

# فصل ۱ - آمار و احتمال

شمارش

درس ۱

احتمال

درس ۲

آمار

درس ۳

# درس ۱

## شمارش

### فعالیت

۱. فرض کنید در کتابخانه مدرسه ۳۰ کتاب متفاوت درباره روان‌شناسی و ۲۵ کتاب متفاوت با موضوع تعلیم و تربیت اسلامی وجود دارد. اگر دانش‌آموزی فرصت داشته باشد فقط یک کتاب با موضوع روان‌شناسی یا تعلیم و تربیت اسلامی مطالعه کند، برای این کار چند انتخاب دارد؟
- واضح است که او می‌تواند یکی از ۳۰ کتاب روان‌شناسی «یا» یکی از ۲۵ کتاب تعلیم و تربیت اسلامی را انتخاب کرده و مطالعه کند و مجموعاً:  $30 + 25 = 55$  راه انتخاب دارد.
۲. خانم فاطمی پرستار بیمارستان حضرت زینب (علیها السلام) است او می‌تواند به‌صورت «رایگان» (استفاده از سرویس بیمارستان یا پیاده‌روی) یا با پرداخت هزینه (استفاده از تاکسی، اتوبوس یا مترو) به محل کارش برود. ایشان برای رسیدن به محل کارش چند انتخاب دارد؟ همه حالت‌های ممکن که او می‌تواند به‌صورت رایگان «یا» با پرداخت هزینه به محل کارش برود را در یک مجموعه بنویسید:  $A = \{ \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots \}$  شما برای حل هر دو قسمت از قاعده یا اصلی استفاده کردید که به اصل جمع معروف است و به‌صورت زیر بیان می‌شود.

### اصل جمع

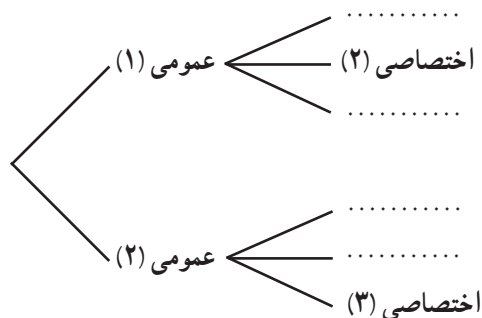
اگر عملی را بتوان به  $m$  طریق و عمل دیگری را بتوان به  $n$  طریق انجام داد، به طوری که این دو عمل را نتوانیم با هم انجام دهیم، در این صورت به  $(m + n)$  طریق می‌توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)

**مثال:** شما به چند طریق می‌توانید فقط یک خودکار یا یک مداد یا یک روان‌نویس از بین چهار خودکار آبی، قرمز، سبز و سیاه و ۵ مداد با رنگ‌های متمایز و ۳ روان‌نویس با رنگ‌های متمایز، انتخاب کنید.

**حل:** در صورت مسئله از لفظ «یا» استفاده شده و قید شده که فقط یکی از این ۱۲ شیء می‌تواند انتخاب شود، لذا طبق اصل جمع داریم:

$$12 = 3 + 4 + 5 = \text{تعداد انتخاب‌ها}$$

## فعالیت



فرض کنید یک دانشجو می خواهد ۱ درس عمومی از بین ۲ درس عمومی ارائه شده و ۱ درس اختصاصی از بین سه درس اختصاصی ارائه شده انتخاب کند. او به چند طریق می تواند ۱ واحد درس عمومی و ۱ واحد درس اختصاصی خود را انتخاب کند؟  
با کامل کردن نمودار مقابل به سؤال بالا پاسخ دهید :

انتخاب درس عمومی به دو طریق امکان پذیر است و هر کدام که انتخاب شود برای انتخاب درس اختصاصی ..... راه انتخاب وجود دارد پس در کل به  $\dots = \dots \times \dots$  طریق این کار امکان پذیر است.

## اصل ضرب

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به  $m$  طریق و در مرحله دوم هر کدام از این  $m$  طریق به  $n$  روش انجام پذیر باشند در کل آن عمل به  $m \times n$  طریق انجام پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیشتر از دو مرحله است.)

