرد. در طول عمر درازم فقط تعداد کمی از شاگردانم مرا و روح واقعی ریاضیات را اینقدر خوب فهمیده‌اند. هر وقت چیز جدیدی به شما یاد می‌دهم، بلافاصله به چشمانتان نگاه می‌کنم تا برق آنها را مشاهده کنم. هر وقت چشمانتان برق می‌زند، می‌فهمم که متوجه نکته قضیه شده‌اید. هنگام تدریس، این برق دیدگان بالاترین لذتها را به من می‌دهد. درست مثل لذت آن لحظه‌ای است که آتش اجاق، پس از سعی زیاد در روشن کردنش، بالاخره زبانه می‌کشد. معلمانی هستند که می‌خواهند ریاضیات را با حفظ کردن قواعد و روشهای مکانیکی به شاگردانشان بیاموزند. کار آنها از سر رفع تکلیف است، و تدریسشان پشیزی نمی‌ارزد. معلم واقعی کسی است که به شاگردش یاد می‌دهد که چگونه باید فکر کند و بفهمد. کسی که در عوض فهم حقیقی مطلب فقط دستورالعملها را می‌آموزد، قادر نخواهد بود که آنها را درست بکارگیرد، زیرا دانستن درست تنها در سایه تفکر امکان‌پذیر است.



کسی که به جای فکر کردن تنها به شمردن اکتفا کند، معمولاً پیچیده-ترین راهها را خواهد پیمود و غالباً هم آن چیزی را که لازم است نمی‌شمارد. بنا بر این حتی اگر اشتباه هم نکند، نتیجه‌اش بی‌ارزش و بی‌فایده خواهد بود. بگذارید دو مطلب به گفته‌های شما اضافه کنم. اول اینکه ریاضیات علاوه بر آنکه مفید است و برای کسانی که می‌خواهند به مطالعه طبیعت پردازند یا از قدرت آن - مثلاً در ساختن ماشینها - استفاده کنند اجتناب‌ناپذیر است، مبحثی است بسیار زیبا و جالب توجه، و از ماجراجوییهای هیجان‌انگیز و شگفتی‌آور مغز آدمی است. من فکر می‌کنم که زیبایی ریاضیات يك نکته فرعی و الحاقی به آن نیست، بلکه یکی از خصایص اساسی آن است. حقیقت همیشه زیباست و زیبایی همیشه حقیقت دارد. یونانیان باستان به این نکته خوب پی برده بودند. کسانی که تصوراتی منحط از ریاضیات دارند، یا زیبایی آن را نمی‌بینند و یا اینکه بدان مشکو کنند، گمان می‌برند زیبایی يك جنبهٔ تجملی و زائد است، و وقتی بدان پشت می‌کنند به خیال خود به واقعیت نزدیکتر می‌شوند. این کسان خود را مرد عمل می‌نامند و متکبران به تحقیر کسانی می‌پردازند که در روح واقعی ریاضیات نفوذ کرده‌اند. در حالی که هیچ چیز غیر منطقیتر از خودبینی آنها نیست که در واقع انعکاس ناتوانی خود آنهاست. حالت آنها درست مثل اسکندر کبیر است که از روی خشم گره گوردیوس<sup>۱</sup> را با شمشیر برید، زیرا نتوانست به راز آن پی ببرد. این را هم بدانید که در دربار حکومت‌های خودکامهٔ ابتدایی، هنر و علم

---

1. Gordius

صرفاً جنبه تشریفاتی داشتند، در حالی که در یونان باستان هنر و علم هر دو اجزاء تشکیل یافته زندگی بودند. این هر دو به روشهای مختلف به آدمیان کمک کردند تا خودشان و جهان اطرافشان را بشناسند. حالا که پس از ۲۰۰۰ سال ما ادامه دادن به راه آنها را آغاز کرده‌ایم باید از آنجایی شروع کنیم که ارشمیدس باز ایستاد.

خانم نیکولینی: درست می‌گویید، هنرمندان عصر ما هم همین کار را می‌کنند. ولی گفتید که به گفته‌های من دو نکته می‌خواهید بیفزایید. نکته دوم چیست؟

گاليله: نکته دومی که می‌خواهم بیان کنم، با نکته اول رابطه بسیار نزدیک دارد. تا به حال راجع به زیبایی ریاضیات و لذتی که از آن حاصل می‌شود صحبت کرده‌ام. این لذت، درست مانند لذت درك زیبایی يك اثر هنری است. مولد این لذت شناخت واقعی، و نشانه آن برق زدن چشمان آدمی است. اما در ریاضیات این لذت فقط با کوشش بسیار بدست می‌آید. تمثیل کوهنوردی شما را بدان سبب دوست دارم که این جنبه را هم نشان می‌دهد. بدون تلاش عمیق فکری نمی‌توان در ریاضیات پیش رفت. اما کسی که لذت دانش ناب را چشیده و به زیبایی آن پی برده باشد، دوست دارد که رنج آن را بارها و بارها تحمل کند. هدف اصلی تعلیم ریاضیات نیز باید این باشد که شاگردان را با این حظ وافر آشنا کند و از این راه تفکر سازمان یافته و منطقی را که خاص ریاضیات است به آنها بیاموزد. این موضوع از آن رو مهم است که کسانی که هنر تفکر منطقی را از راه ریاضیات بیاموزند، می‌توانند آن را در همه شئون زندگی بکار گیرند.

خانم نیکولینی: بعضیها معتقدند که اگر همه کس فکر خود را بکار بیندازد، هرج و مرج خواهد شد. آنها می‌گویند بهتر است مردم از قدمای صاحب اختیار پیروی کنند. نظر شما در این باره چیست؟

گاليله: همه عمرم، در جنگ با این گونه عقاید سپری شده است. بگذارید به يك مثال اکتفا کنم. ارسطو فکر می‌کرد که برای ادامه حرکت يك جسم، نیرو لازم است. اما این موضوع درست نیست: محتوای اصلی کار جدید من، که ادله فراوانی آن را تأیید می‌کنند، این است که تنها برای تغییر حرکت نیرو لازم است؛ اگر نیرویی بر جسم متحرك وارد نشود، آن جسم حرکت خود را ادامه می‌دهد. بدون تشخیص این پدیده، هیچ کس قادر به درك قوانین حرکت نخواهد بود. دلیل اینکه ۲۰۰۰ سال است که مردم متوجه این مطلب نشده‌اند این است که به گفته قدمای صاحب اختیار - ارسطو - بیشتر از مشاهدات خود اعتقاد داشتند. در زندگی عادی نیز همانند کارهای علمی، مردم باید شخصاً به مسائل بیندیشند. مردم همچون گوسفندان نیستند که کسی باید آنها را به کمک سگهای گله به آغل براند. فرق انسان با حیوان در این است که او قادر به تفکر و اندیشیدن است. کسی که معتقد است انسان نباید شخصاً فکر کند، می‌خواهد او را تا درجه حیوان تنزل دهد. به هر حال فکر می‌کنم که از بحث اصلی خود دور شده‌ایم. نمی‌دانم آیا به سؤال شما جواب دادم یا نه؟

خانم نیکولینی: سرانجام خوب متوجه نشدم که منظورتان چه بود وقتی به توریچلی گفتید که هنوز اثبات قاطعی برای نظریه کپرنیک پیدا نکرده‌اید. از مطالبی که پیشتر ابراز داشتید به نظر

رسید که چنین اثباتی اصلاً نمی‌تواند وجود داشته باشد.

گالیله: سرکار خانم نیکولینی، شما اشتباه متوجه مطلب شده‌اید. می‌توان تصور اثباتی را کرد که بالاخره فرضیه سکون زمین در مرکز عالم و گردش خورشید به دور آن را باطل سازد. وقتی من از اثبات قاطع سخن می‌گویم، منظورم آزمایش یا مشاهده‌ای است که به هیچ وجه با مفهوم بطلمیوسی عالم سازگار نباشد. من مرتب در این راه گام بر می‌دارم. برای اینکه بهتر متوجه سختی مسأله بشوید، به این آزمایش توجه کنید: تصور کنید که در يك کشتی، در اتاقی دربسته و بدون پنجره هستید؛ اگر نیمه شب از خواب بیدار شوید، حتی اگر مجهز به وسایلی برای آزمایش هم باشید، متوجه نخواهید شد که آیا کشتی ایستاده است یا روی خط مستقیم با سرعتی یکنواخت حرکت می‌کند. مثلاً اگر شیئی را رها کنید، در این دو وضع، فرود آمدنش یکسان است. البته اگر کشتی سرعت یا جهتش را تغییر دهد، حالت فرود آمدن آن شیء فرق می‌کند. اما مادامی که سرعت یکنواخت، و مسیر مستقیم است، از درون اتاق نمی‌توان حرکت را حس کرد. البته اگر اتاق پنجره داشته باشد و از آن بتوان ساحل را دید، قادر خواهیم بود حرکت کشتی را نسبت به ساحل حس کنیم. اما اگر در عرشه کشتی ایستاده باشیم و فقط کشتی دیگری را ببینیم که نسبت به کشتی ما در حرکت است، باز نمی‌توانیم بفهمیم که آیا این تغییر بر اثر حرکت آن کشتی است یا کشتی خودمان، یا هر دو.

