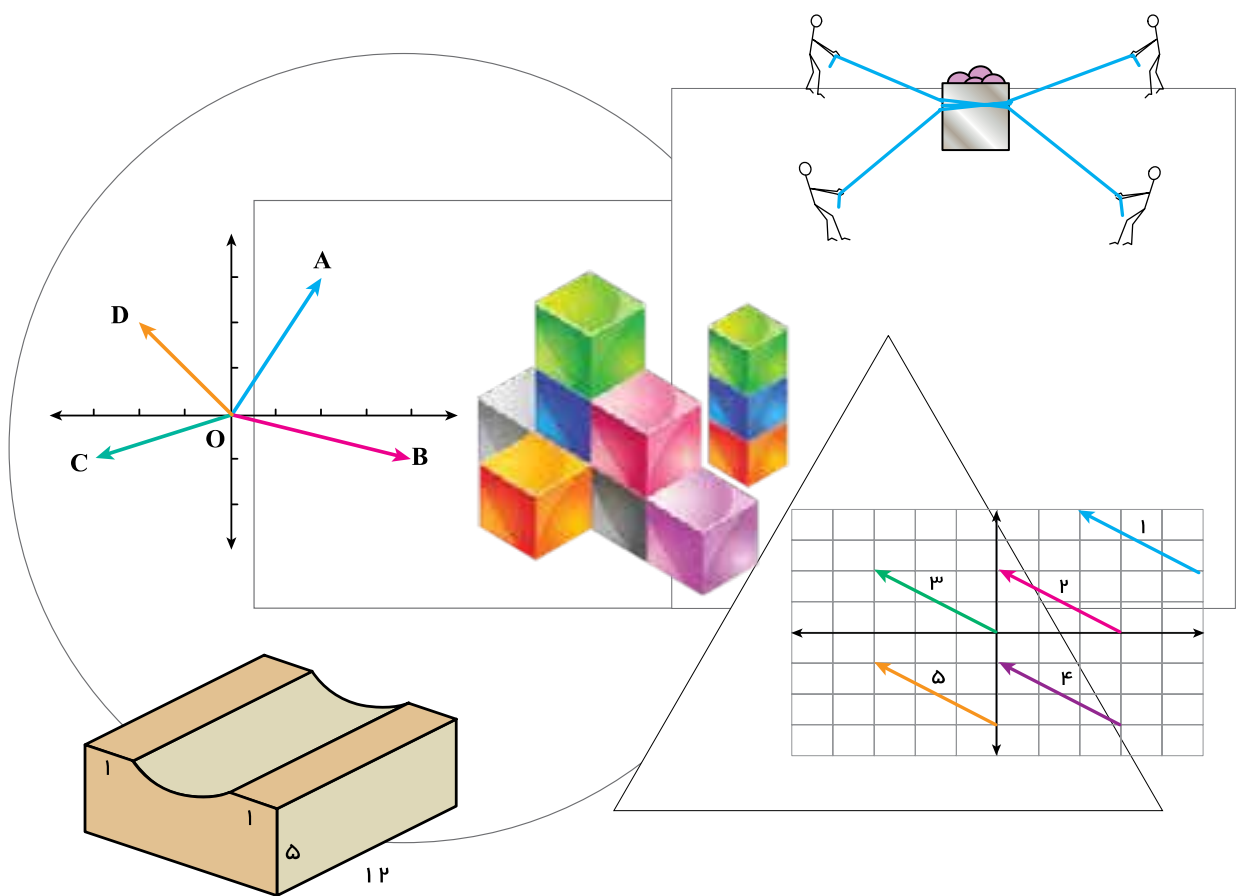


بسم الله الرحمن الرحيم

# ریاضی ۷

دوره متوسطه اول



سخنی با دانش آموز

## فصل ۱- راهبردهای حل مسئله

## فصل ۲- عددهای صحیح

معرفی عددهای علامت دار  
جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)  
جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)  
ضرب و تقسیم عددهای صحیح (فعالیت)  
مرور فصل

## فصل ۳- هندسه و استدلال

روابط بین پاره خط‌ها  
روابط بین زاویه‌ها  
رسم مثلث  
تساوی مثلث‌ها  
مرور فصل

## فصل ۴- جبر و معادلات جبری

الگوهای عددی  
عبارت‌های جبری  
مقدار یک عبارت جبری  
معادله  
مرور فصل

## فصل ۵- مساحت و حجم

حجم‌های هندسی  
محاسبه حجم‌های منشوری  
مساحت جانبی و کل  
سطح و حجم  
مرور فصل

## فصل ۶- عددهای طبیعی

عدد اول  
شمارنده اول  
بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک  
کوچک‌ترین مضرب مشترک  
مرور فصل

## فصل ۷- بردار و مختصات

پاره خط جهت دار  
مختصات  
بردار انتقال (فعالیت)  
جمع بردارها  
مرور فصل

## فصل ۸- توان و جذر

تعریف توان  
محاسبه عبارت توان دار  
ساده کردن عبارت های توان دار  
جذر و ریشه  
مرور فصل

## فصل ۹- آمار و احتمال

دسته بندی داده ها  
میانگین  
مفهوم احتمال و پیشامد  
احتمال ریاضی  
مرور فصل

## فصل ۱۰- ترسیم های هندسی

مثلث و اجزاء آن  
ترسیم های هندسی  
اصول توازی  
خطهای موازی و مورب  
مرور فصل

## سخنی با دانش آموز

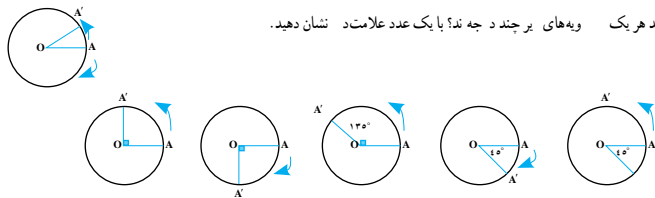
### چگونه ریاضی یاد بگیریم؟

در دوره ابتدایی با مفاهیم حساب و هندسه آشنا شدید. در دوره اول متوسطه از دانش ریاضی خود استفاده می کنید و آن را به کار می برید تا معلومات ریاضی خود را افزایش دهید. اما چگونه باید ریاضیات را آموخت؟

برای یادگیری ریاضی خودتان دست به کار شوید؛ در کلاس نقش فعالی داشته باشید؛ فقط شنونده بودن کافی نیست. فعالیت های کتاب درسی به شما کمک می کنند تا در جریان کلاس سهیم باشید. متن فعالیت ها را با دقت بخوانید و به صورت فردی یا گروهی کارهای خواسته شده را انجام دهید. مهم ترین قسمت فعالیت ها، بخش نتیجه گیری است. آن قسمت ها را به صورت کامل بنویسید.

#### فعالیت

۱- نقطه A روی محیط دایره حرکت می کند. د وضعیت OA و به صفر دجه نشان می دهد. وقتی A روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه A' برسد یک و به دست می کند. با توجه به جهت های و نشان دده شده مشخص کنید هر یک و به های پر چند دجه اند؟ با یک عدد علامت د نشان دهید.



کار در کلاس ها هم کمک می کنند تا شما آموخته های خود را به کار برید و هم این فرصت را به معلم می دهد تا فرایند آموزش را کامل کند و به سؤال های شما پاسخ دهد و اشکالات پیش آمده را رفع کند.

#### کار در کلاس

تساوی کامل کنید.

$15 = 15$	$20 =$	$(10) =$	$(4) =$
$(7) =$	$(10) =$	$(7) = 7$	$(4) =$
$(8) =$	$(11) =$	$(18) =$	$125 =$

در پایان تمرین ها را در منزل به طور کامل انجام دهید. انجام کامل تمرین به این معنی است که شما این قسمت را یاد گرفته اید. اگر نتوانستید به سؤالی جواب دهید، مهم ترین کار شما جست و جوی راه حل از دوستان، هم کلاسی ها و یا معلم است. هرگز تمرینی را بدون پاسخ کامل رها نکنید.

برای انجام کارهای بالا شما باید توانایی خود را در حل مسئله بالا ببرید. کسی که در حل کردن مسئله ماهر شود، می تواند

فعالیت ها را به نتیجه برساند.

#### تمرین

۱- عددها با هم مقایسه کنید.

$$\begin{array}{ccccccc} 40 & 8 & 270 & 1 & 0 & 14 & 30 & 15 & 170 & 0 \\ -80 & -18 & -10 & 0 & 0 & -1 & -25 & 40 & +1 & +70 & 7 \end{array}$$



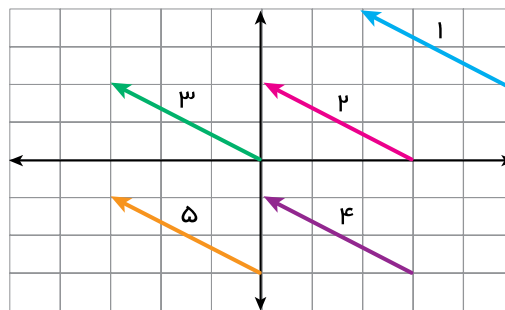
### چگونه مسئله را حل کنیم؟

در حل کردن مسئله ۴ مرحله وجود دارد در تمام کتاب وقتی با مسئله ای روبه رو می شوید، این ۴ مرحله را در ذهن خود مرور کنید تا کم کم مسئله فکر خود را سازمان دهی کنید

**مرحله اول: فهمیدن مسئله:** برای درک مسئله باید آن را خوب بخوانید و درک کنید کارهای زیر می تواند شما را در درک بهتر مسئله کمک کند:

- مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید
- مسئله را خلاصه کنید
- خواسته های مسئله را معلوم کنید
- شرط های خاص مسئله را جدا کنید
- داده ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید

**مرحله دوم: انتخاب راهبرد مناسب:** در دوره ابتدایی با تعدادی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدید دانستن نام و کاربرد هر راهبرد به شما کمک می کند تا آنها را مرور و پیدا کنید که کدام یک برای حل مسئله ممکن است مفید باشد



**مرحله سوم: حل کردن مسئله:** با راهبردی که انتخاب کردید، مسئله را حل کنید اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمی رسد، به مرحله دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید گاهی اوقات لازم است به مرحله اول برگردید شاید نکته ای در مسئله وجود دارد که شما هنوز به آن توجه نکرده اید

**مرحله چهارم: بازگشت به عقب:** حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی شود ابتدا پاسخ ریاضی خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید آیا پاسخ شما همان خواسته مسئله است؟ آیا جواب شما منطقی است؟ می توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید و یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید

### راهبرد رسم شکل

کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. ممکن است این شکل در ذهن شما باشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛ بنابراین از ترسیم‌های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنید.

۱- یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱ و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله یک متر از لبه باغچه دور تا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟  
ابتدا یک مستطیل رسم کنید  
دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید  
یک مستطیل جدید به وجود می‌آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟

۲- تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟

۳- قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود و هر بار ۲ متر سر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟

## راهبرد الگوسازی

در بعضی مسئله‌ها لازم است همه حالت‌های ممکن را بنویسید برای این که حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم الگو و ترتیبی مشخص بنویسید الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید

۱- دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد جدول را با یک نظم و ترتیب کامل

بکشید

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟ حاصل ضرب آن در چه عدد ۲۴ می‌شود؟  
اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



۳- با سه رقم ۷ و ۲ و ۵ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید

۴- با سکه‌های ۵ و ۱ تومانی به چند حالت می‌توان ۵ تومان درست کرد؟

### راهِبرد حذف حالت‌های نامطلوب

با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانید حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید تا با حذف آنها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟ ابتدا با راهبرد الگوسازی همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷ می‌شود، بنویسید.  
به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

نفر سوم	نفر دوم	نفر اول

۲- دوست شما یک عدد حسابی کوچک تراز ۱ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟  
در واقع از ۹۹ تا ۱ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی‌مانده نامطلوب‌اند. با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

- آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟
- آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟
- آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟
- آیا عدد مورد نظر شما از ۵ بزرگ‌تر است؟

با توجه به ..... که در سؤال بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها به عدد مورد نظر رسید.



## راهبرد الگویابی

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی و یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را پاسخ دهید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها و یا عددها الگو و رابطه‌ی خاصی وجود داشته باشد.

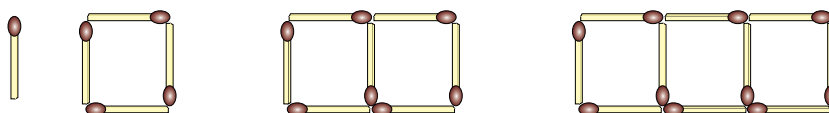
۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

..... و ..... و ..... و ۱۳ و ۱ و ۷ و ۱۴

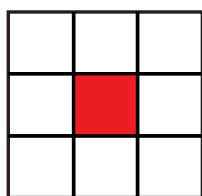
..... و ..... و ..... و ۱۶ و ۹ و ۱۴

..... و ..... و ..... و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴

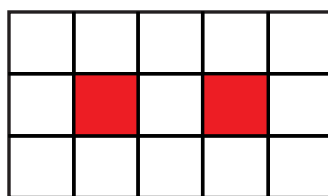
۲- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



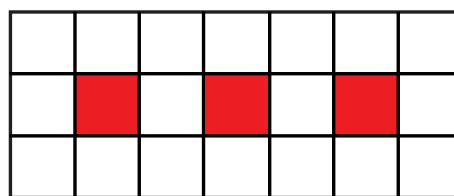
۳- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟



$$\frac{1}{9}$$



$$\frac{2}{25}$$



$$\frac{3}{49}$$

### راهبرد حدس و آزمایش

ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و یا رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حدس خود را بررسی و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید

۱- ۲ دستگاه دوچرخه و سه چرخه در یک پارکینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه چرخه در پارکینگ وجود دارد؟

تعداد دوچرخه	تعداد سه چرخه	بررسی آزمایش

در حدس اول تعداد دو چرخه‌ها را ۱ و تعداد سه چرخه‌ها را هم ۱ عدد در نظر بگیرید  
با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید  
با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟ چرا؟

۲- دو زاویه متمم‌اند یکی از این زاویه‌ها از ۳ برابر زاویه دیگر ۱ درجه بیشتر است اندازه هر زاویه را پیدا کنید

$$3\square + 1 = 31$$

۳- به جای  $\square$  چه عددی می‌توان قرار داد؟

$$3 \times 1 + 1 = 4 \quad \text{به جای } \square \text{ عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱ شروع کنید}$$

### راہبرد تبدیل یک مسئله به زیر مسئله

مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به مسئله ساده و مرحله به مرحله تبدیل کنید. فهرستی از این زیر مسئله‌ها را درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیر مسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیر مسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس‌انداز هفتگی محمد، ۳ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲- طول و عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶، ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع ۳/ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟

۳- میوه فروشی، امروز ۴ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵ تومان و ۸ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲ تومان فروخت. این میوه‌فروشی از این کار خود چقدر سود برده است؟

### راهبرد تبدیل مسئله به مسئله ساده‌تر

برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله ساده‌تر و مرتبط با آن را حل می‌کنیم سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

۱- قطر خورشید ۱۳۹۲۵۳ کیلومتر و قطر کره زمین ۱۲۷۵۶/۶ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید ،  $۱۳۹۲۵۳ \approx ۱$

خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید  $۱۲۷۵۶/۶ \approx$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید

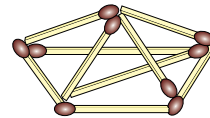
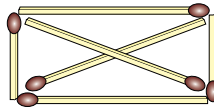
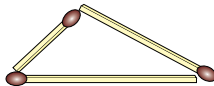
به جای حل کردن عبارت بالا ابتدا ساده شده این مسئله را پاسخ دهید

در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

۳- اگر ۱ نقطه را که روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم؛ چند پاره خط به وجود می‌آید؟ تعداد پاره خط‌ها در

واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌هاست

یک الگو پیدا کنید و برای ۱ نقطه نتیجه‌گیری کنید



### راهبرد روش‌های نمادین

بسیاری از مسئله‌ها را می‌توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز استفاده کنید در بعضی از مسئله‌ها نیز ممکن است از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود

- ۱- احمد ۳ تومان پول داشت او ۴ دفتر خرید و ۲ تومان برایش باقی ماند قیمت هر دفتر چقدر است؟  

$$4 \times \square + 2 = 3$$
 متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید  
 مربع نشان دهنده چه چیزی است؟  
 اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید  
 (در فصل سوم این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد)

- ۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱ صفحه از آن باقی ماند اگر این کتاب ۱ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

- ۳- یک سالن مستطیل شکل است می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچه کولر قرار دهند، به‌طوری‌که از ۴ گوشه آن به یک اندازه باشد محل دریچه را تعیین کنید

## مرور راهبردها

در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه، جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. در مورد راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند ولی نحوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند اما نحوه شکل کشیدن آنها ممکن است متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد.

۱-  $\frac{1}{3}$  دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و  $\frac{1}{5}$  دانش‌آموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲- مساحت مربعی به ضلع ۱ سانتی‌متر، ۱ متر مربع است. اگر از ضلع مربع ۱ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟

۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذر پاشی کرده است :  
گندم : ۴۵٪      جو : ۳۷/۵٪      ذرت : ۱۷/۵٪  
اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید

۴- حاصل عبارت روبه‌رو را پیدا کنید

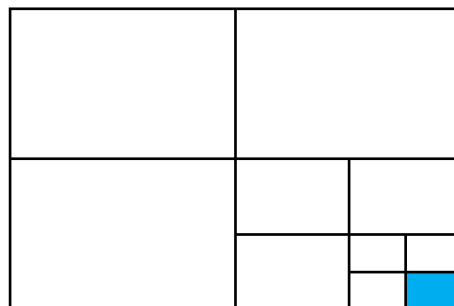
$$\frac{1}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100} =$$

۵- در یک کارگاه تولید کفش ۴۹۶ جفت کفش تولید شده است  $\frac{3}{8}$  آنها پسرانه و بقیه دخترانه است اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴ تومان باشد، درآمد این کارگاه چقدر است؟

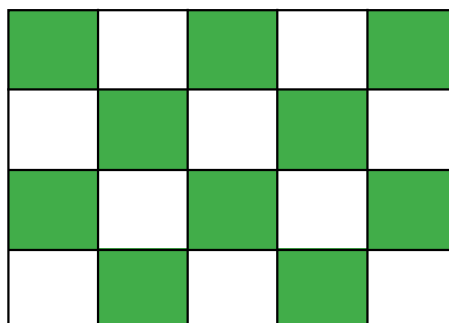
زیر مسئله

۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می‌دهد مهره او روی نقطه  $\left[ \begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right]$  است او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد در حال حاضر مهره سارا روی کدام نقطه قرار دارد؟

۷- چه کسری از شکل رنگی است؟ توضیح دهید



۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح مقابل کاشی‌کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی سبز دارد؟



۹- به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۱- عددی را ۵ برابر و ۳ عدد از آن کم کردیم حاصل ۳۲ شد عدد مورد نظر چند است؟



# فصل ۲

## عددهای صحیح

از عددهای صحیح (علامت دار) می توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا و همچنین عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

عددهای صحیح

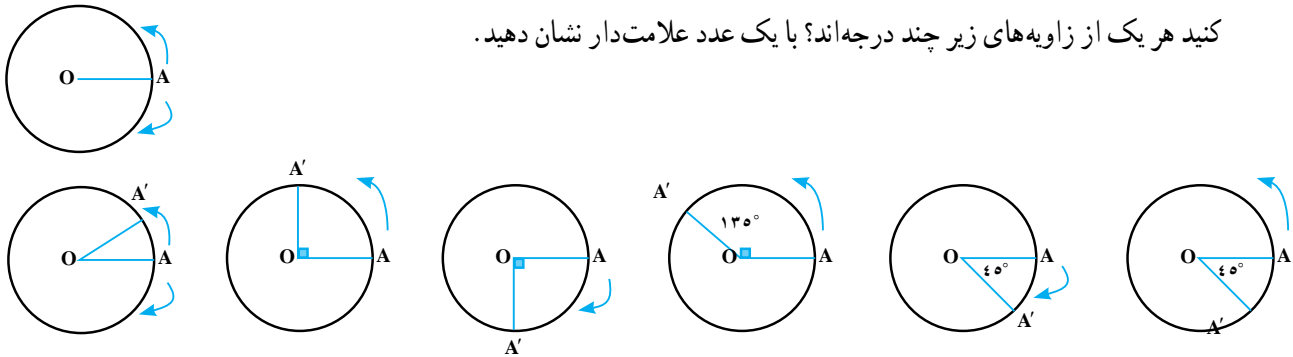
جمع عددهای صحیح

تفریق عددهای صحیح

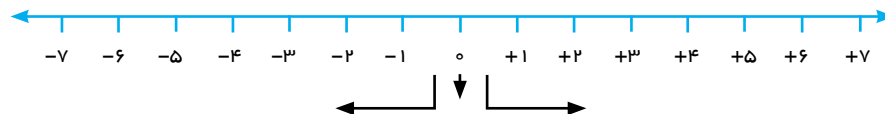
ضرب و تقسیم عددهای صحیح

# عددهای صحیح

۱- نقطه  $A$  روی محیط دایره حرکت می کند. در وضعیت  $OA$  زاویه صفر درجه را نشان می دهد. وقتی  $A$  روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه  $A'$  برسد یک زاویه درست می کند. با توجه به جهت های و نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.



۲- در سال گذشته با نمایش عددهای صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که عددهای منفی قرینه عددهای مثبت اند. در ریاضی قرینه را با علامت منفی نشان می دهند. با کمک محور مانند نمونه تساوی ها را کامل کنید.



قرینه ( ۷ )      قرینه ( ۵ )      ۳      قرینه ( ۳ )      قرینه ( ۳ )

قرینه ( ۸ )      قرینه ( ۵ )      قرینه ( ۴ )

۳- مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی ها را کامل کنید.

قرینه قرینه ( ۷ )      ۵      ( ( ۵ ) )      قرینه قرینه ( ۵ )

قرینه قرینه ( ۷ )      قرینه قرینه ( ۶ )

از تساوی های بالا چه نتیجه ای می گیرید؟

عددهای صحیح مثبت می توان به صورت زیر نوشت :

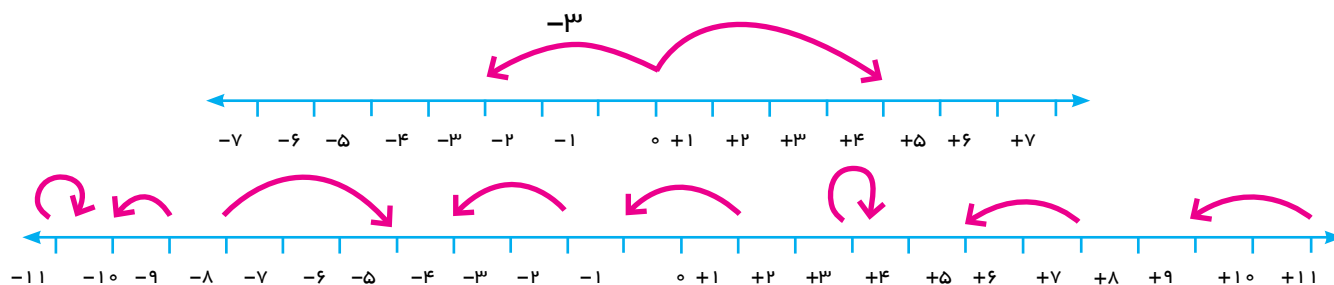
۷ ۷ و ۳ ۳

عددهای صحیح سه دسته اند؛ اعداد صحیح مثبت، صفر و اعداد صحیح منفی.

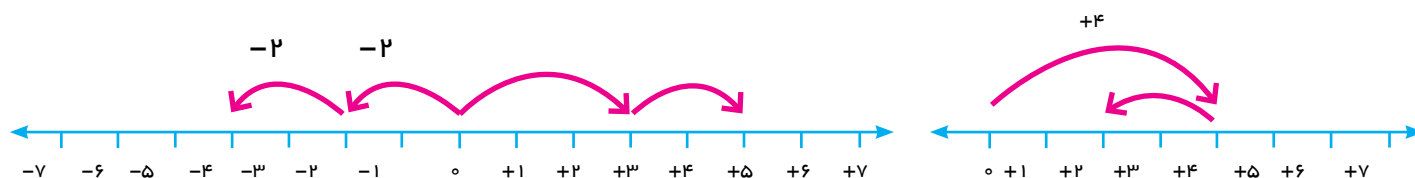
تساوی را کامل کنید.

$$\begin{array}{cccc}
 ۱۵ \quad ۱۵ & ۲۰ & (۱۰) & (۴) \\
 ((۷)) & (۱۰) & (۷) \quad ۷ & (۴)
 \end{array}$$

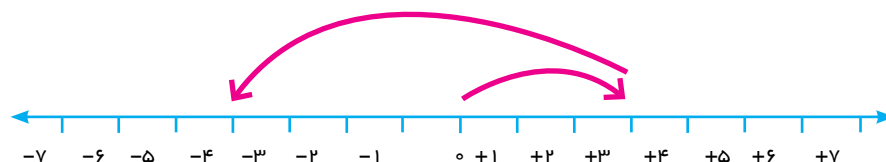
۱- مانند نمونه‌ها برای هر حرکت روی محور یک عدد علامت‌دار (مثبت یا منفی) بنویسید.



۲- وقتی دو حرکت پشت سرهم انجام می‌شود، می‌توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.



$$\begin{array}{ccccccc}
 (.....) & (.....) & (.....) & (.....) & (.....) & (.....) & (.....) \\
 (۴) & (۲) & (.....) & (.....) & (.....) & (.....) & (.....)
 \end{array}$$



$$\begin{array}{ccccccc}
 (.....) & (.....) & (.....) & (.....) & (.....) & (.....) & (.....) \\
 (۴) & (۲) & ۴ \quad ۲ & ۳ \quad ۲ & ۳ \quad (۲) & ۳ \quad ۲ & ۳ \quad (۲)
 \end{array}$$

۳- (۴) (۲) را می‌توان به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می‌نوشتید، تبدیل کنید؛ یعنی:

تفریق را هم می‌توانیم به جمع تبدیل کنیم. مانند:

مانند نمونه تساوی‌ها را کامل کنید.

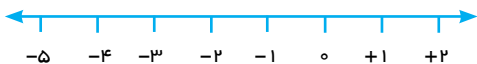
$$\begin{array}{ccccccc}
 ۷ \quad (۴) & ۷ \quad ۴ & ۷ \quad ۱۱ & ۸ \quad ۵ & ۵ \quad (۳) & ۵ \quad ۶ & ۷ \quad ۱۱
 \end{array}$$

در دفتر خود برای هر جمع یا تفریق یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست آورید.

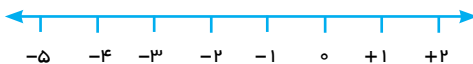
$$\begin{array}{ccccccc}
 ۸ \quad (۵) & ۴ \quad (۷) & ۸ \quad (۵) & ۵ \quad (۳) & ۵ \quad ۶ & ۷ \quad ۱۱ & ۷ \quad ۱۱ \\
 ۴ \quad (۲) & ۳ \quad ۱ & ۵ \quad (۴) & ۵ \quad (۳) & ۵ \quad ۶ & ۷ \quad ۱۱ & ۷ \quad ۱۱
 \end{array}$$

۱- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید.

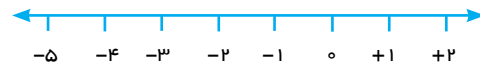
$$0 - (2)$$



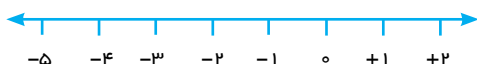
$$0 - (4)$$



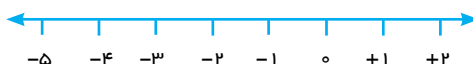
$$3 - 0$$



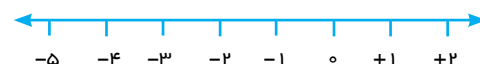
$$2 - 0$$



$$0 - (3)$$



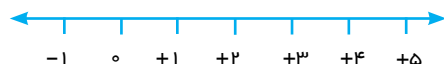
$$0 - (2)$$



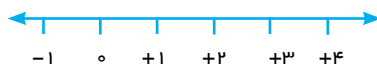
از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق را به صورت جمع بنویسید.

$$(5) - (5)$$



$$4 - 4$$



$$3 - 3$$



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- عددها را با هم مقایسه کنید.

$$4 \bigcirc 8$$

$$27 \bigcirc 1$$

$$0 \bigcirc 14$$

$$3 \bigcirc 15$$

$$(8) \bigcirc (8)$$

$$100 \bigcirc 1$$

$$7 \bigcirc 7$$

۲- مانند نمونه گسترده عددها را بنویسید.

$$1081$$

$$2040$$

$$237$$

$$200$$

$$30$$

$$7$$

$$435$$

۳- عدد قبل و بعد هر یک از عددها را بنویسید.

..... و ۴۳۱ و .....

..... و ۵ و .....

..... و ۱۷۱ و .....

۴- اگر هر  $\bigcirc$  نشان دهنده ۱ و هر  $\bullet$  نشان دهنده ۱ باشد، چرا  $\bigcirc \bullet$  و یا  $\bullet \bigcirc$  برابر صفر می‌شود؟

۵- عددها را به طور تقریبی روی محور نشان دهید.

$$22 \text{ و } 31 \text{ و } 27 \text{ و } 15 \text{ و } 5$$



$$22 \text{ و } 275 \text{ و } 15 \text{ و } 8 \text{ و } 25$$



$$20$$

## جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

۱- اگر ○ نشان دهنده ۱ و ● نشان دهنده ۱ باشد. مانند نمونه حاصل جمع و تفریق‌ها را با رسم دایره‌های توپر و تو خالی به دست آورید. تفریق‌ها را ابتدا به جمع تبدیل کنید.

$$۴ \quad ۵ \quad ۴ \quad (۵) \quad ۴ \quad ۵$$



$$۴ \quad (۳)$$

$$۵ \quad (۶)$$

$$۶ \quad ۵$$

$$۸ \quad ۲$$

۲- علاوه بر روش فوق، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق را با محور نیز آموخته‌اید. اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.

$$(۲) \quad ۴$$

$$۵ \quad ۱$$

$$(۲) \quad (۳)$$

**نتیجه:**

اگر هر دو عدد مثبت باشند حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

$$۴ \quad (۱)$$

$$۳ \quad ۴ \quad ۳ \quad (۴)$$

$$(۴) \quad (۲)$$

**نتیجه:** اگر هر دو عدد منفی باشند،.....

حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید.

$$(۴) \quad (۶)$$

$$(۱۰) \quad (۲۰)$$

$$۲۰۰ \quad (۱۰۰)$$

$$۶ \quad (۷)$$

$$(۴) - (۶)$$

$$۸ \quad ۳$$

$$(۴۰) \quad (۸)$$

$$۲۰۰ \quad (۴۰۰)$$

$$(۴۰) - (۳۰)$$

$$۸۰ \quad ۵$$

$$۷۰ \quad ۱۰$$

با دو روشی که برای جمع و تفریق می‌شناسید، در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به دست آورید و نتیجه را بنویسید.

$$(2) \quad 4 \qquad (3) \quad (5)$$

$$(5) \quad 4 \qquad 3 \quad 6$$

$$7 \quad 3$$

**نتیجه:** اگر در جمع دو عدد صحیح یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار مثبت بیشتر باشد علامت حاصل جمع .....

$$(6) \quad 4 \qquad (8) \quad (5)$$

$$(7) \quad 5 \qquad 9 \quad 7$$

**نتیجه:** اگر در جمع دو عدد یکی از دو عدد مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد منفی بیشتر باشد علامت حاصل جمع .....

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(2) \quad (5) \qquad (7) - (9) \qquad 9 \quad 3$$

$$30 \quad 80 \qquad 10 \quad 18 \qquad (20) \quad 10$$

$$(7) \quad (5) \qquad (20) - (10) \qquad 100 \quad 200$$

$$10 \quad 20 \qquad (10) \quad 40$$

۱- عددها را از کمتر به بیشتر و از چپ به راست مرتب کنید.