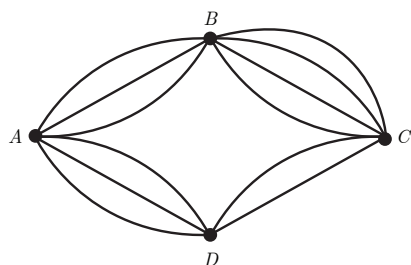
**مثال:** مدیرعامل یک شرکت جهت تصمیم گیری درباره توسعه شرکت، ۱۵ نفر از سهام داران و هیئت امنار را در دو گروه  $A$  و  $B$  دسته بندی می کند که ۷ نفر از آنها در گروه  $A$  و ۸ نفر آنها در گروه  $B$  قرار می گیرند و اعضای گروه  $A$  می بایست راجع به نتایج مساعد احتمالی و اعضای گروه  $B$  باید درباره نتایج نامساعد احتمالی تحقیق کنند.

الف) مدیرعامل به چند طریق می تواند فقط از یکی از این ۱۵ نفر راجع به تصمیمش مشورت بگیرد.  
ب) اگر مدیرعامل بخواهد از هر دو گروه مشورت بگیرد به شرط آنکه از هر گروه ۱ نفر نتیجه تحقیقاتش را با او در میان بگذارد، به چند طریق می تواند این کار را انجام دهد.

**حل:**

الف) از اصل جمع استفاده می کنیم زیرا مدیرعامل می تواند یک نفر از گروه  $A$  («یا») یک نفر از گروه  $B$  را به  $7+8=15$  طریق انتخاب کند.

ب) در این حالت مدیرعامل می تواند به ۷ طریق یک نفر از گروه  $A$  را انتخاب کند و به ازای هر انتخاب از  $A$  به ۸ طریق می تواند یک نفر از گروه  $B$  را انتخاب کند و لذا طبق اصل ضرب به  $7 \times 8 = 56$  طریق می تواند این کار را انجام دهد.



مطابق شکل روبه‌رو بین چهار شهر  $A, B, C, D$  راه‌هایی وجود دارد، مشخص کنید که به چند طریق می‌توان:

الف) از شهر  $A$  به شهر  $C$  و از طریق شهر  $B$  مسافرت کرد؟ از  $A$  به  $B$  سه راه وجود دارد از هر کدام از این سه راه که به  $B$  برسیم، برای رفتن به  $C$ ، چهار راه موجود است بنابراین طبق اصل ضرب به  $\dots \times \dots = \dots$  طریق می‌توان از  $A$  به  $C$  (از طریق  $B$ ) مسافرت کرد.

ب) از شهر  $A$  به شهر  $C$  مسافرت کرد؟

برای مسافرت از  $A$  به  $C$  می‌توان یکی از دو مسیر  $A \rightarrow B \rightarrow C$  («یا»  $A \rightarrow \dots \rightarrow C$ ) را انتخاب کرد (اصل  $\dots$ ) بنابراین تعداد راه‌های مسافرت از  $A$  به  $C$  از طریق شهر  $D$  + تعداد راه‌های مسافرت از  $A$  به  $C$  از طریق شهر  $B$  = تعداد راه‌های مسافرت از  $A$  به  $C$

$$= 3 \times 4 + 3 \times \dots = \dots$$

پ) از شهر  $B$  به شهر  $D$  مسافرت کرد؟

برای رفتن از شهر  $B$  به شهر  $D$  می‌توان یکی از دو مسیر  $B \rightarrow C \rightarrow \dots$  («یا»  $B \rightarrow \dots \rightarrow D$ ) را انتخاب کرد پس داریم:

$$17 = \dots + \dots + 4 \times \dots = 17$$

تعداد راه‌های مسافرت از  $B$  به  $D$

### نماد فاکتوریل

همان‌طور که برای ضرب یک عدد مانند  $a$  در خودش از نماد توان استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم  $a \times a = a^2$ . برای ضرب یک عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۲ در تمام اعداد طبیعی کوچک‌تر از خودش از نماد فاکتوریل (!) استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال، با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ به تعداد  $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$  (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت. قرارداد: برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت  $0! = 1$  و  $1! = 1$  تعریف می‌کنیم. مثال: حاصل هر یک را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف)  $4! \times 2 = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 24 \times 2 = 48$

ب)  $\frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times \overbrace{(3 \times 2 \times 1)}^{3!}}{\underbrace{(3 \times 2 \times 1)}_{3!}} = 5 \times 4 = 20$