خانم نیکولینی: من این مطلب را می‌فهمم. ولی بنا بر نظریه

کپرنیک حرکت زمین روی خط مستقیم نیست و به دور خورشید

خانم نیکولینی: بعضیها معتقدند که اگر همه کس فکر خود را بکار بیندازد، هرج و مرج خواهد شد. آنها می‌گویند بهتر است مردم از قدمای صاحب اختیار پیروی کنند. نظر شما در این باره چیست؟

گاليله: همه عمرم، در جنگ با این گونه عقاید سپری شده است. بگذارید به يك مثال اکتفا کنم. ارسطو فکر می‌کرد که برای ادامه حرکت يك جسم، نیرو لازم است. اما این موضوع درست نیست: محتوای اصلی کار جدید من، که ادله فراوانی آن را تأیید می‌کنند، این است که تنها برای تغییر حرکت نیرو لازم است؛ اگر نیرویی بر جسم متحرك وارد نشود، آن جسم حرکت خود را ادامه می‌دهد. بدون تشخیص این پدیده، هیچ کس قادر به درك قوانین حرکت نخواهد بود. دلیل اینکه ۲۰۰۰ سال است که مردم متوجه این مطلب نشده‌اند این است که به گفته قدمای صاحب اختیار - ارسطو - بیشتر از مشاهدات خود اعتقاد داشتند. در زندگی عادی نیز همانند کارهای علمی، مردم باید شخصاً به مسائل بیندیشند. مردم همچون گوسفندان نیستند که کسی باید آنها را به کمک سگهای گله به آغل براند. فرق انسان با حیوان در این است که او قادر به تفکر و اندیشیدن است. کسی که معتقد است انسان نباید شخصاً فکر کند، می‌خواهد او را تا درجه حیوان تنزل دهد. به هر حال فکر می‌کنم که از بحث اصلی خود دور شده‌ایم. نمی‌دانم آیا به سؤال شما جواب دادم یا نه؟

خانم نیکولینی: سرانجام خوب متوجه نشدم که منظورتان چه بود وقتی به توریچلی گفتید که هنوز اثبات قاطعی برای نظریه کپرنیک پیدا نکرده‌اید. از مطالبی که پیشتر ابراز داشتید به نظر

رسید که چنین اثباتی اصلاً نمی‌تواند وجود داشته باشد.

گاليله: سرکار خانم نیکولینی، شما اشتباه متوجه مطلب شده‌اید. می‌توان تصور اثباتی را کرد که بالاخره فرضیه سکون زمین در مرکز عالم و گردش خورشید به دور آن را باطل سازد. وقتی من از اثبات قاطع سخن می‌گویم، منظورم آزمایش یا مشاهده‌ای است که به هیچ وجه با مفهوم بطلمیوسی عالم سازگار نباشد. من مرتب در این راه گام بر می‌دارم. برای اینکه بهتر متوجه سختی مسأله بشوید، به این آزمایش توجه کنید: تصور کنید که در يك کشتی، در اتاقی در بسته و بدون پنجره هستید؛ اگر نیمه‌شب از خواب بیدار شوید، حتی اگر مجهز به وسایلی برای آزمایش هم باشید، متوجه نخواهید شد که آیا کشتی ایستاده است یا روی خط مستقیم با سرعتی یکنواخت حرکت می‌کند. مثلاً اگر شیئی را رها کنید، در این دو وضع، فرود آمدنش یکسان است. البته اگر کشتی سرعت یا جهتش را تغییر دهد، حالت فرود آمدن آن شیء فرق می‌کند. اما مادامی که سرعت یکنواخت، و مسیر مستقیم است، از درون اتاق نمی‌توان حرکت را حس کرد. البته اگر اتاق پنجره داشته باشد و از آن بتوان ساحل را دید، قادر خواهیم بود حرکت کشتی را نسبت به ساحل حس کنیم. اما اگر در عرشه کشتی ایستاده باشیم و فقط کشتی دیگری را ببینیم که نسبت به کشتی ما در حرکت است، باز نمی‌توانیم بفهمیم که آیا این تغییر بر اثر حرکت آن کشتی است یا کشتی خودمان، یا هر دو.

خانم نیکولینی: من این مطلب را می‌فهمم. ولی بنا بر نظریه کپرنیک حرکت زمین روی خط مستقیم نیست و به دور خورشید

است. آیا این مانند تغییر جهت در حرکت کشتی نیست که می‌توان از درون اتاقك در بسته متوجهش شد؟

گاليله: اگر کشتی خیلی آهسته و تدریجی تغییر جهت بدهد، احساس آن بسیار دشوار است؛ ما فقط تغییرات ناگهانی را متوجه می‌شویم. يك سال طول می‌کشد تا زمین گرد خورشید بچرخد، و ظرف چند ساعت تنها مقدار بسیار ناچیزی جهتش را تغییر می‌دهد. این است که پی‌بردن به این پدیده خیلی سخت است.

خانم نیکولینی: درباره چرخش زمین حول محور خودش چه می‌گویید؟ تا آنجا که من می‌دانم، بر طبق نظریه کپرنیک زمین هر روز يك دور حول محورش دوران می‌کند. آیا مستقیماً نمی‌توان آن را به طریقی حس کرد؟

گاليله: از سؤالتان چنین بر می‌آید که منظورم را از اثبات قاطعی که در پی آن هستم فهمیده‌اید. در هر حال، چنانکه گفتم، هنوز آن را پیدا نکرده‌ام. ولی اطمینان دارم که علم بزودی به آن دست خواهد یافت.

خانم نیکولینی: سؤال دیگری هم دارم: کاملاً متوجه نشدم که منظورتان از اینکه گفتید قوانین طبیعت را به زبان ریاضیات نوشته‌اند چیست. ممکن است برای تشریح آن مثالی بزنید؟

گاليله: لطفاً با من کنار پنجره بیایید. به این توپ نگاه کنید؛ من آن را رها می‌کنم و شما چگونگی فرود آمدن آن را به زمین مشاهده کنید. چیزی دستگیرتان شد؟

خانم نیکولینی: بنظر می‌رسد که سرعت فرود آمدن آن زیاد و

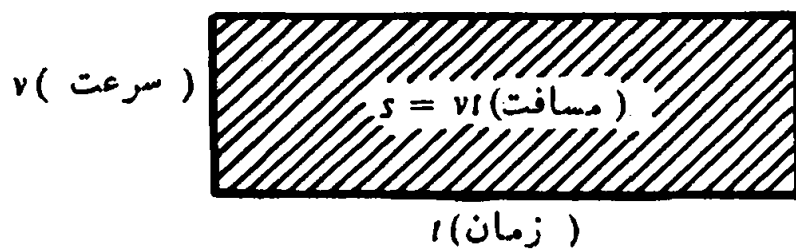
زیادتر می شود.

گاليله: حق با شماست، ولی افزایش این سرعت چگونه است؟  
 نظم خیره کننده و در عین حال ساده‌ای در آن وجود دارد. اگر  
 مسافتی را که توپ در زمانهای مساوی طی کرده‌است اندازه بگیرید،  
 می بینید که نسبت تغییرات آن مانند اعداد فرد است. مثلاً در ثانیه  
 دوم مسافت طی شده سه برابر ثانیه اول است؛ در ثانیه سوم پنج برابر  
 ثانیه اول؛ در ثانیه چهارم هفت برابر ثانیه اول، و همین طور تا  
 آخر. پس افزایش سرعت جسم در حال سقوط یکنواخت است. به  
 عبارت دیگر حرکت آن به طور یکنواختی غیر یکنواخت است. پیروان  
 مکتب مدرسی این نوع حرکت را مطالعه می کردند، اما برای آن  
 ریاضیات را بکار نمی بردند. در حالی که این حرکت بدون ریاضیات  
 واقعاً قابل درک نیست.