۲۳ و ۱۲ و ۳۴ و ۵ و ۰ و ۴۵ و ۱۵ و ۵ و ۱ و ۲

پاسخ مسئله‌های زیر را در دفترتان بنویسید.

۲- اگر طبقه هم کف یک ساختمان را با صفر و طبقه‌های بالای همکف را با وزیر هم کف را با نشان دهیم.

مسئله زیر را پاسخ دهید.

شخصی در طبقه ۵ سوار آسانسور شد. ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از خرید، ۶ طبقه به پایین آمد. پس از خرید جای ۲ طبقه پایین رفت و در صندوق خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در پارکینگ سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود؟

۳- دمای هوای شهر کرد ۲ درجه زیر صفر است. اردبیل ۸ درجه از شهر کرد سردتر است. دمای هوای

شهر اردبیل چند درجه است؟

۴- دمای شهر کرمان، سنندج و یاسوج به ترتیب ۲۱ درجه بالای صفر، ۶ درجه زیر صفر و ۱۰ درجه زیر صفر

است. سنندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ سنندج چند درجه از یاسوج گرم‌تر است؟

۵- در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

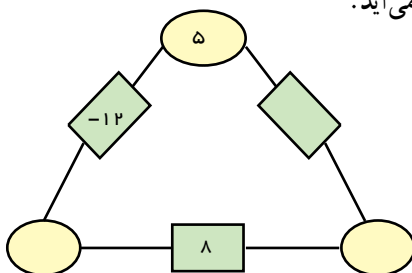
۸  ۱۰  
۱۰  ۲۰  
۴  ۸  
۴  ۱۰

۱۰  ۱۵  
۱۰  ۱۵  
۳  ۵  
۴  ۸

۴  ۸  
۱۰  ۵  
۲  ۸  
۶  ۱۵

۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع از مجموع عددهای دو رأس به دست می‌آید.

عددها را کامل کنید.



۷- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

۱۰ ( ۴ )

۸ ۴

۱۶ ۱۵

۱۴ ۲۰

۱۰ ( ۵ )

۱۰ ( ۵ )

۱۰ ۶

۱۰ ۲۰

۱۰ ( ۲۰ )

۱۰ ( ۵ )

۱۰ ( ۵ )

۱۰ ( ۲۰ )

## جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

- ۱- مانند نمونه جمع و تفریق دو عدد دو رقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید.  
سپس با توجه به ارزش مکانی حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

یکان	دهگان
۴	۳
۷	۲
۳	۱

$$۷ (۳) ۱۰$$

ی	د
۷	۲
۹	۳

ی	د
۷	۱
۴	۲

ی	د
۳	۴
۱	۵

به همین ترتیب می‌توانید جمع و تفریق چند عدد دو رقمی را انجام دهید.

ی	د
۷	۶
۳	۲
۱	۳
۳	۱

ی	د
۳	۴
۱	۵
۴	۳
۶	۲

$$(۶) ۲۰$$

- ۲- حاصل عبارت‌های ردیف اول را با کمک ۴ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید نیز پیدا کنید. روش کار را توضیح دهید.

$$۲۷ \ ۳۹$$

$$۴۳ \ ۵۱$$

$$۱۷ \ ۲۴$$

کدام یک از دو روش برای شما ساده‌تر بود؟ در این مورد در کلاس گفت‌وگو کنید.

حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

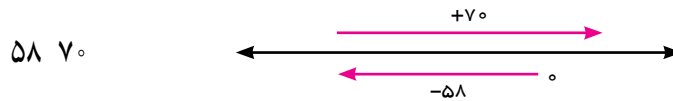
ی	د
۴	۲
۹	۴

ی	د
۱	۸
۵	۳

ی	د
۳	۴
۵	۷



۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می شود و از روی حرکت فلش ها می توان روش محاسبه را حدس زد. با توجه شکل، حاصل مثبت و جواب ۱۲ ۵۸ ۷۰ است.



اکنون حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تفریق رسم کنید.



۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ های خود را بررسی کنید.

برای منفی کردن عددها از کلید  $\boxed{+ -}$  استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می کند. برای وارد کردن

عدد ۴۳ دکمه را به این ترتیب وارد کنید.



برای رسیدن به ۴۳ چه راه حل دیگری دارید؟

۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت مثبت است یا منفی .

$$۸۰ - ۱۳۰ \quad ۴۰ - ۹۰ \quad ۱۰۰ - ۲۰۰ \quad ۱۰۰ - (۵۰)$$

۲ حاصل عبارت ها را مانند نمونه به صورت تقریبی به دست آورید.

$$۱۳۷ - ۲۱۱ \approx ۱۰۰ - ۲۰۰ - ۱۰۰ \quad ۴۷۱ - ۱۸۲ \approx$$

$$۵۰۲ - ۷۹۴ \approx \quad ۴۷۱ - ۲۱۱ \approx$$

۳- حاصل دقیق عبارت های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۱- حاصل عبارت‌ها را با روش ارزش مکانی به دست آورید.

ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
۱	۲	۴	۱	۲	۵	۳	۳	۱
۲	۳	۷	۲	۳	۱	۲	۵	۷



۲- یک زیر دریایی ۱۵۰ متر پایین تر از سطح دریا قرار دارد. زیر دریایی دیگری ۵۰ متر از آن بالاتر است. ارتفاع زیر دریایی دوم نسبت به سطح دریا چند متر است؟

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. از هر روشی که می‌خواهید حاصل را به دست آورید.

$$( ۷ ) (( ۴ ) ( ۵ ))$$

$$( ۱۳ ) (( ۹ ) ۱۷)$$

$$۱۳۶ \ ۲۶۰$$

$$( ۳۶ ) ( ۱۷ )$$

$$( ۳۷ ) ( ۸ )$$

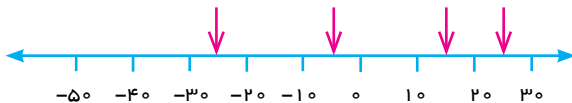
$$۱۲ \ ۱۵ \ ۷$$

$$۱۵ \ ۹ \ ۸$$

$$۱۷ \ ۲۵ \ ۱۲$$

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی هم کف و ۳ طبقه زیر هم کف تشکیل شده است. احمد در طبقه ۲ است. او ابتدا ۳ طبقه بالا است. سپس ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم اکنون در کدام طبقه است؟

۵- نقاط مشخص شده به طور تقریبی چه عددی را نشان می‌دهند؟



۶- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت تقریبی به دست آورید.

$$۷۱ \ ۵۹ \cong$$

$$۸۳ \ ۴۸ \cong$$

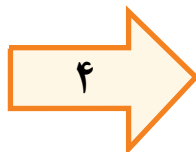
$$۳۷ \ ۷۱ \cong$$

$$۴۱ \ ۳۷ \ ۸۲ \cong$$

حاصل هر عبارت را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

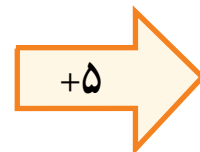
۷- جاهای خالی را کامل کنید.

-۸		۴
-۲		۵



	۳	
۶		-۷
	۴	

-۱

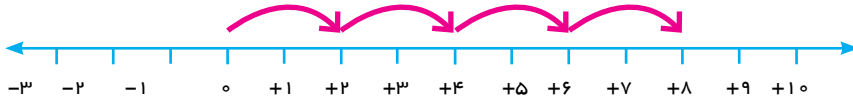
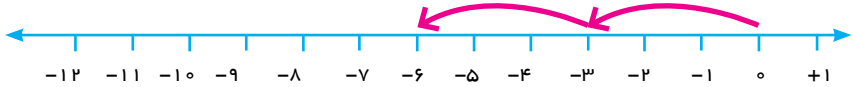


۵
-۸

## ضرب و تقسیم عددهای صحیح

فعالیت

۱- به کمک محور و حرکت انجام شده روی آن یک عبارت ضرب بنویسید و حاصل را پیدا کنید.

..... $\times$ .......... $\times$ .....۲- اگر فرض کنیم هر  $\bigcirc$  یعنی ۱ پس ۳ تا  $\bigcirc$  مساوی ۳ تا (۱) یعنی ۳، پس:  $3 \times (1) = 3$ هر  $\bullet$  یعنی ۱ پس ۳ تا  $\bullet$  یعنی ۳ تا (۱) یعنی ۳، پس:  $3 \times (1) = 3$ 

حالا تساوی‌ها را کامل کنید.

$4 \times (1)$

$5 \times (1)$

$6 \times (1)$

$7 \times (1)$

۶

$10$

۳- مانند نمونه حاصل ضرب‌ها را به دست آورید.

$4 \times 2$

$(3) \times (5)$

$3 \times (3)$

$12 \times (1)$

$(7) \times (3)$

$(8) \times (2)$

$12 \times 1$

$(5) \times (2)$

$(6) \times 3$

$8 \times (8)$

$\times$		

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

به کمک آن حاصل ضرب‌ها را بنویسید.

$4 \times (8)$

$(5) \times (3)$

$(6) \times (7)$

$27 \times (8)$

$(4) \times (3)$

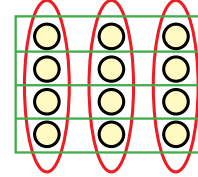
$7 \times 5$

کار در کلاس

۱- در دوره دبستان برای نشان دادن ضرب و تقسیم اعداد از شکلی مانند شکل زیر استفاده می‌کردید.

$3 \times 4 = 12$

$12 \div 4 = 3$



$4 \times 3 = 12$

$12 \div 3 = 4$

ضرب‌های زیر را ابتدا با محور نشان دهید. سپس تقسیم‌های متناظرشان را بنویسید.

$(12) \div (3) = (4)$

$(12) \div (2) = (6)$

$(15) \div (5) = (3)$

$(8) \div (4) = (2)$

بدون استفاده از محور برای هر یک از ضرب‌های فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲- با توجه به تقسیم‌های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد کامل کنید و حاصل تقسیم‌ها را به دست آورید.

÷		

$(12) \div (2)$

$(21) \div (3)$

$(14) \div (7)$

$(21) \div (7)$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

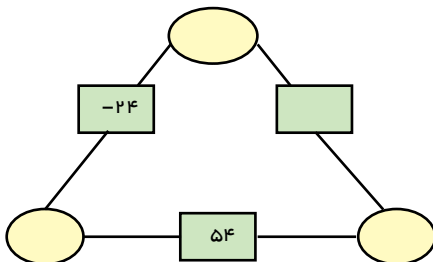
$(8) \div (4) \times (2)$

$(2) \div (3) \times 4$

$(3) \times ((7) \div (14))$

$(3) \times ((4) \div 28)$

۲- حاصل ضرب عددهای روی رأس‌های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است. جاهای خالی را کامل کنید.



۳- الگوهای عددی را کامل کنید.

..... و ..... و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و ۳ و ..... و ..... و .....

..... و ..... و ۵ و ۱ و ۵ و ۲ و ..... و ..... و .....

۱- جملات زیر را کامل کنید.

- اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح ..... است.

- اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح، هم عددی منفی شود، یکی از آن عددهای صحیح ..... و دیگری ..... است.

- اگر ضرب دو عدد صحیح صفر شود یکی از آنها ..... است.

- اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح ..... است.

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت مثبت یا منفی است؟

$$(41 \ 80) \times (50 \ 60)$$

$$(27 \ 50) \times (40 \ 20)$$

$$(80 \ 40) \times (40 \div 5)$$

$$(8 \div 4) \times (2 \times 3)$$

۳- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$(200) \div 20$$

$$40 \div 80$$

$$(100) \div 20$$

$$20 \div 4$$

$$8 \times 80$$

$$100 \div 20$$

۴- همه پاسخ‌های ممکن برای عبارت  $12 \times$  را بنویسید.

۵- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$((2) (3)) \times (5)$$

$$((2) (7)) \div (5)$$

$$(5 \ 4) \times (6)$$

$$5 \times (4 \ (3))$$

۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. طول مسیر  $1200$  کیلومتر است و قطار در هر ساعت  $60$  کیلو متر حرکت می‌کند. شهر شاهرود را که در نیمه راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از آن را مثبت در نظر بگیرید و به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.



قطار چه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟

چه ساعتی به تهران می‌رسد؟

قطار در ساعت ۳ در چه فاصله‌ای از شاهرود بوده است؟

در چه ساعتی  $220$  کیلومتر بعد از شاهرود است؟

جدول زیر را کامل کنید.

زمین (بر حسب ساعت)	-۱	-۸	-۶	-۴	-۲		۲	۴	۶	۸	۱
مکان قطار نسبت به شاهرود	-۶	-۴۸									

## مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- قرار دادی برای جهت‌های مثبت و منفی
- محور عددهای صحیح و مرتب کردن عددهای صحیح (مثبت - صفر - منفی)
- قرینه قرینه یک عدد صحیح
- صحیح مثبت همان عدد طبیعی است.
- تبدیل تفریق به جمع
- جمع و تفریق روی محور
- جمع و تفریق با دایره‌های توپر و خالی
- مقایسه و ترتیب کردن عددهای صحیح
- جمع و تفریق دو عدد صحیح
- تعیین علامت در ضرب و تقسیم
- ضرب و تقسیم دو عدد صحیح
- انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی
- انجام عملیات عددهای صحیح به صورت تقریبی و با ماشین حساب
- حل مسائل مربوط به عددهای صحیح

## کاربرد

کاربرد این درس را در فصل‌های سوم (عبارت‌های جبری).

این درس در زندگی روزمره در بیان عددهای علامت دار مثل درجه هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ..... کاربرد دارد. شما می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید.

## تمرین‌های ترکیبی

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\begin{array}{ccc} (4) \quad 8 & (6) \quad (3 \quad 7) \times (2 \div 18) & \\ 4 \quad 20 \quad 100 & 5 \quad 20 & \\ (4) \quad 16 & & \end{array}$$

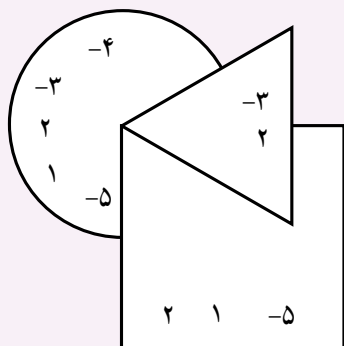
۲- دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟

۳- الگوهای عددی زیر را ادامه دهید. الگو را به فارسی توضیح دهید.

..... و ..... و ..... و ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳

..... و ..... و ..... و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

۴- عددهای متوالی ..... و ۲۲ و ۱۷ و ۱۲ و ۷ و ۲ پنج تا پنج تا افزایش پیدا می کنند. در توالی دیگر ..... و ۲۴ و ۱۷ و ۱۰ و ۳ هم عددها هفت تا هفت تا افزایش پیدا می کنند. عدد ۱۷ در هر دو توالی مشترک است. عدد مشترک بعدی کدام است؟



۵- با توجه به شرایط زیر عددهای داخل شکل ها را مشخص کنید.

- عدد ۲ داخل هر سه شکل است.
- عدد ۳- داخل دایره و مثلث است ولی در مربع نیست.
- عددهای ۱۰ و ۵ در مربع و دایره اند ولی در مثلث نیستند.
- حاصل جمع عددهای داخل دایره صفر است و ۶ عدد در دایره قرار دارد.
- ۵ فقط داخل مربع است و ۴ فقط داخل دایره است.
- جمع عددهای داخل مثلث نیز صفر است و ۴ عدد داخل آن قرار دارد.

۶- در شهر همدان در یک شبانه روز پاییزی حداقل دما ۸ درجه و حداکثر آن ۱۲ درجه است. میانگین دما چند درجه

است؟

۷- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$۱۲ \ ۱۵ \ ۷$$

$$۱۳ \ ۸ \ ۴$$

$$۱۵ \ ۹ \ ۸$$

$$(۴ \ ۳) \times (۸)$$

$$(۸ \ ۹) \times (۲)$$

$$(۱) \times (۲) \times (۳)$$

۸- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد.

۹- در روز درخت کاری ۱۸۰ نهال درخت کاشته شد. ۴۰٪ این درختان کاج بودند. چند درخت کاج کاشته شده است؟

۱۰- ۳۵ مهره را به دسته های ۲ تایی تقسیم کردیم. با هر دو دسته دو تایی یک دسته چهار تایی درست کردیم. با هر دو دسته

۴ تایی یک دسته ۸ تایی درست کردیم و این کار را ادامه دادیم. در انتها بزرگ ترین دسته چند مهره داشت؟ آیا دسته ۴ تایی باقی ماند؟

۱۱- در یک مدرسه دوره متوسطه اول ۴۰٪ دانش آموزان در کلاس اول ۳۲٪ در کلاس دوم و بقیه در کلاس سوم درس

می خوانند. چند درصد در کلاس سوم درس می خوانند؟ اگر تعداد دانش آموزان کلاس دوم  $80^\circ$  نفر باشد تعداد کل دانش آموزان و تعداد دانش آموزان کلاس اول را پیدا کنید.

۱۲- به رابطه بین دو شکل سمت چپ توجه کنید. با توجه به آن مشخص کنید کدام یک از شکل های (۱)، (۲)، (۳) یا (۴) با شکل رسم شده همان رابطه را دارد؟

### شکل پایین صفحه ۵۷ ریاضی دوم راهنمایی کد ۱۷۷

۱۳- سارا می خواهد به دوستانش هدیه بدهد. اگر او برای هر یک از آنها یک مداد  $1500^\circ$  تومانی بخرد  $2000^\circ$  تومان زیاد می آورد و اگر مدادهای  $1750^\circ$  تومانی بخرد،  $1000^\circ$  تومان کم می آورد، تعداد دوستان سارا را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

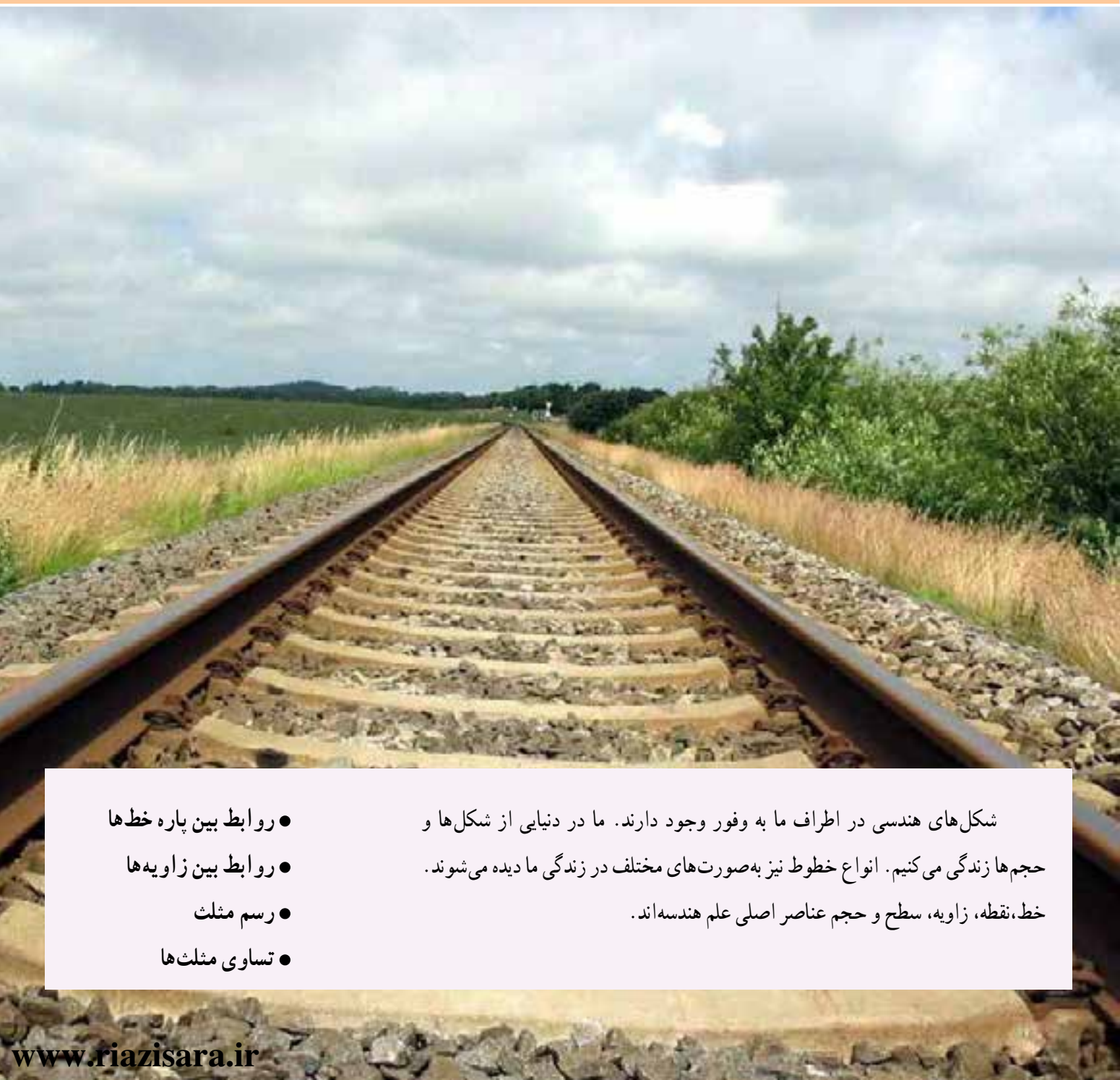
۱۴- اگر کشیدن شکل ها را به همین ترتیب ادامه دهیم، شکل شماره ۸ چند مثلث کوچک دارد؟

۱۵- دو عدد پیدا کنید که مجموع آنها ۴ و حاصل ضرب آنها ۱۲ باشد.

۱۶- عددهای داخل دایره حاصل جمع عددهای داخل مربع اند. عددهای داخل دایره را کامل کنید. در چه صورت هر سه عدد داخل دایره منفی خواهد بود؟



## فصل ۲ هندسه و استدلال



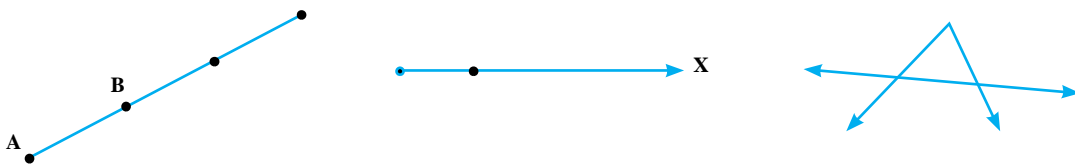
شکل‌های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیایی از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

- روابط بین پاره خط‌ها
- روابط بین زاویه‌ها
- رسم مثلث
- تساوی مثلث‌ها

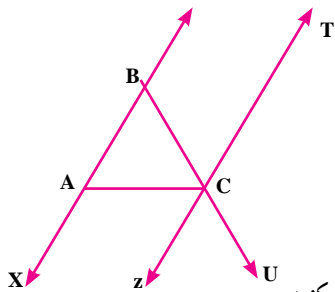
## روابط بین پاره خط‌ها

در ریاضیات برای نام گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر خط را با حروف کوچک نام گذاری می‌کنیم.

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام پاره خط‌ها، نیم خط‌ها و خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.



خط :

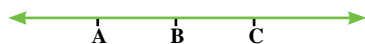
نیم خط :

پاره خط :

دو خط موازی نام ببرید و با علامت موازی بودن را نشان دهید.

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و به‌صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$\overline{AB}$  .....<.....



$\overline{AB}$

$\overline{BC}$

$\overline{AC}$

۳- در شکل مقابل پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

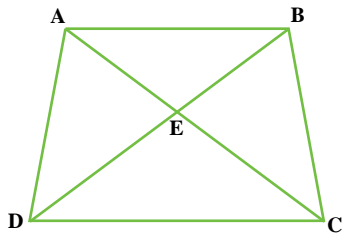
آیا  $\overline{AB} = \overline{BA}$  است؟ چرا؟

آیا بدون اندازه‌گیری می‌توان رابطه مقابل را نوشت؟ چرا؟

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

با قرار دادن اندازه‌ها به جای پاره خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.



۱- تمام پاره خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

مانند نمونه رابطه‌های دیگر را بنویسید.

$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$



۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} =$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} =$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} =$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره خط AB است.

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

$$\overline{AM} = \overline{MB}$$

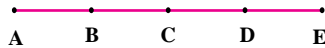
$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

۲- اگر پاره خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AC} \dots\dots \overline{AB} \quad \overline{CE} \dots\dots \overline{AE}$$



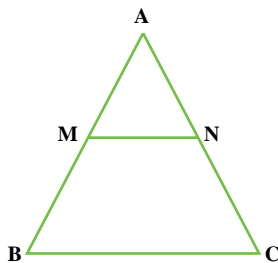
$$\overline{AE} \dots\dots \overline{BE} \quad \overline{BC} \dots\dots \overline{BC}$$

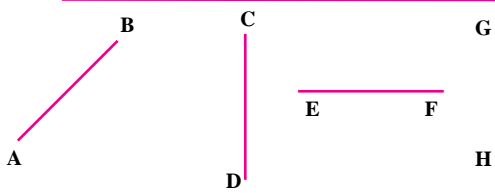
مثال ABC متساوی الاضلاع است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N و؟؟ اضلاع هستند.

$$\overline{AB} = \overline{AC} = \dots\dots \quad \overline{AM} \dots\dots \overline{AB}$$

$$\overline{AM} \dots\dots \quad \overline{AC} \dots\dots \overline{AN}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه گیری بررسی کنید.  $MN = \frac{1}{2}BC$



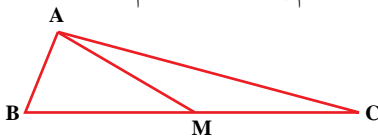


با توجه به پاره خط‌ها اگر بدانیم  $\overline{AB} = \overline{DC}$

و  $\overline{DC} = \overline{EF}$  و  $\overline{EF} < \overline{GH}$ ، رابطه‌های زیر را کامل کنید (این علامت  $\Rightarrow$  یعنی نتیجه می‌گیریم).

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots \quad \left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط‌ها در شکل مقابل می‌بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط‌ها را نام ببرید. (M وسط ضلع BC است).

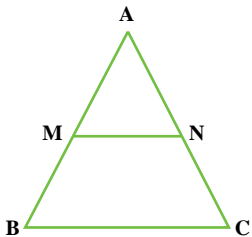


۲ یک خط رسم کنید و نقاط A, B, C, D را طوری روی آن نام‌گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

BD AD BC AC

۳- مثلث ABC متساوی الاضلاع است. M, N وسط‌های ضلع‌ها اند. چگونه می‌توانید دلیل بیاورید که مثلث

AMN نیز متساوی الاضلاع است؟



۴- تمام نقاط شکل مقابل را به هم وصل کنید. چه شکلی به وجود آمد؟

کدام پاره خط‌ها اضلاع شکل مقابل را مشخص می‌کنند؟

کدام پاره خط‌ها قطرهای چندضلعی هستند؟

۵- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

(الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟ (ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

(ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟ (د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می‌آید؟ چرا؟

۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن اندازه قد حسین (c) است.

$$\left\{ \begin{array}{l} a > b \\ b > c \end{array} \right\} \Rightarrow$$

رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق‌های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و

تساوی‌های ریاضی دلیل بیاورید که AM = AN است.

## روابط بین زاویه ها



زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می شود.

چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

$$\hat{x}\hat{O}y = \hat{y}\hat{O}x = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{\phantom{O}}$$

۱- با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



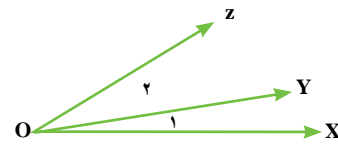
۲- تساوی بین زاویه ها را کامل کنید. سپس با مقاله درستی نوشته ها را بررسی کنید.

$$\hat{x}\hat{O}y + \dots = \hat{x}\hat{O}z$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 =$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \dots = \hat{z}\hat{O}y$$

$$\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 =$$



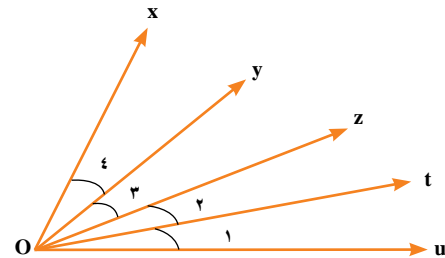
۳- زاویه های  $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$  و  $\hat{O}_4$  همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{x}\hat{O}u = \dots \hat{O}_1$$

$$\hat{x}\hat{O}t = \dots \hat{t}\hat{O}x$$

$$\hat{y}\hat{O}t = \dots \hat{O}_2$$

$$\hat{O}_2 = \dots \hat{z}\hat{O}u$$



۴- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$

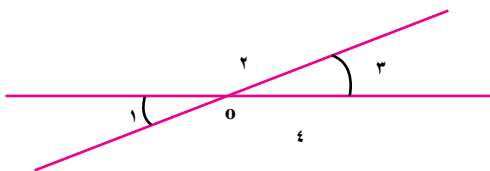
.....

.....

.....

۵- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.

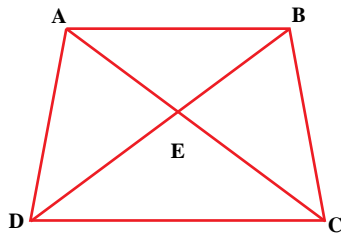


$$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 =$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 =$$

$$\hat{O}_1 + \hat{O}_4 =$$

$$\hat{O}_3 + \hat{O}_4 =$$



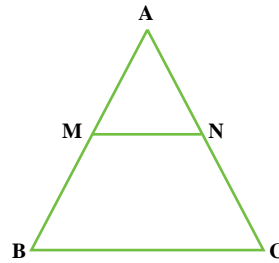
$$\hat{D}_1 =$$

$$\hat{B}_1 = \hat{E}_1$$

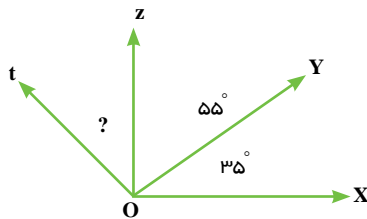
۱- زاویه‌های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۴ تا از رابطه‌های بین زاویه‌ها را بنویسید.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{M}_1 \\ C = \hat{N}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$



۲- نتیجه مقابل را کامل کنید.



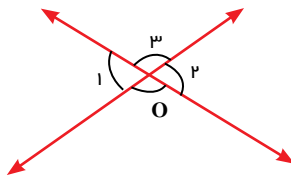
۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه؟ را پیدا کنید.

$$\hat{xOt} = \hat{tOz} + \hat{zOy} + \dots\dots$$

اگر  $\hat{xOt} = 12^\circ$  باشد.

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ 12^\circ & ? & \dots\dots & \dots\dots \Rightarrow ? & \dots\dots & & \end{array}$$

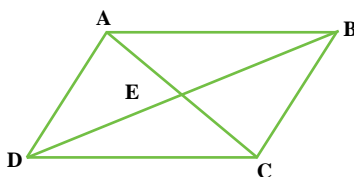
۱- با توجه به شکل مقابل رابطه‌ها را کامل کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_3 = \dots\dots \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_4 = \dots\dots \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots \dots\dots$$

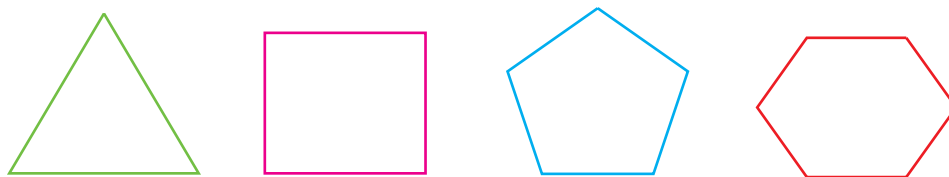
چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل‌های زیر زاویه‌های مساوی را مشخص کنید.