پ)  $\frac{10!}{7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times \cancel{7!}}{\cancel{7!}} = 720$

ت)  $\frac{3! \times 5! \times 0!}{7! \times 1!} = \frac{\cancel{3!} \times \cancel{5!} \times 1}{7 \times \cancel{6!} \times 1} = \frac{1}{7}$

## جایگشت

فرض کنید چهار شیء متمایز  $a, b, c, d$  مفروض باشند، آرایش یا حالت  $abcd$  از کنار هم قرار گرفتن این چهار شیء با آرایش  $acbd$  متفاوت است و به هر کدام از آنها یک جایگشت ۴ تایی از این ۴ شیء گفته می‌شود. در حالت کلی هر حالت از کنار هم قرار گرفتن  $n$  شیء متمایز را یک جایگشت  $n$  تایی از آن  $n$  شیء می‌نامیم.

**مسئله:** ثابت کنید تعداد کل جایگشت‌های  $n$  تایی از  $n$  شیء متمایز برابر است با  $n!$ .

**حل:** اگر برای هر کدام از این اشیاء یک مکان در نظر بگیریم (مطابق شکل صفحه بعد) برای مکان اول از چپ (یا از راست)  $n$  انتخاب داریم و برای مکان بعدی  $(n-1)$  انتخاب داریم و ... و برای مکان آخر یک انتخاب داریم و بنابر اصل ضرب کل حالت‌ها برابر است با،  $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1 = n!$ .

$$\frac{n}{\quad} \frac{n-1}{\quad} \frac{n-2}{\quad} \dots \frac{2}{\quad} \frac{1}{\quad}$$

**مثال:** اگر افراد  $A$  و  $B$  و  $C$  بخواهند در یک همایش سخنرانی کنند، این عمل به چند طریق امکان پذیر است.

$$\frac{3}{\quad} \frac{2}{\quad} \frac{1}{\quad} \rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 6$$

۱ نفر باقی مانده      یکی از ۲ نفر باقی مانده       $A$  یا  $B$  یا  $C$

$$ABC - ACB - BAC - BCA - CAB - CBA$$

(اول شخص  $B$ ، بعد  $C$  و آخر  $A$  سخنرانی کرده‌اند)

**مثال:** با ارقام ۲ و ۷ و ۴ و ۵ و ۶ چند عدد ۵ رقمی (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت؟

$$\frac{5}{\quad} \frac{4}{\quad} \frac{3}{\quad} \frac{2}{\quad} \frac{1}{\quad} \rightarrow \text{تعداد اعداد ۵ رقمی} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5!$$

## کار در کلاس

ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ مفروض‌اند، با این ارقام:

۱. چند عدد پنج رقمی و بدون تکرار ارقام، می‌توان نوشت؟

$$\frac{5}{\quad} \frac{5}{\quad} \dots \frac{3}{\quad} \dots \frac{1}{\quad} \rightarrow \text{اصل ضرب} \rightarrow 5 \times 5! = 600$$

۵ یا ۴ یا ۳ یا ۲ یا ۱

(توجه دارید که صفر سمت چپ اعداد خوانده نمی‌شود و در مکان دوم از سمت چپ صفر می‌تواند قرار بگیرد و فقط رقمی که سمت چپ قرار گرفته، از انتخاب‌ها حذف می‌شود.)

۲. چند عدد ۵ رقمی و فرد می‌توان نوشت؟

$$\frac{4}{\quad} \frac{4}{\quad} \dots \frac{2}{\quad} \dots \frac{1}{\quad} \rightarrow 4 \times 4 \times \dots \times 2 \times \dots = 288$$

۵ یا ۳ یا ۱

۳. چند عدد پنج رقمی و زوج می‌توان نوشت؟

روش اول: تعداد ۵ رقمی های فرد - تعداد کل ۵ رقمی ها = تعداد ۵ رقمی های زوج  
 $= 600 - \dots = \dots$

روش دوم: اعداد زوج و ۵ رقمی که با این ارقام می توان ساخت یا به صفر ختم می شوند یا به ۲ و ۴ که جدا محاسبه کرده و بنا بر اصل جمع آنها را جمع می کنیم:

الف) ۵ رقمی هایی که به صفر ختم می شوند

$$\rightarrow \text{تعداد انتخابها} \quad \frac{5}{\text{صفر}} \times \frac{4}{\dots} \times \frac{3}{\dots} \times \frac{2}{\dots} \times \frac{1}{\dots} \rightarrow 5! = \dots$$