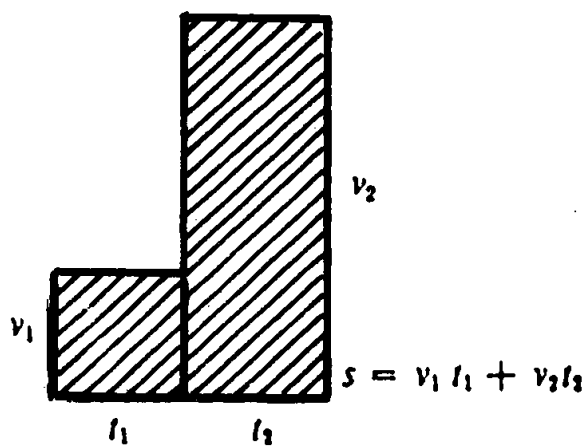
خانم نیکولینی: جداً که خیلی جالب توجه است.

گاليله: کمی صبر کنید، هنوز حرفم در مورد سقوط اجسام  
 تمام نشده‌است. آنچه قبلاً گفتم می توان این طور هم بیان کرد که  
 سرعت جسم، متناسب با زمان تغییر می کند. حالا بیایید مسافتی را  
 که جسم در حال سقوط از ابتدا تا يك لحظه دلخواه طی می کند در  
 نظر بگیریم. فرض کنید که در ثانیه اول مسافتی به اندازه  $a$  را  
 پیموده باشد؛ در ثانیه دوم طبق آنچه گفتم مسافتی به اندازه  $3a$  را  
 طی می کند، پس در ثانیه‌های اول و دوم روی هم رفته  $3a + a = 4a$   
 را می پیماید. حال شما بگویید که می دانید در ثانیه سوم چه مسافتی  
 طی می شود؟

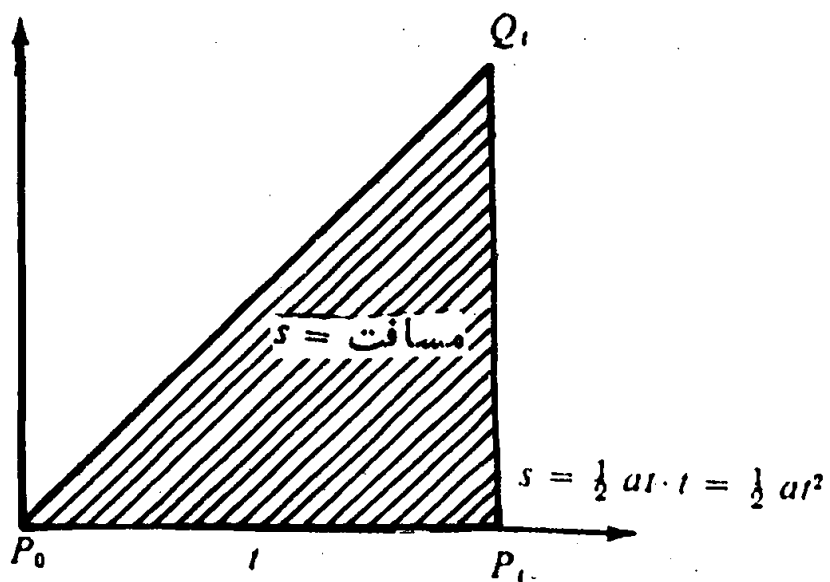




حرکت با سرعت ثابت



حرکت با سرعت قطعه‌ای ثابت



حرکت با سرعتی که بطور یکنواخت تغییر می‌کند.

خانم نیکولینی: البته  $5a$ ، پس در سه ثانیه اول جمعاً  $4a + 5a = 9a$  را می‌پیماید؛ در ثانیه چهارم مسافتی به طول  $7a$  را طی می‌کند و تا آن موقع کلاً  $16a$  را طی کرده‌است.

گالیه: پس جسم در حال سقوط در دو ثانیه  $4a$  و در سه ثانیه  $9a$  و در چهار ثانیه  $16a$  را طی می‌کند. در این مطلب نظمی نمی‌بینید؟

خانم نیکولینی: بنظر می‌رسد که طول مسافتی که از ابتدا طی شده، متناسب با مربع تعداد ثانیه‌ها باشد. آیا واقعاً چنین است؟

گالیه: بله، و این موضوع نه فقط برای ثانیه‌های اول، دوم، سوم، ...، بلکه در حالت کلی هم درست است.

خانم نیکولینی: چگونه می‌توان این نظم را در حالت کلی به اثبات رسانید؟

گالیه: خیلی ساده است. خط مستقیمی به نام  $L$  بکشید و نقطه  $P_0$  را روی آن انتخاب کنید. فرض کنید که  $P_0$  متناظر با لحظه شروع حرکت باشد. در این صورت هر نقطه  $Q_t$  روی خط  $L$  در طرف راست  $P_0$  نمایانگر لحظه  $t$  پس از آغاز حرکت خواهد بود. در هر نقطه  $P_t$  خطی عمود بر  $L$  رسم کنید و روی آن نقطه  $Q_t$  را طوری انتخاب کنید که فاصله‌اش از  $Q_t$  مساوی با سرعت جسم در حال سقوط در لحظه  $t$  باشد. چون سرعت متناسب با زمان افزایش می‌یابد، نقاط  $Q_t$  همگی روی یک خط راست گذرنده از  $P_0$  خواهند بود.

خانم نیکولینی: این درست، ولی چگونه می‌توان از روی این

شکل مجموع مسافت طی شده را یافت؟

گاليله: خیلی ساده: مسافت طی شده تا لحظه  $t$  برابر با مساحت مثلث  $P_0P_tQ_t$  است.

خانم نیکولینی: چرا؟

گاليله: اگر سرعت ثابت باشد، مسافت طی شده مساوی است با حاصلضرب سرعت در زمان. اگر خط افقی نشانگر زمان و خط عمودی نمایانگر سرعت باشد، مسافت طی شده برابر است با مساحت مستطیلی که یک ضلعش زمان است و ضلع دیگرش سرعت. اگر سرعت تغییر کند، مسأله مشکلتر می شود، ولی مسافت هنوز با یک مساحت قابل بیان است. مثلاً اگر سرعت برای مدتی ثابت باشد و ناگهان افزایش بیابد و در آن حالت بماند، مسافت طی شده مساوی است با مساحت ناحیه‌ای متشکل از دو مستطیل. اگر سرعت مرتباً تغییر کند اما بین هر دو تغییر ناگهانی ثابت بماند، مسافت طی شده برابر خواهد بود با مساحت ناحیه‌ای مرکب از تعداد زیادی مستطیل. اگر سرعت به طور پیوسته و یکنواخت از صفر شروع به افزایش کند، مسافت طی شده مساوی مساحت یک مثلث است. برای فهمیدن دلیل آن، کافی است توجه کنید که مثلث ترکیبی است از تعداد بی شماری مستطیل موازی بی نهایت نازک با ارتفاعهای مختلف.

خانم نیکولینی: واقعاً خارق العاده است. آیا کتاب شما در

باب ریاضیات حرکت با این سؤال هم سر و کار خواهد داشت؟

گاليله: بله، در آن کتاب راجع به بسیاری از مسائل مشابه

دیگر نیز توضیح خواهم داد. درست همان طور که می توان پیش بینی

کرد که وضعیت سنگی که در حال سقوط است در هر لحظه چیست، می‌توان نشان داد که اگر سنگی را در هر راستایی پرتاب کنیم، مسیرش سهمی خواهد بود. این مشاهده نه تنها به دلایل عملی جالب توجه است، بلکه به کمک آن می‌توانم نشان دهم که چگونه حرکتهای مختلف را می‌توان درهم آمیخت. در واقع برای من عجیب است که چرا هیچ کس، به استثنای احتمالاً ارشمیدس سعی نکرد مسیر حرکت يك قطعه سنگ را در حالت سقوط یا پرتاب بررسی کند در حالی که از زمان بطلمیوس سعی شده بود که مدار ظاهری خورشید، ماه و سیارات محاسبه شود. بگذارید باز هم مرا به الحداد محکوم کنند، اما باز حرفم را تکرار می‌کنم که قوانین حاکم بر حرکت در زمین همان است که در آسمانها.

خانم نیکولینی: پس جهان هستی مانند ساعت بسیار بزرگی است که در آن می‌توانیم دقیقاً حساب کنیم که هر چرخه، کوچک یا بزرگ، چگونه می‌چرخد.

گاليله: این نظم خارق‌العاده تنها يك فصل از «کتاب طبیعت» است. رویدادهای نامنظم، غیرقابل پیش‌بینی، و تصادفی نیز بسیارند.

خانم نیکولینی: منظورتان چیست؟

گاليله: ستاره‌گان جدیدی را در نظر بگیرید که گاه‌گاه (مثل ۶۰ سال پیش) ظاهر می‌شوند. مثلاً ستاره‌های ناگهان در آسمان ظاهر می‌شود، چند سالی درخششش بیشتر و بیشتر می‌شود، اما درست همان گونه که به‌طور ناگهانی ظاهر شد ناگهان هم غیبش می‌زند.