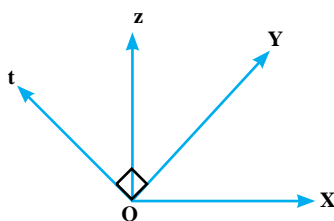


- ۱- زمان‌هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.
- ۲- یک زاویه  $120^\circ$  رسم کنید. با نقاله نیم‌ساز آن را بکشید. زاویه را نام‌گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه‌ها بنویسید.
- ۳- در شکل‌های زیر همه ضلع‌ها و زاویه‌های شکل‌ها با هم برابرند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل‌ها چند ضلعی‌های منتظم می‌گوییم.



با افزایش تعداد ضلع‌ها زاویه‌های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می‌کند؟

اگر به همین ترتیب تعداد ضلع‌ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؟

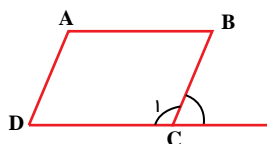


۴- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های  $\hat{xOz}$  و  $\hat{tOy}$ ،  $90^\circ$  هستند.

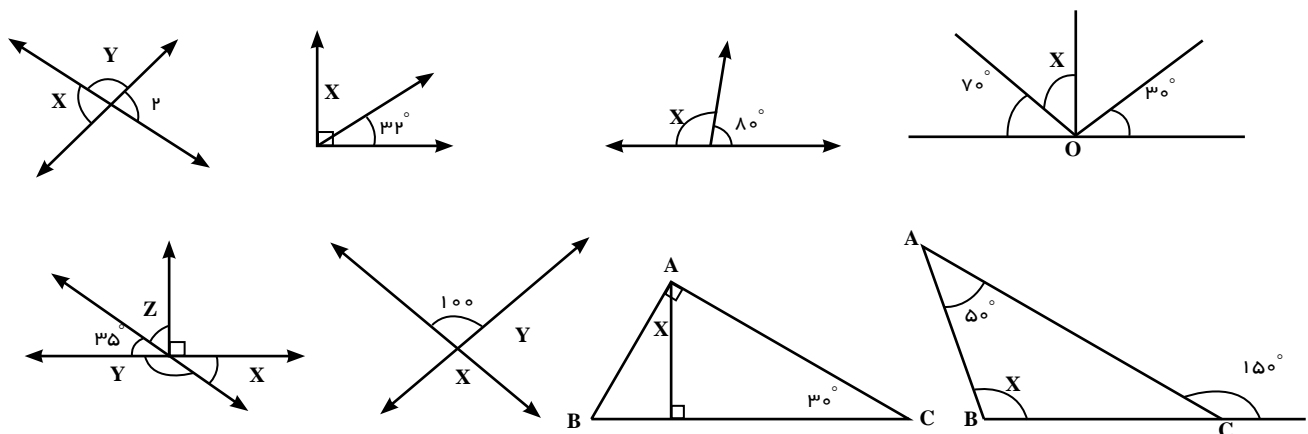
چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه‌های  $\hat{xOy}$  و  $\hat{tOz}$  مساوی‌اند.

۵- می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های کنار هم مثل A و B و یا A و D و یا B و C و یا D و C با هم مکمل‌اند. چگونه

می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه B و C و یا B و D و یا A و C مساوی‌اند؟



۶- اندازه زاویه x, y را در شکل‌های زیر پیدا کنید.



## رسم مثلث

A ————— B

۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن  $3\text{ cm}$   $AB$  باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن  $3\text{ cm}$   $AB$ ، یک ضلع آن  $2\text{ cm}$   $AC$  باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های  $AB$ ،  $AC$ ،  $BC$  به ترتیب  $3$ ،  $2$  و  $2/5$  باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید، پاک نکنید

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های  $3$   $AC$  و  $4$   $AB$  و  $2$   $BC$  سانتی متر رسم کنیم.ابتدا یک پاره خط به اندازه  $4$  سانتی متر را بکشید.چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس  $A$  به اندازه  $3$  سانتی متر باشند؟چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس  $B$  به اندازه  $2$  سانتی متر باشند؟اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه  $A$  به اندازه  $3$  و هم از نقطه  $B$  به اندازه  $2$  سانتی متر باشند؟

آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟



۱- مثلی رسم کنیم که یک ضلع آن  $3\text{cm}$   $AB$  و یک زاویه آن  $50^\circ$   $\hat{A}$  باشد.  
چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟

۲- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن  $3\text{cm}$   $AB$  و زاویه آن  $40^\circ$   $\hat{B}$  و  $50^\circ$   $\hat{A}$  باشد.  
چند مثلث به دست می‌آید؟ چرا؟

۳- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن  $2\text{cm}$   $AB$  و ضلع دیگر آن  $3\text{cm}$   $AC$  باشد.  
چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

۴- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن  $2\text{cm}$   $AB$  و ضلع دیگر آن  $3\text{cm}$   $AC$  باشد. زاویه بین آنها یعنی  $50^\circ$   $\hat{A}$  باشد.  
چند مثلث می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته‌اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ض ض ز) دو زاویه و یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه بین می‌نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی از حالت‌های سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید



۱- مثلث ABC را در حالت‌های زیر رسم کنید. (نام‌گذاری، اندازه‌گیری را فراموش نکنید.)

الف)  $\overline{AB} = 5\text{cm}$  ،  $\overline{AC} = 4\text{cm}$  ،  $\overline{BC} = 2\text{cm}$

ب)  $\overline{AB} = 5\text{cm}$  ،  $\overline{AC} = 4\text{cm}$  ،  $\hat{A} = 55^\circ$

ج)  $\overline{AB} = 5\text{cm}$  ،  $\hat{B} = 100^\circ$  ،  $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که  $\hat{A} = 50^\circ$  ،  $\hat{B} = 75^\circ$  و  $\hat{C} = 55^\circ$  باشد.

چند مثلث با این شرایط می‌توانید رسم کنید؟

اگر در مثلث هر سه زاویه با هم برابر باشند، آیا قابل انطباق‌اند؟

دلیل خود را بیان کنید.

۳- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی‌متر باشد. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

۴- مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۳ سانتی‌متر و زاویه راس آن  $40^\circ$  درجه باشد.

۵- مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که طول ساق آن  $3/5$  سانتی‌متر و زاویه‌های کنار قاعده آن  $50^\circ$  درجه باشد.

۶- آیا می‌توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟



۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس

دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است.

هم اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نور افکن چند درجه باید بچرخد تا

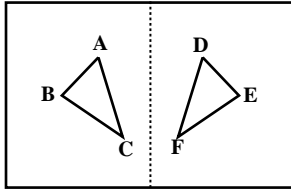
نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی‌متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه مورد نظر را اندازه بگیرید.)

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث  $\triangle ABC$  رسم کنید.

کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پررنگ‌تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را



باز کنید و مثلث دیگر را  $\triangle DEF$  بنامید.

این دو مثلث  $\triangle ABC$  و  $\triangle DEF$  که بر هم منطبق می‌شوند، با یکدیگر هم نهشت (یا قابل انطباق) هستند و می‌نویسیم:

$$\triangle DEF = \triangle ABC$$

چه راه‌های دیگر برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می‌دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

کاربن)

۲- در دو مثلث هم نهشت (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی‌اند تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \overline{BC} \dots\dots \overline{AC} \dots\dots \hat{A} \dots\dots \hat{B} \dots\dots \hat{C} \dots\dots$$

۳- مثلث‌های  $ABC$  و  $DEF$  را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE \ 3\text{cm}$$

$$DF \ 2\text{cm}$$

$$\hat{D} \ 40^\circ$$

$$AB \ 3\text{cm}$$

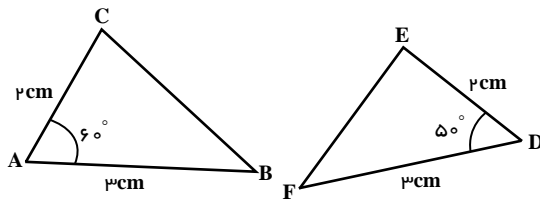
$$AC \ 2\text{cm}$$

$$\hat{A} \ 40^\circ$$

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهشت‌اند؟ تساوی سایر اجزای آنها را بنویسید.

همان طور که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می‌آید پس می‌توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهشت‌اند.

از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.



اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است.

چرا دو مثلث هم نهشت اند؟

چرا  $EF \parallel BC$  است؟

در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می کنیم. قسمت های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود

فرض مسئله	$\overline{AC} = \overline{DE} = 2\text{cm}$	$\left. \begin{array}{l} \text{تساوی اجزاء متناظر} \\ \text{ض ض} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BCA = \triangle \dots \Rightarrow BC \dots\dots$
فرض مسئله	$\hat{A} = \dots\dots = 50^\circ$	
فرض مسئله	$\overline{AB} = \dots\dots = 3\text{cm}$	
		تساوی اجزاء متناظر هم نهشتی دو مثلث حالت تساوی تساوی دو ضلع و زاویه بین آنها دلیل درستی هر تساوی

به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسم مثلث نیز می توان نتیجه گیری کرد و در استدلال کردن برای هم نهشتی

استفاده کرد

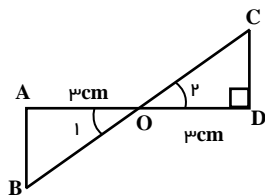
- اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق اند

- اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با

هم، هم نهشت اند

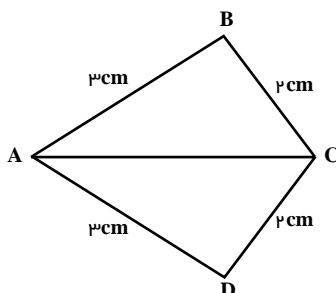
۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم نهشت اند؟

چرا  $CD \parallel AB$  است؟

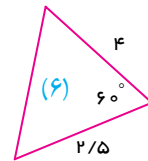
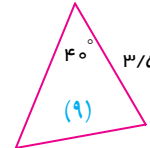
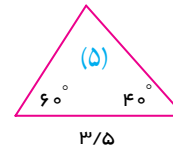
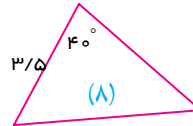
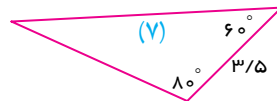
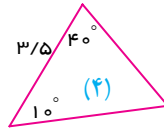
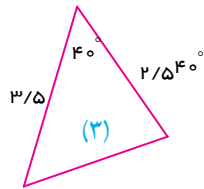
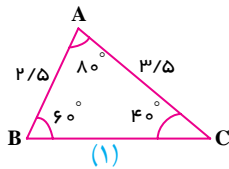


$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C} \text{ قائمه هستند} \\ \text{فرض مسئله} \quad \hat{AO} = \hat{CO} \\ \text{مقابل به رأس} \quad \hat{BO} = \hat{DO} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOB = \triangle COD \Rightarrow$$

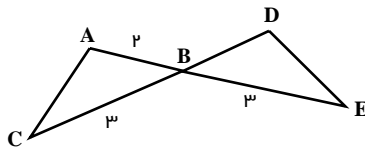
۲- دلیل قابل انطباق بودن دو مثلث را بنویسید.



۱- مشخص کنید مثلث ABC با کدام مثلث و در چه حالتی برابر است.

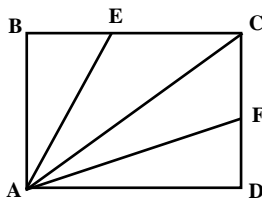


۲- با توجه به شکل مقابل چرا AC DE ؟



۳- با توجه به شکل مقابل چرا AB CD ؟

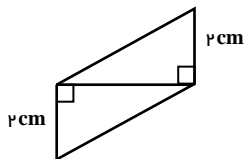
۴- چهارضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از



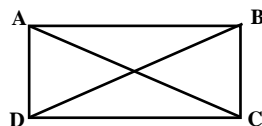
مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشت اند؟

چرا AE AF ؟

چرا دو مثلث AEC و ACF هم نهشت اند؟



۵- دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.



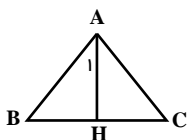
۶- چهارضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟

۷- چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

چرا زاویه های مقابل ( $\hat{A}$  و  $\hat{C}$ ) مساوی اند؟

۸- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است

چرا دو مثلث AHB و AHC با هم قابل انطباق اند؟



مفاهیم : در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ اجزای متناظر ■ متقابل به رأس ■ مثلث‌های هم‌نهشت یا قابل انطباق

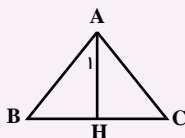
روش‌ها و مهارت‌ها : در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نام‌گذاری پاره خط، نیم خط و خط
- نام‌گذاری زاویه
- نوشتن رابطه بین پاره خط‌ها
- نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
- نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
- دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث در حالت ض ض ض
- رسم مثلث در حالت ض ض ز
- رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم
- تساوی اجزای متناظر در دو مثلث
- بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

کاربرد : کاربرد این درس را در فصل‌های ششم (بردار) و چهارم (ترسیم‌های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک کامپیوتر، طراحی و ..... نیز کاربرد دارد.

### تمرین‌های ترکیبی :

۱- چرا  $\hat{A}_1$   $\hat{C}$  است؟



۲- الف) مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی‌متر و یک زاویه آن  $30^\circ$  درجه باشد.

ب) ضلع روبه‌رو به زاویه  $30^\circ$  را اندازه بگیرید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

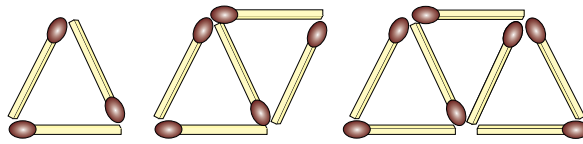
۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟

## فصل ۳ جبر و معادلات جبری

- الگوهای عددی
  - عبارتهای جبری
  - مقدار یک عبارت جبری
  - معادله
- تبدیل مسائل زندگی روزمره به عبارتها و معادلههای ریاضی را مدل سازی می گویند.
- برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابتی برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین می توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری .....

## الگوهای عددی

۱- شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

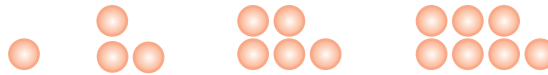


شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت‌ها وجود دارد. تعداد چوب کبریت‌های شکل دهم را پیدا کنید.

شکل  $n$ ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت‌ها را بر حسب  $n$  بنویسید.

۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	.....	$n$
تعداد دایره								

۳- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	$\frac{6}{5}$	$5\frac{1}{3}$			$a$
محیط تشک				۳۲	۲	



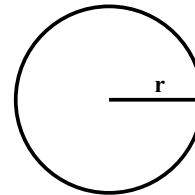
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه  $a$ ، برابر با  $4 \times a = 4a$  است. حرف  $a$  یک متغیر نامیده می‌شود. در

جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص به کار می‌روند.



۱- در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

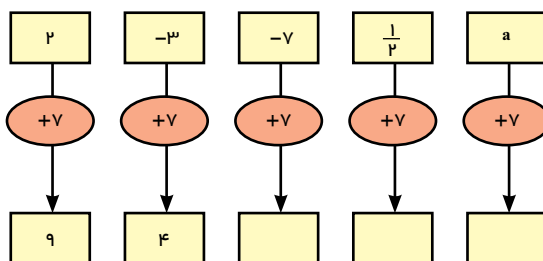
محیط  $p$  مساحت  $S$   $\frac{3}{14} \times \dots \times \dots$



۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

به فارسی توضیح دهید: .....

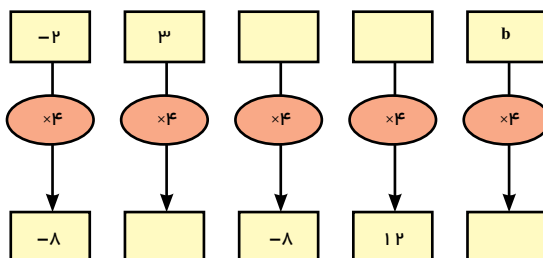
نمودارها را کامل کنید.



۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: .....

نمودارها را کامل کنید.



۴- جمله  $n$ ام الگوهای عددها را مانند نمونه بنویسید.

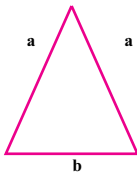
ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

$2n$  و ..... و ..... و ..... و  $8$  و  $6$  و  $4$  و  $2$

..... و ..... و ..... و  $20$  و  $15$  و  $10$  و  $5$

..... و ..... و ..... و  $12$  و  $9$  و  $6$  و  $3$

..... و ..... و ..... و  $7$  و  $5$  و  $3$  و  $1$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با  $a$  و قاعده را با  $b$  نشان می‌دهیم.

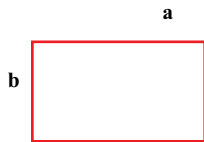
الف) چرا هر دو ساق را با  $a$  نشان می‌دهیم؟

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.

محیط  $P$  ..... × ..... × .....

مساحت  $S$  ..... × .....



۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ

۸ کارت چقدر می‌شود؟

۳- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰/۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه

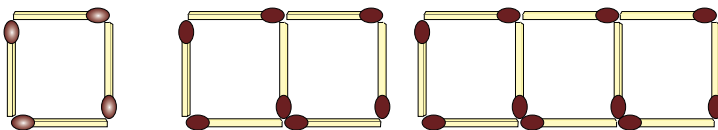
را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزان  $a$  است، با یک عبارت جبری بنویسید.



۴- جمله  $n$ ام الگوهای زیر را بنویسید.

..... و ۱۶ و ۱۲ و ۸ و ۴

..... و  $\frac{1}{4}$  و  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{2}$  و ۱



۵- شکل  $n$ ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟

۶- اگر عدد  $x$  وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



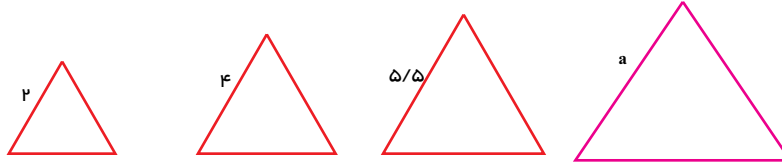
## عبارت های جبری

۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

p .....  
aدر درس قبل محیط مربع به صورت  $4a$  نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a \ a \ a \ a \ 4a$$

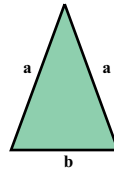
۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.



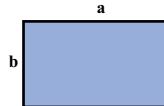
$$2 \ 2 \ 2 \ 3 \times 2$$

۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

p .....



p .....

چرا می توانیم  $a$  را با  $a$  جمع کنیم؟آیا می توانیم  $a$  را با  $b$  جمع کنیم؟۴- حمید هر روز چند صفحه قرآن می خواند. اگر  $n$  تعداد صفحاتی باشد که او در یک روز می خواند، تعداد صفحاتی را

که او در یک هفته می خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد و متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است در زیر

نمونه هایی از عبارت های جبری آورده شده است :

$$3x \ 7 \ 5z \ m \times 5n \ 4 \ \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت « $\times$ » یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « $\times$ » پرهیزمی گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « $\times$ » به عنوان یک متغیر اشتباه شود در زیر حاصل ضرب دو متغیر $x$  و  $y$  را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند :

$$xy \ , \ x \cdot y \ , \ x(y) \ , \ (x)y \ , \ (x)(y)$$

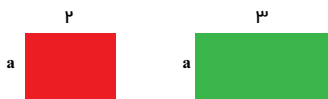
۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را با  $a$  و قیمت هر گلابی را با  $b$  نشان دهیم موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب : قیمت ۷ گلابی : قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی :

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

هزینه ..... هزینه

چرا فقط هزینه سیب‌ها را می‌توان با هم جمع کرد؟ خرید دوم خرید اول

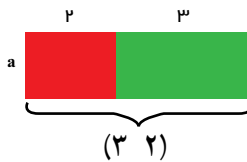


۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.

$S_1$  مساحت مستطیل (۱)  $S_2$  مساحت مستطیل (۲)

(۱) (۲)  $S_1 S_2$  .....

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟



$S = (2+3)a$

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید.

۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت  $a$ ،  $2a$ ،  $3a$ ،  $4a$ ،  $5a$  یک جمله است. دو جمله  $a$ ،  $3a$  متشابه اند اما  $3a$  و  $8b$  متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارات جبری، فقط جمله‌های متشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب اعداد منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و تفریق با یکدیگر، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و عدم اهمیت پرانتز،  $(ab)c$ ،  $a(bc)$  الزامی است زیادی برخوردار است.

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n-1) (2n-1) \quad 3n-1 \quad 2n-1 \quad 5n-2 \quad (4n-7) (7n-4)$$

$$3a-8b \quad 6a-6b$$

$$7a-6a \quad 2a-3b$$

$$4x-6y \quad 1 \quad 3x-2y \quad 7$$

$$2x-4y \quad 7 \quad 3x-2y \quad 1$$

در زیر نحوه جمع کردن جملات متشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$4x \ 5y \ 6x \ 8y \ (6x \ 4x) \ (8y \ 5y) \ (6 \ 4)x \ (8 \ 5)y \ 2x \ 13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک جمله در پراکنش مشخص شده است.

$$3(2x \ 5y) \ 3 \times 2x \ 3 \times 5y \ 6x \ 15y$$

$$(3x \ 5y) \ 1 \times 3x \ 1 \times (5y) \ 3x \ 5y$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

۱- عبارت‌های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد (ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ (د) دو سوم محیط (p)

۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر نماز که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی معرفی شده است، خریداری کند قیمت این چادر ۴s ۵d است. اگر او در حال حاضر ۴s تومان داشته باشد و هر هفته d تومان به پولش اضافه شود چند هفته طول می‌کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟

۳- یک عبارت کلامی برای عبارت‌های جبری زیر بنویسید.

$$4x \ 7$$

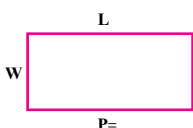
$$23f \ 1$$

$$a \ 8$$

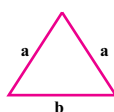
$$7x$$

۴- محیط و مساحت شکل‌ها را به صورت جبری بنویسید.

p

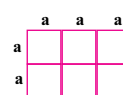


p



p

s



۵- عبارت‌های جبری را ساده کنید.

$$1) \ 3a \ 8 \ 7a \ 6b$$

$$3) \ 6x \ 9y \ 3a \ 6y$$

$$5) \ (4n \ 7) \ (5n \ 6)$$

$$7) \ 4(2x \ 1) \ 3x \ 7$$

$$9) \ 6 \ 7e \ 9h \ 2h \ 5e$$

$$11) \ 4x \ 7y \ 8x \ 2y \ 6x$$

$$2) \ 3p \ 4t \ 2p \ 7t$$

$$4) \ 8r \ 6r \ 9a \ 4a$$

$$6) \ (2x \ 8) \ (3x \ 7)$$

$$8) \ 2x \ 7 \ (4x \ 8)$$

$$10) \ 4(y \ x \ 2) \ 8(x \ 6 \ 1)$$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت؟

$$1) \ t \ 5t$$

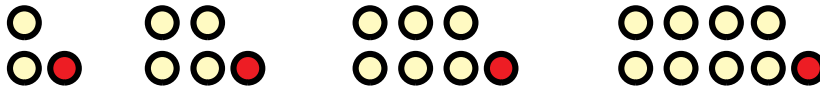
$$2) \ u \ 3v \ 4$$

$$3) \ 3z \ 9y$$

$$4) \ 7m \ 9n$$

## مقدار عددی یک عبارت جبری

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



$$2 \times 1 - 1 \quad 2 \times 2 - 1 \quad 2 \times 3 - 1 \quad \dots \times \dots - \dots$$

الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل دهم را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل  $n$ ام را پیدا کنید.

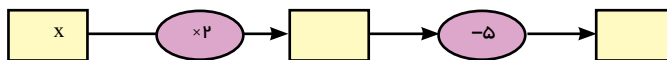
۲- اگر جمله  $n$ ام یک الگو ۵  $3n$  باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت  $2n - 7$  را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

$n$	۱	۳		۸	-۵	-۷	$\frac{2}{3}$
$2n - 7$	$2 \times 1 - 7 = -5$	$2 \times 3 - 7$					

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه  $4a - p$  را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

۵- در نمودار جبری زیر به جای  $x$  مقدار ۳ قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



$$2 \times 5$$



$$2 \times 3 = 5$$

در یک عبارت جبری داده شده اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی

آن به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت

کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید

$$a (a - 2b) \quad a = 5, \quad b = 3$$

$$5 (5 - 2 \times 3) = 5 (5 - 6) = 5 (-1) = -5$$

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای  $s$ ،  $6$ ،  $t$  محاسبه کرده‌اند. کدام یک پاسخ را درست به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

$$3(t \div 27)$$

$$3(6 \div 27 \div 3) \text{ : حسین}$$

$$3(6 \div 27 \div 3) \text{ : حسن}$$

$$3 \times (6 \div 9)$$

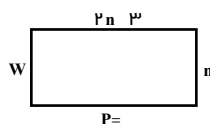
$$3 \times (33 \div 3)$$

$$3 \times 15 = 45$$

$$3 \times 11 = 33$$

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای  $a$  به دست آورید.

$$\frac{4a-1}{1-2a} =$$



۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر  $n$  باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای  $x$  و  $y$  به دست آورید.

$$x(y \times y - 8) \div 12$$

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای  $x$  و  $y$  پیدا کنید.

$$3(2x - 3y) - 5(x - 2y)$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x - 3y) - 5(x - 2y)$$

از مقایسه جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد  $p$  کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و  $s$  کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام ۲۰۰۰ تومان خریداری می‌کند.

(الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

(ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) نگهداری می‌کند. اگر  $m$  نسخه خطی و  $n$  نسخه چاپی در این کتابخانه نگهداری شود، از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم‌ها و از هر نسخه چاپی یک میکروفیلم تهیه شده باشد تعداد کل میکروفیلم را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدد‌های داده شده به دست آورید.

$$m \quad n \quad 4xy(x-y) \quad x \quad y \quad 3 \quad m \quad (n-1)(n-1)$$

a	۲	-۵	۳
a+۷			

b	۳	-۳		
-۳b+۴				

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایه هفتم را جهت بازدید از مناطق جنگی به جنوب اعزام کند. هزینه بلیط قطار برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

(الف) هزینه خرید بلیط برای  $a$  دانش‌آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

(ب) اگر مدرسه دارای تعداد ۱۲۰ دانش‌آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش‌آموزان چقدر باید بپردازند؟

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدد‌های داده شده به دست آورید.

$$\begin{array}{ll} \text{الف) } 1/7 \quad x \quad (3-6y) \quad (2x-3y-1) & \text{ج) } 10 \quad x \quad (3-2x-y) \quad 2(2x-y-3) \quad 7x \quad 3y \quad 4x \\ \text{ب) } 6/0 \quad y & \text{د) } 20 \quad y \end{array}$$



## معادله

p ۴a

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است طول ضلع آن چقدر است؟

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه  $6n + 7 = 37$  یعنی چه عددی به جای  $n$  در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برایاین کار به جای  $n$  عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$			

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟ پاسخ معادله چیست؟

یک عبارت جبری که در آن تساوی « $=$ » وجود داشته باشد، یک معادله نامیده می شود. برای مثال  $4n = 12$

و  $6n = 37$  معادله هستند. جواب های معادله بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را برقرار می کنند

نکته ۱

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x + 7 = 17$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x \times x = 4$$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟

۱- به دو طرف تساوی عددی مقابل عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{cccc} 4 & 4 & 4 & 4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 7 & 1/5 & \frac{2}{3} \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 3 & ? & 3 \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- کار در کلاس

۳ دو طرف تساوی مقابل را در عددهای مختلف ضرب کنید آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{cccc} 8 & 8 & 8 & 8 \\ \downarrow \times 3 & \downarrow \times 2 & \downarrow \times 1/5 & \downarrow \times \frac{3}{4} \\ 3 \times 8 & 2 \times 8 & 1/5 \times 8 & \frac{3}{4} \times 8 \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۴- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\begin{array}{l} 2x + 1 = 7 \\ \downarrow -1 \\ 2x = 7 - 1 = 6 \\ \downarrow \times \frac{1}{2} \\ x = \frac{6}{2} = 3 \end{array}$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت مقابل نیز می‌توان خلاصه کرد  $2x - 1 = 7$

$$2x = 7 + 1 = 8$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$3 - 4x = 11$$

$$8 - 2x = 4$$

$$9 - 4x = 7$$

$$3x - 4 = x$$

$$x - 6 = 10$$

$$2x - 4 = x$$

همان‌طور که در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش‌های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته‌اید مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه را در باغچه‌ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۶ گل تا اضافه آورد او به‌طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

(انتخاب مجهول) خواسته مسئله  $x$  : تعداد بنفشه‌ها در هر متر مربع

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله)

(حل معادله)

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$۱) 2x + 3 = 9$$

$$۲) 3x + 5 = 14$$

$$۳) 3x + 2 = 10$$

$$۴) 2x + 7 = 1$$

$$۵) 7 + 2x = 8$$

$$۶) 3x + 1 = 10$$

$$۷) 2x + 4 = x + 3$$

$$۸) x + 1 = 3x + 6x + 7$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۹۰۰ تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

۴- از یک توپ پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

۵- آیا  $2x$  جواب معادله  $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} = \frac{1}{6}$  است؟ چرا؟

۶- آیا  $3x$  جواب معادله  $3x = x \times x$  است؟ چرا؟

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲ شود.

۹- دو عدد متوالی را بگونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰ گردد.

مفاهیم : در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ الگوی عددی ■ عبارت جبری ■ متغیر ■ جملات متشابه ■ معادله

روش‌ها و مهارت‌ها : در این فصل مفاهیم اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

■ نوشتن جمله  $n$ ام یک الگو

■ تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری

■ نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری

■ ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات متشابه

■ ضرب عدد در پرانتز ■ پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری

■ ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری ■ مفهوم معادله و جواب معادله

■ پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن ■ روش حل معادله

■ تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله

کاربرد : مهم‌ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد. تمرین‌های ترکیبی : در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- مقدرا عبارت جبری زیر را به ازای  $x = 1$  و  $y = 2$  پیدا کنید.

$$3(2x - y + 1) - 4x + y^2 \quad (2x - y + 7)$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 3x = 2(x - 2) + 14$$

۳- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸ شود.

۴- شخصی با سوزاندن  $3500$  کالری،  $45\%$  کیلوگرم از وزنش خود را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز بسوزاند تا در ۲ هفته  $1/8$  کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

۵- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد.

$$2x - 1 = 7$$

۶- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$5 - 8 - 9$$

$$7 - 3 - 18$$

$$12 - 12 - 3$$

$$4 - 5 - 6$$

$$3 - 14 - 11$$

$$8 - 12 - 4$$

۶۰

۷- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$5f - 8f + 4 - 10f + 9$$

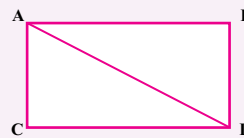
$$3a - 7 + 3a - 5a + 10$$

$$4(x - 1) - 2(x - 1)$$

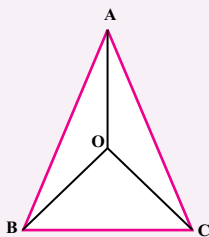
$$6(y - x + 1) - 3(1 - 8y)$$

۸- مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وترش ۵ سانتی متر و یک زاویه آن  $30^\circ$  باشد. در کدام حالت از رسم مثلث استفاده کرده‌اید؟

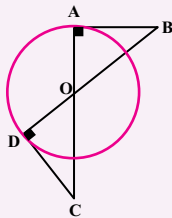
۹- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.



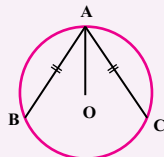
۱۰- در شکل مقابل AB و AC و BD و DC است. چرا AD نیمساز زاویه A است؟



۱۱- با توجه به شکل دلیل تساوی دو پاره خط AB و DC و همچنین دو پاره خط OB و OC را بنویسید.



۱۲- می‌دانیم AB و AC است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟



۱۳- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق ۱۸ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را

از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: دمای بیرون ۲۳ درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۴- جدول روبه‌رو را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر  $30^\circ$  شود.