ب) ۵ رقمی هایی که به ۲ یا ۴ ختم می شوند

$$\rightarrow \text{تعداد انتخابها} \quad \frac{4}{\dots} \times \frac{4}{\dots} \times \frac{2}{\dots} \times \frac{2}{\dots} \times \frac{2}{\dots} \rightarrow 4 \times \dots \times \dots \times 2 \times 2 = 192$$

$$\text{تعداد ۵ رقمی های زوج} = 120 + 192 = 312$$

۴. چند عدد ۵ رقمی و مضرب ۵ می توان نوشت؟

۵ رقمی هایی که به ۵ ختم می شوند + ۵ رقمی هایی که به صفر ختم می شوند = تعداد ۵ رقمی های مضرب ۵

$$\rightarrow \text{تعداد انتخابها} \quad \frac{1}{\text{صفر}} \times \frac{4}{\dots} \times \frac{3}{\dots} \times \frac{2}{\dots} \times \frac{1}{\dots} \rightarrow \dots! = \dots$$

$$\rightarrow \text{تعداد انتخابها} \quad \frac{1}{5} \times \frac{4}{\dots} \times \frac{3}{\dots} \times \frac{2}{\dots} \times \frac{1}{\dots} \rightarrow 4 \times \dots \times \dots \times \dots \times 1 = \dots$$

$$216 = \dots + \dots = \text{تعداد ۵ رقمی های مضرب ۵}$$

جایگشت های  $r$  تایی از  $n$  شیء (انتخاب  $r$  شیء از  $n$  شیء)

## فعالیت

فرض کنید بخواهیم تعداد اعداد ۴ رقمی که با ارقام ۱ تا ۷ می توان نوشت را حساب کنیم در این صورت داریم: (تکرار ارقام مجاز نیست)

$$\rightarrow \text{تعداد انتخابها} \quad \frac{7}{\dots} \times \frac{6}{\dots} \times \frac{5}{\dots} \times \frac{4}{\dots} \times \frac{3}{\dots} \rightarrow 7 \times 6 \times 5 \times 4$$

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = \frac{7!}{3!} = \frac{7!}{(7-4)!}$$

(توجه دارید که با جابه جایی هر رقم از این عدد ۴ رقمی با رقم دیگر، یک عدد ۴ رقمی جدید حاصل می شود و به عبارت دیگر در این جایگشت ها جابه جایی ترتیب قرار گرفتن اشیای انتخاب شده، اهمیت دارد.)

۱. به چند طریق می توان سه کتاب را از بین ۵ کتاب متمایز انتخاب کرده و در یک ردیف بچینیم؟

$$\text{تعداد انتخابها} \rightarrow \underline{5} \quad \dots \quad \dots \quad \underline{\text{اصل ضرب}} \rightarrow 5 \times \dots \times \dots = \dots$$

$$\text{از طرفی: } \frac{5!}{(5-3)!} = \dots$$

۲. در حالت کلی تعداد انتخابهای  $r$  شیء از بین  $n$  ( $r \leq n$ ) که جابه جایی  $r$  شیء انتخاب شده اهمیت داشته باشد برابر است

$$\text{با: } \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد انتخابها} &\rightarrow \underline{n} \quad \underline{n-1} \quad \dots \quad \dots \quad \underline{(n-r+2)} \quad \underline{(n-r+1)} \\ \text{طبق اصل ضرب} &\rightarrow n(n-1)(n-2) \dots (n-r+2)(\dots) \end{aligned}$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) \times (\dots)!}{(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

نمادگذاری: برای تعداد انتخابهای  $r$  شیء از بین  $n$  شیء (که جابه جایی یا ترتیب انتخاب مهم باشد) از نماد  $p(n, r)$  استفاده

می کنیم یعنی،

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

**مثال:** با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ و ۷ چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟ (تکرار مجاز نیست)

**حل:** در واقع باید سه رقم را از بین ۷ رقم داده شده انتخاب کنیم که البته جابه جایی آنها پس از انتخاب عدد جدید می سازد

و اهمیت دارد.

$$\text{روش اول: } p(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 210$$

$$\text{روش دوم: } \underline{7} \quad \underline{6} \quad \underline{5} \quad \underline{\text{اصل ضرب}} \rightarrow 7 \times 6 \times 5 = 210$$