لکه‌های خورشیدی را در نظر بگیرید که دور خورشید و نزدیک سطح آن می‌چرخند، گاهی بزرگ می‌شوند و گاهی کوچک، بعضی وقتها ظاهر می‌شوند، می‌چرخند، و بعد غیب می‌شوند. نمی‌شود گفت که جهان از همه جهات تابع يك ساخت و کار است؛ از بعضی جنبه‌ها بیشتر به يك زن هوسباز و غیرقابل پیش‌بینی می‌ماند.

خانم نیکولینی: از آنچه گفتید بنظر می‌رسد که در کتاب طبیعت فصولی هم هست که به زبان ریاضیات نوشته نشده‌است، زیرا که با پیشامدهای غیرقابل پیش‌بینی سر و کار دارد.

گاليله: اشتباه می‌کنید و حق هم دارید، زیرا تا به حال فقط گامهای نخست در توصیف ریاضی پدیده‌های تصادفی برداشته شده است. اما این کار شدنی است، و من اخیراً این را با يك مثال بسیار ساده نشان داده‌ام.

خانم نیکولینی: مثالتان را اگر ممکن است بگویید.

گاليله: بازی قدیمی اما هنوز متداول تاس را در نظر بگیرید، اگر تاس را بریزیم، طرز نشستن آن کاملاً به شانس بستگی دارد. اگر اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ را روی شش وجه تاس بنویسیم و آن را بریزیم، تنها چیزی که می‌توان گفت این است که یکی از این اعداد خواهد آمد. اما اگر تاسی را به دفعات زیاد بریزیم، نظم خاصی را مشاهده خواهیم کرد: هر يك از این اعداد به تعداد تقریباً مساوی ظاهر خواهد شد. مسأله جالبتر این است که اگر دو تاس را همزمان بریزیم و اعداد حاصل شده را جمع کنیم، چه خواهیم دید. انتظار شما چیست؟

خانم نیکولینی: کاملاً واضح است؛ مجموع می‌تواند هر عددی بین ۲ و ۱۲ باشد.

گاليله: بله، اما احتمال آمدن این ۱۱ عدد مساوی نیست. تقریباً در  $\frac{1}{6}$  دفعات مجموع ۷ را می‌بینیم؛ دو عدد ۶ و ۸ در تقریباً  $\frac{5}{36}$  دفعات ظاهر می‌شوند؛ بعد دو عدد ۵ و ۹ در  $\frac{1}{9}$  دفعات، و ۴ و ۱۰ در  $\frac{1}{12}$  دفعات مشاهده خواهند شد؛ دو عدد ۳ و ۱۱ را در حدود  $\frac{1}{18}$  کل دفعات می‌بینیم، و بالاخره اعداد ۲ و ۱۲ در  $\frac{1}{36}$  دفعات ظاهر می‌شوند.

خانم نیکولینی: عجیب بنظر می‌رسد. چرا چنین می‌شود؟

گاليله: دلیل ساده‌اش این است که ۴ به ۳ طریق ممکن بدست می‌آید: یکی اینکه تاس اول ۳ و تاس دوم ۱ بیاید، دیگر اینکه تاس اول ۱ و تاس دوم ۳ بیاید، و سوم اینکه هر دو تاس ۲ بیایند. در حالی که ۱۲ فقط به یک طریق ظاهر می‌شود و آن اینکه هر دو تاس ۶ بیایند. پس در بین این مجموعه‌ها، ۴ تقریباً ۳ برابر ۱۲ ظاهر می‌شود.

خانم نیکولینی: حالا که اینها را گفتید، سعی می‌کنم این قوانین را يك بار در بازیهای آینده‌ام بکار بگیرم. فکر می‌کنید می‌توانم پول زیادی برنده شوم؟

گاليله: اگر قوانین بازی طوری طرح شده باشند که هیچ بازیکنی در وضعیت از پیش مطلوبتری نسبت به بازیکن دیگر، قرار نداشته باشد، آن بازی عادلانه است، البته اگر قوانین به طریق صحیحی وضع نشده باشند، بازیکن می‌تواند مقدار زیادی پول ببرد به شرط آنکه آن اندازه پول داشته باشد که بتواند بازی را تا به آنجا

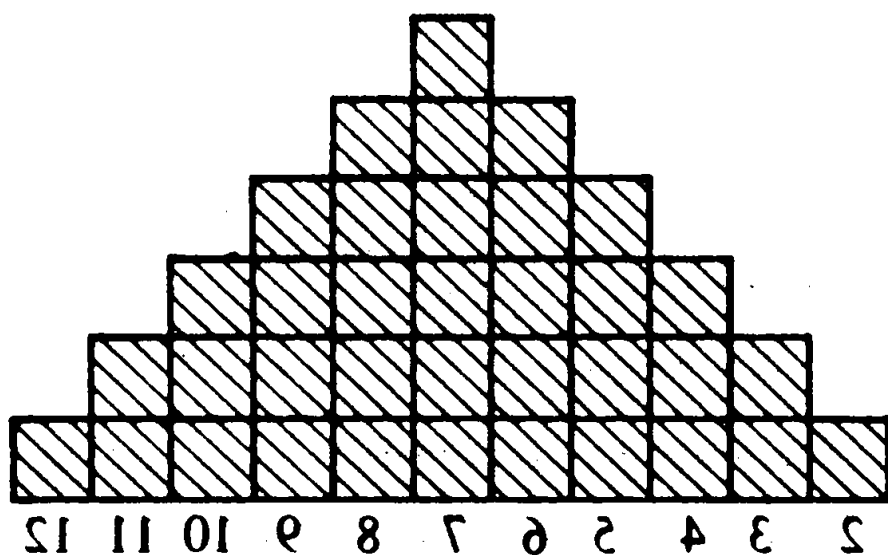
ادامه دهد که قوانین شانس در موردش به اجرا درآیند.

خانم نیکولینی: هرگز فکر نمی‌کردم که حتی پایه‌های شانس هم ریاضی باشد. این مطالب به چه شاخه‌ای از ریاضیات تعلق دارد؟

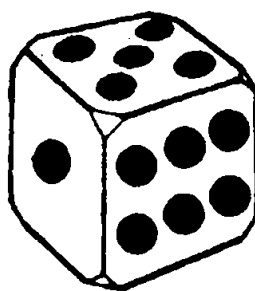
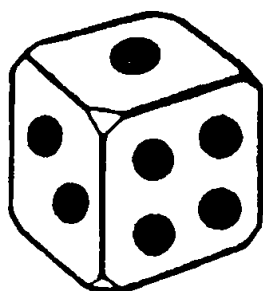
گاليله: این مبحث به قدری جدید است که هنوز برایش نامی نگذاشته‌اند. می‌توان آن را مثلاً حساب احتمالات نامید.

خانم نیکولینی: چگونه است که من تا به حال درباره آن هیچ چیزی نشنیده‌بودم؟

گاليله: چون ریاضیدانها عادت کرده‌اند که فقط با چیزهای منظم و دقیق سر و کار داشته‌باشند، و تا همین اواخر از مطالعه قوانین شانس کوتاهی کرده‌بودند، زیرا بنظر نمی‌رسید که این رشته ربطی به ریاضیات داشته‌باشد. این هم یکی از همان مواردی است که اطاعت کردن محض از پیشگامان باعث گمراهی شده‌است، زیرا ارسطو می‌گفت ریاضیات فقط با چیزهایی سر و کار دارد که تغییرناپذیر باشند. خودتان می‌دانید که شاید هیچ چیز تغییرپذیرتر از شانس نیست. البته تعصبات قدیمتر دیگری نیز وجود داشت: طبق سنت مردم اتفاقات تصادفی مانند ریختن تاس، پرواز پرندگان، و شکل‌های نامنظم جگر حیوان قربانی شده را نشانی از اراده خدایان می‌انگاشتند. این باعث شده‌بود که کوشش برای درك یا مطالعه وقایع تصادفی به یاری عقل آدمی کفر شمرده‌شود. به هر حال نظر من این است که در سر آدمی چیزی به نام مغز گذاشته‌اند که می‌تواند از آن استفاده کند.



$$\begin{aligned}
 2 &= 1 + 1 \\
 3 &= 1 + 2 = 2 + 1 \\
 4 &= 1 + 3 = 2 + 2 = 3 + 1 \\
 5 &= 1 + 4 = 2 + 3 = 3 + 2 = 4 + 1 \\
 6 &= 1 + 5 = 2 + 4 = 3 + 3 = 4 + 2 = 5 + 1 \\
 7 &= 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4 = 4 + 3 = 5 + 2 = 6 + 1 \\
 8 &= \quad \quad = 2 + 6 = 3 + 5 = 4 + 4 = 5 + 3 = 6 + 2 \\
 9 &= \quad \quad \quad = 3 + 6 = 4 + 5 = 5 + 4 = 6 + 3 \\
 10 &= \quad \quad \quad \quad = 4 + 6 = 5 + 5 = 6 + 4 \\
 11 &= \quad \quad \quad \quad \quad = 5 + 6 = 6 + 5 \\
 12 &= \quad \quad \quad \quad \quad \quad = 6 + 6
 \end{aligned}$$



$$1 + 5 = 6$$



خانم نیکولینی: با اینکه معلومات من فقط در حد چیزهایی است که از شما شنیده‌ام، جداً از راهی که ریاضیات مسائل پیچیده را ساده می‌کند لذت فراوان می‌برم. با نور مشعل ریاضیات، بسیاری از مسائل سخت و غیرقابل فهم همچون بلور شفاف و روشن می‌شوند. گاليله: درست است، ولی باید به شما بگویم که ریاضیات گاهی هم نشان می‌دهد که چیزهای به ظاهر ساده واقعاً خیلی مشکل و پیچیده است.