-۱۲		-۴
-۲		-۱۸

۱۵- یک ماشین عددساز با قانون زیر کار می کند.

«عدد ورودی را در ۳ ضرب کن و حاصل را با ۷ جمع کن»

با وارد کردن عدد ۲ به این دستگاه چه عددی خارج می شود؟

اگر عدد خارج شده ۵ باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟

۱۶- حاصل عبارت روبه رو را به دست آورید.  $۱ \ ۲ \ ۳ \ ۴ \ ۵ \ \dots \ ۴۹ \ ۵۰$

علامت ... یعنی عبارت به همین ترتیب ادامه پیدا می کند.

۱۷- با کارت های عدد به صورت  $\boxed{۶} \ \boxed{۴} \ \boxed{۲} \ \boxed{۰} \ \boxed{۱} \ \boxed{۳} \ \boxed{۵} \ \boxed{۷}$  جاهای خالی را کامل

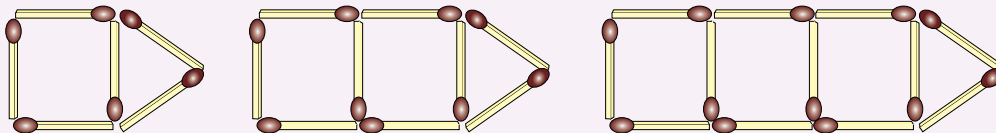
کنید.

۱ ..... ۳ ..... ۵ .....

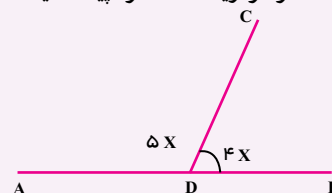
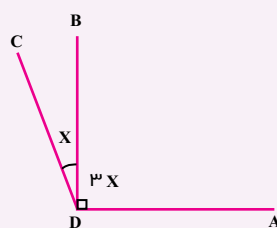
بیشترین مقدار ممکن ..... کمترین مقدار ممکن .....

۱ .....

۱۸- با توجه به الگویی که در ساختن شکل های زیر است، تعداد چوب کبریت های لازم برای شکل  $n$  ام را پیدا کنید.



۱۹- با توجه به شکل ها اندازه زاویه  $BDC$  را پیدا کنید.



## فصل ۴

### مساحت و حجم



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- سطح و حجم

اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آن محصول نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجم است که .....

## حجم های هندسی

فعالیت



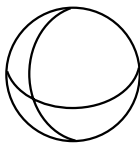
- ۱- به اطراف خود (کلاس - خانه - خیابان و ...) به دقت نگاه کنید.  
آیا چیزی پیدا می کنید که حجم نداشته باشد؟  
در تصویر مقابل چه نوع حجم هایی را می بینید؟  
آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟  
آیا می توانید یک طبقه بندی از انواع حجم ها ارائه کنید؟



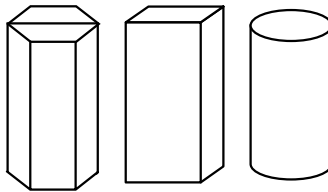
حجم را می توان به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم کرد. حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده دارند. حجم های هندسی را می توان به سه دسته تقسیم کرد: منشوری - کروی - هرمی. برخی از حجم های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

فعالیت

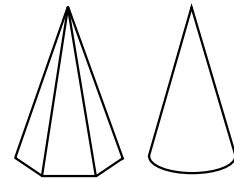
- ۱- در تصویر فعالیت بالا حجم های هندسی را با  $\checkmark$  و غیر هندسی را با  $\times$  مشخص کنید.  
در حجم های هندسی نوع آن را تعیین کنید.  
در حجم های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم هایی ساخته شده اند.



حجم های کروی



حجم های منشوری



حجم های هرمی

- ۲- با توجه به شکل های بالا خصوصیت های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.

حجم های منشوری

حجم های مخروطی

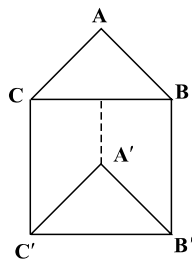
حجم های کروی





حجم های منشوری بین دو صفحه موازی قرار می گیرند  
به دو سطح بالا و پایین آن قاعده و به سطح های اطراف آن وجه، و به گوشه ها که محل برخورد یال ها است،  
رأس می گویند

۱- در هر یک از منشورهای زیر مشخص کنید چند وجه دارد؛ یال ها، رأس ها و قاعده ها را نام ببرید.



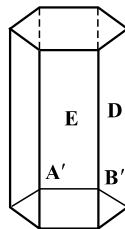
تعداد وجه ها :

رأس ها :

یال ها :

قاعده ها :

منشور سه پهلو



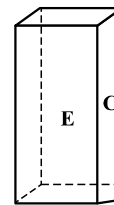
تعداد وجه ها :

رأس ها :

یال ها :

قاعده ها :

منشور پنج پهلو منشور شش پهلو



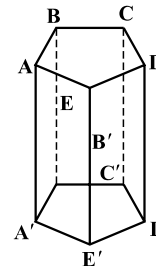
تعداد وجه ها :

رأس ها :

یال ها :

قاعده ها :

منشور چهار پهلو



تعداد وجه ها :

رأس ها :

یال ها :

قاعده ها :

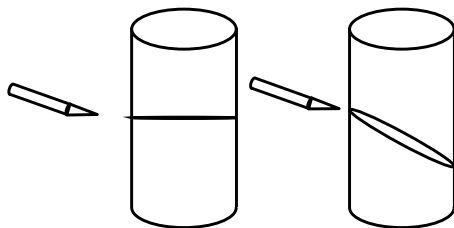
۲- برای اینکه در نام بردن یال و رأس چیزی جا نیفتد، از چه راهبردی استفاده می کنید؟

۳- اگر تعداد ضلع های قاعده منشور خیلی زیاد شود، به چه شکلی نزدیک می شود؟

۴- استوانه چند یال دارد؟ چند رأس؟ قاعده آن به چه شکلی است؟

با خمیر مجسمه سازی (یا می توانید از یک سیب زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند

شکل های زیر آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید، اثر آن  
به چه شکلی است؟

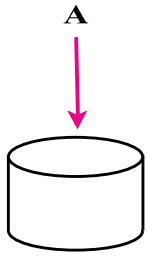


همین فعالیت را می توانید با برش های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه می توانید

منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار مقطع زدن می گویند.

نرم افزارهای زیادی هستند که می توانند این فعالیت را شبیه سازی کنند. در صورت

تمایل آنها را به کار ببرید.



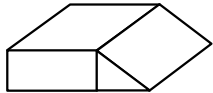
۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه هم شکل باشند؟ در چه صورت؟

آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشند؟

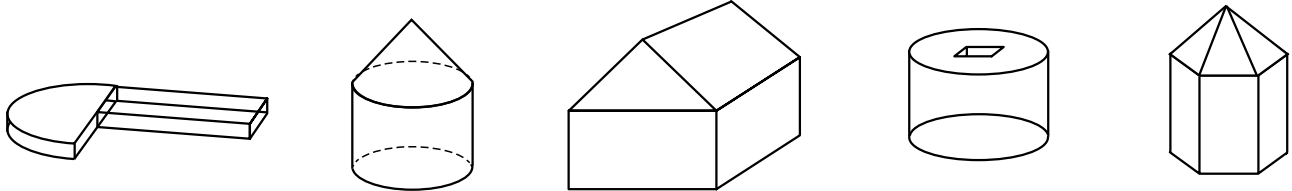
۲- یک استوانه بالا به چه شکلی دیده می شود؟

یک منشور ۶ پهلو به چه شکلی دیده می شود؟

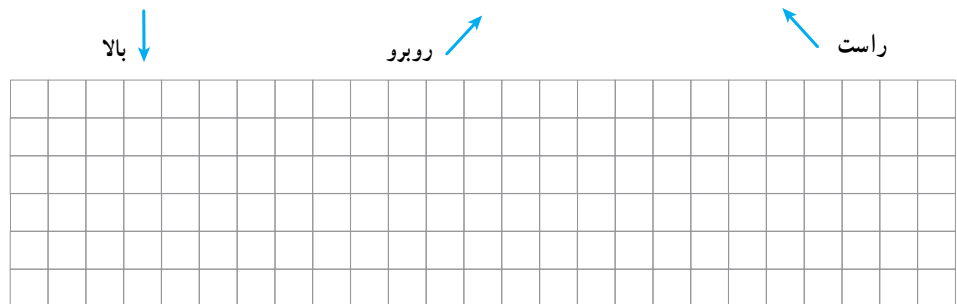
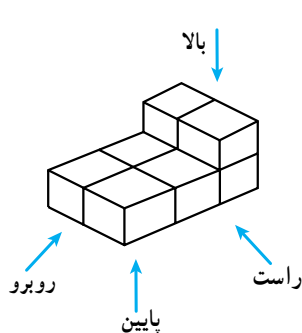
رأس های منشوری روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟



۳- مشخص کنید هر کدام از حجم های زیر ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟

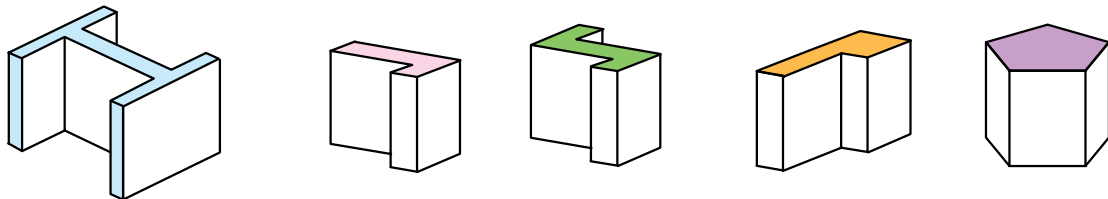


۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



پایین

۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).

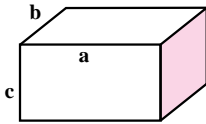


۶- بلورها کریستال های معدنی به طور طبیعی شکل می گیرند، ولی دارای حجم هندسی اند برای نمونه مشخص کنید ۳

بلور زیر از چه حجم هایی درست شده اند؟

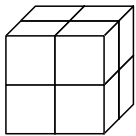


۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض ارتفاع با توجه به درس جبر که در فصل قبل یاد گرفتید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.



حجم  $V$

۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است.  $(4 \times 4)$

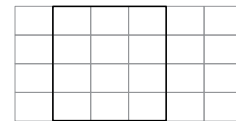
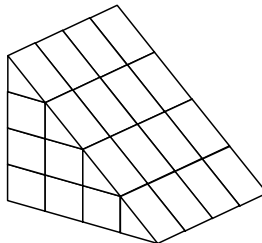
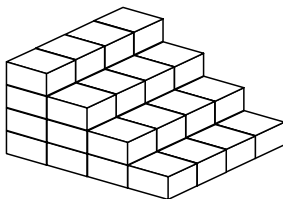


اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم.

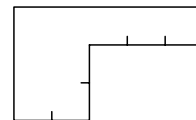
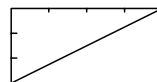
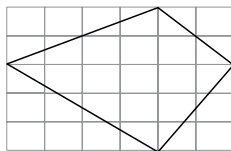
حجم آن چقدر می شود؟

اگر قاعده مکعب مستطیل  $4 \times 3$  باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع ۱ سانتی متر یا ۱ متر، یک سانتی متر مکعب یا یک متر مکعب می باشد. مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع های به ضلع ۱ سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند مربع به ضلع یک سانتی متر است. (می توانید از عدد های کسری هم استفاده کنید).



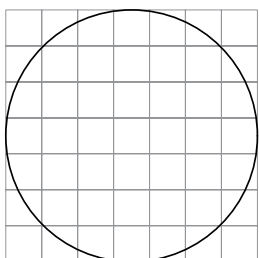
اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه

می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟

برای مثال قاعده یک استوانه که به شکل دایره است، با مربع های واحد تقریب بزنید و حجم استوانه

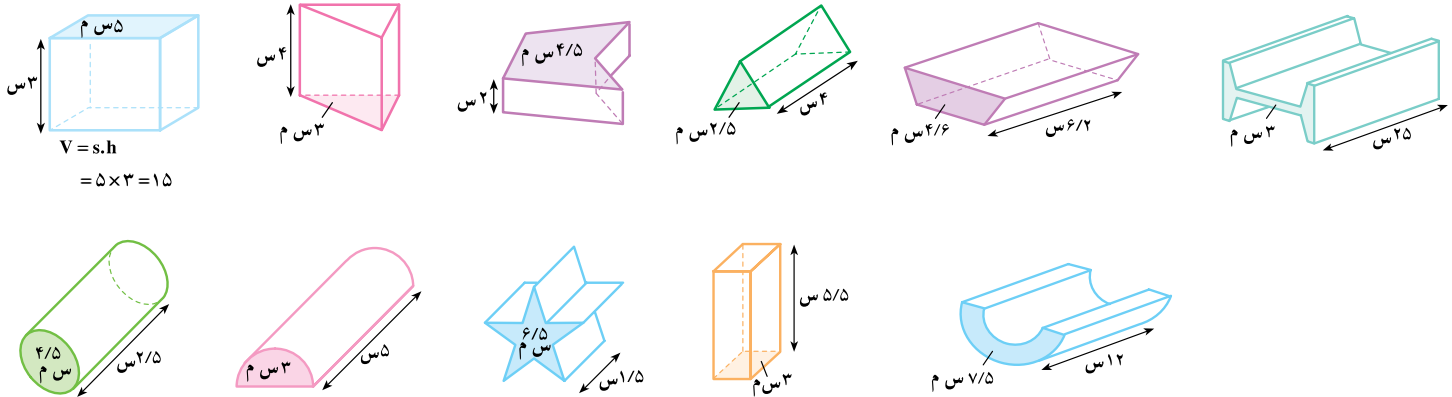
به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.



۱- باتوجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری (V) را که در آن مساحت قاعده منشور

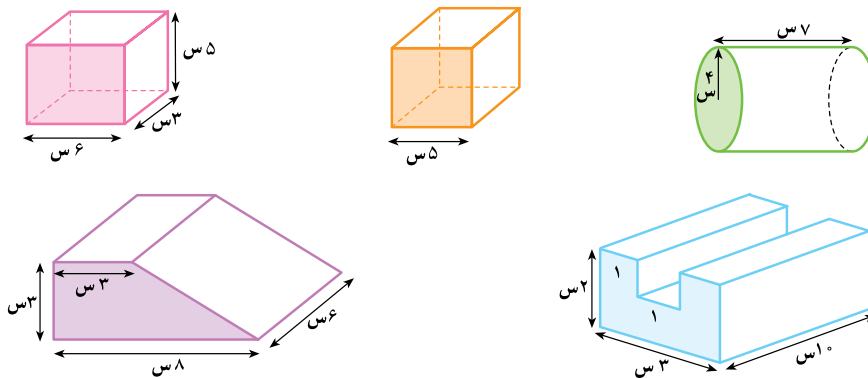
(S) و ارتفاع منشور (h) موجود است، بنویسید.

۲- باتوجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده حجم هر شکل را محاسبه کنید.



۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر

شکل رابطه های جبری را بنویسید.



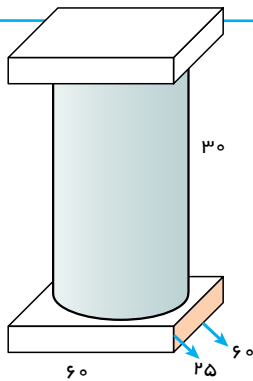
۴- منبع آبی به شکل استوانه است که شعاع قاعده آن ۸/۰ متر و ارتفاعش ۲ متر است. این منبع چند متر مکعب آب

می گیرد؟



۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر

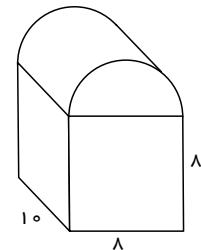
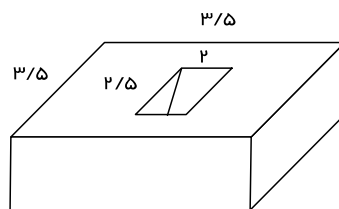
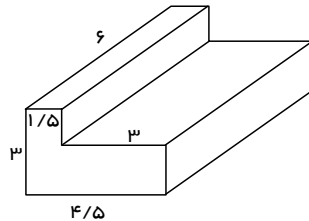
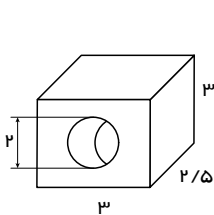
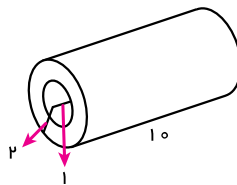
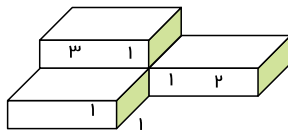
است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر جا می گیرد؟



۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.  
(کل شکل را مکعب مستطیل در نظر بگیرید)

حالا کمی دقیق تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کرده و حجم سه تکه را جداگانه حساب کنید و مجموع را به دست آورید (شعاع قاعده استوانه چند است؟)  
تفاوت دو جواب را به دست آورید.

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



۳- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه  $\frac{1}{4}$  متر است. وقتی خاک کند و بیرون ریخته می شود، حجم آن  $\frac{1}{5}$  برابر شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

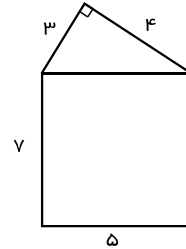
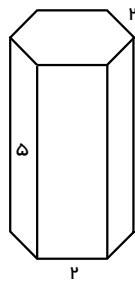
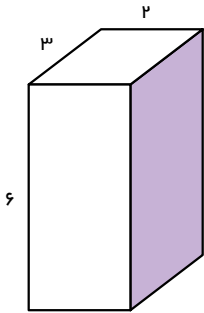
۴- حوضی است به شکل مکعب مستطیل و ابعاد آن ۳ و  $\frac{1}{5}$  متر است. این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب وارد آن می کند، پر می کنیم. چند ساعت طول می کشد تا حوض پر شود؟

۵- یک پارچ به شکل استوانه است که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۴ سانتی متر است. آب داخل این پارچ را در لیوان هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۲ سانتی متر است، می ریزیم. این آب چند لیوان را پر می کند؟

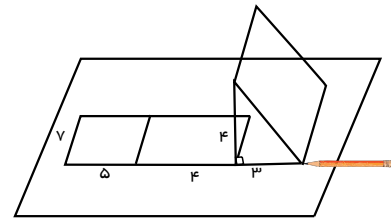
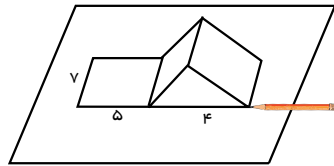
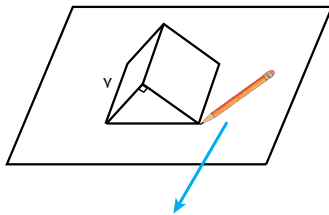
۶- قاعده یک منشور سه پهلوی مثلث قائم الزاویه ای که اندازه ضلع های قائمه آن ۳ و ۴ است. ارتفاع این منشور ۶ سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

# مساحت جانبی و کل

۱- مساحت همه وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه چه شکلی دارد؟ به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.



۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه پهلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم، و به اندازه طول هر ضلع یک علامت می‌گذاریم.



با توجه به شکل‌های بالا چگونه ساده‌تر می‌توانستیم مساحت جانبی را به دست آوریم؟

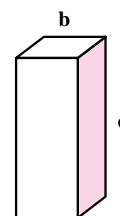
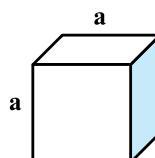
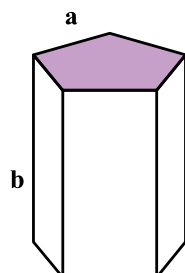
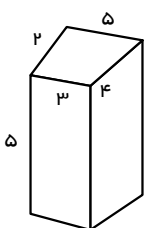
۳- با توجه به سؤال بالا اگر؟؟ مساحت را با  $s$ ، محیط را با  $p$  و ارتفاع را با  $h$  نشان دهیم. رابطه جبری مساحت جانبی

منشورهای بالا را بنویسید.

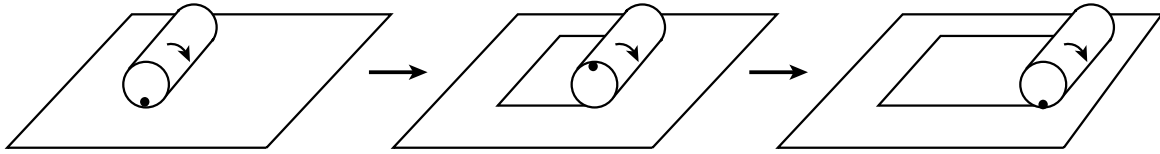
۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.

۲- ستونی به شکل منشور ۶ پهلویست که هر ضلع آن  $\frac{1}{2}$  متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدنه این ستون را

کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟



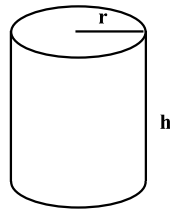
۱- یک استوانه را به شکل زیر روی یک صفحه می‌غلطانیم و ابتدا و انتهای کار را مشخص می‌کنیم.



با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟ طول و عرض آن چگونه به دست می‌آید؟

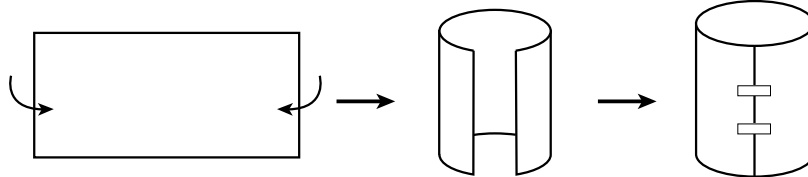
مساحت این شکل چگونه به دست می‌آید؟

۲- با توجه به سؤال بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع  $h$  و شعاع قاعده  $r$  را با عبارت جبری نشان دهید.



$S' \dots\dots\dots$

۱- با توجه به سؤال بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.

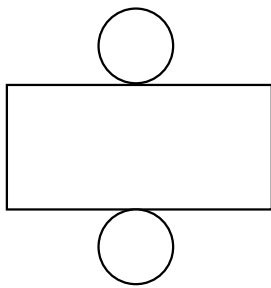


این سطح استوانه را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره قاعده استوانه است. چون استوانه ۲ قاعده

دارد. ۲ دایره و یک مستطیل مساحت کل استوانه را تشکیل می‌دهند.

شکل مقابل را گسترده استوانه‌ای گویند.

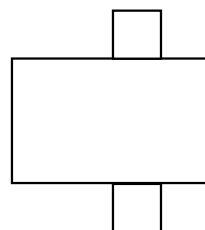
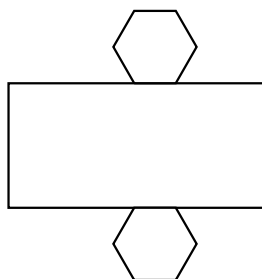
چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟



۲- گسترده یک منشور ۶ پهلوی با قاعده ۶ ضلعی منتظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در

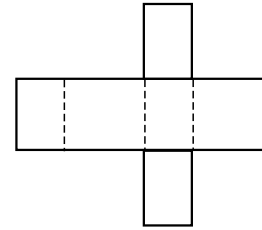
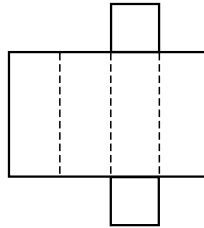
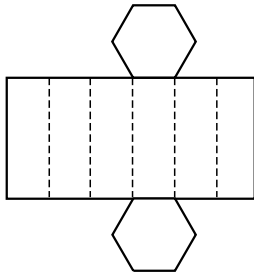
شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟





۱- گسترده چند منشور داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.

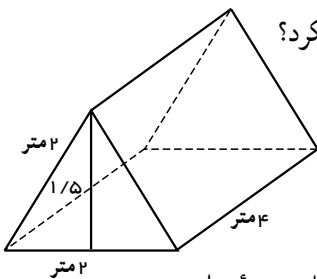


در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟

۲- یک غلتک روی زمین آسفالت شده باید ۴ بار غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر شعاع غلتک  $50^\circ$  سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول و عرض  $4/2^\circ$  متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند بار بچرخد.



۳- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، با  $10^\circ$  دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند تا خشک شود. اگر چرخ به ضخامت  $2^\circ$  سانتی متر و قطر  $70^\circ$  سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟



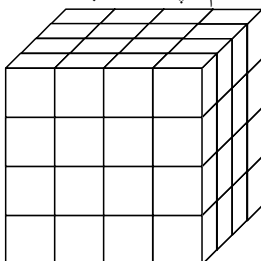
۴- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل است. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟  
حجم این چادر چقدر است؟

۵- یک مخزن نفت به شکل استوانه ای است که شعاع قاعده آن ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع  $3000^\circ$  تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع  $10\text{ cm}$  بسازیم. چند سانتی متر مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد  $3^\circ$  و  $5^\circ$  و  $4^\circ$  سانتی متر را با کاغذ کادو پوشانده ایم. برای پوشاندن این جعبه حداقل چند سانتی متر کاغذ کادو لازم داریم؟ چرا در این مسئله حداقل خواسته شده است؟

۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطوح های این حجم را رنگ کنیم، چند مکعب



رنگ نمی شوند؟ چند مکعب رنگ می شود؟

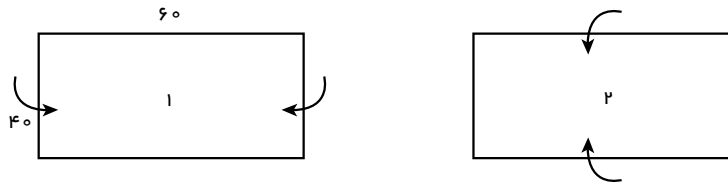
چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ شده است؟



## سطح و حجم

۱- یک مستطیل به طول عرض داده شده را به دو صورت زیر لوله می کنیم تا استوانه به دست آید.



در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه های جبری کمک بگیرید. برای ساده تر شدن محاسبه ها عدد پی ( $\pi$ ) را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را تشخیص دهید.

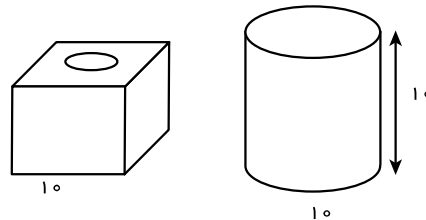
$$V_1 = h \times S = h_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi$$

$$V_2 = \dots\dots\dots$$

با مقایسه حجم ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه ای می گیرید؟

۲- یک کارخانه تولید چای دو نوع بسته بندی به شکل های زیر ارائه می کند. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه درست

شده اند. در کدام یک چای بیشتری جا می گیرد؟



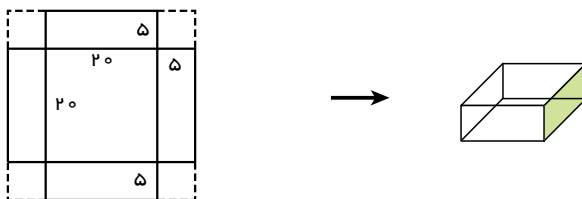
در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد  $\pi$  را ۳ در نظر بگیرید.

با توجه به عددهای بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته بندی را انتخاب می کنید؟ چرا؟

کدام نوع بسته بندی در حمل و نقل بهتر است و جای کمتری می گیرد؟ چرا؟

برای بسته بندی شیرینی جعبه هایی را درست می کنند. شکل گسترده این جعبه ها به صورت زیر است و پس از تا کردن

مربع ها گوشه ها روی هم قرار می گیرند و جعبه درست می شود.



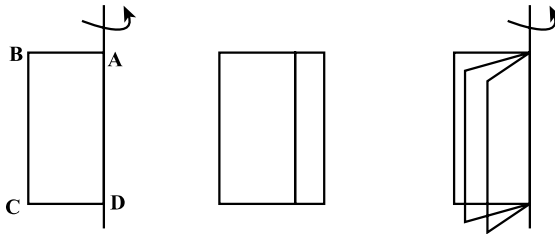
با توجه به اندازه های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

اگر به جای ۵ سانتی متر لبه ها را ۶ سانتی متر در نظر بگیریم با همین مقوا جعبه بیشتر می شود یا کمتر؟

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل مقابل نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه حرکت می‌کنند.

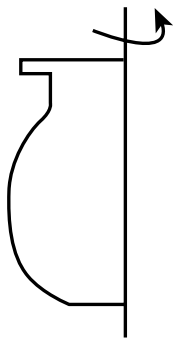
شما هم مانند شکل زیر کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.

با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟  
مشخصات آن حجم را بنویسید.



همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می‌شود همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد

نکته



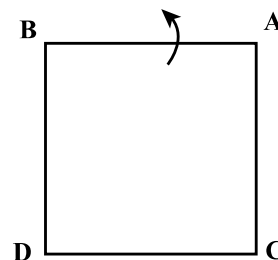
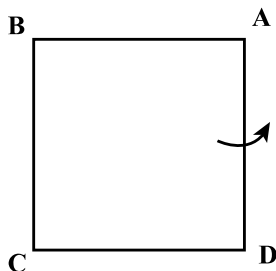
d

۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.

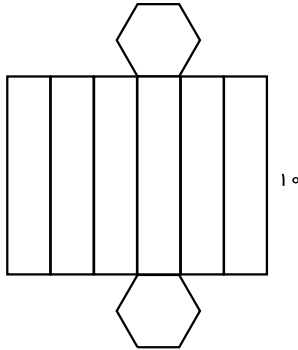
حجم چه شکلی ساخته می‌شود؟ می‌توانید با یک فرفره و چرخاندن آن حجم ایجادشده را ببینید.  
از این خاصیت در خیاطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.

۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را

حساب کنید.



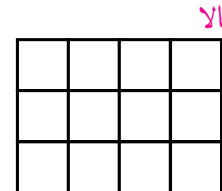
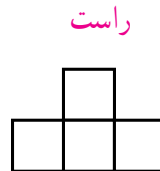
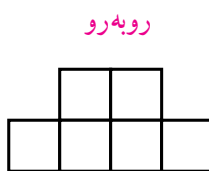
- ۱- یک مقوا به طول و عرض،  $۵ \times ۲۰$  را به شکل استوانه به ارتفاع ۵ در آورده ایم. یک مقوای دیگر را نیز به ابعاد  $۱۰ \times ۱۰$  را به شکل یک استوانه در آورده ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟



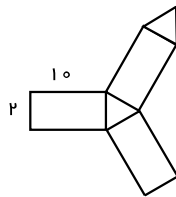
- ۲- با شکل مقابل یک منشور درست کرده ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.

- ۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و به ابعاد  $۲\frac{1}{4}$  و ۴ و  $۱\frac{1}{4}$  سانتی متر تبدیل شده است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟
- ۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول ۲۰ سانتی متر و عرض ۱۰ سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه ۲۰ است.)

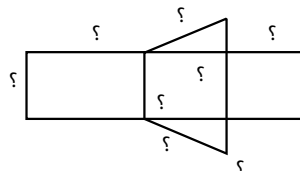
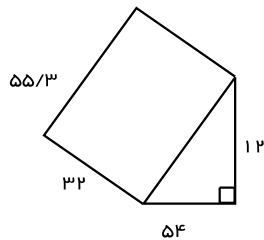
- ۵- اگر یک حجم از بالا و سمت راست و روبرو به صورت زیر دیده شود، آن حجم را رسم کنید.



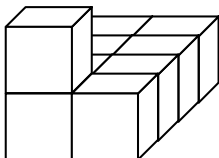
- ۶- شکل مقابل گسترده یک منشور را نشان می دهد. مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.



- ۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع های گسترده آن را بنویسید.