ترکیب (انتخاب  $r$  شیء از بین  $n$  شیء که جابه جایی اشیا اهمیت ندارد)

فرض کنید بخواهیم سه رقم از بین ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ انتخاب کرده و با آنها یک مجموعه سه عضوی تشکیل دهیم، با توجه

به تعریف مجموعه که جابه جایی اعضای یک مجموعه، مجموعه جدیدی تولید نمی کند و چون سه رقم انتخاب شده، ۳! جایگشت

دارند که برای تشکیل مجموعه فقط یک مجموعه ساخته می شود (هر ۶ حالت ۱ مجموعه می سازد) لذا برای رسیدن به جواب

مسئله کافی است کل جایگشت های سه تایی از ۴ رقم را بر  $3! = 6$  تقسیم کنیم.

$$\text{تعداد مجموعه‌های سه عضوی} = \frac{p(4,3)}{3!} = \frac{4!}{1! \times 3!} = 4$$

انتخاب سه رقم	۱,۲,۴	۱,۲,۶	۱,۴,۶	۲,۴,۶
جایگشت‌های سه رقم انتخاب شده	۱۲۴	۱۲۶	۱۴۶	۲۴۶
	۱۴۲	۱۶۲	۱۶۴	۲۶۴
	۲۴۱	۲۱۶	۴۱۶	۴۲۶
	۲۱۴	۲۶۱	۴۶۱	۴۶۲
	۴۱۲	۶۱۲	۶۱۴	۶۲۴
	۴۲۱	۶۲۱	۶۴۱	۶۴۲
	$A_1 = \{1,2,4\}$	$A_2 = \{1,2,6\}$	$A_3 = \{1,4,6\}$	$A_4 = \{2,4,6\}$

$$\text{تعداد مجموعه‌های سه عضوی} = \frac{24}{6} = 4$$

### ترکیب $r$ شیء از $n$ شیء

تعداد انتخاب‌های  $r$  شیء از بین  $n$  شیء که جابه‌جایی اشیای انتخاب شده پس از انتخاب حالت جدید تولید نکرده و ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد را با  $C_r^n = \binom{n}{r}$  نشان داده و از دستور زیر محاسبه می‌کنیم.

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{p(n,r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

مثال: به چند طریق می‌توان سه کتاب را از بین ۷ کتاب انتخاب کرده و به دوستان هدیه کنیم؟  
حل: در هدیه دادن ترتیب مهم نیست لذا از ترکیب استفاده می‌کنیم،

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3! \times 4!} = 35$$

### کار در کلاس

۱. به چند طریق می‌توان با ارقام ۱ تا ۹ عددی ۵ رقمی ساخت؟ (تکرار مجاز نیست)

روش اول:  $\underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \rightarrow \quad \dots \times 8 \times \dots \times \dots \times 5$

روش دوم:  $p(9, \dots) = \frac{9!}{(9 - \dots)!} = \dots$



۲. به چند طریق می توان از بین ۹ نفر یک تیم ۶ نفره برای والیبال تشکیل داد؟  
در ساختن تیم، جابه جایی افراد انتخاب شده، تیم جدیدی تولید نمی کند بنابراین از ترکیب استفاده می کنیم،

$$\text{تعداد تیم های ۶ نفره} = \binom{9}{6} = \frac{9!}{6! \times \dots} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times \dots}{6! \times \dots} = 84$$

۳. مجموعه ۸ عضوی  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟ هر سه عضو از این ۸ عضو که انتخاب شود فقط یک زیرمجموعه سه عضوی می سازد (در مجموعه ها جابه جایی اعضا اهمیت ندارد) بنابراین داریم:

$$\text{تعداد زیرمجموعه های ۳ عضوی} = \binom{8}{3} = \frac{8!}{\dots \times \dots} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \dots}{\dots \times \dots} = 56$$

۴. در جعبه ای ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی وجود دارد، به چند طریق می توان سه مهره از این جعبه خارج کرد؟  
در انتخاب مهره های رنگی نیز ترتیب مهم نیست (اگر ۲ مهره قرمز و ۱ مهره آبی خارج شود اهمیت ندارد که با چه ترتیبی خارج شوند در هر صورت ۲ قرمز و ۱ آبی خارج شده است) و لذا داریم،

$$\text{تعداد انتخاب ۳ مهره از بین ۹ مهره} = \binom{9}{\dots} = \frac{9!}{3! \times \dots} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times \dots}{3! \times \dots} = 84$$