خانم نیکولینی: منظورتان چیست استاد؟

گاليله: بگذارید تنها يك مثال خیلی ساده برای شما بزنم. روی این کاغذ اعداد صحیح را از صفر به بعد می‌نویسیم:

۰, ۱, ۲, ۳, . . . .

فرض کنید که این دنباله تا بی‌نهایت ادامه داشته باشد. حال در میان این اعداد، آنهایی را که مربع کاملند مشخص می‌کنیم. هر چه جلوتر برویم، تعداد اعداد مربع کامل کمتر و کمتر می‌شود، زیرا فاصله میان آنها بیشتر و بیشتر می‌گردد.

خانم نیکولینی: درست است، فاصله میان آنها را اعداد فرد

تشکیل می‌دهند: ۱, ۳, ۵, ۷, ۹, . . . .

گاليله: این اعداد مانند مسافت طی شده در ثانیه‌های متوالی سنگی در حال سقوط آزاد است. حالا به من جواب بدهید: اگر بگویم که تعداد اعدادی که مربع کاملند کمتر از تعداد کل اعداد است، آیا درست گفته‌ام؟

خانم نیکولینی: مسلماً.

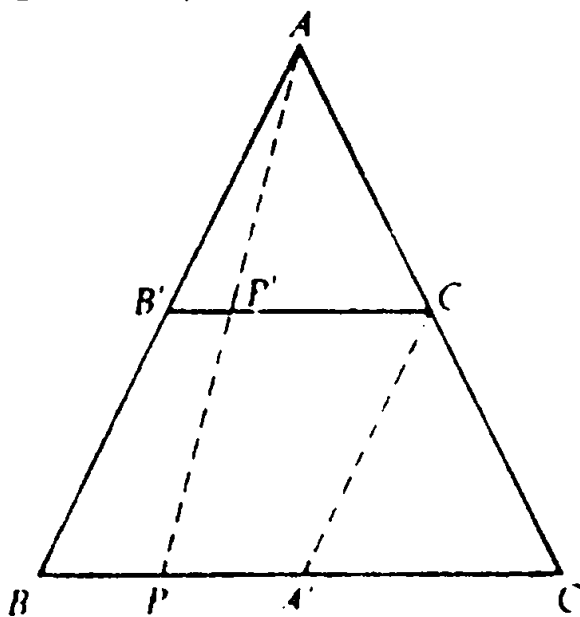
گاليله: حالا این کار را بکنید: دوباره دنباله اعداد صحیح را بنویسید و زیر آن مربع آنها را یادداشت کنید. در سطر دوم فقط اعدادی وجود دارند که مربع کاملند و هر عدد فقط يك بار ظاهر می شود.

خانم نیکولینی: بله.

گاليله: زیر هر عدد از سطر اول يك عدد از سطر دوم وجود دارد، پس در سطر دوم همان تعداد عدد هست که در سطر اول. آیا هنوز هم می گویند که تعداد کل اعداد صحیح بیشتر از تعداد اعداد مربع کامل است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶....
- ۱ ۴ ۹ ۱۶ ۲۵ ۳۶ ۴۹ ۶۴ ۸۱....

خانم نیکولینی: من کاملاً سردرگم شده ام. موضوع چیست؟



گاليله: نکته این است که قوانینی که برای تعدادی متناهی از اشیاء صادق است، لزوماً برای تعدادی نامتناهی برقرار نیست. در واقع زنون قبلاً متوجه این مطلب شده بود (احتجاج مسابقه دو او را

به یاد دارید؟) وی متوجه شده بود که اگر پاره خط  $B'C'$  را از نقطه  $A$  روی پاره خط بلندتر  $BC$  تصویر کنیم، آنگاه به هر نقطه  $B'C'$  مانند  $P'$  يك نقطه  $BC$  مانند  $P$  متناظر می شود. تنها زنون متوجه نبود که این احتجاج در مورد اعداد صحیح هم پیش می آید.

خانم نیکولینی: به همین روش می توان نشان داد که اگر چه اعداد صحیح، يك در میان زوجند، تعداد کل آنها با تعداد اعداد زوج برابر است.

گاليله: می بینم که شما مطلب را کاملاً فهمیده اید. زمانی می توانیم بگوییم کسی مطلبی را عمیقاً فهمیده است که بتواند مطلب را به زبان خودش بازسازی و بیان کند؛ در يك کلام، باید بتواند آن را از نو بیافریند.

خانم نیکولینی: واقعاً درست است. مثلاً اگر کسی تنها دستورهای آشپزی را مو به مو اجرا کند، واقعاً آشپز خوبی نیست. آشپز خوب کسی است که هر بار ابتکار خاصی بخرج دهد، يك بار چاشنی را کم و بار دیگر زیاد کند، به طوری که مزه غذا هر دفعه با دفعه قبل تفاوت داشته باشد.

گاليله: آشپز خوب هم مثل يك دانشمند آزمایش می کند، بدون ترس از اتهام ارتداد.

خانم نیکولینی: آقای گاليله، در حالی که برایم این همه چیزهای جالب توجه تعریف می کردید، عقربه زمان هم عصر را به شام کشانید. فکر می کنم وقت آن است که به استراحت بپردازید. متأسفم که تا این موقع شب شما را بیدار نگه داشته ام. حتماً از توضیح

این همه مطلب برای من بسیار خسته شده‌اید.

گاليله: نه، به هیچ روی. این گفتگو مرا از شرایطی که در آن هستم کاملاً غافل کرد و این خود نعمتی بود.  
خانم نیکولینی: شما واقعاً نباید چندان به آن شرایط فکر کنید.

گاليله: راستی، آیا شما همیشه وقتی که از من دربارهٔ ریاضیات سؤالهایی می‌کنید نقشه‌تان این است که مرا از فکر مشکلاتم بیرون بیاورید؟

خانم نیکولینی: امیدوارم که شما را عصبانی نکرده باشم. ولی باور کنید حتی اگر نقشه‌ام چنین باشد، باز هم به این مسائل واقعاً علاقه‌مندم. اما استاد، بنظر می‌رسید که توانایی شما منحصر به خواندن کتاب طبیعت نمی‌شود، بلکه قادر به خواندن ذهن انسان هم هستید. نمی‌فهمم که چرا این قدرت خود را در دفاع از خویش بکار نمی‌گیرید؟ می‌توانید خیلی بهتر خود را تبرئه کنید و کمتر خشم آنها را برانگیزید.

گاليله: خواندن ذهن فرشته‌گون شما همان لذت خالصانه را به من می‌دهد که تحقیق در شگفتیهای طبیعت. اما علاقه‌ای ندارم که فکر دشمنانم را بخوانم؛ فقط خوک پوزه در مزبله فرو می‌برد.

خانم نیکولینی: به هر حال فکر می‌کنم اگر به نفرت خود نسبت به دشمنانتان غلبه می‌کردید و سعی می‌کردید فکر آنها را بخوانید، عقیده‌تان راجع به نقشهٔ تورپچلی و دوستان احساساتیش عوض می‌شد.

گاليله: پس شما هم می‌گویید که باید فرار کنم؟ آیا برآستی معتقدید که باید پیشنهاد آنها را قبول کنم؟

خانم نیکولینی: فقط بدان دلیل با يك «آری» ساده جواب نمی‌دهم که نمی‌دانم نقشه آنها تا چه اندازه عملی است و چه قدر احتمال موفقیت دارد، اگر به جای شما باشم از آنها در این باره مفصلاً پرسش می‌کنم. اگر نقشه عملی بود (که در این مورد اصلاً مطمئن نیستم)، آن را قبول می‌کنم. نمی‌خواستم نظرم را بگویم، ولی حالا که پرسیدید آن را به زبان آوردم.