- ۸- حجم مقابل از راست، بالا و روبرو چگونه دیده می شود؟



## واژه‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

• حجم هندسی • حجم منشوری • مساحت جانبی • مساحت کل • گسترده

**مفاهیم و مهارت‌ها:** در این فصل مفاهیم اصلی مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که به یک سطح مشخص درست شده‌اند

**کاربرد:** کاربرد این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

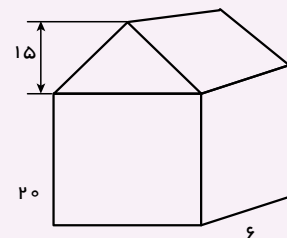
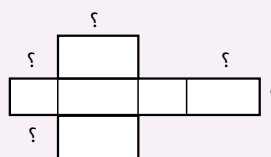
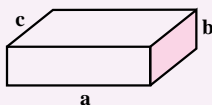
**تمرین‌های ترکیبی:** در صورتی که تمرین‌های زیر را توانستید انجام دهید. مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی یاد گرفته‌اید.

۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به دست آورید.

استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ منشور چهار پهلوی با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰

۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل اندازه و ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.

ب) حجم شکل‌های زیر را به دست آورید.



# فصل ۵

## عددهای اول



- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک
- کوچک ترین مضرب مشترک

دسته بندی کردن و به خصوص ساختن دسته های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره اند وقتی سربازها در دسته های منظم شده، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف ها و ستون ها قابل قسمت باشد

## عدد اول

- ۱- دانش آموزان یک مدرسه در کلاس های ورزشی ثبت نام کرده اند. جدول تعداد ثبت نام شده ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده ها مناسب است؟ چرا؟  
در کدام رشته تعداد ثبت نام شده ها مناسب نیست؟ چرا؟

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲

با کمترین جابه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته ها مناسب شوند.

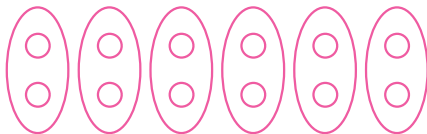
- ۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید. یعنی دو دسته ۳ تایی  $۲ \times ۳ = ۶$

۶

۶

۶

- ۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم ها نباید باقی مانده بیاورند). یعنی  $۱۰ \div ۲ = ۵$  تا ۲ تا ۵ شمرد



$$۱۰ \div$$

$$۱۰ \div$$

$$۱۰ \div$$

- ۴- ۱۲ دایره را مانند نمونه به دسته های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می شود شمرد. به این ترتیب شمارنده های ۲ عدد ۱۲ بدست می آید.

شمارنده های ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

- ۱- با یکی از روش های بالا شمارنده های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده های ۱۴ :

شمارنده های ۱۵ :

شمارنده های ۹ :

شمارنده های ۸ :

- ۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟  
۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.  
با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹				
۱۵				
۴				
۱۴				
۵				
۱۳				

عدد ..... شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد ..... است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد ..... است.

همه شمارنده‌های یک عدد ..... را می‌شمارد.

بعضی از عددها فقط.....

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل..... دارد.

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم یا دسته‌بندی استفاده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد، عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.

کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، را به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک نشان دهید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟

۳- ۴ عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد.

۴- کدام یک از عددهای روبه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟  $360$  ،  $555$  ،  $924$  ،  $345$

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید.

$40$        $30$        $20$        $18$        $24$

۶- جملات درست را با  $\checkmark$  و جملات نادرست را با  $\times$  مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

— عدد ۲۹ اول است. — هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد.

— تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود.

— اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست.

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد

مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می نویسیم  $18 = 3 \times 6$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که ۳ و ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟

آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

— مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی ..... است.

— مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی ..... است.

— مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی ..... است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید.) به سؤال زیر پاسخ دهید.

— آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می باشد؟



## شمارنده اول

## فعالیت

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲ :

شمارنده‌های ۳۵ :

شمارنده‌های ۱۴ :

شمارنده‌های ۹ :

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند خط بکشید.

شمارنده‌ اول عدد ۹ چه عددی است؟

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی اند؟

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.

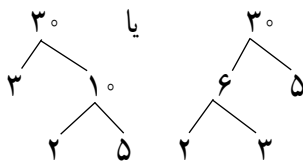
۴۵

۸۰

۲۱۰

۲۰

۲۰۰



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت :

۳۰  $2 \times 3 \times 5$

۴۵

۸۰

۲۱۰

۲۰

۱۰۰

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

۱۲  $3 \times 2 \times 2$



شمارنده‌ اول یعنی عددهای اولی که با ضرب و تکرار آنها می‌توان عددهای دیگری را به وجود آورد مثل

یک کارخانه عدد ساز که شمارنده‌های اول ماده اولیه کارخانه اند و محصولات آن عددهایی مختلف اند

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$1 \times 2$  ۲

$1 \times 3$  ۳

$2 \times 3$  ۶

$2 \times 2 \times 3$  ۱۲

ویژگی عددهای به دست آمده این است که تمام شمارنده‌های اول آنها اعداد ۲ و ۳ هستند.

۱- شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.

۱۰۰

۳۶

۸

۱۰۰

۳۶

۸

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسر را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} \quad \frac{2 \times 2}{2 \times 3} \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} \quad \frac{2 \times 9}{3 \times 9} \quad \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و

مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50}$$

$$\frac{28}{42}$$

$$\frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

می‌شود؟ چرا؟

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر  $\frac{3}{5}$  شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین  $30^\circ$  و  $50^\circ$  باشد؟

۴- عدد  $a$  پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.  $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی‌اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشد.

۵- عدد  $b$  پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.  $b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی هستند؟

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

۱۸۰

۱۰۴

۲۹۷

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید.

۸- جملات درست را با  $\checkmark$  و نادرست را با  $\times$  مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

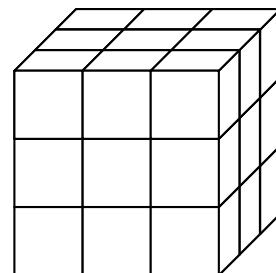
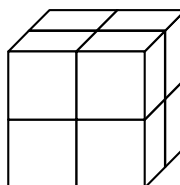
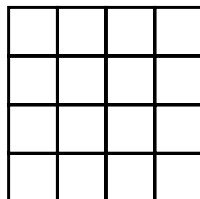
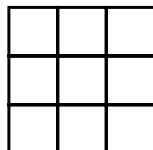
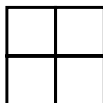
(الف) تمام عددها شمارنده اول دارند.

(ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

(ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد.

(د) تعداد عددهای اول بی‌پایان‌اند.

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله  $n$ ام هر کدام را بنویسید.



## بزرگ‌ترین شمارنده مشترک

۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها

باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

کلاس اول ب ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان برپا کرد؟ چرا؟

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر

کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد :

شمارنده های مشترک {۱, ۲, ۳, ۹, ۹, ۱۸} تمام شمارنده های ۱۸

بزرگترین شمارنده مشترک { } تمام شمارنده های ۲۴

یکتا از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$۱۸ \quad ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۲۴ \quad ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب م م می‌نویسند ب م م دو عدد را به صورت روبه‌رو نشان می‌دهند (و) به عنوان نمونه  $۶ = (۱۸, ۲۴)$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا یکتا از چه الگویی استفاده کرده است؟

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

(۱۲ و ۱۴)

(۳۰ و ۲۰)

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

(۳۶ و ۴۸)

(۳۰ و ۴۲)

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی پر کنیم.

ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی

مناسب است؟ چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی

مناسب است؟ چرا؟

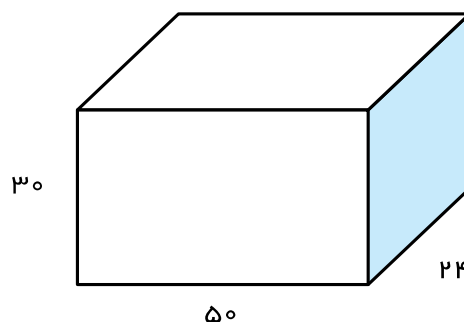
۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه‌دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید

چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه‌دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا

مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



عددهای زیر تجزیه شده اند، ب.م.م های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 \quad 2 \times 2 \times 7 \quad 12 \quad 2 \times 2 \times 3 \quad 36 \quad 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) \quad (28 \text{ و } 36) \quad (12 \text{ و } 36) \quad (12 \text{ و } 36 \text{ و } 28)$$

۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می شود، دو ظرف را به طور

کامل پر کنیم. کدام پیمانه ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ ترین پیمانه کدام است؟

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی متر را با مکعب های مساوی پر کرده ایم. بزرگ ترین ضلع این

مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می شود؟

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

اگر دو عدد  $a$  و  $b$  اول باشند، ب.م.م آنها یک می شود. ۱ (a و b)

اگر دو عدد به عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچک تر ب.م.م دو عدد است.

کوچک ترین مقسوم علیه مشترک (یا شمارنده مشترک) هر دو عدد ۱ است.

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144}$$

$$\frac{35}{245}$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(91 \text{ و } 117)$$

$$(216 \text{ و } 108)$$

$$(121 \text{ و } 55)$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) \quad n$$

• ب.م.م دو عدد  $a$  و  $b$  شمارنده دو عدد  $a$  و  $b$  است.

• اگر عدد  $a$  اول باشد، ب.م.م  $a$  و عدد دیگر مثل  $b$  یا یک می شود یا خود  $a$ .

$\dots \text{و} \dots \text{و} \dots \text{و} \dots \text{و} \dots \text{و} \times ۳(۱) \text{ و } \times ۳^{\circ} \text{ و } \times ۳۱ \text{ و} \dots \text{و} \dots \text{و} \dots \text{و} \dots$

...و...و...و...و...و ۳ و ۰ و ۳ و...و...و...و...و...

...و...و...و...و...و...و...و... و ۴ و ۲ : مضرب‌های ۲

۷: مضرب‌های

**۵: مضرب‌های ۵**

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

اولین مضرب ۷: سومین مضرب ۶: دهمین مضرب ۹:

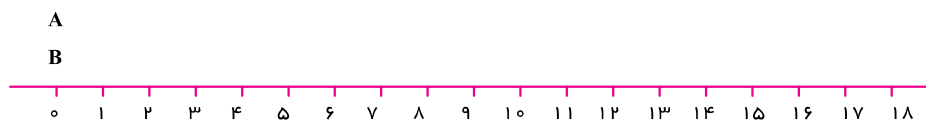
۸۰. چندمین مضرب ۸ است؟

۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟      ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟

مقدار مضرب‌های یک عدد چطور؟

۱- در یک بازی رایانه‌ای مهره A، ۶ تا ۶ حرکت می‌کند و مهره B، ۴ تا ۴ حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می‌گیرند؟



A مضارب :

**: مضارب مشترک**

B مضارب :

### : کوچک ترین مضرب مشترک



کوچک‌ترین مضرب مشترک اولین مضرب مشترک دو عدد است مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار  $m$  می‌گویند و به صورت‌های زیر نمایش می‌دهند [...] و [...] به‌عنوان نمونه

۱۲ [۴ و ۶]

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸ :

مضارب ۱۲ :

مضارب مشترک ۱۸ و ۱۲ : [۱۲ و ۱۸]

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

۱۸  $2 \times 3 \times 3$       ۱۲  $2 \times 2 \times 3$       [۱۲ و ۱۸]

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید.  
می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

A  $3 \times 3 \times 5 \times 5$       B  $2 \times 5 \times 3 \times 3$       [A و B]  $3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$

۱- تساوی  $24 \times 4 \times 6$  را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده ..... است.      ششمین مضرب ..... عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده ..... است.      چهارمین مضرب ..... عدد ..... است.

عددهای ..... و ..... شمارنده ..... است. عدد ..... بر ..... و ..... قابل

قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا

می‌کنیم که به هر دو مخرج (بخش‌پذیر قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به‌دست آورید.

$\frac{5}{6} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{\quad}{18}$       [۹ و ۶]

$\frac{7}{15} \quad \frac{9}{20}$       [۲۰ و ۱۵]

$\frac{15}{12} \quad \frac{7}{18}$       [۱۲ و ۱۸]



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می‌کند. اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می‌کند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط‌های A و B هم‌زمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به‌طور هم‌زمان اتوبوس‌ها به هم می‌رسند؟

۲- یک پیست دومی‌دانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل پیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

□ اگر عددی بر عدد دیگر بخش‌پذیر باشند، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است.

□ اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.

□ ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

□  $n$  [۱ و  $n$ ]

□  $n$  [ $n$  و  $n$ ]

□ ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است.

□ حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به‌صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

(۲۰ و ۳۰)	(۵ و ۷)	(۱۵ و ۳)	[۱۲ و ۴]
[۳۰ و ۵۰]	(۳۸ و ۱۹)	[۱۵ و ۳۰]	(۴ و ۹)
[۴ و ۹]	[۳ و ۲ و ۷]	(۳ و ۲ و ۷)	[۴ و ۶]

## ۵ مرور فصل

مفاهیم : در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدد اول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ ب.م.م □ ک.م.م  
روش‌ها و مهارت‌ها : در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد □ پیدا کردن عددهای اول
- پیدا کردن شمارنده اول یک عدد □ ساختن عددهای مختلف با شمارنده‌های اول
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد
- تجزیه عدد به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن ب.م.م دو عدد □ نوشتن مضرب‌های یک عدد
- پیدا کردن ک.م.م دو عدد □ رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

**کاربرد :** از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

**تمرین‌های ترکیبی :** در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

- ۱- با توجه به تساوی  $12 \times 4 = 3$  معانی مختلف آن را بیان کنید.
  - ۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.
- ۶۰                      ۷۲
- ۳- عددهای اول بین  $50^\circ$  تا  $80^\circ$  را بنویسید.

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.

۵- تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید، از چه راهبردهایی برای حل این مسئله استفاده کردید؟

۶- اگر ۵ x باشد، مقدار عددی عبارت جبری  $\frac{4x-7}{3x-7}$  را به دست آورید.

۷- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a - 5b + 3b - 7b$$

$$9x - 8a + 2x - 3x$$

$$5a + 2a - 9a - 4b$$

$$2(a-b) + 3(b-a)$$

۸- معادله های زیر را حل کنید.

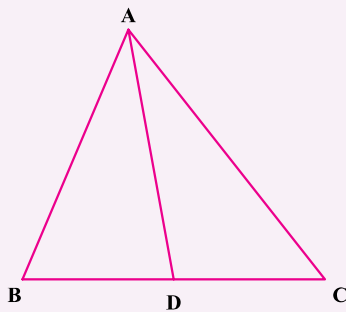
$$9x - 8 = 10$$

$$4x - 4 = 8$$

$$3x - 18 = 12$$

۹- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

۱۰- در شکل مقابل تمام پاره خط ها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید.



۱۱- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

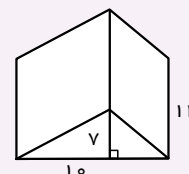
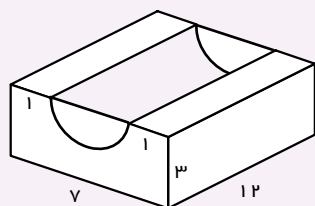
راه حل خود را توضیح دهید.

۱۲- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهار تا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و ۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۱۳- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر نیز داشته باشد.

۱۴- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

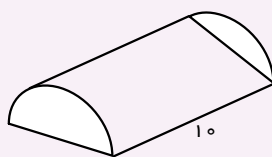
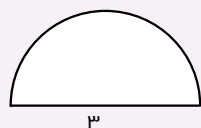
۱۵- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.



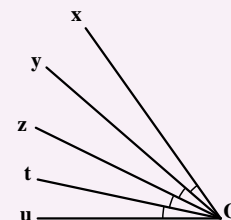
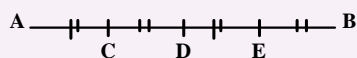
۱۶- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.

۱۷- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که قاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر

باشد.



۱۸- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



AD ..... DE

$$\hat{u} \hat{O} t + t \hat{O} z =$$

AB DE ..... ..

$$\hat{x} \hat{O} u \dots\dots\dots \hat{y} \hat{O} z$$

AE ..... AB

$$\hat{y} \hat{O} u \dots\dots\dots \hat{x} \hat{O} u$$

AC CE ..... AB

$$\hat{y} \hat{O} u - \hat{z} \hat{O} t = \dots\dots\dots$$

# فصل ۶

## بردار و مختصات

- تعیین موقعیت و مکان یک شیء مثل هواپیما، مسیریابی و هدایت آن
- در فضا و یا یک کشتی در دریا با داشتن مختصات آن شیء و در هر لحظه و امکان پذیر است. بیان موقعیت اشیاء با عدد امکان کار با رایانه را نیز فراهم می کند تا بر کار سرعت و نقش بیشتری بدهد.
- پاره خط جهت دار
- بردارهای مساوی و قرینه
- بردار انتقال
- هم بردارها

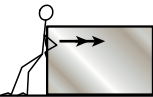
## پاره خط جهت دار

۱- یک دانش آموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه زیر این دانش آموز را با یک نقطه نشان داده ایم. این فرد در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید.

از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. حالا این فرد در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت ها را با فلش نشان دهید. برای حرکت این دانش آموز یک جهت انتخاب کنید.

اگر هر قدم حرکت آن دانش آموز را با پاره خطی به

طول نمایش دهیم روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.



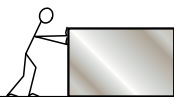
۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند روی شکل مشخص شده است، اگر اندازه نیرویی که شخص

وارد کرده است را با نشان دهیم روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید.

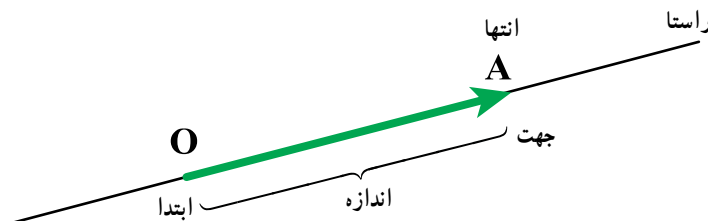
در شکل زیر همان شخص ۲ برابر نیرو به جسم وارد کرده است.

راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید.



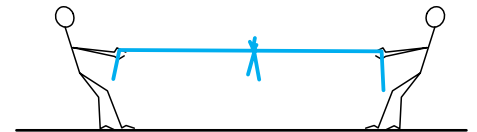
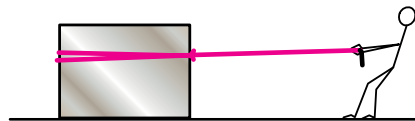
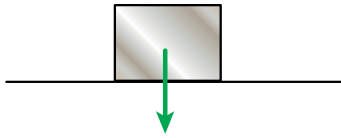
در مثال های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم.

بردار  $OA$  را به صورت  $\overrightarrow{OA}$  نشان می دهیم.



در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده

در شکل‌های زیر بردار رسم کنید.



مسیر حرکت هواپیما

نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند

نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند

۱- در شکل زیر دو نفر جعبه را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.

● آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟

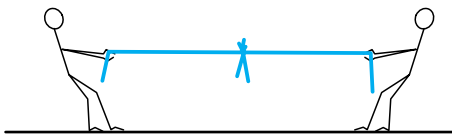
● جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند.

● اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید.

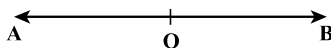


۲- دو دانش‌آموز در حال طناب‌کشیدن هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب با دو بردار نشان بدهید.

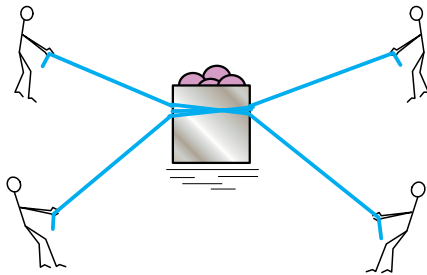


در مثال‌های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند چون هم راستا و هم اندازه هستند ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.



۱- شکل مقابل تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می کشند. نیروهایی که به این جعبه وارد می شود را با

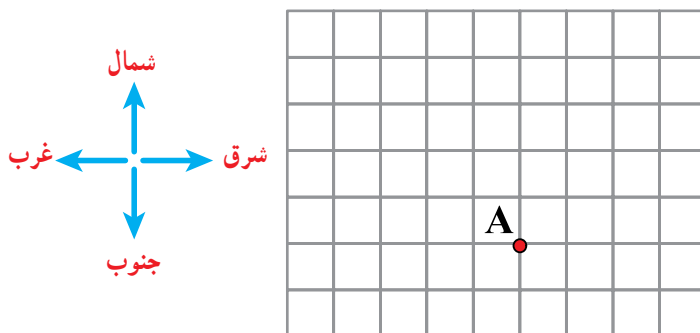
بردار نشان دهید.



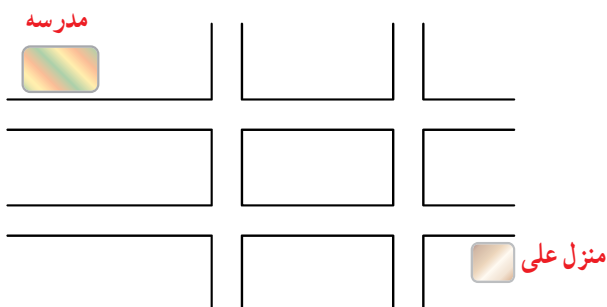
۲- با توجه به ۴ جهت نشان داده شده حرکت نقطه A را نشان دهید.

از نقطه A، سه واحد به سمت شرق، ۲ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت جنوب و ۳ واحد

به سمت غرب حرکت می کنید. محل نهایی نقطه را با B نشان دهید.



۳- علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن علی به مدرسه، حرکت های او را با بردار نشان دهید.



۴- اندازه بردار AB ۳ است، یعنی ۳ واحد در جهت منفی محور از نقطه A به نقطه B حرکت کرده ایم. ابتدای این

بردار نقطه ۱ محور و انتهای آن نقطه ۲ است.

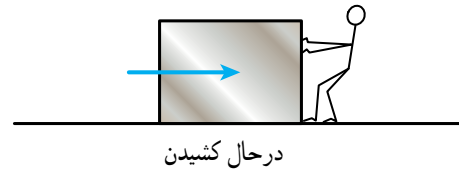
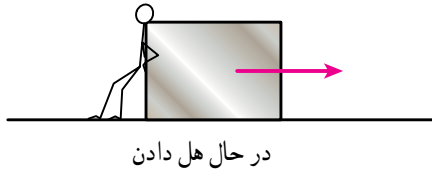


با توجه به نمونه فوق ابتدا، انتها و اندازه بردارهای مشخص شده روی محور را بنویسید.



## بردارهای مساوی و قرینه

۱- در شکل‌های زیر دو نفر نیروهای با اندازه‌های برابر به جسم وارد می‌کنند. یک نفر در حال هل دادن جسم و یک نفر در حال کشیدن آن است.



توضیح دهید چرا این دو بردار مساوی هستند.

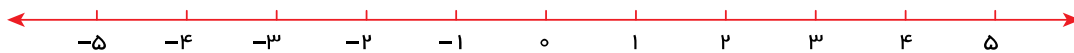
۲- با توجه به محور اندازه بردارهای زیر را مشخص کنید.



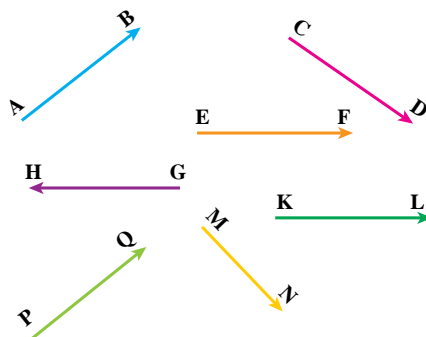
۱- مساوی با بردار  $AB$ ، ۳ بردار رسم کنید.



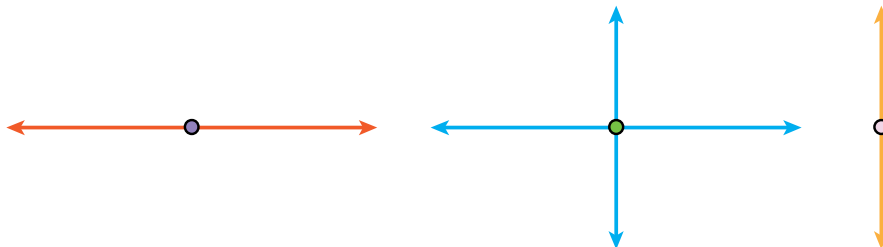
۲- روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازه ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.



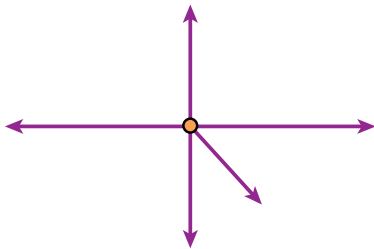
۳- بردارهای مساوی را پیدا کنید.



- ۱- شخصی از نقطه A به نقطه B رفته است حرکت او را با یک بردار نشان دهید.  
اگر این شخص از نقطه B به نقطه A برگردد حرکت دوم را نیز با یک بردار نشان دهید.  
این دو بردار را از نظر راستا، اندازه و جهت مقایسه کنید.  
آیا این دو بردار قرینه یکدیگرند؟ چرا؟  
مجموع حرکت این فرد چقدر است؟
- ۲- با توجه به نیروهای وارد بر جسم زیر و بردارهای قرینه، مشخص کنید جسم به کدام سمت حرکت می کند. دلیل خود را توضیح دهید.

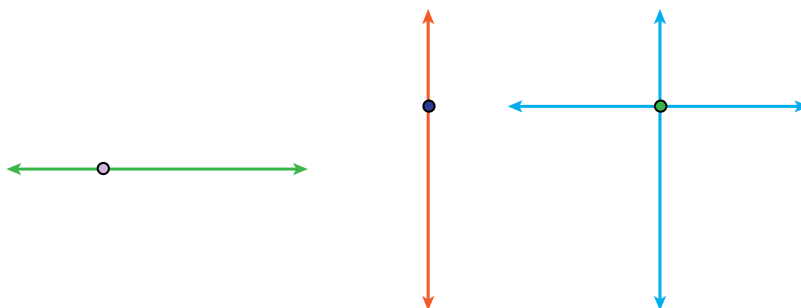


- ۳- با توجه به نیروهای وارد شده در شکل مقابل جسم به کدام طرف حرکت می کند؟ چرا؟

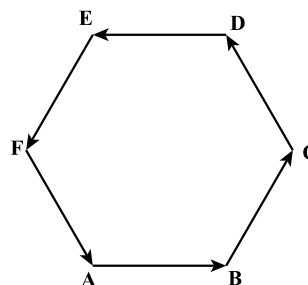
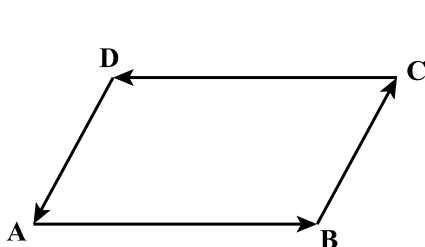


- ۱- با توجه به اندازه بردارهای نیرو که با طول های مختلف نشان داده شده است توضیح دهید که جسم به کدام سمت

حرکت می کند؟



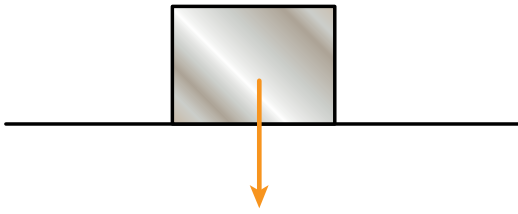
- ۲- با توجه به شکل های زیر بردارهای قرینه را نام ببرید.





۱- در شکل مقابل نیرو و وزن جسم با یک بردار مشخص شده است، نیرویی که زمین به جسم وارد می‌کند را با یک

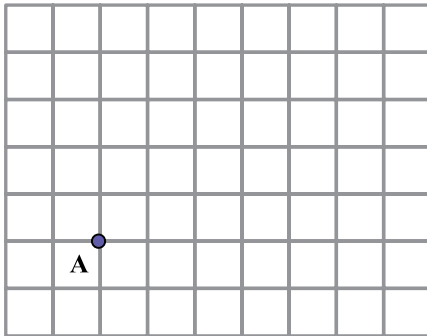
بردار نمایش دهید. چرا جسم روی زمین می‌ماند و حرکت نمی‌کند؟



۲- شخصی در نقطه A ایستاده است، اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به

سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتها ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند به

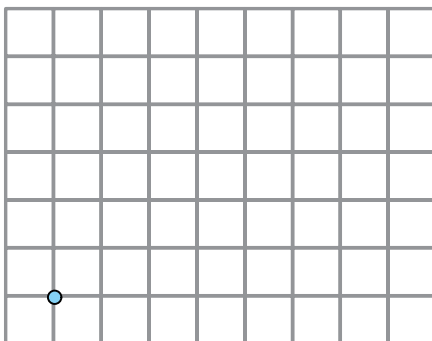
نقطه B می‌رسد. بردار حرکت شخص از A به B را نشان دهید.



۳- اگر شخصی در نقطه A ایستاده باشد. ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴

واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر شخص دیگر از همان نقطه A ۴ واحد به

سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود به کدام نقطه می‌رسد؟ چرا؟



۴- اگر شخص از نقطه A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند با چه حرکتی

به نقطه A می‌رسد.

حالا اگر شخص از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود با چه حرکتی به محل اول خود

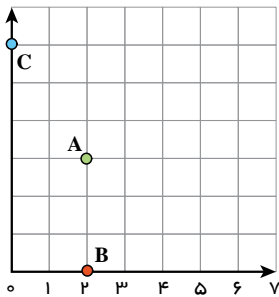
برمی‌گردد؟

۵- قرینه شمال چه جهتی است؟

قرینه شرق چه جهتی است؟

قرینه شمال شرقی چه جهتی است؟

## مختصات



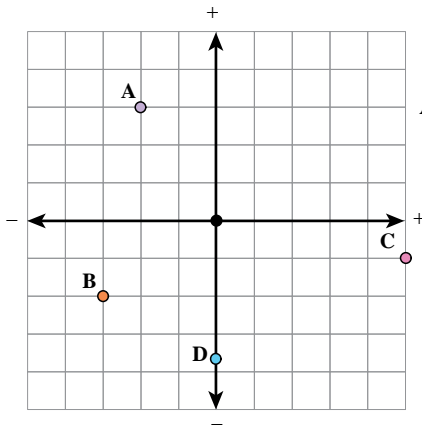
۱- در دوره دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید.

مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.

نقاط  $E = \begin{bmatrix} 0 \\ 4/5 \end{bmatrix}$  و  $F = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $G = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  را پیدا کنید.

۲- با توجه به محور عددهای صحیح که در فصل اول آموختید محورهای زیر را در جهت‌های منفی ادامه دادیم تا

محورهای مختصات کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.



$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

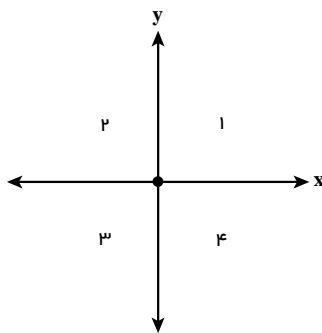
نقاط زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$



محورهای مختصات صفحه را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنند

در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند

مرز ناحیه ۱ و ۲ را مشخص کنید مرز ناحیه ۳ و ۴ را نیز مشخص کنید

مرز ناحیه ۱ و ۴ و همچنین ۲ و ۳ را نیز مشخص کنید

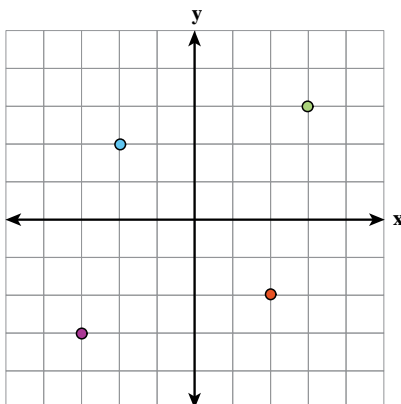
با توجه به نقشه روبه‌رو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

۱- مختصات ورزشگاه تختی چیست؟

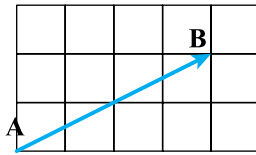
۲- مختصات چه بنایی  $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  است؟

۳- مختصات مسجد جامع یزد چیست؟

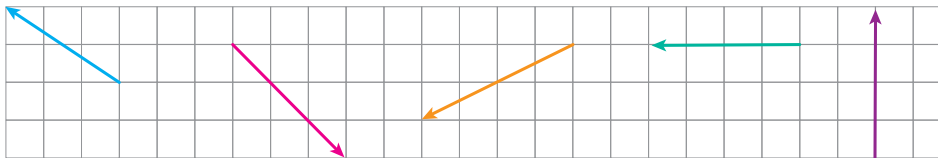
۴- کتابخانه وزیری در کدام نقطه واقع است؟



۱- در شکل مقابل حرکت از نقطه A به B با بردار AB نشان داده شده است.



اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت می‌کنیم). مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



۲- در بردار برای حرکت از A به B، ۴ واحد به سمت مثبت محور طول و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحه مختصات می‌توانیم به صورت  $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  نمایش دهیم. مختصات سایر بردارها را بنویسید.

طول جغرافیایی هر نقطه با نصف‌النهار که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی هر نقطه با مدار مربوطه آن مشخص می‌شود. در نقشه مقابل با توجه به مدارها (خط‌های افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف‌النهارها (خط‌های عمودی) و نصف‌النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

۱- مختصات شهرهای زیر را به‌طور تقریبی بنویسید.

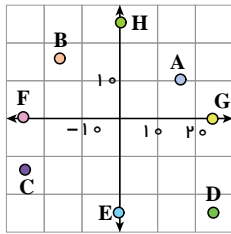
قاهره: دارالسلام:

الجزیره:

نقشه ی آفریقا و مدارها ص ۱۵۸  
فصل دوم راهنمایی کد ۱۱۷

۲- اگر یک هواپیما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هواپیما را به‌صورت تقریبی با یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید.

۳- از رباط تا لاگوس را با چه برداری می‌توان پیمود؟

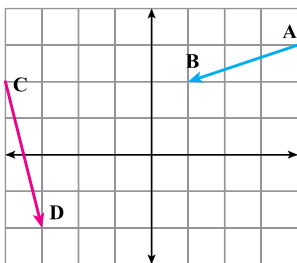


۱- با توجه به شکل مختصات هر نقطه را به صورت تقریبی بنویسید.

$$A \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad B \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad C \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad D \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

$$E \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad F \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad G \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad H \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

۲- بردار  $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$  را در محور مختصات مقابل طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه  $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$  باشد. مختصات نقطه انتهایی آن را بنویسید.  $\begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$

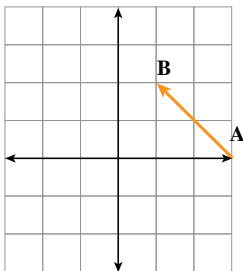


با توجه به شکل، مختصات نقطه م بر بردارهای زیر را بنویسید.

$$A \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad B \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad \overline{AB} \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad C \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad D \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad \overline{CD} \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

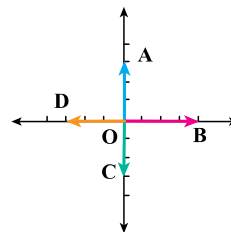
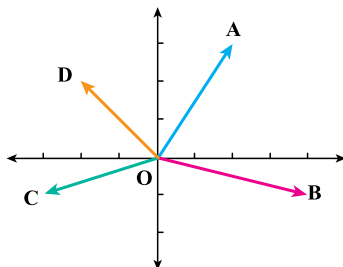
۳- ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید. قرینه بردار AB را نسبت به محور طول‌ها رسم کنید و مختصات قرینه

$\overline{AB}$  را بنویسید.



قرینه بردار AB را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید و مختصاتش را بنویسید.

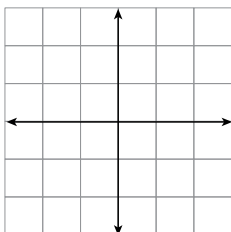
۴- مختصات بردارها را در شکل‌های زیر بنویسید.



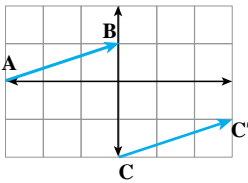
۵- از نقطه  $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$  به بردار  $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$  و با چه برداری می‌توانستیم از A به C حرکت کنیم؟

$$\overline{Y} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۶- مشخص کنید که نقطه در کدام ناحیه قرار دارد.



## بردار انتقال



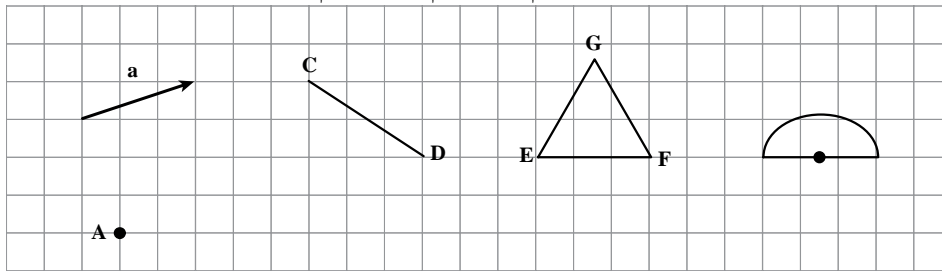
۱- مسیر رفتن از نقطه A به B را به صورت زیر بیان کنید :

..... واحد در جهت ..... محور xها و ..... واحد در جهت ..... محور yها

سپس مختصات بردار AB را بنویسید.  $\overrightarrow{AB} [ \quad ]$

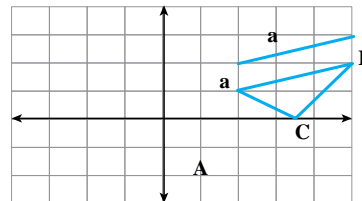
اکنون با همین بردار نقطه C را به نقطه C' منتقل کردیم مختصات بردار CC' را مشخص کنید.

۲- هر یک از شکل های زیر را با بردار  $\vec{a}$  منتقل کنید. (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید).



۳- در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار  $\vec{a}$  انتقال دهید و مثلث جدید را A'B'C' بنامید. مختصات رأس ها

را بنویسید.



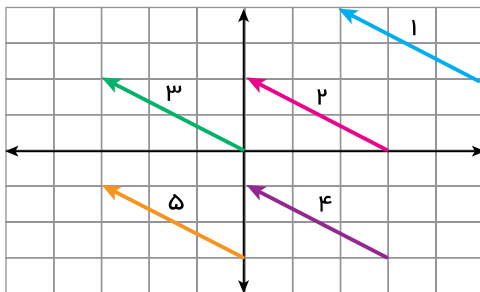
A [   ]    B [   ]    C [   ]

A' [   ]    B' [   ]    C' [   ]

مختصات بردار انتقال  $\vec{a}$  را هم بنویسید:  $\vec{a} [ \quad ]$  چه رابطه ای بین رأس های مثلث قبل و بعد انتقال وجود دارد؟

۴- برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدای انتهای آن بردار را بنویسید.

چه رابطه ای بین ابتدا و انتها و مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دارند.



بردار	۱	۲	۳	۴	۵
مختصات ابتدا					
مختصات بردار					
مختصات انتها					

با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می توان یک جمع متناظر برای

بردار نوشت به کمک این جمع و با معلوم بودن ۲ مختصات می توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه انتقال دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.

### شکل ف ص ۱۶۰ ک دوم را سوال ۱ کد ۱۱۷

۲- بردار انتقال مربوط به هر شکل را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید. متناظر با هر کدام یک جمع بنویسید.

### شکل ف ص ۱۶۰ ک دوم را سوال ۲ کد ۱۱۷

۳- مختصات موردنظر را به دست آورید. انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

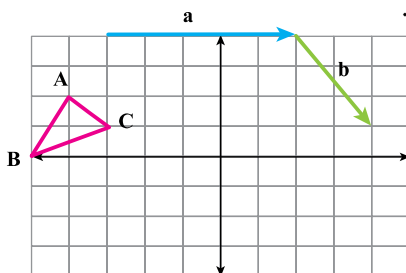
$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad 2 \times 3, \quad 1 \times 4$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن  $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  و انتهای آن  $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$  پیدا کنید.

۱- نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید. و آنها را A' و B' و C' بنامید.



$$A \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$A' \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B' \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C' \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D، E و F نشان دهید.

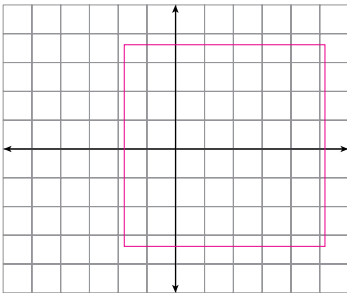
$$D \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad E \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad F \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

با چه بردار نقاط A، B، C مستقیماً به D، E و F منتقل شوند.

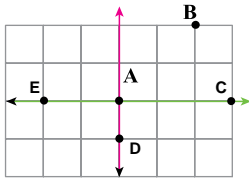


۱- هر یک از اجزای نقاشی را با بردار انتقال دلخواه به محل مناسب در کادر انتقال دهید و مختصات بردار انتقال را بنویسید،

تا در محل مناسب خود قرار گیرند. مختصات بردار انتقال خود را بنویسید.



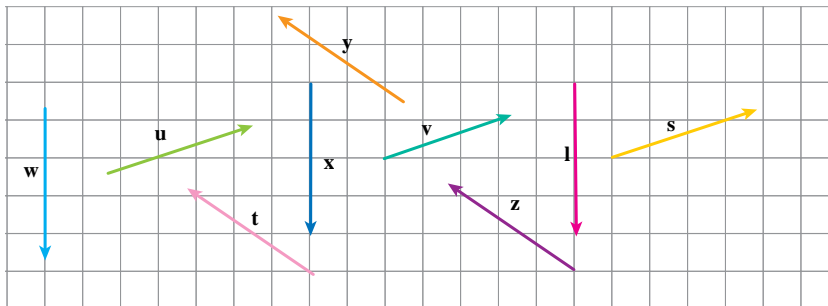
۲- مسیر حرکت از A به B، به C، به D و به E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر بردار را بنویسید.



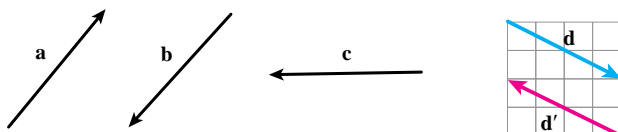
می‌توانید این بازی را به صورت دو نفره انجام دهید. یک نفر نقطه می‌گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطه شروع

را به نقطه مشخص شده انتقال می‌دهد.

۳- بردارهای مساوی را مشخص کنید.



۴- بردار قرینه هر بردار را رسم کنید و تساوی‌ها را کامل کنید.



$$\vec{d} \quad [ \quad ] \quad d' \quad [ \quad ]$$

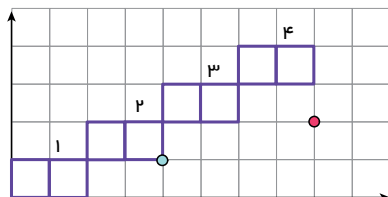
چگونه مختصات قرینه یک بردار نوشته می‌شود؟

با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید؟

$$\vec{d} + \vec{d'} \quad [ \quad ] \quad [ \quad ]$$

۵- در محور مختصات مقابل در کاشی شماره n مختصات گوشه‌ای که با علامت ° مشخص شده است را به صورت جبری

بنویسید.



۶- در یک بازی روی صفحه شطرنجی، سعید مهره خود را از خانه‌ای به مختصات  $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴

خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم او مهره‌اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم اکنون مهره سعید روی کدام نقطه صفحه قرار دارد؟

۷- اگر نقطه A به مختصات  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  را با بردار انتقال  $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$  منتقل کنیم تا به نقطه B برسیم مختصات نقطه B را به صورت جبری

بنویسید.

مفاهیم : در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ بردار □ راستا □ بردار انتقال

روش‌ها و مهارت‌ها : در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. بایک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه

درس تهیه کنید

□ ویژگی‌ها، نام‌گذاری و نمایش بردار □ بردار قرینه و بردار صفر

□ مختصات نقطه در صفحه □ ۴ ناحیه محور مختصات

□ بردار انتقال □ بردارهای مساوی

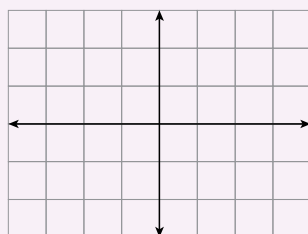
□ جمع بردارها به صورت مختصاتی

□ جمع بردارها به صورت مختصاتی

کاربرد : کاربرد اصلی این موضوع را در درس‌های علوم خود خواهید دید. در دوره دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می‌شوید.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

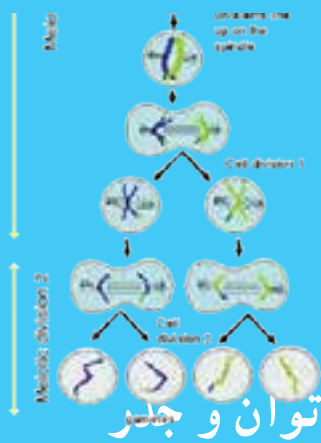
۱- نقاط مختصات  $A = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 2 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$   $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$  را پیدا کنید.



نقطه A را با بردار  $\overrightarrow{BC}$  منتقل کنید و مختصات نقطه منتقل شده را بنویسید.

بدون رسم شکل ابتدا مختصات بردار  $\overrightarrow{BC}$  را پیدا کنید.

بدون رسم شکل انتقال را انجام دهید.



# فصل ۷

توان و جذر

وقتی یک سلول به سلول‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند. رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحی پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

- تعریف توان
- محاسبه عبارت‌های توان‌دار
- ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- مفهوم جذر و ریشه

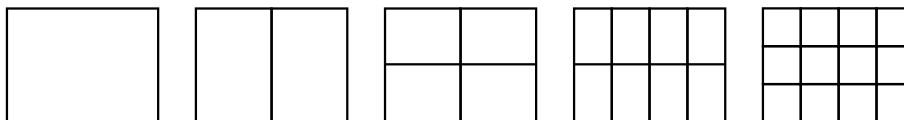
## تعریف توان

۱- امید می داند که نوه چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ ها و مادر بزرگ ها ی امیدند. او می خواهد بداند که نتیجه چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل زیر را کشید.

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجه چند نفر است؟  
 ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نبیره آنها است، چند نفرند؟ (به فرزند نتیجه، نبیره می گویند).  
 ج) جدول زیر را کامل کنید. برای محاسبه تعداد از ماشین حساب نیز می توانید کمک بگیرید.

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
	$2 \times 2$	پدر بزرگ و مادر بزرگ
۸		نسل سوم
	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل چهارم
		نسل هفتم

۲- یک کاغذ را چند بار تا می زنیم و هر بار تعداد قسمت هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می شماریم. چه الگویی در



تعداد قسمت ها می بینید؟

۰ تعداد تا

۱

۲

۳

۴

۱ تعداد قسمت ها

۲

$2 \times 2$

$2 \times 2 \times 2$

$2 \times 2 \times 2 \times 2$

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند تا قسمت خواهیم داشت؟

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای  $n$ ام چند قسمت خواهیم داشت؟

$n$  بار

$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2$

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت های بالا پیشنهاد می کنید؟



عبارتی مانند  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$  را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت  $2^5$  می نویسیم و آن را چنین می خوانیم: ۲ به توان ۵ در عبارت  $2^5$ ، ۲ را پایه و ۵ را توان می نامیم درست بقیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می دادیم

$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
$7 \times 7$	$7^2$	۷ به توان ۲	۴۹
$7+7$	$2 \times 7$		
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$			
	$1^2$		
	$2 \times 1$		
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$		

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$4 \times 4 \times 4$$

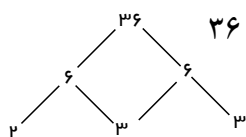
$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$a \times a \times a$$

$$b \times b$$

۲- عدد های داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



$$36 \quad 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 2^5 \times 5^2$$

$$144$$

$$200$$

$$135$$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 \quad 64$$

$$5^2 \quad 5 \times 2$$

$$(\frac{2}{3})^2 \quad \frac{4}{9}$$

$$2^3 \quad 3^2$$

$$9^2 \quad 18$$

$$(\frac{3}{1})^2 \quad \frac{4}{81}$$

$$\frac{3^2}{5} \quad \frac{9}{25}$$

$$5^2 \quad 25$$

$$(\frac{3}{4})^2 \quad \frac{9}{4}$$

۳- تساوی ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a$$

$$b^2$$

$$(\frac{a}{b})^2$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} =$$

$$x \times x$$

$$(y-x)(y-x)$$

$$(ab)^2$$

$$x \times x \times x$$

$$y \times y \times y \times y \times y$$

۴- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم

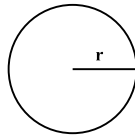
می شوند و این کار ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	۷	n
تعداد سلول	۲	$2 \times 2$				

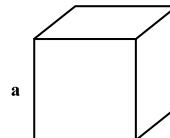
۱- با توجه به شکل‌های زیر مساحت و حجم‌های خواسته شده را با عبارت‌های توان‌دار جبری نمایش دهید.



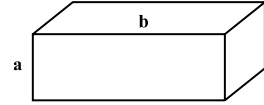
$$S = a \times a$$



$$S = \frac{3}{4} \pi r \times r$$



$$V = a \times a \times a$$



$$V$$

۲- جمله‌های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

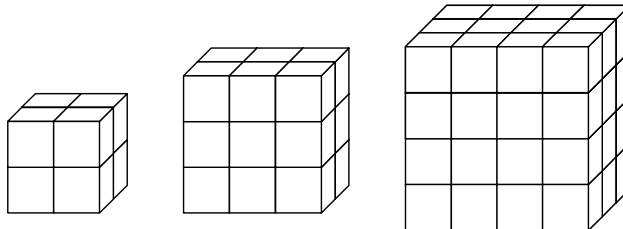
□ هر عدد به توان یک برابر خودش می‌شود : □ یک به توان هر عدد برابر یک می‌شود :

□ مجذور هر عدد یعنی آن عدد به توان ۲ : □ مجذور a

□ مکعب یک عدد یعنی آن عدد به توان ۳ : □ مکعب x

□ صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با ..... :

۳- تعداد مکعب‌های کوچک  $1 \times 1 \times 1$  را در هر شکل با یک عدد توان‌دار نشان دهید.



مکعب n تایی

۴- حاصل هر عبارت توان‌دار را به دست آورید.

$$3^2$$

$$4^2$$

$$5^2$$

$$6^2$$

$$7^2$$

$$8^2$$

$$9^2$$

$$10^2$$

$$11^2$$

$$12^2$$

مجذور دو

$$2^3$$

$$5^2$$

$$10^2$$

مجذور یک

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$1/1^2$$

مکعب دو

$$2^4$$

$$7$$

$$2/1^2$$

مکعب یک

$$2^2$$

$$5^2$$

۵- مقدار عبارت  $3^n$  را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
$3^n$	$3^1 =$	$3^2 =$		

۶- حاصل عددهای  $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$  را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد

مناسبی برای محور عددی رسم کنید). در مورد نحوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می‌توانید  $2^6$  یا  $2^7$  را در دفتر خود رسم

کنید؟ چرا؟

## محاسبه عبارت توان دار

## فعالیت

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می شود.

به کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{1 - 4 \times 3^2}{9^2 - 5^2} = \frac{1 - 4 \times \dots}{\dots - \dots} = \frac{1 - + \dots}{\dots + \dots} \dots \dots$$

ساده کردن      محاسبه جمع و تفریق      محاسبه ضرب      محاسبه توان ها

محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 \quad (2^2 - 2) \quad 2 \times \dots \quad (2 \dots) \dots \dots$$

$$\frac{10 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{10 \div \dots + 9 \times 4}{\dots + \dots} = \frac{\dots + \dots}{\dots} \dots$$

## کار در کلاس

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$2^5 \quad 3^2$$

$$2^5 \times 3^2$$

$$2^5 \quad 3^2$$

$$2^5 \div 8$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} =$$

$$5^2 \quad 5 \times 2$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$2^4 \quad 3^3 \quad 1^5$$

$$5^1 \quad 1^5 \quad 0^5$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3 \cdot 2)^2 \quad 2^2 \cdot 3^2$$

$$(4 \times 3)^2 \quad 3^2 \times 4^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$$

$$5 \times 6^2 \quad (6 \times 5)^2$$

$$2^2 \times 5^2 \quad 10^4$$

$$2^3 \times 2^4 \quad 2^7$$

۳- نحوه محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 \quad 8^2 \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \quad 8 \times 8$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را محاسبه کنید.

$$2^2 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad (2)^2 \quad (2) \times (2) \quad (2)^3$$

$$(2)^4 \quad (2)^5 \quad (2)^6$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را محاسبه کنید.

$$2^2 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad (2)^2$$

$$2^3 \quad (2)^4$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^6 \longrightarrow 2^5 \longrightarrow 2^4 \longrightarrow 2^3 \longrightarrow 2^2 \longrightarrow 2^1 \longrightarrow 2^0$$

$$64 \longrightarrow 32 \longrightarrow 16 \longrightarrow \dots \longrightarrow \dots \longrightarrow \dots \longrightarrow \dots$$

ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید.

به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \quad 3^2 \quad (5)^2 \quad 1^5$$

$$(1)^5 \quad (1)^4 \quad 1^4 \quad 7^0 \quad 5^0$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^0 = \quad (9)^0 \quad 1/1^0 \quad 4^0 \quad 2^0$$

۲- در جای خالی علامت < یا > بگذارید.

$$2^0 \bigcirc 2^1 \quad 7^0 \bigcirc 7^1 \quad \left(\frac{3}{5}\right)^2 \bigcirc 2^0 \quad (2) \bigcirc (2)^1$$



۱- کدام درست و کدام نادرست هستند. علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{ccc} (-\frac{2}{3})^\circ + (\frac{1}{3})^\circ > 1 & (2\frac{1}{4})^\circ > (-\frac{1}{4})^2 & 3^\circ - 2^\circ = (3-2)^\circ \\ 4^\circ < (2)^\circ & 1^\circ - 5^\circ = 3^\circ - 2^\circ & 6^\circ - 2^\circ = 4^\circ \end{array}$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^2 \quad 4 \times 10^2 \quad 7 \times 10^1 \quad 2 \times 10^0$$

$$5 \times 10^2 \quad 0 \times 10^2 \quad 1 \times 10^1 \quad 9 \times 10^0$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس توانی نمایش دهید.

$$4235 \quad 4000 \quad 200 \quad 30 \quad 5 \quad 9207$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و در عبارت  $4^n$  و  $n^4$  را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب

استفاده کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
$4^n$					
$n^4$					

برای  $n = 10$  کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای

مثال  $2^3$  به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه

راه دیگری برای پیدا کردن جواب  $2^3$  وجود دارد؟

$$2 \times 3$$

۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 \quad b^2 \quad ab \quad a \quad 2 \quad b \quad 2$$

$$a^2 \quad 2b^2 \quad a^2b \quad a \quad 1 \quad b \quad 2$$

## ساده کردن عبارت‌های توان دار

۱- زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم داده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش‌آموزان مساحت مستطیل به طول  $2^4$  و عرض  $2^3$  را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت‌ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبه ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبه ۳}}$$

سیمما با مشاهده عبارت زهره به او گفت ۲، هفت بار در خودش ضرب شده است؛ پس عبارت تو با  $2^7$  برابر است. نتیجه‌گیری سیمما را با یک تساوی نشان دهید.

$$2^7 = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبه ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبه ۳}} \quad 2^6$$

$$x^2 \times x^2 \quad a^2 \times a^4 \quad 4^2 \times 4^3 \quad 7^2 \times 7^3$$

با توجه به تساوی‌های بالا یک قانون برای ساده کردن عبارت‌های توان دار با پایه‌های مساوی بنویسید.

۳- با توجه به قانون بالا، مانند نمونه عبارت تواندار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت تواندار بنویسید.

$$\begin{array}{lll} 2^7 & 2^5 \times 2^2 & 2^7 \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \\ 5^1 & \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots \end{array}$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$$\begin{array}{lll} 5^3 \times 5^4 & (2)^4 \times (2)^2 & (4)^5 \times (4)^3 \\ 7^3 \times 7 & \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times \frac{1}{5} & \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 \end{array}$$

۲- با باز کردن عبارت تواندار جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^4 \quad 3^2 \times 3^2 \quad 9 \times 9 \quad 9^2 \quad 2^6 \quad 4^2 \quad 5^4$$

۳- اگر  $2^4 \times 10^2 \times 2^{10}$  باشد حاصل  $2^{12}$  را به دست آورید.

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کرده و دوباره به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$2^2 \times 5^2 \quad 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \quad 10 \times 10 \times 10$$

$$a^2 \times b^2 \quad x^2 \times y^2 \quad 3^2 \times 4^2 \quad \left(\frac{2}{7}\right)^3 \times 5^2$$

با مقایسه تساوی‌های یک قانون کلامی برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار با توان‌های مساوی به دست آورید.

۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$2^2 \times 3^2 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \quad \left(\frac{1}{5}\right)^4 \times 3^5$$

$$(2)^y \times (1)^y \quad (2)^5 \times 3^5 \quad x^2 \times y^2$$

$$(ab)^2 \quad a^2 \times b^2 \quad 6^5 \quad (2 \times 3)^5 \quad 2^5 \times 3^5 \quad 3- \text{ به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید.}$$

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان‌دار زیر را باز کنید.

$$(xy)^{10} \quad (xyz)^2 \quad 3^{0.5} \quad 15^y \quad 10^4 \quad 12^8$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$5^2 \times 5^4 \times 7^6 \quad \dots \times 7^6 \quad 7^2 \times 7^3 \times 9^5$$

ضرب با توان‌های مساوی ضرب با پایه‌های مساوی

$$2^3 \times 6^2 \times 3^7 \times 4^7 \quad \dots \times \dots$$

$$(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^6)$$

۲- عبارت توان‌دار مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

$$2^a \times 2^b$$

به جای  $a$  و  $b$  عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

۱- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان‌دار بنویسید.

۱۲۱

۲۵۶

۴۴۱

۱۰۰۰۰

۲- مسئله‌هایی طرح کنید که پاسخ آنها: الف)  $2^2$  ب)  $2 \times 3$  ج)  $5^2$  باشد.

۳- عددهای تواندار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.  $9^2$  و  $8^1$  و  $6^0$  و  $4^1$  و  $3^5$

۴- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$4^2 \times 4^2 = 4^{12}$

$3^2 \times 2^2 = 6^5$

$4^2 = 2^2 = 6^2$

$4^2 \times 4^2 = 4^7$

$3^2 \times 2^2 = 6^2$

$4^1 = 3^1 = 7^1$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^7 \quad (14)^2 \quad (2^2) \times 7^2$$

۵- کدامیک از عبارت‌های زیر  $\left(\frac{2}{3}\right)^2$  را نشان می‌دهد؟

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

$\frac{2+2+2}{3}$

$\frac{3 \times 2}{3}$

$\frac{2}{3} \times 3$

$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} + 3$

۶- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سؤال‌ها را جواب دهید.

۴	۴ <sup>۱</sup>	۴ <sup>۲</sup>	۴ <sup>۳</sup>	۴ <sup>۴</sup>	۴ <sup>۵</sup>	۴ <sup>۶</sup>	۴ <sup>۷</sup>	۴ <sup>۸</sup>
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶

حاصل عبارت  $4^0 \times 96 \times 65536$  را به صورت توان‌دار بنویسید.

تعداد رقم‌های  $4^1$  را پیش‌بینی کنید.  $4^2$  چند رقمی می‌شود؟ چرا؟

۷- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می‌کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$$3^2 \quad 1^2 \quad ( )^3 \quad 6^2 \quad 3^2 \quad ( )^3 \quad 10^2 \quad 6^2 \quad ( )^3 \quad 21^2 \quad 15^2 \quad ( )^3$$

۸- در جای خالی یکی از عمل‌های  $-$  یا  $\times$  یا  $\div$  را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$2^5 \square 8 = 4$

$3^2 \square 7^2 = 58$

$(7)^0 \square 8^1 = 3^2$

$2^6 \square 16 = 2^0 \square 3^2$

## جذر و ریشه

## فعالیت

۱- یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های  $25 \times 50$  سانتی‌متر خریداری کرده است. سنگ فروش در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ به این شرکت فروخته است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۲- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

۳- جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳		$1/5$	$\frac{2}{5}$		$7/4$			$1/9$
مساحت مربع	۹	۱۶			۸۱		$\frac{121}{36}$	۴	

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟

در تساوی  $3^2 = 9$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می‌نامند آیا ۳- نیز ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟



جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	
ریشه دوم	۳ و -۳			۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$			



توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با  $3^2$  و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با  $(-3)^2$  نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم از نماد  $\sqrt{\quad}$  (بخوانید رادیکال) استفاده می‌کنیم.  
ریشه‌های دوم عدد ۹ را با  $\sqrt{9}$  و  $-\sqrt{9}$  نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر  $\sqrt{9} = 3$  و  $-\sqrt{9} = -3$ .

کار در کلاس

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

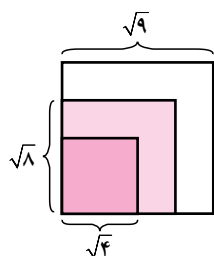
$$\begin{array}{cccc} \sqrt{16} = & -\sqrt{16} = & \sqrt{36} = & -\sqrt{81} = \\ \sqrt{\frac{1}{100}} = & -\sqrt{\frac{9}{25}} = & \sqrt{49} = & \sqrt{\frac{1}{81}} = \end{array}$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست هستند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\begin{array}{cccc} \sqrt{25} > 5 & \sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} = 5 \times 2 & \sqrt{25} = 25 \\ \sqrt{25} = 5^2 & \sqrt{25} = 5 & -\sqrt{25} = 5 & \sqrt{25} < 5 \end{array}$$

فعالیت

۱- مربع به مساحت‌های ۴، ۸ و ۹ سانتی متر مربع در شکل زیر نمایش داده شده است. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل عبارت را کامل کنید.  $\sqrt{8} < \quad$   
به نظر شما به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟



۲- به کمک روش فوق و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

جذر تقریبی	مربع کامل بعدی	عدد	مربع کامل قبلی
$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است	۹	۵	۴
		۱۷	
		۶۱	
$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است			

۱- می‌خواهیم مقدار تقریبی  $\sqrt{28}$  را به دست آوریم.

الف)  $\sqrt{28}$  بین کدام دو عدد قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک‌تر است؟ چرا؟

ج) با توجه به جدول مقابل جای خالی را کامل کنید:  $\sqrt{28} \approx$

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجزور	۲۵	۲۶/۱	۲۷/۴	۲۸/۹	۲۹/۱۶

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{20} \approx$$

$$\sqrt{14} \approx$$

$$\sqrt{8} \approx$$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی‌معناست؟  $\sqrt{-25} = ?$

۲ کدامیک درست و کدامیک نادرست‌اند؟

$$\sqrt{5} > 4$$

$$\sqrt{6} \text{ بین } 7 \text{ و } 5 \text{ است}$$

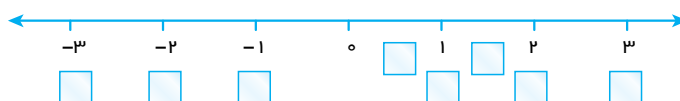
$$\sqrt{15} < \sqrt{21}$$

$$\sqrt{12} < 4$$

$$\sqrt{40} \text{ بین } 5 \text{ و } 7 \text{ است}$$

$$\sqrt{3} > 2$$

۳- به جای  $\square$  در محور اعداد زیر یکی از عددهای  $\sqrt{9}$ ،  $-\sqrt{4}$ ،  $\sqrt{1}$ ،  $-\sqrt{1}$ ،  $\sqrt{\frac{9}{4}}$  و  $-\sqrt{9}$  را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و ۷ ریشه‌های ..... هستند. ب) مجذور عدد صفر همان ..... است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه ..... است.