## تمرین

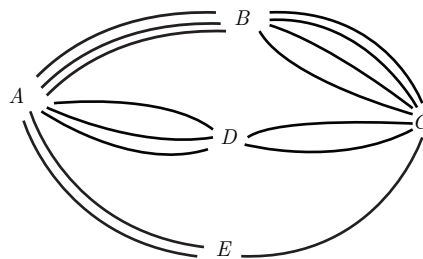
۱. می خواهیم از بین ۱۰ دانش آموز کلاس دهم و ۱۱ دانش آموز کلاس یازدهم و ۱۲ دانش آموز کلاس دوازدهم یک دانش آموز انتخاب کنیم، به چند طریق می توان این دانش آموز را انتخاب کرد؟

۲. بین ۵ شهر  $A, B, C, D, E$  مطابق شکل زیر راه هایی وجود دارد که همگی دو طرفه هستند. مشخص کنید به چند طریق می توان:

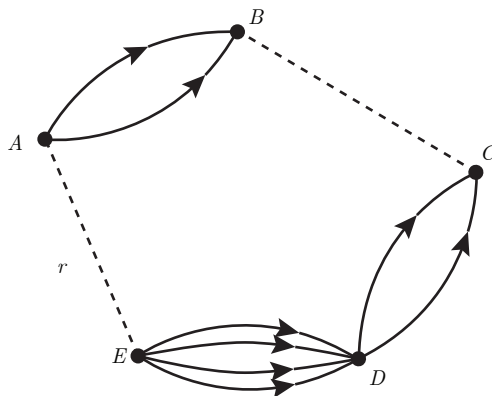
(الف) از شهر  $A$  به شهر  $C$  مسافرت کرد؟

(ب) از شهر  $A$  به شهر  $C$  مسافرت و از طریق شهر  $B$  مسافرت رفت و برگشت انجام داد؟

(پ) از شهر  $D$  و بدون عبور از شهر  $E$  به شهر  $A$  مسافرت کرد؟



۳. با حروف کلمه «ولایت» و بدون تکرار حروف: (با معنی یا بی معنی)  
الف) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت؟  
ب) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به «ی» ختم شوند؟  
پ) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت که با «و» شروع و به «ل» ختم شوند؟
۴. در یک دوره بازی فوتبال بین ۱۰ تیم فوتبال، بازی ها به صورت رفت و برگشت انجام می شود، اگر همه تیم ها با هم بازی داشته باشند، در پایان دوره چند بازی انجام خواهد شد؟
۵. یک کارخانه تولید اتومبیل، اتومبیل هایی در ۷ رنگ، ۲ حجم موتور و ۳ نوع مختلف جلو داشبورد تولید می کند، یک خریدار برای خرید یک اتومبیل چند انتخاب دارد؟
۶. مجموعه  $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$  مفروض است، الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی و زوج می توان ساخت؟  
ب) چند عدد ۵ رقمی و بزرگ تر از ۸۰۰۰۰ می توان نوشت؟ (پ) مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟ (ت) مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه سه عضوی و شامل رقم ۸ دارد؟
۷. روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد مشخص کنید الف) چه تعداد مثلث با این دوازده نقطه می توان تشکیل داد؟  
ب) چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟
۸. می خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه یازدهم و ۶ دانش آموز پایه دوازدهم یک تیم ۶ نفره والیبال تشکیل دهیم، مشخص کنید به چند طریق می توان این تیم را تشکیل داد هرگاه بخواهیم:  
الف) به تعداد مساوی دانش آموز پایه یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.  
ب) کاپیتان تیم فرد مشخصی از پایه دوازدهم باشد.  
پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه دوازدهم باشند.  
ت) فقط ۲ نفر از اعضای تیم از پایه یازدهم باشند.
۹. مسئله ای طرح کنید که پاسخ آن به صورت  $(2 \times 3 + 3 \times 4 + 3^2)$  باشد؟
۱۰. تعداد راه ها یا جاده های یک طرفه از شهر  $B$  به  $C$  و از شهر  $E$  به  $D$  را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به ۲۲ طریق از شهر  $A$  به  $E$  مسافرت کرد.





سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)