گاليله: پس شما هم فکر نمی‌کنید که من برنده شوم؟  
خانم نیکولینی: شما گفتید که فقط به حقیقت اعتماد می‌کنید. من هم معتقدم که حقیقت دیر یا زود آشکار می‌شود، ولی اطمینان ندارم که تا آن روز ما زنده باشیم. شما می‌گویید که اتهامهای آنها بی‌اساس است و نمی‌توانند آن را به ثبوت برسانند. اما غافلید که دادگاه تفتیش عقاید در اثبات ادعاهای خود همان معیارهای عالی و دقیقی را بکار نمی‌گیرد که شما در کارهای علمی خود بدان پایبندید. اما بگذارید به این بحث خاتمه دهیم. شاید من خیلی بدبین باشم. ولی دیگر وقت خواب و استراحت است. امیدوارم که امشب هم مانند دیشب خواب راحت و خوشی داشته باشید.

گاليله: دیشب خواب دیدم اتاقی که در آن نشسته بودم ناگهان شروع به پرواز کرد، بالا و بالاتر رفت، از ابرها گذشت و به خلأ رسید. نمی‌توانید تجسم کنید که چه قدر تماشای زمین از آن فاصله دلپذیر بود. هر چه بالاتر می‌رفتم، زمین کوچک و کوچکتر می‌شد، و

بر اثر انعکاس نور خورشید همچون ماه در تاریکی آسمان می درخشید. به آن نگاه می کردم و می دیدم که به طرز معجزه آسایی گرد خورشید و نیز حول محور خودش می چرخد. آنقدر شاد بودم که هرگز در همه عمرم تا به این حد احساس شغف نکرده بودم. من به چشم خویش حرکت زمین را مشاهده می کردم. با تلسکوپم که بارها از زمین آسمان را دیده بودم، این بار زمین را از آسمان تماشا می کردم؛ جهت تلسکوپ را به سوی رم گرداندم. تلسکوپ دقیق و بی نظیری بود، بهتر از هر تلسکوپ بی بود که تا به حال ساخته بودم، به طوری که حتی می توانستم با آن چهره اشخاص را تشخیص بدهم. فکرش را بکنید، اینکوفر<sup>۱</sup> و پاسکوالیو<sup>۲</sup>، آن دو ابله روسیاه، را دیدم که داشتند کنار رود تیبر<sup>۳</sup> قدم می زدند و بحث می کردند. دکمه ای را روی تلسکوپم فشار دادم تا صدای آن دو را بشنوم؛ داشتند درباره حرکت زمین سخن می گفتند و ادعا می کردند که موضوع حرکت زمین اعتقادی غلط و ارتدادآمیز است. اما زمین به اراجیف آنها وقتی نمی نهاد؛ با وقار تمام به حرکت بر روی مدار خود ادامه می داد و در حالی که آنها را بر پشت خود داشت حول محور خودش می چرخید. می شنیدم که آن دو من و کپرنیک را به باد تهمت گرفته بودند. گفتار آنها آنقدر مسخره بود که از شدت خنده اشک بر گونه هایم غلتید. آنقدر بلند خندیدم که عاقبت بیدار شدم.

خانم نیکولینسی: خواب واقعاً قشنگی بود. شاید امشب در خواب روزگاری را ببینید که در آن حتی کودکان در دبستان می

1. Inchofer

2. Pasqualigo

3. Tiber

آموزند که زمین به دور خورشید می‌گردد. گالیله: من این را غالباً وقتی بیدارم در رؤیا می‌بینم و مطمئنم که آن دوران بزودی خواهد آمد. پیشرفت دانش توقف‌ناپذیر است. اما گاهی پیش خود شك می‌کنم که آیا آن دوره به آن میمونی که من تصور می‌کنم خواهد بود؟ آیا تعصبات و تنگ نظریهایی از انواع دیگر، سد راه آنها نخواهد شد؟ آیا در آن زمان هم افراد کودن، حسود، کینه‌توز، و توطئه‌چین وجود خواهند داشت؟ آیا کسانی وجود نخواهند داشت که شخصیت مردان صادقی را با تهمت و ناسزا لکه‌دار کنند؟ و سرانجام آیا آفتهای مزاحمی بر درخت سبز و شکوفای دانش لانه نخواهد کرد؟

خانم نیکولینی: شکی ندارم که آن زمان هم چنین کرمهایی خواهند بود. اما مردانی نیز وجود خواهند داشت که برایشان حقیقت از هر چیز دیگر بالاتر است. آنها به روزگار ما نظر خواهند افکند و خواهند گفت که گالیله و گالیله‌ای يك سر و گردن از هم‌عصران خود بالاتر بود و افتخار خواهند کرد که خود را از شاگردان و پیروان مکتب او بدانند.

پی نوشت





يك مؤلف خوشبين برای کتابش مقدمه نمی‌نویسد، زیرا خاطرش جمع است که کتاب خود سخن خواهد گفت و خوانندگان بدون هیچ توضیح اضافی منظور مؤلف را خواهند فهمید. من با وجودی که من آدمی خوشبين هستم، احساس کردم که اگر نه مقدمه، دست کم «پی‌نوشتی» لازم است تا در آن هدفم را مشخص کنم و بگویم که چه ملاحظاتی سبب شد تا این کتاب را به‌شیوه گفت و شنود بنویسم. این نکات را بعد در «پی‌نوشت» آوردم تا خواننده پس از سه گفت و شنود، آنها را بخواند.

علاقه به ریاضیات و کاربردهای آن سال به سال در میان تعداد فزاینده‌ای از کسان در همه کشورها در حال افزایش است. از من بارها دعوت شده‌است تا سخنرانی‌هایی عمومی و غیرتخصصی درباره ریاضیات بکنم؛ در چنین موقعیتهایی متوجه شده‌ام که علاقه اکثر مردم در وهله اول فهمیدن این است که ریاضیات برآستی چیست، روشهای خاص آن چگونه است، رابطه آن با علوم طبیعی و انسانی چیست، و به افرادی که در رشته‌های دیگر کار می‌کنند چه کمکی می‌تواند بکند. همچنین متوجه شده‌ام که کسانی که در چنین سخنرانی‌هایی شرکت می‌کنند یا کتابهای ریاضی غیرتخصصی را مطالعه می‌نمایند، معمولاً می‌خواهند دایره دید خود را وسعت بخشند

و طالب فراگیری روشهای خاص ریاضی نیستند. حتی کسانی که عملاً لازم دارند ریاضیات را برای کار خودشان یاد بگیرند، قبل از اینکه به طور جدی به مطالعه آن پردازند، می‌خواهند بدانند که آن بخش از ریاضیات چه نتایجی را به دنبال دارد، علی‌الخصوص بدین دلیل که مطالعه ریاضیات برای کسانی که به آن عادت نداشته باشند، چندان آسان نیست.

وقتی که راجع به ریاضیات با غیرمتخصصان صحبت می‌کردم، به دفعات متوجه شدم که نه تنها بعضی از آنها که کار اصلیشان ابدأ ریاضی نیست نسبت به ریاضیات دارای تعصبات و توهمات و تصورات غلطند، بلکه عده‌ای از آنان هم که در بخشهایی از ریاضیات صاحب معلوماتند دست کمی از دیگران ندارند. این البته حیرت‌انگیز نیست، زیرا کسانی که اطلاعاتی داشته باشند اما دیدشان به قدر کافی وسیع و بینش آنها به حد مطلوب عمیق نباشد، بیشتر از همه مستعد آنند که مسائل را به طور غلط تعمیم دهند. همچنین دریافته‌ام که حتی بین ریاضیدانها نیز در مورد اصول ریاضیات و کاربردهای آن غالباً بحث و جدل وجود دارد و بسیاری از سؤالها در این زمینه، موضوع مشاجرات داغ بین آنهاست.

این تجربیات و مشاهدات مرا بر آن داشت که پی‌ببرم به نیازی واقعی به بحث در ماهیت ریاضیات و کاربردهای آن؛ و این بحث باید به گونه‌ای باشد که پیچیدگیهای این مسائل را کاملاً روشن سازد و در عین حال برای غیرمتخصصان نیز قابل فهم باشد. از طرفی متوجه شدم که قابل فهم کردن این قبیل مسائل برای عامه مردم کار

ساده‌ای نیست. پس به تحقیق در این مورد پرداختم که با چه روشی می‌شود مسائل مجرد را چنان بیان کرد که افراد عادی هم از آن بهره‌مند گردند. این بررسی مرا به‌آزمودن گفت و شنود سقراطی کشاند. در گفت و شنود سقراطی، افکار در حین زاده‌شدن عرضه می‌شوند و اندیشه‌ها به‌نمایش درمی‌آیند. این روش توجه آدمی را کاملاً معطوف به بحث می‌کند و فهم موضوع را هم آسان می‌سازد.