د) هر عدد مثبت دارای ..... ریشه دوم است که یکی از آنها ..... دیگری است.

۵- جذر تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000}$$

$$\sqrt{500}$$

$$\sqrt{300}$$

$$\sqrt{400}$$

واژه‌ها: در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال یزنید.

● توان ● پایه ● مجذور ● مکعب ● جذر ● جذر تقریبی

روش‌ها و مهارت‌ها: در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

● محاسبه عدد تواندار

● محاسبه یک عبارت توان‌دار با رعایت ترتیب

● تأثیر پراتز در محاسبه عبارت تواندار

● محاسبه عبارت تواندار با پایه‌های منفی

● توان صفر

● قانون ضرب با پایه‌های مساوی

● استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه

● قانون ضرب با توان‌های مساوی

● استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها

● ساده کردن یک عبارت توان‌دار

● مفهوم مجذور و مکعب

● مفهوم جذر و ریشه

● پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی

کاربرد: از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

تمرین‌های ترکیبی: در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- عبارت توان‌دار زیر را محاسبه کنید.

$$1^3 \times 2^2 \times 3^2 \times 4^1 \times 5^0$$

۲- عبارت توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$4^2 \times 8^3 \times 6^2 \times 3^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{25}\right)^2 \times \frac{1}{45}$$

۳- جذر تقریبی عدد ۳۲ را بنویسید.

۴- ریشه‌های عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} = \quad \quad \quad -\sqrt{25} =$$



۵- حاصل عبارت‌ها را پیدا کنید.

$$\frac{(+49) \times (-65)}{(+13) \times (-35)} =$$

$$\frac{(-24) \times (-35)}{(-21) \times (-20)} =$$

$$(43) \div (7)$$

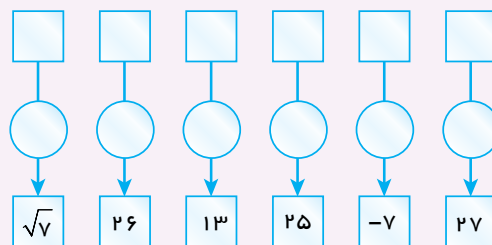
$$(718) \times (2)$$

۶- مساحت مربعی به ضلع  $a$  برابر است با  $a^2$ . اگر از ضلع مربع  $10\%$  کم کنیم. مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟

۷- الگوی مقابل را توصیف کنید و ده عدد بعدی آن را بنویسید.

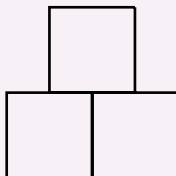
..... و ..... و ..... و ..... و ..... و ۱۲۵ و ۲۵ و ۵

۸- نمودارهای زیر را کامل کنید.



مکعب  
مجدور  
جذر  
جذر  
جذر  
جذر

۹- مساحت شکل مقابل ۷۵ است. محیط شکل را پیدا کنید.



۱۰- نقاط به مختصات  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  را پیدا کنید و پاره خط  $AB$  را رسم کنید. قرینه این پاره خط را

نسبت به محور عرض‌ها پیدا کنید و مختصات رأس‌های  $A'$  و  $B'$  را بنویسید.

۱۱- مختصات سه رأس مثلث  $ABC$  عبارت‌اند از  $C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  قرینه این مثلث را نسبت به

مبدأ مختصات پیدا کنید.

مختصات بردار  $AB$  را بنویسید.

جمع متناظر با بردار  $AC$  را بنویسید.

۱۲- مساحت جانبی استوانه‌ای به ارتفاع  $10^\circ$  و شعاع قاعده  $3^\circ$  بیشتر است یا مساحت جانبی مکعب مستطیلی به ارتفاع

$10^\circ$  که قاعده اش مربعی به ضلع  $3^\circ$  است؟

۱۳- آیا اگر هر عدد را به توان ۲ برسانیم، از خودش بزرگ‌تر می‌شود؟ چرا؟

۱۴- حاصل ضرب‌های زیر را بنویسید.

$$2x \times 3x$$

$$6x^2 \times 7x$$

$$4x \times x^2 \times 8x^2$$

۱۵- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$x(x-1) - 2x(1-x)$$

$$2(x-1) - 3x + 1 - x$$

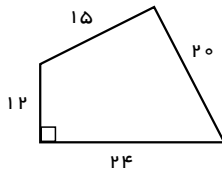
$$3x(x^2y - xy^2) - 2y(y^2x - yx^2)$$

$$x^2 - x + 1 - x(x-1) - 1$$

۱۶- با راهبرد حدس و آزمایش پاسخ معادله  $x^2 - 3x - 18$  را به دست آورید.

۱۷- قاعده یک منشور به صورت مقابل است. اگر ارتفاع این منشور  $10^\circ$  سانتی متر باشد، حجم و مساحت جانبی و

مساحت کل آن را پیدا کنید.



۱۸- عبارت توان دار زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^{-2} \times \left(1\frac{1}{2}\right)^{-7} =$$

۱۹- عدد ۱۴۴ را تجزیه کنید و به صورت توان دار بنویسید.

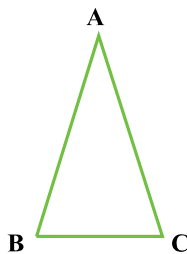
۲۰- ب.م.م و ک.م.م عددهای زیر را پیدا کنید.

۲۴ و ۳۶

۱۲ و ۴۸

۵۰ و ۳۵

۲۱- مثلث ABC متساوی الساقین است. نیمساز زاویه A را رسم می کنیم. چرا این نیمساز ضلع BC را نصف می کند؟



۲۲- ب.م.م و ک.م.م دو عدد A و B را به دست آورید.

$$A \quad 2^5 \times 3^2 \times 5$$

$$B \quad 2^3 \times 3^5 \times 7$$

# فصل ۸

## آمار و احتمال

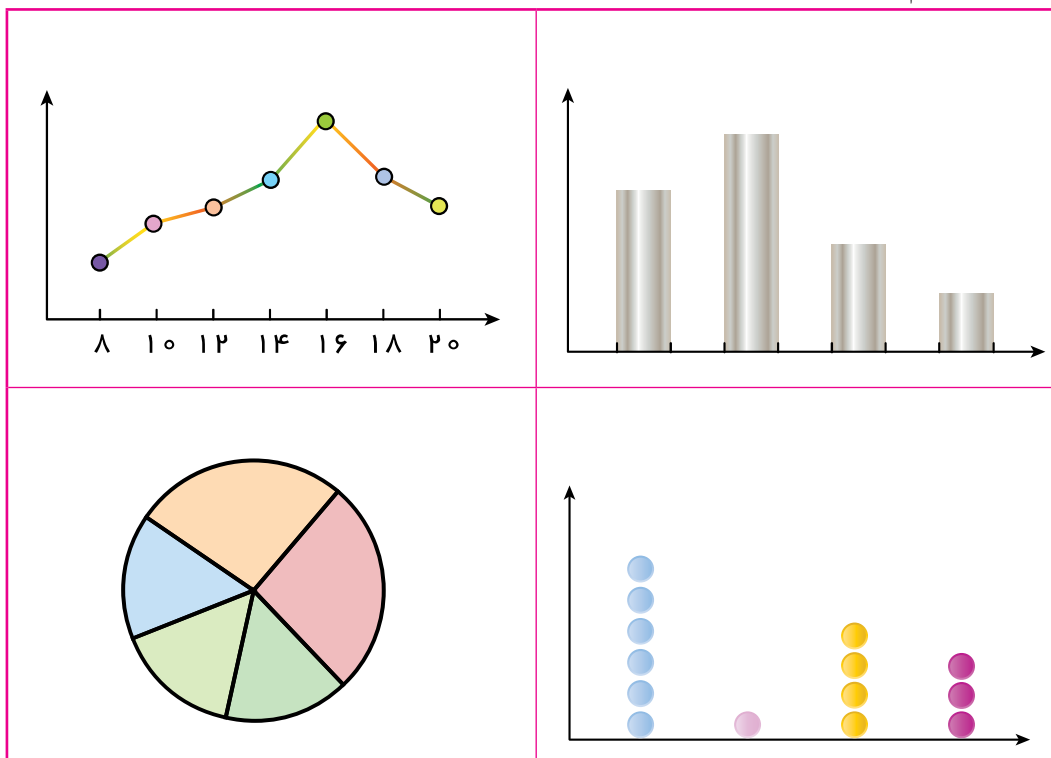
جمع‌آوری، تغییر و تحلیل اطلاعات و داده‌های آماری به تصمیم‌گیری و همچنین پیش‌بینی وقایع کمک می‌کند. در پیش‌بینی کردن موضوع احتمال وارد می‌شود.

به همین علت در پیش‌بینی وضعیت هوا هم به آمار و احتمالات جمع‌آوری شده نیاز است و هم به علوم مربوط به احتمالات تا یک کارشناس بتواند با دقت کافی پیش‌آمدها را پیش‌بینی کند.

- دسته‌بندی داده‌ها
- میانگین داده‌ها
- مفهوم احتمال و پیش‌آمد
- احتمال ریاضی

## دسته بندی داده ها

در دوره دبستان با علم آمار که علم جمع آوری، سازمان دهی، تحلیل و تغییر اطلاعات (داده ها) است، آشنا شدید. داده ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



اگر تعداد داده های جمع آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیر مفید می شود. به همین دلیل داده ها را دسته بندی می کنند و سازمان دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می کنند.

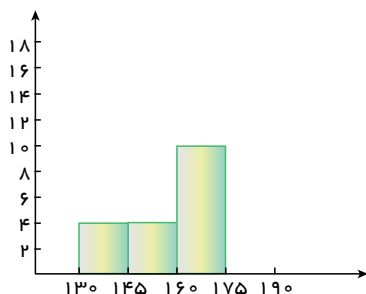
در زیر داده های جمع آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا بر حسب سانتی متر مشخص شده

است. ( $n = 40$ )

۱۶۴ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۸۵ ۱۵۳ ۱۷۴ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۴۷ ۱۸۱ ۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۳ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵  
۱۳۷ ۱۷۱ ۱۹۳ ۱۶۸ ۱۷۰ ۱۳۰ ۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۶۹ ۱۷۰ ۲۰۵ ۱۶۸ ۱۷۳ ۱۹۰ ۱۴۳

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می گویند. برای دسته بندی داده ها با فاصله ی مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته ها تقسیم می کنیم تا طول دسته ها بدست آید. در این فعالیت، چون می خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می نماییم. معنای  $130 \leq x < 145$  را توضیح دهید. چه تفاوتی بین  $< x$  و  $\leq x$  وجود دارد؟

با توجه به حدود دسته‌ها با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$13 \leq x < 145$		
$145 \leq x < 16$		
$16 \leq x < 175$		
$175 \leq x < 19$		
$19 \leq x < 25$		



با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

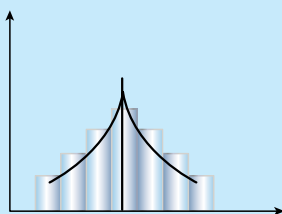
۱- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.

۲- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟

۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟



۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

۲	۲	۴	۵	۶	۰	۱	۲	۰	۳	۷	۲	۱	۰	۰	۱	۳	۶	۷	۸
۸	۷	۸	۷	۶	۳	۱	۲	۳	۴	۲	۲	۴	۲	۱	۰	۵	۳	۰	۰
۱	۱	۴	۶	۷															

جدول فراوانی داده‌ها را براساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

۱- دامنه تغییرات چقدر است؟ داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم؟ طول هر دسته چقدر است؟

۲- نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸	۱۵	۱۴	۱۹
۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵	۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷
۲۰	۱۲/۵	۶													

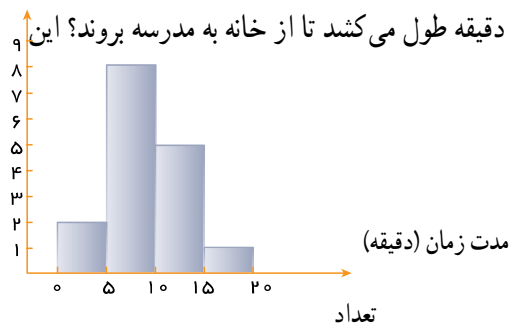
۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده

است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

۴- از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این تعداد دانش‌آموز کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

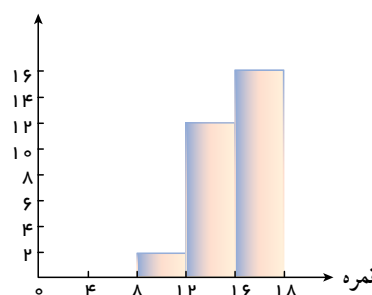


۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت مقابل است

- این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟



## میانگین

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌ها نیز برای کامل تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow \bar{X} = \frac{s}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

۳- نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است :

۱۷/۵    ۱۶/۵    ۱۴    ۱۸/۵    ۱۹    ۱۷    ۱۵    ۱۶    ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد



- ۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.
  - ۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته ی  $۱۳۰ \leq x < ۱۴۵$ ، ابتدا مجموع عددهای ۰۳۱ و ۵۴۱ را به دست آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می کنیم.
  - ۳- اکنون تمام داده ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید. برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.
  - ۴- چرا در اعداد بالا ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟
- اکنون میانگین هر دسته را بدست آورده، سپس حاصل ضرب میانگین دسته را در فراوانی محاسبه کنید. و با استفاده از آنها، جدول و تساوی زیر را کامل کنید و با میانگین واقعی مقایسه کنید.

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته × فراوانی	میانگین دسته	فراوانی	حدود دسته ها
			$۱۴۵ \geq x > ۱۳$
			$۱۶ \geq x > ۱۴۵$
			$۱۷۵ \geq x > ۱۶$
			$۱۹۵ \geq x > ۱۷۵$
			$۲۰۵ \geq x > ۱۹$
			مجموع

میانگین





۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین‌های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.

۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

متوسط × فراوانی	متوسط دسته	فراوانی	خط نشان	دسته‌ها
			//// /	$x < 4$
			////	$4 \leq x < 8$
	۱	۸		
				$12 \leq x < 12$
	۱۷/۵		//// ////	
		۴۴		جمع

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه‌ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

با توجه به رابطه‌ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

۴- میانگین نمرات ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش‌آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان نمره‌اش خیلی کم است و در این امتحان نمره ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش‌آموزان نمره بالای ۱۵ گرفته‌اند. اگر این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟ از این سؤال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

حالا فرض کنید همه دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته‌اند و، معدل کلاس ۳۰ نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش‌آموز که نمره ۲۰ گرفته است. اگر این دانش‌آموز را کنار بگذاریم معدل کلاس چند می‌شود؟

## مفهوم احتمال و پیشامد

## فعالیت

- ۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟
- اولین مهره‌ای که از کیسه در آوردیم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟
- ۲- یک سکه را یک بار می‌اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟
- «اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می‌آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران ببارد» «شانس آوردم همه سؤال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم» از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت‌های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می‌روند شما هم چند مثال بیاورید بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد

## کار در کلاس

- ۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد. یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی می‌کند.

قطعاً اتفاق می‌افتد ☐ امکان ندارد ☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

☐ ☐

- هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید.
- یک سکه را انداختیم، رو می‌آید.
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است.
- من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آماده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می‌شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.
- در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید.



۱- در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

- انداختن یک سکه

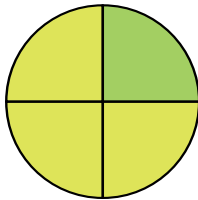
- انداختن یک تاس

- حالت‌هایی که برای روشنایی یا خاموشی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد.

- در داخل یک کیسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از

کیسه بیرون می‌آید.

- رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد.



۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت (۳, ۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با

(۵, ۳) نشان می‌دهیم. تمام پیش‌آمدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مساله استفاده می‌کنید؟

چرا از این راهبرد استفاده کردید؟

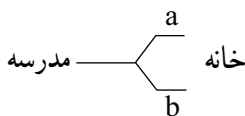
۳- وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام

کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از

خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه

برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق

بیفتد؟



تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

- اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ و ۳ به کار رفته است (بدون رقم تکراری).

- حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کیسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم.

(یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم.) (با جایگزینی مجدد مهره‌ها).

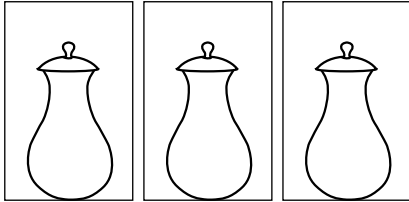
- حالت‌های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۴، ۷، ۵ و ۲ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

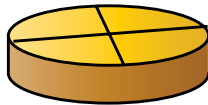
۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a و b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید.

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخها پنچر باشند؟

۴- در سه ظرف مقابل شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟



۵- به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر می‌کنید

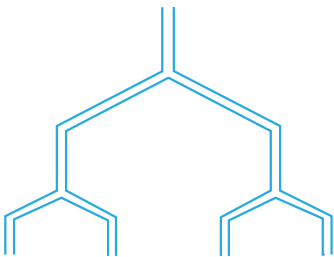
اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟

(الف) این بار حتماً پشت می‌آید. (ب) این بار هم رو می‌آید.

(ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی است.

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان‌دار نشان دهید.



۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(به صورت نظام‌دار فکر کنید تا تمام حالت‌های ممکن به دست آید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا مهره داشته باشد.)

## احتمال ریاضی

۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می‌توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟  
هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.  
هر ۵ دانش‌آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار آبی و چند بار قرمز است؟  
اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟  
حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟  
اگر آزمایش ۱۰ دانش‌آموز (یعنی ۱۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک تر می‌شوند؟  
وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟  
چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟

۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد آزمایش به رنگ سبز: قرمز: آبی:  
چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز درآمد؟  
آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟

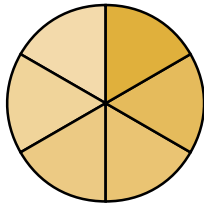
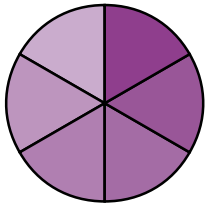
در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد  $a$  را با  $P_a$ ، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد  $a$  را با  $n(a)$  و تعداد پیش‌آمدهای ممکن را با  $n(s)$  نمایش می‌دهیم. پس:

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

- ۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن ..... و احتمال پشت آمدن آن ..... است.
- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید .....، عدد ۲ بیاید ..... و عدد ۶ بیاید ..... است.
- ۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟
- چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند. ۳ (زوج آمدن)  $n$
- چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.  $n$  (تمام حالت‌ها)
- پس:
- $P$   
زوج آمدن

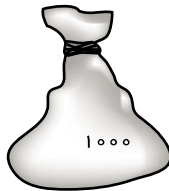
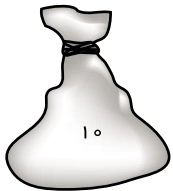
۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟

- در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.
- ..... احتمال پشت آمدن ..... احتمال رو آمدن : انداختن سکه
- = احتمال آمدن ۶ = احتمال آمدن ۵ = احتمال آمدن ۴ = احتمال آمدن ۳ = احتمال آمدن ۲ = احتمال آمدن ۱ : نداشتن تاس
- ..... احتمال آمدن
- احتمال آبی ..... احتمال رنگ قرمز ..... احتمال رنگ سبز ..... : ایستادن عقربه روی یک رنگ
- .....
- چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟



۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر بیشتر در

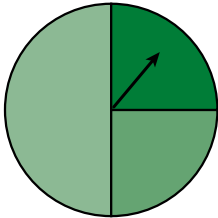
قسمت آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟



۲- در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟



۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟

۴- نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون

می‌آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

۵- در یک کیسه تعدادی مهره است.  $\frac{1}{6}$  آنها سبز،  $\frac{1}{12}$  آنها زرد،  $\frac{1}{4}$  آنها سفید و  $\frac{1}{4}$  آنها آبی هستند. اگر فردی بدون

نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی

انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر

است؟

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از

این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟

واژه‌ها: در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید:

● آمار ● داده ● دامنه تغییرات ● حدود دسته ● متوسط دسته ● فراوانی

**مفاهیم:** در این فصل مفاهیم اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- دانستن کاربرد هر یک از نمودارها
- پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها
- رسم نمودار بلوکی
- درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیده طبیعی
- پیدا کردن میانگین چند عدد
- پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- درک مفهوم پیشامد
- نوشتن تمام پیشامدهای ممکن
- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد
- پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد
- احتمال ریاضی یک پیشامد
- پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطه آن
- احتمال یک پیشامد عددی بین  $0$  و  $1$  است.
- مجموع احتمال‌ها برابر  $1$  می‌شود

**کاربرد:** درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع پیشامدها را پیش‌بینی کنیم.

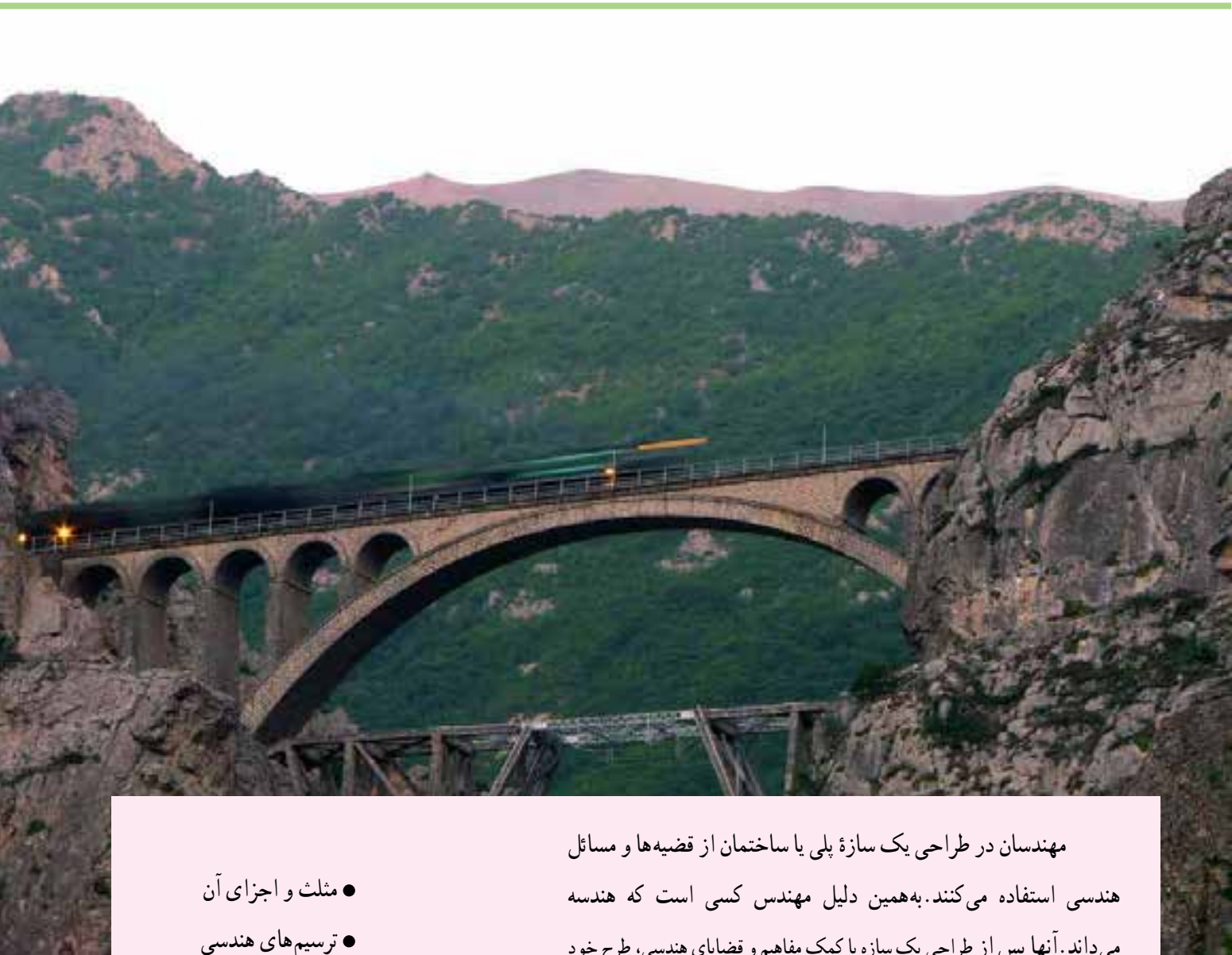
**تمرین‌های ترکیبی:** در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

- ۱- با توجه به نمودار بلوکی مقابل میانگین داده‌ها را به دست آورید.
- ۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟



# فصل ۹

## توازی و ترسیم های هندسی



مهندسان در طراحی یک سازه پلی یا ساختمان از قضیه ها و مسائل هندسی استفاده می کنند. به همین دلیل مهندس کسی است که هندسه می داند. آنها پس از طراحی یک سازه با کمک مفاهیم و قضایای هندسی، طرح خود را به صورت یک نقشه ارائه می کنند  
آیا شما می خواهید مهندس شوید؟

- مثلث و اجزای آن
- ترسیم های هندسی
- اصول توازی
- خط های موازی و مورب

# مثلث و اجزای آن

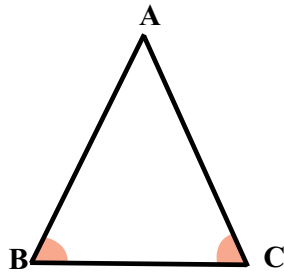
۱- انواع مثلث در زیر نوشته شده است. شکل هر کدام را رسم کنید.

مثلث متساوی الاضلاع    مثلث متساوی الساقین    مثلث قائم الزاویه    مثلث مختلف الاضلاع

۲- شکل مقابل مثلث متساوی الساقین است.  $(AB = AC)$

چرا دو زاویه  $C$  و  $B$  با هم مساوی اند؟

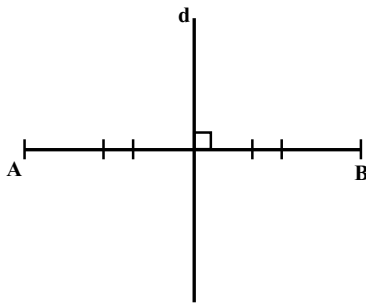
(ابتدا نیمساز زاویه  $A$  را رسم کنید.)



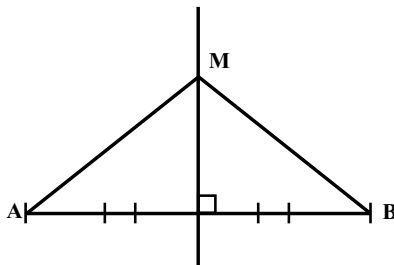
۳- خط  $d$  عمود منصف پاره خط  $AB$  است. یعنی هم بر  $AB$  عمود است و هم آن را نصف می کند. نقطه  $M$  دلخواه

را روی عمود منصف در نظر بگیرید و به دو سر پاره خط وصل کنید.  $MA$  و  $MB$  را اندازه بگیرید. سه نقطه دیگر این کار را تکرار کنید.

چه نتیجه ای می گیرید؟



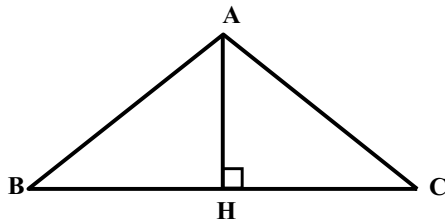
۴- نقطه  $M$  روی عمود منصف  $AB$  است. چرا  $MA = MB$ ؟



۱- در مثلث متساوی الاضلاع ABC ارتفاع نظیر رأس A یا ارتفاع دارد بر قاعده BC را رسم کرده ایم. شما ارتفاع

نظیر رأس B را رسم کنید. پای عمود را  $H'$  بنامید.

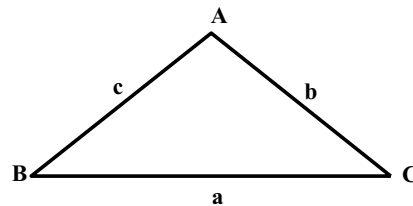
چرا تساوی مقابل درست است؟  $AH \times BC = BH' \times AC$



۲- برای سهولت نام گذاری ضلع های مقابل هر رأس را به صورت مقابل نام گذاری می کنیم. می توان ارتفاع وارد بر

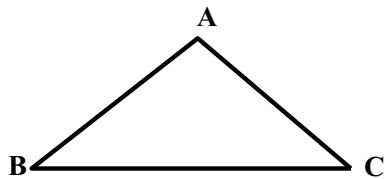
قاعده ها را به صورت  $h_a$  نیز نام گذاری کرد. چرا تساوی مقابل درست است؟

a.  $h_a$  b.  $h_b$  c.  $h_c$

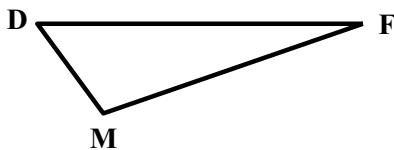


۳- میانه یعنی پاره خطی که از هر رأس به وسط ضلع مقابل آن وصل می شود. یک مثلث چند میانه دارد؟ چرا؟ میانه های

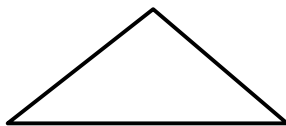
مثلث مقابل را رسم کنید.



۴- یک مثلث چند نیمساز دارد؟ چرا؟



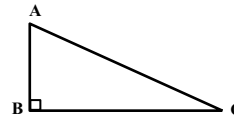
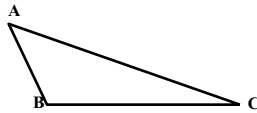
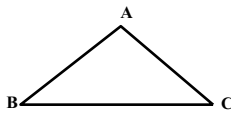
۵- یک مثلث چند عمود منصف دارد؟ چرا؟ عمود منصف های مثلث را رسم کنید.



۶- اجزای مثلث (میانه، نیمساز، ارتفاع و عمود منصف) یک ویژگی مشترک دارند. با توجه به سؤال های بالا ویژگی

مشترک آنها را بیان کنید.

۱- در مثلث‌های داده شده هر سه ارتفاع را رسم کنید. از مقایسه آنها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

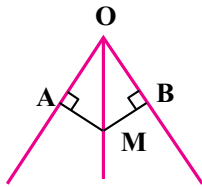


۲- آیا محل برخورد سه نیمساز یک مثلث همیشه داخل مثلث است؟ چرا؟

برای مثلث‌های مختلف امتحان کنید.

۳- روی نیمساز زاویه O نقطه‌ای مثل M انتخاب شده است. فاصله نقطه M را از دو ضلع زاویه به دست آورید. ۳ نقطه

دیگر روی نیمساز در نظر بگیرید. فاصله آنها را از دو ضلع به دست آورید، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



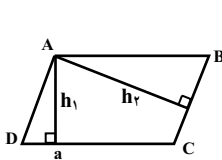
براساس نتیجه‌ای که گرفتید تعریفی برای نیمساز زاویه ارائه کنید.

(نیمساز مجموعه نقاطی است که .....)

۴- قرار است یک مجتمع خدماتی شامل مدرسه، درمانگاه و ورزشگاه برای استفاده سه دهکده مشخص شده در نقشه

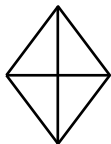
ساخته شود به طوری که فاصله این مجتمع سه دهکده به یک اندازه باشد. محل ساختمان مجتمع را مشخص کنید. تعیین محل

ساخت مجتمع به چه عوامل دیگری بستگی دارد؟

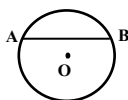


$$h_1 \times CD = h_2 \times BC$$

۵- در شکل متوازی الاضلاع روبرو چرا تساوی درست است؟

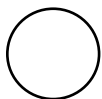


۶- چرا قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگرند؟



۷- چرا عمودمنصف پاره خط AB از مرکز دایره می‌گذرد؟

با توجه به سؤال بالا مرکز دایره مقابل را پیدا کنید.