زمینه اصلی گفت و شنود اول را سؤال «ریاضیات براستی چیست؟» انتخاب کردم. به نظر من بحث در مورد این سؤال دارای اهمیت فراوانی است، زیرا روش تدریس ریاضیات در دبستان و دبیرستان، هنوز هم نمی‌تواند پاسخی قاطع، روشن، و روزآمد به این سؤال بدهد.

در اولین گفت و شنود سعی من بر آن بود که کار حتی‌الامکان به روش سقراطی حتی به‌همان زبان اصلی گفت و شنوده‌های سقراط انجام پذیرد. خود سقراط بازیگر اصلی است و بحث در دوره پیدایش ریاضیات روی می‌دهد؛ ریاضیات به مفهومی که از آن زمان به بعد به رسمیت شناخته شده است. بدین ترتیب ریاضیات در حالت پیدایش به خواننده عرضه می‌گردد در این گفت و شنود، سقراط شیوه خاص خود را بکار می‌گیرد: او با طرح سؤالهای خود، مخاطبش را به درک مفاهیم اصلی می‌کشاند. از این رو يك گفت و شنود سقراطی عرصه نزاع و برخورد دو نظرگاه با یکدیگر نیست، بلکه شرکت‌کنندگان در آن می‌کوشند به یاری هم حقیقت را دریابند. در چنین گفت و شنودی می‌توان با تحلیل منطقی مفاهیم مورد نظر، پاسخ پرسشها را

گام به گام پیدا کرد. در جریان بحث شرکت کنندگان اغلب گزاره‌هایی (گاهی به شکل کاملاً مطلق و بی‌چون و چرا) بیان می‌کنند که بعد نادرست بودن آنها معلوم می‌شود. با این حساب، گفت و شنود سقراطی را باید يك نظام تشکل یافته دانست که معنای حقیقی آن تنها در صورتی فهمیده می‌شود که حتی الامکان از ابتدا تا انتها بدون وقفه خوانده شود. همه این خصوصیات، گفت و شنود سقراطی را به روشی زنده و پویا مبدل می‌سازد، و به همین دلیل بود که من آن را برای رسیدن به مقصودم بسیار مناسب یافتم.

اما دلیل دیگری هم برای انتخاب این قالب داشتم: من قویاً معتقدم که روش سقراطی با روش ریاضی اساساً هم‌ریشه است. تحقیقات بنیادی اخیر آرپاد سابو<sup>۱</sup>، که حقایق کاملاً جدیدی را در باب مبدأ ریاضیات یونان باستان معلوم کرد، این اعتقاد مرا بسیار راسختر کرده است.

گفت و شنود اول در سال ۱۹۶۲ به زبان مجاری منتشر شد<sup>۲</sup>. در سال ۱۹۶۳ ترجمه‌ای فرانسوی از آن در *Les Cahiers Rationalistes* به چاپ رسید<sup>۳</sup>. در همان سال این گفت و شنود را در سخنرانی بعد از شام در يك گردهمایی فیزیکدانهای امریکایی در ادمونتون<sup>۴</sup> عرضه کردم، و صورت انگلیسی آن در هر دو نشریه *Physics Today*

1. Arpad Szabo

2. Dialogus a matematikarol, *Valosag*, 3, 1-19, 1962.

3. Un dialogue, *Les Cahiers Rationalistes*, 33, No. 208-209, Jan.-Fev. 1963.

4. Edmonton

<sup>۲</sup> *Simon Stevin* چاپ و در مجله *Canadian Mathematical Bulletin*، هم تجدید چاپ شد. بعدها ترجمه‌هایی به زبانهای آلمانی<sup>۳</sup> و پرتغالی<sup>۴</sup> نیز از آن به طبع رسید.

استقبال خوب ریاضیدانان و غیر ریاضیدانان از این گفت و شنود، مرا به ادامهٔ آزمودن این سبک نگارش ترغیب کرد. گفت و شنود دوم را نخستین بار در سال ۱۹۶۴ در دانشگاه تورنتو عرضه کردم. این گفت و شنود به زبان انگلیسی در *Ontario Mathematics Gazette*<sup>۵</sup> و بعدها در *Simon Stevin*<sup>۶</sup> منتشر شد.

چون در گفت و شنود اول رابطهٔ میان ریاضیات و دنیای واقعی را تنها به مفهوم کلی فلسفی آن مورد بحث قرار داده بودم، در دومی تصمیم گرفتم که محور اصلی را بحث مفصلتری دربارهٔ کاربردهای ریاضیات قرار دهم. منطقی بود که شخصیت اصلی ماجرا ارشمیدس باشد، زیرا که نام او حتی در دوران باستان نیز با چنین کاربردهایی عجین بوده است. با این حال، چارچوب تاریخی گفت و شنود دوم به

1. A Socratic dialogue on mathematics, *Canadian Mathematical Bulletin*, 7, 441-462, 1964.  
A Socratic dialogue on mathematics, *Physics Today*, December, 1964, pp. 1-36.
2. A Socratic dialogue on mathematics, *Simon Stevin*, 38, 125-144, 1964-1965.
3. Sokratischer Dialog, *Neue Sammlung*, 6, 284-304, 1966.
4. A matematica-Um Dialogo Socratico, *Gazeta de Matematica*, 26, No. 100, Julho-Dezembro 1965, pp. 59-71.
5. A dialogue on the applications of mathematics, *Ontario Mathematics Gazette*, 3, No. 2, 28-40, 1964
6. A dialogue on the applications of mathematics, *Simon Stevin*, 39, 3-17, 1965.

من این امکان را نمی‌داد تا آنچه می‌خواستم، درباره این موضوع بحث‌انگیز، بگویم.

چنین شد که احساس کردم باید گفت و شنود سومی بنویسم که شخصیت اصلی آن گالیله باشد. گالیله نخستین متفکر دوران جدید است که اهمیت اساسی روش ریاضی را در کشف قوانین طبیعت به درستی تشخیص داد و با تلاش فراوان به اشاعه عقاید خویش پرداخت. بدین ترتیب، گفت و شنود دوم و سوم مکمل یکدیگر و نیز مکمل گفت و شنود اولند، اما از نظر قالب و سبک با اولی اساساً فرق دارند. البته ارشمیدس و گالیله از روش سقراط استفاده نمی‌کنند. آنها به جای اینکه شاگردشان را به حدس افکارشان هدایت کنند، خود، مطلب را برای او توضیح می‌دهند. بدین لحاظ مجبور شدم از منبع اصلی تنش درونی که گفت و شنود سقراطی بوجود می‌آورد صرف نظر کنم. سعی کردم این نقیصه را با خلق گفت و شنودهای دوم و سوم در موقعیتهای تاریخی بسیار حساس جبران کنم. روند حادثه در این موقعیتهای قویاً به موضوعات مورد بحث در گفت و شنودها پیوند خورده و بدین ترتیب باعث تقویت تنش شده است.

نقش داشتن ارشمیدس و گالیله در این دو گفت و شنود به من امکان داد تا نسبت به گفت و شنود اول به مباحث ریاضی تخصصیتری بپردازم، خاصه مباحثی که خود ارشمیدس و گالیله بوجود آورندگان آن بوده‌اند. سعی کردم به هر شکل ممکن، اغلب دستاوردهای معروف آنها را مطرح کنم.

در این خصوص لازم می‌دانم چند کلمه‌ای درباره چگونگی

برخورد خود با واقعیات تاریخی بیان کنم. در هر سه گفت و شنود سعی بلیغ داشته‌ام تا از اشتباه تاریخی دوری جویم. کاملاً مواظب بودم که به شخصیت‌هایم اطلاعات ریاضی (و همچنین عمومی) ای را نسبت ندهم که در زمان خودشان وجود نداشته‌است. اما از آنجا که ارشمیدس و گاليله هر دو پیشگامانی بوده‌اند که اندیشه‌هایشان نه تنها نسبت به زمان خود، بلکه حتی با معیارهای امروزی نیز پیشرفته بوده‌است، در گفت و شنود دوم و سوم از افزودن آنچه به نظر مهم می‌رسید، دریغ نکردم. البته، برای پرهیز از اشتباه تاریخی، مجبور بودم به مثال‌هایی از ریاضیات مقدماتی اکتفا کنم؛ با این حساب توانستم ریاضیات بی‌نهایت کوچکها را نیز مطرح کنم، اما تنها به همان اندازه‌ای که ارشمیدس و گاليله از آن مطلع بودند. به هر حال این محدودیت مزایایی هم داشت زیرا مجبورم ساخت تا از مثال‌هایی که برای غیرریاضیدانها خیلی مشکل می‌نمود، اجتناب کنم.

پایبندی من به امانت‌داری تاریخی دلیل آن نمی‌شد که به شخصیت‌هایم تنها عقاید و آرایسی را نسبت دهم که یقیناً صاحب آن بوده‌اند. من در نسبت‌دادن افکاری هم که ممکن بود به آن رسیده باشند دست خود را کاملاً باز گذاشتم، به‌ویژه اگر این افکار پیامد منطقی اندیشه‌هایی بودند که قطعاً با آنها آشنایی داشتند. اما در مواردی که معلوم شده‌است آنها عقاید غلطی داشتند، خود را ناگزیر دیدم که واقعیت را کتمان نکنم. مثلاً می‌دانیم که گاليله فکر می‌کرد سیارات بر مدارهای دایره‌ای به دور خورشید می‌گردند و درکی از نقش‌گرانش نداشت؛ بدین ترتیب در گفت و شنود سوم، گاليله پیرامون این



سؤالها به همین منوال سخن می‌گویند. از سوی دیگر، فکر کردم پر بیراه نباشد اگر حدس بزخم که مثلاً ارشمیدس به اندیشه‌هایی که امروزه سبیرنتیک نامیده می‌شود رسیده و ماشینی را برای غربال کردن اعداد اول طراحی کرده بوده است<sup>۱</sup>. من نمی‌توانم این حدسها را با دلیل و مدرک ثابت کنم، و البته آنها را هم چندان جدی نمی‌گیرم. تنها چیزی که مدعی آنم این است که درست بودن این حدسها باور نکردنی نیست، و به علاوه، همان‌گونه که حقایق در دست ما برای اثبات این حدسها ناکافی است، برای رد آنها نیز کفایت نمی‌کند. فکر می‌کنم «حق تخیل شاعرانه» به من اجازه طرح چنین حدسهایی را بدهد.

در مورد پیش زمینه تاریخی گفت و شنودهای دوم و سوم، در تمام نکات اساسی پایبند به حقایق بوده‌ام. تنها مورد استثنایی که بعمد از واقعیت دور شده‌ام، در گفت و شنود دوم در جایی است که شاه هیرون فرماندهی دفاع از سیراکوز را در محاصره سال ۲۱۲ قبل از میلاد بعهده دارد، در حالی که او در واقع سه سال پیش از آن مرده بود. به رغم این، هر دو گفت و شنود حاوی توضیحاتی درباره وقایع فرضی هستند که ما هیچ اطلاع قطعی و مشخصی از آنها نداریم، اما در عین حال با حقایق معلوم نیز در تناقض نیستند. مثلاً، نقشه کمک به فرار گالیله از این زمره است: نمی‌دانیم که آیا واقعاً توریچلی و دوستانش چنین نقشه‌ای داشته‌اند یا نه؛ اما این مطلب به

۱. چنین ابزاری نخستین بار در مقاله زیر توصیف شده است:

D. H. Lehmer (A photoelectric number sieve, *American Mathematical Monthly*, 40, 401-406, 1933).

هیچ وجه غیر ممکن نیست.

محتوای اصلی برخی از جمله‌ها (و نه معمولاً کلمات آنها) در این سه گفت و شنود یا مستقیماً منتسب به خود شخصیتهاست و یا همعصرانشان به آنها نسبت داده‌اند. به عنوان نمونه، از آن جمله است هنگامی که سقراط دربارهٔ خودش سخن می‌گوید<sup>۱</sup>، یا ارشمیدس دربارهٔ روش خود صحبت می‌کند<sup>۲</sup>، و یا گالیله دربارهٔ زبان کتاب طبیعت لب به سخن می‌گشاید<sup>۳</sup>. این جمله‌ها (و تنها همینها) با حروف خوابیده چاپ شده‌اند.

۱. مثلاً مرجع زیر را ببینید:

“The Apology of Socrates”, *Great Dialogues of Plato*, translation by W. H. D. Rouse, edited by Eric H. Warmington and Philip G. Rouse, Mentor Books, 8th Printing, New York, 423-446, 1962.

۲. نامهٔ ارشمیدس به اراتوستن Eratosthenes را ببینید.

*The Works of Archimedes with the method of Archimedes*, edited by T. L. Heath, Dover, New York, 1960.

خاصه، این جملات را در صفحهٔ ۱۳ ببینید: «برخی چیزها برای اولین بار از طریق یک روش مکانیکی برایم روشن شد، هر چند که آنها را می‌باید بعداً با هندسه ثابت می‌کردم، زیرا تحقیق و تفحص در مورد این مسائل از روش گفته‌شده، اثباتی واقعی برای آنها فراهم نمی‌کرد. اما البته اگر از قبل به کمک این روش اطلاعاتی در مورد مسأله کسب کرده باشیم، اثبات آن بمراتب ساده‌تر از هنگامی است که بدون هیچ اطلاع قبلی اقدام به اثبات کنیم.»

۳. به خصوص جملات زیر را در نامهٔ گالیله موسوم به «نقاد» در مرجع

زیر ببینید:

*Discoveries and Opinions of Galileo*, translated with an introduction and notes by Stillman Drake, Doubleday, Anchor Books, New York, 237-238, 1957.

«فلسفه در این کتاب عظیم نوشته شده‌است، کتاب عظیم عالم که پیوسته در برابر دیدگان ما باز است. اما این کتاب را نمی‌توان فهمید، مگر آنکه نخست زبان آن را فراگرفت و حروف تشکیل‌دهندهٔ آن را خواند. این کتاب به زبان ریاضیات نوشته شده‌است...»

کوشیده‌ام تا حد امکان به منش و صفات شخصیت‌هایم وفادار بمانم. در مورد گفت و شنود سوم، نمایشنامه<sup>۱</sup> ل. نمث<sup>۱</sup> تأثیر بسیاری بر من داشته‌است. از جمله، وارد کردن تورپچلی و خانم نیکولینی به این گفت و شنود را، از او اقتباس کرده‌ام.

برای کسانی که مایلند پیش‌زمینه تاریخی این گفت و شنودها را مطالعه کنند، یک کتاب‌شناسی منتخب به انتهای کتاب افزوده شده است که قصد جامعیتی در آن نبوده‌است. این ضمیمه تنها شامل کتابهایی است که در میان مجموعه کتابهایی که دارم آنها را سودمندتر یافته‌ام.

امیدوارم این پی‌نوشت هدفهای مرا از نوشتن این گفت و شنودها روشن کرده‌باشد. دیگر به‌عهده خواننده‌است که قضاوت کند تا چه اندازه در تحقق خواسته‌هایم موفق شده‌ام.

آلفرد رنپی

## کتابشناسی منتخب

### گفت و شنود اول

- Rouse, W. H. D. (trans), *Great Dialogues of Plato* (Mentor Books, New York, 1962).
- Szabó, Á., Wie ist die Mathematik zu einer deduktiven Wissenschaft geworden, *Acta Antiqua Acad. Sci. Hung.*, 4, 109–152, 1956.
- Die Grundlagen der frühgriechischen Mathematik, *Studi Italiani di Filologia Classica*, 30, 1–51, 1958.
- The transformation of mathematics into deductive science and the beginnings of its foundation on definition and axioms, *Scripta Mathematica* 27, 27–48, 1960.
- Anfänge des Euklidischen Axiomensystems, *Archive for History of Exact Sciences*, 1, 37–106, 1960.
- Der älteste Versuch einer definitorisch-axiomatischen Grundlegung der Mathematik, *Osiris*, 14, 308–369. 1962.

### گفت و شنود دوم

- Clagett, M., *Greek science in antiquity* (Collier, New York, 1955).
- Heath, T. L., *The works of Archimedes with the method of Archimedes* (Dover, New York, (1960).
- *A manual of Greek mathematics* (Dover, New York, 1963)

### گفت و شنود سوم

- Armitage, A., *The world of Copernicus* (Signet Science Library, New York, 1947).
- Drake, S., *Discoveries and opinions of Galileo* (Doubleday, New York, 1957).
- Fermi, L. and G. Bernardini, *Galileo and the scientific revolution* (Fawcett World Library, New York, 1965).

Galilei, G., *Dialogues concerning two new sciences* (Dover, New York, 1914).

——— *Dialogue concerning the two chief systems—Ptolemaic and Copernican* (translated by Stillman Drake, foreword by Albert Einstein. University of California Press, Berkeley and Los Angeles, 1962).

Geymonat, L., *Galileo Galilei* (Einaudi, Rome, 1957).

Santillana, G. de, *The crime of Galileo* (Mercury, London, 1961).



کاوش در ریاضیات ♦ ۱

شرکت سهامی انتشارات خوارزمی

خیابان دانشگاه جنوبی - پلاک ۲۲۹

بها: ۲۰۰



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)