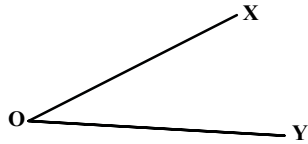


## ترسیم های هندسی

فعالیت

روش رسم نیمساز یک زاویه را در دوره دبستان آموخته اید. مراحل زیر را دنبال کنید و به سؤال ها پاسخ دهید تا متوجه شوید چرا با این روش نیمساز زاویه به دست می آید.

۱- دهانه پرگار را به دلخواه باز کنید. به مرکز O یک کمان (قسمتی از دایره) را رسم کنید تا نیم خط های OX و OY را در A و B قطع کند. چرا OB = OA است؟

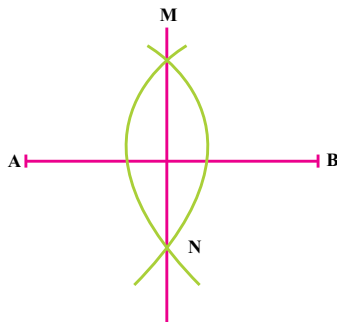


۲- به مرکز های A و B، به شعاع دلخواه دو کمان مساوی رسم کنید تا یکدیگر را در C قطع کند. چرا AC = BC است؟

۳- A را به C وصل کنید. چرا OC نیمساز زاویه A است؟

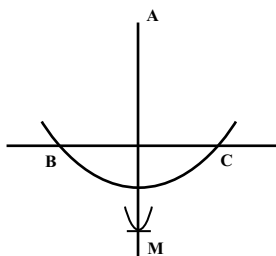
کار در کلاس

مانند فعالیت بالا مراحل ترسیم شکل ها را بنویسید و دلیل بیاورید که چرا با انجام این مراحل شکل مورد نظر رسم می شود.

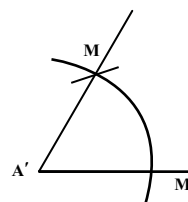
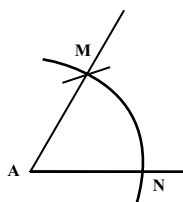


۱- رسم عمود منصف پاره خط AB

۲- رسم خط عمود از یک نقطه خارج یک خط



۳- رسم زاویه مساوی با یک زاویه دیگر

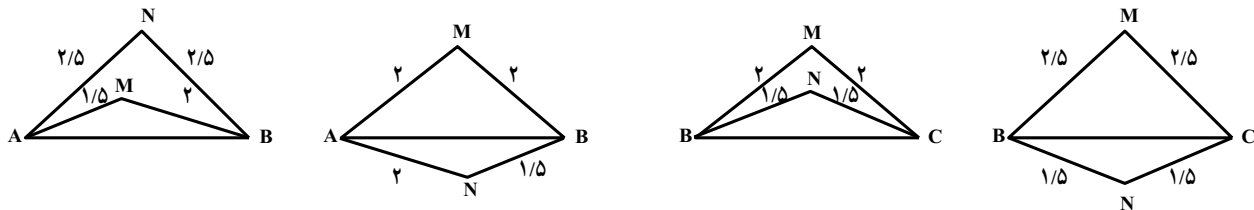


در کتاب مطالعات اجتماعی و در درس جغرافی با نقشه و مقیاس آن آشنا شده‌اید. وقتی می‌گوییم مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰ یا  $\frac{1}{100}$  یا ۱:۱۰۰ است، می‌توانیم این عدد را به صورت‌های مختلف تفسیر کنیم. برای مثال ۱۰۰ متر واقعی یک متر روی نقشه است، یا ۱۰۰ سانتی‌متر در واقعیت برای یک سانتی‌متر روی نقشه است.

مقیاس نقشه مقابل ۱ به ۱۰۰۰۰ است. تفسیر مقیاس را بنویسید.

فاصله نقاط A، B و C را از یکدیگر روی نقشه پیدا کنید و بنویسید در اندازه واقعی این فاصله‌ها چند متر هستند؟

۱- در کدام شکل خط  $MN$  عمود منصف پاره خط  $AB$  است؟ چرا؟



۲- با پرگار، خط کش و نقاله شکل های زیر را رسم کنید.

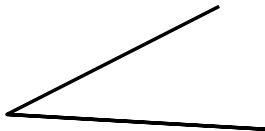
الف) پاره خطی به طول ۵ سانتی متر و عمود منصف آن

ب) یک زاویه  $120^\circ$  درجه و نیم ساز آن با پرگار

پ) یک زاویه دلخواه و زاویه دیگری که با آن مساوی باشد.

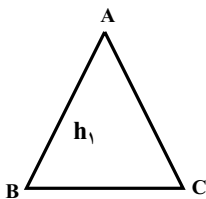
۳- یک زاویه رسم کنید و با کمک پرگار آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۴- زاویه مقابل را سه برابر کنید.

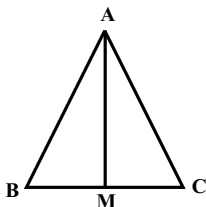


۵- یک پاره خط رسم کنید و با پرگار آن را به ۴ قسمت مساوی تقسیم کنید.

۶- مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. چرا اگر عمود منصف  $BC$  را رسم کنیم، از رأس  $A$  می گذرد؟

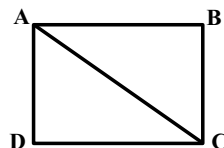


۷- مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است. میانه  $AM$  را رسم کرده ایم. چرا  $AM$  نیمساز زاویه  $A$  نیز محسوب می شود؟



۸- اگر قطر مربع را رسم کنیم آیا نیمساز زاویه ها هم محسوب می شود؟ چرا؟

آیا در مستطیل هم همین طور است؟ چرا؟



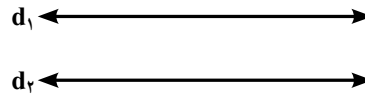
## اصول توازی

۱- دو خط  $d_1$  و  $d_2$  را به خط  $d$  به صورت عمود رسم کنید. آیا این دو خط با هم موازی اند؟ ( $\perp$  یعنی عمود بودن و یعنی موازی بودن) نتیجه گیری مقابل را کامل کنید.

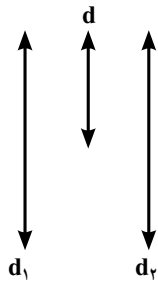
$$\left. \begin{array}{l} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \end{array} \right\} \quad d \longleftrightarrow$$

۲- خط های  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی اند. خط  $d$  را بر  $d_1$  عمود کنید و امتداد دهید. آیا خط  $d$  بر خط  $d_2$  هم عمود می شود؟

$$\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel d_2 \\ d \perp d_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

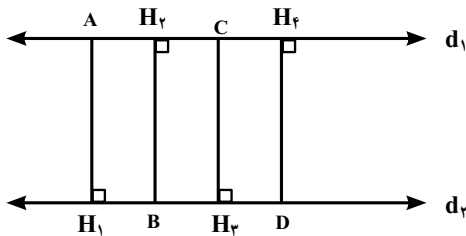


۳- دو خط  $d_1$  و  $d$  با هم موازی اند. دو خط  $d$  و  $d_2$  نیز با یکدیگر موازی اند آیا دو خط  $d_1$  و  $d_2$  خودشان با هم موازی می شوند؟

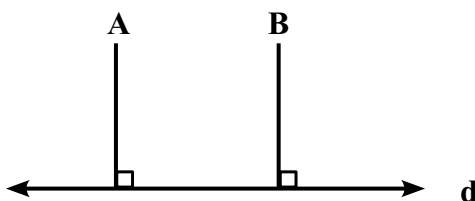


$$\left. \begin{array}{l} d \parallel d_1 \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} \Rightarrow \dots\dots\dots$$

۴- فاصله نقاط را تا خط مقابل آن پیدا کنید. چه نتیجه ای از این فعالیت می گیرید؟

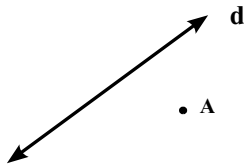


۵- فاصله نقاط A و B از خط  $d$  با هم برابر است. آیا خطی که از A و B می گذرد موازی  $d$  است؟

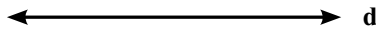




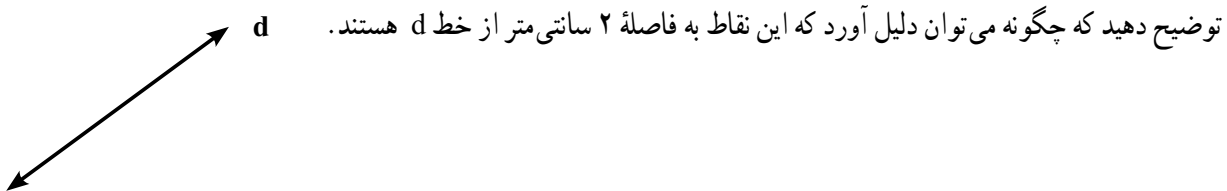
۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل از نقطه A خطی به موازات خط d رسم کنید.



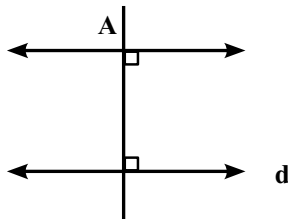
۲- خطی موازی d رسم کنید که فاصله اش از آن ۲ سانتی متر باشد.



۳- تمام نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله ۲ سانتی متر باشند.



۴- دو خط موازی عمود بر یک خط دارای زاویه های برابر است. یک خط مورب طوری رسم کنید که دو خط موازی



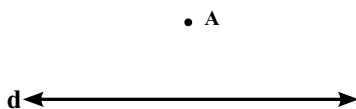
را قطع کند. آیا این خط نیز با دو خط موازی، زاویه های مساوی می سازد؟

۵- تمام نقاطی را پیدا کنید که از خط d به فاصله کمتر از یک سانتی متر هستند.



۶- تمام نقاطی را پیدا کنید که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر هستند.

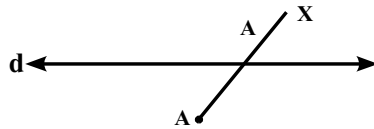
۷- تمام نقاطی را پیدا کنید که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی مترند و از خط d هم به فاصله ۱ سانتی متر قرار دارند.



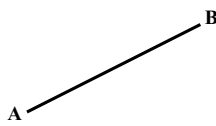
۱- در شکل زیر خط‌های  $d$  و  $d'$  با هم موازی و به فاصله ۲ سانتی متر از یکدیگر قرار دارند. فاصله نقطه  $A$  از خط  $d'$

چقدر است؟

آیا روی نیم خط  $OX$  نقطه دیگری می‌توان یافت که فاصله آن از خط  $d$ ، ۲ سانتی متر باشد؟ چرا؟



$d'$

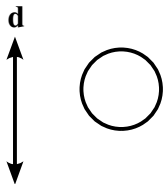


۲- نقاطی از پاره خط  $AB$  پیدا کنید که فاصله آنها از خط  $d$  برابر ۲ سانتی متر باشد.

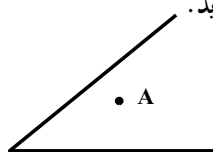
$d$

۳- نقاطی از دایره را پیدا کنید که فاصله آنها تا خط  $d$  کمتر از  $1/5$  سانتی متر باشد. کدام نقاط دایره فاصله‌ای برابر با

$1/5$  سانتی متر تا خط  $d$  دارند؟



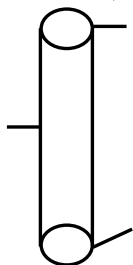
۴- از نقطه  $A$  به موازات ضلع‌های زاویه خطی رسم کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید.



۵- روی نقشه مقابل دیوار یک پادگان به طول  $100$  متر و در برج نگهبانی در دو طرف دیوار دیده می‌شود. دو نگهبان تا

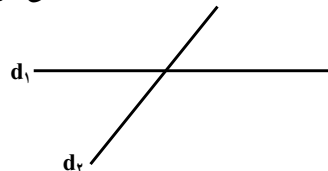
فاصله  $20$  متری را به خوبی می‌بینند اگر قرار باشد از دو طرف دیوار به فاصله  $30$  متر را تحت نظر داشته باشند، کدام قسمت از

زمین اطراف دیوار کمترین دید را خواهد داشت؟ مقیاس نقشه ۵ به ۱۰۰۰ است.



۶- نقاطی را پیدا کنید که از خط  $d_1$  به فاصله ۱ سانتی متر و از خط  $d_2$  به فاصله  $1/5$  سانتی متر باشند. این مسئله چند

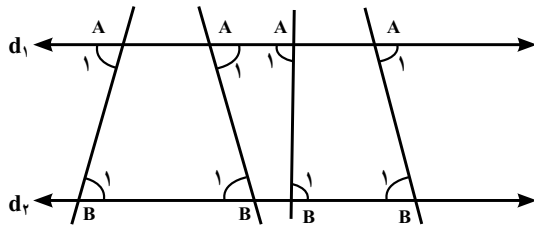
جواب دارد؟ جواب‌ها را مشخص کنید.



## خط‌های موازی و مورب

۱- در شکل زیر خط‌های  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند. خط مورب  $d$  در چهار حالت این دو خط را قطع کرده است در هر

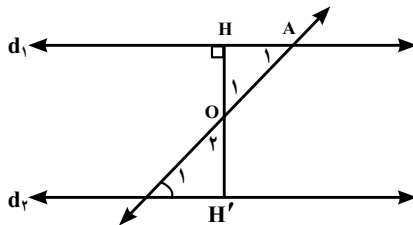
حالت زاویه‌های  $A_1$  و  $B_1$  را اندازه بگیرید؟



۲- در شکل زیر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  با هم موازی‌اند و خط  $d$  آنها را در  $A$  و  $B$  قطع کرده است. با پاسخ دادن به سؤال‌های

زیر دلیل بیاورید که چرا  $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$  از نقطه  $O$  بر خط  $d_1$  عمود کردیم و امتداد دادیم تا خط  $d_1$  را قطع کند چرا  $OH'$  نیز بر  $d_2$

عمود است؟  $\{d_1 \parallel d_2\}$

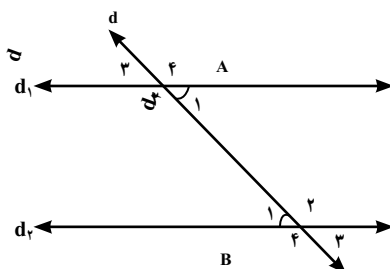


$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{O}_1 + \hat{H} = 180^\circ \\ \dots + \dots + \dots = 180^\circ \\ \hat{H} = \hat{H} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{می‌دانیم در هر مثلث مجموع زاویه‌ها } 180^\circ \text{ است. نتیجه‌گیری مقابل را کامل کنید.}$$

۳- در شکل مقابل  $d_1$  و  $d_2$  موازی‌اند و  $d$  آنها را قطع کرده است.

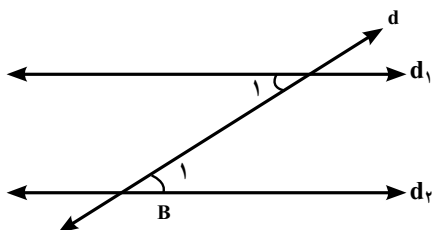
$$\hat{B}_1 = \hat{B}_3 = \hat{A}_1 = \hat{A}_3 \quad \text{چرا}$$

$$\hat{A}_2 = \hat{A}_4 = \hat{B}_2 = \hat{B}_4$$

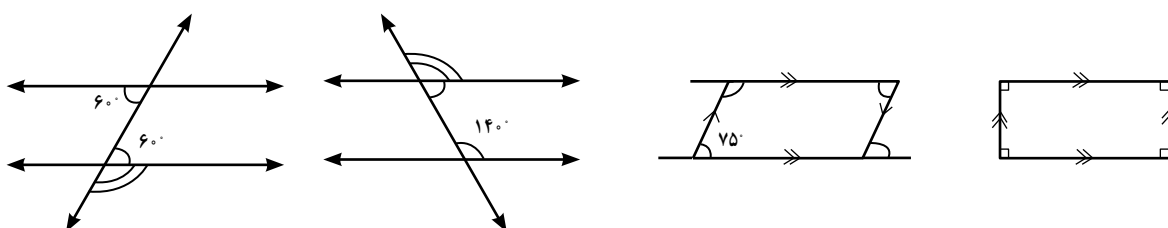


در شکل مقابل خطوط موازی و مورب دیده می‌شوند. هنگام حل مسائل به صورت زیر استدلال خود را می‌نویسیم.

$$(d_1 \parallel d_2 \text{ و } d \text{ مورب}) \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_1$$

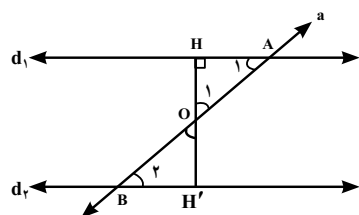


۱- باتوجه به خطوط موازی و مورب رسم شده اندازه زاویه‌های مشخص شده را در شکل‌های زیر بنویسید.



۲- خط  $a$  دو خط  $d_1$  و  $d_2$  را طوری قطع کرده است که  $\hat{B} = \hat{A}_1$  است. از نقطه  $O$  وسط  $AB$  بر  $d_1$  عمود می‌کنیم و

امتداد می‌دهیم تا  $d_2$  را قطع کند.

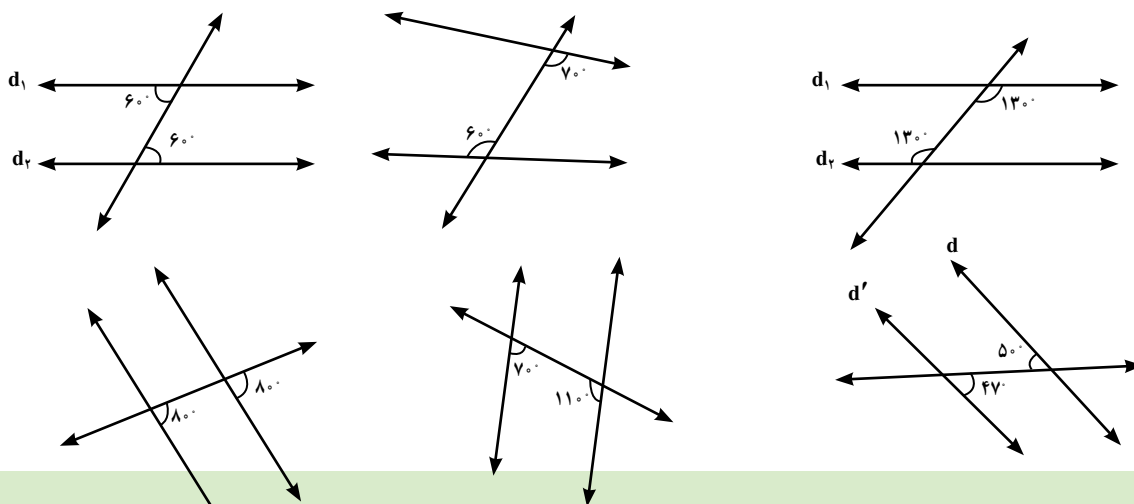


چرا دو مثلث  $OHA$  و  $OHB$  با هم برابرند؟ چرا  $\angle H' = 90^\circ$ ؟

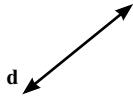
اگر  $HH'$  بر دو خط  $d_1$  و  $d_2$  عمود باشند، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\left. \begin{array}{l} HH' \perp d_1 \\ HH' \perp d_2 \end{array} \right\}$$

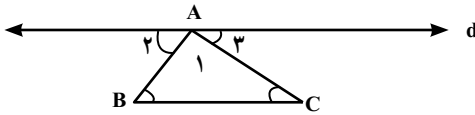
۳- در کدام یک از شکل‌های زیر خط‌ها موازی‌اند؟



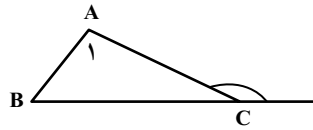
۱- دو خط با زاویه‌های برابر خط  $d$  را قطع می‌کنند. آیا همیشه این دو خط با هم موازی می‌شوند؟ چرا؟



۲- با توجه به شکل زیر استدلال کنید که مجموع زاویه‌های یک مثلث  $180^\circ$  است. (خط  $d$  موازی  $BC$  است).

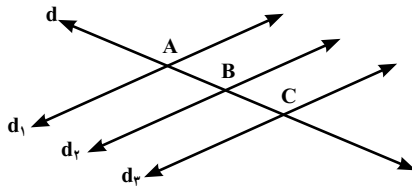


۳- با توجه به شکل مقابل توضیح دهید چرا  $\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$ ؟

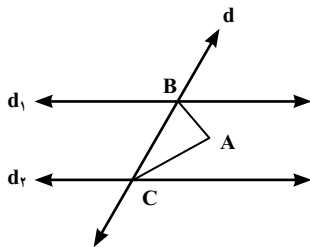


۴- با توجه به شکل مقابل خطوط  $d_1, d_2, d_3$  موازی اند و خط  $d$  آنها را قطع کرده است. زاویه‌های مساوی را در شکل

نشان دهید و نام ببرید.



۵- در شکل مقابل دو خط  $d_1, d_2$  با هم موازی اند خطوط  $AB$  و  $AC$  نیمساز دو زاویه‌اند. زاویه  $A$  چند درجه است؟

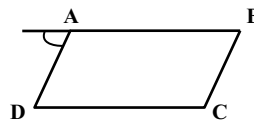


۶- مجموع زاویه‌های یک ۵ ضلعی چند درجه است؟

۷- مجموع زاویه‌های یک ۷ ضلعی چند درجه است؟

۸- چهارضلعی مقابل متوازی الاضلاع است.

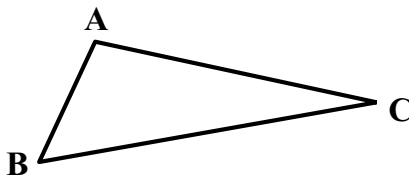
چرا  $\hat{C}$  و  $\hat{D}$  مکمل هستند؟



چرا  $180^\circ$   $\hat{A}$   $\hat{D}$ ؟

۹- نیمساز زاویه  $A$  را رسم کنید  $(AD)$ . از نقطه  $D$  به موازات ضلع  $AB$  رسم کنید تا  $AC$  را در  $E$  قطع کند  $(DE)$ .

چرا مثلث  $ABE$  متساوی الساقین است؟



**واژه‌ها:** در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آن را تعریف کنید و برای

هر کدام یک مثال بزنید.

□ عمود منصف □ ارتفاع □ نیمساز □ میانه □ مقیاس □ اصل

روش‌ها و مهارت‌ها: در این فصل مفاهیم اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر

خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

□ خاصیت مثلث متساوی الساقین □ خاصیت عمود منصف

□ ویژگی اجزای یک مثلث □ توجیه و استدلال کردن برای روش‌های ترسیم‌های هندسی

□ مقیاس نقشه □ اصل‌های متوازی

□ رسم دو خط موازی □ رسم دو خط موازی از نقطه داده شده

□ قضیه موازی و مورب □ عکس قضیه موازی و مورب

**کاربرد:** مهم‌ترین کاربرد این درس در تبدیل مسائل واقعی به یک مسئله هندسی است که به آن مدلسازی هندسی

می‌گوییم. ضمن آنکه در این فصل شما با روش استدلال کردن و بیان آن استدلال آشنا می‌شوید.

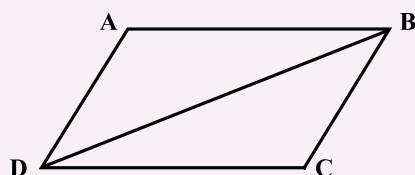
**تمرین‌های ترکیبی:** در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید که این فصل را به خوبی

آموخته‌اید.

۱- چرا ۳ عمود منصف یک مثلث در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند؟

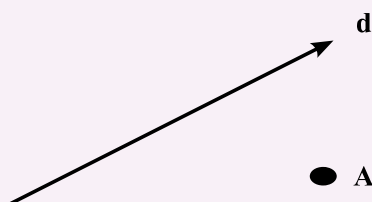
۲- شکل مقابل متوازی‌الاضلاع است (فقط می‌دانیم چه ضلع‌های موازی یکدیگرند) چرا دو مثلث ABD و BCD با

هم برابرند؟

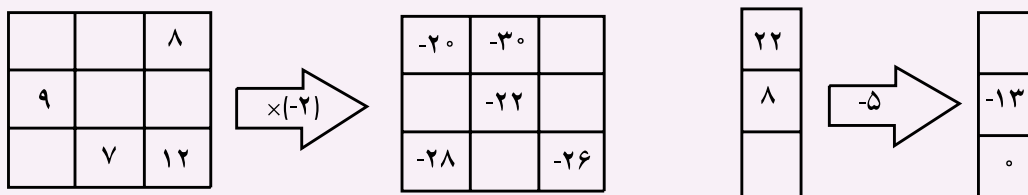


۳- مجموعه‌ای از نقاط پیدا کنید که از خط  $d$  به فاصله کمتر از ۲ سانتی‌متر و از نقطه  $A$  به فاصله بیشتر از  $1/5$

سانتی‌متر باشد.



۴- نمودارها را کامل کنید.



۵- از عددی ۲ بار جذر گرفتیم. حاصل آن عدد آن عدد ۴ شد. عدد موردنظر را پیدا کنید.

۶- علی یک جعبه مکعب شکل را با کاغذ رنگی به طور کامل پوشاند (کاغذها روی هم قرار نگرفتند) اگر  $66^\circ$

ساتی متر مربع کاغذ مصرف شده باشد. اندازه ضلع مکعب چقدر است؟

۷- نقطه M به مختصات  $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$  و نقطه N به مختصات  $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید.

(۱) بردار MN را مشخص کنید و مختصات آن را بنویسید.

(۲) مثلث ABC را به مختصات  $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  در صفحه رسم کنید.

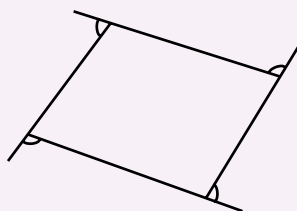
(۳) مثلث ABC را با بردار MN انتقال دهید تا مثلث A'B'C' به دست آید.

(۴) آیا اضلاع این دو مثلث با هم برابرند؟ چرا؟

(۵) آیا اضلاع این دو مثلث با هم موازی اند؟ چرا؟

(۶) آیا مساحت این دو مثلث با هم برابرند؟ چرا؟

۸- در شکل مقابل مجموع زاویه های مشخص را پیدا کنید.

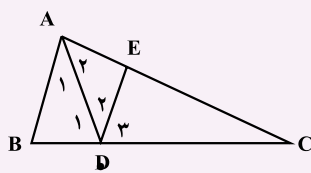


۹- مجموع زاویه های یک n ضلعی را به دست آورید و با یک عبارت جبری نشان دهید. در حل این مسئله از

چه راهبردی استفاده کردید؟

۱۰- قاعده یک منشور به صورت مقابل است. ارتفاع این قطعه نیز  $1^\circ$  ساتی متر است. حجم و مساحت جانبی

این منشور را پیدا کنید.



۱۱- در شکل مقابل DE موازی AB است. کدام زاویه ها با هم برابرند؟

۱۲- عبارت جبری زیر را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای  $x = 2$  و  $y$  پیدا کنید.

$$2x(x - y + 1) - 2y(1 - x - 2y) - 2x^2 - 4y^2$$

۱۳- عبارت‌های توان‌دار را تا حد امکان ساده کنید.

$$2^3 \times 5^3 \times 10^5 \times 50^2$$

$$(2)^4 \times 2^5$$

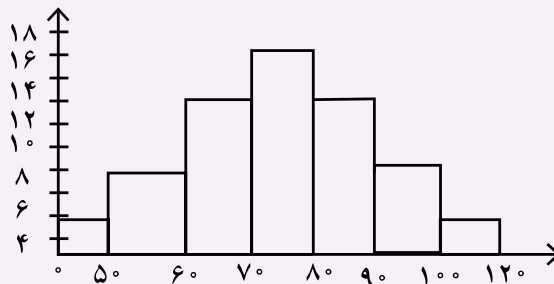
$$(1/5)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 \times \left(1\frac{1}{4}\right)^1$$

$$8^3 \times 8^4 \times 8$$

۱۴- احتمال اینکه اگر دو سکه را بندازیم و هر دو رو بیاید، چقدر است؟

۱۵- احتمال اینکه یک تاس ۱۲ وجهی را که عددهای ۱ تا ۱۲ روی آن نوشته شده، بیندازیم و مضرب ۵ بیاید، چقدر است؟

۱۶- با توجه به نمودار مقابل جدول فراوانی را رسم کرده و میانگین داده‌ها را پیدا کنید.

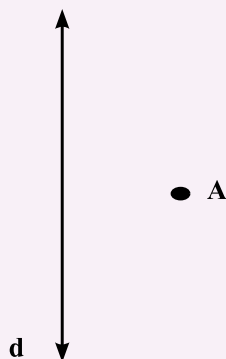


۱۷- مجموعه نقاطی را پیدا کنید که فاصله آن از خط  $d$  ۲ سانتی متر و از نقطه  $A$  به اندازه  $1/5$  سانتی متر باشد.

این مسئله در حالت‌های مختلف چند جواب دارد؟

در چه صورت جواب ندارد؟

بیشترین تعداد نقطه با این شرایط چند تاست؟





(۴) (۳) (۲) (۱) شکل

(۳) (۲) (۱)

$\frac{۱}{۹}$   $\frac{۲}{۱۵}$   $\frac{۳}{۲۱}$

محور اعداد صحیح

جمع عددهای صحیح

تفریق عددهای صحیح

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

صحیح مثبت صفر صحیح منفی

۴ ۳

۴ ۲ ۲

۵ ۱۲ ۸

۷۰ ۵۸

۳ ۴

۵۴ ۲۴

۴ ۹ ۱۰

A B X

T C U Z X A B Y

A B C

A B C D E

A B C

A M B

A B C D E

A M N B C

O X Y ۱

O Z Y X ۱ ۲

۴	۳	۲	۱	u	t	Z	Y	X	O
							۲	۱	A
					۲	۱	O	B	A
								b	a
					۴	۳	۲	۱	o

نیمساز

۳ سانتی متر رسم شود

(۱) ۴ ۴۰ ۶۰

(۲) ۴۰ ۳/۵ ۲/۵

(۳) ۱۰ ۴۰ ۳/۵

(۴) ۴۰ ۶۰ ۳/۵

(۵) ۴ ۶۰ ۲/۵

(۶) ۶۰ ۸۰ ۳/۵

(۷) ۴۰ ۴ ۳/۵

(۸) ۳/۵ ۴۰ ۸۰

۲ ۲ ۳ ۳

(۵) (۴) (۳) (۲) (۱)

(۶) (۵) (۴) (۳) (۲) (۱)

۲ ۳ ۷ a

۷ ۷ ۷ ۷  $\frac{1}{7}$

۴ ۹

b ۳ ۲

۱۲ ۶ ۸

(۳) (۲) (۱)

۲  $\times 3$  X

$\times 3$  ۲ X

(n) (۴) (۳) (۲) (۱)



تعداد دانش آموزان	زمان (دقیقه) °	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۷	۸	۹									
تعداد	نمره	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۲۰	۴	۶	۸	۱۰	۱۲
۱۴	۱۶										
حتماً اتفاق می افتد امکان ندارد											
خانه	مدرسه										
۱۰۰۰ مهره	۱۰۰ مهره	۱۰ مهره									
حجم های منشوری	حجم های مخروطی	حجم های کروی راست	روبه رو	بالا						بالا	
پایین	راست	پایین	روبه رو								
کوارتز	فلوریت	اپرالو									
مداد در حال علامت گذاشته شود											
۴ متر	۲ متر										
۱۰	۱۰	۱۰									
چای خوش عطر محصول ایران	چای خوش عطر محصول ایران										
۱۰											
۱۰	۲										
بالا	راست	روبه رو									

دانلود از سایت ریاضی سرا  
**www.riazisara.ir**